

**ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ  
ПОСТРОЕНИЕ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ПРОФИЛЯ  
МЕТОДОМ ОБКАТКИ**

Методические указания к выполнению лабораторной работы  
для студентов механических специальностей всех форм обучения

Методические указания составлены на кафедре «Детали машин». Включают общие сведения об эвольвентных зубчатых передачах, цель, задачи и последовательность выполнения лабораторной работы, вопросы для самоконтроля.

Лабораторная работа рассчитана на два академических часа.

# 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭВОЛЬВЕНТНОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ

Зубчатые механизмы используют для передачи движения и усилий с одного вала машинного агрегата на другой вал. Передача осуществляется за счет зацепления рабочих поверхностей зубьев. При этом процессе происходит преобразование как движения, так и усилий: изменяются направления и величины скоростей валов и крутящих моментов на валах ведомых звеньев.

К зубчатым передачам предъявляют прочностные и кинематические требования, позволяющие обеспечить их работоспособность. Работоспособность передач в значительной степени зависит от геометрии поверхностей, находящихся в зацеплении, от размеров колес и от настроек зуборезного станка. В настоящее время самые распространенные передачи имеют эвольвентные поверхности зубьев, обладающие значительными достоинствами перед другими поверхностями, но они не свободны от некоторых недостатков. В современном машиностроении при изготовлении зубчатых колес преимущественно используется метод обкатки. Обладая бесспорными достоинствами перед методом копирования, метод обкатки имеет некоторые негативные проявления. В данной работе рассматривается один из недостатков метода обкатки – подрезание, которое снижает изгибную прочность зубьев, т. е. ухудшает работоспособность передач. Этот недостаток устраним: изменяя взаимное расположение инструмента и заготовки при изготовлении колеса, можно либо полностью избавиться от подрезания, либо значительно ослабить его. Устраняя подрезание можно улучшить некоторые качественные показатели зацепления.

**Академическая цель** лабораторной работы заключается в изучении особенностей метода обкатки на примере образования профилей зубьев эвольвентного зубчатого колеса и в ознакомлении с элементами зубчатого венца и негативными явлениями при их изготовлении.

**Исследовательская цель** работы заключается в определении параметров настроек станка для устранения подрезания ножки зуба и в проверке отсутствия заострения вершины зуба.

Подготовку к выполнению лабораторной работы рациональнее начать с 2.3, руководствуясь изложенными там указаниями о последовательности и глубине проработки материала на разных стадиях его освоения.

## 1.1. Основные геометрические элементы зубчатого колеса

Зубчатое звено (колесо, рейка или сектор) состоит из тела звена и зубчатого венца. В дальнейшем будем рассматривать зубчатые колеса, распространяя присущие им свойства на остальные звенья ввиду общности строения их венцов. Форма колеса зависит от взаимного расположения осей вращения зубчатых колес в передаче: цилиндрическая – при параллельных осях, коническая – при пересекающихся осях и гиперболоидная – при перекрещивающихся осях. Колесо – пространственное тело, но для изучения большинства его геометрических элементов и свойств достаточно рассмотреть любое *торцовое сечение*

колеса (сечение плоскостью перпендикулярной его оси), т. к. в остальных торцовых сечениях сохраняется та же геометрия, которая наблюдается в выбранном торцовом сечении.

Венец цилиндрического зубчатого колеса в торцовом сечении (рис. 1) представлен контуром, очерченным отрезками кривых линий. Венец заключен между двумя соосными окружностями: между *окружностью вершин* зубьев диаметра  $d_a$  и *окружностью впадин* диаметра  $d_f$ .

Положение венца относительно оси колеса зависит от числа зубьев и задается *делительной окружностью* диаметра  $d$ , которая расположена между окружностью вершин и окружностью впадин, ближе к окружности вершин. Это *главная геометрическая окружность* колеса. С ее помощью определяют радиальные размеры колеса. Она делит зубья по высоте на две неравные части: *делительную головку* высотой  $h_a$  и *делительную ножку* высотой  $h_f$ . Делительная головка короче делительной ножки на величину *радиального зазора*  $c$ . О радиальном зазоре см. 1.2.

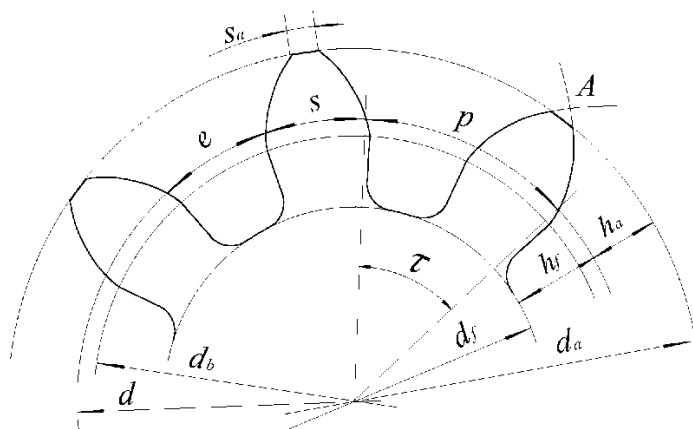


Рис. 1. Основные геометрические элементы зубчатого колеса

Зубья равномерно расположены по окружности колеса. Расстояние между зубьями на любой окружности – *окружной шаг*  $p_y$ . Подстрочным символом  $y$  обозначают любую произвольную окружность. Каждой окружности присвоен свой подстрочный индекс (рис. 1). Чтобы получить параметры конкретной окружности, необходимо у параметров заменить индекс  $y$  индексом данной окружности. Заметим, что у делительной окружности нет подстрочного индекса, поэтому для ее параметров подстрочный индекс опускается.

*Окружной шаг* равен длине дуги окружности между двумя одноименными точками соседних зубьев. Его величина зависит от диаметра  $d_y$  этой окружности и числа зубьев:

$$p_y = \frac{d_y}{z}. \quad (1)$$

В отличие от окружного шага *угловой* шаг  $\tau$  имеет единственное значение:

$$\tau = \frac{2\pi}{z}, \quad (2)$$

где  $z$  – полное число зубьев колеса.

Очевидно соотношение между шагами:

$$p_y = \tau \frac{d_y}{2}, \quad (3)$$

откуда

$$d_y = \frac{2p_y}{\tau} = \frac{z p_y}{\pi}. \quad (4)$$

Для упрощения расчетов и контроля колес при производстве вводят параметр – *модуль* зубьев  $m_y$  – линейную величину в  $\pi$  раз меньшую окружного шага:

$$m_y = \frac{p_y}{\pi}, \quad (5)$$

тогда

$$d_y = m_y z. \quad (6)$$

Понятие модуля очень важно, поскольку это *главный геометрический параметр* зубчатого колеса. Поэтому следует хорошо усвоить его определение: **модуль** – это отношение окружного шага к числу  $\pi$ . Так как шаг на разных окружностях одного и того же колеса не одинаковый, то и модуль на них различный. Все геометрические размеры колес и передачи рассчитываются через модуль и некоторый коэффициент (обратите на это внимание при изучении материала). За расчетный модуль принимают модуль по делительной окружности, который на ней имеет *стандартное значение*  $m$ . Поскольку стандартом СТ СЭВ 310 76 для модулей предусмотрены рациональные числа, то аналогичными числами выражаются и все параметры, вычисляемые с помощью модуля. Модуль имеет размерность длины. Чаще всего его задают в миллиметрах.

