

**ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ**  
**В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ**  
Учебно-методическое пособие

В издании излагаются краткие теоретические сведения и решения типовых задач, приводится значительное количество задач различной степени сложности, включающих схемы применяемых в сельскохозяйственном производстве механизмов и машин.

Предназначено для студентов технических вузов и учащихся колледжей сельскохозяйственного профиля.

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	4
1 СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ .....	5
1.1 Классификация кинематических пар .....	5
Задачи .....	9
1.2 Определение числа степеней свободы механизмов .....	11
Задачи .....	13
1.3 Структурный анализ механизмов. Классификация механизмов .....	16
Задачи .....	20
2 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ ..	41
2.1 Кинематический анализ плоских рычажных механизмов .....	41
Задачи .....	62
2.2 Кинематическое исследование зубчатых механизмов .....	86
Задачи .....	102
3 ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ .....	118
3.1 Определение сил инерций звеньев механизма .....	118
Задачи .....	136
3.2 Силовой расчет механизмов .....	146
Задачи .....	160
3.3 Приведение сил и масс .....	167
Задачи .....	175
3.4 Определение уравновешивающей силы с помощью рычага .....	183
Н.Е. Жуковского .....	183
Задачи .....	193
3.5 Определение закона движения звена приведения машинного .....	197
агрегата .....	197
Задачи .....	216
ЛИТЕРАТУРА .....	220

## ПРЕДИСЛОВИЕ

«Теория механизмов и машин» является одной из базовых дисциплин при подготовке инженеров-механиков. Являясь научной основой специальных курсов по расчету сельскохозяйственных машин, тракторов и автомобилей, она ставит задачи перед студентами по изучению общих методов исследования и проектирования механизмов и машин.

В результате изучения дисциплины студент должен уметь:

- определять структуру механизмов и производить их анализ;
- определять кинематические и динамические характеристики механизмов;
- по исходным кинематическим и динамическим параметрам технологического процесса подбирать вид механизма, рассчитывать его геометрические размеры;
- оптимизировать параметры проектируемого механизма по заданным критериям с использованием современной вычислительной техники.

Пособие состоит из трех разделов.

В разделе «Структурный анализ механизмов» приведены задачи на определение класса кинематических пар, числа степеней свободы механизмов и проведение структурного анализа механизмов. К каждой из предложенных для анализа схем механизмов дается краткое пояснение с указанием назначения и принципа работы. Большинство задач составлено на примерах механизмов, применяемых в сельском хозяйстве.

В разделе «Кинематический анализ механизмов» приведены схемы кривошипно-ползунных, кулисных, шарнирных многозвенных, одно- и многоступенчатых, механизмов с планетарной и дифференциальной ступенями, замкнутых дифференциальных.

В разделе «Динамическое исследование механизмов» приведены задачи по определению сил инерций звеньев, силовому расчету, определению уравновешивающей силы, составлению динамической модели механизмов и определению закона движения звена приведения.

В издании излагаются краткие теоретические сведения и решения типовых задач, приводится значительное количество задач различной степени сложности.

Самостоятельное решение рекомендованных задач поможет студентам проверить уровень подготовки к экзаменам.

# 1 СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

## 1.1 Классификация кинематических пар

*Кинематической парой* называется соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Кинематическая пара в зависимости от характера соединения может быть *низшей* или *высшей*. В низшей кинематической паре звенья соприкасаются по поверхности, в высшей – по линии или в точке.

В зависимости от геометрии соприкасаемых звеньев различают *сферические, конические, цилиндрические, плоскостные* и *винтовые* кинематические пары. По характеру относительного движения звеньев различают *вращательные, поступательные, вращательно-поступательные* и *с винтовым движением*.

Все кинематические пары делятся на пять классов. Номер класса кинематической пары определяется числом условий связи, которые наложены на относительное движение звеньев.

Всякое твердое тело, свободно движущееся в пространстве, в нашем случае  $ABC$  (рисунок 1.1), обладает *шестью* степенями свободы. Его положение фиксируется координатами трех точек  $A$ ,  $B$  и  $C$ , то есть девятью координатами  $(x_A, y_A, z_A)$ ,  $(x_B, y_B, z_B)$ ,  $(x_C, y_C, z_C)$ , которые связаны между собой тремя условиями постоянства расстояний:  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ . Поэтому число независимых параметров, определяющих положение твердого тела в пространстве, равно *шести* и тело обладает *шестью* степенями свободы, которые могут быть представлены *шестью* видами возможных движений вокруг взаимно перпендикулярных осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ : вращательные вокруг и поступательные вдоль них.

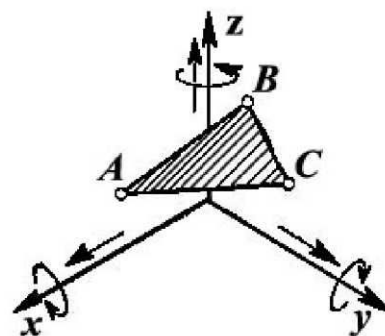


Рисунок 1.1 – Твердое тело в пространстве

При определении класса кинематической пары поступают следующим образом. Одно из звеньев, входящих в кинематическую пару, представляют неподвижным. Связывают с ним систему координат и определяют какие движения может совершать другое звено относительно координатных осей.

Для определения числа условий связи можно воспользоваться следующим уравнением

$$S = 6 - H, \quad (1.1)$$

где  $S$  – число условий связи;

$H$  – число степеней свободы.

## Примеры определения класса кинематических пар

### Кинематическая пара шар-плоскость (рисунок 1.2)

Представим звено 2 (плоскость) неподвижным и свяжем с ним систему координат  $Oxyz$ . Звено 1 (шар) может совершать относительно координатных осей следующие движения:

- вращательные относительно осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ ;
- поступательные относительно осей  $x$  и  $y$ .

Число степеней свободы кинематической пары равно 5. По формуле (1.1) определим число условий связи

$$S = 6 - 5 = 1.$$

Значит, эта кинематическая пара относится к *первому* классу.

По характеру соприкосновения данная кинематическая пара является высшей, так как шар и плоскость соприкасаются в точке.

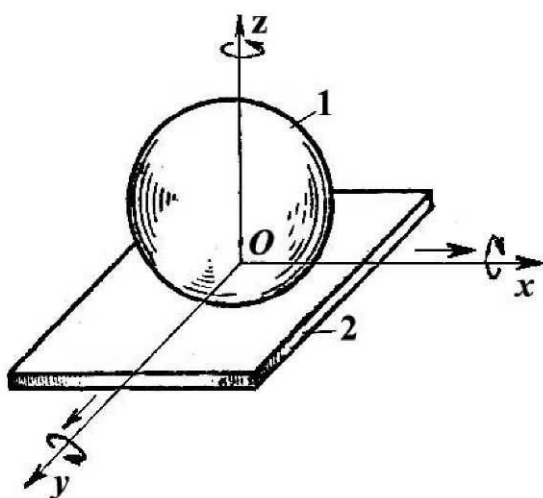


Рисунок 1.2 – Кинематическая пара шар-плоскость

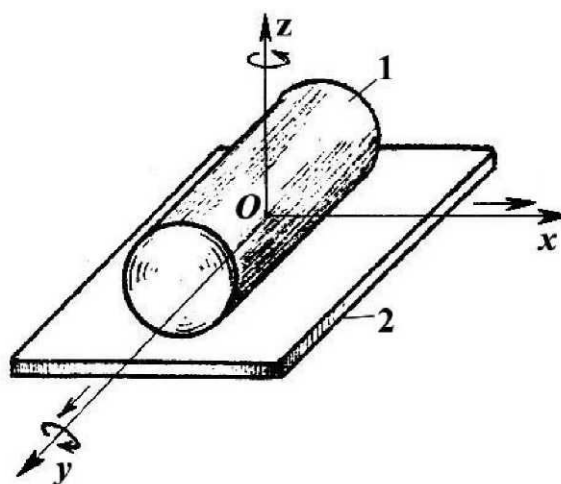


Рисунок 1.3 – Кинематическая пара цилиндр-плоскость

### Кинематическая пара цилиндр-плоскость (рисунок 1.3)

Представим звено 2 (плоскость) неподвижным и свяжем с ним систему координат  $Oxyz$ . Звено 1 (цилиндр) может совершать относительно координатных осей следующие движения:

- вращательные относительно осей  $y$  и  $z$ ;
- поступательные относительно осей  $x$  и  $y$ .

Число степеней свободы кинематической пары равно 4. Число условий связи

$$S = 6 - 4 = 2.$$

Кинематическая пара относится ко *второму* классу и является высшей, так как цилиндр и плоскость соприкасаются по линии.

### Кинематическая пара *плоскостная* (рисунок 1.4)

Представим звено 1 (плоскость) неподвижным и свяжем с ним систему координат  $Oxyz$ . Звено 2 (плоскость) может совершать относительно координатных осей следующие движения:

- вращательное относительно оси  $z$ ;
- поступательные относительно осей  $x$  и  $y$ .

Число степеней свободы кинематической пары равно 3, а число условий связи

$$S = 6 - 3 = 3.$$

Кинематическая пара относится к *третьему* классу и является низшей, так как плоскости 1 и 2 соприкасаются по поверхности.

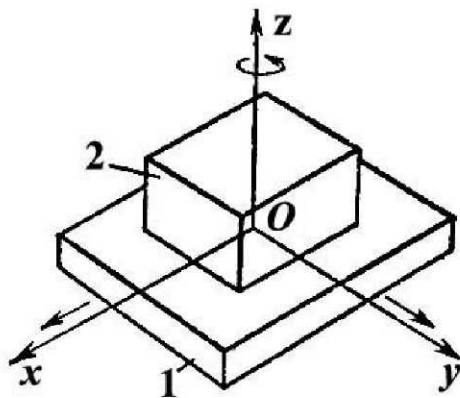


Рисунок 1.4 – Кинематическая пара плоскостная

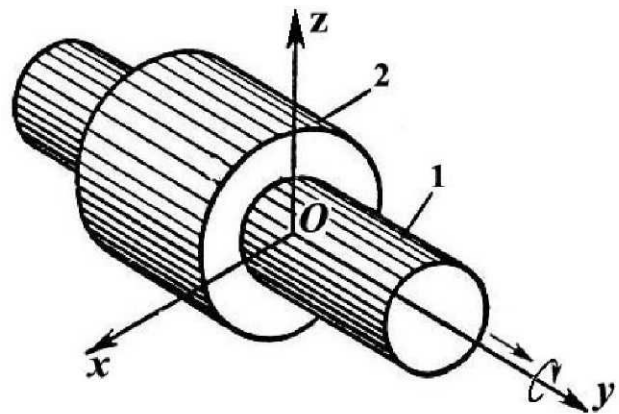


Рисунок 1.5 – Кинематическая пара цилиндрическая

### *Цилиндрическая* кинематическая пара (рисунок 1.5)

Представим звено 1 (цилиндр) неподвижным и свяжем с ним систему координат  $Oxyz$ . Звено 2 (полый цилиндр) может совершать относительно координатных осей два движения: вращательное и поступательное относительно оси  $y$ .

Число степеней свободы кинематической пары равно 2. Число условий связи

$$S = 6 - 2 = 4.$$

Кинематическая пара относится к *четвертому* классу и является низшей, так как сплошной цилиндр 1 и полый цилиндр 2 соприкасаются по поверхности.

### Поступательная кинематическая пара (рисунок 1.6)

Представим звено 2 неподжным и свяжем с ним систему координат  $Oxyz$ . Звено 1 может совершать только одно поступательное движение относительно оси  $x$ .

Тогда число степеней свободы кинематической пары равно 1, а число условий связи

$$S = 6 - 1 = 5.$$

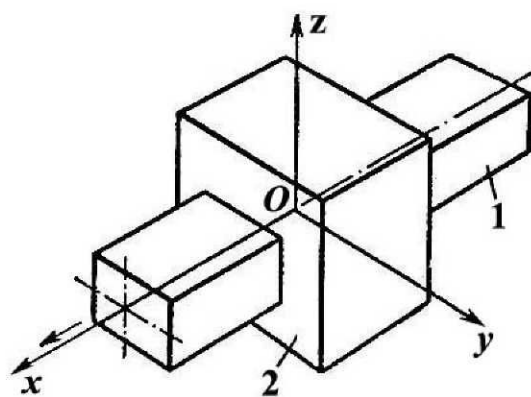


Рисунок 1.6 – Кинематическая пара поступательная

Кинематическая пара относится к *пятому* классу и является низшей, так как звенья 1 и 2 соприкасаются по поверхности.

### Задачи 1.1.1–1.1.30

Определить класс кинематической пары, образованной звеньями 1 и 2. Указать, какие степени свободы и условия связи имеют звенья в кинематической паре. Установить вид кинематической пары в зависимости от характера соприкосновения.

1.1.1.

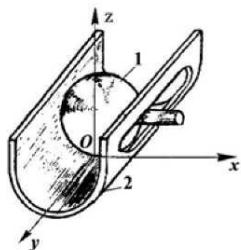


Рисунок 1.1.1

1.1.4.

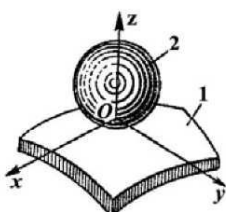


Рисунок 1.1.4

1.1.7.

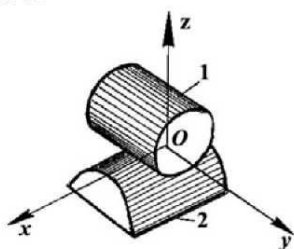


Рисунок 1.1.7

1.1.10.

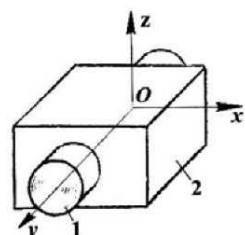


Рисунок 1.1.10

1.1.13.

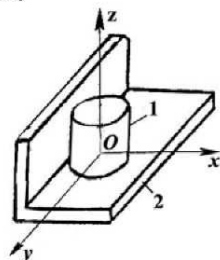


Рисунок 1.1.13

1.1.2.

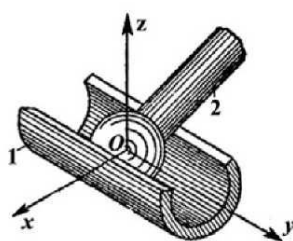


Рисунок 1.1.2

1.1.5.

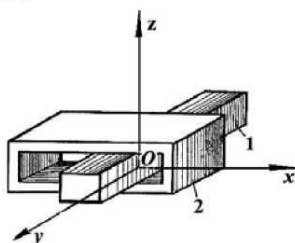


Рисунок 1.1.5

1.1.8.

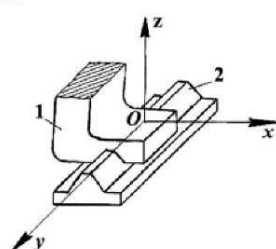


Рисунок 1.1.8

1.1.11.

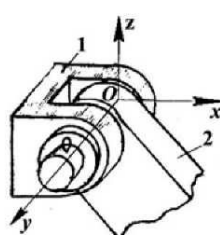


Рисунок 1.1.11

1.1.14.

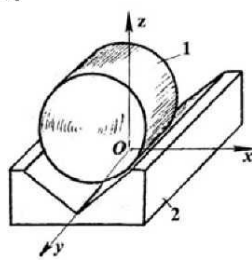


Рисунок 1.1.14

1.1.3.

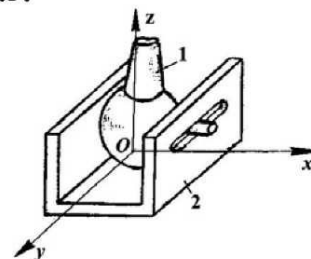


Рисунок 1.1.3

1.1.6.

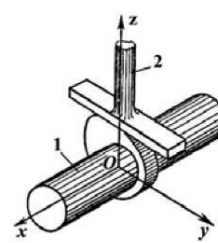


Рисунок 1.1.6

1.1.9.

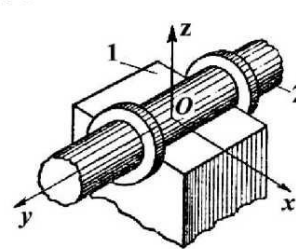


Рисунок 1.1.9

1.1.12.

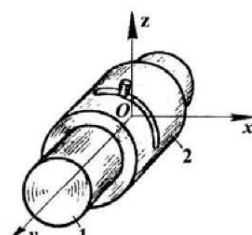


Рисунок 1.1.12

1.1.15.

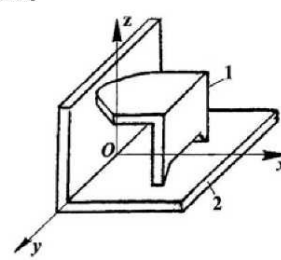


Рисунок 1.1.15



1.1.16.

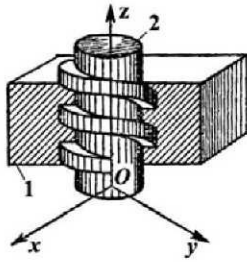


Рисунок 1.1.16

1.1.17.

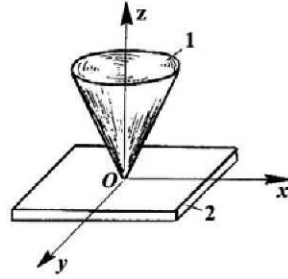


Рисунок 1.1.17

1.1.18.

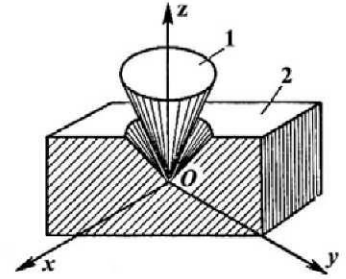


Рисунок 1.1.18

1.1.19.

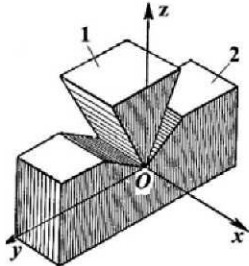


Рисунок 1.1.19

1.1.20.

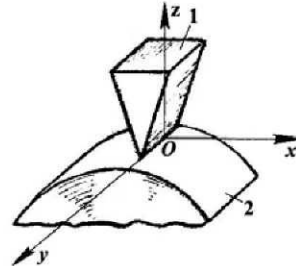


Рисунок 1.1.20

1.1.21.

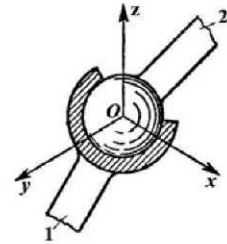


Рисунок 1.1.21

1.1.22.

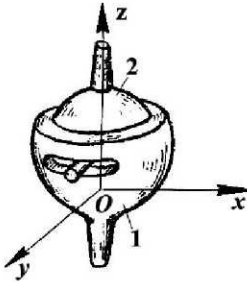


Рисунок 1.1.22

1.1.23.

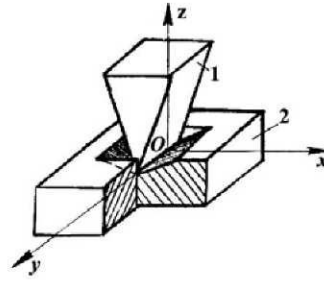


Рисунок 1.1.23

1.1.24.

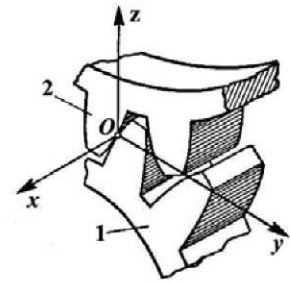


Рисунок 1.1.24

1.1.25.

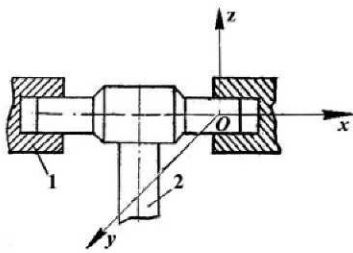


Рисунок 1.1.25

1.1.26.

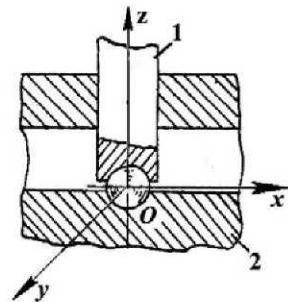


Рисунок 1.1.26

1.1.27.

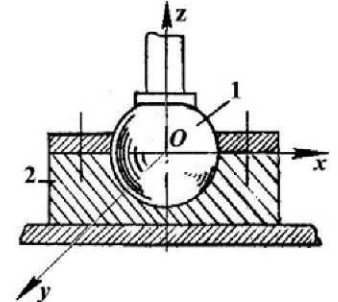


Рисунок 1.1.27

1.1.28.

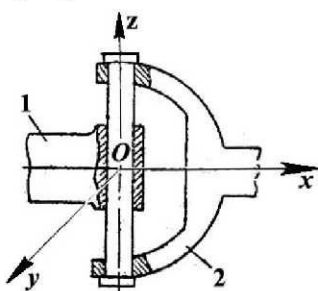


Рисунок 1.1.28

1.1.29.

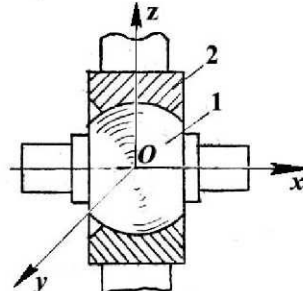


Рисунок 1.1.29

1.1.30.

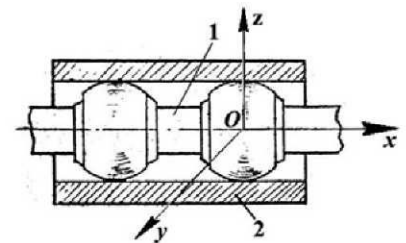


Рисунок 1.1.30

## 1.2 Определение числа степеней свободы механизмов

По характеру относительного движения звеньев все механизмы можно разделить на *плоские* и *пространственные*. В *плоском* механизме точки его подвижных звеньев движутся в параллельных плоскостях, а в *пространственном* – в пересекающихся плоскостях.

Число степеней свободы *пространственных* механизмов определяется по формуле *Сомова-Малышева*

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (1.2)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;

$p_5, p_4, p_3, p_2, p_1$  – число кинематических пар соответственно пятого, четвертого, третьего, второго и первого класса.

Число степеней свободы *плоских* механизмов определяется по формуле *Чебышева*

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.3)$$

При решении задач по данной теме вначале необходимо установить технологическое назначение механизма, определить какие относительные движения совершают все звенья, установить тип механизма (плоский или пространственный) и затем определить число степеней свободы.

### Примеры

**Пример 1.** Определить число степеней свободы  $W$  механизма вязальной машины (рисунок 1.7).

*Решение.* Назначение данного механизма: сообщить крючку, расположенному на шатуне 9, петлеобразное движение. Движение крючку сообщается от кулачка 1 через коромысла 3, 5 и шатуны 6, 7. В механизме 9 подвижных звеньев: кулачок 1, ролики 2, 4, коромысла 3, 5, 8, шатуны 6, 7, 9.

Кинематических пар V класса 10:  $O_1$ (образуемую звеньями 0 и 1),  $O_2(0,3)$ ,  $O_3(0,5)$ ,  $O_4(0,8)$ ,  $A(2,3)$ ,  $D(4,5)$ ,  $E(3,6)$ ,  $F(5,7)$ ,  $G_1(8,9)$ ,  $G_2(8,6)$ ,  $H(7,9)$ .

Кинематических пар IV класса 2:  $B(1,2)$ ,  $C(1,4)$ .

Кинематических пар других классов в механизме нет, так как все звенья выполняют движение в параллельных плоскостях, то есть механизм является плоским. Тогда по формуле (1.3) для плоских механизмов определяем  $W$ :

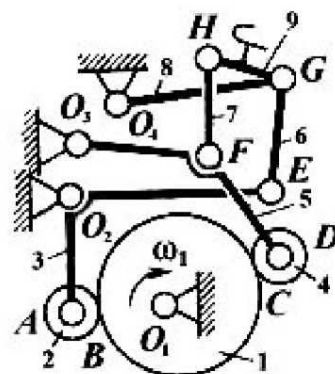


Рисунок 1.7 – Структурная схема вязальной машины

$$W = 3 \times 9 - 2 \times 11 - 2 = 3.$$

**Пример 2.** Определить число степеней свободы  $W$  механизма пантографа подвешенного манипулятора (рисунок 1.8).

*Решение.* Механизм предназначен для копирования в масштабе движений приводных устройств, передачи движений и для поступательного ориентирования выходного звена. Совместное движение звеньев 2, 5, 4 позволяет перемещать схват 13 в плоскости и поворачивать вокруг нее ось  $LN$ . В механизме 13 подвижных звеньев: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

Кинематических пар V-го класса 17:  $A(1, 2)$ ;  $B_1(1, 5)$ ,  $B_2(1, 4)$ ,  $C(2, 3)$ ,  $D(0, 1)$ ,  $G_1(5, 7)$ ,  $G_2(5, 8)$ ,  $I(4, 6)$ ,  $H(6, 7)$ ,  $F(7, 9)$ ,  $J_1(3, 8)$ ,  $J_2(8, 10)$ ,  $E(9, 10)$ ,  $K(10, 11)$ ,  $L(11, 12)$ ,  $M(9, 12)$ ,  $N(12, 13)$ .

По формуле (1.3) для плоских механизмов определяем  $W$ :

$$W = 3 \times 13 - 2 \times 17 = 5.$$

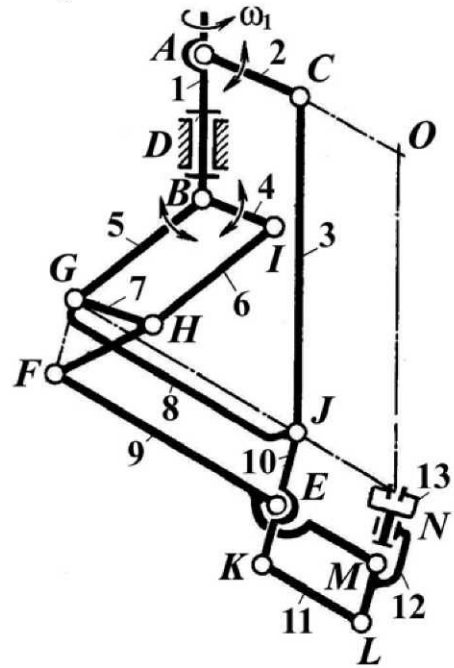


Рисунок 1.8 – Структурная схема пантографа подвешенного манипулятора

**Пример 3.** Определить число степеней свободы  $W$  пространственного механизма манипулятора (рисунок 1.9).

*Решение.* В механизме 4 подвижных звена: 1, 2, 3, 4. Две вращательные кинематические пары V-го класса ( $A, D$ ), одна сферическая кинематическая пара III класса ( $B$ ) и одна кинематическая пара сферическая с пальцем IV класса ( $C$ ).

Используя формулу (1.2) для пространственных механизмов определяем  $W$ :

$$W = 6 \times 4 - 5 \times 2 - 4 \times 1 - 3 \times 1 = 7.$$

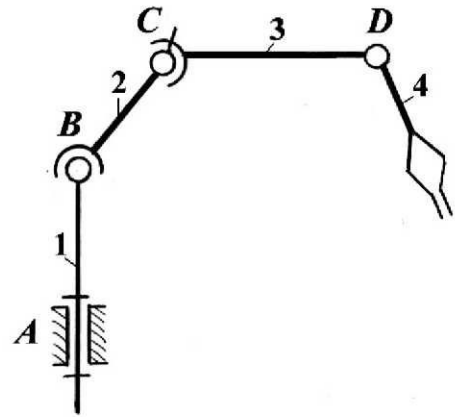


Рисунок 1.9 – Структурная схема пространственного манипулятора

## Задачи 1.2.1–1.2.22

Определить число степеней свободы сельскохозяйственных механизмов (1.2.1–1.2.7) и манипуляторов (1.2.8–1.2.22).

**1.2.1.** Механизма плоскореза-глубококорыхлителя (рисунок 1.2.1) предназначенного для присоединения рабочего оборудования безотвальной обработки почвы к трактору, а также регулирования глубины рыхления. Гидроцилиндр 7 служит для поворота ножа 8 при его заглаблении и выглаблении. Поворот звена 5 ограничен упорами. Гидроцилиндр 10 осуществляет подъем и опускание звена 3 вместе с ножом 8.

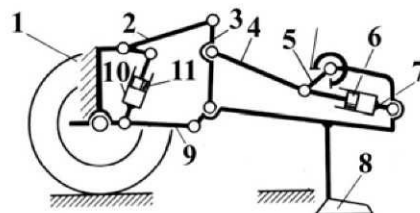


Рисунок 1.2.1

**1.2.2.** Механизма выносной опоры (рисунок 1.2.2) предназначенного для увеличения устойчивости при работе машины. Опора 8 подвешена шарнирно к звену 5, перемещаемому поступательно гидроцилиндром 1 который воздействует на шарнир, соединяющий звенья 3 и 4.

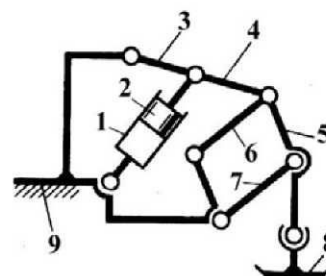


Рисунок 1.2.2

**1.2.3.** Механизма культиватора (рисунок 1.2.3), предназначенного для присоединения рабочего оборудования культиватора к трактору, его подъема и опускания, регулирования глубины обработки почвы.

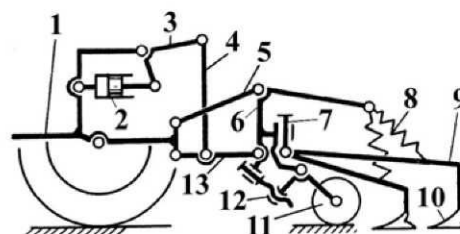


Рисунок 1.2.3

**1.2.4.** Ботвосрезающего механизма (рисунок 1.2.4), предназначенного для ориентации ножа 9, срезающего ботву растений. Щуп 3, подвешенный к раме машины 1 с помощью параллелограмма звеньев 2, 3, 4, 1 ориентирует положение ножа 9. Нож 9 в виде вращающегося диска расположен в корпусе 8 и имеет самостоятельный привод.

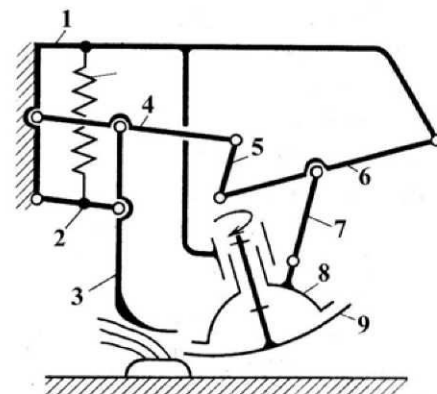


Рисунок 1.2.4

**1.2.5.** Механизма стогометателя (рисунок 1.2.5), предназначенного для захвата, подъема и перемещения сена при его скирдовании. Поддерживающее устройство связано с самоходным шасси 1 с помощью стрелы 3. Изменение наклона стрелы осуществляется телескопическим гидроцилиндром 2. Ориентирование захватного устройства в плоскости наклона стрелы осуществляется за счет его связи с рамой шасси и стрелой звеньями 11, 12 и 13. Звенья 1, 3, 12 и 13 образуют параллелограмм, а звенья 3, 4, 11 и 12 – двухкоромысловый механизм. Сталкивающая стенка 6 захватного устройства перемещается гидроцилиндром 5, который приводит в движение коромысло-ползунный механизм, составленный из звеньев 4, 6, 7 и 8. Захватывающее звено 9 поворачивается гидроцилиндром 10.

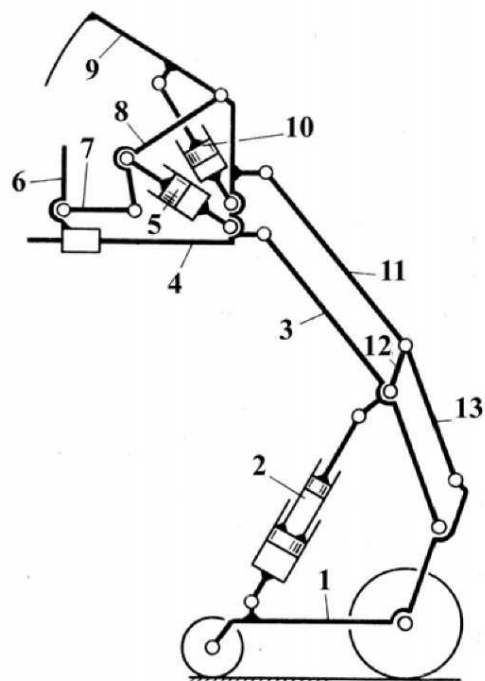


Рисунок 1.2.5

**1.2.6.** Механизма мешалки (рисунок 1.2.6), предназначенного для придания определенного движения лопастям внутри емкости смесительной машины. От входного вала 1 через коническую зубчатую передачу 1, 2 движение передается звеньям 4 и 5. Звено 3 неподвижно. Лопасть С жестко закреплена на шатуне 5. Она совершает пространственное движение.

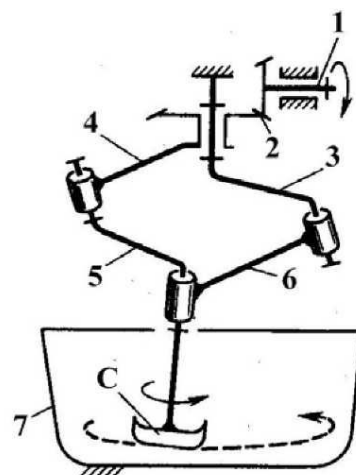


Рисунок 1.2.6

**1.2.7.** Механизма универсального погрузчика (рисунок 1.2.7), предназначенного для погрузки, выгрузки и транспортировки грузов на небольшие расстояния. Платформа 1 установлена относительно рамы так, что может вращаться. Ковш 6 присоединен к платформе 1 посредством стрелы 7, совершающей качательное движение. Ковш может поворачиваться относительно стрелы. Поднимается и опускается стрела посредством гидроцилиндра 8. Поворот ковша относительно стрелы при ее подъеме, а также при погрузке и выгрузке осуществляется гидроцилиндрами 2 и 4, соединенными между собой рычагом 3.

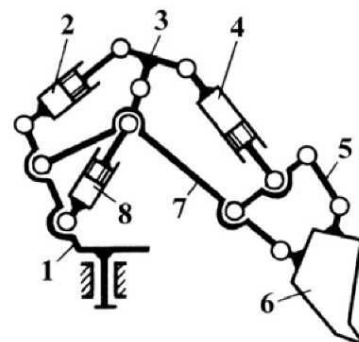


Рисунок 1.2.7

1.2.8.

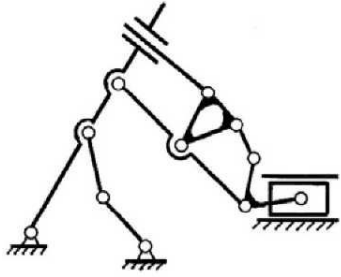


Рисунок 1.2.8

1.2.9.

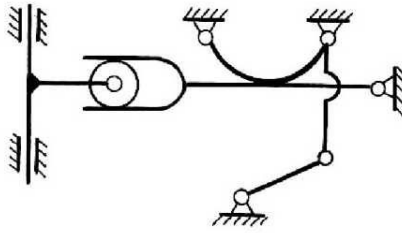


Рисунок 1.2.9

1.2.10.

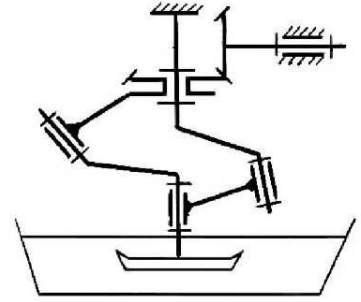


Рисунок 1.2.10

1.2.11.

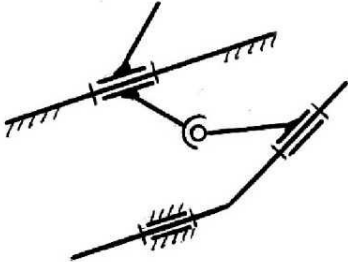


Рисунок 1.2.11

1.2.12.

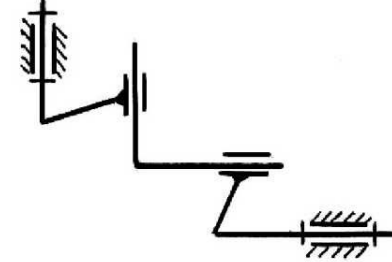


Рисунок 1.2.12

1.2.13.

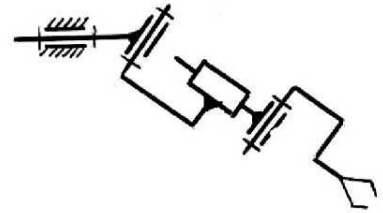


Рисунок 1.2.13

1.2.14.

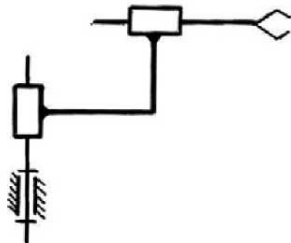


Рисунок 1.2.14

1.2.15.

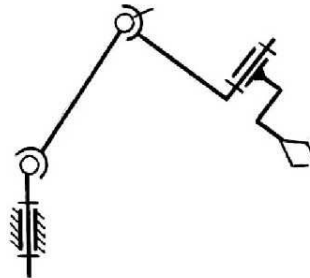


Рисунок 1.2.15

1.2.16.

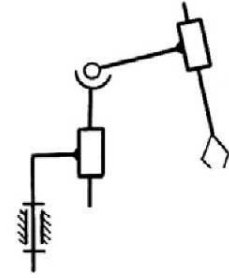


Рисунок 1.2.16

1.2.17.

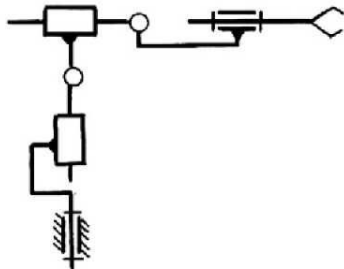


Рисунок 1.2.17

1.2.18.

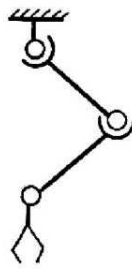


Рисунок 1.2.18

1.2.19.

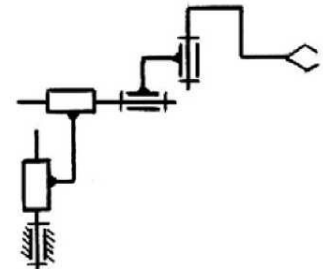


Рисунок 1.2.19

1.2.20.

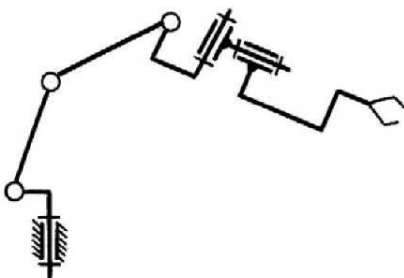


Рисунок 1.2.20

1.2.21.

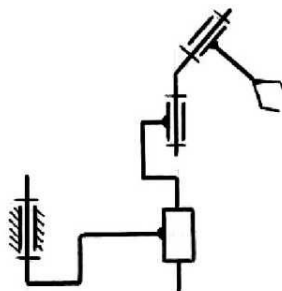


Рисунок 1.2.21

1.2.22.

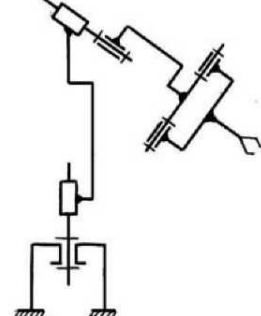


Рисунок 1.2.22

### 1.3 Структурный анализ механизмов. Классификация механизмов

Класс механизма определяется высшим классом структурной группы (группы Ассура), входящей в его состав.

Структурной группой (группой Ассура) называется кинематическая цепь, число степеней которой относительно элементов ее внешних кинематических пар равно нулю, причем из нее нельзя выделить более простые кинематические цепи, удовлетворяющие этому условию.

Согласно определению числа степеней свободы для плоских механизмов с низшими парами

$$3n - 2p_5 = 0,$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;

$p_5$  – число одноподвижных кинематических пар V класса.

Зависимость числа кинематических пар V класса от числа подвижных звеньев в структурной группе выражается условием

$$p_5 = \frac{3}{2}n,$$

из которого следует, что число подвижных звеньев в группе Ассура должно быть только четным, то есть  $n = 2, 4, 6, \dots$

Наиболее простыми структурными группами являются группы II класса ( $n = 2, p_5 = 3$ ). В зависимости от расположения вращательных и поступательных кинематических пар группы Ассура II класса делятся на пять видов (рисунок 1.10).

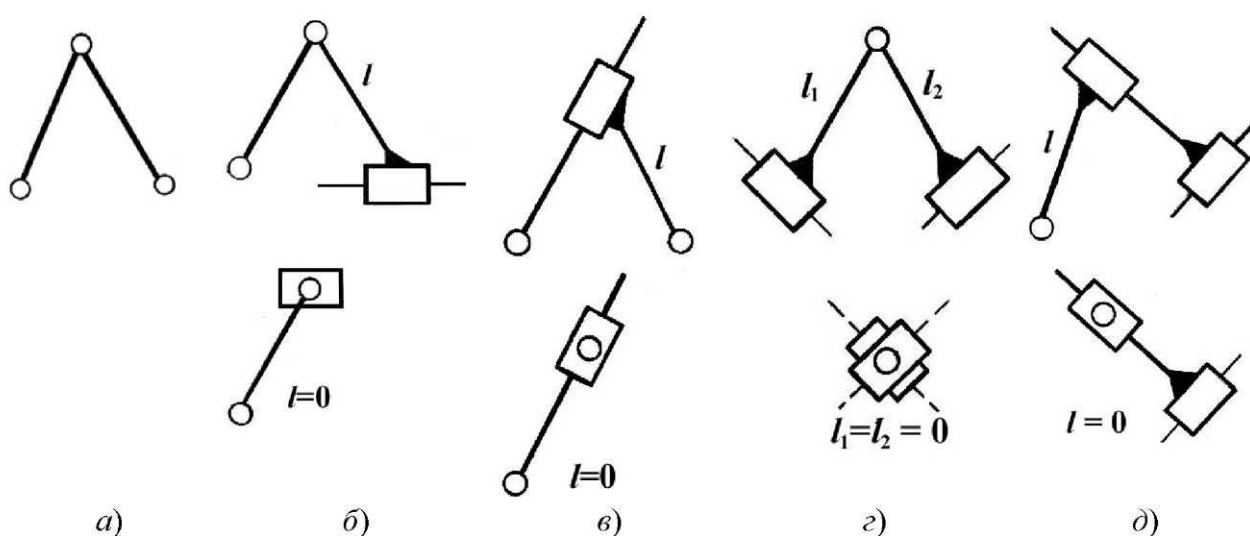


Рисунок 1.10 – Схемы структурных групп Ассура II класса:  
а) 1-ый вид; б) 2-ой вид; в) 3-ий вид; г) 4-ый вид; д) 5-ый вид

Класс структурных групп определяется числом кинематических пар, образующих внутренний замкнутый контур или по числу поводков (звеньев), присоединяемых к базовому звену (рисунок 1.11).

