

**ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ ШАРНИРНО-РЫЧАЖНОГО
МЕХАНИЗМА**

Методические указания к курсовой работе

1. Введение

Комплексный анализ шарнирно-рычажного механизма машины предусматривает его структурное, кинематическое и силовое исследования.

Целью структурного анализа является установление класса и порядка механизма, определяющих методы его последующего кинематического и динамического исследования. Исходными для проведения структурного анализа служит задаваемая схема шарнирно-рычажного механизма; содержание этого анализа сводится к выявлению всех составляющих структуры механизма и их классификации; результатом анализа является формула строения исследуемого механизма, позволяющая установить метод и последовательность проведения кинематического и силового анализа всех выделенных составляющих структуры рассматриваемого механизма /1/.

Задания на курсовую работу предусматривают рассмотрение механизмов только второго класса с различного вида формулами строения.

Целью кинематического анализа является изучение движения исследуемого механизма без учета усилий, обуславливающих это движение. Исходными для проведения такого анализа являются кинематическая схема исследуемого механизма и закон движения его входного звена; содержание исследования сводится к определению недостающих параметров кинематической схемы механизма (по необходимости) и решению задач о положениях, скоростях и ускорениях звеньев механизма и их отдельных точек различными методами (графическим, графоаналитическим и аналитическим); результатами этого исследования являются положения звеньев и траектории движения их отдельных точек за цикл работы механизма, угловые скорости и ускорения звеньев, линейные скорости и ускорения их характерных точек в любых положениях исследуемого механизма /2/.

Кинематический анализ составляющих структуры исследуемого механизма проводится в порядке их следования в формуле его строения.

Целью силового анализа механизма является определение усилий, действующих на его звенья при заданных законах их движения; исходными для его выполнения являются инерционно-массовые характеристики звеньев, рабочие усилия на них и результаты кинематического анализа механизма; содержание такого анализа сводится к определению внешних и инерционных усилий на звенья механизма, нахождению усилий (реакций) во всех его кинематических парах и нахождению уравновешивающего усилия в любом положении исследуемого механизма графоаналитическим и аналитическим методами; результатами силового анализа являются отмеченные реакции и уравновешивающее усилие в исследуемых положениях, используемые для последующих прочностных расчетов его звеньев и кинематических пар, для расчета мощности приводного двигателя для рабочей машины или мощности нагрузки машины-двигателя, в состав которой входит исследуемый механизм /3/.

Силовой анализ составляющих структуры механизма проводится в порядке, обратном их следованию в формуле его строения.

Ниже, на примере конкретного механизма, изложена методика его комплексного анализа в объеме, необходимом для курсовой работы по теории механизмов и машин. Изложение осуществлено в форме непосредственной реализации графической и расчетно-пояснительной частей работы над листом. Последующий текст настоящих методических указаний, описанный нормальным шрифтом, может быть использован при составлении расчетно-пояснительной записки при комплексном анализе любого шарнирно-рычажного механизма (для любого задания). Текст представленный курсивом, относится только к рассматриваемому в качестве примера механизму со всеми данными к его исследованию.

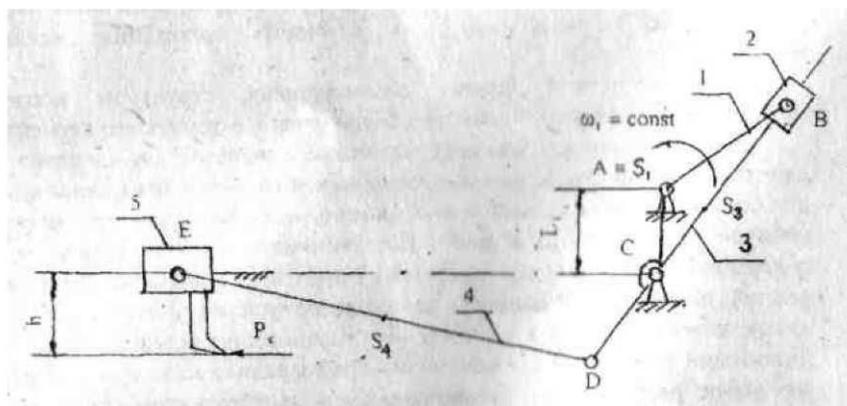
2. Комплексный анализ шарнирно-рычажного механизма

2.1. Теоретические основы анализа

(Излагается материал введения к настоящим указаниям, по необходимости дополненный методическими сведениями по структурному, кинематическому и динамическому анализу механизмов из лекций, учебников, учебных пособий, рассматривающих эти вопросы).

2.2. Данные для выполнения листа *(принимаются в соответствии с индивидуальным заданием на выполнение курсовой работы).*

2.2.1. Кинематическая схема механизма *(приводится заданная схема)*



2.2.2. Частота вращения звена 1 $n_1 = 48 \text{ мин}^{-1}$.

2.2.3. Длины звеньев, расстояния между неподвижными опорами, положения центров масс звеньев и дополнительные условия для нахождения параметров кинематической схемы механизма: ход звена 5 – $S=180 \text{ мм}$; $L_1=50 \text{ мм}$; $DE/DC=3$; $CS_3=0,5$; $DS_4/DE=0,12$; коэффициент изменения скорости хода $K=3$.

2.2.4. Массы звеньев: $m_1=4 \text{ кг}$; $m_2=0 \text{ кг}$; $m_3=7 \text{ кг}$; $m_4=10 \text{ кг}$; $m_5=45 \text{ кг}$.

2.2.5. Центральные моменты инерции звеньев: $J_{S_1}=0,1 \text{ кгм}^2$; $J_{S_2}=0 \text{ кгм}^2$; $J_{S_3}=0,2 \text{ кгм}^2$; $J_{S_4}=1 \text{ кгм}^2$; $J_{S_5}=0 \text{ кгм}^2$;

2.2.6. Значение силы сопротивления $P_{C_5} = 1500H$; плечо её приложения $h = 120mm$

2.3. Структурный анализ механизма

2.3.1. Определяем наименования звеньев

0 – стойка; 1- *кривошип*; 2 – *кулисный камень*; 3 – *кулиса-кривошип*; 4 – *шатун*; 5 – *ползун*.

2.3.2. Выделяем кинематические пары, их классифицируем

$A(0,1)$; $B_1(1,2)$; $B_2(2,3)$; $C(0,3)$; $D(3,4)$; $E_1(4,5)$; $E_2(0,5)$

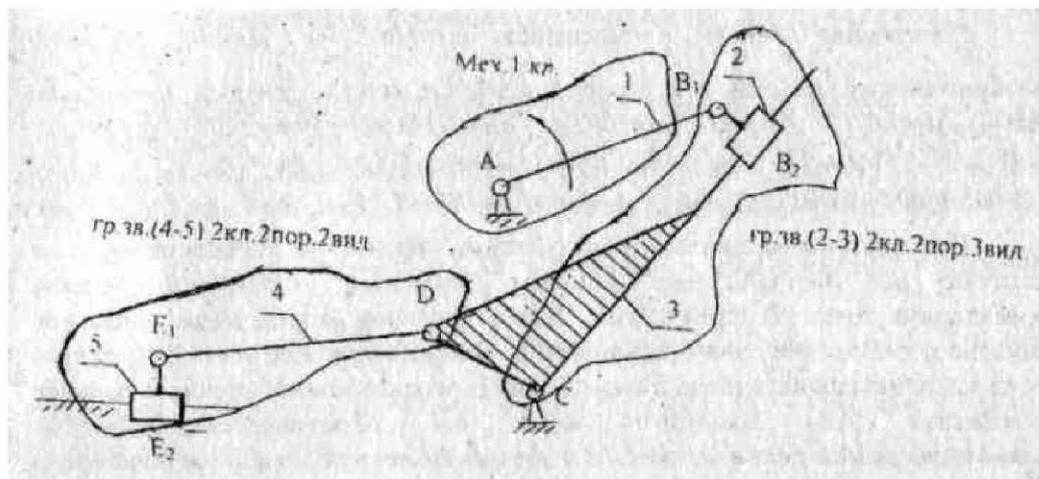
Все кинематические пары низшие, 5-го класса.

2.3.3. Определяем степень подвижности механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

где $n = 5$ - число подвижных звеньев; $p_5 = 7$ - число кинематических пар 5-го класса; $p_4 = 0$ - число кинематических пар 4-го класса.

2.3.4. Строим структурную схему заданного механизма, расчлняем её на механизмы первого класса и структурные группы (*строится по заданной кинематической схеме механизма*)



2.3.5. Определяем класс и порядок механизма:

Исследуемый механизм имеет II класс, 2 порядок

2.3.6. Записываем формулу строения исследуемого механизма

Мех-м II = м-м I (0,1) \rightarrow гр II(2,3), 3 вид \rightarrow гр II(4,5), 2 вид

2.3.7. Заключение структурного анализа исследуемого механизма:

Т.к. исследуемый механизм имеет второй класс, второй порядок, для его последующего кинематического исследования используем метод геометрических мест (метод засечек) для графического решения задачи о положениях; метод планов скоростей и ускорений для графоаналитического решения задач о скоростях и ускорениях; метод замкнутых векторных контуров для аналитического решения задачи о положениях; метод численного дифференцирования для аналитического решения задач о скоростях и ускорениях. Для силового анализа исследуемого механизма

используется графоаналитический метод планов сил (метод Бруевича) и его аналитический аналог /4/.

2.4. Кинематический анализ механизма

2.4.1. Определение недостающих параметров кинематической схемы механизма (*Производится по необходимости. Если все параметры кинематической схемы заданы, это указывается в п.2.4.1. Методика определения недостающих параметров схемы представлена в задании на проектирование*).

В соответствии с заданием и /4/ находим $\varphi_1 = 180 / (K + 1) = 180 / (3 + 1) = 45^\circ$, а из $\Delta AB_0C \rightarrow l_{AB} = l_{AB_0} = L_1 / \cos \varphi_1 = 0,05 / \cos 45^\circ = 0,0707 \text{ м}$; $l_{DC} = l_{D_0C} = 0,5S = 0,5 \cdot 180 = 90 \text{ мм} = 0,09 \text{ м}$; $l_{CS_3} = 0,5 \cdot l_{DC} = 0,5 \cdot 0,09 = 0,045 \text{ м}$; $l_{DE} = (DE / DC) \cdot l_{DC} = 3 \cdot 0,09 = 0,27 \text{ м}$; $l_{DS_4} = 0,35 l_{DC} = 0,35 \cdot 0,09 = 0,0315 \text{ м}$.

2.4.2. Построение планов положений механизма

Построение ведем в масштабе $\mu_l = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$. Длины отрезков, изображающих заданные и (или) найденные длины звеньев механизма: $AB = l_{AB} / \mu_l = 0,0707 / 0,001 = 70,7 \text{ мм}$; $AC = L_1 / \mu_l = 0,05 / 0,001 = 50 \text{ мм}$; $CD = l_{CD} / \mu_l = 0,09 / 0,001 = 90 \text{ мм}$; $DE = l_{DE} / \mu_l = 0,27 / 0,001 = 270 \text{ мм}$; $CS_3 = l_{CS_3} / \mu_l = 0,045 / 0,001 = 45 \text{ мм}$; $DS_4 = l_{DS_4} / \mu_l = 0,0315 / 0,001 = 31,5 \text{ мм}$.

При построении кинематической схемы механизма сначала наносим на чертеже все неподвижные опорные элементы, затем вычерчиваем траекторию точки В кривошипа. Далее анализом определяем начальное (нулевое) положение этого кривошипа, соответствующее началу рабочего хода исполнительного звена 5 механизма. В рассматриваемом случае начальное положение AB_0 входного звена АВ определяется рисунком, иллюстрирующим расчеты по п.2.4.1. (*производится обоснование начального положения заданного механизма*). От точки B_0 окружность кривошипа разбиваем на 12 равных частей; точки деления обозначаем как B_i при $i=0 \dots 11$ в направлении вращения кривошипа. Строим мгновенные положения AB_i кривошипа; мгновенные положения остальных звеньев механизма в каждом i -ом положении звена 1 строим методом засечек (геометрических мест) /2/ в тонких линиях без изображения кулисных камней и ползунов. В заданном (не нулевом) положении механизма для его кинематического и силового анализа схему вычерчиваем жирными линиями, введя все обозначения звеньев и шарниров в соответствии с заданием.

2.4.3. Построение планов скоростей для нулевого и задаваемого положения № 1 механизма.

Для построения плана скоростей механизма 1-го класса находим скорость точки B_1 кривошипа (звено 1)

$$V_{B_1} = \omega_1 l_{AB} = \frac{\pi n_1}{30} l_{AB} = \frac{\pi \cdot 48}{30} \cdot 0,0707 = 0,35 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Т.к. отрезок $\overline{p_v b_1}$, изображающий $\overline{V_{B_1}}$, на плане скоростей должен составлять не менее 50мм, принимаем $\overline{p_v b_1} = 50\text{мм}$ и находим масштаб планов скоростей как

$$\mu_v = \frac{V_{B_1}}{p_v b_1} = 0,35/50 = 0,007\text{м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{мм}.$$

Вектор $\overline{p_v b_1}$, перпендикулярный AB_1 и направленный в сторону ω_1 , представляет собой план скоростей звена 1 в каждом i -ом положении механизма.

Для групп звеньев (2,3) – (3вид) – имеем систему векторных уравнений /2/

$$\left. \begin{aligned} \overline{V_{B_3}} &= \overline{V_{B_2}} + \overline{V_{B_3B_2}}; & \overline{V_{B_3}} &= \overline{V_C} + \overline{V_{B_3C}} \end{aligned} \right\},$$

где $\overline{V_{B_3}}$ - абсолютная скорость точки B_3 звена 3 группы, совпадающей с центром шарнира B , образованного звеньями 1 и 2 (отчего $\overline{V_{B_2}} = \overline{V_{B_1}}$ и на планах скоростей рассматриваемого механизма $b_2 \equiv b_1$); $\overline{V_{B_3B_2}} \parallel BC$; $\overline{V_C} = \mathbf{0}$; $\overline{V_{B_3C}} \perp BC$.

Решаем эту систему, строя из p_v правые части её уравнений.

Определяем вектор, изображающий скорость точки, в которой присоединяется к механизму группа звеньев (4,5) – точки D звена 3 в рассматриваемом примере. Для этого используем пропорцию

$$\frac{BC}{CD} = \frac{\overline{b_3c}}{\overline{cd}} \Rightarrow \overline{cd} = \overline{b_3c} \frac{CD}{BC} = 35 \cdot \frac{90}{75} = 63\text{мм} - \text{для нулевого положения}$$

механизма и $\overline{cd} = 38 \cdot \frac{90}{75} = 46\text{мм} - \text{для первого положения механизма. В этих}$

расчетах $\overline{b_3c}$ -отрезок на плане скоростей; CD и BC – отрезки на планах соответствующих положений механизма в мм. Найденные \overline{cd} откладываем на планах скоростей на продолжениях $\overline{b_3c}$.

Для группы звеньев (4,5) – (2 вид)- имеем систему векторных уравнений /2/

$$\left. \begin{aligned} \overline{V_{E_4}} &= \overline{V_{E_5}} = \overline{V_D} + \overline{V_{E_4D}}; & \overline{V_{E_4}} &= \overline{V_{E_6}} = \overline{V_{E_6}} + \overline{V_{E_5E_6}} \end{aligned} \right\},$$

где $\overline{V_{E_4}} = \overline{V_{E_5}}$ - абсолютная скорость постоянно совпадающих в шарнире, образованном звеньями 4 и 5, точек E_4 и E_5 этих звеньев; $\overline{V_{E_4D}} \perp DE$; $\overline{V_{E_6}} = \mathbf{0}$; $\overline{V_{E_5E_6}}$ - горизонтальная прямая линии хода ползуна 5.

Решая эту систему, строим из p_v правые части её уравнений.

Используя построенные планы скоростей механизма находим угловые скорости вращения звеньев механизма:

$$\omega_2 = \omega_3 = V_{B_3C} / l_{BC} = \overline{b_3c} \cdot \mu_v / BC \cdot \mu_l = (0,007 / 0,001)(\overline{b_3c} / BC) = 7\overline{b_3c} / BC;$$

$\omega_4 = V_{ED} / l_{DE} = \overline{ed} \cdot \mu_v / l_{DE} = (0,007 / 0,27)\overline{ed} = 0,026\overline{ed}$, где $\overline{b_3c}$, \overline{ed} - отрезки планов скоростей в мм; BC - отрезок из планов положений механизма.

Расчет значений угловых скоростей сводим в табл.1

Таблица 1

Положения механизма	$\overline{b_3c}$, мм	BC, мм	$\omega_2 = \omega_3$, с ⁻¹	\overline{ed} , мм	ω_4 , с ⁻¹
0	35	50	4,90	64	1,66
1	38	75	3,55	42	1,09

Определяя направления угловых скоростей звеньев в соответствии с /2/, показываем их круговой стрелкой на соответствующих планах положений механизма на листе.

2.4.4. Построение планов ускорений механизма

Абсолютное ускорение точек $V_1 \equiv V_2$ при $\omega_1 = \text{const}$

$$\overline{a_{B_1}} = \overline{a_{B_2}} = \overline{a_{B_1A}}^n = \left(\frac{\pi n_1}{30} \right)^2 l_{AB} = \left(\frac{\pi \cdot 48}{30} \right)^2 \cdot 0,0707 = 1,79 \text{ мс}^{-2}.$$

Направлено это ускорение от точки В к точке А кривошипа в каждом положении механизма. Изображая на планах ускорений механизма $\overline{a_{B_1}} = \overline{a_{B_2}}$ отрезком $\overline{p_a b_1} = 60 \text{ мм}$, будем иметь масштаб планов ускорений $\mu_a = a_{B_1} / p_a b_1 = 1,79 / 60 = 0,02983 \approx 0,03 \text{ м} \cdot \text{с}^2 / \text{мм}$.

Для группы звеньев (2,3) имеем систему векторных уравнений (группа 3-го вида - /2/)

$$\overline{a_{B_3}} = \overline{a_{B_2}} + \overline{a_{B_3B_2}}^k + \overline{a_{B_3B_2}}^n; \quad \overline{a_{B_3}} = \overline{a_C} + \overline{a_{B_3C}}^n + \overline{a_{B_3C}}^{\tau} \quad \left. \vphantom{\overline{a_{B_3}}} \right\}$$

где $\overline{a_{B_2}} = \overline{a_{B_1}}$ - построенный вектор; $\overline{a_{B_3B_2}}^k = 2\omega_2 \cdot V_{B_3B_2} = 2\omega_2 \overline{b_3 b_2} \cdot \mu_v = 0,014\omega_2 \cdot \overline{b_3 b_2} -$ ($\overline{b_3 b_2}$ - отрезок плана скоростей в мм; ω_2 - из табл.1); $\overline{a_{B_3B_2}}^n \parallel BC$; $\overline{a_C} = 0$; $\overline{a_{B_3C}}^n = \omega_3^2 l_{BC} = \omega_3^2 \cdot BC \cdot \mu_1 = 0,001 \cdot BC \cdot \omega_3^2 -$ (BC и ω_3 из табл.1). Отрезки (мм), изображающие рассчитанные ускорения на планах: $\overline{b_1 k} = \overline{a_{B_3B_2}}^k / \mu_a = \overline{a_{B_3B_2}}^k / 0,03 = 33,3 \overline{a_{B_3B_2}}^k$; $\overline{cn_{B_3C}} = \overline{a_{B_3C}}^n / \mu_a = \overline{a_{B_3C}}^n / 0,03 = 33,3 \overline{a_{B_3C}}^n$.

Расчеты по приведенным выше соотношениям для заданных положений механизма приведены в табл.2

Таблица 2

Положение механизма	$\omega_2 = \omega_3$, с ⁻¹	$\overline{b_3 b_2}$, мм	$\overline{a_{B_3B_2}}^k$, м·с ⁻²	BC, мм	$\overline{a_{B_3C}}^n$, м·с ⁻²	$\overline{b_1 k}$, мм	$\overline{cn_{B_3C}}$, мм
0	4,90	35	2,40	50	1,22	80	41
1	3,55	32	1,72	75	0,95	57	32

В соответствии с /2/ строим планы ускорений группы (2,3) для заданных положений механизма.

Вектор, изображающий ускорение точки, в которой присоединяется группа (4,5), находим по соотношению, полученному при построении планов скоростей: $\overline{cd} = \overline{b_3 c} \cdot CD / BC$, в котором $\overline{b_3 c}$ - отрезок (в мм) построенного плана ускорений группы (2,3) в заданном положении механизма. Для рассматриваемого механизма находим: $\overline{cd} = 57 \cdot 90 / 50 = 103 \text{ мм}$ - для нулевого

положения; $\overline{cd} = 37 \cdot 90/70 = 44 \text{ мм}$ - для первого положения. Строим на планах ускорений векторы $\overline{p_a d} = \overline{cd}$ как продолжение отрезков $\overline{b_3 c}$ этих планов.

Для группы звеньев (4,5) имеем систему векторных уравнений (группа 2-го вида /2/)

$$\left. \begin{aligned} \overline{a_{E_1}} = \overline{a_{E_5}} = \overline{a_D} + \overline{a_{E_1 D}^n} + \overline{a_{E_1 D}^t}; \quad \overline{a_{E_1}} = \overline{a_{E_5}} = \overline{a_{E_0}} + \overline{a_{E_3 E_0}^k} + \overline{a_{E_3 E_0}^k} \end{aligned} \right\}$$

где $\overline{a_D}$ изображается на планах ускорений построенным вектором $\overline{p_a d}$;

$a_{E_1 D}^n = \omega_4^2 l_{DE} = 0,27 \omega_4^2$; $\overline{a_{E_1 D}^t} \perp DE$; $\overline{a_{E_0}} = 0$; $\overline{a_{E_3 E_0}^k} = 0$; $\overline{a_{E_3 E_0}^k}$ параллелен линии хода ползуна 5. Отрезки (в мм), изображающие расчетные ускорения на планах:

$\overline{dn_{E_1 D}} = a_{E_1 D}^n / \mu_a = a_{E_1 D}^n / 0,03 = \overline{a_{E_1 D}^n} / 0,03 = 33,3 \overline{a_{E_1 D}^n}$. Расчеты по приведенным выше соотношениям для заданных положений механизма приведены в табл.3.

Таблица 3

Положения механизма	$\omega_4, \text{ c}^{-1}$	$a_{E_1 D}^n, \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$	$\overline{dn_{E_1 D}}, \text{ мм}$	$BC, \text{ мм}$	$\overline{n_{B_3 C} b_3}, \text{ мм}$	$\varepsilon_2 = \varepsilon_3, \text{ c}^{-2}$	$\overline{n_{E_1 D} e_4}, \text{ мм}$	$\varepsilon_4, \text{ c}^{-2}$
0	1,66	0,744	25	50	39	23,4	71	7,88
1	1,09	0,321	11	75	20	8,0	35	3,88

В соответствии с /2/ строим планы ускорений группы (4,5) для заданных положений механизма.

По построенным планам ускорений находим угловые ускорения звеньев механизма:

$$\varepsilon_1 = 0, \text{ т.к. } \omega_1 = \text{const}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = a_{B_3 C}^t / l_{BC} = \overline{n_{B_3 C} b_3} / BC \cdot \mu_1 = (0,03 / 0,001) \cdot \overline{n_{B_3 C} b_3} / BC =$$

$= 30 \overline{n_{B_3 C} b_3} / BC$; $\varepsilon_4 = a_{E_1 D}^t / l_{DE} = \overline{n_{E_1 D} e_4} \cdot \mu_a / l_{DE} = 0,111 \overline{n_{E_1 D} e_4}$. Расчеты по приведенным соотношениям для заданных положений механизма представлены в табл.3. Определив, в соответствии с /2/, направления угловых ускорений звеньев, указываем их круговыми стрелками на планах положений механизма на листе.

Ускорения центров масс звеньев механизма находим по следующему соотношению $\overline{a_{s_i}} = \overline{p_a s_i} \cdot \mu_a$, где $\overline{p_a s_i}$ - отрезки на планах ускорений, изображающие $\overline{a_{s_i}}$; i - номер звена. Положения s_i на планах ускорений находим с использованием свойств плана ускорений звена /2/ с помощью пропорций. Для рассматриваемого механизма будем иметь:

$$CS_3 / CD = \overline{cs_3} / \overline{cd} \Rightarrow \overline{cs_3} = \overline{cd} \cdot CS_3 / CD = 0,5 \overline{cd};$$

$$DS_4 / DE = \overline{ds_4} / \overline{de} \Rightarrow \overline{ds_4} = \overline{de} \cdot DS_4 / DE = 0,12 \cdot \overline{de}; \quad s_1 \equiv p_v; \quad s_2 \equiv b_2; \quad s_3 \equiv e_3.$$

Расчеты по определению положений точек s_i - концов векторов абсолютных ускорений центров масс звеньев для рассматриваемых положений механизма сводим в табл.4.

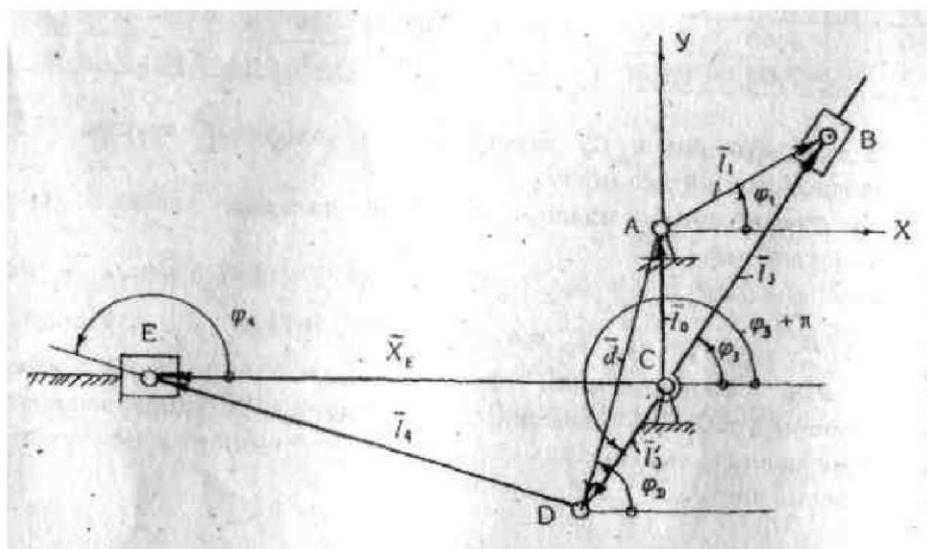
Таблица 4

Положение механизма	\overline{cd} , мм	$\overline{CS_3} = \overline{p_a s_3}$, мм	$\overline{de_4}$, мм	$\overline{ds_4}$, мм	$\overline{p_a s_4}$, мм	$\overline{p_a s_5}$, мм	a_{s_3} , м·с ⁻²	a_{s_4} , м·с ⁻²	a_{s_5} , м·с ⁻²
0	103	51,5	90	10,8	102	129	1,55	3,06	3,87
1	44	22	38	4,6	41,5	30	0,66	1,24	0,90

По результатам этих расчетов строим положения точек s_i для $i=1 \dots 5$ на планах ускорений механизма и определяем для каждого из звеньев $\overline{a_{s_i}} = \overline{p_a s_i} \cdot \mu_a = 0,03 \cdot \overline{p_a s_i}$ расчетами в табл.4. При этом $\overline{a_{s_1}} = 0$, т.к. у рассматриваемого механизма $S_1 \equiv A$;

$$\overline{a_{s_2}} = \overline{p_a s_2} \cdot \mu_a = \overline{p_a b_2} \cdot \mu_a = \overline{a_{B_2}} = \overline{a_{B_1}} = 1,79 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \approx 1,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

2.4.5. Исследование кинематики механизма аналитическим методом



Это исследование сводится, прежде всего, к разработке алгоритма решения задачи о положениях звеньев механизма по методике, изложенной в /2/. Для этого рассмотрим схему механизма с указанием координат положения его звеньев (в пояснительной записке изображается схема заданного механизма с векторным представлением всех, за исключением ползунов и кулисных камней, его звеньев, с введением отсчитываемых против часовой стрелки углов, образованных этими векторами с положительным направлением оси x системы координат xAy)

Анализируя кинематику группы звеньев (2,3) – имеет 3-й вид – в соответствии с /2/ выделяем замкнутый векторный контур $ABCA$, уравнение замкнутости которого представляется как $\vec{l}_1 - \vec{l}_3 + \vec{L}_1 = 0$. Проектируя это условие на координатные оси, получаем систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 - l_3 \cos \varphi_3 + L_1 \cos 90^\circ = 0; \\ l_1 \sin \varphi_1 - l_3 \sin \varphi_3 + L_1 \sin 90^\circ = 0, \end{cases}$$

решением которой по методике, изложенной в /2/, находим

$$l_3 = \sqrt{(l_1 \cos \varphi_1)^2 + (l_1 \sin \varphi_1 + L_1)^2} - (1); \quad \varphi_3 = \text{sign}(l_1 \sin \varphi_1 + L_1) \arccos(l_1 \cos \varphi_1 / l_3) - (2).$$

выражения для расчета координат звеньев группы при любом φ_1 .

Для определения координат точек присоединений следующей группы (точки D) рассмотрим замкнутый векторный контур $ACDA$ с уравнением замкнутости $\vec{L}_1 + \vec{d} - \vec{l}_3 = 0$. Проектируя это уравнение на координатные оси получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} L_1 \cos 90^\circ + d \cdot \cos \varphi_D + l'_3 \cos(\varphi_3 + \pi) = 0; \\ L_1 \sin 90^\circ + d \cdot \sin \varphi_D - l'_3 \sin(\varphi_3 + \pi) = 0, \end{cases}$$

решением которой находим $x_D = d \cos \varphi_D = -l'_3 \cos \varphi_3$ (3); $y_D = d \sin \varphi_D = L_1 - l'_3 \sin \varphi_3$ (4) – координаты точки присоединения группы (4,5) как сложные функции φ_1 .

Анализируя кинематику группы звеньев (4,5) – имеет 2-й вид, - выделяем замкнутый векторный контур $ADECA$ с уравнением замкнутости $\vec{d} + \vec{e}_4 - \vec{x}_E + \vec{L}_1 = 0$. Проектируя последнее на оси x, y , получаем

$$\begin{cases} x_D + l_4 \cos \varphi_4 - x_E \cos 180^\circ + L_1 \cos 90^\circ = 0; \\ y_D + l_4 \sin \varphi_4 - x_E \sin 180^\circ + L_1 \sin 90^\circ = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы получаем $x_E = x_D - \sqrt{e_4^2 - (L_1 + y_D)^2}$ (5);

$$\varphi_4 = \text{sign}(-L_1 - y_D) \arccos[(-x_D + x_E)/e_4] \text{ (6)}.$$

Уравнения (1)...(6) представляют алгоритм решения задачи о положениях звеньев рассматриваемого механизма. Решение задач о скоростях и ускорениях осуществляется на ЭВМ методом численного дифференцирования /2/.

2.4.6. Блок схема алгоритма кинематического анализа механизма на ЭВМ (см. приложение 2)

Эту блок –схему изображаем в пояснительной записке. Раскрываем содержание блоков этой схемы: - блок 1 – начало расчета; - блок 2 – ввод исходных (см. п.2.2); блок 3 – определение недостающих параметров кинематической схемы механизма (см. п.2.4.1.); блок 4 – расчеты координаты φ_{10} – угла φ_1 (см. рис. к п.2.4.5.) в нулевом положении механизма; блок 5 – организация цикла расчетов по исследуемым положениям $i=0...11$ механизма; блок 6 – расчет угла поворота входного звена в i -м положении механизма; блок 7 – организация цикла расчетов выходных координат $K=1...N$, определяющих положения звеньев механизма и их отдельных точек; блок 8 – организация цикла трехкратного расчета каждой из выходных координат P_k при заданном φ_k и его малых отклонениях $\pm \Delta \varphi_1$; блок 9 – расчет выходной координаты P_k по отдельной подпрограмме, разработанной с помощью алгоритма в п.2.4.5.; блоки 10...17 – реализация алгоритма численного дифференцирования для расчета аналогов скоростей A_{v_k} и ускорений A_{w_k} по k -й выходной координате; блок 18 – расчет скоростей и ускорений по k -й выходной координате; блок 19 – придание координате φ_1 исходного её значения; блок 20 – печать результатов по k -й выходной координате и возврат расчетов к циклу 7; блок 21 – печать номера

исследуемого положения механизма, после чего расчет переходит к циклу 5, с завершением которого расчет переходит к силовому анализу механизма (см. приложение 4).

(Иллюстрация графической части работы по кинематическому исследованию механизма представлена в приложении 1).

2.5. Силовой анализ механизма графоаналитическим методом

Такой анализ проводим для нулевого положения механизма, исследованного кинематически в п.2.4..

2.5.1. Определение усилий, воздействующих на звенья механизма в заданном его положении № 1

Силы веса звеньев – $G_i = m_i g$ – прикладываются в центре S_i масс каждого i -го звена и направляются вертикально вниз (m_i – масса i -го звена; g – ускорение силы тяжести). Главный вектор сил инерции i -го звена - $\bar{P}_{u_i} = -m_i \bar{a}_{S_i}$ - прикладывается в S_i и направляется противоположно \bar{a}_{S_i} - ускорению центра масс i -го звена; главный момент сил инерции i -го звена - $\bar{M}_{u_i} = -J_{S_i} \bar{\varepsilon}_i$ - направлен противоположно $\bar{\varepsilon}_i$ - угловому ускорению i -го звена. Рабочее усилие $P = P_{c_5}$ приложено к звену 5 механизма, точка его приложения и направление заданы.

Расчеты усилий на звенья механизма в заданном его положении сводим в табл.5. Значения a_{S_i} , ε_i – по данным табл.3,4.

2.5.2.Силовой анализ структурной группы (4,5).

Используя построенные планы положений механизма, вычерчиваем группу звеньев (4,5) для исследуемого положения механизма в масштабе $\mu = 0,001 \text{ м/мм}$. Прикладываем к её звеньям 4,5 все найденные в табл.5 усилия, обеспечивая их точки приложения и направления.

Таблица 5

№ звена механизма, i	$G_i = m_i g$, Н	$P_{u_i} = m_i a_{S_i}$, Н	$M_{u_i} = -J_{S_i} \varepsilon_i$, Н	$P = P_{c_5}$, Н
1	4·9,8=39,2	4·0=0	0,1·0=0	0
2	0·9,8=0	0·1,79=0	0·8=0	0
3	7·9,8=68,6	7·0,66=4,7	0,2·8=1,6	0
4	10·9,8=98	10·1,24=12,4	1·3,88=3,88	0
5	45·9,8=441	45·0,9=40,7	0·0=0	1500

Реализуя методику силового анализа структурной группы (4,5) – имеет 2-й вид – представленную в /3/, запишем условия равновесия звена 4 группы в виде

$$\sum M_E^{(4)} = R_{34}^r \cdot DE - G_4 h_{G_4} - P_{u_4} h_{P_{u_4}} - M_{u_4} / \mu_1 = 0, \text{ откуда}$$

$$R_{34}^r = (G_4 h_{G_4} + P_{u_4} h_{P_{u_4}} + M_{u_4} / \mu_1) / DE =$$

$$(98 \cdot 236 + 12,4 \cdot 207 + 3,88 / 0,001) / 270 = 109,6 \text{ Н}$$

По условию равновесия группы

$\sum P_i^{(4,5)} = \bar{R}_{34}^n + \bar{R}_{34}^r + \bar{P}_{u4} + \bar{G}_4 + \bar{G}_5 + \bar{P}_{u5} + \bar{P}_c + \bar{R}_{05} = 0$ строим план сил в масштабе $\mu_p = 7 \text{ Н/мм}$, откуда находим: $R_{34} = 224 \cdot 7 = 1568 \text{ Н}$,

$$R_{05} = 93 \cdot 7 = 651 \text{ Н}.$$

По условию равновесия звена 5: $\sum M_K^{(5)} = R_{05} \cdot h_{05} - P_{c5} \cdot h_{p_{c5}} = 0$, находим

$$h_{05} = P_{c5} \cdot h_{p_{c5}} / R_{05} = 1500 \cdot 120 / 651 = 276 \text{ мм}.$$

По условию равновесия звена 4: $\sum P_i^{(4)} = \bar{R}_{34} + \bar{P}_{u4} + \bar{G}_4 + \bar{R}_{54} = 0$ строим план сил, совмещая его с планом сил группы; откуда находим $\bar{R}_{54} = -\bar{R}_{45} = 222 \cdot 7 = 1554 \text{ Н}$

2.5.3. Силовой анализ структурной группы (2,3)

Вычерчиваем группу звеньев (2,3) в масштабе $\mu_f = 0,001 \text{ м/мм}$ и прикладываем все действующие на её звенья усилия, включая реакции отброшенных звеньев 1 и 4. При этом $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$, которая определена выше.

Реализуя методику силового анализа структурной группы (2,3) – имеет 3-й вид, - представленную в /3/, запишем условие равновесия группы в виде:

$$\sum M_c^{(2,3)} = R_{12} \cdot BC - G_3 h_{G_3} + P_{u3} \cdot h_{p_{u3}} - \bar{R}_{43} \cdot h_{R_{43}} + \frac{M_{u3}}{\mu_l} = 0, \text{ откуда находим}$$

$$R_{12} = (G_3 h_{G_3} - P_{u3} + R_{43} h_{R_{43}} - M_{u3} / \mu_l) / BC = (68,6 \cdot 41 - 4,7 \cdot 23 + 1568 \cdot 42 - 1,6 / 0,001) / 75 = 898,3 \text{ Н}. \text{ Т.к. } m_2 = 0, \bar{R}_{12} = \bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}.$$

По условию равновесия группы: $\sum P_i^{(2,3)} = \bar{R}_{43} + \bar{G}_3 + \bar{P}_{u3} + \bar{R}_{12} + \bar{R}_{03} = 0$ строим план сил в масштабе $\mu_p = 10 \text{ Н/мм}$, откуда находим $\bar{R}_{03} = 211 \cdot 10 = 2110 \text{ Н}$.

2.5.4. Силовой анализ механизма I класса

Строим схему механизма I класса для исследуемого положения механизма в масштабе $\mu_f = 0,001 \text{ м/мм}$ и прикладываем к нему уравновешивающую силу $\bar{P}_{yp} \perp AB$; $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$, которая определена выше; силу G_1 . Из условия равновесия звена 1: $\sum M_A^{(1)} = P_{yp} \cdot AB - R_{21} \cdot h_{R_{21}} = 0$ находим $P_{yp} = R_{21} \cdot h_{R_{21}} / AB = 898,3 \cdot 54 / 70,7 = 689,2 \text{ Н}$.

По условию равновесия звена 1: $\sum \bar{P}_i^{(1)} = \bar{R}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{P}_{yp} + \bar{R}_{01} = 0$ строим план сил в масштабе $\mu_p = 15 \text{ Н/мм}$, из которого находим $R_{01} = 39 \cdot 15 = 585 \text{ Н}$.

2.5.5. Определение P_{yp} по методу Н.Е.Жуковского

Вычерчиваем построенный ранее план скоростей механизма для его нулевого положения, повернутым на 90° в любом направлении, и прикладываем в соответствующих его точках все усилия, представленные в табл.5, а также $P_{yp} = P_{yp}^*$, без изменения направления этих усилий. Моменты M_{u_i} представляем в виде пар сил:

$$\bar{P}_{u3b} = -\bar{P}_{u3d} = M_{u3} / l_{BD} = M_{u3} / (BD) \cdot \mu_l = 1,6 / (165 \cdot 0,001) = 10 \text{ Н};$$

$$\bar{P}_{u4d} = -\bar{P}_{u4e} = M_{u4} / l_{DE} = 3,88 / 0,27 = 14,4 \text{ Н}, \text{ каждую из которых направляем}$$

перпендикулярно соответствующему звену и прикладываем в определенных точках плана скоростей.

Реализуя методику определения P_{yp} методом Н.Е.Жуковского, представленную в /3/, составляем условие равновесия плана скоростей как жёсткого рычага:

$$\begin{aligned} \sum M_{P_v} &= P_{yp}^* \cdot \overline{p_v b} - G_3 h_{G_3} + G_4 h_{G_4} + P_{u3} \cdot h_{pu3} + P_{u4} \cdot h_{pu4} + P_{u5} \cdot \overline{p_v e} + P_{u3b} \cdot \overline{b_3 d} + P_{u4d} \cdot \overline{de} - P_{c5} \cdot \overline{p_v e} = \\ &= 0, \text{ откуда находим } P_{yp}^* = (G_3 h_{G_3} - G_4 h_{G_4} - P_{u3} h_{pu3} - P_{u4} h_{pu4} - P_{u5} \cdot \overline{p_v e} - P_{u3b} \cdot \overline{b_3 d} - P_{u4d} \cdot \overline{de} + \\ &+ P_{c5} \cdot \overline{p_v e}) / \overline{p_v b} = (68,6 \cdot 21 - 98 \cdot 37 - 4,7 \cdot 12 - 12,4 \cdot 17 - 40,7 \cdot 25 - 10 \cdot 85 - 14,4 \cdot 42 + 1500 \cdot 25,8 / 50 = \\ &= 675,5 H. \end{aligned}$$

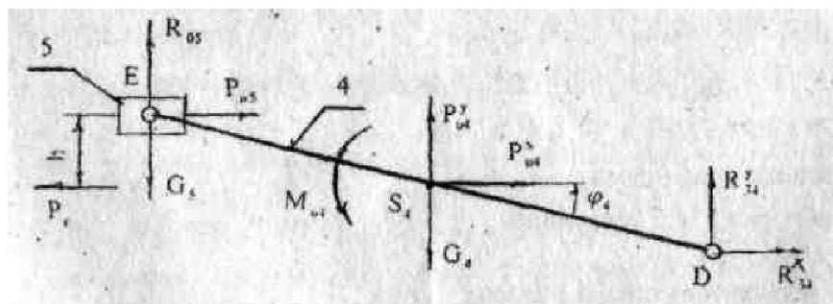
Погрешность определения уравнивающей силы

$$\delta = 100 \cdot |P_{yp} - P_{yp}^*| / P_{yp}^* = 100 \cdot |689,2 - 675,5| / 675,5 = 2\%.$$

2.6. Разработка алгоритма силового анализа механизма на ЭВМ

2.6.1. Группа звеньев (4,5)

Изображаем схему группы с приложением всех усилий, которые обобщенно представляем в виде положительных проекции на оси xAy ранее введенной в п.2.4.5 системы координат:



Усилия на звенья группы находим по соотношениям

$$P_{ui}^x = -m_i a_{Si}^x; P_{ui}^y = -m_i a_{Si}^y; M_{ui} = -J_{Si} \varepsilon_i; G_i = m_i g; P_c = P_{c5} - (1)$$

Реализуя методику работы /3/ по силовому анализу структурной группы 2-го вида, рассмотрим условия равновесия группы в целом её отдельных звеньев:

$$\sum X^{(4,5)} = -P_c + P_{u5}^x + P_{u4}^x + R_{34}^x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{34}^x = P_c - P_{u5}^x - P_{u4}^x - (2);$$

$$\sum M_E^{(4)} = (P_{u4}^y - G_4)(x_{S4} - x_E) + P_{u4}^x (y_E - y_{S4}) + R_{34}^y (y_E - y_D) + R_{34}^x (x_D - x_E) + M_{u4} = 0, \text{ откуда}$$

$$R_{34}^y = [-(P_{u4}^y - G_4)(x_{S4} - x_E) - P_{u4}^x (y_E - y_{S4}) - R_{34}^x (y_E - y_D) - M_{u4}] / (x_D - x_E) - (3);$$

$$\sum Y^{(4,5)} = -G_5 + R_{05}^y + P_{u4}^y - G_4 + R_{34}^y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{05}^y = G_5 - P_{u4}^y + G_4 - R_{34}^y - (4);$$

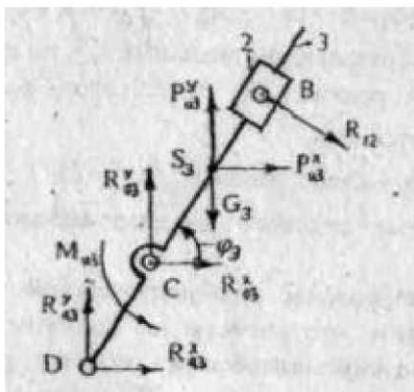
$$\sum M_E^{(5)} = R_{05}^y \cdot h_{05} - P_c \cdot h = 0 \quad \Rightarrow \quad h_{05} = P_c \cdot h / R_{05}^y - (5);$$

$$\sum X^{(5)} = -P_c + P_{u5}^x + R_{45}^x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{45}^x = -R_{54}^x = P_c - P_{u5}^x - (6);$$

$$\sum Y^{(5)} = R_{05}^y - G_5 + R_{45}^y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{45}^y = -R_{54}^y = G_5 - R_{05}^y - (7).$$

2.6.2. Группа звеньев (2,3)

Изображаем группу звеньев с приложением всех усилий, которые также представляем в виде положительных проекций на оси системы координат xAy . Значения этих проекций определяем по уравнениям (1). Усилие со стороны звена 4 на звено 3 находим как $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$, представляя на схеме \bar{R}_{43} в виде положительных проекций $R_{43}^x = -R_{34}^x$; $R_{43}^y = -R_{34}^y$ - (8). Для рассматриваемого механизма на схеме группы (2,3) учтено, что $m_2 = 0$.



Реализуя методику работы /3/ по силовому анализу структурной группы 3-го вида, рассмотрим условия равновесия группы и её отдельных звеньев:

$$\sum M_c^{(3)} = R_{43}^x(y_c - y_D) - R_{43}^y(x_c - x_D) + (P_{u3}^y - G_3)(x_{S_3} - x_c) - P_{u3}^x(y_{S_3} - y_c) + M_{u3} + R_{23} \cdot l_3 = 0,$$

откуда $R_{23} = [-R_{43}^x(y_c - y_D) + R_{43}^y(x_c - x_D) - (P_{u3}^y - G_3)(x_{S_3} - x_c) - M_{u3} + P_{u3}^x(y_{S_3} - y_c)]/l_3$ - (9);

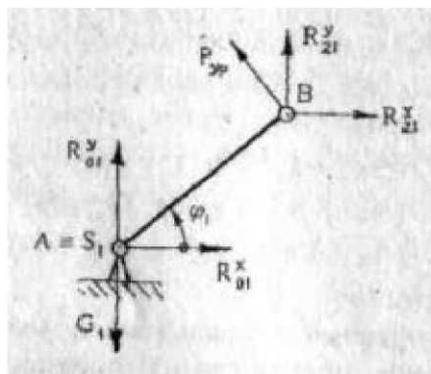
$$R_{12}^x = R_{23}^x = R_{23} \cdot \cos \varphi_3; \quad R_{12}^y = R_{23}^y = R_{23} \cdot \sin \varphi_3 \quad - (10);$$

$$\sum X^{(2,3)} = R_{43}^x + R_{03}^x + P_{u3}^x + R_{12}^x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{03}^x = -R_{43}^x - P_{u3}^x - R_{12}^x \quad - (11);$$

$$\sum Y^{(2,3)} = R_{43}^y + R_{03}^y + P_{u3}^y - G_3 + R_{12}^y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{03}^y = -R_{43}^y - P_{u3}^y + G_3 - R_{12}^y \quad - (12).$$

2.6.3. Механизм I класса

Изображаем схему механизма I класса, прикладывая к звену 1 усилия $R_{21}^x = -R_{12}^x$; $R_{21}^y = -R_{12}^y$ - (13); $R_{01}^x, R_{01}^y, P_{yp} \perp AB, G_1$.



Реализуя методику работы /3/ по силовому анализу механизма I класса, рассмотрим условия равновесия звена 1:

$$\sum M_A^{(1)} = P_{yp} l_{AB} - R_{21}^x l_{AB} \sin \varphi_1 + R_{21}^y l_{AB} \cos \varphi_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{yp} = R_{21}^x \sin \varphi_1 - R_{21}^y \cos \varphi_1 \quad - (14);$$

$$\sum X^{(1)} = -P_{yp} \cdot \sin \varphi_1 + R_{21}^x + R_{01}^x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{01}^x = P_{yp} \sin \varphi_1 - R_{21}^x - (15);$$

$$\sum Y^{(1)} = P_{yp} \cdot \cos \varphi_1 + R_{21}^y + R_{01}^y - G_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{01}^y = -P_{yp} \cos \varphi_1 + G_1 - R_{21}^y - (16).$$

В каждом шарнире, образованном звеньями i, j , по найденным расчетам R_{ij}^x, R_{ij}^y результирующая реакция R_{ij} и её угол φ_{ij} с положительным направлением оси x находятся как

$$R_{ij} = \sqrt{(R_{ij}^x)^2 + (R_{ij}^y)^2}; \quad \varphi_{ij} = \text{sign}(R_{ij}^y) \arccos(R_{ij}^x / R_{ij}) - (17)$$

2.6.4. Блок-схема алгоритма силового анализа механизма на ЭВМ (см. приложение 4)

Эту блок схему изображаем в пояснительной записке. Раскрывая содержание блоков, отметим, что расчеты по силовому анализу являются продолжением расчетов по кинематическому анализу, результаты которого служат исходными для силового анализа. Поэтому к циклу 22 расчеты переходят по завершении цикла 5 кинематического анализа. В цикле 22 осуществляется перебор звеньев механизма, для каждого из которых в блоке 23 рассчитывается сила веса. Блок 24 – цикл последовательного анализа положений механизма, для каждого из которых в блоке 25 организуется цикл рассмотрения звеньев механизма, для каждого из которых в блоках 26...28 производится расчет инерционных усилий. По завершении расчетов, в цикле 25 осуществляется переход к блоку 29, определяющему рабочее усилие P_c ; в последующих блоках 30...32 производятся расчеты по алгоритму пп. 2.6.1...2.6.3. В блоке 33 осуществляется проверочный расчет P_y по аналитическому аналогу метода Н.Е.Жуковского, представленному в /3/. Блок 34 – печать результатов расчета для i -го положения механизма, после чего расчеты проводятся для следующего положения механизма в цикле 24. По завершении расчетов по этому циклу осуществляется переход к блоку 35 – конец расчетов.

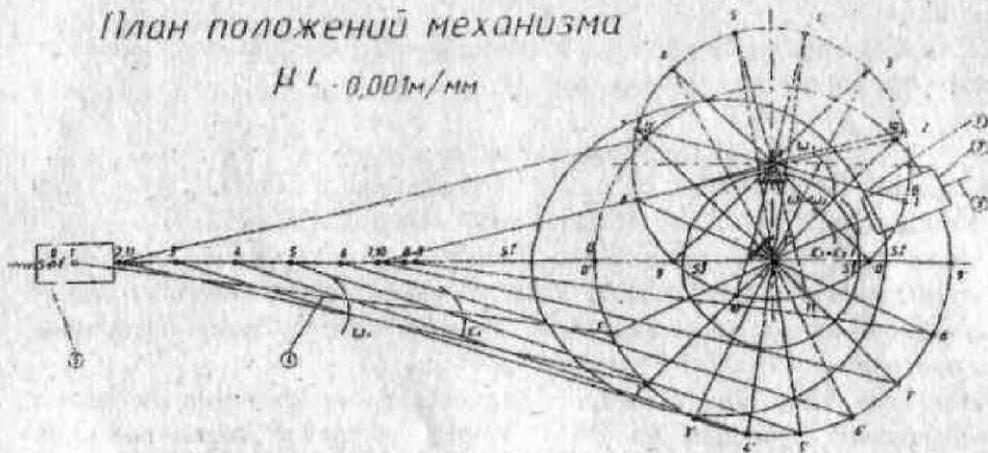
(Иллюстрация графической части работы по силовому анализу механизма представлена в приложении 3)

Использованная литература

1. Савенков М.В. Анализ и синтез механизмов и машин. Ч.1: Учеб. пособие. Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 1997.
2. Алексеев Л.И., Полушкин О.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин на ЭВМ. Раздел: Кинематический анализ плоских шарнирно-рычажных механизмов: Методические указания, алгоритмы и программы /РИСХМ. Ростов н/Д, 1987.
3. Алексеев Л.И., Полушкин О.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин на ЭВМ. Раздел: «Силовой анализ плоских шарнирно-рычажных механизмов»: Методические указания, алгоритмы и программы /РИСХМ. Ростов н/Д, 1988.
4. Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988.

План положений механизма

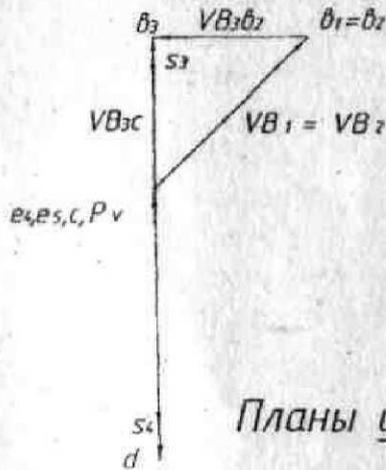
$\mu l = 0,001 \text{ м/мм}$



Планы скоростей механизма

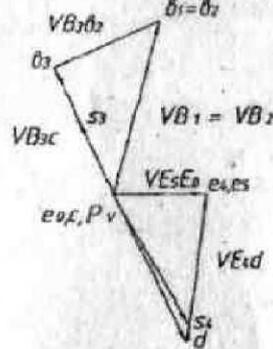
0 положение

$\mu v = 0,007 \text{ м}^{\cdot} \text{с/мм}$



1 положение

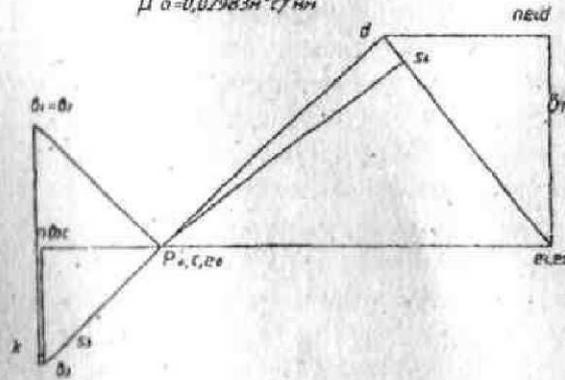
$\mu v = 0,007 \text{ м}^{\cdot} \text{с/мм}$



Планы ускорений механизма

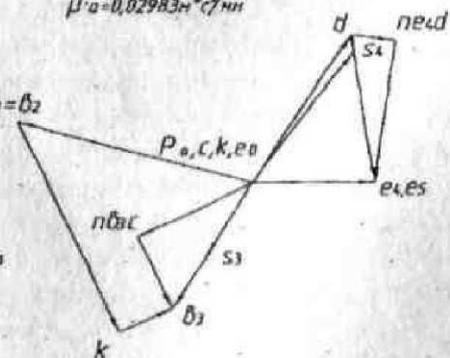
0 положение

$\mu a = 0,02983 \text{ м}^{\cdot} \text{с}^2 / \text{мм}$

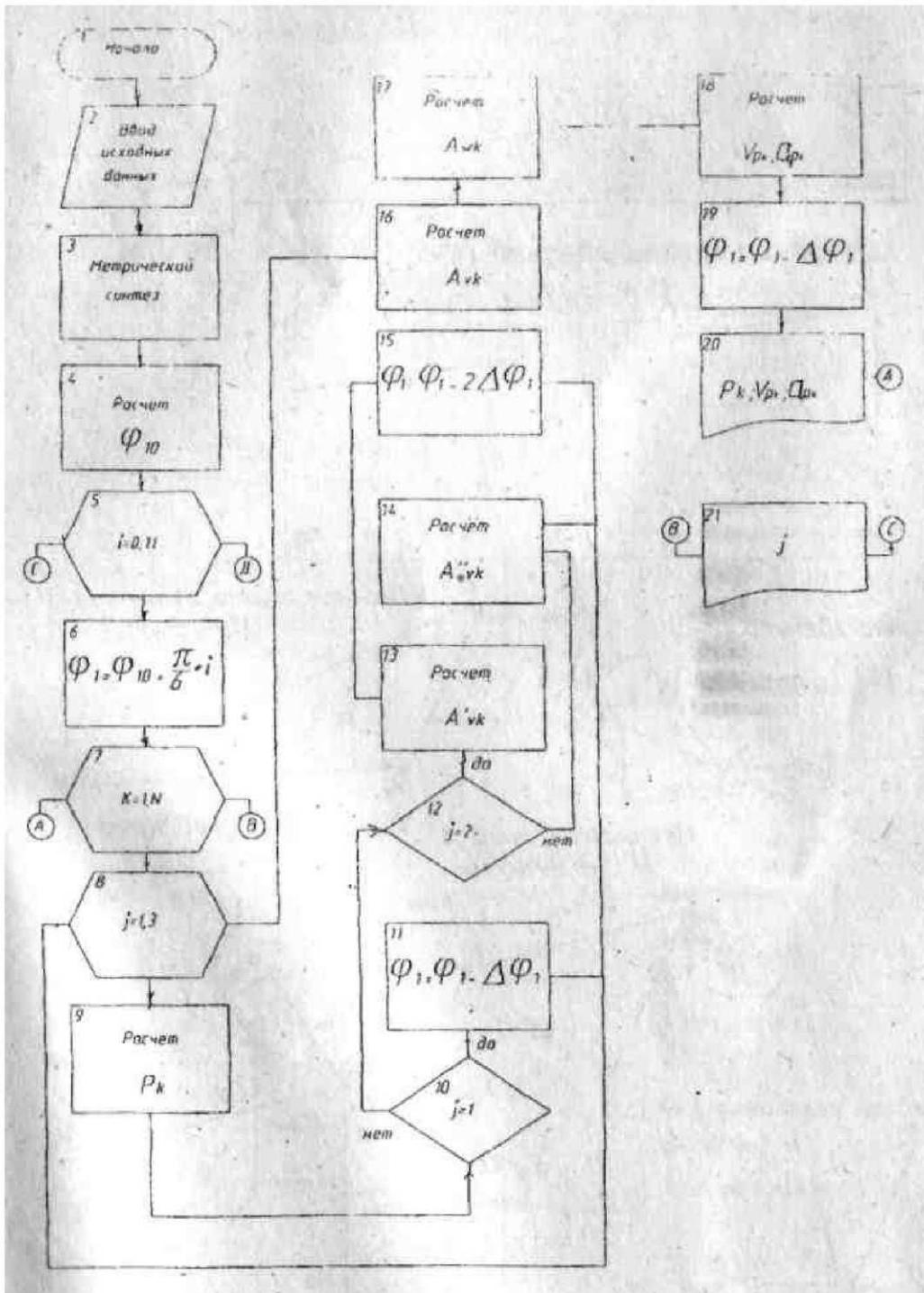


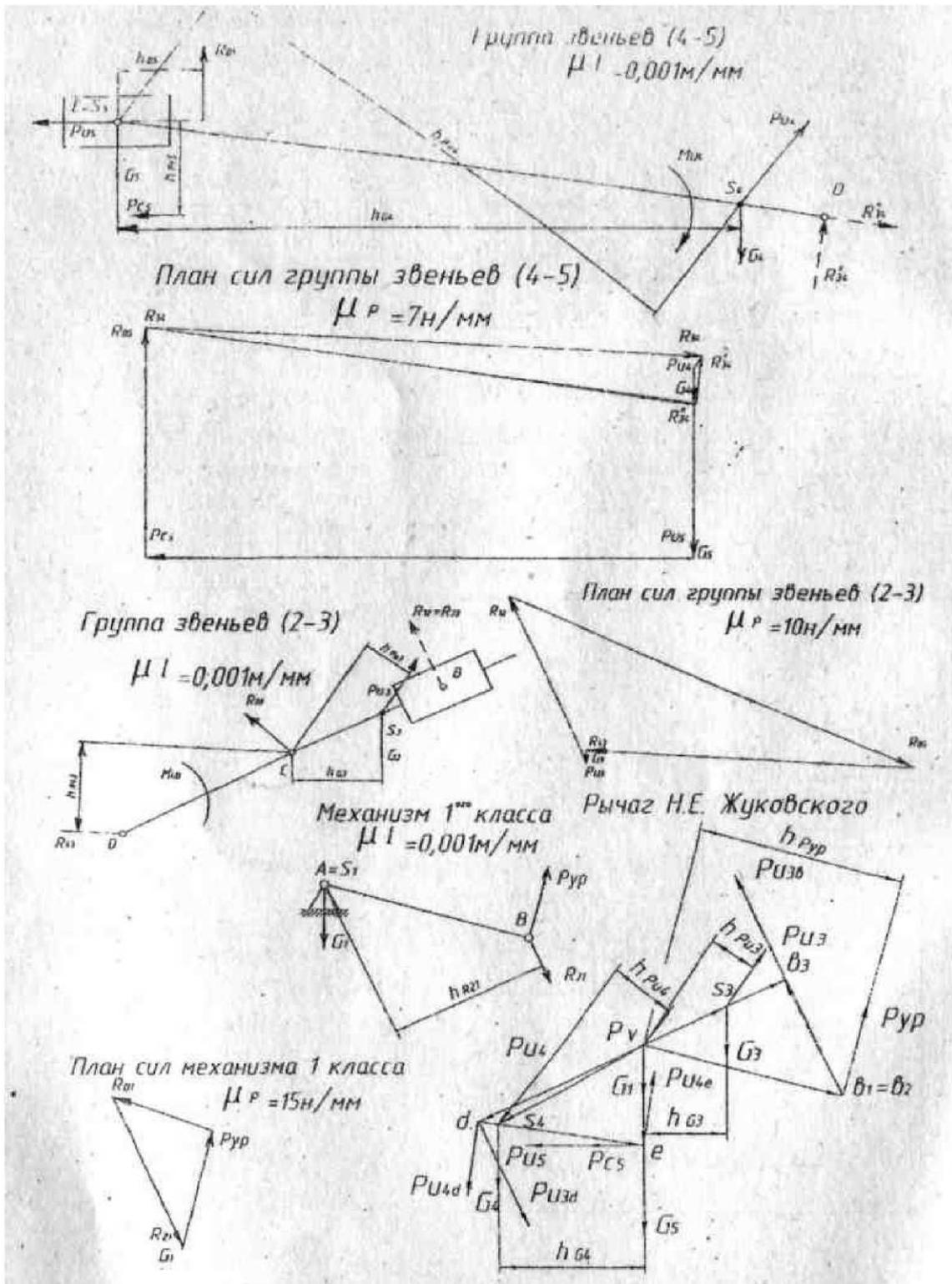
1 положение

$\mu a = 0,02983 \text{ м}^{\cdot} \text{с}^2 / \text{мм}$



Блок-схема алгоритма кинематического анализа механизма на ЭВМ





Обобщенная блок-схема силового анализа механизма