По делительным окружностям зацепляющиеся друг с другом колеса имеют одинаковый шаг и модуль. Для прямозубых колес зависимость между ними определяется формулой

$$p = \pi m. \quad (7)$$

Шаг состоит из двух частей (рис. 1): толщины зуба  $s$  и ширины впадины  $e$ . У колес, изготовленных без смещения исходного контура (об изготовлении со смещением см. 1.4), толщина зуба равна ширине впадины:

$$s = e = \frac{\pi m}{2}. \quad (8)$$

Вернемся опять к рис.1, где изображен контур венца зубчатого колеса. Геометрия кривой, очерчивающей зуб между окружностями вершин и впадин, зависит от принятой системы зацепления (эвольвентной, циклоидной, Новикова и т. п.). Мы рассматриваем эвольвентное зацепление, поэтому для этого зацепления и рассмотрим структуру указанной кривой. Она состоит из двух частей.

Одна часть кривой, заключенная между *основной окружностью* (диаметра  $d_b$ ) и окружностью вершин, – *эвольвента окружности* – главная часть профиля зуба. Только она участвует в зацеплении и ее геометрия определяет характеристики и качество зацепления. Вместе с эвольвентой парного колеса она образует высшую пару в зубчатой передаче. Другая часть кривой, заключенная между основной окружностью и окружностью впадин, – *переходная кривая*. Она не участвует в зацеплении и играет вспомогательную роль.

Передачи с *эвольвентным* зацеплением наиболее распространены среди цилиндрических передач. В числе их достоинств – простота инструмента для обработки эвольвентных зубьев методом обкатки, нечувствительность передаточного отношения передачи к изменению межосевого расстояния.

Профиль эвольвентного зуба – *эвольвенту окружности* – можно образовать двумя способами: *развертыванием* и *огибанием*. Наглядно образование эвольвенты способом *развертывания окружности* демонстрирует рис. 2. Этот способ теоретический и используется для вывода уравнений и установления свойств эвольвентного зацепления.

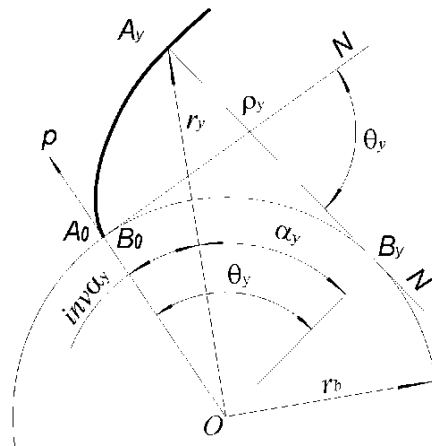


Рис. 2. Образование эвольвенты развертыванием

Эвольвента окружности образуется точкой  $A$  прямой  $AN$  при перекатывании прямой по окружности диаметра  $d_b$  без скольжения. В момент начала перекатывания прямая своей точкой  $A_0$  касается основной окружности в ее точке  $B_0$ . При перекатывании точка  $A$  не перемещается по прямой, а точка  $B$  перемещается по окружности. Обратите внимание, что на рис. 2 показано некоторое текущее положение прямой, когда она касается основной окружности в точке  $B_y$ . В результате перекатывания получили эвольвенту – кривую  $A_0A_y$ .

Уравнение эвольвенты и ее свойства обычно описывают в *полярной системе координат*. Полярную ось  $\overline{Or}$  проводят через начальную точку эвольвенты. В полярной системе координат положение точки на эвольвенте задают с помощью двух параметров:  $r_y$  – радиуса-вектора точки и  $\text{inv}\alpha_y$  – угла между

радиусом-вектором и полярной осью (так стандартно обозначается угол между радиусами-векторами начальной и текущей точек эвольвенты). Заданными считаются радиус основной окружности  $r_b$  и угол  $\alpha_y$ . Обращаем внимание на следующий факт: перекатываясь из начального в текущее положение, прямая, образующая эвольвенту, поворачивается на угол  $\theta_y$ :

$$\theta_y = \text{inv}\alpha_y + \alpha_y. \quad (9)$$

Уравнения эвольвенты

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y}, \quad (10)$$

$$\text{inv}\alpha_y = \text{tg}\alpha_y - \alpha_y. \quad (11)$$

Способ образования эвольвенты определяет ее свойства. Отметим два важных свойства:

1. Прямая, образующая эвольвенту, нормальна (перпендикулярна) к эвольвенте (и касательна к основной окружности по условию образования эвольвенты).

2. Радиус кривизны эвольвенты равен отрезку нормали от точки эвольвенты до точки касания нормали с основной окружностью:

$$\rho_y = \overline{A_y B_y}. \quad (12)$$

Обратим внимание, что при увеличении радиуса основной окружности до бесконечности эвольвента вырождается в прямую линию. Основная окружность присуща только эвольвентным колесам.

Способ огибания для образования эвольвенты практически реализуется в методе обкатки и рассмотрен в 1.3.

## 1.2. Исходный контур

Форма венца зубчатого колеса получается в результате обработки заготовки с помощью инструмента. Параметры инструмента регламентируются стандартами на *исходный контур*. Прежде чем дать определение понятию *исходный контур*, познакомимся с понятием *зубчатая рейка*. Зубчатая рейка получается из зубчатого колеса увеличением его радиуса до бесконечности. Если рассечем рейку плоскостью перпендикулярной продольной оси зуба, то в сечении получим *контур зубчатого венца рейки*, который и будет исходным контуром. У каждой системы зацепления свой исходный контур. Два колеса передачи должны быть изготовлены инструментом с одним и тем же исходным контуром. Различают два вида исходных контуров: *рабочий* и *производящий исходные контуры* (рис. 3). Производящий исходный контур лежит в основе инструмента, а рабочий – в основе зубчатой рейки – звена речной передачи.

При изготовлении зубчатых колес зубья инструмента удаляют материал из впадины между зубьями. Результат такого процесса хорошо иллюстрируется рис. 3. Из него видно, как с помощью производящего контура получается рабочий контур.

Здесь же (рис. 3) показаны основные параметры исходных контуров. О них уже говорилось в 1.1 как о параметрах венца зубчатого колеса. Дополнительно к этим параметрам здесь еще показаны: *радиус кривизны переходной кривой*  $\rho_f$ , *угол профиля исходного контура*  $\alpha$  и *радиальный зазор*  $c$ .

Так как зубчатая рейка получается из зубчатого колеса увеличением его радиуса до бесконечности, то все кривые, очерчивающие контур венца зубчатого колеса, переходят в свое предельное состояние: практически все они, за исключением переходной кривой, преобразуются в прямые линии. Делительная окружность становится *делительной прямой*, окружности вершин и впадин также прямые, параллельные делительной прямой. Эвольвентные участки зубьев – также прямые, наклоненные под углом  $\alpha$  к оси симметрии зуба. Переходная кривая вырождается в дугу окружности радиуса  $\rho_f$ .

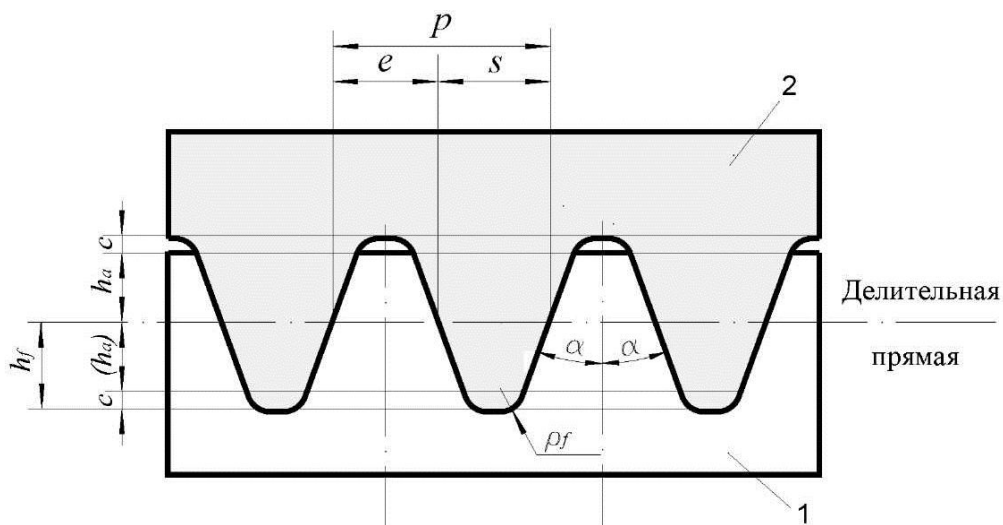


Рис. 3. Исходные контуры:  
1 – рабочий; 2 – производящий

Как отмечалось ранее, параметры исходного контура стандартизованы. В стандарте регламентированы не величины параметров, а их коэффициенты (в долях модуля), с использованием которых параметры могут быть вычислены умножением коэффициентов на модуль. Для эвольвентного зацепления ГОСТ 13755–81 (стандарт СЭВ 308–76) на исходный контур устанавливает следующие значения безразмерных коэффициентов:

$h_a^* = 1,0$  – коэффициент делительной высоты головки зуба;

$c^* = 0,25$  – коэффициент радиального зазора;

$\rho_f^* = 0,334$  – коэффициент радиуса переходной кривой;

$\alpha = 20^\circ$  – угол профиля исходного контура.

Делительная прямая располагается в таком месте исходного контура, где толщина зуба равна ширине впадины, т. е. выдерживается условие (8).

### 1.3. Метод обкатки в изготовлении зубчатых колес

Изготовление зубчатых колес возможно двумя методами: *методом копирования* и *методом обкатки*. При *методе копирования* профиль инструмента имеет форму профиля впадины между зубьями. Из-за существенных недостатков этот метод в настоящее время имеет ограниченное применение. При *методе обкатки* моделируется процесс зацепления двух зубчатых звеньев. В работе рассматриваются некоторые явления, характерные для метода обкатки.

Перед изложением метода обкатки рассмотрим передачу из двух зубчатых колес (рис. 4, а). Одно из колес входное: ему движение задается извне, второе – выходное: оно получает движение от входного колеса. Это *рабочее зацепление*. В зацеплении появляются две линии, перекатывающиеся друг по другу без скольжения, – *центроиды в относительном движении*. Если колеса круглые, то центроиды будут окружностями, которые называют *начальными окружностями*. Их диаметры обозначают символами  $d_{w1}$  и  $d_{w2}$ . Начальные окружности – *главные кинематические окружности*. Их размеры связаны передаточным отношением

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (13)$$

Этому же требованию в соответствии с (13) должны отвечать делительные диаметры и числа зубьев колес.

Как отмечалось выше, при методе обкатки моделируется процесс зацепления зубчатых звеньев, но в этом случае одно из звеньев представляет собой инструмент, а второе – обрабатываемое звено. *Такое зацепление называют станочным*. В отличие от зацепления рабочих колес *здесь движение извне задают обоим колесам*: и инструменту, и заготовке (рис. 4, б). Эти движения четко согласовывают между собой по зависимости (13) настройкой кинематических цепей зубообрабатывающего станка. Согласованное движение инструмента и заготовки носит название *движения обкатки*.

Если взять инструмент в виде зубчатого колеса из твердого материала и заготовку тоже в виде колеса, но из пластичного материала, установить их в соответствии с рис. 4, б и обеспечить движение в соответствии с (13), то зубья инструмента выдавят материал из впадин между зубьями изготавливаемого колеса. В таком варианте для изготовления колес достаточно будет движения обкатки. Этот способ изготовления называют *накаткой зубьев*, а инструмент – *накатчиком*. Чаще, однако, применяется формирование зубьев удалением материала из впадин путем его срезания. Зубья инструмента для этого способа изготовления формируются таким образом, чтобы можно было осуществить процесс резания. Но в этом случае необходимо, кроме движения обкатки, сообщать инструменту *движение резания*. Инструмент в виде зубчатого колеса называют *долбяком*, а процесс изготовления колес с применением долбяка – *зубодолблением*.



При расчете согласованных движений инструмента и заготовки за исходные данные берут число зубьев долбяка и число зубьев нарезаемого колеса. По выражению (13) рассчитывают передаточное отношение между долбяком и колесом и настраивают кинематические цепи станка в соответствии с этим передаточным отношением. Долбяк и заготовку выставляют таким образом, чтобы их делительные окружности  $d_u$  и  $d_{заг}$  касались. Такое их расположение принято считать *нулевым* или *расположением без смещения инструмента*. Толщина зуба и ширина впадины у таких колес соответствуют выражению (8).

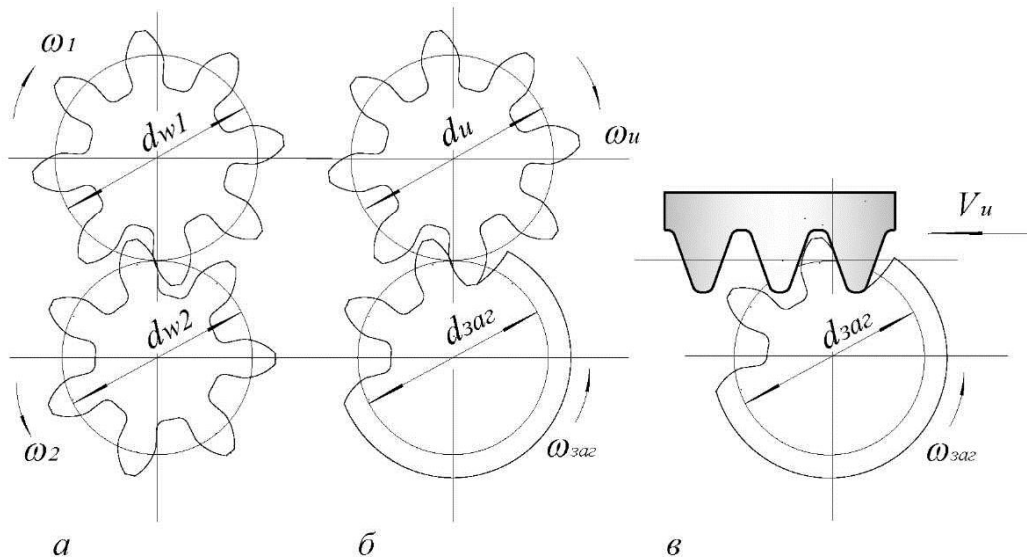


Рис. 4. Согласованное движение зубчатых звеньев при обкатке:  
 а – рабочее зацепление двух зубчатых колес;  
 б – станочное зацепление инструмента-колеса и заготовки;  
 в – станочное зацепление реечного инструмента и заготовки

Зубодолбление применяется в основном при изготовлении колес с внутренними зубьями, но в большинстве случаев применяют более универсальный инструмент, в основу которого положена зубчатая рейка – *гребенка* (устаревший способ) или *червячная фреза*. В первом случае способ изготовления называют *зубонарезанием*, а во втором – *зубофрезерованием*. Как при зубонарезании, так и при зубофрезеровании рассматривают одну и ту же схему (рис. 4, в): *зацепление рейки с нарезаемым колесом*, считая процесс обкатки непрерывным. *Нулевое расположение* – делительная прямая рейки касается делительной окружности колеса. При расчете настроек кинематических цепей станка добиваются перекатывания без скольжения делительной прямой рейки по делительной окружности заготовки колеса в соответствии с выражением

$$V_u = \frac{d_{заг} \omega_{заг}}{2}. \quad (14)$$

где:  $V_u$  – линейная скорость рейки;  $d_{заг}$  – диаметр делительной окружности заготовки колеса;  $\omega_{заг}$  – угловая скорость нарезаемого колеса.

При изготовлении зубчатых колес методом обкатки боковая поверхность зуба обрабатываемого колеса получается как огибающая различных положений рабочей поверхности инструмента (рис. 5).

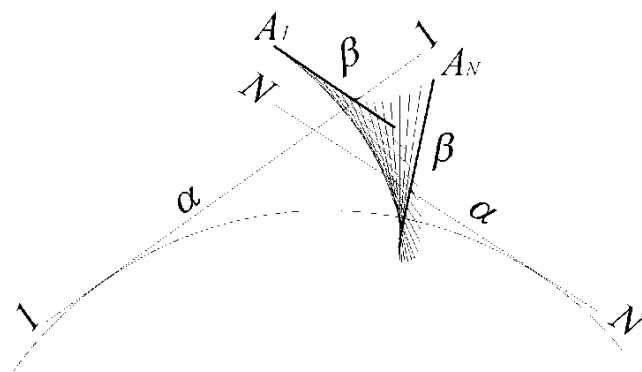


Рис. 5. Образование эвольвенты огибанием

Линии  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 5) жестко соединены между собой и движутся как единое целое. Линия  $\alpha$  перекачивается без скольжения по окружности (так же как делительная прямая по делительной окружности). За некоторый промежуток времени  $\alpha$  перекачивается из положения 1–1 в положение N–N (промежуточные положения не показаны). Линия  $\beta$  представляет собой режущую кромку инструментальной рейки. Она, перемещаясь вместе с линией  $\alpha$ , также переходит из положения  $A_1$  в положение  $A_N$ . Здесь показан ряд промежуточных положений этой линии. Все положения линии  $\beta$  образуют ее семейство. В левой стороне этого семейства четко просматривается контур кривой, огибающей линии семейства. Эта кривая, касательная ко всем линиям семейства, и есть эвольвента, полученная огибанием. Подобным же образом режущие ребра инструмента образуют эвольвентные поверхности зубьев зубчатых колес.

#### 1.4. Смещение исходного контура

Нулевое положение не всегда оптимально. По ряду причин, чаще всего с целью получения лучших характеристик передачи, приходится смещать инструмент от нулевого положения в радиальном направлении по отношению к оси колеса (рис. 6). Делительная прямая рейки при этом не будет касаться делительной окружности колеса. Они будут либо разобщены, если смещение выполняется от оси колеса (рис. 6, б), либо делительная прямая будет пересекать делительную окружность, если смещение делают к оси колеса (рис. 6, в). Рассчитанные движения обкатки остаются неизменными.

Величина смещения обозначается символом  $\Delta h$ . Ее называют *смещением исходного контура*. В расчетах используют обычно не само смещение, а его отношение к модулю – *коэффициент смещения исходного контура*

$$x = \frac{\Delta h}{m}. \quad (15)$$

Колеса, нарезанные со смещением исходного контура, имеют ряд параметров отличных от нулевых колес. *Не изменяются*: размеры делительной и основной окружностей, модуль и угол профиля по делительной окружности. *Изменяются* размеры окружностей вершин и впадин, толщина зуба, ширина впадины и угол профиля на всех без исключения окружностях.

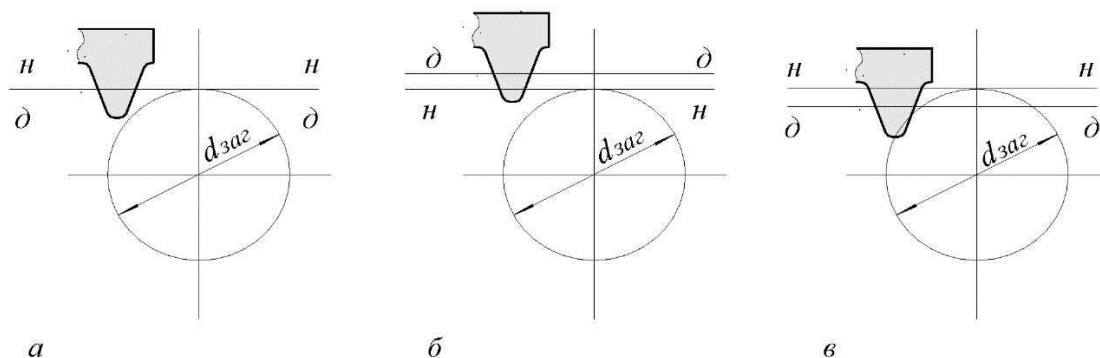


Рис. 6. Смещение исходного контура  
 $a - x = 0$ ;  $б - x > 0$ ;  $в - x < 0$ ;  
 $\delta-\delta$  – делительная прямая;  $n-n$  – начальная прямая

Смещение имеет знак: *при сдвиге инструмента от оси колеса смещение положительно, к оси – отрицательно*. Этот же знак имеет и коэффициент смещения.

Одна из причин, по которой приходится смещать инструмент, должна быть уяснена при выполнении этой работы.

### 1.5. Подрезание и заострение зубьев. Устранение подрезания и ограничение заострения

Один из недостатков метода обкатки состоит в том, что при некоторых условиях возможно уменьшение толщины ножки зуба (рис. 7).

Происходит это явление из-за траектории движения вершин зубьев инструмента в относительном движении при обкатке.

Такое явление называют *подрезанием ножки зуба*. Причем, срезается не только переходная кривая, но и часть эвольвенты, что приводит к уменьшению доли активной поверхности зуба, участвующей в зацеплении. Составить представление о подрезании можно по рис. 7, где заливкой показан зуб, полученный в результате нарезания, а тонкой линией – границы теоретически правильного не подрезанного зуба. Срезанная часть ножки зуба заключена между тонкой линией и реальной линией ножки зуба. Негативные последствия этого явления в том, что при значительном подрезании уменьшается изгибная прочность зуба и, кроме того, возможно нарушение непрерывности зацепления, что приведет к соударениям зубьев при входе их в зацепление.

Подрезание наблюдается не у всех колес, а только у колес, имеющих число зубьев, меньшее некоторого минимального числа  $z_{min}$ , зависящего от параметров исходного контура:

$$z_{min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} . \quad (16)$$

Для исходного контура по ГОСТ 13755–81 с параметрами  $\alpha = 20^\circ$  и  $h_a^* = 1,0$  расчет по (16) дает  $z_{min} = 17$ . Зубья прямозубых колес этого исходного контура с числами зубьев меньшими 17 будут подрезаны, если инструмент устанавливать без смещения исходного контура. Для других исходных контуров численные значения минимального числа зубьев могут быть другими.

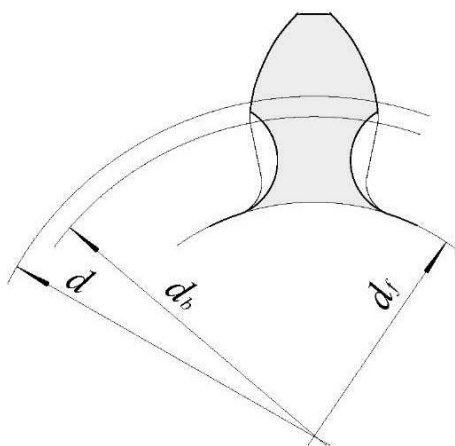


Рис. 7. Подрезание ножки зуба

Не допустить подрезания можно *двумя путями*: а) выбором колеса с числом зубьев равным или большим  $z_{min}$ ; б) смещением инструмента на некоторую величину  $\Delta h_{min}$ . Второй путь предпочтительнее, т. к. габариты передачи получатся значительно меньшими по сравнению с первым.

В расчетах определяют не величину минимального смещения, а коэффициент минимального смещения  $x_{min}$

$$x_{min} = \frac{z_{min} - z}{2 \sin^2 \alpha} . \quad (17)$$

В формуле (17):  $z_{min}$  – определяется по формуле (16),  $z$  – число зубьев нарезаемого колеса. Знак  $x_{min}$  зависит от количества зубьев нарезаемого колеса: при  $z < z_{min}$  смещение положительно, при  $z > z_{min}$  – отрицательно. Направление смещения инструмента делают в зависимости от его знака (см. 1.4).

Для инструментов с исходным контуром по ГОСТ 13755–81

$$x_{min} = \frac{17 - z}{17} . \quad (18)$$

Величину смещения определяют по рассчитанному коэффициенту смещения, используя (15).

Однако при устранении подрезания возможно возникновение другого негативного явления – *заострения вершин зубьев*. Даже у колес, нарезанных без смещения, эвольвенты смежных сторон зуба пересекаются в некоторой точке *A* (см. рис. 1). Положение точки пересечения эвольвент зависит от числа зубьев, параметров исходного контура и коэффициента смещения. *Степень заострения оценивают по толщине зуба на окружности вершин*. Обычно требуют, чтобы толщина зуба на вершине (см. рис.1) была не меньше четверти модуля:

$$s_a \geq 0,25m. \quad (19)$$

Смещение влияет и на многие другие свойства зацепления. Подобранным образом сочетание смещений у двух зацепляющихся колес, можно повысить контактную прочность зубьев, увеличить коэффициент торцового перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  в зацеплении, уменьшить удельное скольжение, получить требуемое межосевое расстояние  $a_w$  в передаче и т. д. Для того чтобы отличать смещение с целью устранения подрезания от смещений, выполняемых с другими целями, у первых мы ставим подстрочный индекс *min*.

## 2. ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Работа выполняется в лаборатории теории механизмов и машин на приборе ТММ-42. Перед выполнением работы необходимо подготовиться в соответствии с требованиями, изложенными в 2.3.

### 2.1. Описание прибора ТММ-42 для построения зубьев эвольвентного профиля методом обкатки

На приборе ТММ-42 имитируется процесс обкатки при изготовлении зубчатых колес. На нем воспроизводится взаимосвязанное движение инструмента и заготовки.

Прибор (рис. 8) состоит из диска *1* и подвижной платформы *6* с рейкой *4*, смонтированных с помощью промежуточных деталей на общей литой плите *5*.

Диск выполнен из прозрачного оргстекла. Ближе к периферии диска красным цветом на нем нанесен диаметр заготовки. Этот размер нужно сообщить преподавателю и получить от него бумажный диск, имитирующий заготовку колеса. Внутренняя часть диска (белого цвета) имеет диаметр, равный диаметру делительной окружности зубчатого колеса. Заготовка накалывается на три иглы, расположенные в средней части кружка, и прижимается металлической накладкой *2* с помощью невыпадающего винта *3* (возможно отсутствие некоторых элементов из-за длительной эксплуатации приборов). Диск *1* соединен с плитой *5* вращательной кинематической парой и имеет возможность вместе с заготовкой вращаться вокруг неподвижной оси.

Рейка 4 изготовлена из легкого сплава. Она имитирует режущий инструмент. Рейка зафиксирована на подвижной платформе при помощи двух винтов 9. Ее можно, отпустив винты, перемещать в радиальном направлении по отношению к оси колеса. Это перемещение рейки необходимо для выставления смещения исходного контура. Контроль величины смещения осуществляют по рискам 8, нанесенным на ней слева и справа и по двум шкалам 7 на платформе. После установки смещения по шкалам положение рейки фиксируется винтами 9, и она вместе с платформой образует единое звено, движущееся поступательно в направляющих плиты 5. На зубьях рейки нанесена линия 14 – делительная прямая рейки. На рейке также вытиснены параметры нарезаемого колеса: модуль, и диаметр делительной окружности, и угол профиля исходного контура. Их используют для расчетов.

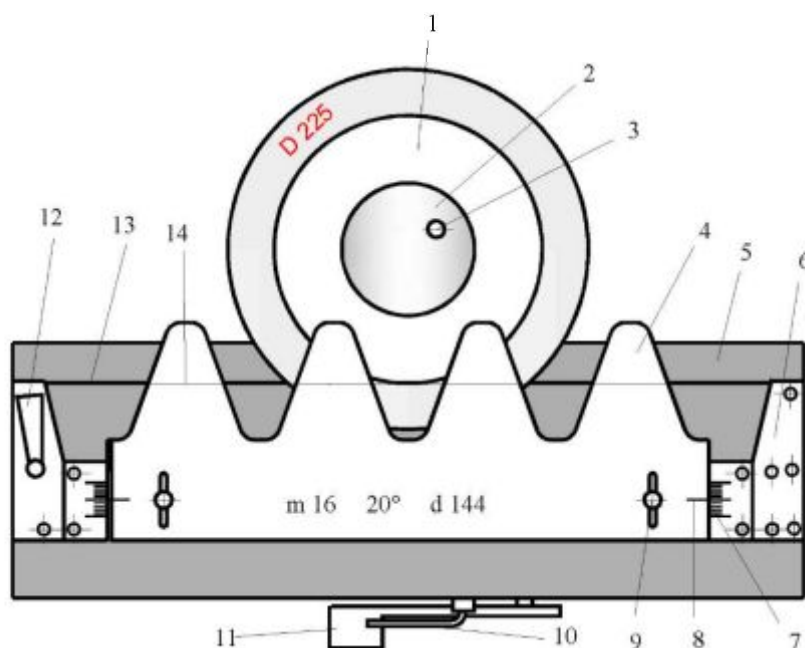


Рис. 8. Прибор для построения зубьев эвольвентного профиля  
 1 – диск; 2 – накладка; 3 – винт крепления накладки; 4 – рейка; 5 – плита;  
 6 – платформа; 7 – шкала; 8 – риска; 9 – винты крепления рейки; 10 – рычажок;  
 11 – педаль; 12 – рычаг; 13 – струна; 14 – делительная прямая

Поступательное движение рейки, согласованное с вращением диска, осуществляется с помощью *механизма гибкой связи*, имитирующей кинематическую цепь станка. Механизм гибкой связи состоит из платформы (входное звено), стальной струны 13 (гибкая связь) и диска с прикрепленным к нему снизу шкивом (выходное звено). Струна охватывает шкив с углом обхвата  $180^\circ$ , а ее концы закреплены на кронштейнах платформы. Движение от платформы к диску передается за счет сил трения, возникающих между шкивом и струной. Движение задают платформе с помощью шагового храпового механизма с приводом от педали 11. При однократном нажатии на педаль рейка перемещается влево

на 45 мм. Движение обкатки можно сделать непрерывным, отключив храповый механизм поворотом рычажка 10 против часовой стрелки. Движение при этом надо сообщать непосредственно рейке. Обычно выключение храпового механизма с помощью рычажка 10 используют для возвращения рейки в исходное (крайнее правое) положение.

С помощью рычага 12 можно разъединить цепь обкатки, повернув его против часовой стрелки. После этого диск можно вращать независимо от рейки. Эту возможность используют для начальных установок заготовки относительно рейки.

## 2.2. Расчет основных размеров, вычерчиваемых венцов

Для выполнения и оформления работы необходимо рассчитать ряд геометрических параметров зубчатых венцов. Определения их понятий приведены в 1.1-1.5. Приведем перечень этих параметров, а в таблице – формулы, по которым они вычисляются или в которых они используются. Параметры, не включенные в таблицу, пояснены после таблицы.

*Для исходного контура:*

$h_a^*$  – коэффициент высоты головки зуба;

$c^*$  – коэффициент радиального зазора;

$\rho_f^*$  – коэффициент радиуса переходной кривой;

$\alpha$  – угол профиля исходного контура.

*Для прямозубого цилиндрического зубчатого колеса:*

$z$  – полное число зубьев колеса;

$d$  – делительный диаметр;

$d_w$  – начальный диаметр;

$d_a$  – диаметр вершин зубьев;

$d_f$  – диаметр впадин зубьев;

$d_y$  – диаметр произвольной концентрической окружности;

$d_b$  – основной диаметр эвольвентного зубчатого колеса;

$m$  – расчетный модуль;

$m_y$  – модуль по произвольной окружности;

$p$  – делительный окружной шаг зубьев;

$p_y$  – окружной шаг зубьев по произвольной окружности;

$\tau$  – угловой шаг зубьев;

$S$  – делительная окружная толщина зуба;

$S_a$  – окружная толщина зуба по окружности вершин;

$e$  – делительная окружная ширина впадины между зубьями;

$\alpha_a$  – угол профиля зуба на окружности вершин;

$x$  – коэффициент смещения исходного контура;

$x_{min}$  – минимальный коэффициент смещения.

Исходные данные для начала расчета даны на рейке: модуль, диаметр делительной окружности и угол профиля исходного контура.

#### Вычислительные формулы

Номер формулы	Формула	Номер формулы	Формула
1	$z = \frac{d}{m}$	6	$d_f = d - 2(h_a^* + c^* - x)m$
2	$\tau = \frac{2\pi}{z}$	7	$s = (\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha)m$
3	$p = \pi m$	8	$e = p - s$
4	$d_b = d \cos \alpha$	9	$\cos \alpha_a = \frac{d_b}{d_a}$
5	$d_a = d + 2(h_a^* + x - \Delta y)m$	10	$s_a = d_a (\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a)$

Расчеты нужно выполнить дважды: для колеса без смещения, приняв  $x = 0$ , и для колеса со смещением, приняв  $x = x_{min}$ . Величину  $x_{min}$  вычислить по (18). Численные значения  $\alpha$ ,  $h_a^*$ ,  $c^*$  приведены в 1.2. Можно принять значение коэффициента уравнительного смещения  $\Delta y = 0$ . Значения эвольвентных углов  $\operatorname{inv} \alpha$  и  $\operatorname{inv} \alpha_a$  найти по (11), заменив подстрочный индекс  $y$  на индекс соответствующего угла.

Предупреждаем, что значение угла (вычитаемое правой части (11)) нужно подставлять в радианах.

Величина  $\Delta h_{min}$  определяется из (15) по рассчитанному значению  $x_{min}$ .

### 2.3. Внеаудиторная подготовка к выполнению работы

1. Внимательно ознакомьтесь с материалом, данным в 1.1–1.5, обращая особое внимание на термины и определения, выделенные курсивом. Постарайтесь понять их физическую сущность.

2. Прочитайте 2.1, стремясь понять принцип действия лабораторного прибора ТММ-42 и стараясь сопоставить движение звеньев реального механизма и его имитации прибором.

3. Уясните смысл и последовательность выполнения работы.

4. Приготовьте чертежные инструменты и принадлежности: острозаточенный карандаш, циркуль, чертежную линейку, ластик и калькулятор, позволяющий вычислять тригонометрические функции.

5. Проверьте себя: понимаете ли смысл параметров, перечисленных в 2.2, и готовы ли показать их на колесе, полученном на приборе.



6. Для ускорения расчетов на занятиях и обнаружения непонятных мест выполните расчеты при подготовке к лабораторной работе по рекомендациям в 2.2 со следующими исходными данными:  $m = 4$  мм,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $d = 44$  мм.

7. Ответьте на вопросы для самоконтроля.

#### 2.4. Правила безопасного выполнения работы

Максимальное количество студентов, работающих за одним прибором, – два.

1. Приступайте к работе только после разрешения преподавателя или лаборанта.

2. Модели и приборы надежно устанавливайте на столы, исключая их самопроизвольное падение, что может стать причиной нанесения травмы.

3. Не приводите механизмы в движение, не убедившись, что между подвижными частями прибора не находятся чьи-либо руки или другие части тела.

4. При работе с механизмами и приборами выполняйте только те действия, которые связаны с необходимостью выполнения лабораторной работы.

#### 2.5. Последовательность выполнения лабораторной работы

1. Установите прибор в рабочее (наклонное) положение, откинув расположенную внизу подставку.

2. Сообщите преподавателю необходимый размер заготовки, прочитав его на прозрачной части диска *1* (см. 2.1).

3. Ознакомьтесь с устройством прибора, прочитав 2.1. Выполните ряд действий (не прикладывая значительных усилий), чтобы убедиться в своей готовности выполнять работу:

а) установите рычажок *10* (рис. 8) в крайнее левое положение;

б) воздействуя на платформу *6* рукой слева или справа, переведите ее в среднее положение (как на рис. 8);

в) установите рычажок *10* и рычаг *12* в крайние правые положения, поворачивая, при необходимости, их по часовой стрелке;

г) сделайте несколько нажимов на педаль *11* и убедитесь, что рейка пошагово перемещается влево, а диск согласованно с ней вращается по часовой стрелке;

д) поверните рычаг *12* против часовой стрелки примерно на  $90^\circ$  и убедитесь, что диск *1* теперь можно свободно поворачивать в любую сторону, не зависимо от рейки.

4. Выполните расчет основных размеров зубчатых венцов колеса без смещения и колеса со смещением по методике, изложенной в 2.2.

5. Установите рейку в положение для профилирования колеса без смещения: риски *8* должны быть против нулевых делений шкал *7*. Зафиксируйте рейку в этом положении винтами *9*.

6. Получив от преподавателя бумажную заготовку, установите ее на диске 1 и закрепите при помощи накладки 2 и винта 3. Заготовка не должна быть расположена над рейкой 4.

7. Переведите рейку в крайнее правое положение, предварительно отключив рычажком 10 шаговый механизм передвижения и возвратив его в правое положения перед началом профилирования.

8. Контур зубьев рейки *в пределах заготовки* очертите остро отточенным карандашом, держа его на одинаковом расстоянии от зубьев рейки в течение всего времени очерчивания. Нажав на педаль 11, переместить рейку на шаг влево, вновь очертить ее контур и т. д. пока рейка не дойдет до крайнего левого положения. В результате на заготовке будут полностью спрофилированы три зуба.

**Дальнейшие действия выполните, не открепляя и не снимая заготовку!**

9. Поверните рычажок 10 в левое положение и переведите рейку в крайнее правое положение. Рычажок возвратите в правое положение.

10. Рассоедините рычагом 12 кинематическую цепь рейки и диска, повернув рычаг против часовой стрелки. Подведите под рейку неиспользованную часть заготовки, повернув диск на нужный угол. Возвратите рычаг 12 в прежнее положение.

11. Установите рейку в положение для профилирования колеса со смещением, отсчитав смещение  $\Delta h_{min}$  по шкале 7. Если сомневаетесь в правильности направления смещения и его величины, обратитесь к преподавателю.

12. Спрофилируйте колесо со смещением, повторив действия п. 8.

13. Снимите бумажный диск с вычерченными участками зубчатых венцов.

Если работа на приборе выполняется двумя студентами, то у каждого из студентов должен быть свой бумажный диск. Профилирование на втором диске лучше начать с колеса со смещением, а завершить колесом без смещения, чтобы не делать лишних перестановок.

По окончании работы на приборе установите рейку в среднее положение.

В результате после выполнения всех действий на бумажном диске получится по три зуба торцового сечения венцов двух зубчатых колес, одно из которых нарезано без смещения, а второе – со смещением.

### **3. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА И ЗАЩИТА РАБОТЫ**

#### **3.1. Оформление отчета**

Отчет включает в себя текстовые и графические материалы. Текстовая часть оформляется в соответствии с нормативными требованиями, действующими в ТОГУ. Если все лабораторные работы оформляются в виде сборника отчетов, то титульный лист составляется ко всему сборнику, а к отдельным работам не составляется. Этот вопрос необходимо согласовать с преподавателем, ведущим лабораторные занятия.

Содержательная часть текста оформляется на листах формата А4 с рамкой и основными надписями по ГОСТ 2.104 ЕСКД: на одном листе по форме 2, на остальных – по форме 2а. Отчет должен начинаться с наименования работы, формулирования цели работы и задач. Кроме того, необходимо указать методы решения задач и средства, используемые в работе.

Также необходимо включить расчетные формулы и результаты расчетов обоих колес.

После оформления и анализа графических материалов в отчете необходимо сформулировать выводы. В выводах на конкретных данных обосновывается заключение о достижении цели работы. Для этого сравниваются соответствующие параметры двух колес с анализом тенденций изменения параметров: происходит ли улучшение или наблюдается ухудшение параметра. В данной работе главное внимание нужно обратить на толщины зубьев у основания, на делительных окружностях и на вершинах, а также на изменение диаметров.

Графические материалы следует оформить в соответствии с образцом (рис. 9).

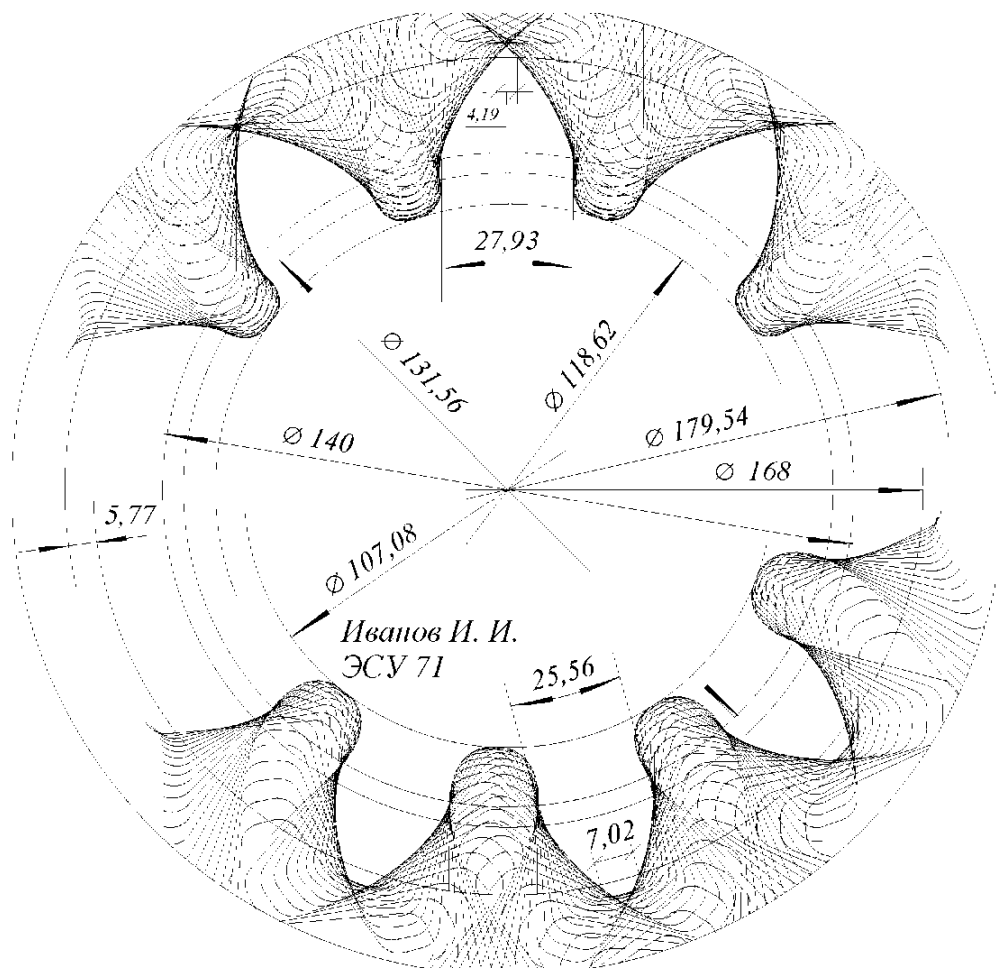


Рис. 9. Образец оформления результатов профилирования

Перед оформлением нужно найти геометрический центр – общий для всех окружностей. Как это сделать, показано на рис. 10. Вначале выбирают три точки, заведомо находящиеся на одинаковом расстоянии от центра. Лучше всего для этого взять точки пересечения эвольвент. Выбранные точки соединяют отрезками, являющимися хордами дуг окружности, на которой расположены точки. К серединам хорд восстанавливают перпендикуляры. Точка пересечения перпендикуляров – центр окружности.

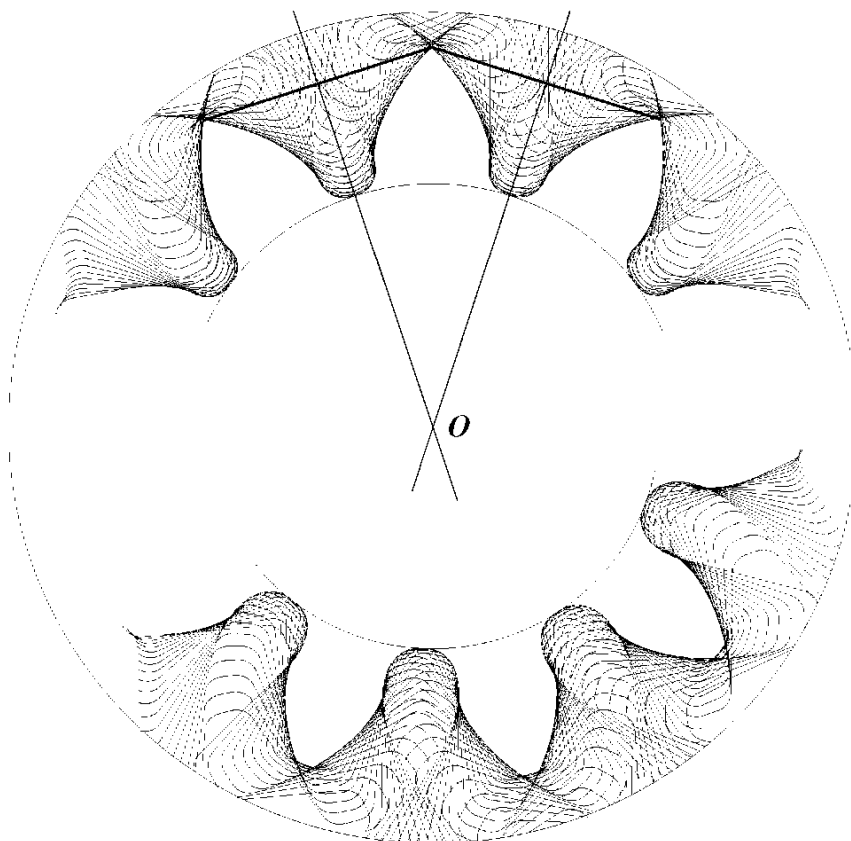


Рис. 10. Нахождение центра

Следует проверить точность определения центра – провести из него дуги окружностей впадин, которые четко обозначились при построении профилей на приборе. Все остальные окружности строят по расчетам.

После построений нужно сравнить рассчитанные параметры с параметрами, полученными построением.

### 3.2. Защита лабораторной работы

К защите допускаются студенты, выполнившие лабораторную работу и оформившие отчет по ней в соответствии с требованиями.

Защита проводится индивидуально каждым студентом или по усмотрению преподавателя подгруппами.

Защита заключается в ответах на вопросы по теме лабораторной работы, перечисленные в 3.3. Преподаватель вправе задавать вопросы в другой формулировке, сохраняя суть вопроса.

Положительный результат защиты работы фиксируется преподавателем на титульном или ином листе отчета и заверяется его подписью.

По результатам защиты всех работ лабораторного практикума проставляется зачет в зачетной книжке или оформляется допуск к экзамену по теории механизмов и машин, в зависимости от формы отчетности, предусмотренной учебным планом специальности.

### **3.3. Вопросы для самоконтроля и защиты**

1. Какое сечение колеса называют торцовым?
2. Какие элементы входят в зубчатый венец? Между какими окружностями расположен венец?
3. Какое функциональное назначение у делительной окружности при расчетах? В станочном зацеплении?
4. Из каких частей состоит зуб колеса?
5. Каково назначение радиального зазора?
6. Что такое окружной шаг и с помощью какого элемента его измеряют?
7. Из каких частей состоит окружной шаг?
8. Что такое угловой шаг зубчатого колеса?
9. Что такое модуль? Какова его размерность? На какой окружности модуль имеет стандартное значение? Как в принципе с помощью модуля рассчитываются геометрические параметры колеса?
10. Что такое эвольвента? Как она образуется развертыванием окружности? В какой системе координат записывают уравнения эвольвенты? Какие параметры эвольвенты искомые и какие задаваемые? Как определить радиус кривизны эвольвенты в заданной точке? В какую линию вырождается эвольвента при развертывании на бесконечно большой угол?
11. Что такое основная окружность эвольвентного зубчатого колеса?
12. Из каких частей состоит боковая сторона профиля зуба эвольвентного колеса? Между какими окружностями каждая из них находится?
13. Чем отличается зубчатая рейка от зубчатого колеса? Что собой представляет эвольвентный профиль зуба рейки?
14. Что такое исходный контур? Исходный производящий контур? Какие параметры контура стандартизованы?
15. В чем принципиальное отличие метода копирования от метода обкатки при изготовлении зубчатых колес?
16. В чем принципиальное отличие рабочего зацепления от станочного?
17. Что такое центроиды? Что представляют собой центроиды в зубчатой передаче? В станочном зацеплении долбяка и заготовки? В станочном зацеплении рейки и заготовки?

18. Как располагаются делительные линии инструмента и заготовки в станочном зацеплении без смещения? С положительным смещением? С отрицательным смещением?
19. Что такое коэффициент смещения исходного контура?
20. Какие параметры колеса изменяются при нарезании со смещением и какие не изменяются?
21. В чем состоит явление подрезания зубьев? Каково его негативное влияние на работоспособность передачи?
22. Какими способами можно устранить подрезание? Что такое минимальное число зубьев? Минимальный коэффициент смещения?
23. Что означает знак коэффициента смещения?
24. В чем сущность явления заострения вершин зубьев? По какому критерию оно оценивается? Каким образом избегают заострения?
25. Какими индексами снабжаются величины, относящиеся к делительной, начальной поверхности, поверхности вершин и впадин зубчатого колеса? К основному цилиндру эвольвентного зубчатого колеса?
26. Какой профиль имеют зубья инструмента (долбяка, гребенки), предназначенного для обработки эвольвентных цилиндрических колес?
27. С помощью какого механизма на приборе ТММ-42 имитируется реальный процесс обкатки?

## Оглавление

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭВОЛЬВЕНТНОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ .....	3
1.1. Основные геометрические элементы зубчатого колеса .....	3
1.2. Исходный контур .....	7
1.3. Метод обкатки в изготовлении зубчатых колес .....	9
1.4. Смещение исходного контура .....	11
1.5. Подрезание и заострение зубьев. Устранение подрезания и ограничение заострения .....	12
2. ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ .....	14
2.1. Описание прибора ТММ-42 для построения зубьев эвольвентного профиля методом обкатки .....	14
2.2. Расчет основных размеров, вычерчиваемых венцов .....	16
2.3. Внеаудиторная подготовка к выполнению работы .....	17
2.4. Правила безопасного выполнения работы .....	18
2.5. Последовательность выполнения лабораторной работы .....	18
3. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА И ЗАЩИТА РАБОТЫ .....	19
3.1. Оформление отчета .....	19
3.2. Защита лабораторной работы .....	21
3.3. Вопросы для самоконтроля и защиты .....	22