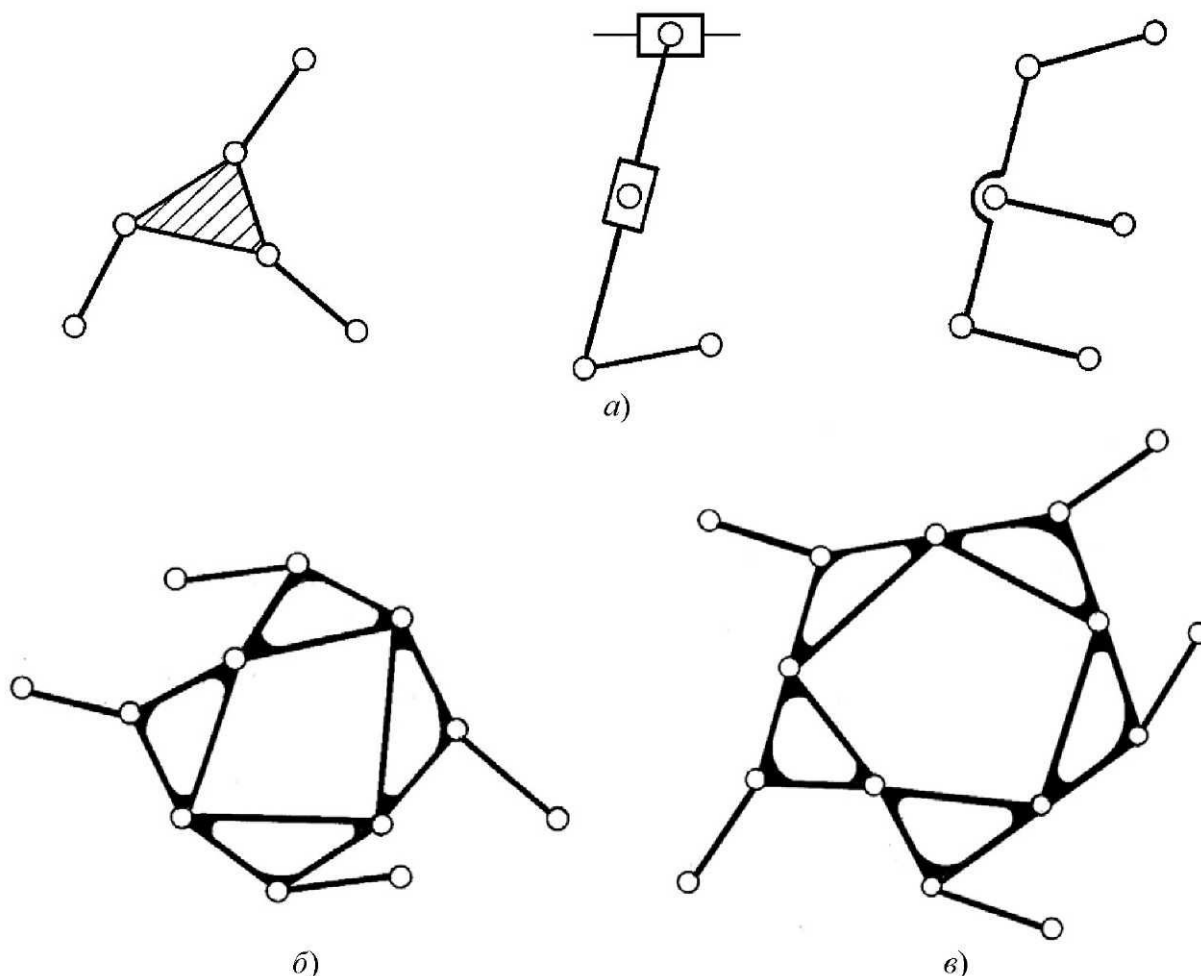


Рисунок 1.11 – Схемы многоповодковых структурных групп:  
а) – III класс; б) – IV класс; в) – V класс

Порядок отделения структурных групп от механизма следующий. Отделение групп Ассура начинается с группы наиболее удаленной от начального звена. Причем пытаются отделить структурную группу II класса ( $n = 2$ ,  $p_5 = 3$ ). Если отделение групп II класса невозможно (разрывается кинематическая цепь), то пытаются отделить группу более высокого класса (третьего, четвертого и т. д.). После отсоединения каждой группы Ассура оставшаяся кинематическая цепь должна быть замкнутой и тоже быть механизмом.

При решении задач по структурному анализу необходимо придерживаться следующей последовательности.

1. Определяем число степеней свободы механизма. Назначаем начальное звено.
2. Освобождаем механизм от лишних степеней свободы и пассивных или избыточных связей (если таковые имеются).
3. Высшие кинематические пары заменяем кинематическими цепями с низшими парами.



4. Разделяем механизм на структурные группы (группы Ассур). Начальное звено вместе со стойкой выделяем в механизм I-го класса (рисунок 1.12).

5. Составляем формулу строения механизма и определяем его класс.

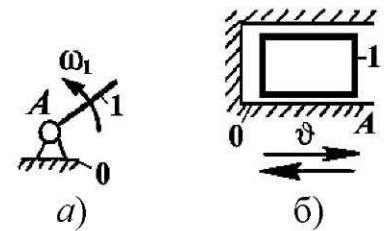


Рисунок 1.12 – Механизмы I класса

**Пример 1.** Произвести структурный анализ механизма очистки комбайна (рисунок 1.13).

*Решение.* Определим число степеней свободы механизма по формуле Чебышева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

В данном механизме число подвижных звеньев  $n = 7$  (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), число кинематических пар V класса  $p_5 = 10$ :

- $A(0,1)$  – вращательная,
- $C(2,4)$  – вращательная,
- $B(1,2)$  – вращательная,
- $D(2,3)$  – вращательная,
- $E(0,3)$  – вращательная,
- $F_1(4,5)$  – поступательная,
- $F_2(5,0)$  – вращательная,
- $G(4,6)$  – вращательная,
- $K(6,7)$  – вращательная,
- $L(7,0)$  – вращательная.

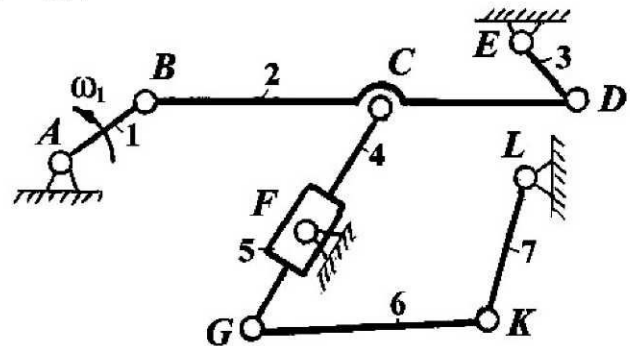


Рисунок 1.13 – Схема механизма очистки комбайна

Следовательно,

$$W = 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 = 1.$$

Определим группы Ассур, входящие в состав механизма. Начальным звеном является кривошип 1.

Здесь можно отделить группу Ассур II класса первого вида, состоящую из звеньев 6, 7 (рисунок 1.14).

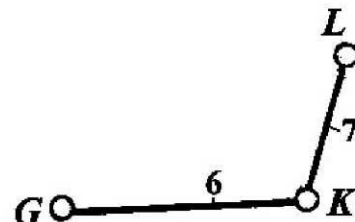


Рисунок 1.14 – Структурная группа II класса 1-го вида

Оставшаяся кинематическая цепь, состоящая из звеньев 1, 2, 3, 4, и 5, также является механизмом.

Далее можно отделить звенья 4 и 5, которые образуют группу Ассура II класса третьего вида (рисунок 1.15).

Оставшаяся кинематическая цепь (звенья 1, 2, 3) замкнута и является механизмом.

Отделяем последнюю группу Ассура II класса первого вида, состоящую из звеньев 2, 3 (рисунок 1.16).

После этого остается только начальное звено 1, которое вместе со стойкой 0 выделяем в механизм I класса (рисунок 1.17).

Составим формулу строения механизма

$$I(0, 1) \rightarrow II(2, 3) \rightarrow II(4, 5) \rightarrow II(6, 7).$$

В состав данного механизма входят структурные группы Ассура, наивысший класс которых второй, следовательно, механизм относится ко второму классу.

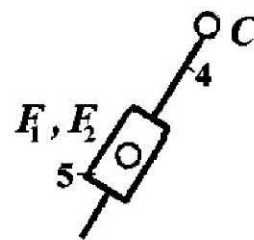


Рисунок 1.15 – Структурная группа II класса 3-го вида



Рисунок 1.16 – Структурная группа II класса 1-го вида

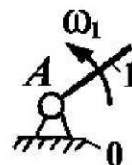


Рисунок 1.17 – Механизм I класса

### Задачи 1.3.1–1.3.87

В задачах требуется определить число степеней свободы механизма, расчленив его на структурные группы Ассура (указать их класс и вид), написать формулу строения механизма и определить его класс. Начальное звено отмечено стрелкой.

**1.3.1.** От кривошипа 1 движение получает кулиса 2, на которой установлены вилы. Кулиса совершает сложное движение, необходимое для погрузки свеклы, благодаря соединению с камнем 3.

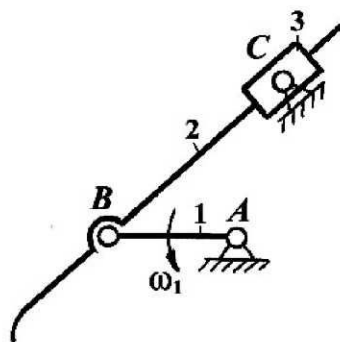


Рисунок 1.3.1 – Механизм вил свеклопогрузчика

**1.3.2.** Вращение от ВОМ трактора передается через кривошип 1 камню 2, который обеспечивает возвратно-поступательное движение ползуну 3.

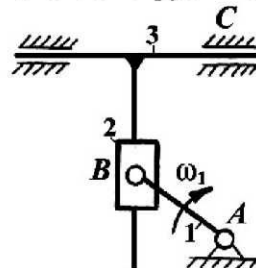


Рисунок 1.3.2 – Механизм насоса опрыскивателя

**1.3.3.** Вращение звена 1 преобразуется механизмом в возвратно-поступательное движение ползуна 5.

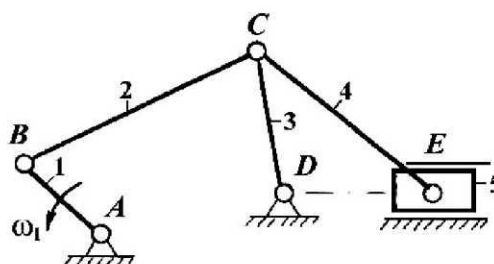


Рисунок 1.3.3 – Механизм привода транспортирующего желоба

**1.3.4.** Привод возвратно-поступательно движения ползуна 5 осуществляется от вращательно движущегося кривошипа через шатуны 2, 4 и коромысло 3.

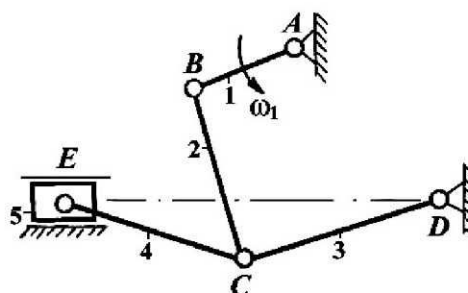


Рисунок 1.3.4 – Механизм высадки горизонтально-ковочной машины

**1.3.5.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями 2 (шатун), 3 (коромысло), 4 (шатун) в возвратно-поступательное движение звена 5.

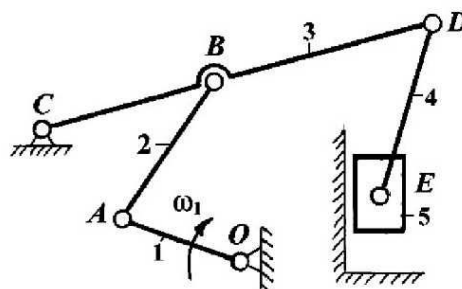


Рисунок 1.3.5 – Механизма прессы

**1.3.6.** Предназначен для придания качального движения одной из щек дробилки. Щека 5 совершает качательное движение относительно неподвижной щеки. Привод осуществляется от кривошипа 1 через шатун 2 и два распорных звена 3 и 4.

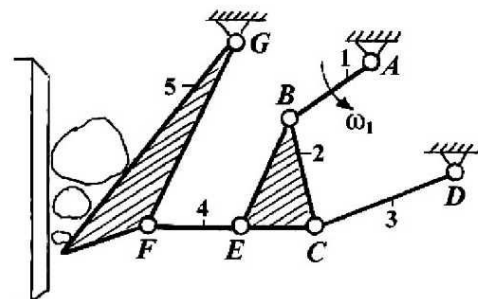


Рисунок 1.3.6 – Механизм перемещения подвижной щеки дробилки

**1.3.7.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется шатуном 2 в поступательное движение звена 3 (ползун), на котором установлен режущий орган жатки.

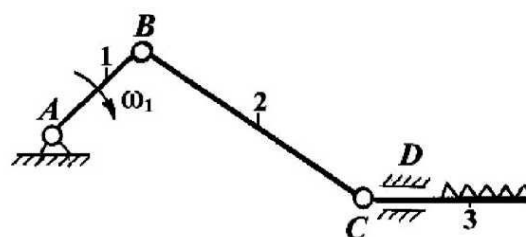


Рисунок 1.3.7 – Механизм привода ножа жатвенных машин

**1.3.8.** Вращательное движение кривошипа 1 передается через шатун 2, коромысло 3, шатун 4 на поршень 5.

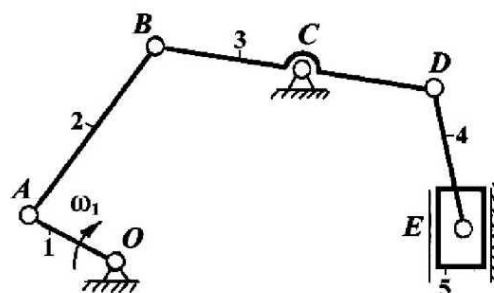


Рисунок 1.3.8 – Механизм насоса

**1.3.9.** Служит для подачи зерна, удобрений, угля и других материалов из бурта в загрузочное устройство транспортера. Листовая платформа подводится вплотную к краю бурта, лапа 2 при каждом обороте кривошипа 1 захватывает порцию материала и скользя по поверхности платформы, отправляет ее в загрузочное устройство транспортера.

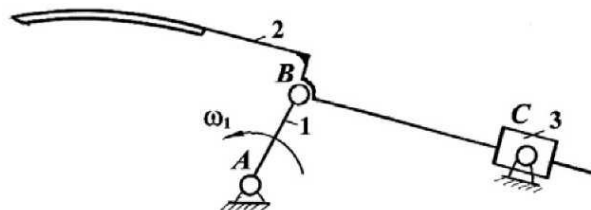


Рисунок 1.3.9 – Механизм загребающих лап погрузочной машины

**1.3.10.** Применяется в установках для сортировки корнеплодов. Благодаря неравномерному поступательному движению ведомого звена 5 возникают положения, в которых лежащие на нем предметы отстают в своем движении от движения самого желоба. При обратном движении отрыв предметов от желоба не происходит. В результате механизм осуществляет подачу перемещаемого материала в одну сторону.

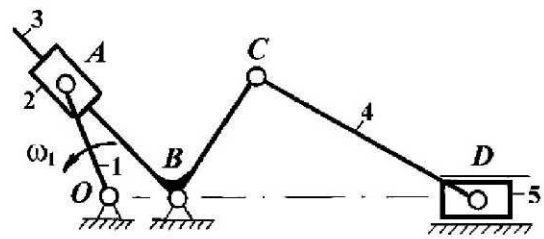


Рисунок 1.3.10 – Механизм грохота

**1.3.11.** Поступательное движение поршней 3, 5 через шатуны 2 и 4 преобразуется во вращательное движение кривошипа 1 (коленчатый вал).

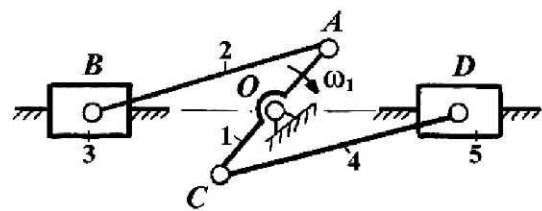


Рисунок 1.3.11 – Механизм двигателя вездехода

**1.3.12.** Поршень 5 совершает возвратно-поступательное движение для получения в камере компрессора сжатого воздуха. Преобразование вращательного движения кривошипа 1 осуществляется звеньями: шатуном 2, коромыслом 3 и шатуном 4.

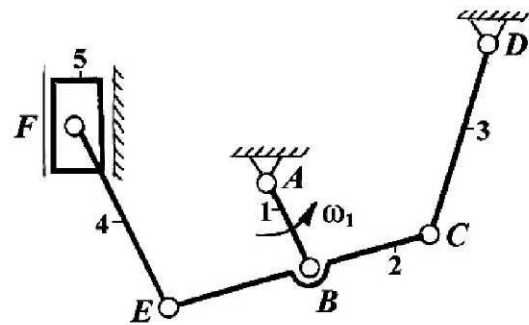


Рисунок 1.3.12 – Механизм воздушного компрессора

**1.3.13.** Поступательное движение поршней 3, 5 через шатуны 2 и 4 преобразуется во вращательное движение кривошипа 1 (коленчатый вал).

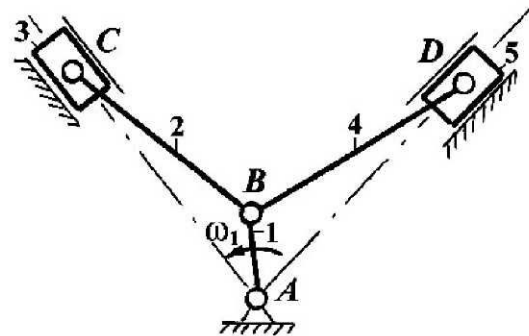


Рисунок 1.3.13 – Механизм V-образного двигателя

**1.3.14.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями 2 (камень), 3 (коромысло) и 4 (шатун) в поступательное движение поршня 5.

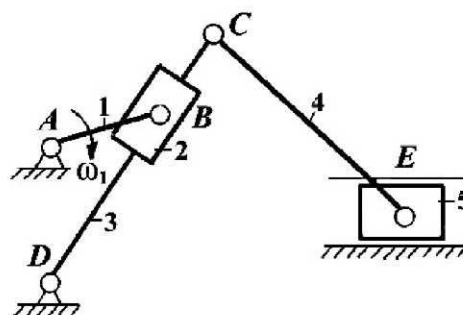


Рисунок 1.3.14 – Механизм поршневого компрессора

**1.3.15.** Предназначена для скашивания зерновых культур в валки. Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется в поступательное движение ножей 5 режущего аппарата звеньями: камнем 2, кулисой 3 и шатуном 4.

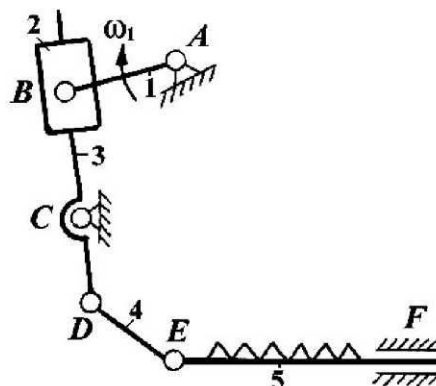


Рисунок 1.3.15 – Механизм валковой жатки

**1.3.16.** Двигатель, состоящий из кривошипно-шатунного механизма (звенья 1, 2, 3) приводит в движение компрессор, состоящий из звеньев 4, 5, 6, 7, в результате чего ползуну 7 сообщается поступательное движение.

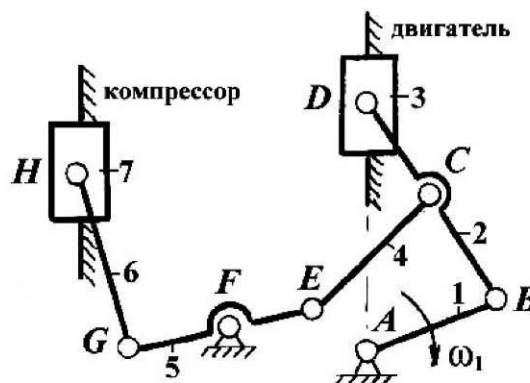


Рисунок 1.3.16 – Механизм компрессорного двигателя внутреннего сгорания

**1.3.17.** Движение поршня 1 через шатун 2, двуплечий рычаг 3 и раскос 4 передается на тяги 5 и 6, поднимающие или опускающие сельскохозяйственную машину.

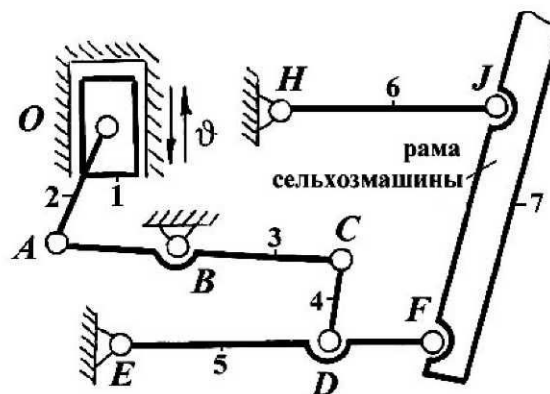


Рисунок 1.3.17 – Механизм навески колесного трактора

**1.3.18.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями 2 (шатун), 3 (коромысло) и 4 (соединительное звено) в возвратно-поступательное движение ножа 5.

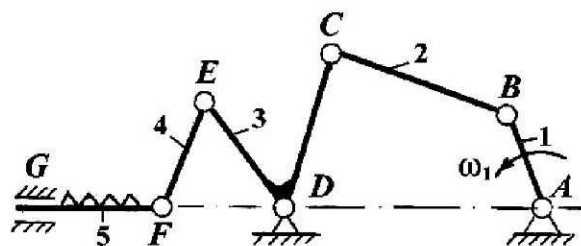


Рисунок 1.3.18 – Механизм привода режущего аппарата зерноуборочного комбайна

**1.3.19.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется шатунами 2, 4 и коромыслом 3 в поступательное движение ползуна 5, являющегося рабочим органом пресса.

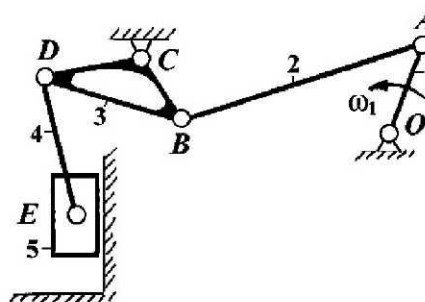


Рисунок 1.3.19 – Механизм пресса

**1.3.20.** Предназначен для образования тюков из отдельных порций прессованного сена или соломы и обвязывания шпагатом. Привод звена 5 жестко связанного с иглами осуществляется кривошипом 1 через кулису 3 и шатун 4.

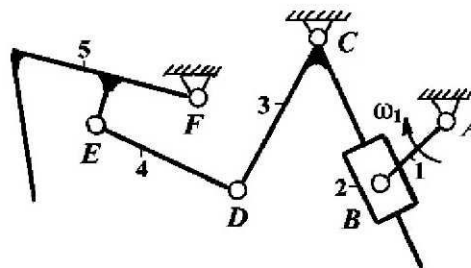


Рисунок 1.3.20 – Механизм вязального аппарата пресс-подборщика

**1.3.21.** Поступательное движение поршня 1 гидроцилиндра через шатун 2, двуплечий рычаг 3 и раскос 4 передается на тягу 5.

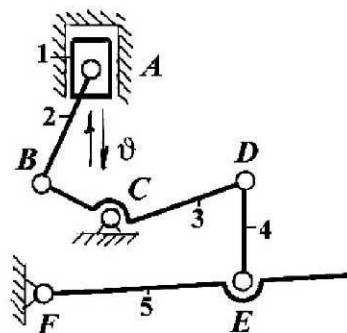


Рисунок 1.3.21 – Механизм навески трактора МТЗ

**1.3.22.** Управление навесными сельскохозяйственными орудиями с помощью навесного устройства заключается в подъеме их в транспортное и опускание в рабочее положение. Движение штока 1 преобразуется шатуном 2, рычагом 3 и раскосом 4 в колебательное движение тяг 5 и 7.

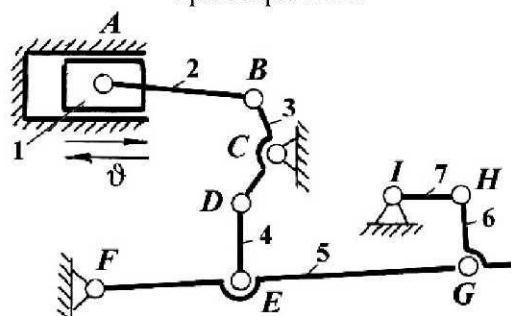


Рисунок 1.3.22 – Механизм навесного устройства трактора

**1.3.23.** Комбайнер, нажимая ногой на педаль 1 через тягу 2, двуплечий рычаг 3, тягу 4 и защелку 5 открывает копнитель.

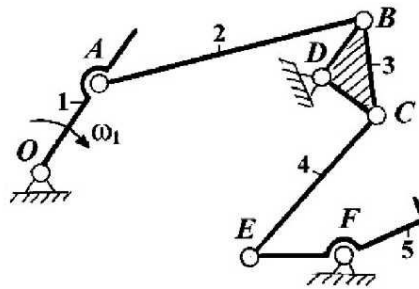


Рисунок 1.3.23 – Механизм открытия копнителя комбайна Дон-1500

**1.3.24.** От гидроцилиндра 1 через двуплечий рычаг 3 и раскос 4 движение передается на тяги 6 (нижняя) и 5 (верхняя), соединенных звеном 7.

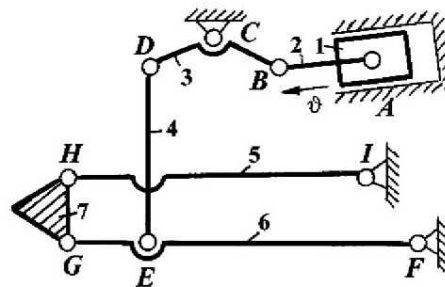


Рисунок 1.3.24 – Гидрорычажный механизм тракторного навесного устройства

**1.3.25.** Предназначен для сортировки кускового материала. Вращение кривошипа 1 преобразуется в возвратно-поступательное движение звена 5, на котором закреплен лоток.

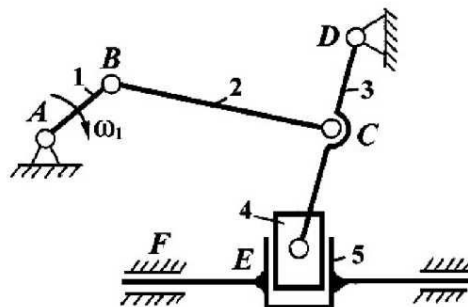


Рисунок 1.3.25 – Механизм качающегося грохота-конвейера

**1.3.26.** Вращательное движение кривошипа 1 через шатун 2, колеблющееся коромысло 3 преобразуется в возвратно-колебательное движение грохота 6, подвешенного на подвесах 4 и 5. На грохоте 6 происходит разделение вороха на мелкие фракции и путанину, идущую сходом с него.

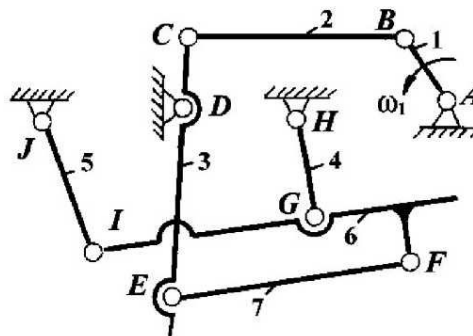


Рисунок 1.3.26 – Механизм грохота льномотилки

**1.3.27.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется шатуном 2 и коромыслом 3 в плоскопараллельное движение клавиши 4, через которую проваливается мелкий ворох (зерно, солома).

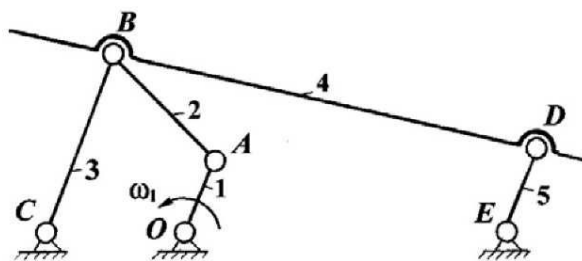


Рисунок 1.3.27 – Механизм соломотряса



**1.3.28.** От кривошипа 1 движение передается на передний 2 и задний 4 зубья упаковщика.

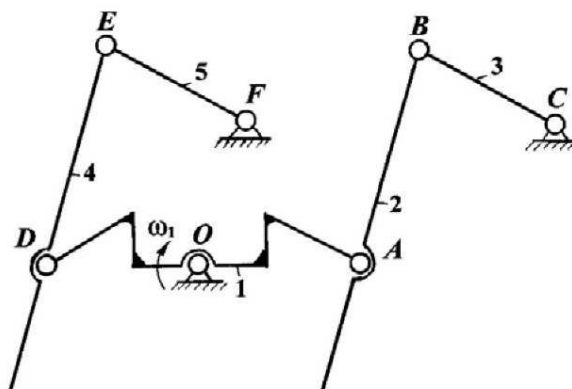


Рисунок 1.3.28 – Механизм привода упаковщика пресс-подборщика

**1.3.29.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется в качательное движение кулисы 5 через шатун 2, коромысло 3 и камень 4.

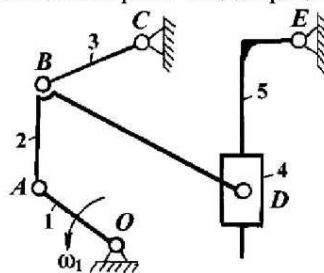


Рисунок 1.3.29 – Кулисный механизм

**1.3.30.** От звена 1 через шатун 2, коромысло 3 и камень 4 получает возвратно-поступательное движение ползун 5.

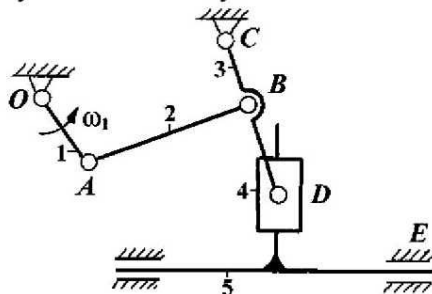


Рисунок 1.3.30 – Механизм инерционного конвейера

**1.3.31.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями 2, 3, 4 в поступательное движение ползуна 5, на котором расположен долбляк.

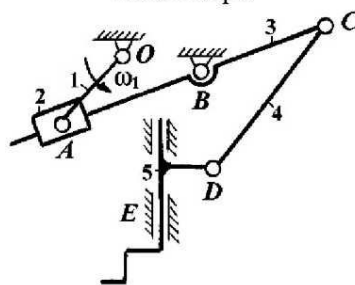


Рисунок 1.3.31 – Механизм перемещения долбяка

**1.3.32.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями 2, 3, 4 в поступательное движение ползуна 5, на котором крепится резец.

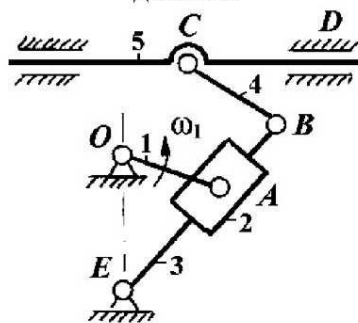


Рисунок 1.3.32 – Механизм поперечно-строгального станка

**1.3.33.** Предназначен для отделения (отламывания) чугунных чушек. Ползун 5, приводимый в движение через шатуны 2, 3 от кривошипа 1, надавливает на чушку, поджатую столом.

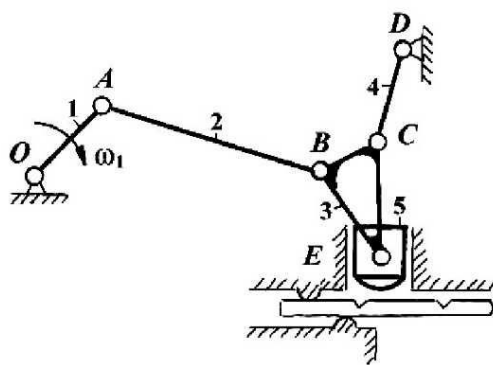


Рисунок 1.3.33 – Механизм чушколомателя

**1.3.34.** Предназначен для очистки семян. Звено 2 передает движение от звена 1 решетку 3, связанному с коромыслами 4 и 5. Движение звена 3 обеспечивает интенсивное встряхивание материала.

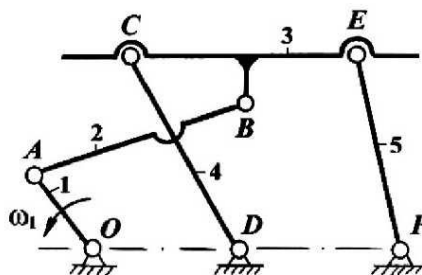


Рисунок 1.3.34 – Механизм грохота

**1.3.35.** Применяется в установках кормораздатчиков. Благодаря неравномерному поступательному движению ведомого звена 5, выполненного в виде колеблющегося желоба, возникают положения, в которых лежащие на нем предметы отстают в своем движении от движения самого желоба. При обратном движении отрыв предметов от желоба не происходит. В результате механизм осуществляет подачу перемещаемого материала в одну сторону.

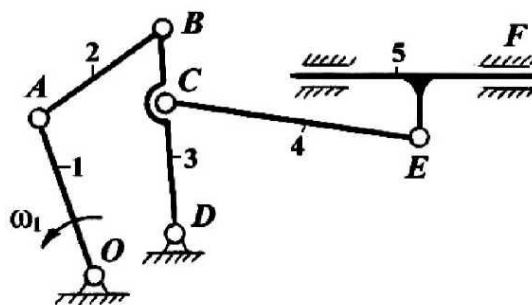


Рисунок 1.3.35 – Механизм грохота конвейера

**1.3.36.** Предназначен для приближенного воспроизведения прямолинейной траектории точки захватного устройства манипулятора.

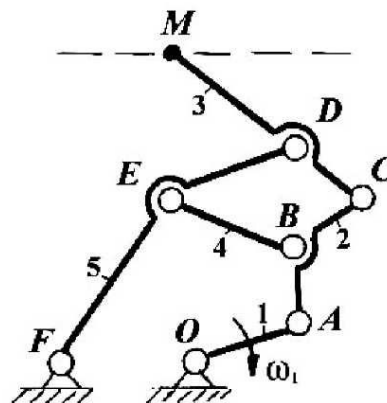


Рисунок 1.3.36 – Линейно-направляющий механизм манипулятора

**1.3.37.** Предназначен для очистки зерна от вороха в зерноуборочном комбайне.

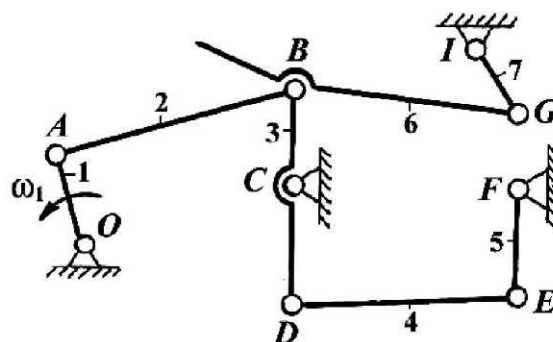


Рисунок 1.3.37 – Механизм привода очистки зерноуборочного комбайна

**1.3.38.** Предназначен для поступательного перемещения звена 5, образующего кинематические пары только с подвижными звеньями.

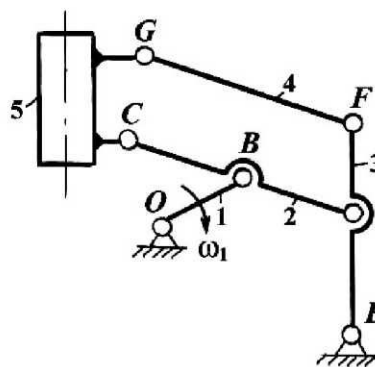


Рисунок 1.3.38 – Поступательно направляющий механизм

**1.3.39.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется в возвратно-поступательное движение грохота 3, включающего транспортную доску, верхнее жалюзийное решето очистки и нижнее жалюзийное решето.

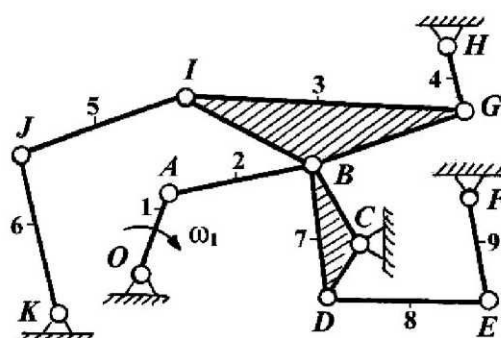


Рисунок 1.3.39 – Механизм очистки зерноуборочного комбайна

**1.3.40.** Предназначен для управления створками крыши вагона. Створки приводятся в движение с помощью гидроцилиндра. Створки присоединены симметрично к штоку гидроцилиндра и подвешены к вагону с помощью одинаковых симметрично расположенных звеньев.

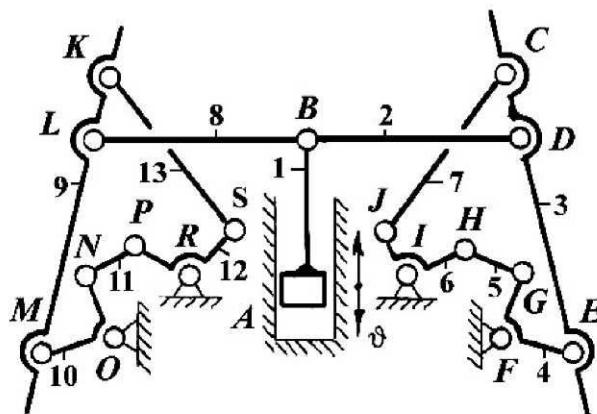


Рисунок 1.3.40 – Механизм створок крыши вагона

**1.3.41.** Движение ползунов 5 и 7 осуществляется от кривошипа 1. Ползун 7 приводится посредством звеньев 1, 6, ползун 5 – посредством звеньев 1, 2, 3, 4.

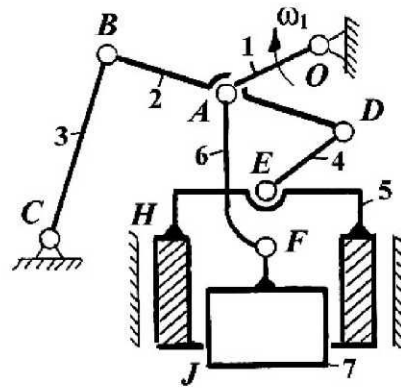


Рисунок 1.3.41 – Механизм ковочно-штамповочного пресса

**1.3.42.** Предназначен для горячей штамповки изделий из прутка в многоручьевых машинах с разъемными матрицами. Движение от кривошипа 1 передается через шатун 2 ползуну-пуансону 3 и через систему подвижных звеньев 4, 5, 6, 7 и 8 коромыслу 9, с которым соединена подвижная часть матрицы.

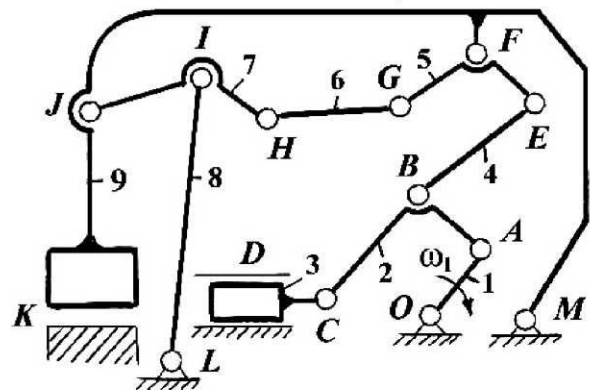


Рисунок 1.3.42 – Механизм горизонтально-ковочной машины

**1.3.43.** Предназначен для перемещения створок днища емкости для выгрузки сыпучего материала. Створки 6 и 5 жестко соединены с коромыслами BC и KI. Шатуны CG и FI установлены между коромыслами, а коромысла GE и FE жестко соединены между собой и поворачиваются гидродоцилиндром 2, соединенным с ними шарнирно в точке D. При повороте звена DE створки 4 и 5 расходятся или сходятся.

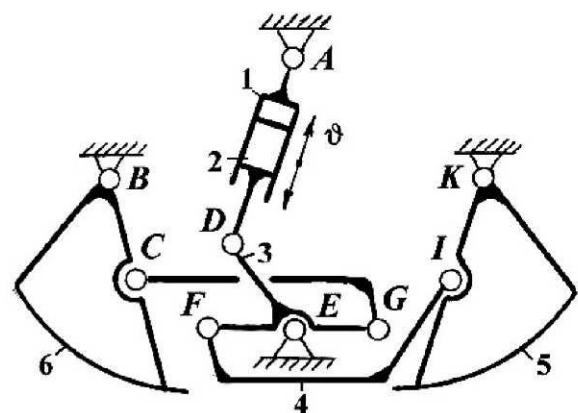


Рисунок 1.3.43 – Механизм разгрузки сыпучих материалов

**1.3.44.** Применяется для зажатия перемещаемого предмета и удержания его за счет сил трения и запирающих усилий. При движении штока гидроцилиндра влево и вправо губки 3 и 5 совершают качальное движение.

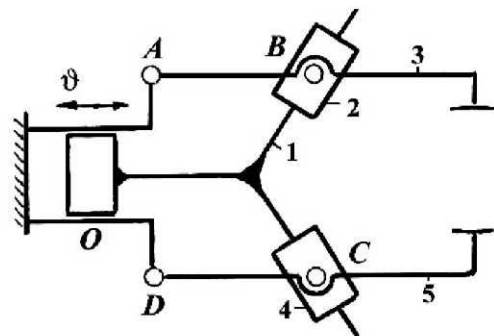


Рисунок 1.3.44 – Механизм схвата манипулятора

**1.3.45.** Поворотом звена 1 обеспечивается управление клапанами парового насоса с помощью звеньев 10 и 11.

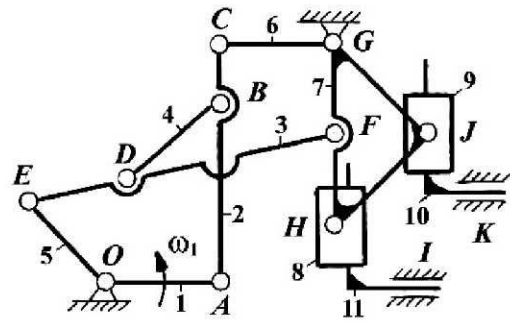


Рисунок 1.3.45 – Механизм парового насоса

**1.3.46.** Предназначен для удержания захватываемого предмета без его замятия. Губки 4, 7 сходятся при движении штока 1 гидроцилиндра влево.

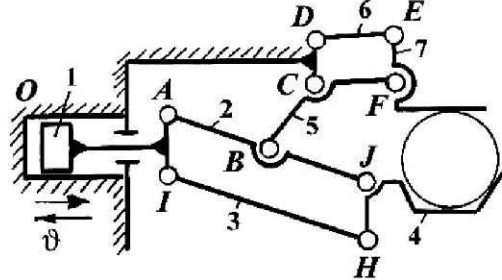


Рисунок 1.3.46 – Поддерживающий захватный механизм

**1.3.47.** Предназначен для обслуживания шлаковых леток доменной печи. Пробка, расположенная на звене 5, приводится в движение системой звеньев от штока 2 пневмоцилиндра и закрывает шлаковую летку.

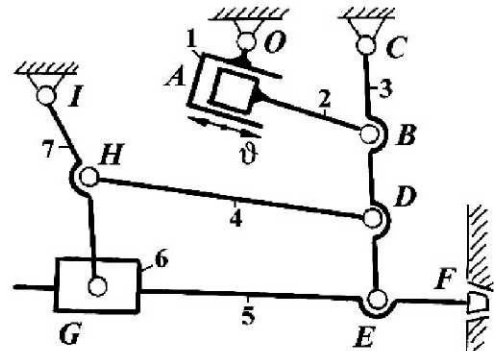


Рисунок 1.3.47 – Механизм шлакового стопора доменной печи

**1.3.48.** Поворотом звена 1 обеспечивается гибка проволоки звеньями 5 и 7.

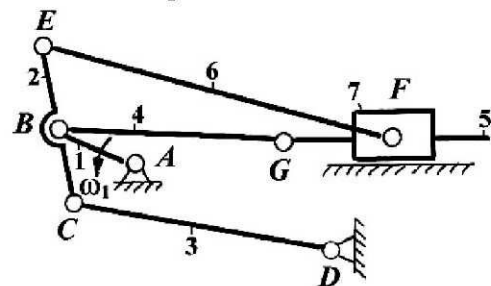


Рисунок 1.3.48 – Механизм для гибки проволоки

**1.3.49.** Предназначен для очесывания льнотресты. Вращение от звена 1 передается рабочим органам 2 и 4, концы которых, благодаря кулисам 3 и 5 описывают траекторию в виде эллипса.

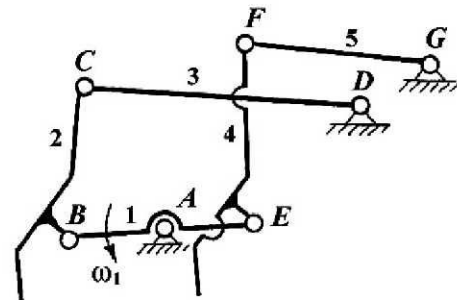


Рисунок 1.3.49 – Механизм очесывающего аппарата льноуборочной машины

**1.3.50.** Усилие, прикладываемое к звену 1, через шатун 2 и продольную тягу 3 приводит к поднятию (опусканию) почвоуглубителей 4 и 8.

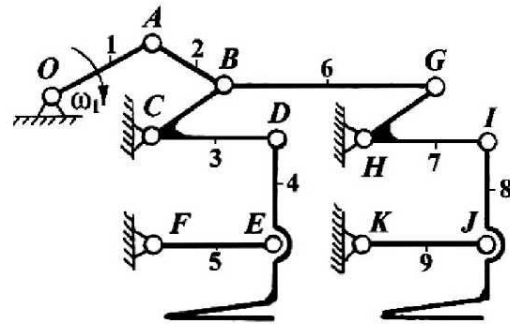


Рисунок 1.3.50 – Механизм почвоуглубителей плуга

**1.3.51.** Механизм предназначен для формирования и транспортировки тюков в пресс-подборщике. Движение от звена 1 при помощи взаимосвязанных шатунов 2 и 4 передается ползунам 3 и 5.

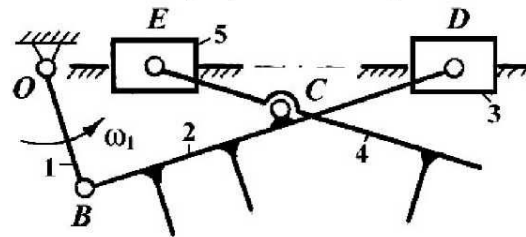


Рисунок 1.3.51 – Механизм упаковщика-транспортера пресс-подборщика

**1.3.52.** При повороте кривошипа 1 в пределах некоторого угла  $\alpha$  ось вращения камня 4 будет совпадать с наклонной осью кулисы 5, которая будет иметь приближенный высотой.

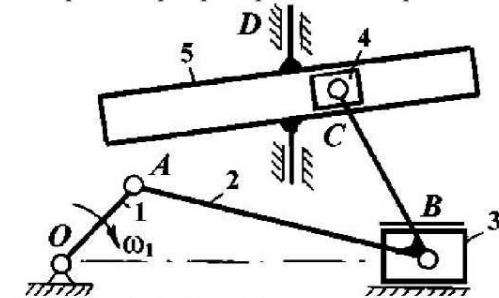


Рисунок 1.3.52 – Механизм с выстоем ведомого звена

**1.3.53.** Предназначен для резания металлической полосы. При движении ползуна 5 вправо ползун 4 движется вниз, и ножницы, расположенные на этих ползунах врезаются в заготовку. Поступательное движение ползунам сообщают шатуны 2 и 3, соединенные шарнирно с вращающимся кривошипом 1.

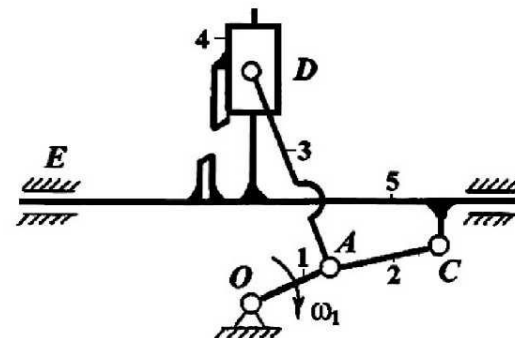


Рисунок 1.3.53 – Механизм летучих ножниц

**1.3.54.** Ползун 1 перемещается синхронно с движущейся полосой. При ее движении слева направо ножи, расположенные на кулисе 3 и камне 4 сближаются и полоса разрезается.

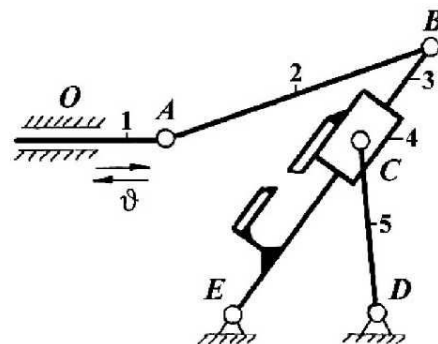


Рисунок 1.3.54 – Механизм летучих ножниц

**1.3.55.** Предназначено для защиты привода от перегрузок. Предохранительное устройство может отключать или ограничивать величину нагрузки путем введения в систему упругого элемента. Пружина установлена на опорном звене 11. Если это звено отсоединить от стойки, то механизм приобретает лишнюю степень свободы. Упругая связь со стойкой обеспечивает перемещение звеньев при перегрузках без их поломки.

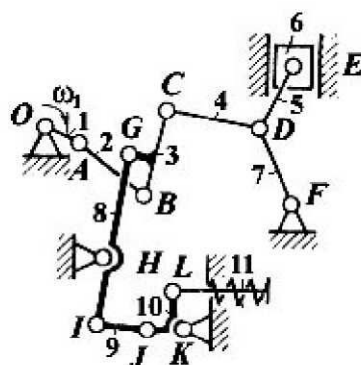


Рисунок 1.3.55 – Предохранительное устройство зажимного механизма пресса

**1.3.56.** При качании звена 1 ножи, расположенные на кулисе 5 и камне 4 разрезают полосу.

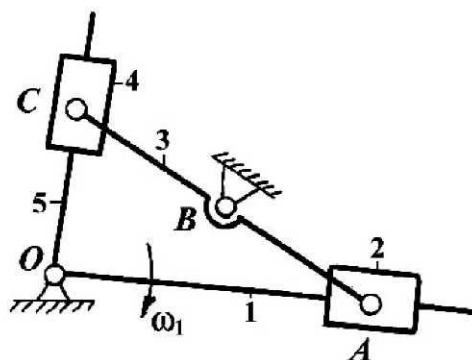


Рисунок 1.3.56 – Двухкулисный механизм ротационных летучих ножиц

**1.3.57.** Предназначен для осуществления поступательного движения долбняка, расположенного на ползуне 5. Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями: шатуном 2, коромыслом 3 и ползуном 4.

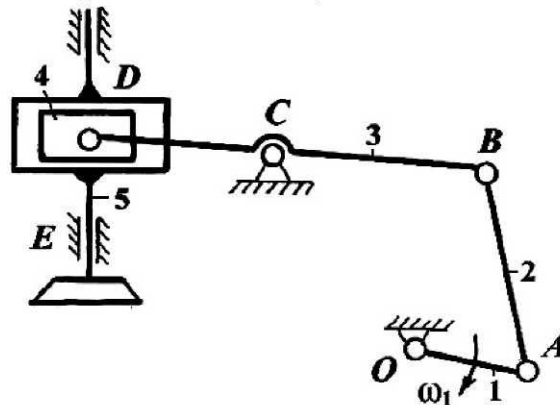


Рисунок 1.3.57 – Механизм зубодолбежного станка

**1.3.58.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями 2, 3, 4 в поступательное движение ползуна 5, на котором расположен резец.

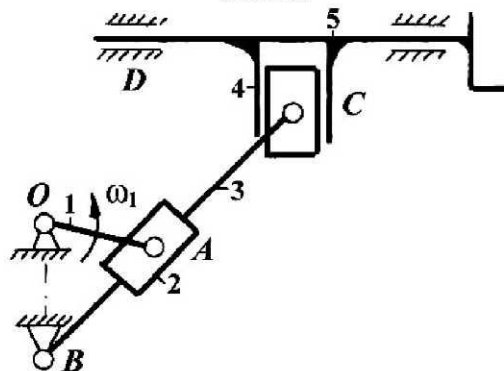


Рисунок 1.3.58 – Кривошипно-кулисный механизм поперечно-строгального станка

**1.3.59.** Шатун 2 с одной стороны подвешен к коромыслу 3, а с другой – соединен с кривошипом 1. В центре шатуна 2 шарнирно закреплен камень 4, совершающий сложное движение внутри ползуна 5.

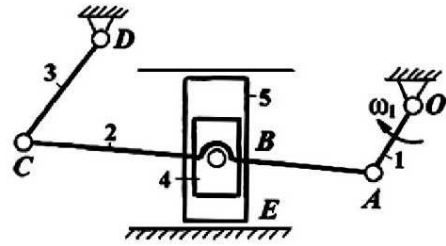


Рисунок 1.3.59 – Механизм пресс-автомата с плавающим ползуном

**1.3.60.** От гидроцилиндра 1 через шатун 2 и рычаг 3 движение передается нажимным штангам 4 и 5, которые поднимают короткий 6 и длинный 7 поводки с закрепленными на них сошниками.

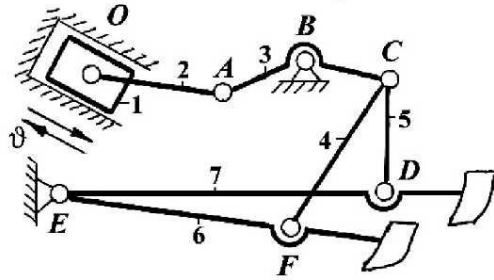


Рисунок 1.3.60 – Механизм подъема (опускания) сошников сеялки семейства СЗ-3,6

**1.3.61.** Кривошип 1 получает движение через трансмиссию комбайна от ВОМ трактора. Движение передается на очесывающие гребешки барабанов 2, 4, 6 и 8, сидящих эксцентрично на валу 1.

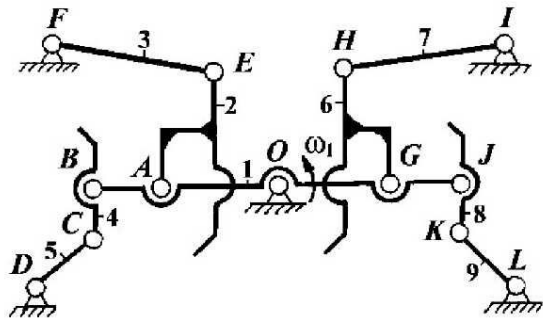


Рисунок 1.3.61 – Механизм очесывающего аппарата льноуборочного комбайна ЛКВ-4

**1.3.62.** Гидроцилиндр установлен на раме культиватора. Движение поршня 1 передается качалке 3, которая через тягу 4 и коромысло 5 поднимает и опускает рабочие органы.

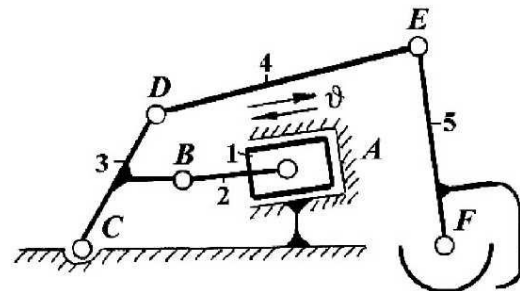


Рисунок 1.3.62 – Механизм подъема рабочих органов культиватора

**1.3.63.** Преобразование вращательного движения кривошипом 1 в возвратно-поступательное движение поршня 5 осуществляется звеньями: кулисным камнем 2, вращающейся кулисой 3 и кулисным камнем 4.

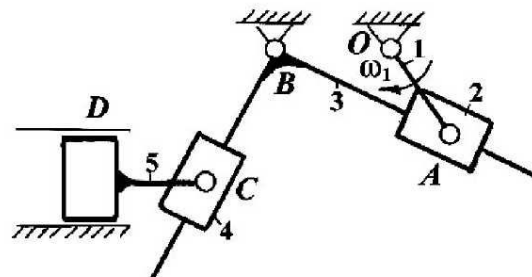


Рисунок 1.3.63 – Механизм поршневого насоса



**1.3.64.** Гидравлической системой трактора перемещается общая рама 3 с навешенными на ней плугами 4 и 6. При движении трактора в одном направлении в работу включаются левооборачивающие корпуса плуга 4, при обратном ходе – правооборачивающие корпуса плуга 6.

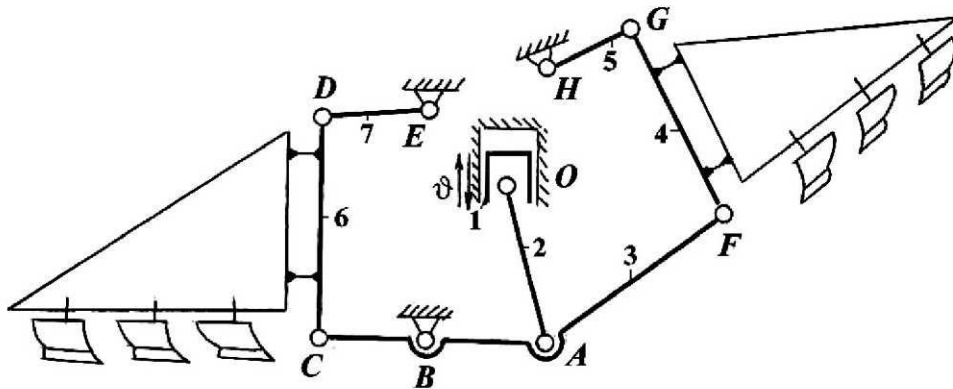


Рисунок 1.3.64 – Механизм навески плугов для гладкой пахоты (челночный плуг)

**1.3.65.** Предназначен для транспортирования вороха от молотильного аппарата и выделения зерна. Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется звеньями 2, 3 в колебательное движение транспортной доски 8 и решет 4 и 6.

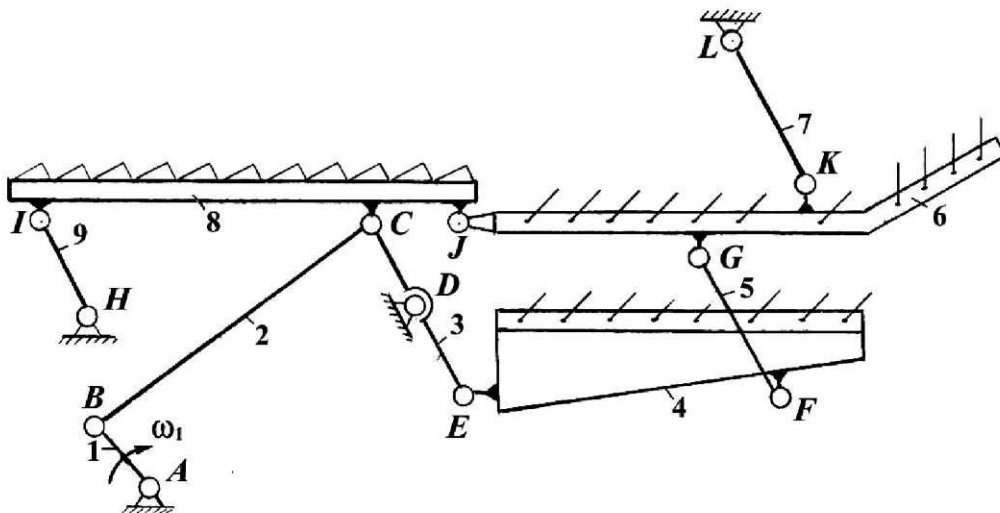


Рисунок 1.3.65 – Механизм очистки зерноуборочного комбайна Дон-1500

**1.3.66.** Поступательное движение штока 2 гидроцилиндра 1 преобразуется с помощью рычага 3 и подъемного раскоса 4 во вращательное движение нижних 5 и верхних 7 тяг. При движении штока 2 вверх рабочий орган поднимается (транспортное положение), а при движении штока 2 вниз – опускается (рабочее положение).

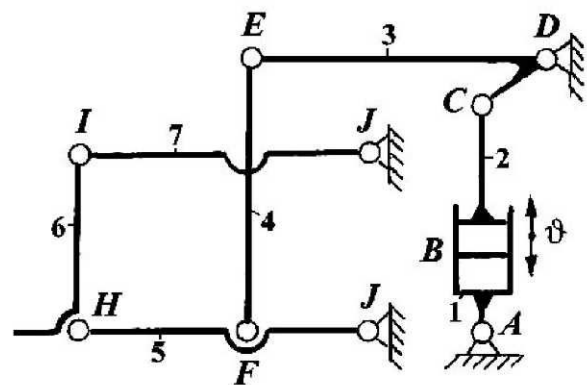


Рисунок 1.3.66 – Механизм навесного устройства трактора

**1.3.67.** Масло из гидропневмоаккумулятора поступает в гидроцилиндр 1 и шток 2, выдвигаясь, действует на рамку 5, закрывая задний клапан 6 после выпадения тюка.

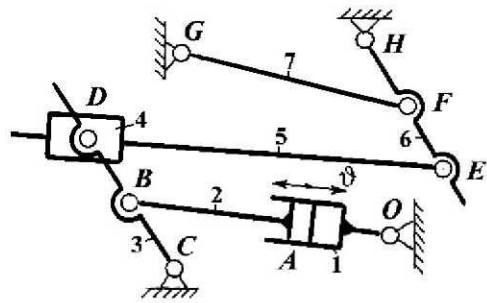


Рисунок 1.3.67 – Механизм закрытия заднего клапана пресс-подборщика ПРП-1,6

**1.3.68.** Вращательное движение кривошипа 1 передается соломоподпрессовщику (звенья 2, 4), снимающему солому с конца соломотряса и уплотняющего ее в копнителе.

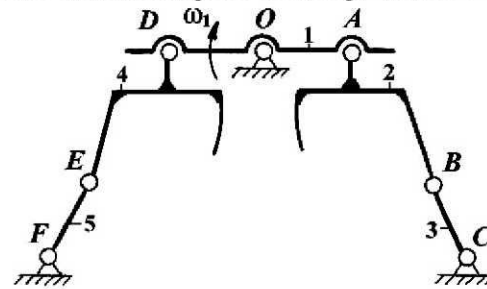


Рисунок 1.3.68 – Механизм подпрессовки соломы в копнителе комбайна Дон-1500

**1.3.69.** Вращательное движение кривошипа 1 преобразуется качающейся вилкой 3 через соединительное звено 4 в возвратно-поступательное движение ножа 5.

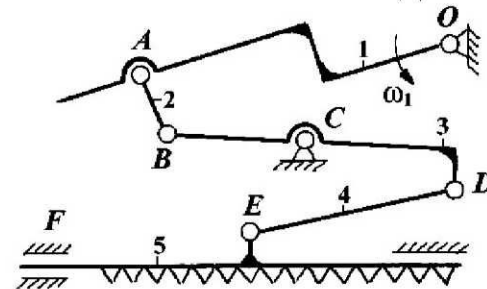


Рисунок 1.3.69 – Механизм привода режущего аппарата жаток кормоуборочного комбайна КСК-100

**1.3.70.** Кривошип 1 получает движение от ВОМ трактора. Прессующая часть механизма состоит из кривошипно-ползунного механизма (звенья 1, 2, 3), с которым через шатун 4 кинематически связан механизм набивателя (звенья 5, 6, 7).

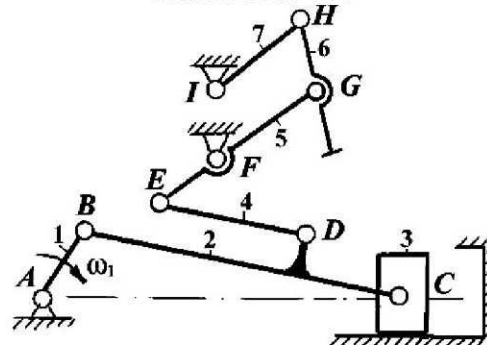


Рисунок 1.3.70 – Механизм сеного пресса

**1.3.71.** От кривошипа 1 через шатун 2 движение передается базовому звену – сложноподвижному ножу 3.

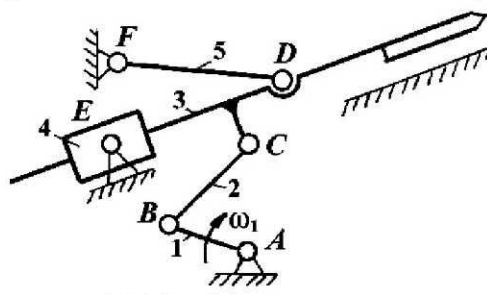


Рисунок 1.3.71 – Механизм силосорезки

1.3.72. Движение кривошипа 1 звеньями 2, 3 и 4 преобразуется в возвратно-поступательное движение ножа 5.

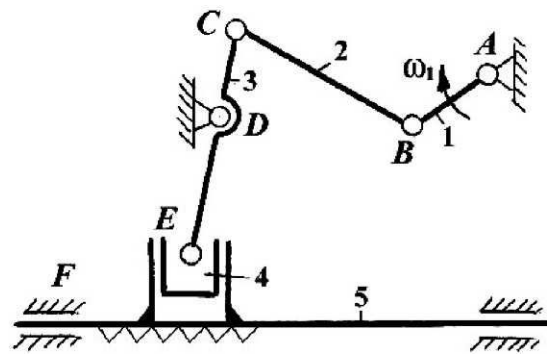


Рисунок 1.3.72 – Механизм привода режущего аппарата фронтальной косилки

1.3.73. Преобразование вращательного движения кривошипа 1 в возвратно-поступательное движение поршня 4 осуществляется звеньями: шатуном 2, коромыслом 5 и камнем 3, расположенном на шатуне 2. При движении поршня 4 вверх происходит всасывание жидкости, а вниз – нагнетание в напорный трубопровод.

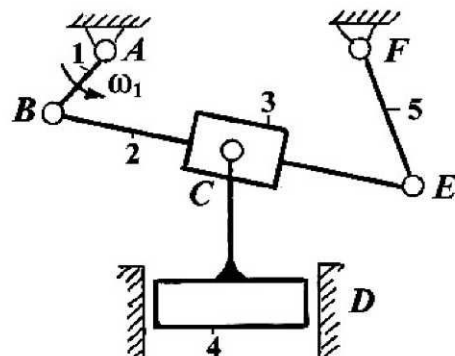


Рисунок 1.3.73 – Механизм поршневого насоса

1.3.74. Вращательное движение кривошипа 1 передается через шатун 2, коромысло 3, камень 4 на поршень 5.

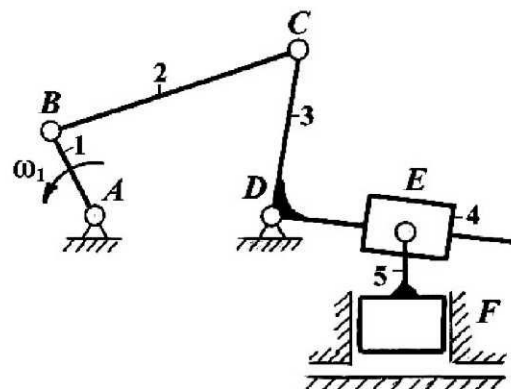


Рисунок 1.3.74 – Механизм водяного насоса

1.3.75. Предназначен для поступательного перемещения предметов. Площадка 7, на которой устанавливается перегружаемый предмет, соединена со стойкой посредством двух соединенных между собой параллелограммов  $JHBC$  и  $DCEF$ . Движение задается кривошипом 1.

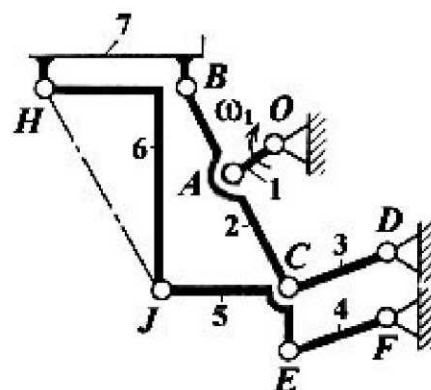


Рисунок 1.3.75 – Механизм перегрузчика

**1.3.76.** Предназначен для перемещения и запираания плиты с полуформой, применяемый в литейной машине для термопластов и реактопластов. Перемещение характеризуется большим ходом, а запираание – малым ходом, но значительным усилием. В данном механизме в конце хода происходит двойное преобразование сил, развиваемых ведущим звеном. Усилие распора между звеньями 3 и 6 приводит к распору звеньев 7 и 4.

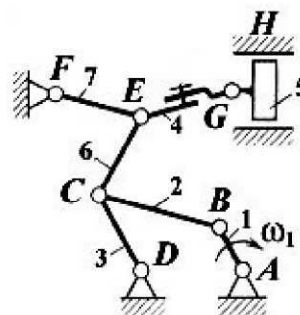


Рисунок 1.3.76 – Механизм замыкания формы

**1.3.77.** Устройство для точного воспроизведения прямой линии точкой звена, образующего кинематические пары только с подвижными звеньями. При выполнении условий  $BD = ED = FD = b$ ,  $CE = BC$ ,  $OC = AB = a$  точка  $F$  движется по прямой линии.

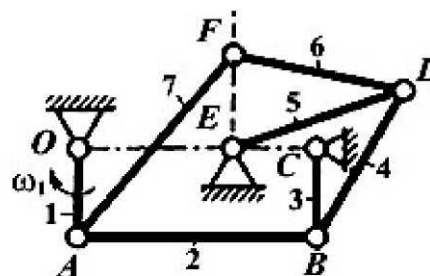


Рисунок 1.3.77 – Прямолинейно-направляющий механизм

**1.3.78.** Устройство для точного воспроизведения прямой линии точкой звена, образующего кинематические пары только с подвижными звеньями. Два кривошипно-коромысловых механизма  $ABEF$  и  $FCBA$  соединены между собой, причем звено  $AB$  является общим. Звенья  $BC$ ,  $CD$ ,  $ED$  и  $BE$  образуют ромб. При выполнении условий  $FC = FE$ ,  $BC = CD = ED = BE$  точка  $C$  перемещается по окружности, а при  $FA = AB = e$  точка  $C$  движется по прямой линии, перпендикулярной  $FA$ .

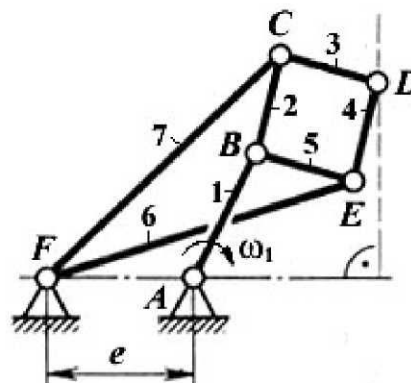


Рисунок 1.3.78 – Прямилло Поселье–Липкина

**1.3.79.** Ковочно-штамповочный механический пресс – кузнечно-пресовая машина, в которой преобразование движения и передача усилия от привода к ползуну осуществляется при помощи кинематической цепи с жесткими звеньями. Вращение от кривошипа 1 передается посредством звеньев 2, 3, 4 ползуну 5.

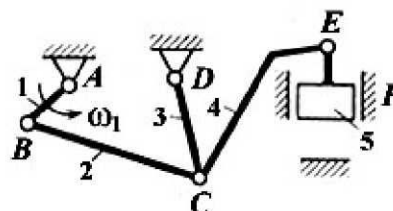


Рисунок 1.3.79 – Механизм ковочно-штамповочного прессы

**1.3.80.** Параболограф – устройство, воспроизводящее параболу.

Сдвоенная кулиса  $AOB$  и ползун  $ACB$  соединены между собой в точках  $A$  и  $B$  посредством поступательных и вращательных пар. При этом точка  $A$  может двигаться только параллельно оси  $Oy$ . Направляющие кулисы  $AO$  и  $OB$  жестко связаны под прямым углом. Точка  $B$  воспроизводит параболу в системе координат  $xOy$ . Из подобия треугольников  $ACO$  и  $OCB$  следует, что  $\frac{x_B}{y_B} = \frac{y_B}{2p}$ , откуда

$y_B^2 = 2px_B$ , то есть получается уравнение параболы.

Регулируя расстояние  $AC$ , можно получать различные параболы.

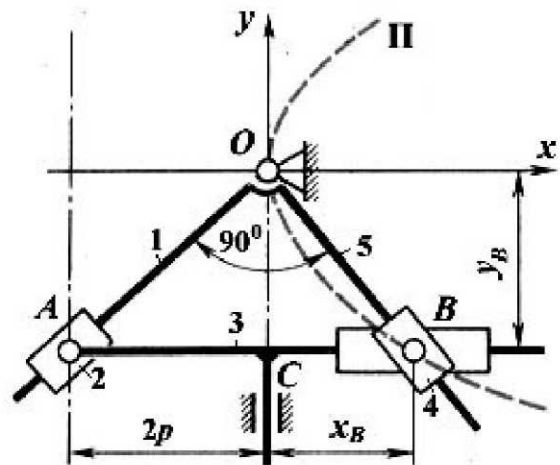


Рисунок 1.3.80 – Механизм параболографа

**1.3.81.** Предназначен для создания гнезда для семян при посеве кукурузы. Поступательное движение ползуна 1 преобразуется в колебательное движение звена 9, на котором расположен рабочий орган ложеобразователя.

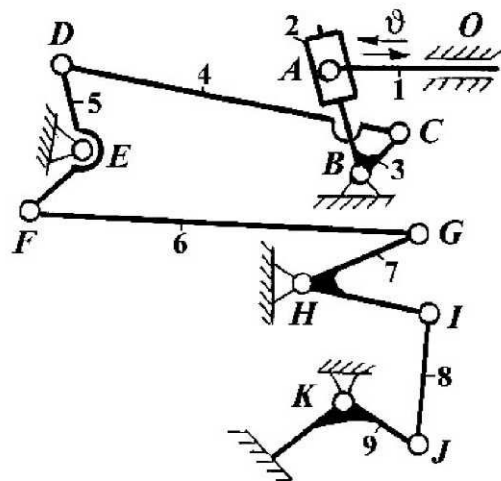


Рисунок 1.3.81 – Механизм включения гнездообразующего устройства кукурузной сеялки

**1.3.82.** Предназначен для резки листового и полосового материала. Нож 3 расположен наклонно, чтобы обеспечивалось постепенное его врезание. Он подвешен на двух коромыслах 4 и 5, а приводится в движение через шатун 2 от кривошипа 1.

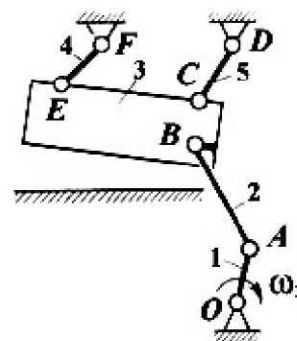


Рисунок 1.3.82 – Механизм листовых односторонних ножниц

**1.3.83.** Предназначен для подъема и опускания прокатываемой полосы. Привод осуществляется от кривошипа 5 к столу 4 через рычажный механизм. Стол 4 совершает поступательное движение. Движение стола обеспечивается с помощью кривошипно-ползунного механизма, соединенного последовательно с двухкоромысловым параллелограммом. От ведущего кривошипа 1 через шатун 2 движение передается параллелограмму. Стол установлен горизонтально и соединен шарнирно с коромыслами 5 и 6, взаимодействующими между собой через шатун 3. Шатун 3 образует пассивные связи и введен для уменьшения углов давления между звеньями. Стол уравновешен противовесами, расположенными на звеньях 5 и 6.

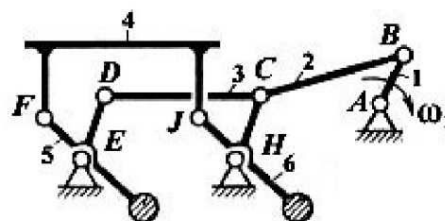


Рисунок 1.3.83 – Механизм подъемного стола

**1.3.84.** Предназначен для прижатия заготовки к столу станка, прессы, сварочного манипулятора или прижатия стола к раме.

Коромысло 3, приводимое в движение через шатун 2 от кривошипа 1, соединено с ползуном 7 посредством звеньев 4, 5, 6. При воздействии звена 4 на шарнир *E* развиваются значительные усилия прижатия заготовки *z* при малых перемещениях ползуна. Это происходит вследствие распорного действия звеньев 5 и 6. Чем меньше угол  $\gamma$ , тем больше усилие прижатия.

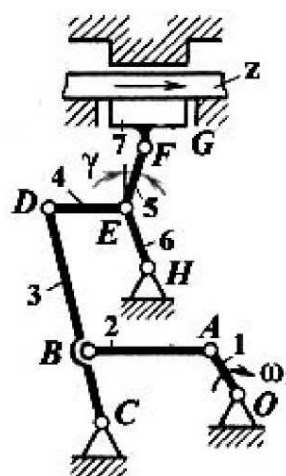


Рисунок 1.3.84 – Механизм прижима

**1.3.85.** Предназначен для подъема и опускания прокатываемой полосы. Стол установлен на вертикальном шатуне 4, перемещаемом поступательно. Шатун 4 соединен с коромыслами 3 и 5 параллелограмма. Привод стола осуществляется от кривошипа 1 через шатун 2 и коромысло 3.

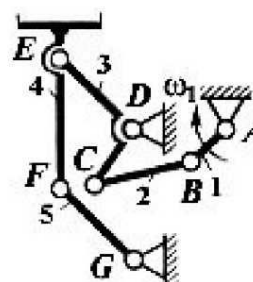


Рисунок 1.3.85 – Механизм подъемного стола

**1.3.86.** Механизм противовращения – устройство с вращающимися в противоположные стороны входным и выходным звеньями. В основу механизма положен пантограф в виде параллелограмма  $CBDF$ , у которого точки  $A, F, E$  расположены на одной прямой. В точке  $E$  со звеном 3 шарнирно соединен ползун 4, перемещаемый вдоль направляющей. Кривошипы  $OA$  и  $FG$  параллельны друг другу, а линия центров  $OG$  перпендикулярна направляющей.

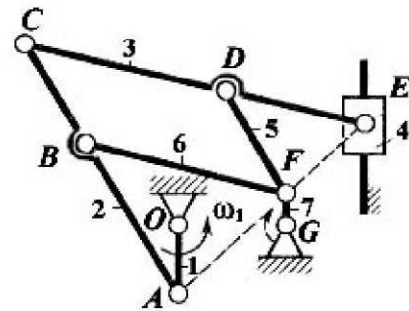


Рисунок 1.3.86 – Механизм противовращения

**1.3.87.** Предназначен для перемещения изделий путем периодического проталкивания их по направляющим. Толкатель 7 перемещает изделие 8 по направляющим. Толкатель расположен в прорези лотка. При рабочем ходе толкатель воздействует на изделие, а при холостом – опускается ниже уровня направляющих. Механизм состоит из двух параллелограммов (звенья 6, 3, 4 и стойка; звенья 5, 7, 2, 3) и кривошипно-коромыслового механизма (звенья 1, 2, 4 и стойка), соединенных между собой.

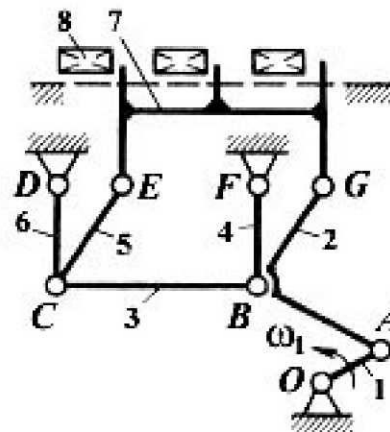


Рисунок 1.3.87 – Механизм толкающего конвейера

## 2 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

### 2.1 Кинематический анализ плоских рычажных механизмов

#### *Задачи и методы кинематического анализа механизмов*

Кинематический анализ механизмов изучает движение звеньев с геометрической точки зрения, то есть независимо от сил, вызывающих это движение.

Исходными данными являются: схема механизма, размеры звеньев и закон движения входного (начального) звена. Как правило, задается равномерное вращение входного (начального) звена.

#### *Задачи кинематического анализа:*

- определение положений звеньев и траекторий, описываемых точками механизма;
- определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев;
- определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев.

Движение механизма обычно повторяется, то есть наблюдается периодичность изменения положений, скоростей и ускорений. Поэтому кинематический анализ проводят для одного периода, который совпадает с одним оборотом начального звена.

Кинематический анализ механизма ведется по структурным группам (группам Ассура) в порядке, соответствующем их присоединения при образовании механизма.

Применяются три метода исследования: аналитический, графоаналитический (метод планов) и графический.

Для графического изображения длин звеньев, скоростей и ускорений пользуются масштабными коэффициентами  $\mu_l$ ,  $\mu_v$ ,  $\mu_a$ , которые показывают сколько единиц той или иной величины приходится на один миллиметр отрезка, изображающего эту величину. При выборе масштабных коэффициентов рекомендуется придерживаться соответствующих чертежных стандартов.

#### *Графоаналитический метод (метод планов)*

Задачей графоаналитического метода является построение планов положений, скоростей и ускорений механизма.

Графическое изображение взаимного расположения звеньев, соответствующее заданному значению обобщенной координаты, называется *планом механизма*.

Построение плана механизма начинают с выбора масштабного коэффициента  $\mu_l$  и изображения на чертеже неподвижных точек и направляющих. Затем изображают начальное звено в заданном положении. После этого определяют положения звеньев групп Ассура.

*Планом скоростей (ускорений)* называется графическое построение в виде пучка лучей – абсолютных скоростей (ускорений) точек звеньев меха-



низма и отрезков, соединяющих концы лучей, – относительных скоростей (ускорений) соответствующих точек в данном положении механизма.

Для построения планов скоростей и ускорений необходимо знать основные зависимости по определению величин скоростей и ускорений, направления их векторов и уметь составлять векторные уравнения для скоростей и ускорений для различных видов движения звеньев механизма.

Рассмотрим основные положения из курса теоретической механики.

1. Звено движется *поступательно* (рисунок 2.1).

При поступательном движении звена скорости и ускорения его точек имеют одинаковую величину и направление.

$$\bar{v}_A = \bar{v}_B = \bar{v}_C;$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_B = \bar{a}_C.$$

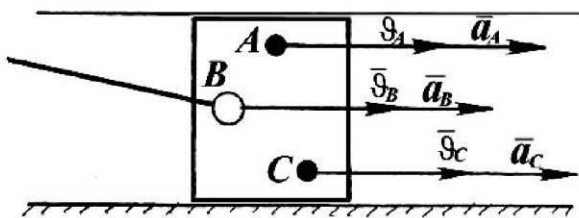


Рисунок 2.1 – Поступательное движение тела

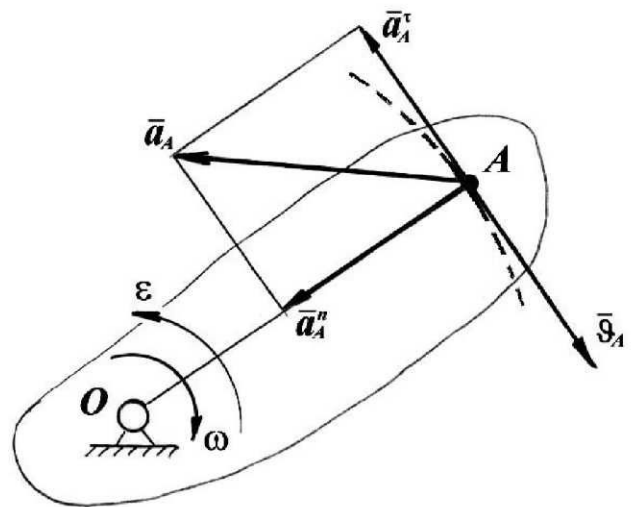


Рисунок 2.2 – Вращательное движение тела

2. Звено совершает *вращательное движение* вокруг неподвижной оси  $O$  (рисунок 2.2).

Линейная скорость точки  $A$

$$v_A = \omega l_{OA}.$$

Вектор скорости перпендикулярен радиусу и направлен в сторону движения (вращения) точки  $A$ .

Вектор ускорения точки  $A$  равен векторной сумме нормального  $\bar{a}_A^n$  и тангенциального  $\bar{a}_A^\tau$  ускорений

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau.$$

Величина нормального ускорения точки  $A$

$$a_A^n = \omega^2 l_{OA} = \frac{\vartheta_A^2}{l_{OA}}$$

Вектор нормального ускорения всегда направлен по радиусу к центру вращения – от точки  $A$  к точке  $O$ .

Касательное ускорение точки  $A$

$$a_A^\tau = \varepsilon l_{OA}$$

Вектор касательного ускорения перпендикулярен радиусу, и его направление определяется направлением углового ускорения  $\varepsilon$ .

По величине полное ускорение точки  $A$

$$a_A = l_{OA} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$

3. Две точки принадлежат одному звену, совершающему *сложное плоскопараллельное движение*, и удалены друг от друга на расстояние  $l_{AB}$  (рисунок 2.3).

Движение точки  $B$  можно представить состоящим из двух составляющих: из поступательного движения точки  $A$  и из вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ . В соответствии с этим векторное уравнение, описывающее скорости обеих точек, имеет вид

$$\bar{\vartheta}_B = \bar{\vartheta}_A + \bar{\vartheta}_{BA},$$

где  $\bar{\vartheta}_B$  – вектор скорости точки  $B$ ;

$\bar{\vartheta}_A$  – вектор скорости точки  $A$ ;

$\bar{\vartheta}_{BA}$  – вектор скорости точки  $B$  в ее движении относительно точки  $A$ .

Точка  $B$  движется относительно точки  $A$  по дуге окружности, описанной из точки  $A$ , радиусом  $AB$ . Поэтому вектор скорости  $B$  относительно точки  $A$  –  $\bar{\vartheta}_{BA}$  направлен по касательной к этой дуге, то есть перпендикулярен линии  $AB$ , соединяющей эти точки.

Величина скорости  $\vartheta_{BA}$  и угловой скорости  $\omega$  звена  $AB$  взаимосвязаны зависимостью

$$\vartheta_{BA} = \omega l_{AB}$$

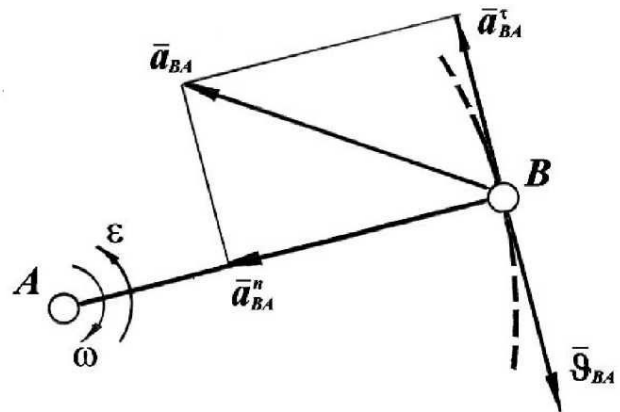


Рисунок 2.3 – Сложное плоскопараллельное движение тела

Зная величины  $\omega$  и  $l_{AB}$  можно определить по этой зависимости  $\vartheta_{BA}$ , и наоборот, если известно значение  $\vartheta_{BA}$ , то можно определить угловую скорость  $\omega$

$$\omega = \frac{\vartheta_{BA}}{l_{AB}}.$$

Направление  $\omega$  определяется в соответствии с направлением  $\overline{\vartheta}_{BA}$  и наоборот.

Ускорение точки  $B$  также состоит из двух ускорений

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA},$$

где  $\overline{a}_B$  – вектор ускорения точки  $B$ ;

$\overline{a}_A$  – вектор ускорения точки  $A$ ;

$\overline{a}_{BA}$  – вектор ускорения точки  $B$  относительно точки  $A$ .

Относительное ускорение  $\overline{a}_{BA}$  в свою очередь состоит из двух ускорений – нормального  $\overline{a}_{BA}^n$  и тангенциального  $\overline{a}_{BA}^\tau$

$$\overline{a}_{BA} = \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^\tau.$$

На основании этого векторное уравнение для ускорения точки  $B$  имеет вид

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^\tau.$$

Нормальное ускорение  $\overline{a}_{BA}^n$  направлено от точки  $B$  к точке  $A$ , то есть к центру относительно вращения.

По величине

$$a_{BA}^n = \omega^2 l_{AB} = \frac{\vartheta_{BA}^2}{l_{AB}}.$$

Касательное ускорение  $\overline{a}_{BA}^\tau$  направлено по касательной к дуге, то есть перпендикулярно отрезку  $AB$ . Касательное ускорение  $\overline{a}_{BA}^\tau$  и угловое ускорение  $\varepsilon$  взаимосвязаны уравнением

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon l_{AB}.$$

Если известно  $a_{BA}^\tau$ , то по этому уравнению можно определить угловое ускорение  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}.$$

По направлению  $\bar{a}_{BA}^\tau$  можно определить направление  $\varepsilon$  и наоборот.

4. Две точки  $A_1$  и  $A_2$  принадлежат двум звеньям 1 и 2, соединенным в поступательную кинематическую пару, и в данный момент совпадают (рисунок 2.4).

Движение точки  $A_2$  состоит из двух движений: из переносного движения вместе с точкой  $A_1$  и движения относительно точки  $A_1$ . В соответствии с этим векторное уравнение движения точки  $A_2$  имеет вид

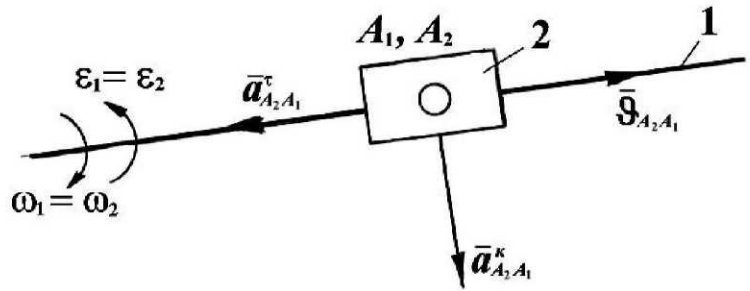


Рисунок 2.4 – Движение точки, принадлежащей двум подвижным звеньям

$$\bar{v}_{A_2} = \bar{v}_{A_1} + \bar{v}_{A_2, A_1},$$

где  $\bar{v}_{A_2}$  – вектор скорости точки  $A_2$ ;

$\bar{v}_{A_1}$  – вектор скорости точки  $A_1$ ;

$\bar{v}_{A_2, A_1}$  – вектор скорости точки  $A_2$  в ее движении относительно точки  $A_1$  (он направлен параллельно звену 1).

Ускорение точки  $A_2$ , как известно из теоретической механики, состоит из трех ускорений: ускорения точки  $A_1$ , поворотного (кориолисова) ускорения и ускорения относительно точки  $A_1$ . Векторное уравнение для ускорения точки  $A_2$  будет иметь вид

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2, A_1}^k + \bar{a}_{A_2, A_1}^\tau.$$

Вектор касательного ускорения  $\bar{a}_{A_2, A_1}^\tau$  направлен параллельно звену 1.

Поворотное (кориолисово) ускорение, появляющееся в результате переносного (вращательного) и относительного движений, по величине:

$$a_{A_2, A_1}^k = 2\omega_1 v_{A_2, A_1}.$$

Вектор поворотного (кориолисова) ускорения  $\bar{a}_{A_2, A_1}^k$  направлен в ту сторону, куда окажется направленным вектор относительной скорости  $\bar{v}_{A_2, A_1}$ , если его повернуть на  $90^\circ$  по направлению угловой скорости  $\omega_1$ .

**Пример 1.** Построить планы скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма (рисунок 2.5, а). Определить скорости и ускорения точек  $B, C, D$ , угловую скорость и угловое ускорение шатуна 2, если известны:  $\angle \varphi_1 = 60^\circ$ ,  $l_{AB} = 0,03$  м,  $l_{BC} = 0,10$  м,  $l_{BD} = 0,03$  м, угловая скорость кривошипа  $AB$  постоянна и равна  $\omega_1 = 100$  с<sup>-1</sup>.

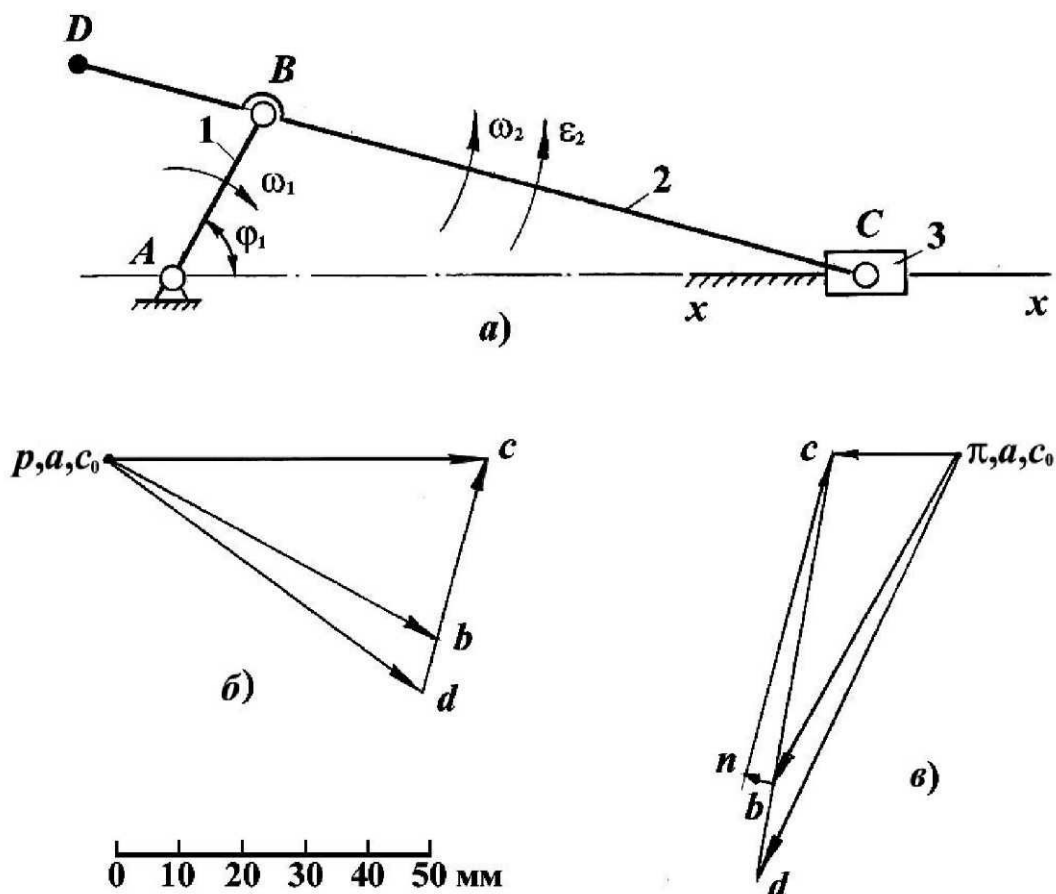


Рисунок 2.5 – Кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма:  
а) кинематическая схема; б) план скоростей; в) план ускорений

*Решение.* Проводим структурный анализ и устанавливаем класс заданного механизма. Число подвижных звеньев  $n = 3$ , число кинематических пар  $V$  класса  $p_5 = 4$ . Число степеней свободы механизма:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1.$$

Механизм образован присоединением к начальному звену  $AB$  группы Ассур второго класса второго вида, состоящей из звеньев 2, 3.

Строим план положения механизма (рисунок 2.5, а). Задаемся длиной отрезка  $AB = 30$  мм, вычисляем масштабный коэффициент схемы механизма

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB} = \frac{0,03}{30} = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}},$$

и по нему находим длины отрезков  $BC$  и  $BD$ :

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,10}{0,001} = 100 \text{ мм}; \quad BD = \frac{l_{BD}}{\mu_l} = \frac{0,03}{0,001} = 30 \text{ мм}.$$

По полученным размерам и заданному углу  $\varphi_1$ , на рисунке 2.5а строим план положения механизма.

Переходим к построению плана скоростей. Вначале определяем линейную скорость точки  $B$

$$\vartheta_B = \omega_1 l_{AB} = 100 \times 0,03 = 3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Выбираем масштабный коэффициент  $\mu_\vartheta = 0,05 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$ . Тогда длина вектора ( $\overline{pb}$ )

$$(\overline{pb}) = \frac{\vartheta_B}{\mu_\vartheta} = \frac{3}{0,05} = 60 \text{ мм}.$$

Из полюса  $p$  плана скоростей проводим вектор скорости точки  $B$  ( $\overline{pb}$ ) перпендикулярно звену  $AB$ , направленный в сторону вращения звена 1 (рисунк 2.5, б).

Определим скорость точки  $C$ , принадлежащей группе Ассура 2, 3. Рассмотрим движение точки  $C$  относительно точки  $B$  и относительно точки  $C_0$ , принадлежащей неподвижному звену. Запишем векторные уравнения, которые решим графически

$$\begin{aligned} \overline{\vartheta}_C &= \overline{\vartheta}_B + \overline{\vartheta}_{CB}; \\ \overline{\vartheta}_C &= \overline{\vartheta}_{C_0} + \overline{\vartheta}_{CC_0}. \end{aligned}$$

Согласно первому уравнению через точку  $b$  на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную звену  $BC$ , а согласно второму – через полюс  $p$  (так как  $\vartheta_{C_0} = 0$ ) проводим прямую, параллельную направляющей  $x-x$ . Пересечение этих прямых определит положение точки  $c$ , изображающей конец векторов  $\overline{\vartheta}_C$  и  $\overline{\vartheta}_{CB}$ . Из плана скоростей имеем

$$\vartheta_C = \mu_\vartheta (pc) = 0,05 \times 60 = 3,0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

$$\vartheta_{CB} = \mu_\vartheta (bc) = 0,05 \times 30 = 1,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Скорость точки  $D$  определим по теореме подобия:

$$\frac{BC}{BD} = \frac{(bc)}{(bd)},$$

откуда

$$(bd) = \frac{BD}{BC}(bc) = \frac{30}{100} \times 30 = 9 \text{ мм.}$$

Из точки  $b$  плана скоростей на продолжении вектора  $(bc)$  откладываем рассчитанную длину  $(bd)$  и соединяем точку  $d$  с полюсом  $p$ .

Следовательно

$$\mathfrak{g}_D = \mu_g(pd) = 0,05 \times 63 = 3,15 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Определяем угловую скорость звена 2

$$\omega_2 = \frac{\mathfrak{g}_{CB}}{l_{BC}} = \frac{1,5}{0,1} = 15 \text{ с}^{-1}.$$

Для определения направления угловой скорости звена 2 мысленно переносим вектор  $(\overline{bc})$  скорости точки  $C$  относительно  $B$  параллельно самому себе в точку  $C$  на схеме механизма и устанавливаем направление вращения звена  $BC$  относительно точки  $B$  под действием этого вектора. В рассматриваемом случае угловая скорость  $\omega_2$  направлена против вращения часовой стрелки. На звене  $BC$  показана круговой стрелкой.

Переходим к построению плана ускорений.

Вначале определяем ускорение точки  $B$ . При постоянной угловой скорости начального звена 1 точка  $B$  имеет только нормальное ускорение:

$$a_B = a_B^n = \omega_1^2 l_{AB} = 100^2 \times 0,03 = 300 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точки  $B$  на плане ускорений (рисунок 2.5, в) изобразим вектором  $(\overline{\pi b}) = 60 \text{ мм}$ , который направлен по звену  $AB$  от точки  $B$  к точке  $A$ . Определим масштабный коэффициент плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_B}{(\pi b)} = \frac{300}{60} = 5 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}.$$

Для определения ускорения точки  $C$  составим два векторных уравнения, рассматривая движение точки  $C$  относительно точек  $B$  и  $C_0$  (точка  $C_0$  принадлежит неподвижному звену):

$$\overline{a}_C = \overline{a}_B + \overline{a}_{CB}^n + \overline{a}_{CB}^\tau;$$

$$\overline{a}_C = \overline{a}_{C_0} + \overline{a}_{CC_0}^k + \overline{a}_{CC_0}^\tau.$$

Ускорение точки  $C_0$  равно нулю и кориолисово ускорение  $\overline{a}_{CC_0}^k = 0$ , так как направляющая  $x$  неподвижна ( $\omega_0 = 0$ ).

В первом уравнении нормальное ускорение  $\bar{a}_{CB}^n$  направлено по шатуну  $BC$  от точки  $C$  к точке  $B$ . Величина ускорения:

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 l_{BC} = 15^2 \times 0,1 = 22,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Тангенциальное ускорение  $\bar{a}_{CB}^\tau$  направлено перпендикулярно звену  $BC$ , а величина его определяется построением плана ускорений (при завершении построения).

В соответствии с первым уравнением на плане ускорений через точку  $b$  проводим прямую, параллельную звену  $BC$ , и откладываем на ней в направлении от точки  $C$  к точке  $B$  вектор  $(bn)$ , представляющий в масштабе  $\mu_a$  ускорение  $\bar{a}_{CB}^n$ :

$$bn = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{22,5}{5} = 4,5 \text{ мм}.$$

Через точку  $n$  проводим прямую в направлении вектора тангенциального ускорения  $\bar{a}_{CB}^\tau$  перпендикулярно к звену  $BC$ . Затем через полюс  $p$  и совпадающую с ним точку  $c_0$  проводим прямую в направлении ускорения  $\bar{a}_{CC_0}^\tau$  параллельно направляющей  $x-x$ . Точка пересечения этих прямых определяет конец вектора полного ускорения точки  $C$ .

Величины ускорений определим умножая длины соответствующих векторов на масштабный коэффициент

$$a_C = \mu_a(\pi c) = 5 \times 20 = 100 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2},$$

$$a_{CB}^\tau = \mu_a(nc) = 5 \times 54 = 270 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точки  $D$  определим из пропорции:

$$\frac{BC}{BD} = \frac{(bc)}{(bd)},$$

откуда

$$(bd) = \frac{BD}{BC}(bc) = \frac{30}{100} \times 54 = 16,2 \text{ мм}.$$

Из точки  $b$  плана ускорений на продолжении вектора  $(bc)$  откладываем рассчитанную длину  $(bd)$  и соединяем точку  $d$  с полюсом  $p$ .

Из плана ускорений определим ускорение точки  $D$ :

$$a_D = \mu_a(pd) = 5 \times 76 = 380 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$



Величина углового ускорения звена 2

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{CB}} = \frac{270}{0,1} = 2700 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения  $\varepsilon_2$  шатуна 2 определим, если мысленно перенесем вектор  $(\overline{nc})$  из плана ускорений в точку  $C$  звена  $BC$ . Под действием этого вектора звено  $BC$  будет вращаться вокруг точки  $B$  против часовой стрелки.

**Пример 2.** Построить планы скоростей и ускорений шарнирного четырехзвенного механизма (рисунок 2.6, а). Определить скорости и ускорения точек  $A$ ,  $B$  и  $D$ , угловые скорости и ускорения звеньев 2 и 3, если известны:  $\angle \varphi_1 = 30^\circ$ ,  $l_{OA} = 0,05$  м,  $l_{AB} = 0,11$  м,  $l_{BC} = 0,20$  м,  $l_{OC} = 0,19$  м,  $l_{BD} = l_{CD} = 0,11$  м, угловая скорость кривошипа  $OA$  постоянна и равна  $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}$ .

*Решение.* Проводим структурный анализ и устанавливаем класс заданного механизма. Число подвижных звеньев  $n = 3$ , число кинематических пар  $V$  класса  $p_5 = 4$ . Число степеней свободы механизма:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1.$$

Механизм образован присоединением к начальному звену  $OA$  группы Ассур второго класса первого вида, состоящей из звеньев 2, 3.

Строим план положения механизма (рисунок 2.6, а). Задаемся длиной отрезка  $OA = 25$  мм, вычисляем масштабный коэффициент схемы механизма:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,05}{25} = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}},$$

и по нему находим длины отрезков:

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,11}{0,002} = 55 \text{ мм}; \quad BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,2}{0,002} = 100 \text{ мм};$$

$$OC = \frac{l_{OC}}{\mu_l} = \frac{0,19}{0,002} = 95 \text{ мм}; \quad BD = CD = \frac{l_{BD}}{\mu_l} = \frac{0,11}{0,002} = 55 \text{ мм}.$$

По полученным размерам и заданному углу  $\varphi_1$  строим план положения механизма.

Построение плана скоростей.

Вначале определяем линейную скорость точки  $A$ :

$$v_A = \omega_1 l_{OA} = 40 \times 0,05 = 2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

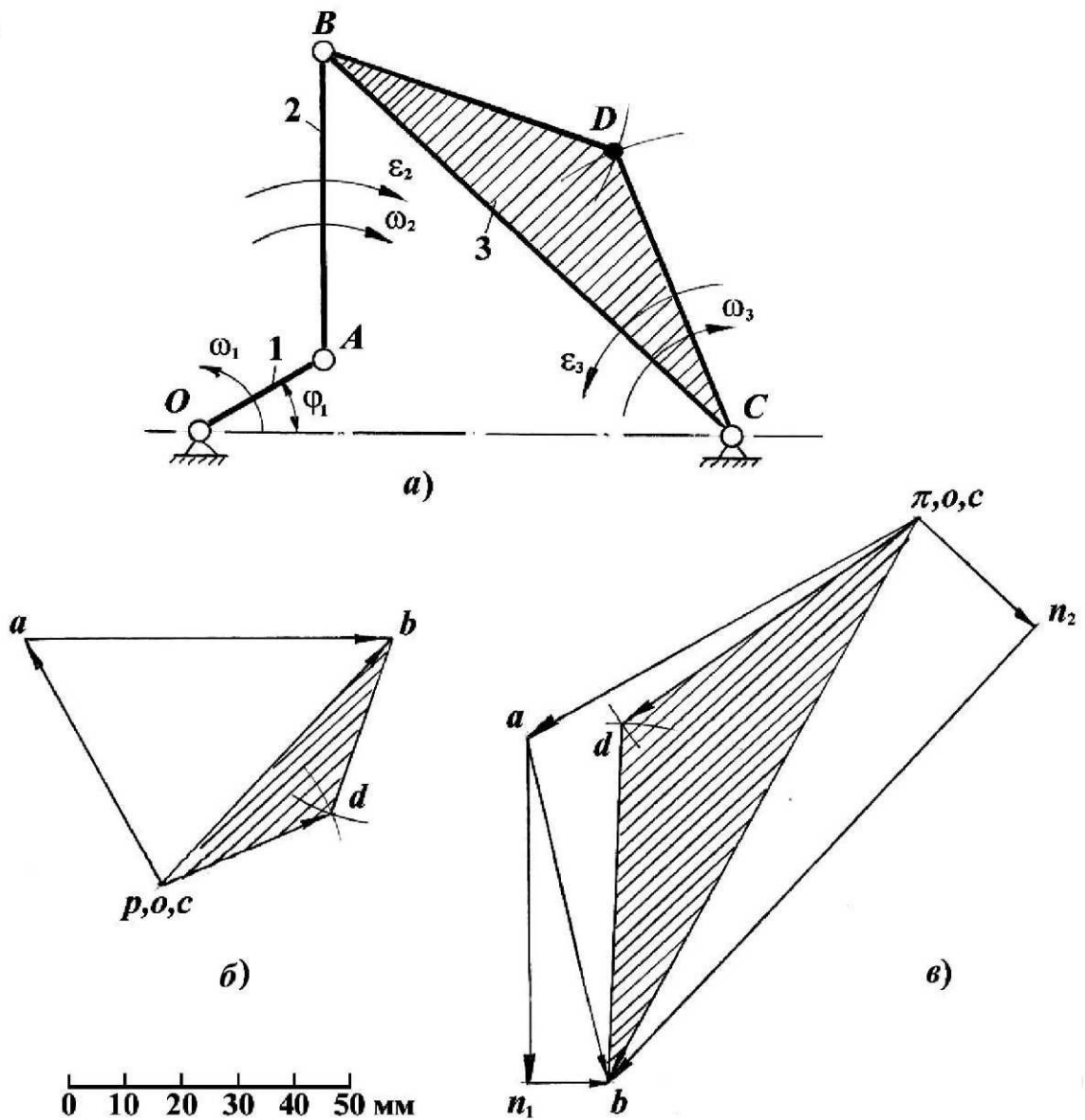


Рисунок 2.6 – Кинематический анализ шарнирного четырехзвенного механизма:  
 а) кинематическая схема; б) план скоростей; в) план ускорений

Выбираем масштабный коэффициент  $\mu_g = 0,04 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$ . Тогда длина вектора  $(\overline{pa})$

$$(\overline{pa}) = \frac{g_A}{\mu_g} = \frac{2}{0,04} = 50 \text{ мм.}$$

Из  $p$  полюса плана скоростей проводим вектор скорости точки  $A$  ( $\overline{pa}$ ) перпендикулярно звену  $OA$ , направленный в сторону вращения звена 1 (рисунок 2.6, б).

Определим скорость точки  $B$ , принадлежащей группе Ассур 2, 3. Рассмотрим движение точки  $B$  относительно точки  $A$  и относительно точки  $C$ :

$$\begin{aligned}\overline{\vartheta}_B &= \overline{\vartheta}_A + \overline{\vartheta}_{BA}; \\ \overline{\vartheta}_B &= \overline{\vartheta}_C + \overline{\vartheta}_{BC}.\end{aligned}$$

Согласно первому уравнению через точку  $a$  на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную звену  $AB$ , а согласно второму – через полюс  $p$  (так как  $\vartheta_C = 0$ ) проводим прямую, перпендикулярную звену  $BC$ . Пересечение этих прямых определит положение точки  $b$ , изображающей конец векторов  $\overline{\vartheta}_B$  и  $\overline{\vartheta}_{BA}$ . Из плана скоростей имеем

$$\vartheta_B = \mu_{\vartheta}(pb) = 0,04 \times 60 = 2,4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$\vartheta_{BA} = \mu_{\vartheta}(ab) = 0,04 \times 65 = 2,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Скорость точки  $D$  определим по правилу подобия: треугольник звена  $BCD$  должен быть подобен треугольнику  $bcd$  плана скоростей. Для этого составим пропорцию

$$\frac{BC}{BD} = \frac{(bc)}{(bd)},$$

откуда

$$(bd) = \frac{BD}{BC}(bc) = \frac{110}{200} \times 60 = 33 \text{ мм}.$$

Для определения положения точки  $d$  на плане скоростей из точек  $c$  (совпадающей с полюсом  $p$ ) и  $b$  проводим дуги радиусом 33 мм. В точке пересечения этих дуг будет находиться точка  $d$ . Соединив эту точку с полюсом  $p$ , получим вектор скорости точки  $D$ .

Величина скорости точки  $D$ :

$$\vartheta_D = \mu_{\vartheta}(pd) = 0,04 \times 33 = 1,32 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Определяем угловые скорости звеньев 2 и 3:

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_{BA}}{l_{AB}} = \frac{2,6}{0,11} = 23,64 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\vartheta_{BC}}{l_{BC}} = \frac{2,4}{0,2} = 12,0 \text{ с}^{-1}.$$

Направления этих угловых скоростей определим с помощью векторов  $(\overline{ab})$  и  $(\overline{pb})$ . Если мысленно перенести вектор  $(\overline{ab})$  в точку  $B$  на схеме механизма, то под действием этого вектора звено 2 будет вращаться вокруг точки  $A$  по часовой стрелке. Вектор  $(\overline{pb})$ , перенесенный в точку  $B$  на схеме механизма, вращает звено 3 вокруг точки  $C$  также по часовой стрелке.

Построение плана ускорений начнем с определения ускорения точки  $A$ . При постоянной угловой скорости начального звена 1 точка  $A$  имеет только нормальное ускорение

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 40^2 \times 0,05 = 80 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точки  $A$  на плане ускорений (рисунок 2.6, в) изобразим вектором  $(\pi a) = 80$  мм, который направлен по звену  $OA$  от точки  $A$  к точке  $O$ . Определим масштабный коэффициент плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)} = \frac{80}{80} = 1 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}.$$

Для определения ускорения точки  $B$  составим два векторных уравнения, рассматривая движение точки  $B$  относительно точек  $A$  и  $C$ :

$$\begin{aligned} \bar{a}_B &= \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau; \\ \bar{a}_B &= \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau. \end{aligned}$$

В первом уравнении нормальное ускорение  $\bar{a}_{BA}^n$  направлено по шатуну  $AB$  от точки  $B$  к точке  $A$ . Его величина

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = 23,64^2 \times 0,11 = 61,47 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Из точки  $a$  на плане ускорений проводим вектор этого ускорения длиной

$$an_1 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{61,47}{1} = 61,47 \text{ мм} \approx 62 \text{ мм}.$$

Через точку  $n_1$  проводим прямую в направлении вектора тангенциального ускорения  $\bar{a}_{BA}^\tau$  перпендикулярно к звену  $AB$ .

Во втором уравнении нормальное ускорение  $\bar{a}_{BC}^n$  направлено по коромыслу  $BC$  от точки  $B$  к точке  $C$ . Величина этого ускорения

$$a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC} = 12^2 \times 0,2 = 28,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Из точки  $\pi$  (точка  $c$  совпадает с полюсом  $\pi$ , так как  $a_c = 0$ ) на плане ускорений проводим вектор этого ускорения длиной

$$\pi n_2 = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a} = \frac{28,8}{1} = 28,8 \text{ мм} \approx 29 \text{ мм}.$$

Через точку  $n_2$  проводим прямую в направлении вектора тангенциального ускорения  $\bar{a}_{BC}^\tau$  перпендикулярно к звену  $BC$ .

Точка пересечения тангенциальных ускорений определит положение точки  $b$  на плане ускорений. Для определения положения вектора абсолютного ускорения точки  $\bar{a}_B$  соединим точку  $b$  с полюсом  $\pi$ . Величина ускорения точки  $B$  определяется

$$a_B = \mu_a(\pi b) = 1 \times 116 = 116 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Величины тангенциальных ускорений

$$\begin{aligned} a_{BA}^\tau &= \mu_a(n_1 b) = 1 \times 15 = 15 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_{BC}^\tau &= \mu_a(n_2 b) = 1 \times 112 = 112 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}. \end{aligned}$$

Ускорение точки  $D$  определим по правилу подобия треугольников  $BCD$  и  $bcd$

$$\frac{BC}{BD} = \frac{(bc)}{(bd)},$$

откуда

$$(bd) = \frac{BD}{BC}(bc) = \frac{110}{200} \times 116 = 63,8 \text{ мм} \approx 64 \text{ мм}.$$

Для определения положения точки  $d$  на плане ускорений из точек  $c$  (совпадающей с полюсом  $\pi$ ) и  $b$  проводим дуги радиусом 64 мм. В точке пересечения этих дуг будет находиться точка  $d$ . Соединив эту точку с полюсом  $\pi$ , получим вектор ускорения точки  $D$ .

Величина ускорения точки  $D$ :

$$a_D = \mu_a(\pi d) = 1 \times 63,8 = 63,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Определим величины угловых ускорений звеньев 2 и 3:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{15}{0,11} = 136,36 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^\tau}{l_{BC}} = \frac{112}{0,2} = 560 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения  $\varepsilon_2$  шатуна 2 определим, если мысленно перенесем вектор  $(\overline{n_1 b})$  из плана ускорений в точку  $B$  звена  $AB$ . Под действием этого вектора звено  $AB$  будет вращаться вокруг точки  $A$  по часовой стрелке.

Направление углового ускорения  $\varepsilon_3$  шатуна 3 определим, если мысленно перенесем вектор  $(\overline{n_2 b})$  из плана ускорений в точку  $B$  звена  $BC$ . Под действием этого вектора звено  $BC$  будет вращаться вокруг точки  $C$  против часовой стрелки.

**Пример 3.** Построить планы скоростей и ускорений рычажного механизма (рисунок 2.7, *a*). Определить скорости и ускорения точек  $B, D, E$ , угловые скорости и ускорения звеньев 3 и 4, если известны:  $\angle \varphi_1 = 20^\circ$ ,  $l_{AB} = 0,064$  м,  $l_{AC} = 0,11$  м,  $l_{CD} = 0,22$  м,  $l_{DE} = 0,18$  м, угловая скорость кривошипа  $AB$  постоянна и равна  $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}$ .

*Решение.* Проводим структурный анализ и устанавливаем класс механизма. Число подвижных звеньев  $n = 5$ , число кинематических пар V класса  $p_5 = 7$ . Число степеней свободы механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 5 - 2 \times 7 - 0 = 1.$$

Механизм образован присоединением к начальному звену 1 группы Ассур второго класса третьего вида (звенья 2, 3) и последующим присоединением группы Ассур второго класса второго вида (звенья 4, 5).

Строим план положения механизма (рисунок 2.7, *a*). Задаемся длиной отрезка  $AB = 32$  мм, вычисляем масштабный коэффициент схемы механизма и по нему находим длины отрезков

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB} = \frac{0,064}{32} = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}},$$

$$AC = \frac{l_{AC}}{\mu_l} = \frac{0,11}{0,002} = 55 \text{ мм}; \quad CD = \frac{l_{CD}}{\mu_l} = \frac{0,22}{0,002} = 110 \text{ мм};$$

$$DE = \frac{l_{DE}}{\mu_l} = \frac{0,18}{0,002} = 90 \text{ мм}.$$

По полученным размерам и заданному углу  $\varphi_1$ , строим план положения механизма (рисунок 2.7, *a*).

Построение плана скоростей.

Вначале определим скорость точки  $B$ , принадлежащей звену 1, то есть

$$v_{B_1} = \omega_1 l_{AB} = 50 \times 0,064 = 3,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

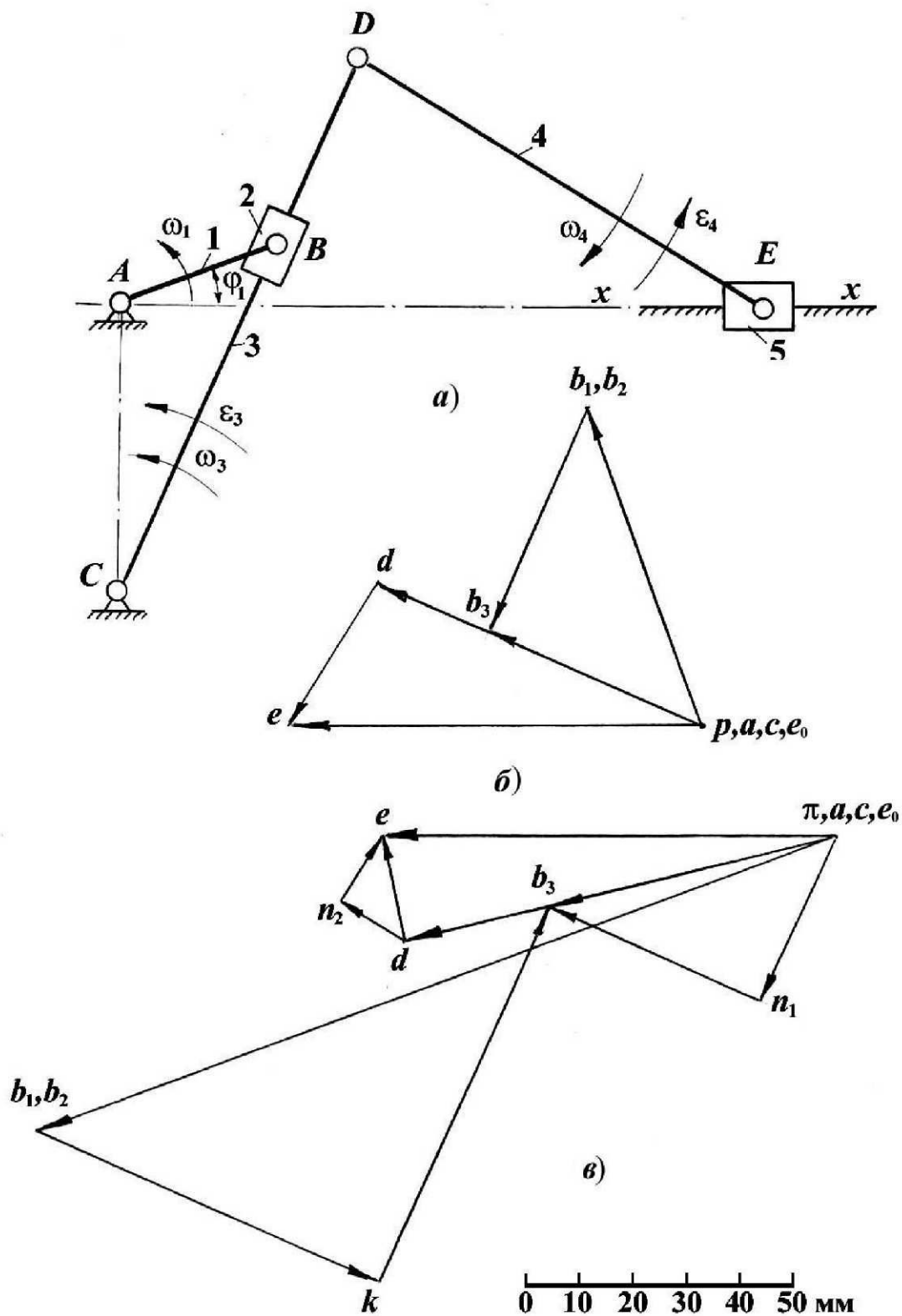


Рисунок 2.7 – Кинематический анализ рычажного механизма:  
 а) кинематическая схема; б) план скоростей; в) план ускорений

Скорость точки  $B$ , принадлежащей звену 2 будет равна скорости точки  $B_1$ , то есть

$$\vartheta_{B_1} = \vartheta_{B_2} = 3,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Выбираем масштабный коэффициент  $\mu_g = 0,05 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$ . Тогда длина вектора ( $\overline{pb_1}$ ) будет равна

$$(\overline{pb_1}) = (\overline{pb_2}) = \frac{\vartheta_{B_1}}{\mu_g} = \frac{3,2}{0,05} = 64 \text{ мм.}$$

Из полюса плана скоростей  $p$  проводим вектор скорости точки  $B_1$  ( $\overline{pb_1}$ ) перпендикулярно звену  $AB$ , направленный в сторону вращения звена 1 (рисунк 2.7, б).

Определим скорость точки  $B_3$ , принадлежащей звену 3. Рассмотрим движение точки  $B_3$  относительно точки  $B_2$  и относительно точки  $C$  ( $\vartheta_C = 0$ ).

Запишем векторные уравнения, которые решим графически:

$$\begin{aligned} \overline{\vartheta}_{B_3} &= \overline{\vartheta}_{B_2} + \overline{\vartheta}_{B_3B_2}; \\ \overline{\vartheta}_{B_3} &= \overline{\vartheta}_C + \overline{\vartheta}_{B_3C}. \end{aligned}$$

В соответствии с первым уравнением через точку  $b_2$  на плане скоростей проводим прямую, параллельную линии  $BC$  звена 3 (направление  $\overline{\vartheta}_{B_3B_2}$ ). В соответствии со вторым уравнением через точку  $c$  на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную линии  $BC$  звена 3 (направление  $\overline{\vartheta}_{B_3C}$ ). Пересечение этих прямых определит положение точки  $b_3$ , изображающей конец векторов  $\overline{\vartheta}_{B_3}$  и  $\overline{\vartheta}_{B_3B_2}$ . Из плана скоростей имеем

$$\begin{aligned} \vartheta_{B_3} &= \mu_g(\overline{pb_3}) = 0,05 \times 40 = 2,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \vartheta_{B_3B_2} &= \mu_g(\overline{b_2b_3}) = 0,05 \times 46 = 2,3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}. \end{aligned}$$

Скорость точки  $D$  определим по правилу подобия: точка  $d$  на плане скоростей будет находиться на продолжении отрезка ( $cb_3$ ).

Составим пропорцию:

$$\frac{CD}{CB} = \frac{(cd)}{(bc)},$$

откуда

$$(cd) = \frac{CD}{CB}(bc) = \frac{110}{72} \times 44 = 67,22 \text{ мм} \approx 67 \text{ мм.}$$

Скорость точки  $D$

$$\vartheta_D = \mu_g(\overline{pd}) = 0,05 \times 67 = 3,35 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$



Определяем скорость точки  $E$ , принадлежащую группе Ассура, состоящей из звеньев 4, 5. Рассмотрим движение точки  $E$  относительно точки  $D$  и относительно  $E_0$ , принадлежащей неподвижному звену. Запишем векторные уравнения, которые решим графически

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{V}}_E &= \overline{\mathfrak{V}}_D + \overline{\mathfrak{V}}_{ED}; \\ \overline{\mathfrak{V}}_E &= \overline{\mathfrak{V}}_{E_0} + \overline{\mathfrak{V}}_{EE_0}.\end{aligned}$$

Согласно первому уравнению через точку  $d$  на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную звену  $DE$ , а согласно второму – через полюс  $p$  (так как  $\mathfrak{V}_{E_0} = 0$ ) проводим прямую, параллельную направляющей  $x-x$ . Пересечение этих прямых определит положение точки  $e$ , изображающей конец векторов  $\overline{\mathfrak{V}}_E$  и  $\overline{\mathfrak{V}}_{ED}$ . Из плана скоростей имеем

$$\begin{aligned}\mathfrak{V}_E &= \mu_g(pe) = 0,05 \times 78 = 3,9 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \mathfrak{V}_{ED} &= \mu_g(de) = 0,05 \times 32 = 1,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.\end{aligned}$$

Определяем угловые скорости звеньев 3 и 4:

$$\omega_3 = \frac{\mathfrak{V}_{B_3C}}{l_{BC}} = \frac{\mathfrak{V}_{B_3C}}{(BC)\mu_l} = \frac{2,2}{72 \times 0,002} = 15,28 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{\mathfrak{V}_{ED}}{l_{ED}} = \frac{1,6}{0,18} = 8,89 \text{ с}^{-1}.$$

Для определения направления угловой скорости звена 3 мысленно переносим вектор ( $\overline{cb_3}$ ) скорости точки  $B_3$  относительно  $C$  параллельно самому себе в точку  $B$  на схеме механизма и устанавливаем направление вращения звена  $BC$  относительно точки  $C$  под действием этого вектора. В рассматриваемом случае угловая скорость  $\omega_3$  направлена против вращения часовой стрелки. На звене  $BC$  показана круговой стрелкой.

Направление угловой скорости  $\omega_4$  звена  $DE$  определим с помощью вектора ( $\overline{de}$ ), мысленно перенесенного из плана скоростей параллельно самому себе в точку  $E$ . Под действием этого вектора звено 4 вращается относительно точки  $D$  по часовой стрелке.

Построение плана ускорений.

Вначале определяем ускорение точки  $B_1$ . При постоянной угловой скорости начального звена 1 точка  $B_1$  имеет только нормальное ускорение:

$$a_{B_1} = a_{B_1}^n = \omega_1^2 l_{AB} = 50^2 \times 0,064 = 160 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точки  $B$ , принадлежащей звену 2 будет равно ускорению точки  $B_1$ , то есть

$$a_{B_2} = a_{B_1} = 160 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точек  $B_1$  и  $B_2$  изобразим вектором  $(\overline{\pi b_1}) = (\overline{\pi b_2}) = 160 \text{ мм}$ , который направлен параллельно звену  $AB$  от точки  $B$  к точке  $A$  (рисунок 2.7, в). Определим масштабный коэффициент плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_{B_1}}{(\pi b_1)} = \frac{160}{160} = 1 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}.$$

Определим ускорение точки  $B_3$ , принадлежащей звену 3. Рассмотрим движения точки  $B_3$  относительно точки  $B_2$  и относительно точки  $C$  ( $a_C = 0$ , находится в полюсе  $\pi$ ) Запишем векторные уравнения:

$$\overline{a}_{B_3} = \overline{a}_{B_2} + \overline{a}_{B_3 B_2}^k + \overline{a}_{B_3 B_2}^r;$$

$$\overline{a}_{B_3} = \overline{a}_C + \overline{a}_{B_3 C}^n + \overline{a}_{B_3 C_0}^\tau.$$

В первом уравнении  $\overline{a}_{B_3 B_2}^k$  – кориолисово ускорение в движении точки  $B_3$  относительно звена 2, по модулю равно

$$a_{B_3 B_2}^k = 2\omega_2 \mathfrak{V}_{B_3 B_2} = 2 \times 15,28 \times 2,3 = 70,29 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

(так как  $\omega_2 = \omega_3$  и  $\omega_3 = 15,28 \text{ с}^{-1}$ ) и имеющего направление вектора относительной скорости  $\overline{\mathfrak{V}}_{B_3 B_2}$ , повернутого на  $90^\circ$  в направлении угловой скорости  $\omega_2$  переносного движения (движения звена 2). Из точки  $b_2$  плана ускорений проводим вектор  $(b_2 k)$  кориолисова ускорения длиной

$$b_2 k = \frac{a_{B_3 B_2}^k}{\mu_a} = \frac{70,29}{1} = 70,29 \text{ мм}.$$

Через точку  $k$  проводим прямую, параллельную звену 3 (направление  $\overline{a}_{B_3 B_2}^r$  – относительное (релятивное) ускорение точки  $B_3$  относительно точки  $B_2$ ).

Во втором уравнении  $\overline{a}_{B_3 C_0}^n$  – нормальное ускорение точки  $B_3$  во вращении звена 3 относительно точки  $C$ , по модулю равно

$$a_{B_3C}^n = \omega_3^2 l_{BC} = \omega_3^2 (BC) \mu_l = 15,28^2 \times 72 \times 0,002 = 33,62 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2},$$

и направленное параллельно линии  $CB_3$  от точки  $B_3$  к точке  $C$ .

Из точки  $c$  плана ускорений, совпадающей с полюсом  $\pi$ , проводим вектор ( $cn_1$ ) ускорения  $a_{B_3C}^n$  длиной

$$cn_1 = \frac{a_{B_3C}^n}{\mu_a} = \frac{33,62}{1} = 33,62 \text{ мм.}$$

Через точку  $n_1$  проводим линию, перпендикулярную к звену 3 (направление  $\bar{a}_{B_3C}^{\tau}$  – тангенциального ускорения точки  $B_3$  относительно точки  $C$ ), до пересечения с ранее проведенной через точку  $k$  линией, параллельной  $BC$ . Точка пересечения  $b_3$  представляет собой конец вектора ускорения  $\bar{a}_{B_3}$ . