ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
ЧАСТЬ 2

Пособие для практических работ

Содержание

Практическая работа № 1. Кинетостатический анализ механизмов. Силы, действующие на механизм

1. Задачи кинетостатики

Проектирование новых механизмов сопровождается обычно расчетом их элементов на прочность, и размеры звеньев устанавливаются в соответствии с теми силами, которые на них действуют.

Таким образом, расчету механизмов на прочность должно предшествовать определение сил, поэтому одной из основных задач кинетостатики является определение тех сил, которые действуют на элементы кинематических пар и вызывают деформации звеньев в процессе работы.

Кинетостатика объединяет методы расчета сил, действующих на звенья механизма, с учетом сил инерции.

2. Силы, действующие на механизм

Силы, действующие на звенья, условно разделяют на 2 группы: движущие силы $P_{дв}$ и силы сопротивления P_C.

Движущими силами называют силы, производящие положительную работу, т.е. направления движущей силы и скорости точки её приложения либо совпадают, либо образуют острый угол.

В двигателе внутреннего сгорания, например, движущей силой будет равнодействующая от сил давления при воспламенении горючей смеси.

Силами сопротивления называют силы, препятствующие движению звеньев механизма. Работа этих сил всегда отрицательна, т.е. направление силы и скорости точки её приложения либо противоположны, либо образуют тупой угол. Различают силы полезного сопротивления и вредного сопротивления. В рабочих машинах силой полезного сопротивления является, например, сопротивление резанию металла, сопротивление при сжатии газов. Силами вредного сопротивления являются силы трения, силы сопротивления среды.

Кроме этих сил необходимо учитывать силы тяжести (силы веса) звеньев G, которые приложены в центрах тяжести их, силы инерции звеньев и силы реакций связи.

Силы инерции Ри появляются при неравномерном движении звена. Силы инерции так же, как и силы веса, могут совершать как положительную, так и отрицательную работу.

Силы реакции связи R, действующие в кинематических парах, вводим при рассмотрении какого-либо звена изолированного от механизма. При рассмотрении всего механизма в целом реакции связей следует считать внутренними силами, т.е. попарно уравновешивающимися.

Для кинетостатического расчета должны быть заданы силы движущие и полезного сопротивления, например, в виде механических характеристик (см. пример 1,2,3,4,5).

Так для основного механизма четырехтактного двигателя внутреннего сгорания закон изменения давления P газа в цилиндре задается индикаторной диаграммой – зависимостью $P=f(H)$ (рис.1)

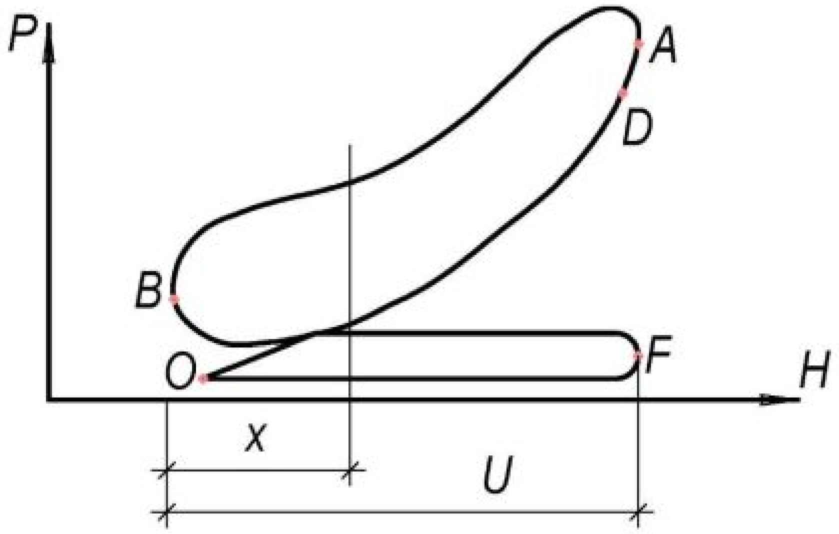


Рис.1

Полный цикл работы двигателя заканчивается в течении двух оборотов кривошипа. За первую половину оборота происходит всасывание горючей смеси FO, за вторую половину оборота сжатие этой смеси OD, по кривой DA – воспламенение смеси, по кривой AB – расширение воспламененной смеси (рабочий ход) по кривой BF – выхлоп.

Откладывая по оси H перемещение x, взятое с плана механизма, нетрудно найти соответствующую ординату на индикаторной диаграмме.

Избыточное давление Pu на поршень – это разность давления газа в цилиндре и атмосферного давления, пропорционально ординате, отсчитываемой от линии атмосферного давления.

Силу, действующую на поршень, определяют из формулы:

$$P = P_u \cdot \frac{\pi d^2}{4},$$

где d – диаметр поршня.

Для компрессора простого действия закон изменения давления газа в цилиндре дается также индикаторной диаграммой (рис.2).

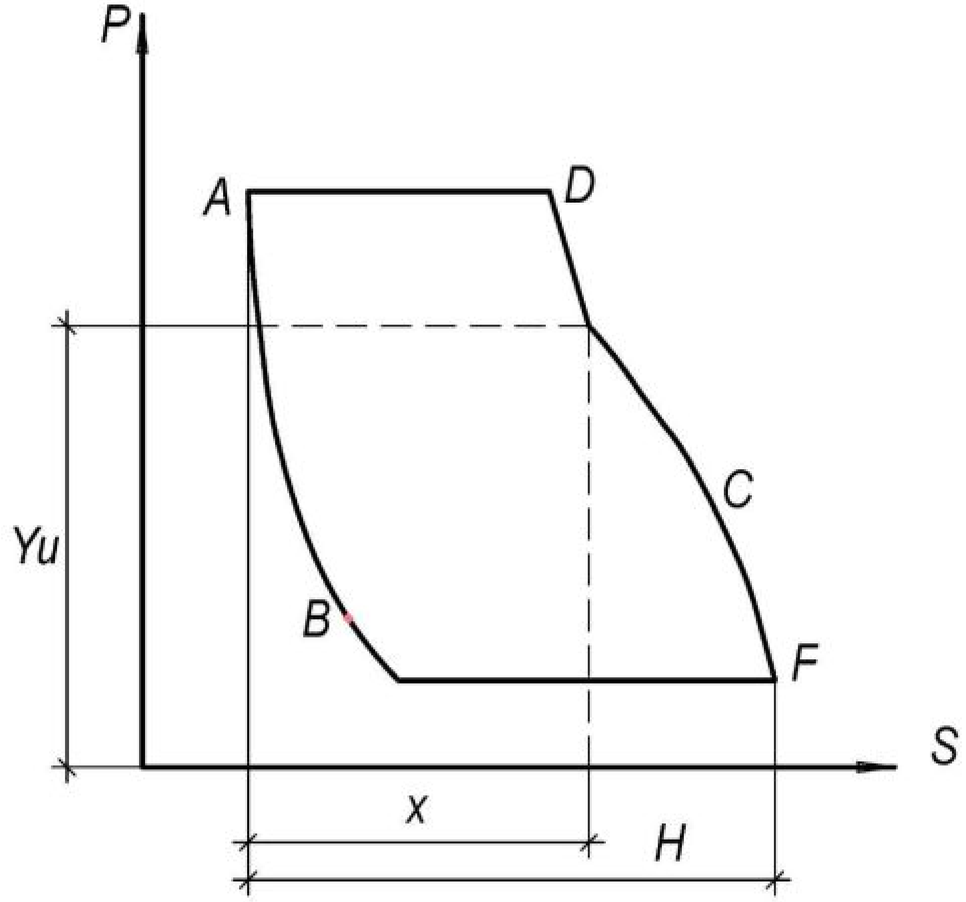


Рис.2

Кривая FCD – сжатие газа,

DA – выхлоп,

AB – расширение газа, оставшегося в мертвом объеме,

BF – всасывание новой порции газа

μP – масштабный коэффициент силы

$$P_u = \mu_p \cdot Y_u$$

$$P_u = \mu_p \cdot Y_u \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4},$$

где Y_u – ордината соответствующая переменной x.

3. Определение сил инерции

При работе механизма возникают силы инерции. Они вызывают добавочное давление в кинематических парах. Особенно большой величины эти силы достигают в быстроходных машинах.

Силы инерции определяются по заданному весу звеньев и их ускорениям. Метод определения зависит от вида движения звена.

Первый случай: звено совершает плоскопараллельное движение (шатун). Известно, что элементарные силы инерции в этом случае приводятся к равнодействующей силе Ри и к моменту сил инерции Ми.

Сила инерции Ри приложена в центре тяжести звена и равна:

$$P_u = -mW_S \tag{1}$$

где m – масса звена

W_S – линейное ускорение центра тяжести звена.

Момент сил инерции:

$$M_и = -J_s \cdot \varepsilon \qquad (2)$$

где Js – момент инерции звена относительно центра тяжести,

ε – угловое ускорение звена.

Знак минус указывает на то, что сила инерции Ри направлена в сторону обратную ускорению WS, а момент Ми – в сторону обратную угловому ускорению ε.

Величина и направление ускорений определяются из кинематического расчета. А значение m, Js должно быть задано.

Сила Ри и момент Ми могут быть заменены одной результирующей силой Ри приложенной в точке качания (рис.3).

Для этого силу инерции Ри нужно перенести на расстояние равное

$$\overline{SK} = \frac{\mu_и}{P_И} \qquad (3)$$

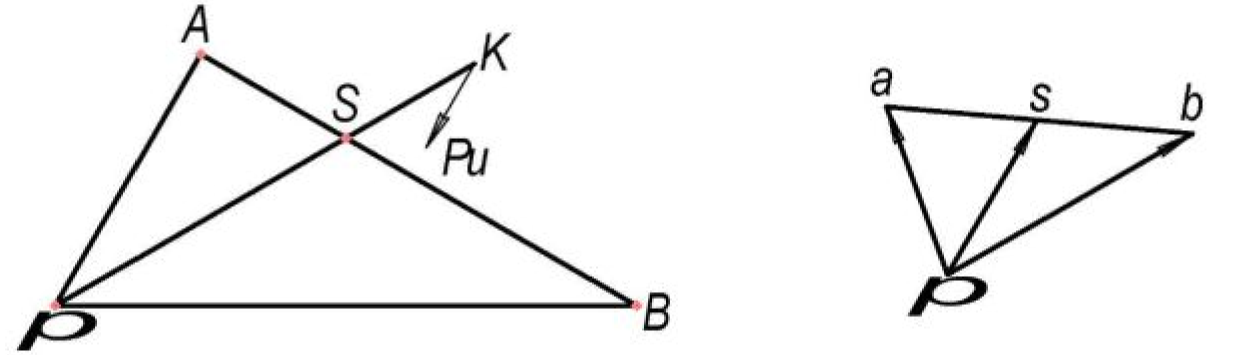


рис.3

Величина этого плеча находится следующим способом: с плана ускорения (рис.3) на звено AB переносится треугольник $\pi AB \infty \pi ab$

$$SK = \frac{J_s}{m \cdot \pi S} = \frac{J_s}{m \cdot \overline{\pi S} \cdot \mu_1} \qquad (4)$$

отрезок $$\overline{SK} = \frac{SK}{\mu_1}$$

найдя точку "*K*" (точку качания) прикладываем в ней вектор силы инерции, направленный в сторону противоположную вектору ускорения центра тяжести.

Второй случай: звено совершает вращательное движение (рис.4)

а) При неравномерном вращении и при несовпадении центра тяжести с осью вращения имеют место сила инерции Ри и момент сил инерции $M_u = -J_s \cdot \varepsilon$. При приведении силы и момента плечо SK определяется по формуле (4):

$$SK = \frac{J_s}{m \cdot \pi S}$$

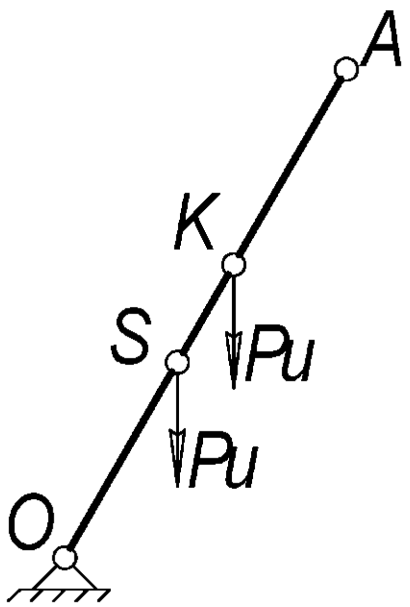


Рис. 4

где SK – расстояние от центра тяжести до точки качания.

$\pi_S = OS$

б) При равномерном движении Ри приложена в центре тяжести.

Ми = 0 т.к. $\varepsilon = 0$.

в) Центр тяжести совпадает с осью вращения $\varepsilon = 0$, то Ри = 0; Ми = 0.

Третий случай: звено совершает поступательное движение (ползун) (рис.5). Здесь $\varepsilon = 0$, Ми = 0. Если движение звена неравномерное, то возникает сила инерции

$P_u = -m \cdot W$

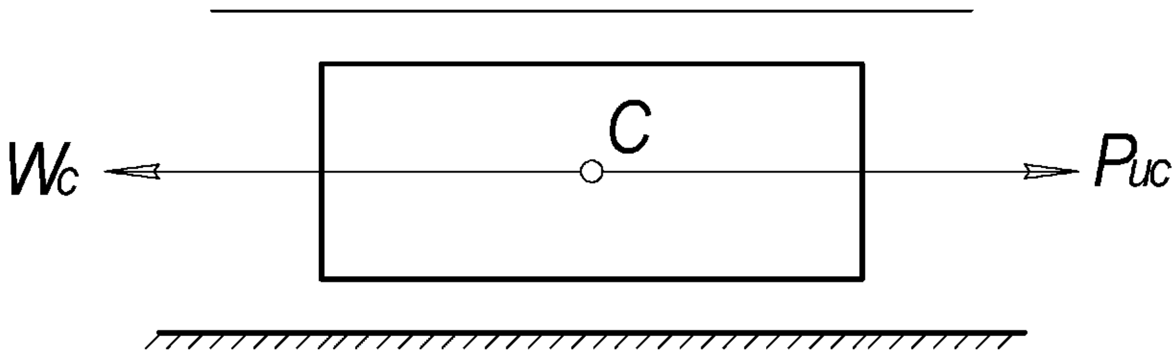


Рис.5

Если в задании на курсовое проектирование не задан момент инерции звена, его можно приближенно определить по формуле:

$$I_s = \frac{ml^2}{K} \tag{6}$$

где m – масса звена,

l – длина звена,

K – коэффициент 8 ÷ 10

4. Определение сил действующих на механизм двухступенчатого компрессора

(рис. 6)

Дано: 1. Ход поршней $S = 0,7$ м.

2. Диаметр 1-го поршня $Д_1 = 256$ мм.

3. Длина шатунов $\ell = 1,52$ м.

4. Расстояние AS до центра тяжести шатуна – 0,53 м.

5. Давление во 2-ом цилиндре $P_{II} = 9\ кГ/см^2$.

6. Давление в 1-ом цилиндре $P_I = 3,5\ кГ/см^2$.

7. $\frac{G}{\ell} = 20$ кг – вес 1 погонного метра шатуна.

8. $\frac{G}{\ell} = 0,6\ кГ/см$ – вес поршней.

9. $\rho^2 = 0,17\ell^2$ – радиус инерции шатуна.

10. $\frac{P_I}{P_{II}} = \frac{Д_2^2}{Д_1^2}$

11. Число оборотов кривошипа -140 об/мин.

12. $\mu_p = 0,1\ кГ/см^2$ – для диаграммы.

Решение:

Определим недостающие данные:

а) диаметр 2-го поршня:

$$\frac{P_I}{P_{II}} = \frac{Д_2^2}{Д_1^2} \longrightarrow Д_2 = \sqrt{\frac{P_I \cdot Д_1^2}{P_{II}}}$$

$$Д_2 = \sqrt{\frac{3,5 \cdot 256^2}{9}} = 160 \text{ мм.}$$

б) вес шатунов:

$$\frac{G}{\ell} = 20 \longrightarrow G = \ell \cdot 20 = 1,52 \cdot 20 = 30,4 \text{ кг.}$$

в) вес поршней:

$G_1 = 0,6 \cdot Д_1 = 0,6 \cdot 25,6 = 15,4$ кг;

$G_2 = 0,6 \cdot Д_2 = 0,6 \cdot 16 = 9,6$ кг.

<u>Кинематическая схема механизма.</u>

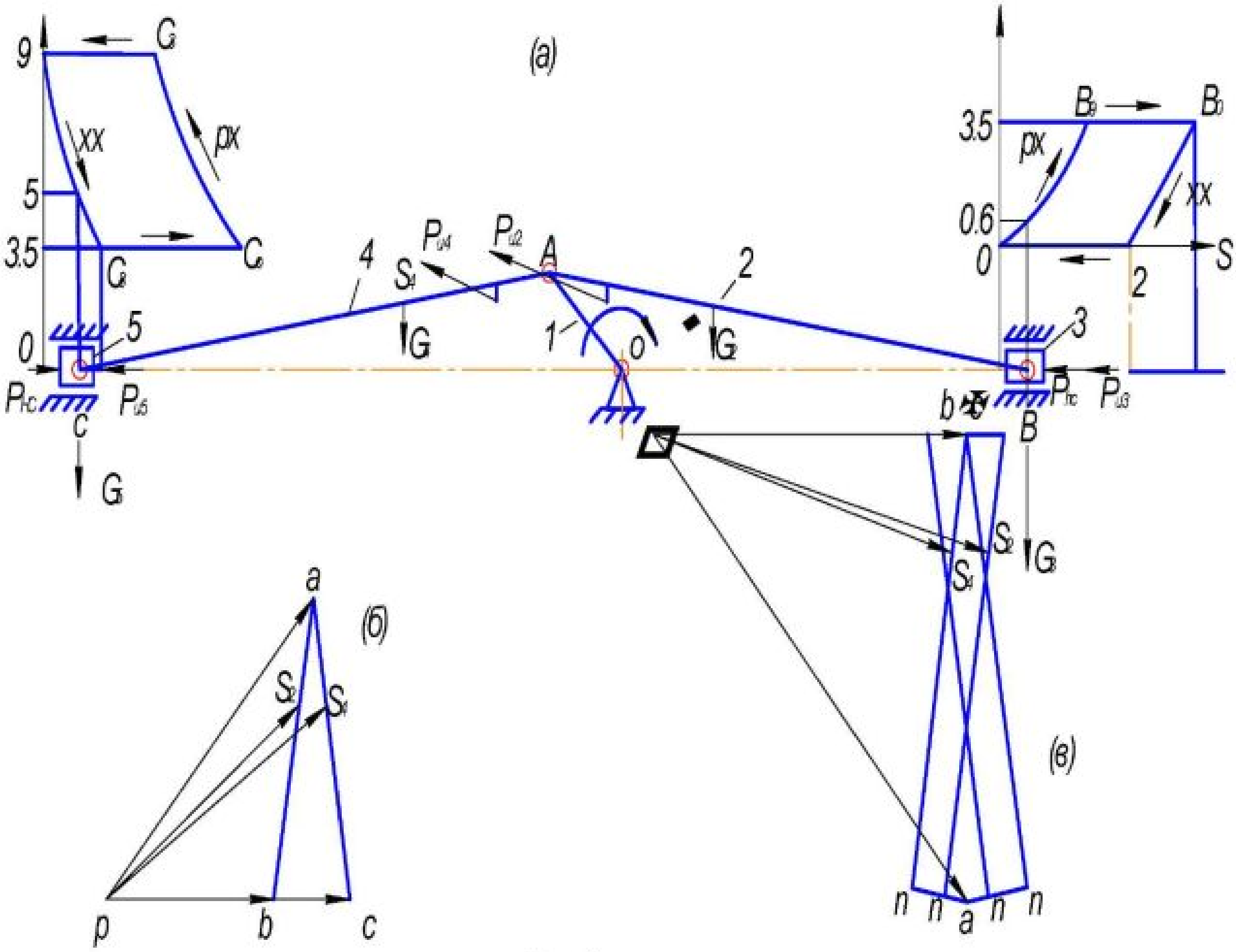


Рис. 6

II. Определение давления P рабочих газов на поршни.

Поршень компрессора находится под действием силы P, равной:

$P^{I} = P_i^{I} \cdot F_I$

$P^{II} = P_i^{II} \cdot F_{II}$

где P_i^{I} – индикаторное давление газов:

$P_i^{I} = У_1 \cdot \mu_p$

$У_1$ – ордината индикаторной диаграммы, измеренная от начала координат до кривой изменения давления;

μ_P – масштабный коэффициент индикаторной диаграммы;

F – площадь поперечного сечения поршня.

В принятом положении механизма поршень первой ступени совершает холостой ход, в то время как поршень второй ступени совершает рабочий ход.

$У_2 = 50мм$ $P_i^{II} = У_2 \cdot \mu_P = 50 \cdot 0{,}1 = 5\dfrac{кг}{см^2}$

$У_1 = 6мм$ $P_i^{I} = У_1 \cdot \mu_P = 6 \cdot 0{,}1 = 0{,}6\dfrac{кг}{см^2}$

Площадь поперечного сечения поршней:

$$F_I = \frac{\pi \cdot Д_1^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 25{,}6^2}{4} = 540 \text{ см}^2$$

$$F_{II} = \frac{\pi \cdot Д_2^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 16^2}{4} = 200 \text{ см}^2$$

Сила, которую должны преодолеть поршни (сила полезного сопротивления):

$$P_{ПC_1} = P_i^I \cdot F_I = 0{,}6 \cdot 540 = 324 \frac{кг}{см^2}$$

$$P_{ПC_2} = P_i^{II} \cdot F_{II} = 5 \cdot 200 = 1000 \frac{кг}{см^2}.$$

III. Сила инерции:

а) Сила инерции шатуна 4:

$$P_{u_4} = -ь_4 \cdot a_{S_4} = -\overline{m}_4 \cdot \overline{a}_{S_4} \cdot \mu_a = -\frac{G_4}{g} \cdot \overline{\pi S_4} \cdot \mu_a =$$

$$= -\frac{30{,}4}{9{,}8} \cdot 72{,}5 \cdot 0{,}72 = -161{,}5 \; кг;$$

б) Сила инерции шатуна 2:

$$P_{u_2} = -m_2 \cdot a_{S_2} = -\overline{m}_2 \cdot \overline{a}_{S_2} \cdot \mu_a = -\frac{G_2}{g} \cdot \overline{\pi S_2} \cdot \mu_a =$$

$$= -\frac{30{,}4}{9{,}8} \cdot 81{,}2 \cdot 0{,}72 = -181 \; кг;$$

в) Сила инерции поршня 3:

$$P_{u_3} = -m_3 \cdot a_B = -\overline{m}_3 \cdot \overline{a}_B \cdot \mu_a = -\frac{G_3}{g} \cdot \overline{\pi b} \cdot \mu_a =$$

$$= -\frac{15{,}4}{9{,}8} \cdot 74 \cdot 0{,}72 = -84 \; кг;$$

г) Сила инерции поршня 5:

$$P_{u_5} = -\frac{G_5}{g} \cdot \overline{\pi b} \cdot \mu_a = -\frac{9{,}6}{9{,}8} \cdot 74 \cdot 0{,}72 = -52{,}2 \; кг;$$

д) Силу инерции кривошипа не определяем, т.к. центр масс его находится на оси вращения. Момент пары сил инерции $M = -У_S \cdot \varepsilon_{AB}$ так же равен нулю, поскольку нами принято:

$\omega_{AB} = \text{const} \quad \varepsilon = 0$

е) Момент пары сил поршней равен нулю, т.к. поршни совершают поступательное движение: $\varepsilon = 0; M_u = 0.$

Результирующая сила инерции P_{u_2} шатуна проходит через полюс инерции T шатуна, положение которого определяем так: (рис.25,а) Приняв точку C за точку подвеса шатуна AC, определяем центр качания K_0, для чего в точку S_4 восстанавливаем перпендикуляр S_4N, через конечную точку которого перпендикулярно CN проводим линию NK_o до пересечения с осью CS.

Длина отрезка:

$$\overline{SN} = \frac{\rho_S}{\mu_\ell} = \frac{0,625}{0,015} = 41,6 \text{ мм}$$

где $\rho_S = \sqrt{0,17\ell^2} = 0,625 -$ радиус инерции шатуна,

$\mu_\ell = 0,015$ м/мм – масштабный коэффициент кинематической схемы.

Полюс инерции T будет расположен на пересечении прямых, параллельных ускорениям $\overline{a}_B$ и $\overline{a}_{S_B}$, проведенных соответственно через точки S и K_o; $ST /// \pi b$; $K_o T // bS$. В полюсе прикладываем результирующую силу инерции $P_{и_2}$

5. Определение сил действующих на кулачковый механизм

(рис. 7)

Дано: $n_1 = 230$ об/мин, $P_{ПС} = 10$ кг, $r_{min} = 50$ мм, $r_{рол} = 15$ мм, вес кулачка $G_1 = 8,65$ кг, G_3 – вес толкателя = 2,1 кг.

Замыкание кулачка с роликом толкателя считать кинематическим.

Решение:

Чтобы найти направление и величину равнодействующей силы инерции $P_{и_1}$, действующей на кулачок, необходимо знать величину и направление полного ускорения центра тяжести S_1 кулачка.

В соответствии с заданием кулачок вращается с постоянной угловой скоростью ω_1; $\varepsilon = 0$.

Следовательно, полное ускорение центра тяжести S_1 равно нормальному ускорению, т.е.

$$a_{S_1} = a_{S_1}^n = \omega_1^2 \cdot BS_1 = 24^2 \cdot 0,015 = 9,2 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

где

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 213}{30} = 24 \text{ сек}^{-1}$$

Сила инерции кулачка:

$$P_{и_1} = -m_1 \cdot a_{S_1} = -\frac{8,65}{9,8} \cdot 9,2 = 8,1 \text{ кг}$$

При определении ролик и коромысло рассматривается как одно целое.

Полное ускорение центра тяжести коромысла можно найти графически как:

$$\overline{a}_{S_3} = \overline{a}_{S_3}^n + \overline{a}_{S_3}^\tau$$

где $a_{S_3}^n -$ нормальное ускорение центра тяжести коромысла.

$a_{S_3}^n = \omega_3^2 \cdot AS_3$; ω_3 найдем, пользуясь диаграммой $\frac{d\beta}{d\varphi}$ на втором листе:

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = \frac{d\beta}{d\varphi} \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{d\beta}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = u_{31}$$

где $\beta -$ угол поворота коромысла,

φ — угол поворота кулачка.

Для 10-го положения имеем: $u_{31} = \frac{d\beta}{d\varphi} \cdot \mu \frac{d\beta}{d\varphi} = 1,3$ т.е.

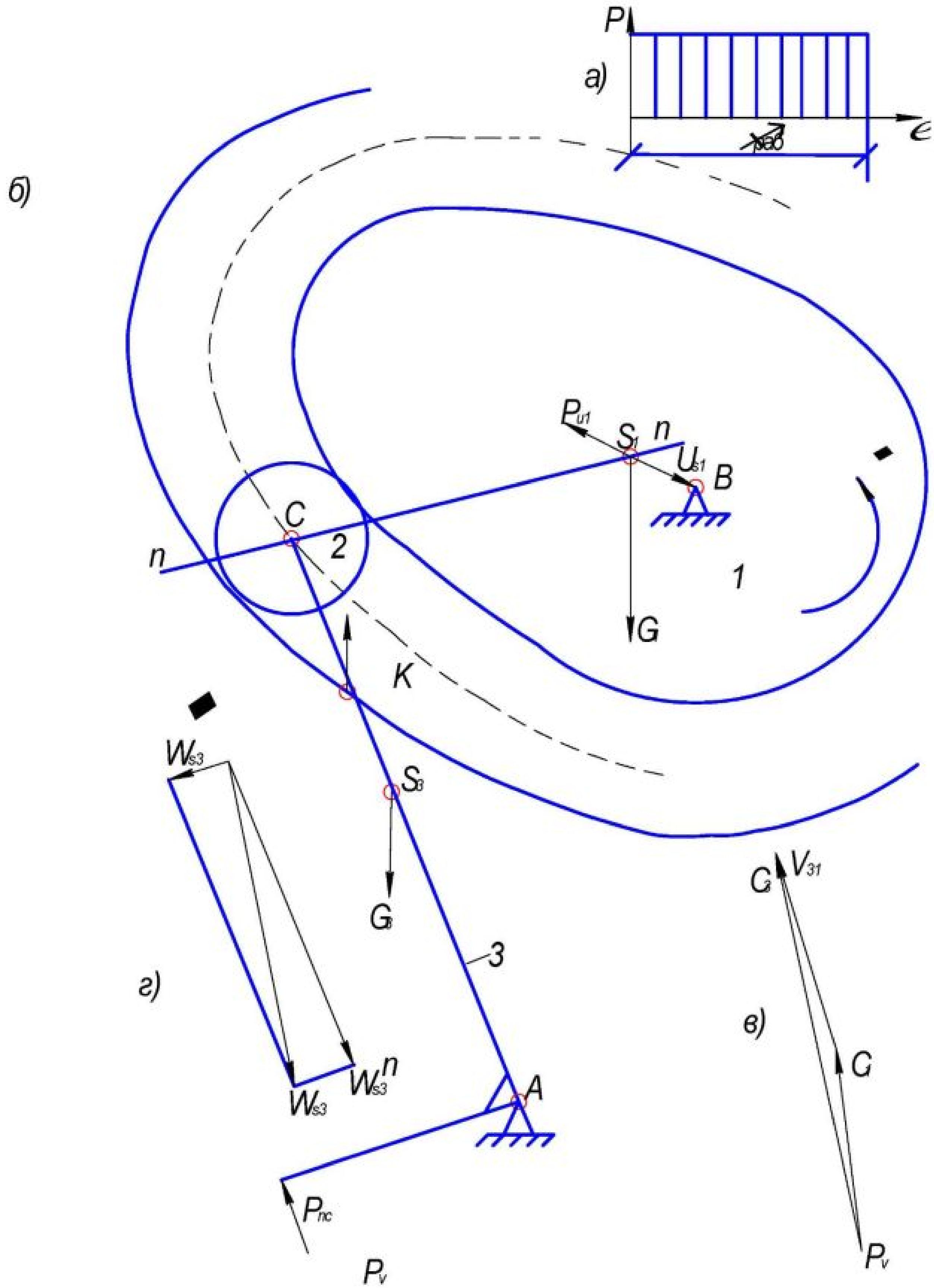


Рис. 7

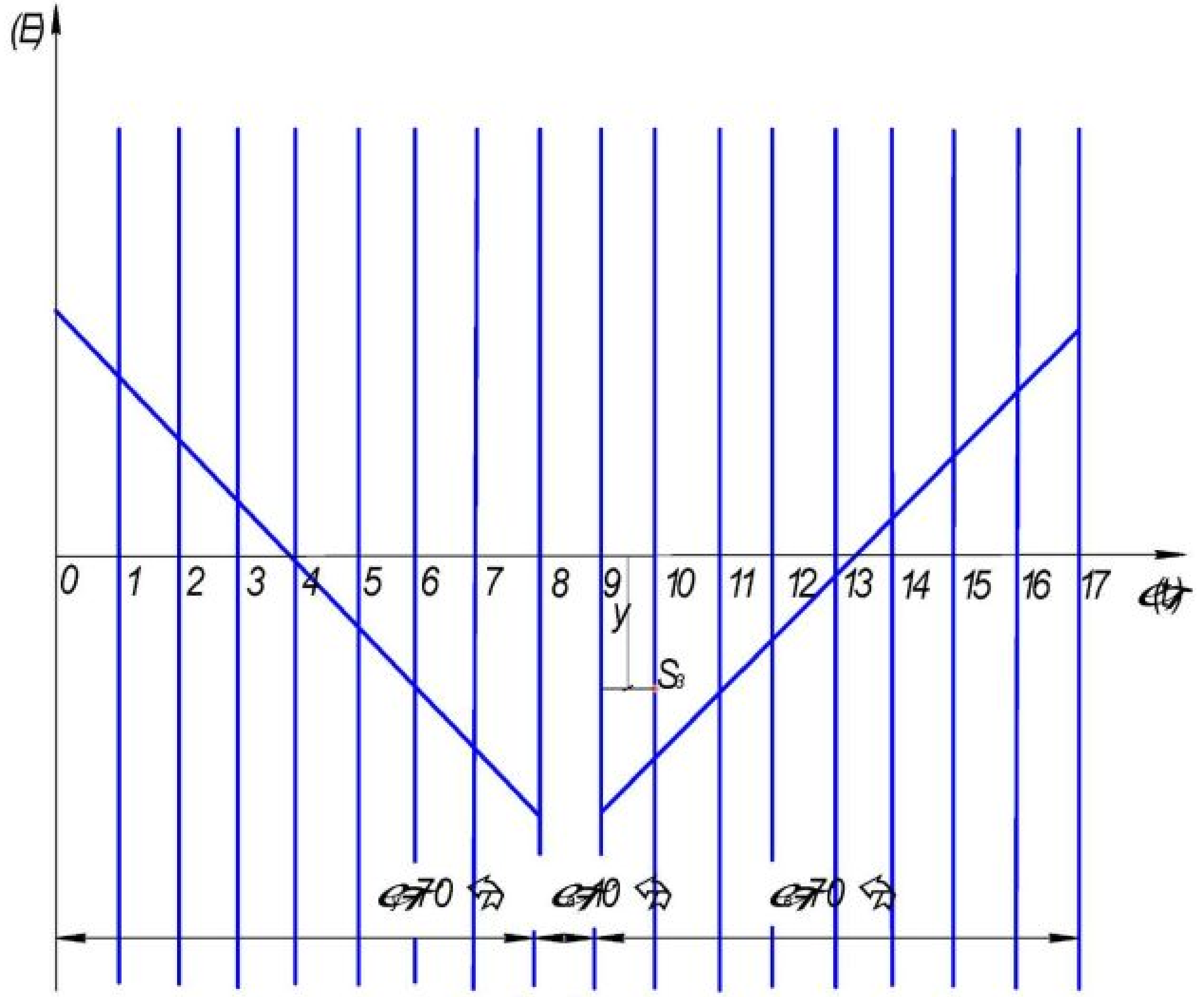


Рис. 8

$$\omega_3 = \omega_1 \cdot 1{,}3 = 24 \cdot 1{,}3 = 31{,}2\ сек^{-1}$$

Тогда $$a^n_{S_3} = \omega_3^2 \cdot AS_3 = 31{,}2^2 \cdot 0{,}075 = 73\ \frac{м}{сек^2}$$

$$a^\tau_{S_3} = y \cdot \mu$$

y − ордината на графике

μ^τ_a − масштабный коэффициент касательного ускорения:

$$\mu^\tau_a = \mu_\varepsilon \cdot AC;\ \mu_\varepsilon = \mu \frac{d^2\beta}{d\varphi^2} \cdot \omega_1^2 = 0{,}0094 \cdot 24^2 = 54\ \frac{сек^{-2}}{мм}$$

$$\mu^\tau_a = 5{,}4 \cdot 0{,}135 = 0{,}73\ \frac{м}{сек^2}\frac{1}{мм}$$

Тогда $$a^\tau_{S_3} = y \cdot \mu^\tau_a = 19 \cdot 0{,}73 \cdot 0{,}73 = 14\ \frac{м}{сек}$$

И совпадает по направлению со скоростью точки S_3. Полное ускорение точки S_3 толкателя определяется: $\overline{a}_{S_3} = \overline{a}^n_{S_3} + \overline{a}^\tau_{S_3}$. Решение этого уравнения векторного дано на (рис.7, г).

$a_{S_3} = 73{,}7\ м/сек^2$.

Тогда

$$P_{u_3} = -m_S \cdot a_{S_3} = -\frac{2{,}1}{9{,}8} \cdot 73{,}6 = 6\ кг.$$

Момент инерции J_{S_3} коромысла приблизительно можно подсчитать по формуле:

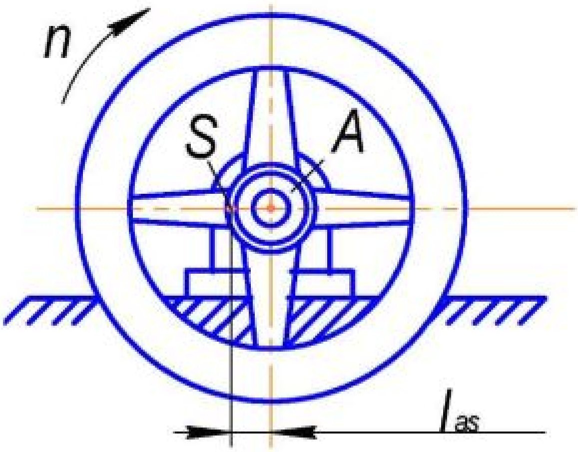
$$J_{S_3} = \frac{m_S \cdot \ell^2}{k} = \frac{2{,}1 \cdot 0{,}135^2}{9{,}8 \cdot 10} = 0{,}000386\ кгмсек^2$$

Силу полезного сопротивления находим по диаграмме $P = f(\varphi)$ (рис.7,а)

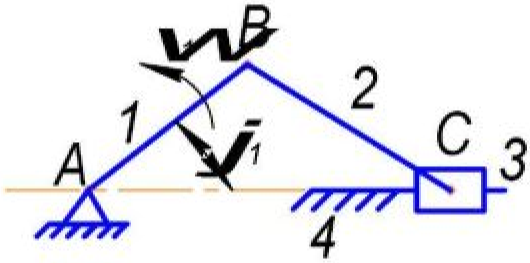
$$P_{ПС} = \overline{P} \cdot \mu_P = 19 \cdot 1 = 19\ кг$$

6. Задачи для самостоятельной работы

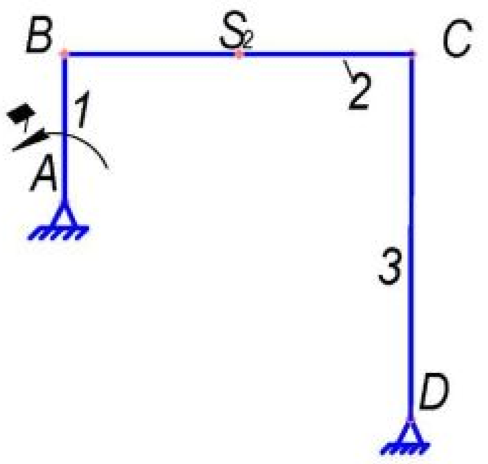
Задача 1. Определить силу инерции Ри махового колеса, вращающегося равномерно со скоростью 600 об/мин. Масса махового колеса равна m=50 кг, его центр масс находится на расстоянии LAS=2 мм от оси вращения А.



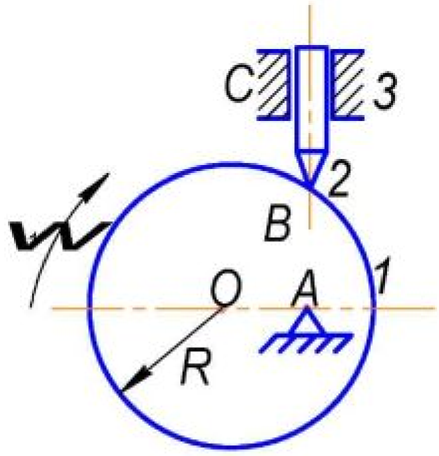
Задача 2. Найти величину, направление и точку приложения силы инерции Ри3 кривошипно-ползунного механизма при положениях его 0°, 30°, 90°, если длина кривошипа равна LAB=50 мм, длина шатуна LBC =200 мм, m=2 кг, угловая скорость ω1=300 сек-1.



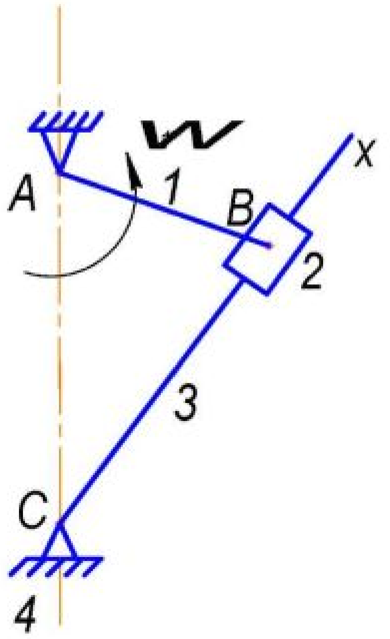
Задача 3. Определить силу инерции шатуна Pu2 , шарнирного четырехзвенника в положении φ1=60° . Найти ее направление и точку приложения. Считать заданными размеры звеньев, массы их, момент инерции Js2 и угловая скорость ω2. Центр масс лежит на середине отрезка BC.



Задача 4. Определить силу инерции толкателя 2 кулачкового механизма в заданном положении. Считать заданными размеры кулачка, массу толкателя, угловую скорость кулачка ω1=const.

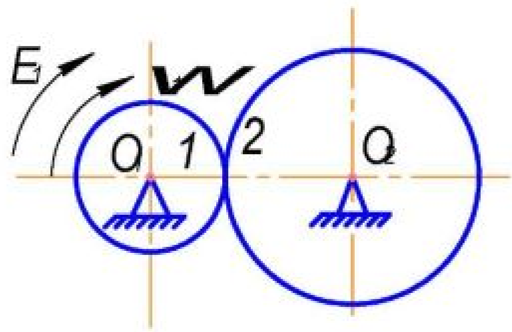


Задача 5. Определить силу инерции кулисы, ее направление и точку приложения если дано: LAB =100 мм, LAC =200 мм. Центр масс кулисы совпадает с центром шарнира C. Момент инерции кулисы Js2=0,2 кгм2, угловая скорость кривошипа ω1=20 сек-1.



Задача 6. Определить инерциальные моменты Mu1 и Mu2 зубчатых колес рядового зацепления, если известно, что первое колесо вращается с угловой скоростью ω1=20 сек-1 и угловым ускорением ε1 =100 сек-2, z1 =20,

z2 =40, центры масс лежат на осях их вращения, Js1=0,1 кгм2, Js2=0,4 кгм 2.



Практическая работа №2.
Силовой анализ механизмов. Определение реакций в кинематических парах

1. Методика кинетостатического расчета

При кинетостатическом расчете механизма необходимо определить реакции в кинематических парах и либо уравновешивающую силу, либо уравновешивающий момент пары сил.

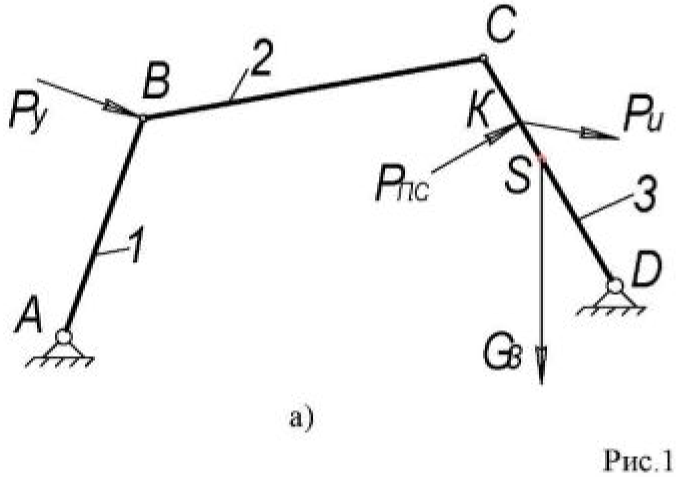
Силовой расчет механизмов будем вести в предположении, что трение в кинематических парах отсутствует и все силы, действующие на механизм, расположены в одной плоскости.

Одним из известных методов силового расчета является метод рассмотрения каждого звена механизма в равновесии. При этом методе механизм расчленяется на отдельные звенья.

Вначале рассматривается равновесие крайнего звена, считая от главного (ведущего), затем равновесие звена, соединенного с крайним, и т.д. Равновесие главного звена рассматривается в последнюю очередь.

Рассматривая отдельно взятое звено в равновесии, необходимо приложить к нему все внешние силы (Рдв, Рп.с., G, Ри) включая реакции связей, с которыми отсоединенные звенья действуют на взятое звено.

Изложим методику расчета на примере четырехзвенного механизма. Вначале рассмотрим в равновесии звено 3 (коромысло), приложив к нему все действующие силы, включая реакции связей. (Рис.1)



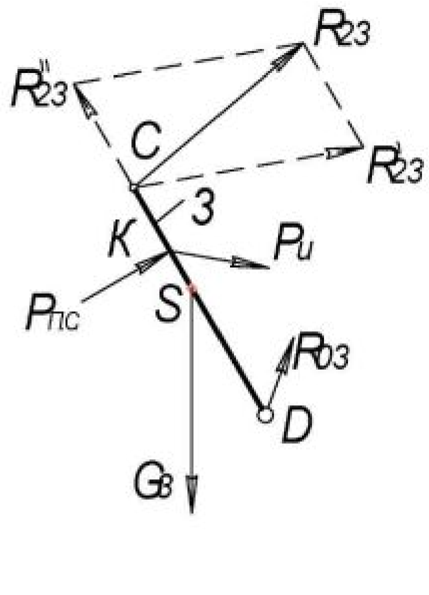


Рис.1

Реакция во вращательной паре “С” неизвестна ни по величине, ни по направлению.

Для определения этой реакции заменяем её двумя составляющими

(рис. 1.б), одну из которых – R'_{23}, направляем по шатуну 2, вторую составляющую R_{23} – R''_{23} – по коромыслу (3).

$$\overline{R_{23}} = \overline{R'_{23}} + \overline{R''_{23}}$$

Величина R'_{23} может быть найдена из условия равновесия рассматриваемого звена.

Звено 3 находится в равновесии под действием следующих сил *РП.С.*; $P_{и_3}$; G_3; R_{03}; R'_{23}; R''_{23}.

Составляем уравнение моментов всех сил относительно точки D

$$\sum M_D(P_i) = 0$$

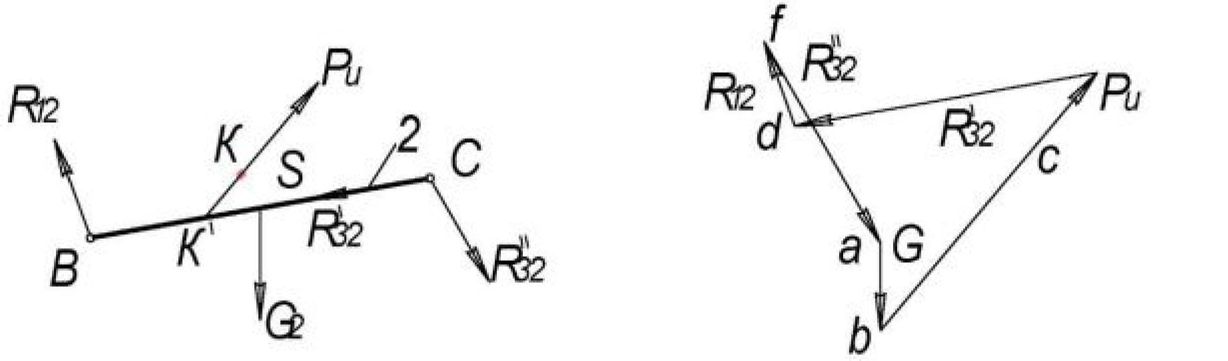
$$-P_{П.С.} \cdot h_{рП.С.} - P_{и_3} \cdot h_{P_и} + G_3 \cdot h_G - R'_{23} \cdot h_{R'_{23}} = 0$$

откуда

$$R'_{23} = \frac{G_3 \cdot h_G - P_{П.С.} \cdot h_{рП.С.} - P_{и_3} \cdot h_{P_и}}{h_{R'_{23}}}$$

Если после определения этой величины она окажется отрицательной, то её направление будет противоположно выбранному направлению.

Составляющую R''_{23} можно найти, рассмотрев в равновесии отдельно взятое звено 2 (рис.2а).



а) б)

Рис. 2

Из условия равновесия звена 2 можно написать

$$\sum M_B(P_i) = 0$$

$$P_{и_2} \cdot h_{P_и} - G_2 \cdot h_{G_2} - R'_{32} \cdot h_{R'_{32}} = 0$$

причем $R'_{32} = -R'_{23}$

$$R'_{32} = \frac{P_{и_2} \cdot h_{P_и} - G_2 \cdot h_{G_2}}{h_{R'_{32}}}$$

Оставшуюся неизвестную реакцию R_{12} можно найти графическим методом, построив план сил этого звена (рис. 2.б).

Уравнение равновесия звена 2 имеет следующий вид:

$$\overline{R_{12}} + \overline{G_2} + \overline{P_{и_2}} + \overline{R'_{32}} + \overline{R''_{32}} = 0$$

Из произвольно выбранного полюса f откладываем в масштабе μ_P силу R''_{32} в виде вектора $\overline{fd}$, к нему геометрически прибавляем вектор $\overline{db}$, изображающий в том же масштабе μ_P силу G и т.д.

Вектор $\overline{df}$ дает нам величину реакции R_{12} в масштабе μ_P.

Далее приступаем к нахождению силы, уравновешивающей механизм.

Для этого рассматриваем в равновесии кривошип АВ. (рис.3).

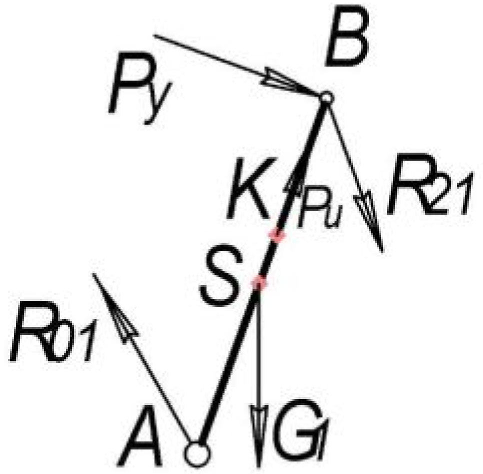


Рис.3.

Кривошип находится под действием силы веса G_1, реакции шатуна 2 на кривошип R_{21}, силу инерции $P_{и_1}$.

Под действием этих сил кривошипы в общем случае не будет находиться в равновесии. Для равновесия необходимо приложить уравновешивающую силу P_y, или уравновешивающий момент M_y.

Этими уравновешивающими силой и моментом являются реактивные силы или момент от двигателя.

Пусть уравновешивающая сила будет направлена по нормали к кривошипу и приложения в точке В. Из условия равновесия звена АВ можно составить уравнение суммы моментов всех сил относительно точки А.

$$\sum M_A(P_i) = 0$$

$$-R_{12} \cdot h_{R_{12}} - G_1 \cdot h_{G_1} - P_y \cdot h_{P_y} = 0$$

откуда

$$P_y = \frac{-R_{12} \cdot h_{R_{12}} - G \cdot h_G}{h_{P_y}};$$

Уравновешивающую силу можно найти также методом, при котором в равновесии рассматривается весь механизм.

Условие равновесия механизма можно выразить следующим уравнением:

$\sum N(P_i) = 0$, т.е.(1)

Сумма мощностей всех сил, приложенных к механизму, с учетом сил инерции и уравновешивающих сил равна нулю.

Мгновенная мощность силы, приложенной в i –той точке пропорциональна моменту этой силы относительно конца вектора повернутой скорости данной точки (рис.4).

$$N_i = \mu_p \cdot \mu_u \cdot \overline{P_i} \cdot h_i \tag{2}$$

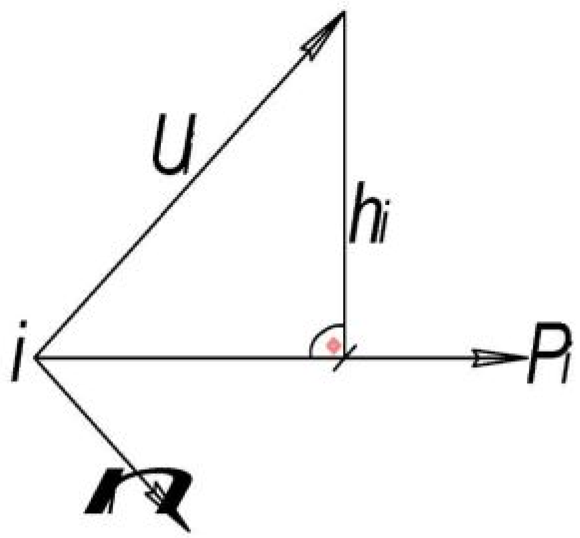


Рис. 4.

Из уравнения равновесия можно найти уравновешивающую силу. Часто удобно находить Ру с помощью вспомогательного рычага Жуковского, когда для механизма построен полярный план скоростей, повернутый на 90°. В последнем случае к концам найденных векторов скоростей следует приложить действующие внешние силы.

После этого, рассматривая повернутый план скоростей как жесткий рычаг, вращающийся вокруг полюса Р можно написать уравнение равновесия рычага в виде суммы моментов сил относительно полюса:

$$\sum M_p(P_i) = 0$$

Уравнение равновесия плана скоростей, рассматриваемого как жесткий рычаг, тождественно уравнению мощностей.

Если к звеньям механизма кроме сил приложен еще и момент М (рис.5), то его можно рассматривать как пару сил, составляющая которой равна:

$$P = \frac{\mu}{l_{AB}} \tag{3}$$

Найденные силы Р прикладываются в соответствующих изображающих точках плана скоростей.

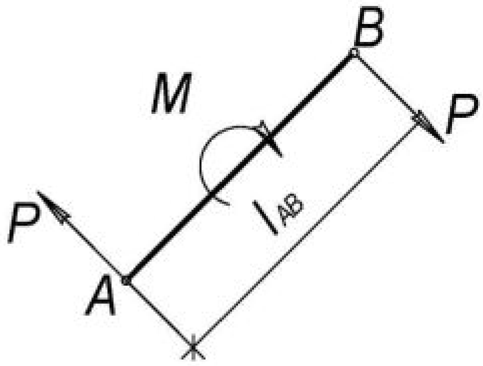


Рис. 5

2. Определение реакций в кинематических парах на примере механизма двухступенчатого компрессора.

Необходимые исходные данные берем из примера рассмотренного нами на практическом занятии №1.

I. Определение реакций в кинематических парах.

Определение реакций в кинематических парах начинаем с рассмотрения равновесия группы 4–5: шатун AC – поршень C. На звенья этой группы действуют силы: сила полезного сопротивления $P_{ПС}$; силы тяжести G_5 и G_4; результирующие силы инерции $P_{и4}$ и $P_{и5}$; давление R_{05} направляющей на поршень и давление кривошипа на шатун R'_A (рис.6,а).

Условие равновесия группы выражается следующим образом:

$$\overline{R}'_A + \overline{P}_{и_4} + \overline{G}_4 + \overline{G}_5 + \overline{R}_{05} + \overline{P}_{ПС} + \overline{P}_{и_5} = 0$$

Так как в данном уравнении три неизвестных, а именно величина R_{05}; величина и линия действия силы R_A, то для определения R_{05} составим сумму моментов относительно точки A:

$$\sum M_A = 0;$$

$$P_{и_4} \cdot h_1 - G_5 \cdot h_3 - P_{ПС} \cdot h_4 + R_{05} \cdot h_3 + P_{и_5} \cdot h_4 = 0$$

Плечи h находим опуская перпендикуляр из точки A на силу (или на продолжение силы):

$$R_{05} = \frac{G_4 \cdot h_2 + G_5 \cdot h_3 + P_{ПС} \cdot h_4 - P_{и_5} \cdot h_4 - P_{и_4} \cdot h_1}{h_3}$$

$R_{05} = 151$ кг.

Для определения реакции кривошипа на шатун разложим R_A на две составляющие R'_A и R''_A. Составляющую R''_A найдем из равновесия группы 4–5 построив план сил (рис.6,б). Силы $P_{ПС}$ и $P_{и_5}$ действуют по одной линии. Для облегчения построения силового многоугольника найдем их равнодействующую R_ρ (рис.6,г):

$$\overline{R}_\rho = \overline{P}_{ПС} + \overline{P}_{и_5}$$

$$R_\rho = 1000 - 52{,}2 = 947{,}8 \text{ кг}$$

Силы R_{05}, а так же вес поршня и шатуна действуют по одной линии. Найдем равнодействующую этих сил:

$$\overline{R} = \overline{G}_5 + \overline{G}_4 + \overline{R}_{05}$$

$R = 151 - 9{,}6 - 30{,}4 = 111$ кг

Строим силовой многоугольник в масштабе: $\mu_p = 8$ кГ/мм (рис.6,б)

Из многоугольника сил находим:

$R'_A = 808$ кг

Для определения силы действия шатуна 4 на поршень 5 рассмотрим в равновесии поршень 5 (рис.6,в). Реакцию шатуна на поршень разложим на 2 составляющие:

$$\overline{R}_{54} = \overline{R}^n_{54} + \overline{R}^t_{54}$$

R^n_{54} – действует по шатуну,

R^t_{54} – перпендикулярно шатуну.

Строим силовой многоугольник и находим R^n_{54} и R^t_{54} (рис.6,г):

$R^{n}_{54} = 940$ кг $\qquad R^{t}_{54} = 15$ кг

Теперь перейдем к рассмотрению группы 2–3. Реакцию находим из уравнения моментов относительно точки А (рис.7,а).

$$P_{u_2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 - R_{03} \cdot h_3 + G_3 \cdot h_3 + \left(P_{ПС} + P_{u_3}\right) \cdot h_4 = 0$$

$$R_{03} = \frac{P_{u_2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 + G_3 \cdot h_3 + \left(P_{ПС} + P_{u_3}\right) \cdot h_4}{h_3} = 89,5 \text{ кг}$$

Для нахождения второй составляющей R''_A строим многоугольник сил в масштабе: $\mu_\rho = 3$ кГ/мм (рис.7,б)

$R''_A = 590$ кг

Для определения силы R_{32} рассмотрим в равновесии поршень 3. Силу R_{32} разложим на 2 составляющие:

$\overline{R}_{32} = \overline{R}^{n}_{32} + \overline{R}^{t}_{32}$

R^{n}_{32} – направлена по шатуну,

R^{t}_{32} – перпендикулярно шатуну.

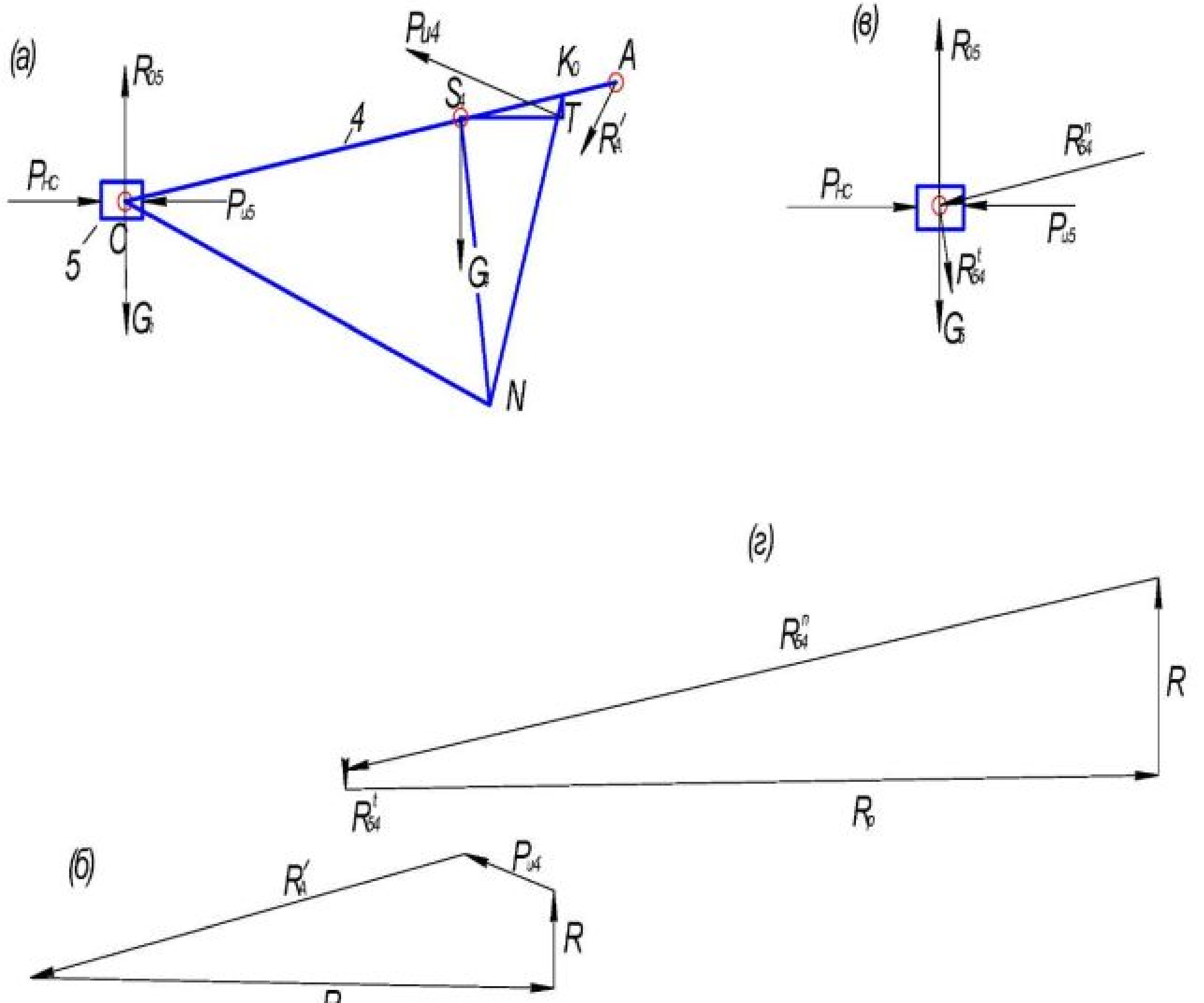


Рис. 6

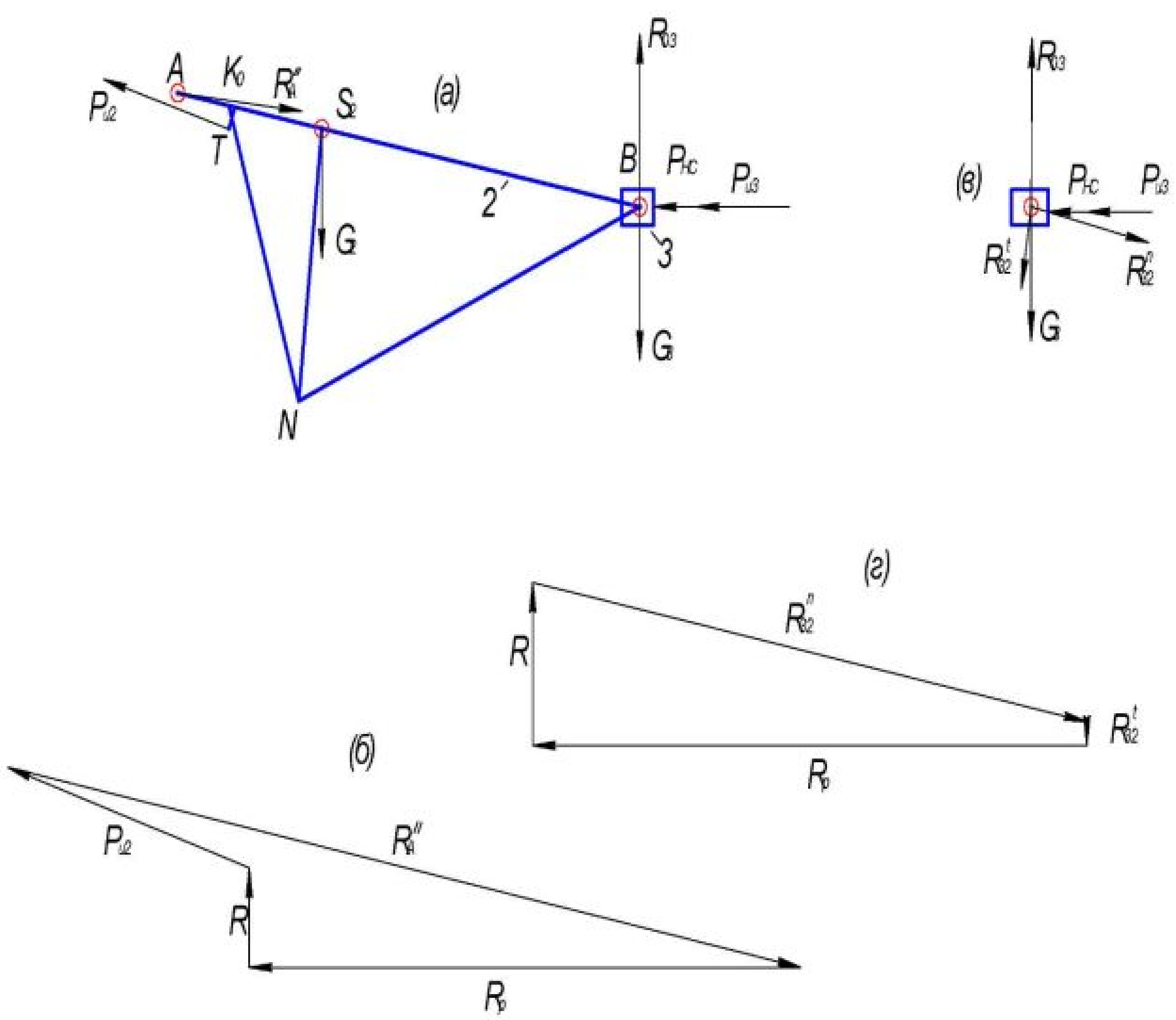


Рис.7

Строим силовой многоугольник в масштабе $\mu_{\rho} = 3\ кг/мм$ (рис.7,г), предварительно заменив силы $P_{ПС}$ и $P_{и_3}$, а так же силы P_{03} и G_3 равнодействующими:

$$R_P = P_и + P_{ПС} = 84 + 324 = 408\ кг$$

$$R = R_{03} - G_3 = 89,5 - 15,4 = 74,1\ кг$$

Из многоугольника сил находим R_{32}^{n} и R_{32}^{t}:

$$R_{32}^{n} = 414\ кг \qquad R_{32}^{t} = 9\ кг$$

II. Определение уравновешивающей силы.

Определив все силы, приложенные к механизму, приступаем к определению уравновешивающей силы P_y двумя методами:

а) Рассмотрим кривошип ОА находящийся в равновесии (рис.8,а). Весом кривошипа пренебрегаем. Уравнение равновесия кривошипа имеет следующий вид:

$$\overline{P}_y + \overline{R}'_A + \overline{R}''_A + \overline{R}_{01} = 0$$

Для нахождения P_y рассмотрим уравнение моментов сил относительно точки 0.

$$\sum M_0(P_i)=0$$

$$P_y \cdot OA + R''_A \cdot h_1 - R'_A \cdot h_2 = 0$$

$$P_y = \frac{R'_A \cdot h_2 - R''_A \cdot h_1}{OA} = 316\ кг$$

$P_у = 316$ кг

Для определения P_{01} строим план сил в масштабе $\mu_p = 8$ кг/мм (рис.8,б)

$R_{01} = 16$ кг.

б) Определим уравновешивающую силу P_y механизма, используя теорему Жуковского. Для этого на план скоростей (рис.8,б) в изображающие точки переносим все заданные силы, повернутые на 90^0 в одном направлении (рис.8,в). Из условия равновесия плана скоростей, как "жесткого рычага", определяем уравновешивающую силу; последнюю прикладываем в точке а, считая её как бы приложенной в точке А кривошипа, и направляем её перпендикулярно линии кривошипа ОА.

Таким образом:

$$\sum M_P(P_i)=0$$

$$P'_y \cdot \overline{PQ} + P_{и_2} \cdot h_1 + P_{и_4} \cdot h_2 + (G_2 + G_4) \cdot h_3 - P_{ПС} \cdot \overline{PC} +$$
$$+ P_{и_5} \cdot \overline{PC} + (P_{AC} + P_{и_3})\overline{Pb} = 0$$

Рычаг Жуковского.

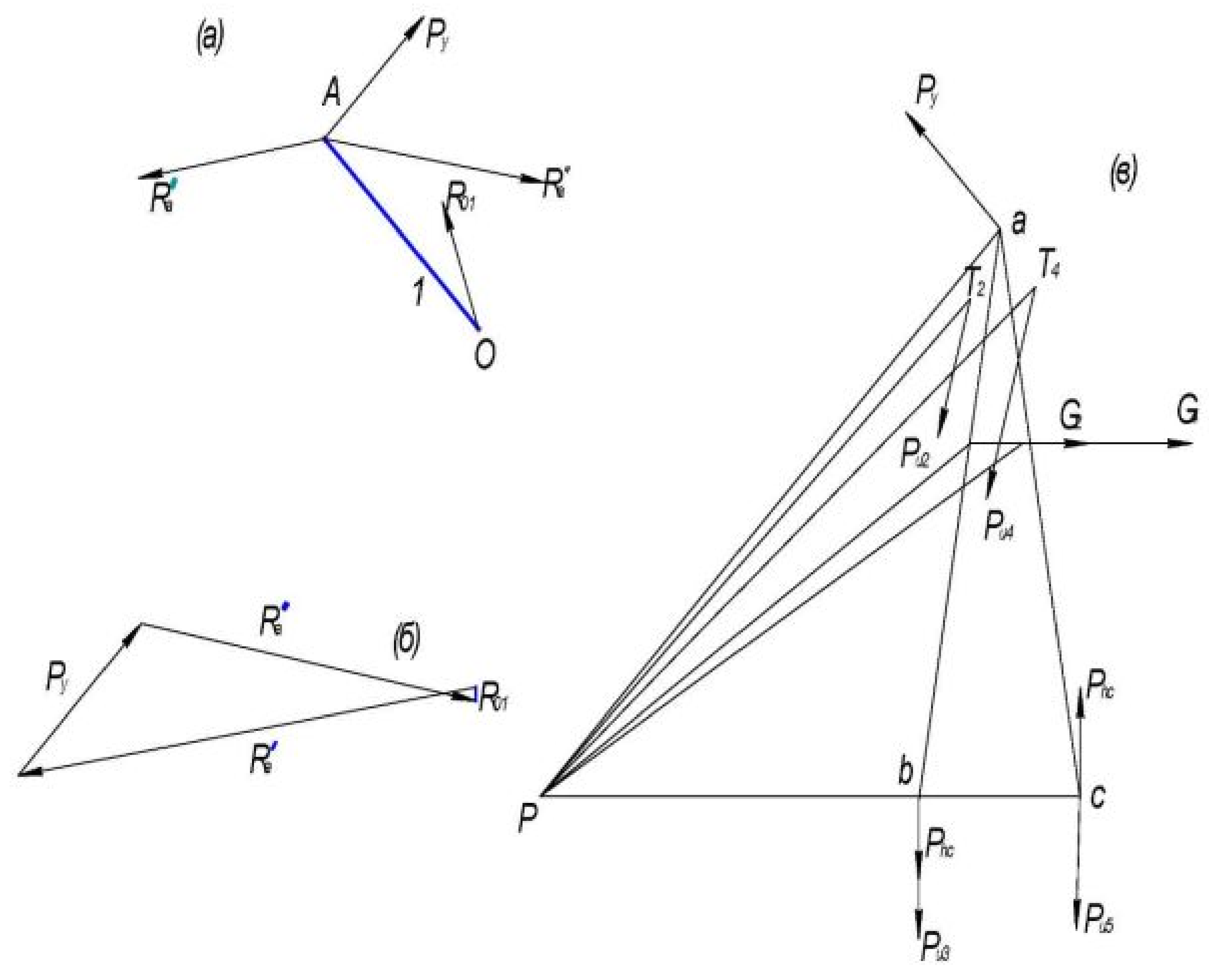


Рис.8

$$P'_y = \frac{P_{ПС} \cdot \overline{PC} - P_{u_2} \cdot h_1 - P_{u_4} \cdot h_2 - \left(G_2 + G_4\right) \cdot h_3 - P_{u_5} \cdot \overline{PC} - \left(P_{AC} + P_{u_3}\right)\overline{Pb}}{\overline{PQ}} \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$P'_y = 336$ кг. Сопоставляя полученные по первому и второму способам значения P_y, получим величину расхождения:

$$\Delta = \frac{P'_y - P_y}{P'_y} \cdot 100\%$$

$$\Delta = 5{,}9\%$$

3. Определение реакций в кинематических парах действующих на кулачковый механизм

(рис. 9)

Необходимые исходные данные берем из примера рассмотренного нами на практическом занятии №1.

Требуется определить величину реакций: R_{13}; R_{03}; R_{31}; R_{01} и их направление без учета сил трения.

Предварительные расчеты: определение сил инерций кулачка и коромысла, а также силу полезного сопротивления мы произвели на практическом занятии №1, откуда и возьмем необходимые данные.

Решение:

Для определения величины R_{13} используем условие равновесие звена 3:

$$\sum M_A = 0$$ (рис. 10,в)

$$R_{13} = \frac{P_{u_3} \cdot h_{P_{u3}} - G_3 \cdot h_c + P_{ИС} \cdot h_{P_{uC}}}{h_R} = \frac{16 \cdot 20 - 2{,}1 \cdot 26 + 19 \cdot 52}{130};$$

$R_{13} = 9{,}85$ кг.

Зная направление реакции R_{13}, можем построить силовой многоугольник (рис. 10,г) в масштабе и из него определить направление и величину $R_{03} = 34$ кг.

По третьему закону Ньютона $\overline{R}_{13} = -\overline{R}_{31} = 9{,}85$ кг (рис. 10,а).

Строим силовой многоугольник (рис.10,б) и из него определяем направление и величину R_{01}.

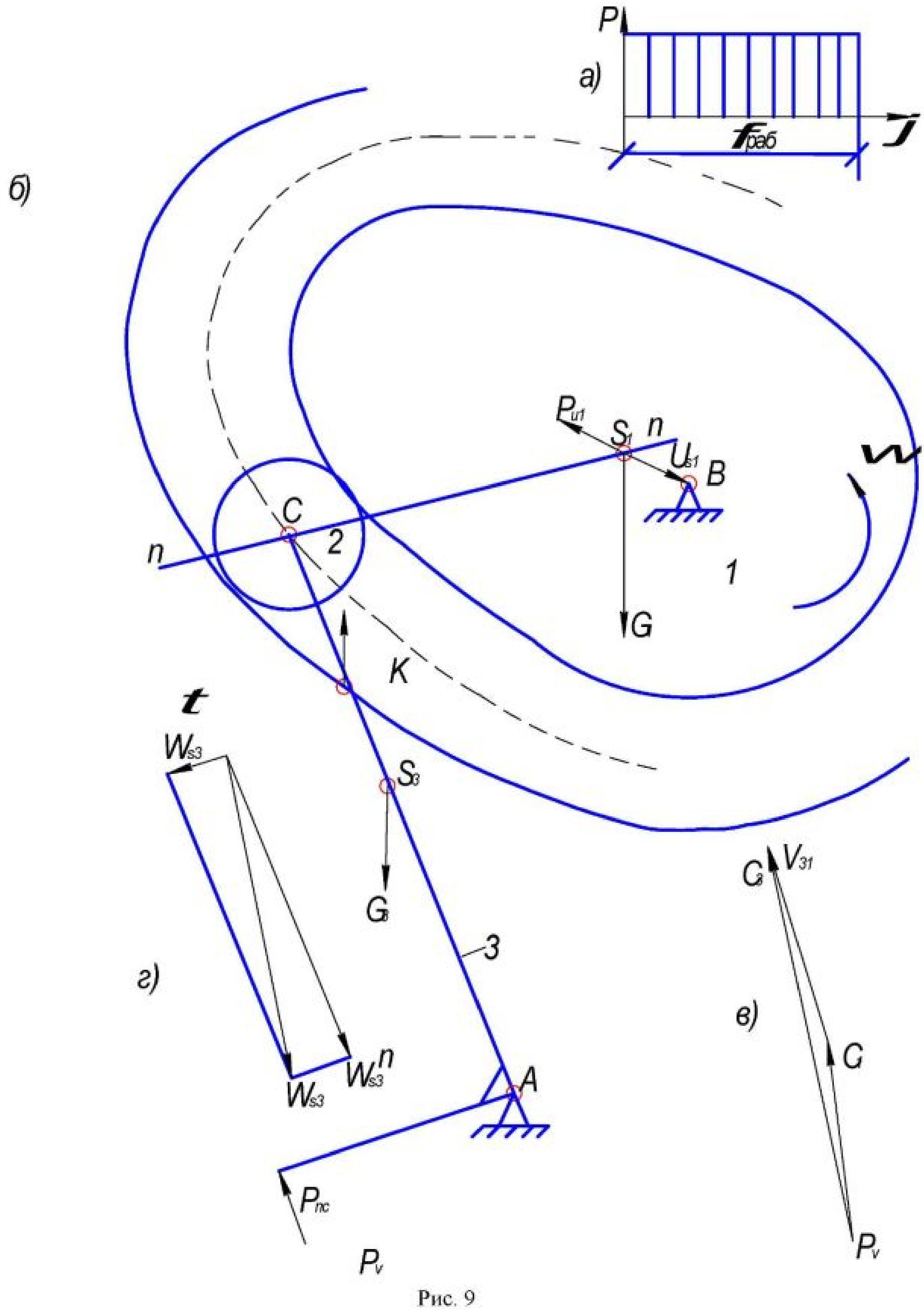

P
а)
$f_{раб}$
j
б)
P_{u1}
S_1
n
U_{s1}
B
w
C
2
n
1
G
K
t
W_{s3}
S_3
G_3
3
г)
в)
C_3
V_{31}
C
W_{s3}^n
W_{s3}
A
$P_{пс}$
P_v
P_v

Рис. 9

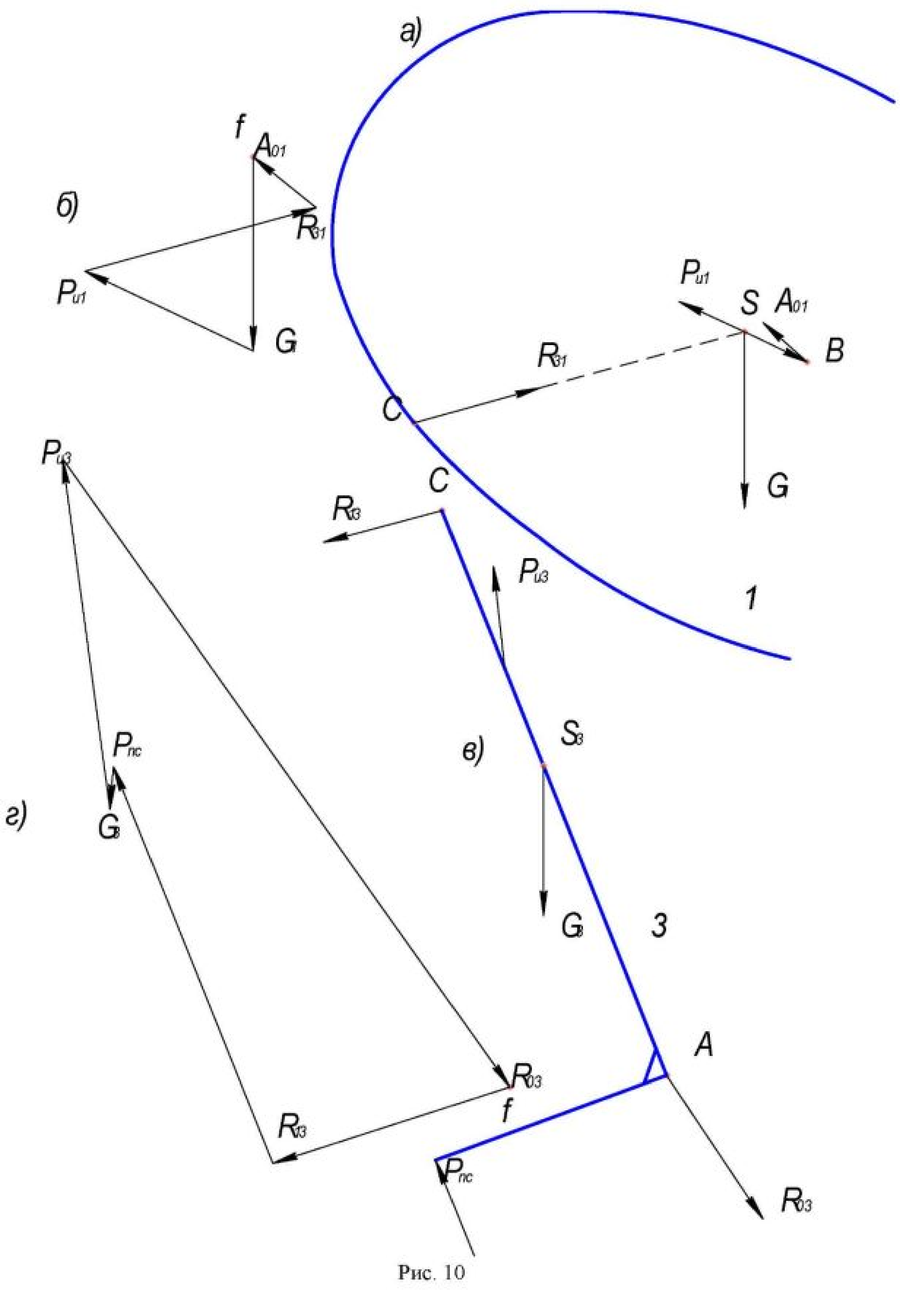
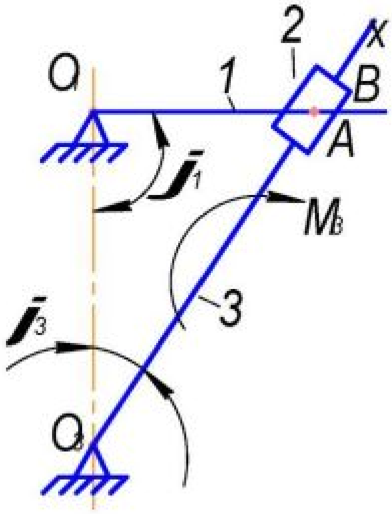


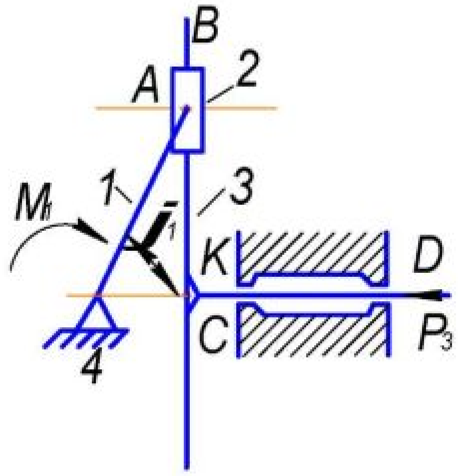
Рис. 10

4. Задачи для самостоятельной работы

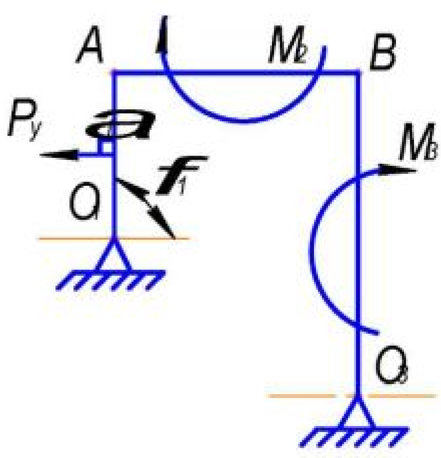
Задача 1. Определить реакции в кинематических парах кулисного механизма и величину уравновешивающего момента, если известны размеры звеньев, массы, Js2 , ω1=const..



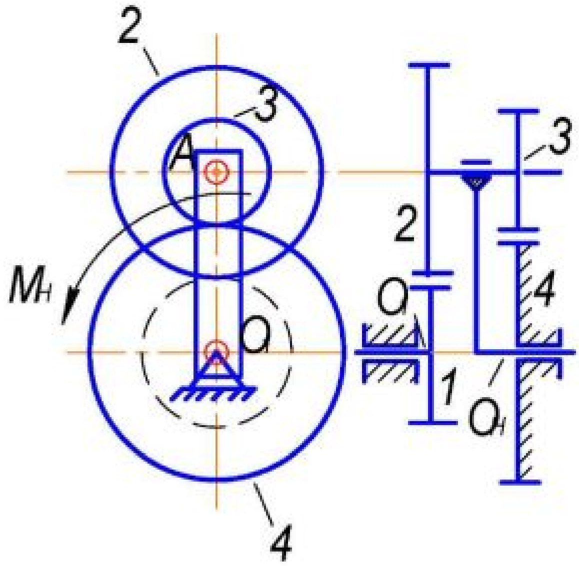
Задача 2. Определить реакции в кинематических парах и величину уравновешивающего момента М для положения φ1=45°.



Задача 3. Определить уравновешивающий момент M_y, приложенный к кривошипу O1A, используя рычаг Жуковского. Дано: O1A=0,1 м, A1B=BO3=0,2 м, M_3=40 кгм, G2=10 кг, G3=15 кг, w_1=20 сек-1.



Задача 4. Определить реакцию в кинематической паре A планетарного механизма и приложенный к колесу 1 уравновешивающий момент MУ, если водило H находится под воздействием момента MH = 40 кгм, m12 = 5 мм, m43= 8 мм, Z1=28, Z2=84, Z3=20, Z4=50, α0 =20°.



Практическая работа № 3

1. Кинетостатический анализ механизмов с учетом сил трения

Выполненный в первой части (практические работы № 1,2) расчет без учета трения дает значения реакций в кинематических парах механизма в первом приближении. Определение же сил с учетом трения является дальнейшим уточнением и проводится обычно (и в нашем случае) методом последовательного приближения. Для выполнения второго приближения задаются значения коэффициентов трения скольжения во всех парах и диаметры цапф вращательных пар. Методика расчета механизма с учетом и без учета трения одна и та же. Разница только в том, что силы реакций в поступательных парах отклоняются от своих прежних нормалей на угол трения и направлены против вектора скорости поступательной пары. Во вращательных – линиях их действия пройдет касательно к кругам трения, эти реакции можно заменить реакцией приложенной в центре шарнира, при этом нужно приложить к данному шарниру момент трения определяемого по формуле:

$$M^T = R \cdot r \qquad (1)$$

где r – радиус трения, определяемый по формуле:

$$r = \frac{D_y}{2} \cdot \sin\rho \qquad (2)$$

где Dy – диаметр цапф,

ρ - угол трения.

R в формуле (1) – это реакция в данном шарнире, полученная в первой части, без учета сил трения. Направление момента противоположно угловой скорости звена относительно данного шарнира.

2. Кинетостатическое исследование механизма двухступенчатого компрессора с учетом сил трения

Необходимые исходные данные берем из примера рассмотренного нами на практическом занятии №2(рис. 6,7,8).

Принимаем диаметр цапф:

$$D_y = D_A = D_B = D_C = 40\ \text{мм}\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Угол трения: $\rho - 8°$.

Решение:

I. Вычерчиваем отдельно звено 4 (шатун) с векторами всех сил, действующих на **него**, включая реакции. Рассмотрим равновесие шатуна (рис.1,а):

$$\sum M_A = 0;$$

$$-M_{41}^T - P_{u_2} \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 - M_{45}^T + R_{45}^n \cdot h_3 = 0$$

где

$$M_{41}^T = R'_A \cdot r; \quad M_C^T = R_C \cdot r; \quad r_1 = \frac{D_y}{2}\sin\rho = 2{,}8\ мм$$

$$R_{45}^n = \frac{R'_A \cdot r_1 + P_{u_u} \cdot h_1 - G_4 \cdot h_2 + R_C \cdot r_1}{h_3} = 330\ \text{кг}$$

II. Строим многоугольник сил для ползуна и определяем $R_{54}^ш$ и R_{50}

(рис. 1,б)

$$R_{54}^{ш} = \overline{R_{54}^{ш}} \cdot \mu_{\rho} = 235мм \cdot 4\,кг/мм = 940\ кг$$

$$R_{50} = \overline{R_{50}} \cdot \mu_{\rho} = 36мм \cdot 4\,кг/мм = 144\ кг$$

III. Строим многоугольник сил для шатуна, находим $R_{41}^{к}$ и $R_{41}^{ш}$ (рис.1,в)

$$R_{41}^{к} = \overline{R_{41}^{к}} \cdot \mu_{\rho} = 5мм \cdot 4\,кг/мм = 20\ кг$$

$$R_{41}^{ш} = \overline{R_{41}^{ш}} \cdot \mu_{\rho}; \quad R = -R_{45}^{ш} + R_{41}^{ш}; \quad R_{41}^{ш} = R + R_{45}^{ш}$$

$$R_{41}^{ш} = \left(R_{45}^{ш} + \overline{R}\right) \cdot \mu_{\rho} = 1108\ кг$$

Аналогично поступаем и со второй частью.

IV. Рассмотрим равновесие звена 2 (шатуна) (рис.2)

$$\sum M_{A} = 0 \longrightarrow -M_{21}^{T} - P_{u_2} \cdot h_1 - G_2 \cdot h_2 + M_{23}^{T} - R_{23}^{n} \cdot h_3 = 0$$

где $M_{21}^{T} = R_{A}'' \cdot r_1 \qquad M_{23}^{T} = R_{B} \cdot r_1$

$$R_{23}^{n} = \frac{-R_{A}'' \cdot r_1 - P_{u_2} \cdot h_1 - G_2 \cdot h_2 + R_{B} \cdot r_1}{h_3} = 118\ кг$$

V. Строим многоугольник сил для шатуна 2, находим $R_{32}^{ш}$ и $R_{30}^{к}$ (рис.2, в)

$$R_{32}^{ш} = \overline{R_{32}^{ш}} \cdot \mu_{\rho} = 137мм \cdot 4\,кг/мм = 550\ кг$$

$$R_{30} = \overline{R_{30}} \cdot \mu_{\rho} = 25мм \cdot 4\,кг/мм = 100\ кг$$

VI. Строим многоугольник сил для шатуна 2, шатуна $R_{21}^{ш}$ и $R_{21}^{к}$ (рис.2.г)

$$R_{21}^{ш} = \overline{R_{21}^{ш}} \cdot \mu_{\rho} = 150мм \cdot 4\,кг/мм = 600\ кг$$

$$R_{21}^{к} = \overline{R_{21}^{к}} \cdot \mu_{\rho} = 3мм \cdot 4\,кг/мм = 12\ кг$$

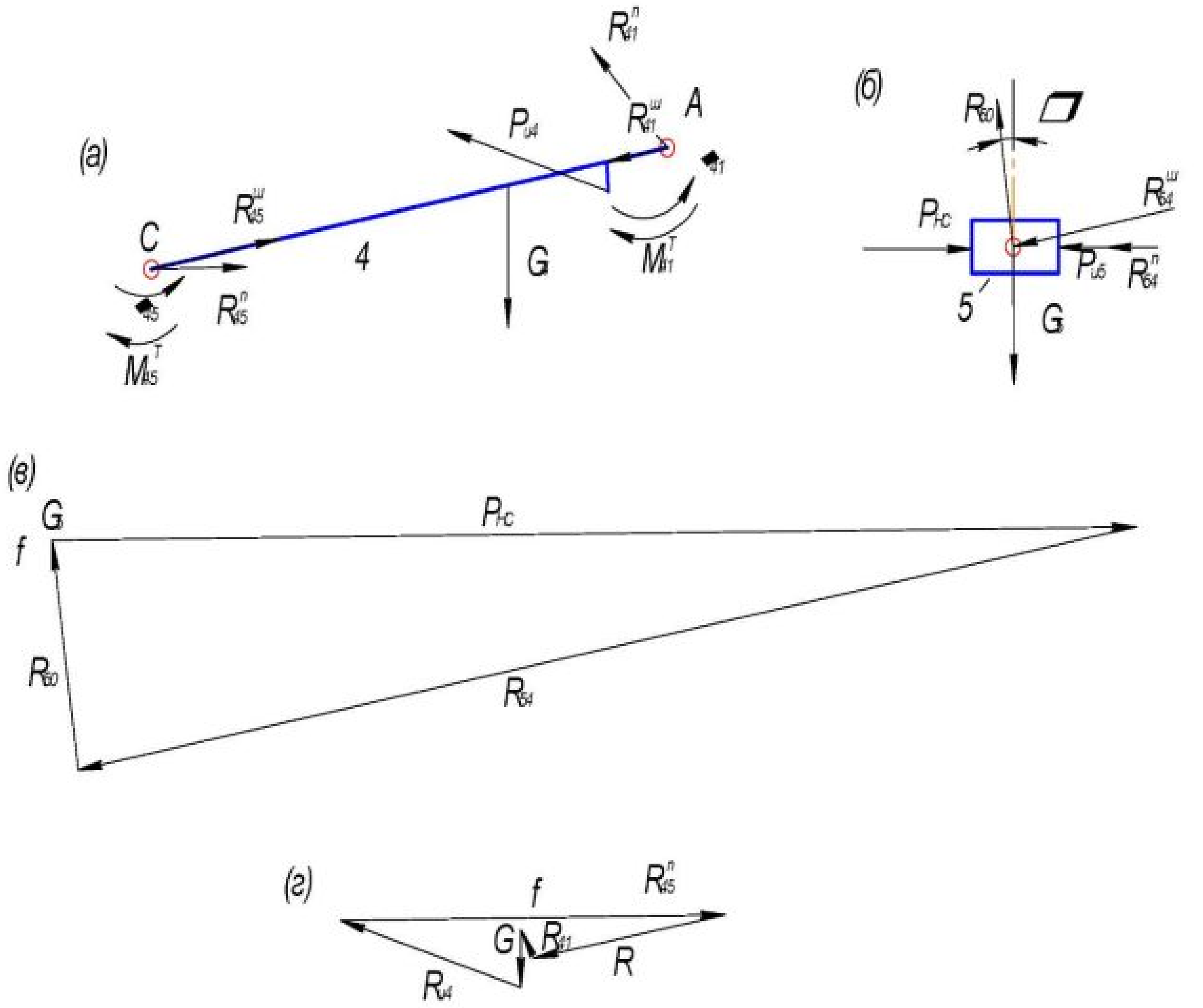


Рис. 1

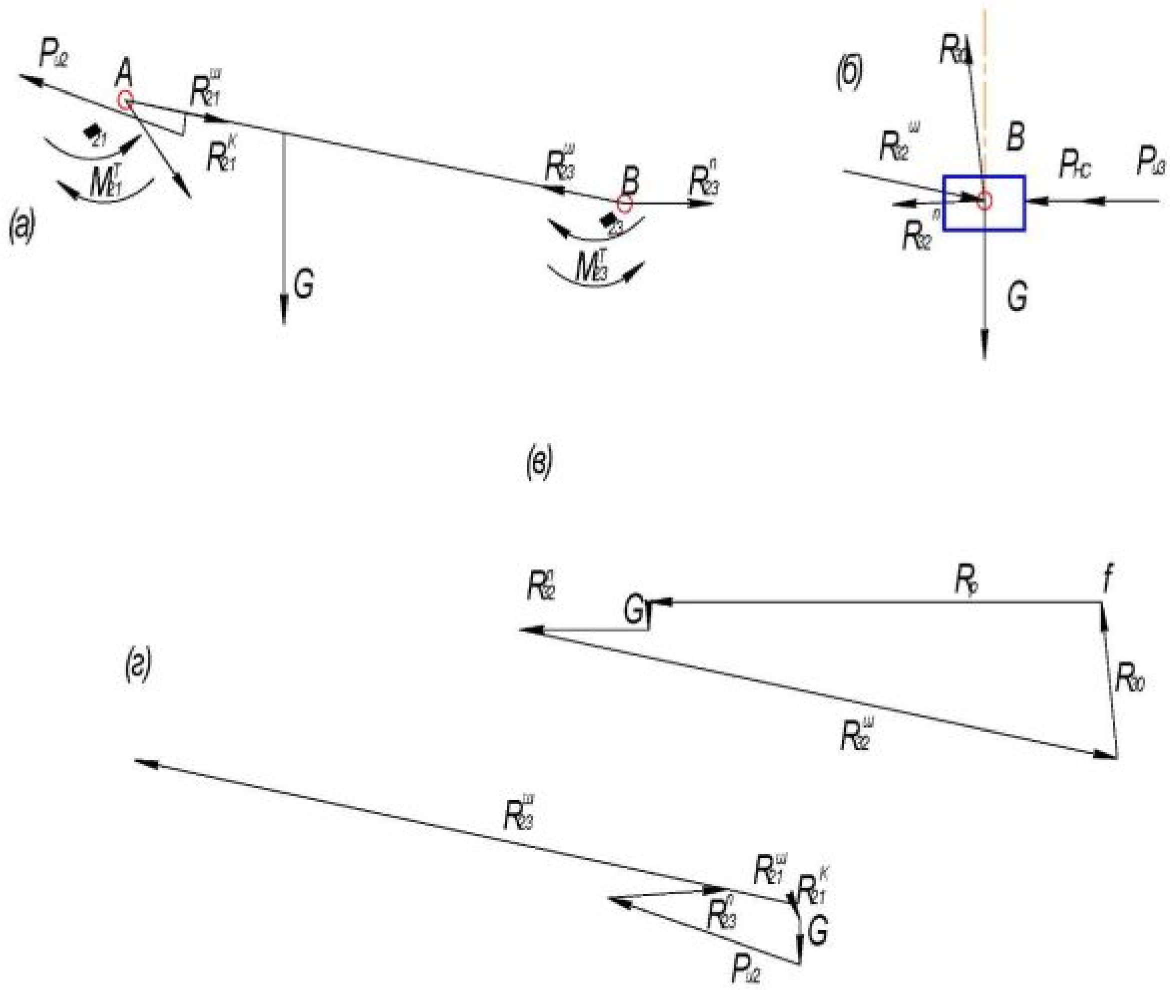


Рис. 2

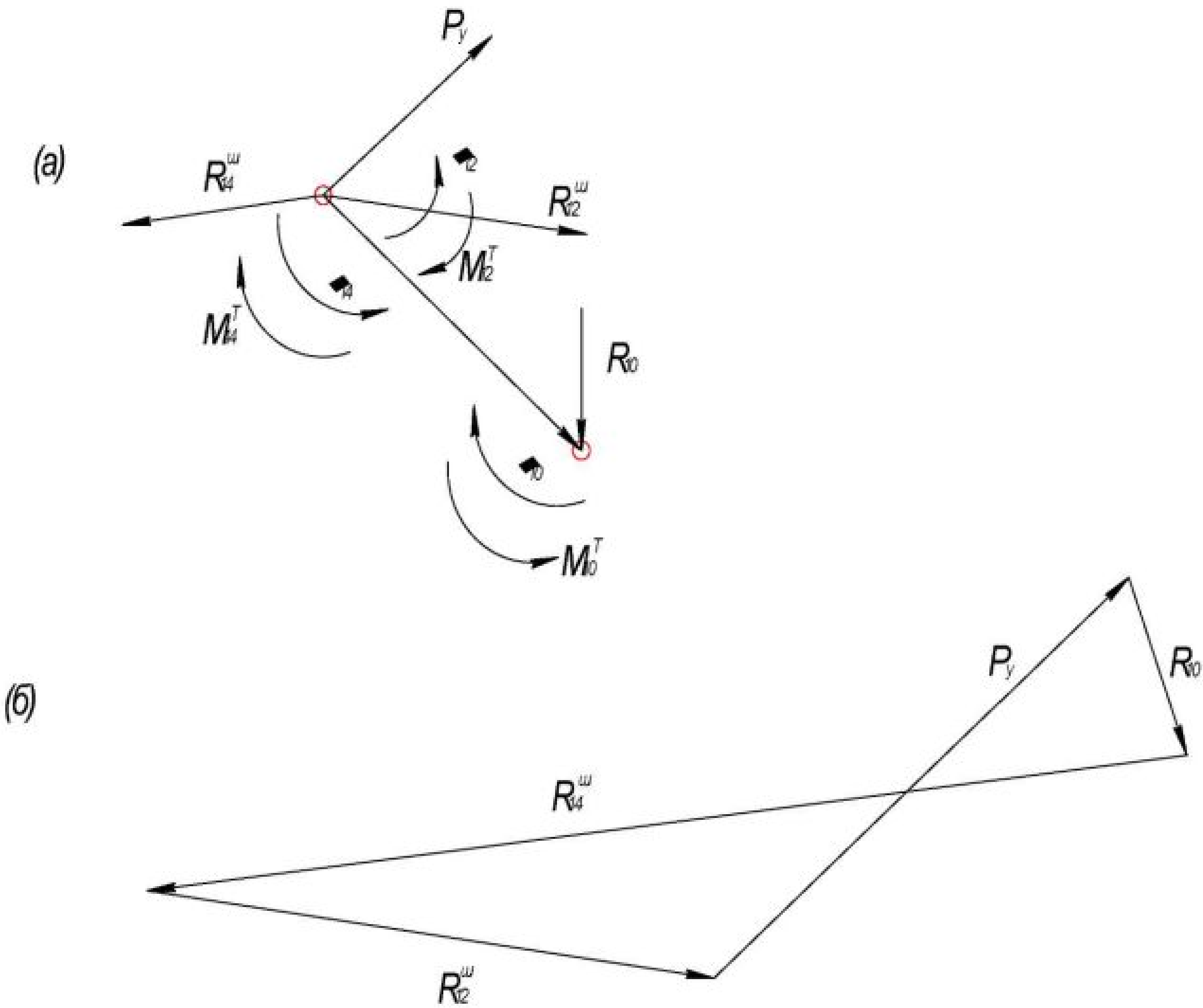


Рис. 3

VII. Рассмотрим равновесие кривошипа (рис.3,а)

$$\sum M_{10}^{T} = 0 \longrightarrow R_{14} \cdot h_1 - R_{12} \cdot h_2 - P_y \cdot AO + M_{12}^{T} + M_{14}^{T} + M_{10}^{T} = 0$$

$$M_{12}^{T} = R_A'' \cdot r_1; \quad M_{14}^{T} = R_A' \cdot r_1; \quad M_{10}^{T} = R_{10} \cdot r_2$$

$$r_2 = \frac{D_0}{2} \sin \rho = 7 \text{ мм}$$

$$P_y = \frac{M_{12}^{T} + M_{14}^{T} + M_{10}^{T} + R_{14} \cdot h_1 - R_{12} \cdot h_2}{AO} = 614 \text{ кг}$$

3. Кинетостатическое исследование кулачкового механизма с учетом сил трения

Необходимые исходные данные берем из примера рассмотренного нами на практическом занятии №2.

Нам задано: $f_1 = f_3 = 0{,}2$. Для определения направления реакции с учетом трения, надо построить план скоростей (рис.19,в). Из него мы определяем направление отклонения от нормали реакции R_{13}.

Вычерчиваем отдельно толкатель и прикладываем к нему все заданные силы, силы инерции и реакции. Составляем уравнение равновесия 3 звена: (рис. 23)

$$\overline{R}_{13} + \overline{P}_{ПС} + \overline{G}_3 + \overline{P}_{u_1} + \overline{R}_{03} = 0$$

Зная направление всех сил строим силовой многоугольник и из него находим величину реакции R_{03}; $R_{03} = 48{,}6\ кг.$

Взяв коэффициент трения, $f = 0{,}2$, а диаметр цапфы $D_ц = 40$, подсчитаем радиус круга трения:

$$r = \frac{D_ц}{2} \cdot f = \frac{40}{2} \cdot 0{,}2 = 4\ мм$$

Вычерчиваем круг трения и прикладываем к нему реакцию.

Переходим к рассмотрению кулачка (рис.22,а). Прикладываем к нему все известные силы, реакции и силы инерции. Но под действием этих сил кулачок не будет находиться в равновесии. Для равновесия приложим уравновешивающий момент. Сначала определим величину и направление реакции R_{01}.. Для этого строим силовой многоугольник (рис.22,б). Величина $R_{01} = 6\ кг.$

Подсчитав круг трения приложим реакцию с учетом того, что момент её должен быть направлен против угловой скорости. Теперь подсчитаем уравновешивающий момент M_y:

$$M_y = -G \cdot h_G + R_{31} \cdot h_{R_{31}} + R_{03} \cdot r_{TP}$$

$$M_y = 0{,}4\ кгм.$$

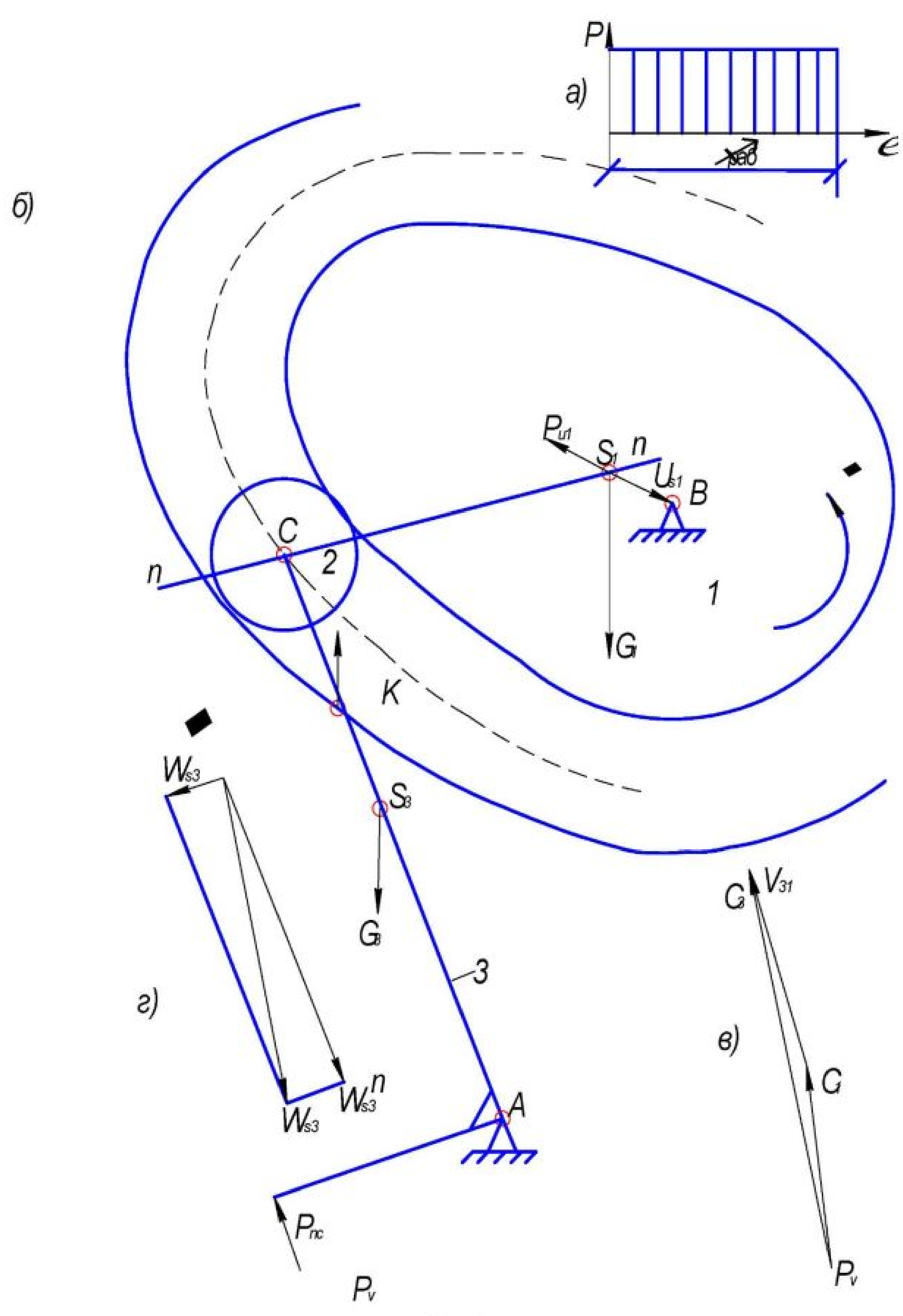


Рис. 4

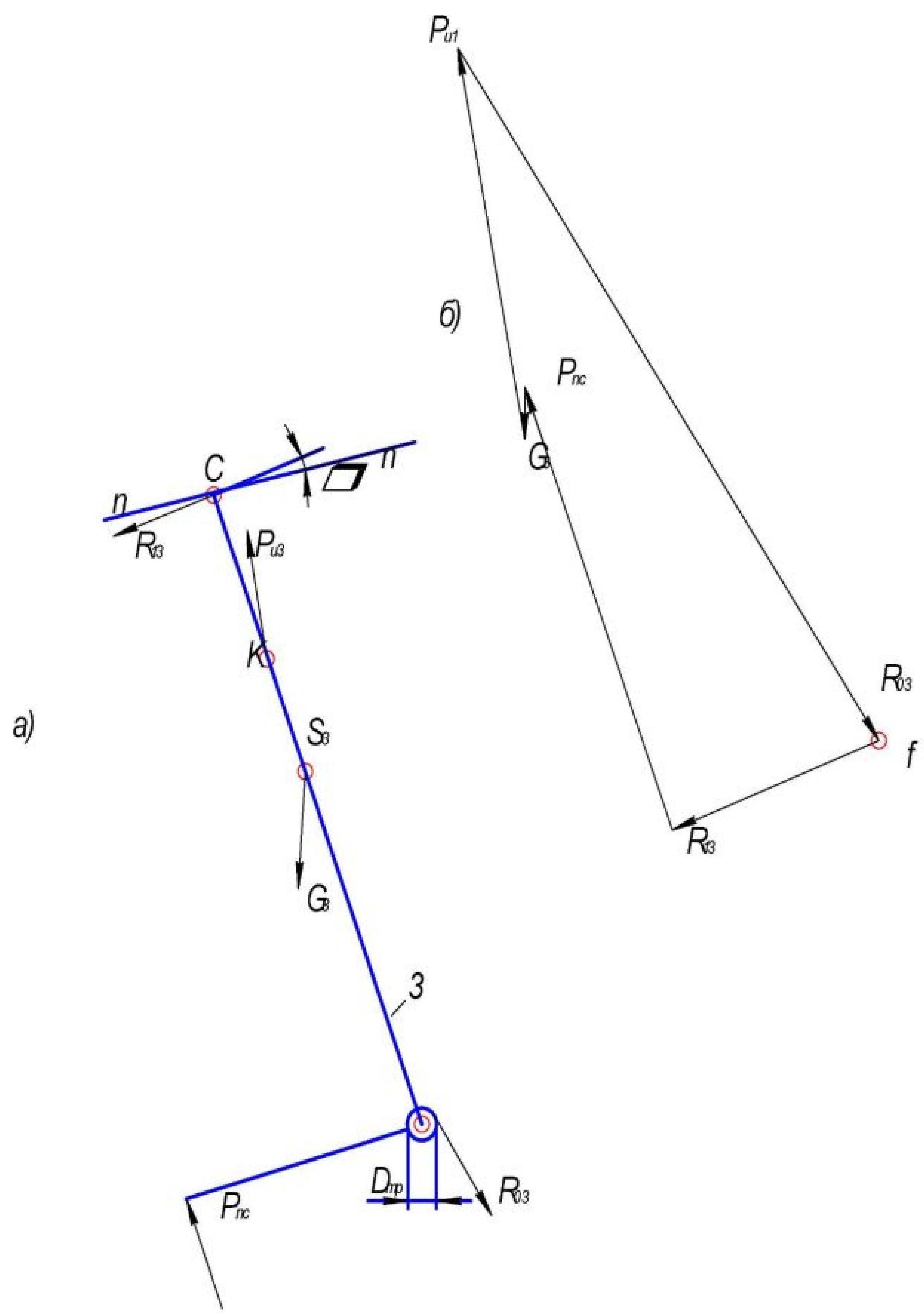


Рис. 5

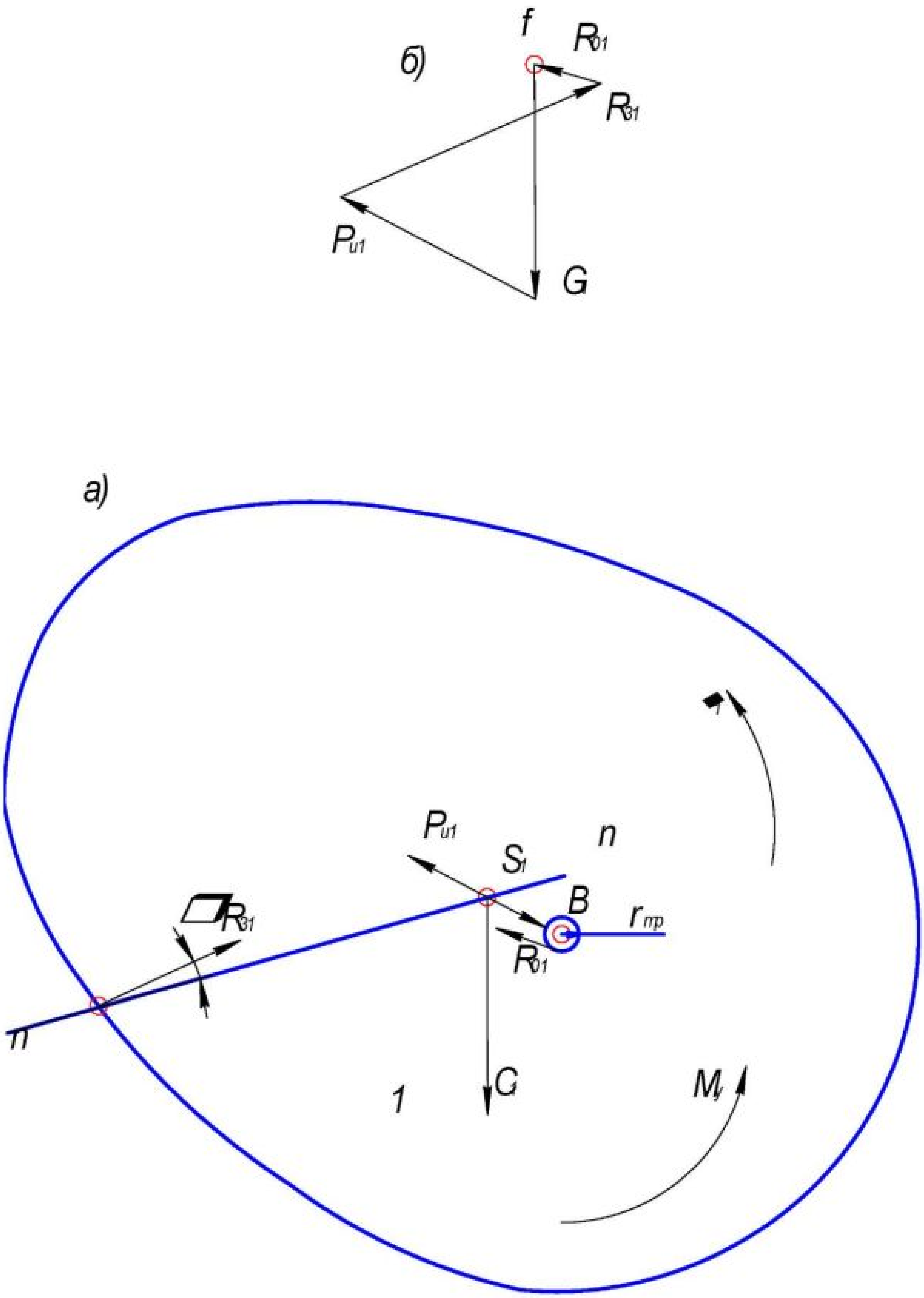
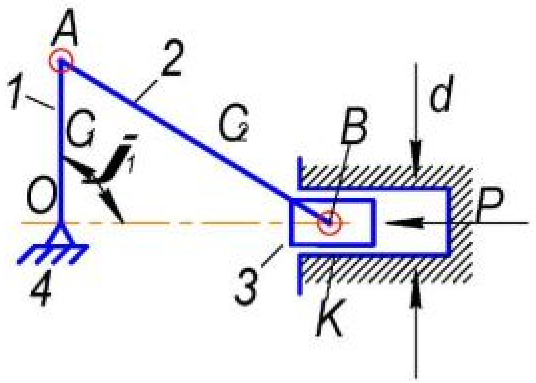


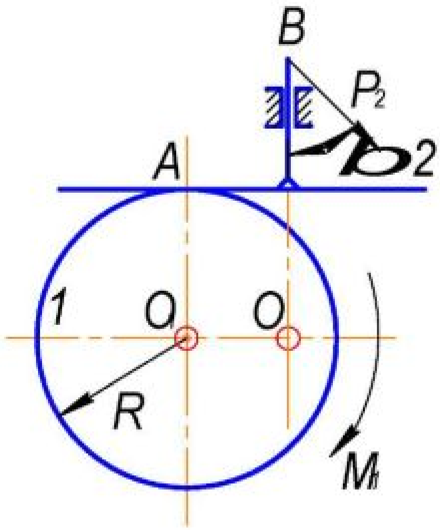
Рис. 6

4. Задачи для самостоятельной работы.

Задача 1. Определить реакции в кинематических парах с учетом сил трения для кривошипно-ползунного механизма для положения $\varphi 1=90^{\circ}$. ОА=0,1 м, АВ=0,4 м, d =100 мм, Р =20 кг/см, f=0,1, диаметр цапф Dу=20 мм.



Задача 2. Определить реакции в кинематических парах и уравновешивающий момент с учетом сил трения если: ОО1=30 мм, R=60 м, β=30, Р=40 кг, f=0,1, D цапфы=30 мм.



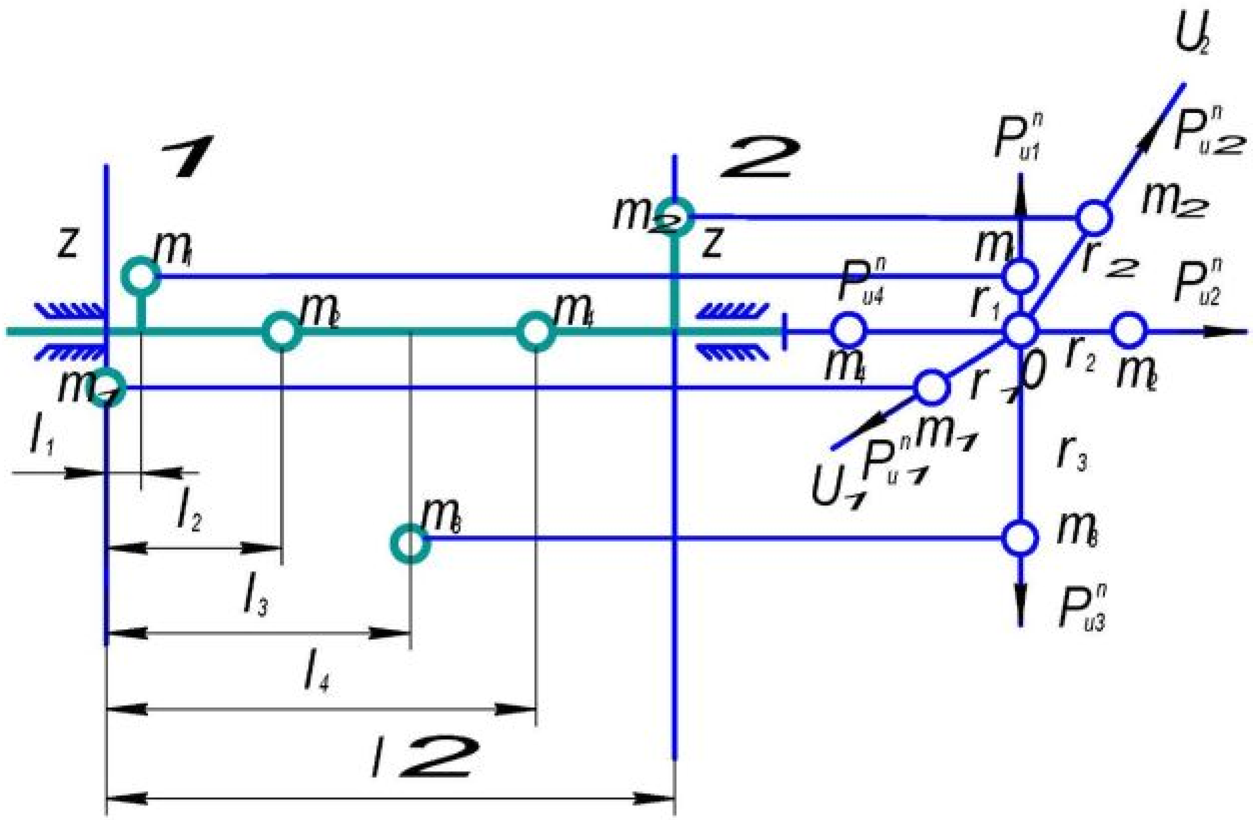
Практическая работа № 4.
Уравновешивание механизма

1. Уравновешивание вращающихся масс

Пример решения задачи.

Уравновесить четыре масс противовесами в плоскостях I, 2 (рис. I) при таких данных:

$l_1 = 0{,}2м$	$r_1 = 0{,}1м$	$m_2 = 1кг$
$l_2 = 0{,}4м$	$r_2 = 0{,}2м$	$m_3 = 1кг$
$l_3 = 0{,}6м$	$r_3 = 0{,}3м$	$m_4 = 0{,}5кг$
$l_4 = 0{,}8м$	$r_4 = 0{,}4м$	
$l_{II} = Iм$	$m_1 = 2кг$	



Решение.

Для полного уравновешивания масс вращающейся системы, расположенных в параллельных плоскостях, необходимо соблюсти два условия:

I. Условие уравновешивания центробежных сил инерции:

$$\sum \overline{P}_{u}^{-n} = \overline{P}_{u1}^{-n} + \overline{P}_{u2}^{-n} + \overline{P}_{u3}^{-n} + \overline{P}_{u4}^{-n} + \overline{P}_{uI}^{-n} + \overline{P}_{uII}^{-n} = 0$$

или геометрическая сумма статистических моментов масс относительно оси O равна нулю

$$\sum m_i \bar{r}_i = m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3 + m_4 \bar{r}_4 + m_I \bar{r}_I + m_{II} \bar{r}_{II} = 0$$ [a]

где m_I; m_{II}; и r_I; r_{II} – искомые массы и радиусы вращения уравновешивающих противовесов.

2. Условие уравновешивания центробежных инерционных моментов.

$$p\sum\left[\bar{P}_{Ui}\bar{l}_i\right]=\left[\bar{P}_{U1}\bar{l}_1\right]+\left[\bar{P}_{U2}\bar{l}_2\right]+\left[\bar{P}_{U3}\bar{l}_3\right]+\left[\bar{P}_{U4}\bar{l}_4\right]+\left[\bar{P}_{UII}\bar{l}_{II}\right]=0$$

или геометрическая сумма центробежных моментов инерции равна нулю.

$$\sum m_i\left[\bar{r}_i\bar{l}_i\right]=m_1\left[\bar{r}_1\bar{l}_1\right]+m_2\left[\bar{r}_2\bar{l}_2\right]+m_3\left[\bar{r}_3\bar{l}_3\right]+m_4\left[\bar{r}_4\bar{l}_4\right]+m_{II}\left[\bar{r}_{II}\bar{l}_{II}\right]=0 \qquad [б]$$

Согласно последнему уравнению строим векторный многоугольник центробежных моментов инерции, направляя каждый из известных векторов параллельно центробежной силе инерции: вектор $m_1\left[\bar{r}_1\bar{l}_1\right]$ по силе P_{U1}^{-n}; вектор $m_2\left[\bar{r}_2\bar{l}_2\right]$ по силе P_{U2}^{-n}, вектор $m_3\left[\bar{r}_3\bar{l}_3\right]$ по силе P_{U3}^{-n} и вектор $m_4\left[\bar{r}_4\bar{l}_4\right]$ по силе P_{U4}^{-n}. Замыкая этот многоугольник (рис. 2) пятым вектором, получаем значение и направление искомого уравновешивающего вектора $m_{II}\left[\bar{r}_{II}\bar{l}_{II}\right]$. Прямая OU2 (рис. №1б), проведенная из центра O параллельно найденному вектору $m_{II}\left[\bar{r}_{II}\bar{l}_{II}\right]$ (рис. 2) дает положение радиуса τ_{II} уравновешивающей массы m_{II}.

$$\mathrm{m}_2\left[\bar{\mathrm{r}}_2\bar{\mathrm{l}}_2\right]=0,08$$

$$m_1\left[\bar{r}_1\bar{l}_1\right]=0,04$$

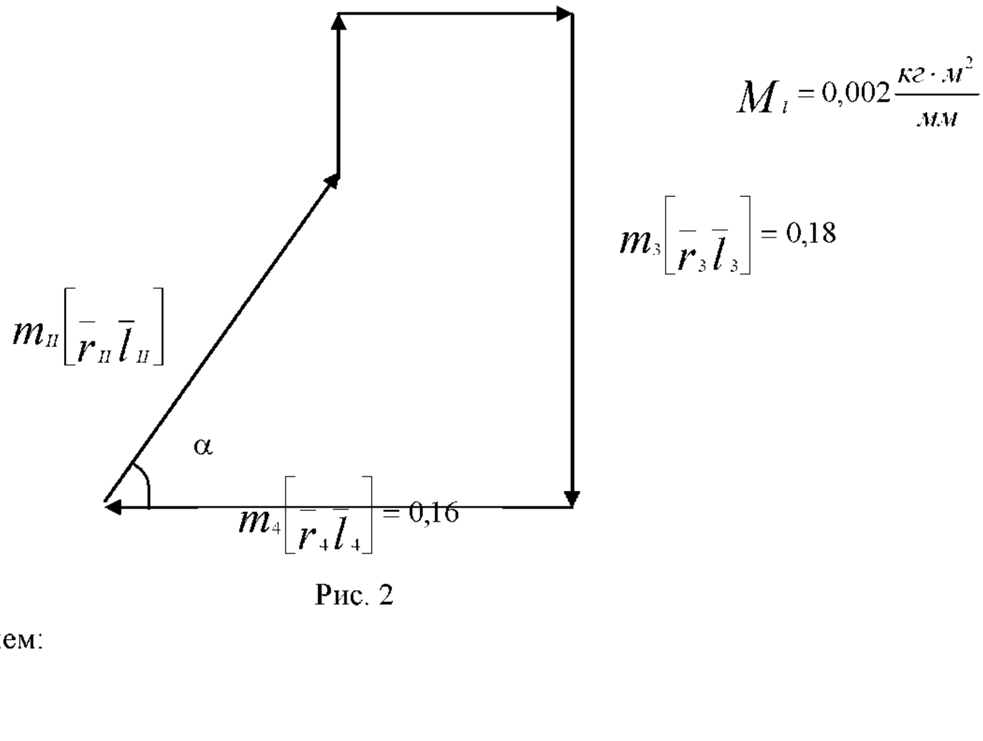


Рис. 2

Из плана определяем:

$$m_{II} r_{II} l_{II} = \sqrt{(m_3 r_3 l_3 - m_1 r_1 l_1)^2 + (m_4 r_4 l_4 - m_2 r_2 l_2)^2} = \sqrt{(0{,}18 - 0{,}04)^2 + (0{,}16 - 0{,}08)^2} =$$

$$\sqrt{0{,}14^2 + 0{,}08} = 0{,}161 кгм^2$$

Подставив $l_{II} = 1 мм,$ найдем величину статистического момента массы

$$m_{II} r_{II} = 0{,}161 кг \cdot м.$$

направление вектора $m_{II} \tau_{II}$ одинаково с направлением вектора $m_{II}\left[\bar{r}_{II} \bar{l}_{II}\right]$

$$tg\alpha = \frac{0{,}14}{0{,}08} = 1{,}75 \qquad \alpha = 60^\circ 15'$$

Зададимся $r_{II} = 0{,}2 м,$ тогда $m_{II} = 0{,}8 кг$.

Теперь согласно уравнению /а/, строим векторный многоугольник статистических моментов (рис.3). Сначала строим в любом порядке известные по значению и направлению вектора, $m_1 \bar{r}_1; m_2 \bar{r}_2; m_3 \bar{r}_3; m_4 \bar{r}_4; m_{II} \bar{r}_{II}$, проводя их параллельно соответствующим силам $P^n_{u1}; P^n_{u2}; P^n_{u3}; P^n_{u4}; P^n_{uII}$ (рис.1,б). Далее замыкая этот многоугольник (рис.3), шестым вектором, получаем значение и направление искомого уравновешивающего вектора $m_I \bar{r}_I$. Прямая O_{u1} (рис.1,б) проведенная из центра О параллельно найденному вектору $m_I \bar{r}_I$ (рис.3), дает направление радиуса r_I уравновешивающей массы m_I. Пусть значение найденного из многоугольника (рис.3) вектора, называемого дисбалансом

$$m_I r_I = \frac{m_{II} \cdot r_{II} \cdot \cos\alpha}{\cos\beta}$$

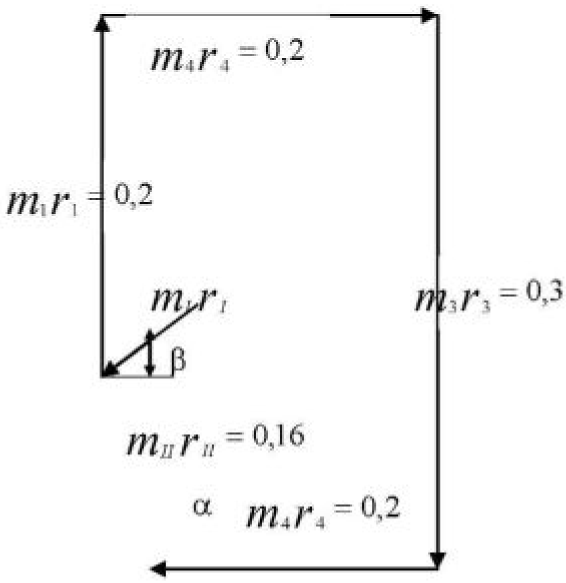
где

$$m_I r_I \cdot \cos\beta = m_{II} r_{II} \cdot \cos\alpha = 0{,}16 \cdot \cos 60^\circ 15' = 0{,}0794$$

$$m_I r_I \cdot \sin\beta = -m_3 r_3 + m_1 r_1 + m_{II} r_{II} \cdot \sin\alpha$$

$$m_I r_I \cdot \sin\beta = -0{,}1 + 0{,}16 \cdot \sin 60^\circ 15' = 0{,}0389$$

$$tg\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{0{,}0389}{0.0794} = 0{,}49 \qquad \beta = 26^\circ$$



$$M = 0{,}005\frac{кг \cdot м}{мм}$$

Рис. 3

Следовательно

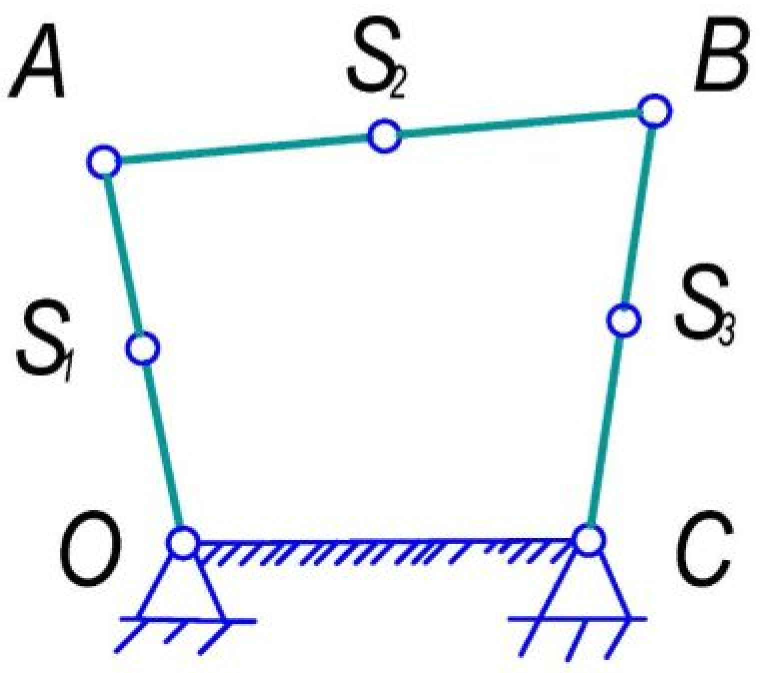
$$m_I r_I = \frac{m_{II} r_{II} \cdot \cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{0{,}161 \cdot \cos 60^\circ 15'}{\cos 26^\circ 10'} = 0{,}0884 м.кг$$

Приняв $r_I = 0{,}1м$, получим $m_I = 0{,}884кг$.

2.Уравновешивание механизмов машины с помощью противовесов на звеньях

Пример решения задачи

Центры тяжести звеньев шарнирного четырехзвенника находятся в точках S1 ;S2 ;S3. Массы звеньев $m_1; m_2; m_3$ Подобрать противовесы (рис. 4).

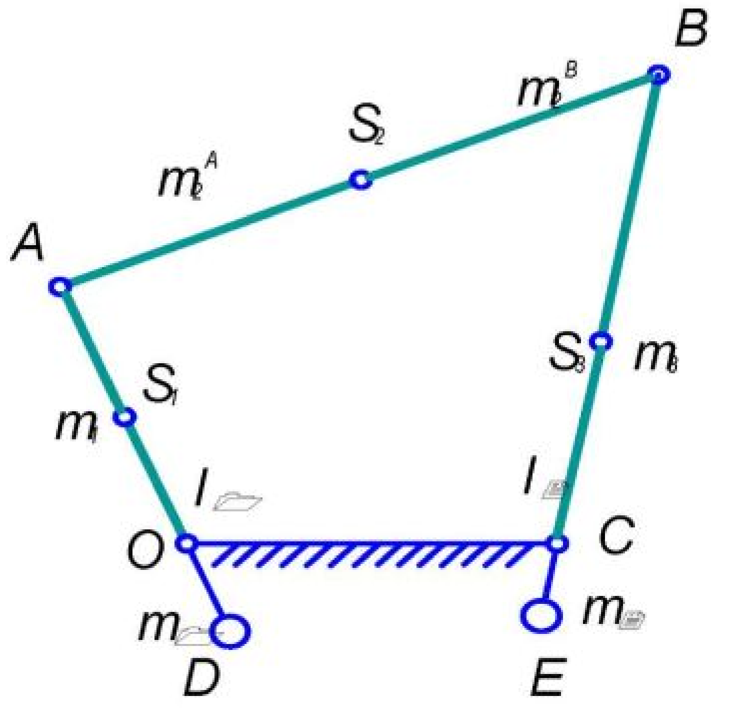


Для уравновешивания необходимого, чтобы главный вектор инерционных сил Pu=0. Это достигается при неизменном положении масс.

Существует несколько вариантов решения:

а) противовесы установлены на звеньях AO; BC (рис. 5).

Разносим массу m_2 в точки A и B



$$m_2^A + m_2^B = m_2;$$

$$\frac{m_2^A}{m_2^B} = \frac{BS_2}{AS_2};$$

$$m_2^A = m_2 \frac{BS_2}{AB};$$

$$m_2^B = m_2 \frac{AS_2}{AB};$$

Рис.5

На продолжениях звеньев AO; CB устанавливаем массы m_1 и m_2 , величины масс и расстояния l_I,l_{II} должны удовлетворять следующим условиям:

$$m_1 l_1 = m_1 \cdot OS_1 + m_2^A \cdot OA$$

$$m_{II} l_{II} = m_3 \cdot OS_3 + m_2^B \cdot CB$$

центр масс противовесов mI в точке D, mII – в точке E

в) Противовесы установлены на звеньях AO; AB; BC (рис. 6)

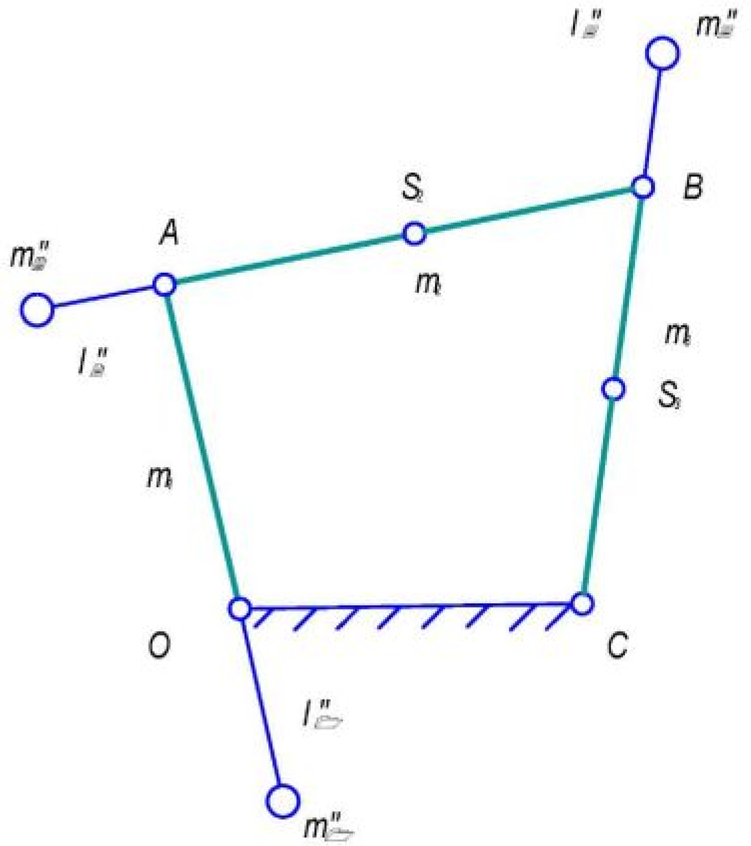


Рис. 6

На продолжении звена АВ за точкой А на расстоянии l_{II}'' устанавливаем массу m_{II}'' так, чтобы

$$m_{II}''\, l_{II}'' = m_2 \cdot AS_2 + \left(m_{III}'' + m_3\right) AB \qquad (г)$$

В этом случае центр масс $m_{II}''; m_2; m_{III}''; m_3$ - будет в точке А. Наконец, на звене ОА за точкой О на расстоянии l_1'' устанавливаем массу m_I'':

$$m_I'' \cdot l_I'' = m_1 \cdot OS_1 + \left(m_{II}'' + m_2 + m_{III}'' + m_3\right) OA \qquad (д)$$

Численный пример

$OA = 0{,}12м;$	$AB = 0{,}4м;$	$BC = 0{,}28м;$
$OS_I = 0{,}075м;$	$AS_2 = 0{,}2м;$	$BS_3 = 0{,}13м;$
$m_1 = 0{,}1кг;$	$m_2 = 0{,}8кг;$	$m_3 = 0{,}4кг.$

Определить массы противовесов по варианту (в); полагая $l_I'' = 0{,}1м; l_{II}'' = 0{,}2м; l_{III}'' = 0{,}13м.$

Из уравнений (в), (г), (д) находим

$$m_{III}'' = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}13}{0{,}13} = 0{,}4кг.$$

$$m_{II}'' = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}2 + \left(0{,}4 + 0{,}4\right) \cdot 0{,}4}{0{,}2} = 2{,}4кг$$

$$m_I'' = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}075 + \left(2{,}4 + 0{,}8 + 0{,}4 + 0{,}4\right) \cdot 0{,}12}{0{,}1} = 4{,}876кг$$

3. Уравновешивание поступательно-движущихся масс вращающимися противовесами

Определить массу противовеса $m_{П}$ для кривошипно-ползунного механизма, если координата центра масс этого противовеса равна $l_1 = 0{,}05$. Размеры звеньев: $l = 0{,}5м; r = 0{,}1м.$ Координаты центров масс S_1; S_2 и S_3 звеньев: $b = 0{,}2м; l_1 = 0{,}05м;$ массы звеньев $m_1 = 1кг; m_2 = 2кг; m_3 = 3кг.$

Решение примера

Распределим массу m2 шатуна BC (рис.8) в две точки B и C.

$$m_c = \frac{b}{l}\cdot m_2 = \frac{0{,}2}{0{,}5}\cdot 2 = 0{,}8кг$$

$$m_B = \frac{c}{l}\cdot m_2 = \frac{0{,}3}{0{,}5}\cdot 2 = 1{,}2кг$$

Тогда полная масса, совершающая поступательное движение вместе с точкой C, будет равна

$$m = \frac{b}{l}\cdot m_2 + m_3 = \frac{0{,}2}{0{,}5}\cdot 2 + 3 = 3{,}8кг$$

где m3 – масса ползуна 3.

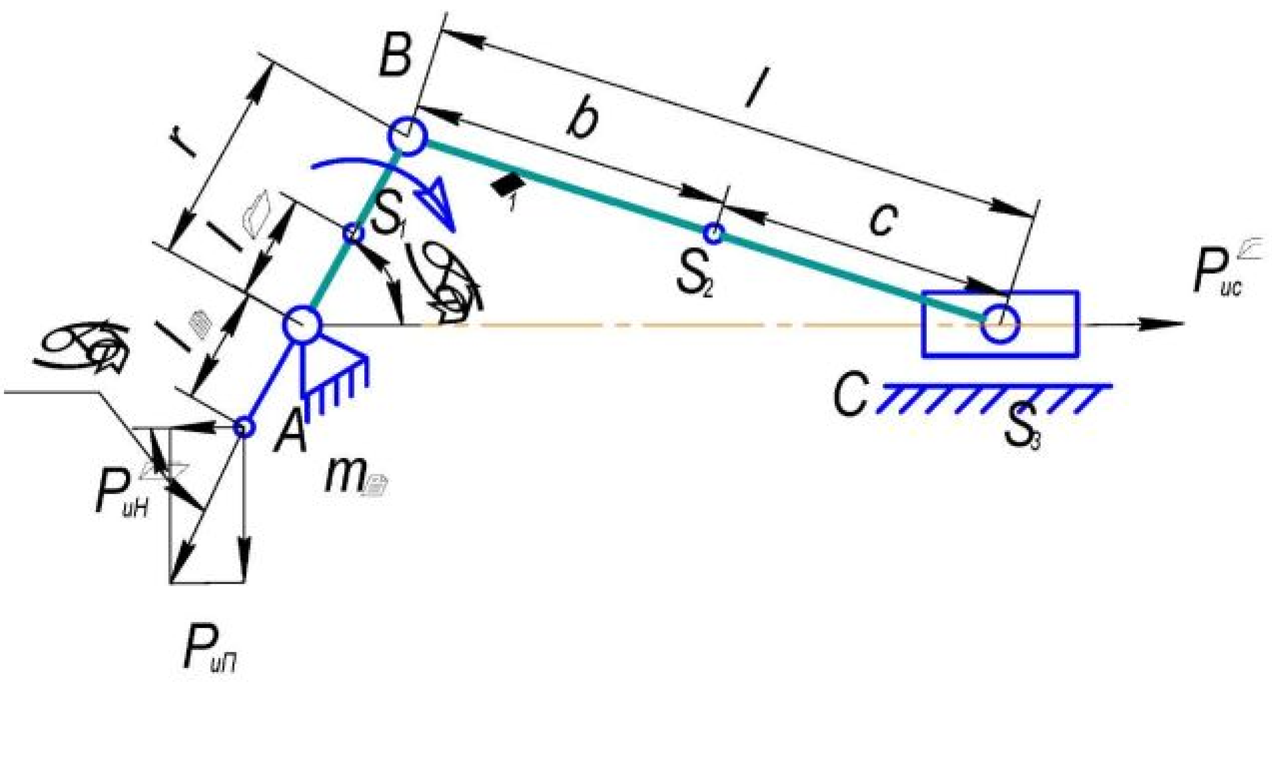


Рис. 8

Приближенное значение ускорений точки С (при $\omega_1 =$ const)

$$a_c \approx r\,\omega_1^2 \cdot (\cos\alpha + \frac{r}{l} \cdot \cos 2\alpha).$$

Слагаемые инерционных сил, имеющие множителем cosα или sin α, называют силами инерции I порядка ($P_и^I$); а слагаемые содержащие cos2α, силами инерции II порядка ($P_и^{II}$).

Сила инерции I-го порядка масс, совершающих поступательное движение:

$$P_и^I = m \cdot r \cdot \omega_1^2 \cdot \cos\alpha$$

Сила инерции II-го порядка:

$$P_и^{II} = m \cdot r \cdot \omega_1^2 \cdot \frac{r}{l} \cdot \cos 2\alpha$$

Сила инерции противовеса на кривошипе AB (при ω1=const)

$$P_{ИП} = m_{II} \cdot l_I \cdot \omega_I^2$$

Горизонтальная проекция силы инерции $P_{ИИ}^I$ противовеса

$$P_{ИН} = P_{ИИ} \cdot \cos\alpha = m_{II} \cdot l_I \cdot \omega_I^2 \cdot \cos\alpha$$

Для уравновешивания силы инерции I-го порядка $P_и^I$ поступательно движущихся масс mc необходимо

$$P_и^I = P_{ИН} \text{ или } m_{II} \cdot l \cdot \omega_1^2 \cos\alpha = m \cdot r \cdot \omega_1^2 \cos\alpha$$

откуда получим массу противовеса

$$m_{П} = m\frac{r}{l_I} = (\frac{b}{l} \cdot m_2 + m_3) \cdot \frac{r}{l_I} = 3{,}8\frac{0{,}1}{0{,}05} = 7{,}6 \text{ кг.}$$

4. Задачи для самостоятельного решения

<u>Задача 1</u> (рис.9)

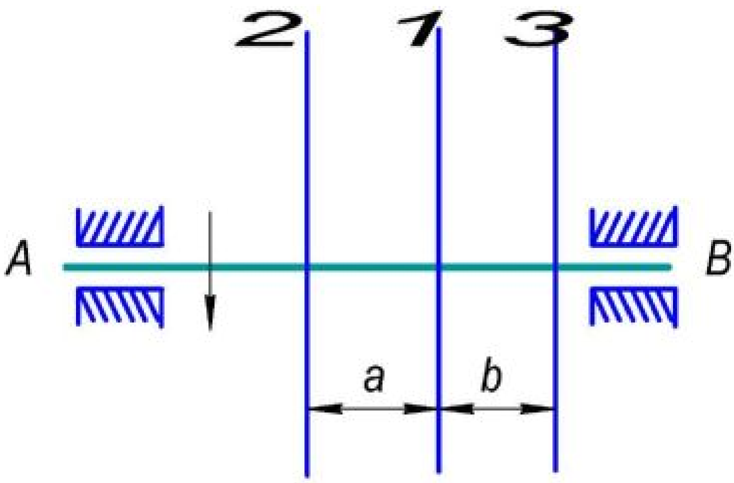
Три массы, расположенные в плоскости I, вращаются вокруг оси AB. Подобрать противовесы в плоскостях II, III.

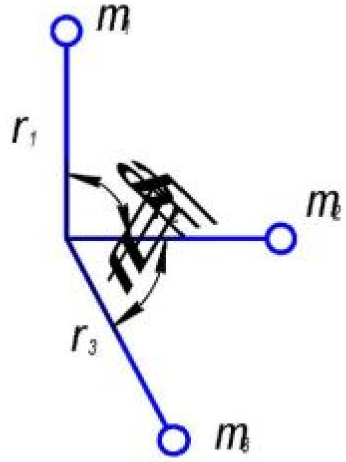
<u>Задача 2</u> (рис.9)

Решить предыдущую задачу, считая, что массы находятся в плоскости II, а противовесы – в плоскостях I, III.

Данные к задачам I и 2

№ вар.	m_1 кг	m_2 кг	m_3 кг	r_1 м	r_2 м	r_3 м	a м	b м	r_I м	r_{II} м	α Град.	φ град.
1	1	2	3	0,1	0,08	0,05	0,15	0,2	0,1	0,1	90	60
2	2	3	4	0,12	0,09	0,04	0,18	0,22	0,2	0,1	120	120
3	3	1	5	0,14	0,1	0,08	0,2	0,18	0,3	0,15	90	120
4	4	5	1	0,12	0,11	0,06	0,16	0,2	0,1	0,12	90	45
5	5	2	2	0,08	0,12	0,06	0,23	0,16	0,2	0,2	90	90





Задача 3 (рис.10)

Масса m_1 находится в плоскости I, масса m_2 – в плоскости II. Подобрать противовесы в плоскостях III, IV.

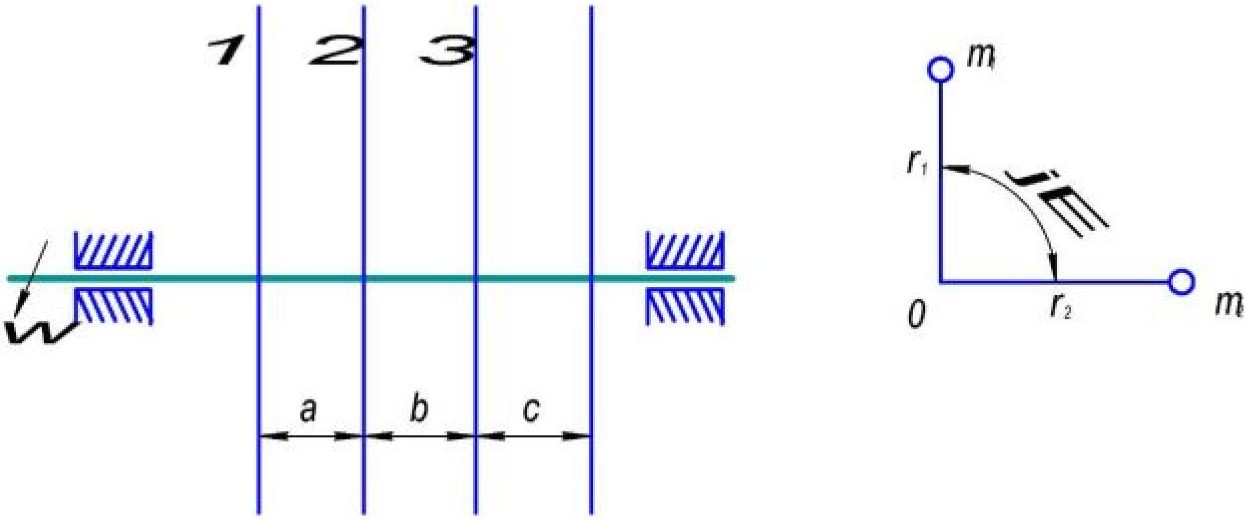


Рис.10

Данные для задачи № 3

№ вар.	a м	b м	c м	r_1 м	r_2 м	m_1 кг	m_2 кг	r_3 м	r_{IV} м	φ град.
I	0,12	0,1	0,08	0,1	0,08	2	3	0,1	0,1	90
2	0,14	0,12	0,09	0,2	0,09	3	1	0,12	0,1	60
3	0,2	0,08	0,1	0,15	0,1	1	5	0,14	0,08	45
4	0,16	0,2	0,11	0,13	0,06	4	2	0,12	0,08	90
5	0,18	0,16	0,12	0,17	0,08	3	3	0,08	0,1	60

Задача № 4 (рис. 11)

Подобрать противовесы, расположенные на продолжениях звеньев ОА, ВС, для уравновешивания шарнирного механизма. Центры тяжести звеньев находятся в точках S_1; S_2; S_3.

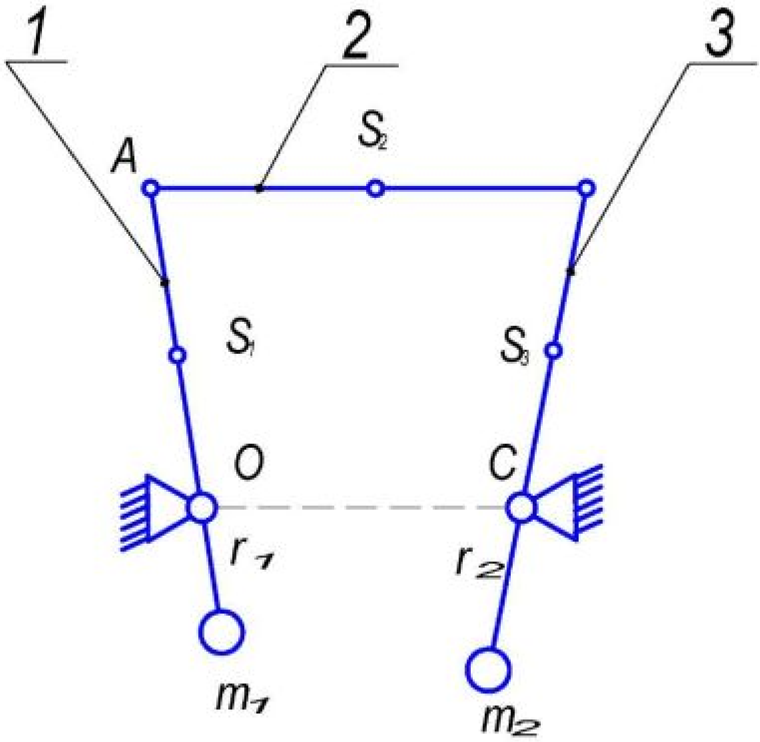


Рис. 11

Данные для задачи №4

№ вар.	OA м	AB м	BC м	OS1 м	AS2 м	CS3 м	m_1 кг	m_2 кг	m_3 кг	r_I м	r_{II} м
I	0,1	0,2	0,15	0,05	0,08	0,05	1	2	1,5	0,1	0,1
2	0,2	0,16	0,15	0,08	0,012	0,06	2	1,5	2	0,15	0,2
3	0,15	0,15	0,2	0,07	0,1	0,1	1,5	2	1	0,1	0,15
4	0,18	0,1	0,2	0,04	0,9	0,05	1,5	1	1,5	0,15	0,2
5	0,16	0,18	0,1	0,06	0,11	0,04	2	1	2	0,1	0,2

Задача № 5 (рис.12)

Определить массы противовесов $m_I; m_{II}; m_{III}$, необходимые для уравновешивания главного вектора сил инерции четырехшарнирного четырехзвенного механизма.

Задачу решить, полагая, что общий центр масс подвижных звеньев механизма должен быть неподвижен и лежать в точке А.

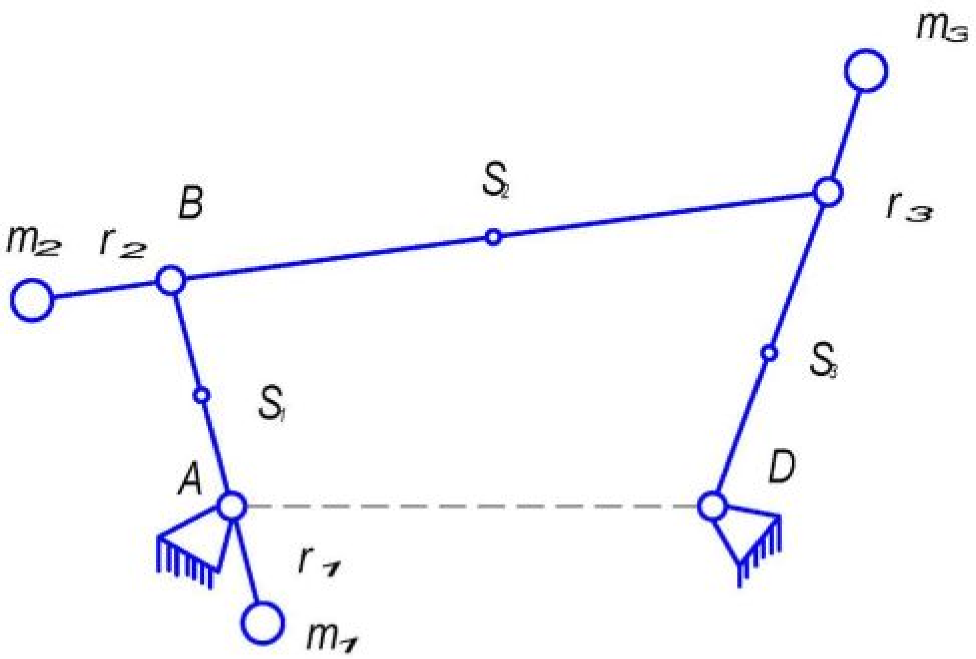


Рис.12

Данные к задаче № 5.

№ вар.	AB м	BC м	CD м	AS1 м	BS2 м	CS3 м	m_1 кг	m_2 кг	m_3 кг	r_I м	r_{II} м	r_3 м
I	0,12	0,4	0,28	0,075	0,2	0,13	0,1	0,8	0,4	0,1	0,2	0,13
2	0,2	0,3	0,3	0,08	0,15	0,15	0,15	0,9	0,3	0,15	0,2	0,15
3	0,18	0,5	0,26	0,09	0,3	0,14	0,8	0,8	0,4	0,1	0,15	0,14
4	0,16	0,45	0,25	0,1	0,2	0,15	0,13	0,9	0,2	0,2	0,1	0,15
5	0,14	0,55	0,35	0,07	0,25	0,15	0,1	0,8	0,3	0,1	0,15	0,13

Задача № 6.

Определить массы противовесов m_I и m_{II}, которые необходимо установить на кривошипе AB и шатуне BC для полного уравновешивания главного вектора сил инерций всех звеньев кривошипно-ползунного механизма.

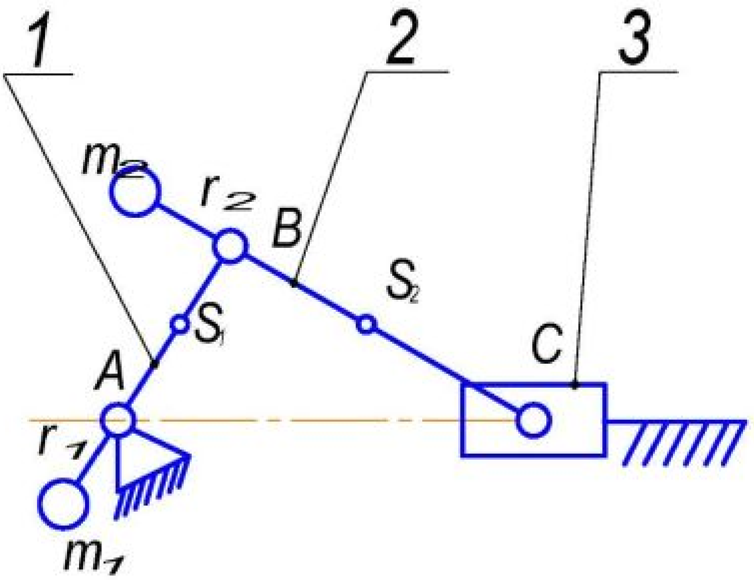


Рис. 13

Данные к задаче № 6.

№ вар.	AB	BC	BS_2	AS_1	m_1	m_2	m_3	r_I	r_{II}
I	0,1	0,3	0,2	0,075	0,1	0,7	0,8	0,1	0,15
2	0,15	0,4	0,15	0,08	0,15	0,6	0,7	0,15	0,12
3	0,2	0,5	0,2	0,1	0,2	0,8	0,6	0,2	0,2
4	0,18	0,4	0,18	0,08	0,15	0,7	0,6	0,17	0,13
5	0,16	0,32	0,16	0,06	0,1	0,6	0,8	0,19	0,14

- размеры звеньев – в метрах, массы – в килограммах.

Рекомендуемая литература:

1. Артоболевский И.И. «Теория механизмов и машин»
2. Абрамов Б.М. «Типовые задачи по теории механизмов и машин». Харьков. 1976г.
3. Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. «Сборник задач по ТММ». М., 1973г.
4. Юдин В.А., Барсов Г.А. «Сборник задач и примеров по ТММ».

Практическая работа № 5.
Динамический анализ механизмов. Приведение сил (моментов) и масс (моментов инерции)

При анализе работы машины и определении закона движения начального звена механизма с одной степенью свобода удобно оперировать не действительными массами, которые движутся с переменными скоростями, а массами, условно перенесенными на какое-либо звено механизма. Точно также и сила и моменты, приложенные к отдельным звеньям, могут быть условно заменены силой или моментом, приложенным к какому-либо звену механизма.

Звено, к которому прикладываются такие массы или моменты называется звеном приведения. Обычно за такое звено выбирают ведущее звено.

Приведенная сила

$$P_{пр} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=n} N_i}{V_A} = \frac{\sum P_i V_i \cos\alpha_i}{V_A}$$

где $\sum N_i$ - сумма мощностей приводимых сил;

V_A - скорость точки приведения.

Приведенная масса

$$m_{пр} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=n} E_i}{\frac{V_{A^2}}{2}}$$

где $\sum\limits_{i=1}^{i=n} E_i$ - сумма кинетических энергий приводимых масс

Соответственно приведенный момент инерции

$$I_{пр} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=n} E_i}{\frac{\omega_{i^2}}{2}}$$

где ω_1 - угловая скорость звена приведения

Приведенный момент

$$M_n = \frac{\sum N_i}{\omega_1}$$

Приведенная сила и приведенный момент связан с очевидным равенством

$$M_n = P_n \cdot \ell$$

где ℓ - расстояние от точки приведения силы до оси вращения звена приведения.

Пример 1: Для кривошипно-ползунного механизма найти приведенную силу, приведенную массу и приведенный момент инерции. Точкой приведения считать шарнир В, расчет произвести для положения звена приведения, когда угол $\varphi_1 = 45°$. Размеры $\ell_{AB} = 65$ мм, $\ell_{BC} = 320$ мм, координата $\ell_{BC2} = 60$ мм. Центр масс звена 1 лежит на оси шарнира А. Массы и моменты инерции, относительно оси, проходящей через центр масс равны: $m_2 = 0{,}4$ кг, IS2=6·10-3 $кгм^2$. При анализе работы машины и определении закона движения начального звена механизма с одной степенью свобода удобно оперировать не действительными массами, которые движутся с переменными скоростями, а массами, условно перенесенными на какое-либо звено механизма. Точно также и сила и моменты, приложенные к отдельным звеньям, могут быть условно заменены силой или моментом, приложенным к какому-либо звену механизма.

Решение:

1). Строим план положения механизма в масштабе $\mu_\ell = 0{,}004$ м/мм (*рис.1а*).

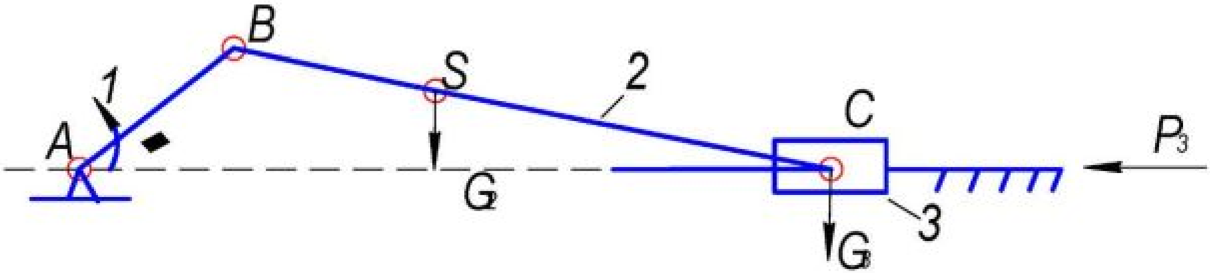


Рис. 1 а

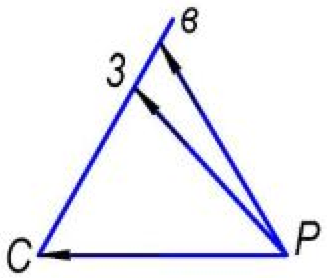


Рис. 1 б

2). Строим план скоростей (рис. 1б) по уравнению

$$\overline{\upsilon_C} = \overline{\upsilon_B} + \overline{\upsilon_{CB}}$$

3). Приведенную силу $P_{пр}$ определяем по формуле

$$P_{пр} = \frac{N_3}{\upsilon_B} = \frac{P_3 \cdot \upsilon_C}{\upsilon_B} = P_3\left(\frac{PC}{Pв}\right) = 1000\frac{40}{50} = 800 \text{ Н}$$

где pc, $pв$ - отрезки с плана скоростей

4). Приведенную массу определяем по формуле

$$m_{пр} = \frac{2(E_1 + E_2 + E_3)}{\upsilon_B^2};$$

где E_1, E_2, E_3 - кинетические энергии звеньев 1, 2, 3.

$$E_1 = \frac{I_1\omega_1^2}{2} = \frac{I_1\upsilon_B^2}{2\ell_{AB}^2};$$

$$E_2 = \frac{I_2\omega_2^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_{32}^2}{2} = \frac{I_2\upsilon_{CB}^2}{2\ell_{CB}^2} + \frac{m_2\upsilon_{S2}^2}{2}$$

$$E_3 = \frac{m_3\upsilon_C^2}{2}$$

Заменяя величины скоростей соответствующими отрезками из плана скоростей, получим

$$m_п = \frac{I_1}{\ell_{AB}^2} + \frac{I_2}{\ell_{BC}^2}\left(\frac{вс}{рв}\right)^2 + m_2\left(\frac{ps_2}{рв}\right)^2 + m_3\left(\frac{рс}{рв}\right)^2 =$$

$$= \frac{0,012}{(0,065)^2} + \frac{0,006}{0,32^2}\left(\frac{36}{50}\right)^2 + 0,4\left(\frac{46}{50}\right)^2 + 0,5\left(\frac{40}{50}\right)^2 = 3,529кгм^2$$

Пример 2: На *рис. 2* изображен зубчатый двухступенчатый редуктор. К ведущему валу О приложен движущий момент $M_{дв} = 10$ н.м. К ведомому валу O_3 приложен момент сопротивления $M_C = 30$ н.м. Числа зубьев колес: $z_1 = 15$, $z_2 = 30$, $z_3 = 15$, $z_4 = 30$. Моменты инерции валов с насаженными на них колесами будут:

$I_{O1} = 0,02 \;\; кгм^2$, $I_{O2} = 0,08 \;\; кгм^2$, $I_{O3} = 0,16 \;\; кгм^2$

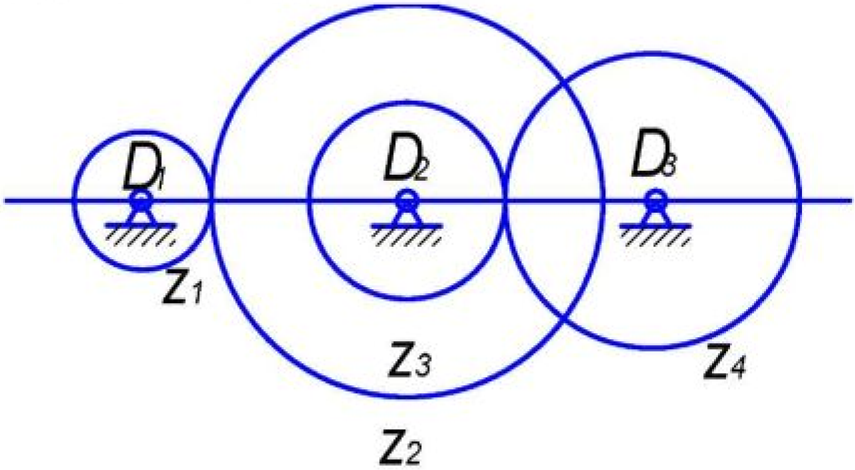


Рис. 2

Требуется привести момент сопротивления M_C к первому валу и определить величину $\Delta M = M_{дв} - M_C$, а также привести момент инерции валов и колес I_{O2}, I_{O3} к первому валу и определить $I_{пр\Sigma}$ при $\eta = 1$.

Решение:

$$M_{C\,пр} = M_C \cdot \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{M_C}{i_{1-3}};$$

$$i_{1-3} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{30 \cdot 30}{15 \cdot 15} = 4$$

Следовательно $M_{Cпр} = \frac{30}{4} = 7,5нм$

Величина $\Delta M = M_{дв} - M_{Cпр} = 10 - 7,5 = 2,5нм$

Суммарный приведенный момент инерции

$$\sum I_{пр} = I_{01} + I_{02пр} + I_{03пр}$$

$$I_{02пр} = I_{02}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = I_{02}\left(\frac{1}{i_{1-2}}\right)^2 ={}_{02}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0,02кгм^2$$

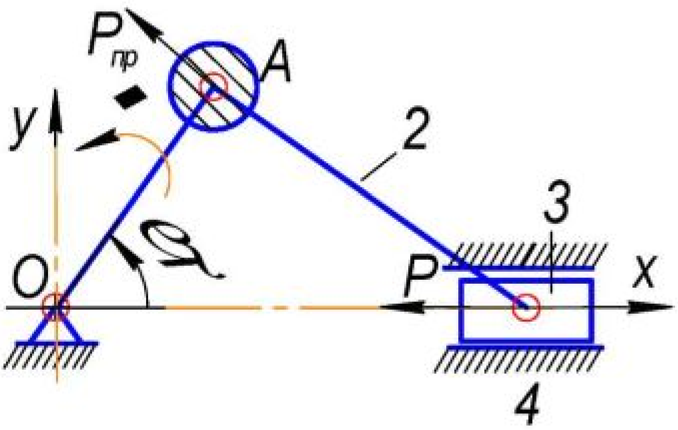
Т. к. $i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = 2$

Соответственно $$I_{03пр} = I_{03}\left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 = I_{03}\left(\frac{1}{i_{1-3}}\right)^2 = 0,16\frac{1}{16} = 0,01кгм^2$$

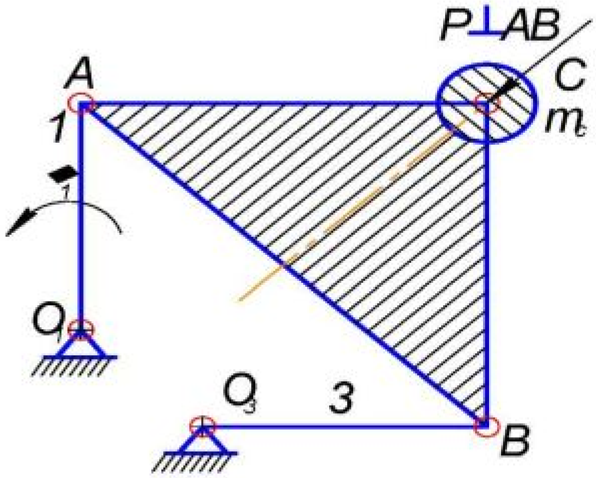
Тогда $\sum I_{пр} = 0,2 + 0,2 + 0,1 = 0,05кгм^2$

Задачи для самостоятельной работы.

Задача 1. Определить приведенный момент к кривошипу от силы P=1000 Н, приложенной к ползуну и приведенный момент инерции от шатуна, масса которого m2=10 кг, $I_{S2} = 0,05$ кгм2

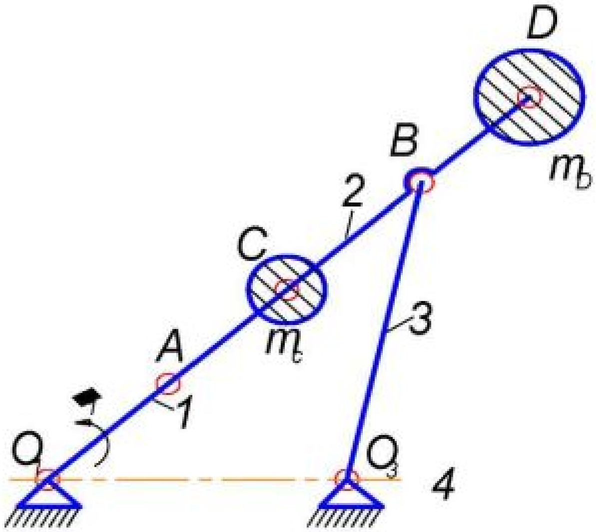


Задача 2. В точке С механизма сосредоточена масса $m_C = 10$ кг и приложена сила P=1000 Н, линия действия которой перпендикулярна AB. Для данного положения механизма привести силу P и массу m_C к шарнирной точке А механизма, если $O_1A = O_3B = 0,05$, $AB = 0,875$ м, $AC = CB$

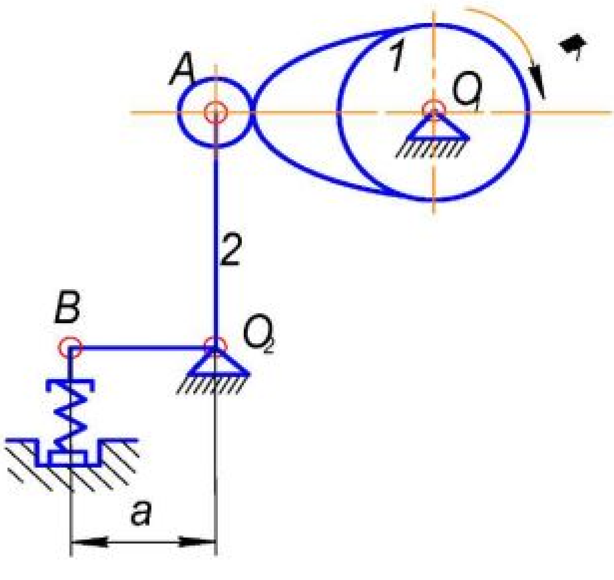


Задача 3. Определить приведенный к валу O_1, звена O_1A момент инерции $I_{пр}$ массы шатуна 2, если его масса $m_2 = 1$ кг, $I_{C2} = 0{,}4$ кгм2, $AC = \frac{1}{2}AB$, $AO = 0{,}1$ м, $AB = 2$ м, $BO_3 = 0{,}2$ м.

Рассмотреть случаи, когда звенья AO_1 и AB образуют одну прямую линию OAB.

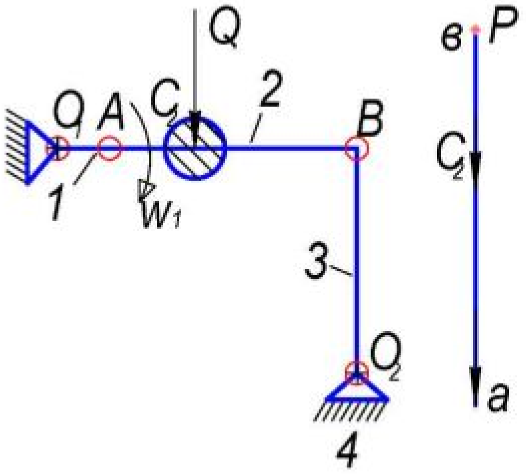


Задача 4. Вычислить массу коромысла 2, приведенную в точке B. Момент инерции коромысла, взятый относительно оси, проходящей через точку O_2, $I_{O2} = 0{,}01$ кгм2, $a = 0{,}05$ м

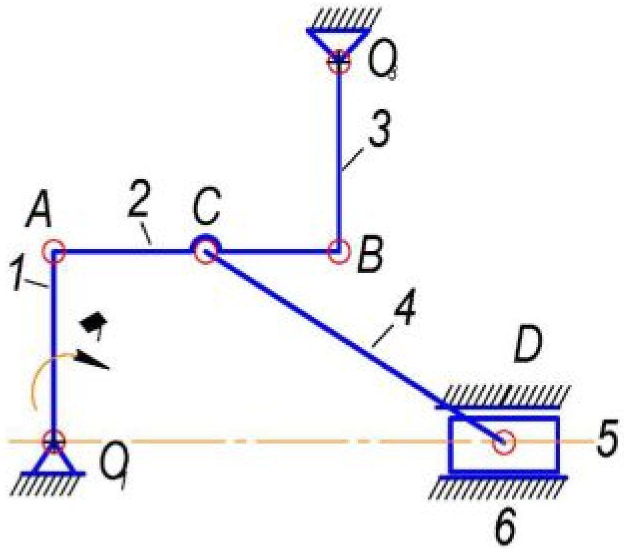


Задача 5. Для кривошипно-коромыслового механизма привести массу m_2 и силу Q к точке A кривошипа.

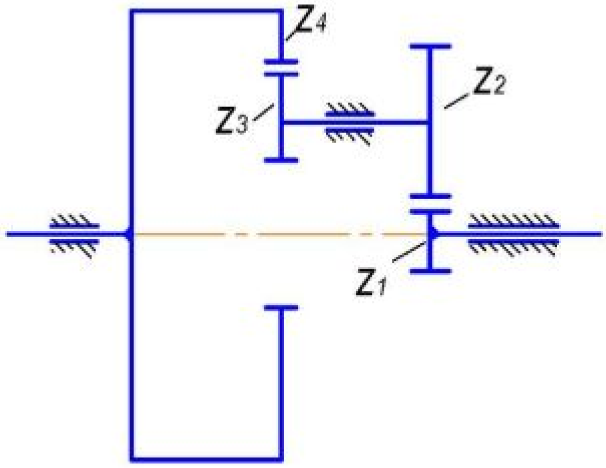
m2=10 кг, $Q = 100$ Н, $O_1A = 0,2$ м, $AB = 0,6$ м, $BO_2 = 0,6$ м, AC2= C2B.



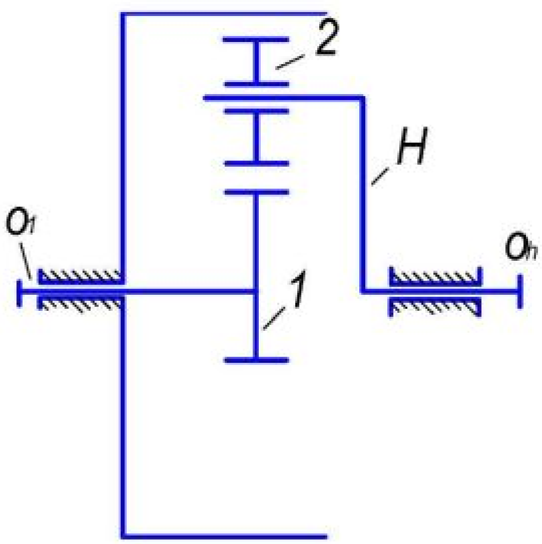
Задача 6. Определить величину приведенного момента инерции звеньев механизма, если m2= m4=2 кг, а моменты инерции первого и третьего звеньев относительно осей вращения $I_{01} = I_{03} = 0,04$ кгм2, $OA = BO_3 = 200$ мм.



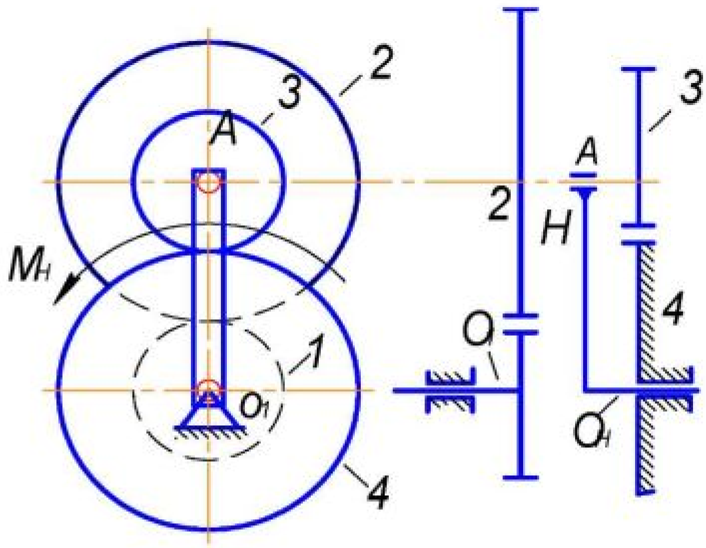
Задача 7. Определить значение приведенного момента инерции к валу первого колеса от масс всех звеньев редуктора, если моменты инерция звеньев относительно осей вращения: $I_1 = 0{,}01$ кгм2, $I_{2-3} = 0{,}04$ кгм2, $I_4 = 0{,}16$ кгм2, $z_1 = 20$, $z_2 = 30$, $z_3 = 20$. Модули всех колес одинаковы.



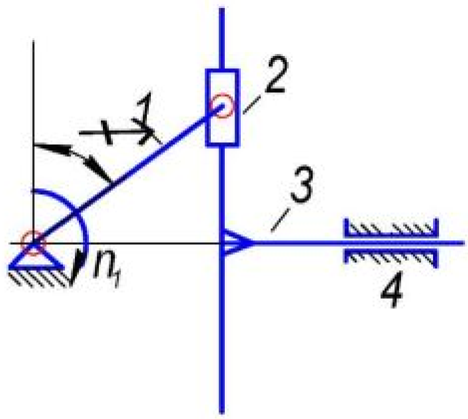
Задача 8. Определить приведенный к валу O_1 колеса 1 момент $M_{пр}$ от момента $M_H = 40$ нм, приложенного к валу водила H планетарного редуктора, если числа зубьев колес $z_1 = z_2 = 20$, $z_3 = 60$. Колесо 3 неподвижно.



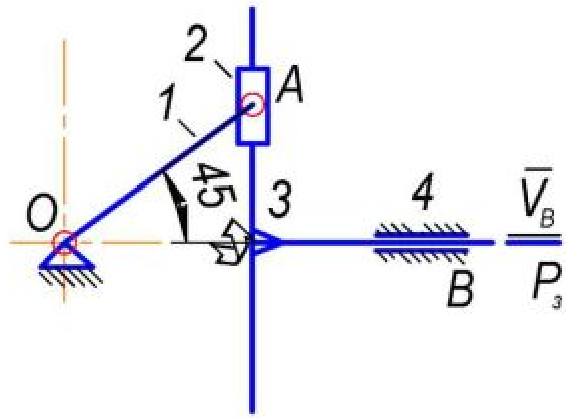
Задача 9. Определить приведенный к валу O_1 звена 1 момент инерции $I_{пр}$ масс всех звеньев планетарного механизма, если центры тяжести всех звеньев лежат на их относительных осях вращения. Моменты инерции $I_1 = I_3 = 0{,}01$ кгм2, $I_2 = 0{,}04$ кгм2, $I_H = 0{,}18$ кгм2. Массы сателлитов: $m_2 = 4$ кг, $m_3 = 0{,}5$ кг. Модуль зацепления $m = 10$ мм, $z_1 = z_2 = 20$, $z_2 = z_4 = 40$.



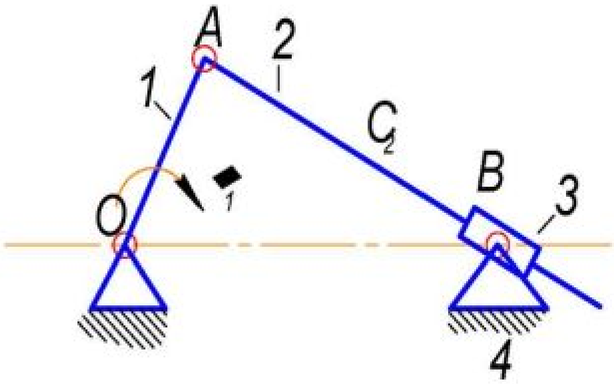
Задача 10. Масса кулисы в механизме $m_3 = 10$ кг. Пренебрегая массами остальных звеньев, определить численное значение приведенной к точке А массы кулисы для углов поворота $\varphi = 0°$, $\varphi = 90°$.



Задача 11. Для синусного механизма определить приведенный к валу О звена ОА момент M_H от $P_3 = 20$ Н, приложенной к звену 3 и приведенный момент инерции $I_{пр} = 0{,}04$ от массы звена 3, если $m_3 = 0{,}4$ кг, $l_{OA} = 50$ мм.



Задача 12. Для кривошипного механизма с качающимся ползуном определить приведенный к валу О звена ОА момент M_H от момента $M_3 = 4$ нм, приложенного к ползуну 3 и приведенный момент инерции $I_{пр}$ от масс ползуна 3, если $I_3 = 0{,}004$ кгм2, $\ell_{OA} = 100$ мм, $A_{OB} = 300$ мм, $\varphi_1 = 180°$.



Практическая работа № 6.
Определение закона движения звена приведения машинного агрегата

1. Задачи на определение характера движения машинного агрегата практически сводятся к определению закона движения одного главного звена машины (звена приведения).

К этому звену предварительно приводятся все силы, действующие на звенья механизма, и массы звеньев. Звено с приведенными силами и массами носит название динамической модели машины. Для определения закона движения этой динамической модели следует воспользоваться уравнением движения либо в дифференциальной форме –

$$\Delta M = I_{пр}\frac{d\omega}{dt} + \frac{dI_{пр}}{d\varphi}\cdot\frac{\omega^2}{2}$$

либо в форме изменения кинетической энергии - уравнением работ - $\Delta E = A_{пр}$

или

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_Д d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_C d\varphi = \frac{I_{ni}\omega_i^2}{2} - \frac{I_{n0}\omega_0^2}{2}$$

где $I_{пр}$ - приведенный момент инерции машины;

ω - угловая скорость звена приведения;

ΔM - момент всех сил, приведенных к звену приведения;

$$\Delta M = M_{дв}^{пр} - M_{сопр}^{пр}$$

где $M_{дв}^{пр}$ - момент всех сил движущихся, приведенных к звену приведения;

$M_{сопр}^{пр}$ - момент всех сил сопротивления, приведенных к тому же звену;

$\Delta E = E_2 - E_1$ - изменение кинетической энергии при переходе звена приведения из положения I в положение 2;

$A_{пр} = A(\Delta M) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \Delta M d\varphi$ - работа всех сил, приведенных к главному звену.

Задачу о движении звена приведения можно считать решенной, если с помощью уравнений динамики будет найдена одна из следующих четырех зависимостей:

$$\varphi = \varphi(t)$$

$$\omega = \omega(t)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(t)$$

$$\omega = \omega(f)$$

где φ - угол поворота звена приведения /обобщенная координата/;

ω - его угловая скорость;

ε - его угловое ускорение;

t - время.

В задачах данного параграфа предполагается известными или предварительно найденными следующие величины: приведенный момент движущихся сил $M_Д$, приведенный момент сил сопротивлений M_C, приведенный момент инерции I_n, а также начальные значения утла φ_0 и угловая скорость ω_0 звена приведения.

а). Движение звена приведения при силах, зависящих от скорости и времени

$$M_Д = M_Д(\omega),\ M_C = M_C(t),\ I_n = const$$

Уравнение звена приведения запишется так

$$M_Д(\omega)d\varphi - M_C(t)d\varphi = dE = d\left(I_n\frac{\omega^2}{2}\right)$$

или

$$M_Д(\omega)d\varphi - M_C(t)d\varphi = I_n\omega d\omega$$

имея в виду, что

$$\frac{\omega d\omega}{d\varphi} = \frac{\omega d\omega}{dt}\cdot\frac{dt}{d\varphi} = \frac{d\omega}{dt}$$

тогда

$$M_Д(\omega) - M_C(t) = I_n\frac{d\omega}{dt}$$

Решив это уравнение можно определить закон изменения угловой скорости $\omega(t)$.

б). Движение звена приведения при силах, зависящих от скорости пути

$$M_Д = M_Д(\omega),\ M_C = M_C(\varphi),\ I_n = I_n(\varphi)$$

Уравнение движения звена приведения

$$M_Д(\omega)d\varphi - M_C(t)d\varphi = dE$$

где

$$E = I_n(\varphi)\frac{\omega^2}{2}$$

Это уравнение является нелинейным, вследствие чего его легче решить графическим путем.

2. Задача об ограничения колебаний угловой скорости главного звена в установившемся движении может быть сформулирована следующим образом.

Все силы и массы приведены к главному звену, движение которого установилось. Так как в общем случае ΔM и $I_{пр}$ - переменные величины /изменяются периодически, угловая скорость тоже будет периодически изменяться/. Допустимое колебание задается коэффициентом неравномерности вращения δ.

Требуется подобрать величину дополнительной массы, которую необходимо связать с главным звеном, чтобы указанные периодические колебания угловой скорости происходили в заданных предела. Дополнительная масса выполняется в виде маховика с моментом инерции $I_м$.

Коэффициент неравномерности вращения δ равен

$$\delta = \frac{\omega_{мах} - \omega_{мин}}{\omega_{ср}}$$

где

$$\omega_{ср} = \frac{\omega_{мах} + \omega_{мин}}{2}$$

откуда

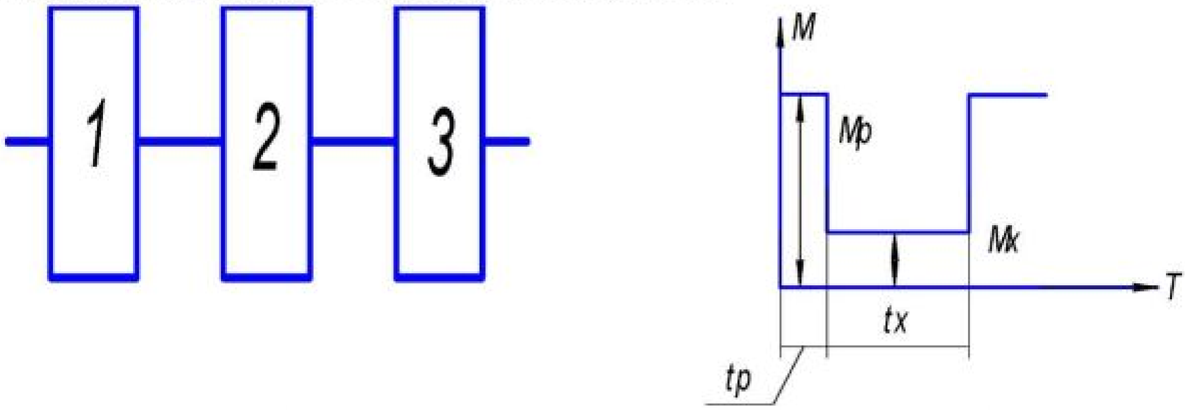
$$\omega_{мах} = \omega_{ср}\left(1 + \frac{\delta}{2}\right)$$

$$\omega_{мин} = \omega_{ср}\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)$$

Пример 1. Машинный агрегат (рис. 1) состоит из двигателя 1, рабочей машины 2, зубчатого редуктора 3. Момент, развиваемый двигателем, является функцией угловой скорости.

$$M_Д = \frac{a}{\omega};$$

Нагрузка рабочей машины задана графиком (рис. 1б).



а) б)

Рис. 1

Зубчатый редуктор имеет передаточное отношение i_{12};

момент инерции деталей на валу рабочей машины I2 момент инерции ротора двигателя I1.

Найти время остановки рабочей машины после момента отключения двигателя если:

$$Mx=800 \text{ нм}; \ I_1 = 0{,}3 \text{ кгм2}, \ I_2 = 4{,}0 \text{ кгм2},$$

$$i_{12} = 4, \ a = 2000 \text{ нм/сек}, \ \omega_{мах} = 90 \text{ 1/сек}$$

Решение:

1. Приведем момент инерции к валу двигателя

$$I_{2п} = I_2 \cdot i_{21}^2 = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0{,}25 \text{ кгм2}$$

2. Приведем момент сопротивления М к валу двигателя

$$M_{Рп} = M_X \cdot i_{21} = 800 \cdot \frac{1}{4} = 200 \text{ нм}$$

3. Составим дифференциальное уравнение движения вала двигателя для рабочего хода

$$M_Д(\omega)d\varphi - M_C(t)d\varphi = dE$$

где $$E = (I_1 + I_{2п})\frac{\omega^2}{2}$$

$$dE = (I_1 + I_{2п})\omega \cdot d\omega$$

4. Заменим

$$\frac{\omega \cdot d\omega}{d\varphi} = \frac{d\omega}{dt}; \ M_Д(\omega) - M_{рп}(t) = (I_1 + I_{2п})\frac{d\omega}{dt}$$

5. Произведем разделение переменных

$$\frac{d\omega}{M_Д(\omega) - M_{Рп}(\omega)} = \frac{dt}{I_1 + I_{2п}}$$

Подставляем численные значения величин

$$\frac{d\omega}{\frac{a}{\omega}-200}=\frac{dt}{0{,}3+0{,}25}$$

6. Интегрируем в пределах от $\omega_{мах}$ до $\omega_{мin}=0$

$$\int_{\omega\max}^{\omega\min}\frac{d\omega}{\frac{a}{\omega}-200}=\int_{tn}^{tk}\frac{dt}{0{,}45}$$

$$\int_{\omega_{мах}}^{\omega_{мin}}\frac{\omega d\omega}{a-200\omega}=\int_{tn}^{tк}\frac{dt}{0{,}45}$$

Интеграл типа

$$\int\frac{xdx}{Ax+B}=\frac{1}{A}x-\frac{B}{A^2}\ln\left|x+\frac{B}{A}\right|+C$$

$$\int_{\omega_{мах}}^{\omega_{мin}}\frac{\omega d\omega}{a-200\omega}=\frac{1}{200}(90-0)+\frac{a}{200^2}\ln\left|90-\frac{a}{200}\right|=0{,}545$$

$$0{,}545=\frac{1}{0{,}45}\Delta t$$

$$\Delta t=0{,}25 \text{ сек}$$

Пример 2. Покажем движение задачи о движении звена приведения при заданных $M_Д=M_Д(\varphi)$, $M_C=M_C(\varphi)$, $\mathrm{I}_n=\mathrm{I}_n(\varphi)$ в виде функций (рис. 2)

Решение задачи ведем в такой последовательности:

Абсциссу графика $M_Д=M_Д(\varphi)$ разлагаем в соответствии с разметкой траектории точки В звена приведения. Площади F_{12}, F_{23}, F_{34}, и т.д. пропорциональны избыточным работам на соответствующих перемещениях звена АВ.

Вычисляем значения этих работ как $A_{12}=\mu_M\cdot\mu_\varphi\cdot F_{12}$ и т.д.

где F_{12} - площади в мм2.

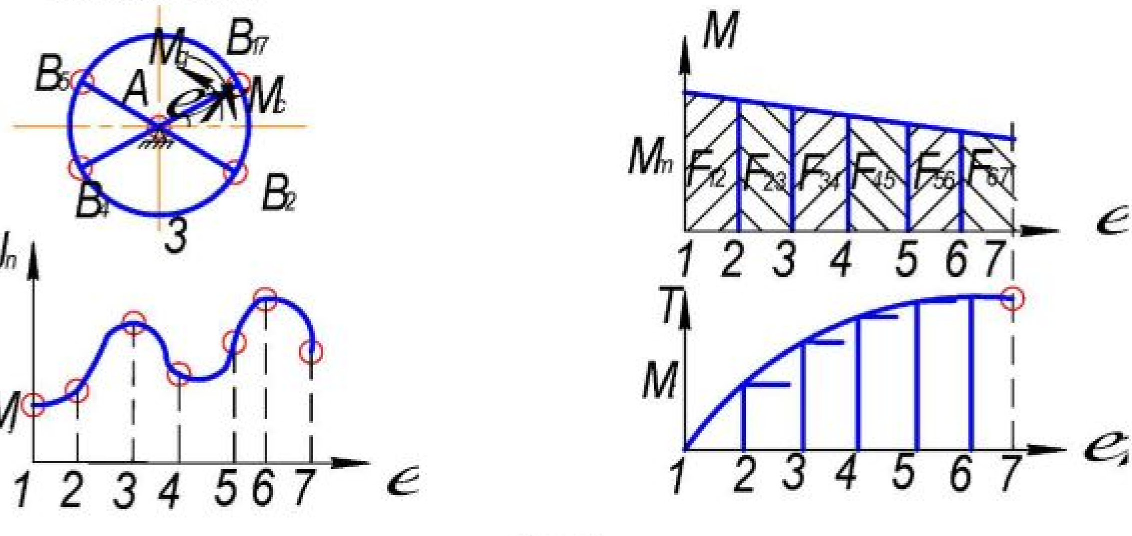


Рис. 2

а) и б) в) и г)

Значение кинетической энергии Ti в каждой из выбранных положений звена АВ

$$T_i = T_0 + A_0;$$

где T_0 - значение кинетической энергии в начале перемещения.

Строим график $T_i \to \varphi$ (рис. 2г).

Вычисляем значение угловой скорости в каждом положении звена АВ

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2A}{T_{ni}} + \frac{\mathrm{I}_{n0}}{\mathrm{I}_{ni}} \cdot \omega_0^2} = \sqrt{\frac{2T_i}{\mathrm{I}_{ni}}}$$

Строим график $\omega = \omega(\varphi)$. Графическим дифференцированием этого графика можно найти значение аналога углового ускорения ε для любого положения звена АВ.

Угловое ускорение

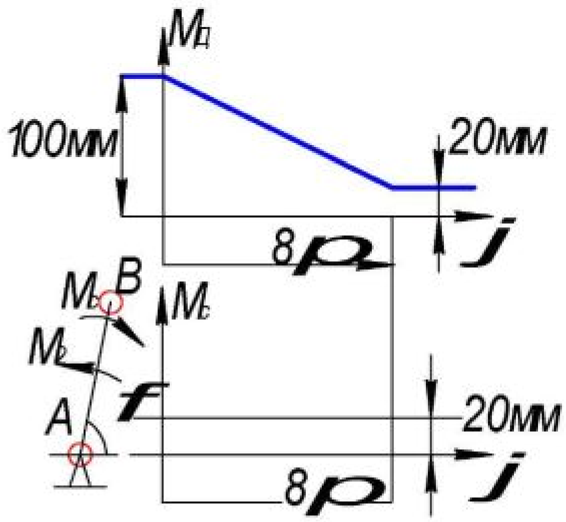
$$\varepsilon = \omega_i \left(\frac{d\omega}{d\varphi}\right)_{\varphi=\varphi_i}$$

Коэффициент неравномерности движения звена АВ - δ находится по формуле

$$\delta = \frac{\omega_{мах} - \omega_{мин}}{\omega_{cp}}$$

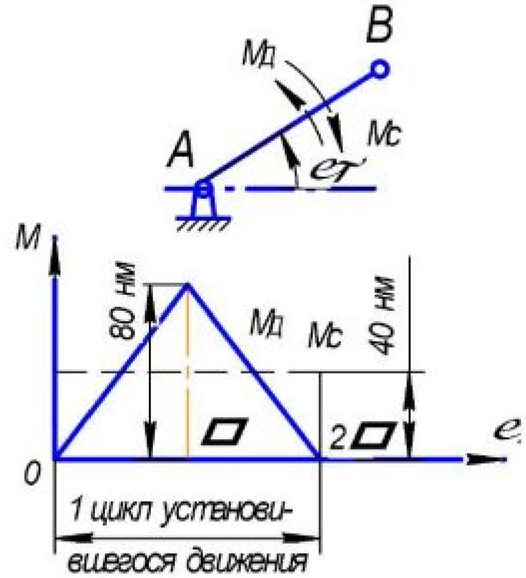
Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Силы и массы машины приведены к звену АВ, момент движущих сил изменяется согласно графика а), момент сил сопротивления - согласно графика б). Приведенный момент инерции постоянен и равен $\mathrm{I}_n = 0{,}314$ кгм2. При $\varphi = 0$ угловая скорость $\omega_{AB} = 0$. Определить угловую скорость ω в установившемся движении этого звена.

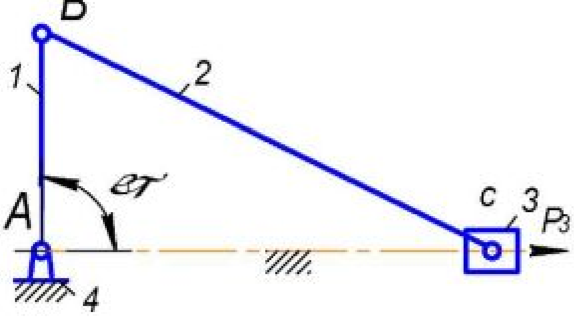


Задача 2. Силы и массы машинного агрегата приведены к звену АВ. Движение этого звена установилось. Угловая скорость в начале цикла $\omega_0 = 20$ сек-1. Моменты движущихся сил и сил сопротивления изменяются в соответствии с графиками $I_п = 0{,}3$ кгм2.

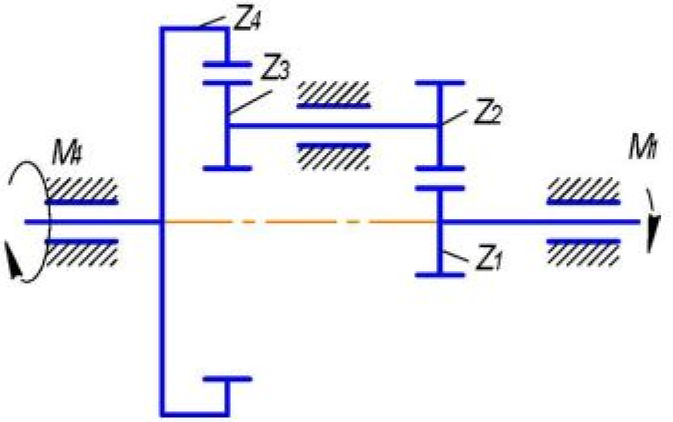
Определить $\omega_{мах}$ и $\omega_{мин}$ и степень неравномерности его движения.



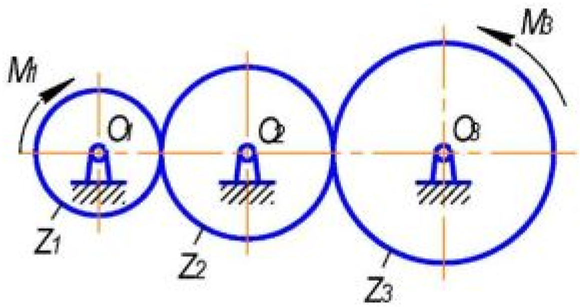
Задача 3. К ползуну кривошипно-ползунного механизма приложена движущая сила $P_3 = 100$ Н. Вращение кривошипа начинается из положения, в котором $\varphi_1 = 90°$, длина кривошипа $l_{AB} = 100$ мм. Масса ползуна 3 равна $m_3 = 1{,}0$ кг, $I_1 = 0{,}01$ кгм2. Пренебрегая массой шатуна 2, определить, с каким угловым ускорением ε, начинает вращаться кривошип.



Задача 4. К зубчатым колесам 1 и 4 приложены моменты $M_1 = 50$ нм и $M_4 = 112$ нм. Определить угловое ускорение ε_1 первого колеса, если моменты инерции колес $I_1 = 0{,}01$ кгм2, $I_{2,3} = 0{,}4$ кгм2, $I_4 = 1{,}8$ кгм2, и числа зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, $z_3 = 20$. Модули всех колес одинаковы.

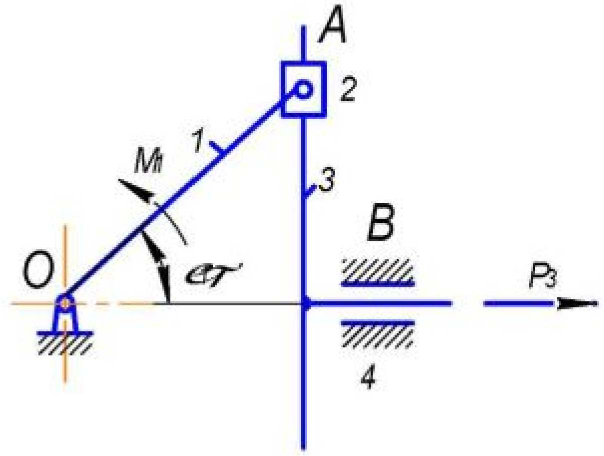


Задача 5. К колесам 1 и 3 рядового зубчатого зацепления приложены моменты $M_1 = 65$ нм, $M_3 = 100$ нм. Моменты инерции колес: $I_2 = 0{,}225$ кгм2, $I_1 = 0{,}1$ кгм2, $I_3 = 0{,}4$ кгм2, Числа зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 30$, $z_4 = 40$. Определите с каким угловым ускорением ε_1 угловой скоростью ω_1 будет вращаться колесо 1 через 2 сек после начала движения.



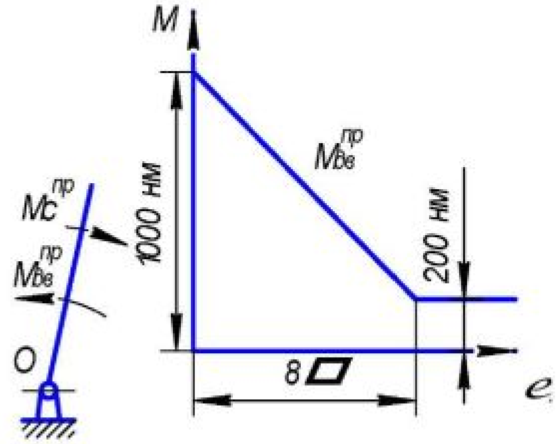
Задача 6. К ползуну кулисного механизма приложена сила $P_3 = 100$ Н, а к кривошипу ОА - момент $M_1 = 20$ нм. Вращение кривошипа начинается с момента, в котором $\varphi_1 = 45^\circ$.

Определить, с каким угловым ускорением ε_1, начнет вращаться кривошип, если масса ползуна $m_3 = 5$ кг, $I_1 = 0{,}1$ кгм2.



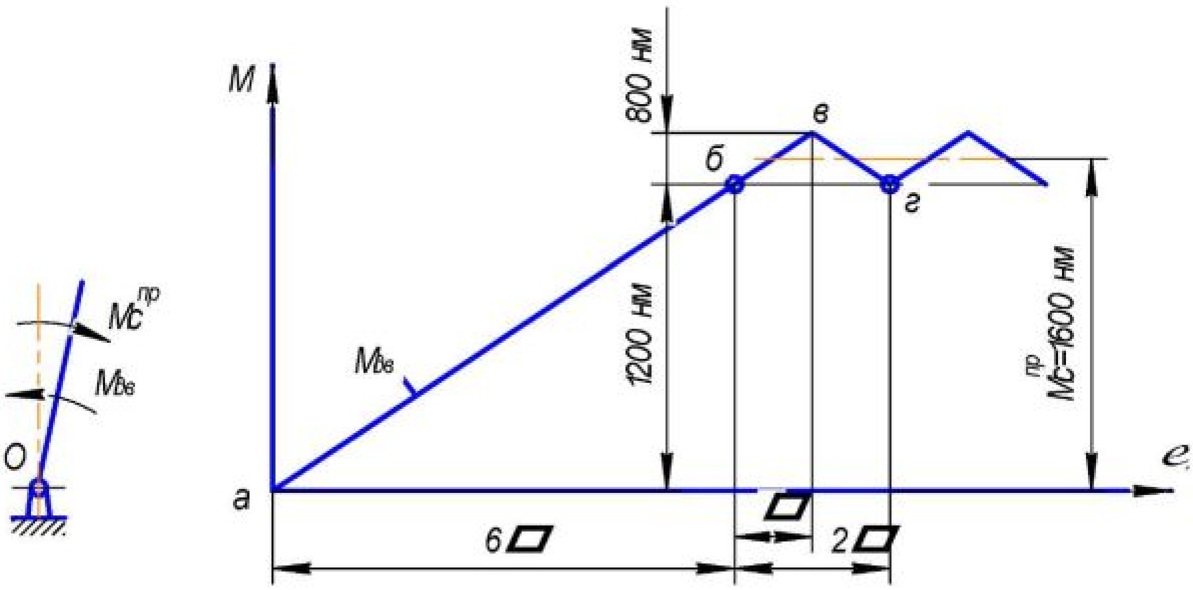
Задача 7. Силы и массы машинного агрегата приведены к главному валу О. $M_{дв}^{пр}$ изменяется в соответствии с графиком $M_C^{пр} = 200$ нм, $I_{пр} = 3{,}14$ кгм2.

Полагая, что при $\varphi = 0$, $\omega = 0$, определить угловую скорость установившегося движения.



Задача 8. Силы и массы машинного агрегата приведены к главному валу. Приведенный момент движущихся сил меняется в соответствии с графиком $M_C^{пр} = 1600$ нм и подключается в конце третьего оборота. $\text{Y}_{пр} = 6{,}28$ кгм2.

Выяснить, возможно, ли установившееся движение главного вала. И если возможно, то определить степень неравномерности этого движения.



Практическая работа № 7.
Расчет маховика

Уравнение движения машинного агрегата может быть представлено в форме дифференциального уравнения

$$M_Д - M_C = \frac{dE}{d\varphi} = \frac{d\left(\frac{I_{пр}\varpi}{2}\right)}{d\varphi}$$

в общем случае, если $\omega \neq const$ и $J_{пр} \neq const$ уравнение имеет вид:

$$\Delta M = I_{пр}\frac{d\omega}{dt} + \frac{dI_{пр}}{d\varphi}\cdot\frac{\omega^2}{2}$$

Уравнение движения машины в энергетическом виде

$$\Delta A = A - A_C = \frac{I_{n\max}\omega_{\max}^2}{2} - \frac{I_{n\min}\omega_{\min}^2}{2}$$

где: $I_{n\max}$, $I_{n\min}$ - моменты инерции механизма приведенные, соответствующие *max* и *min* угловой скорости.

$$I_{n\max} = I_M + I_{ni\max}$$

$$I_{n\min} = I_M + I_{ni\min}$$

$$A = \frac{(I_M + I_{ni\max})\omega_{CP}^2(1+\delta)}{2} - \frac{(I_M + I_{ni\min})\omega_{CP}^2(1+\delta)}{2}$$

Решаем уравнение относительно I_M, считая, что $I_{ni\,max}$ и $I_{ni\,min}$ – незначительными по сравнению с I_M имеем:

$$I_M \cong \frac{A}{\delta\cdot\omega_{CP}^2}$$

Пример 1. Определить момент инерции маховика, который надо установить на валу машинного агрегата, чтобы обеспечить коэффициент неравномерности вращения $\delta = \frac{1}{50}$; Движение установившееся, $\omega_{ср} = 10$ 1/сек; Момент всех приведенных сил $\Delta M = 20\cdot\cos\varphi$ нм. Приведенный момент инерции постоянный $I_{пр} = 2$ кгм2.

а). Дифференциальное уравнение движения для данного случая будет иметь вид

$$\Delta M = I_{пр}\cdot\frac{d\omega}{dt} = I_{пр}\varepsilon$$

т.к. $I_{пр} = const$ $\frac{dI_{пр}}{d\varphi} = 0$

б). В положениях, где $\omega = \omega_{мах}$, $\omega = \omega_{мин}$, $\varepsilon = 0$

Угловое ускорение $\varepsilon = 0$ при $\Delta M = 20\cdot\cos\varphi = 0$, $\Delta M = 0$ при $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\varphi = \frac{3}{2}\pi$

Угловая скорость $\omega_a = \omega_{мах}$ будет иметь место при

$\varphi_a = \frac{\pi}{2}$; $a\omega_б = \omega_{мин}$ - при $\varphi_б = \frac{3}{2}\pi$ (т.к. до $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\Delta M \geq 0$, а от $\varphi = \frac{\pi}{2}$ до $\varphi = \frac{3}{2}\pi$, $\Delta M \leq 0$).

в). Изменение кинетической энергии после постановки маховика при переходе главного вала из положения, где $\omega_б = \omega_{мин}$ в положении, где $\omega_а = \omega_{мах}$ равно

$$\Delta E_{б-а} = \left(I_{пра} + I_м\right)\frac{\omega_{мах}^2}{2} - \left(I_{прб} + I_м\right)\frac{\omega_{мин}^2}{2}$$

откуда

$$I_м = \frac{2\Delta E_{б\ а} - I_{пра}\omega_{мах}^2 + I_{прб}\omega_{мин}^2}{\omega_{мах}^2 - \omega_{мин}^2};$$

$$I_{пра} = I_{прб} = I_{пр} = const$$

$$\omega_{мах}^2 - \omega_{мин}^2 = 2\delta\omega_{ср}^2$$

$$I_м = \frac{2\Delta E_{б\ а}}{\delta\omega_{ср}^2} - I_{пр}$$

тогда

$$\Delta E_{б\ а} = \int_{\varphi_б}^{\varphi_а} \Delta M d\varphi = 20\int_{\frac{3}{2}\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi = 40 нм$$

$$I_м = \frac{40}{\frac{1}{50}\cdot 100} - 2 = 18 кгм^2$$

Пример 2. Силы и массы машинного агрегата приведены к главному валу. Движение установившееся. Один цикл движения соответствует одному повороту вала. Приведенный момент инерции $I_{пр} = 2$ кгм^2. Момент приведенных сил сопротивления задан графиком (рис. 1б) Момент приведенных движущих сил постоянный $M_{дв}^{пр} = const$, $\omega_{ср} = 20$ 1/сек

Определить момент инерции маховика, необходимого для того, чтобы обеспечить заданную величину коэффициента неравномерности $\delta = 0{,}025$

Решение:

а). Найдем величину момента приведенных движущих сил. При установившемся движении изменение кинетической энергии за цикл равно нулю.

$$\Delta E_{1\ 2} = 0 = A_{дв}^{пр} - A_с^{пр}$$

Работа приведенных движущих сил за цикл

$$A_{дв}^{пр} = M_{дв}^{пр}\cdot 2\pi; \left(M_{дв}^{пр} = const\right)$$

Работа приведенных сил сопротивления за цикл

$$A_C^{пр} = \int_0^{2\pi} M_C^{пр} d\varphi$$

Эта работа найдется как площадь треугольника, т.е.

$$A_C^{пр} = \int_0^{2\pi} M_C^{пр} d\varphi = \frac{1}{2}\cdot 400\pi = 200\pi нм$$

т.к. $\Delta E_{1\ 2} = 0 = A_{дв}^{пр} - A_с^{пр}$

то $A_{дв}^{пр} = A_с^{пр}$

откуда $M_{дв}^{пр} = \dfrac{A_C^{пр}}{2\pi} = 100$ нм б). Найдем положения, в которых угловая скорость вала будет достигать экстремальных значений.

$$\Delta M = I_{пр} \cdot \varepsilon \;; \qquad \varepsilon = \frac{\Delta M}{I_{пр}} \;;$$

При $\omega_а = \omega_{мах}$ и $\omega_б = \omega_{мин}$, $\varepsilon = 0$ это будет в положениях «а» и «б», где $M_{дв}^{пр} = M_C^{пр}$

Максимальная угловая скорость в положении «а», т.к. в периоде 1-а движение ускоренное ($M_{дв}^{пр} \ge M_C^{пр}$ т.е. $\varepsilon \ge 0$).

в). Определим момент инерции маховика

$$\Delta E_{б-а} = \left(I_{пра} + I_м\right)\frac{\omega_{мах}^2}{2} - \left(I_{прб} + I_м\right)\frac{\omega_{мин}^2}{2}$$

$$I_{пра} = I_{прб} = I_{пр} = const$$

откуда

$$I_м = \frac{2\Delta E_{б-а}}{\delta \omega_{ср}^2} - I_{пр}$$

$$\Delta E_{б-а} = A_{дв}^{пр} - A_C^{пр} = \frac{5}{4}\pi \cdot 100 - \frac{\pi}{8} \cdot 100 = \frac{900}{8}\pi$$

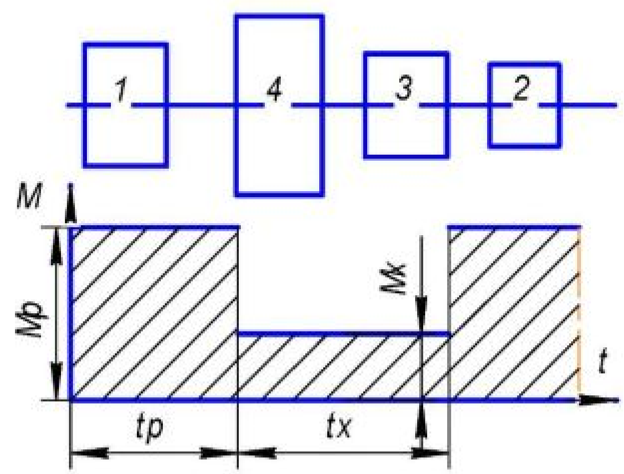
$$I_М = \frac{900 \cdot \pi \cdot 40}{8 \cdot 400} - 2 = 33,4 кгм^2$$

<u>Задачи для самостоятельной работы.</u>

Задача 1. Машинный агрегат состоит из двигателя 1, рабочей машины 2, зубчатого редуктора 3 и махового колеса 4. Нагрузка рабочей машины задана графиком $M = M(t)$. Передаточное отношение редуктора; $i_{12} = 4$, $I_2 = 16,0$ кгм2, $I_1 = 1,00$ кгм2, $M_P = 20000$ нм, $M_x = 400$ нм.

Во время рабочего хода машинного агрегата угловая скорость ротора уменьшается с величины $\omega_{iàõ} = 148$ сек-1 до $\omega_{iàõ} = 130$ сек-1. Удержание угловой скорости в заданных пределах обеспечивается установкой маховика 4.

Определить величину момента инерции маховика I_M, если механическая характеристика двигателя $M_{дв} = a - вω$, где $a = 30000$ нм, $в = 200$ нм/сек, время рабочего хода $t_P = 0,3$ сек.



Задача 2. Определить величину I_M момента инерции маховика, если он должен быть установлен на валу рабочей машины, как это бывает на практике для условий задачи №1. Механическая характеристика двигателя

$M_{дв} = a + в\omega - c\omega^2$

Задача 3. Силы и массы приведены к главному валу. Движение установившееся. Момент сил сопротивления изменяется в соответствии с графиком.

$M_{дв}^{пр} = const$, $I_{пр} = 10$ кгм2, $\omega_{ср} = 30$ 1/сек

Определить I_M, который необходимо установить на главном валу, чтобы обеспечить заданную величину $\delta = 1/20$.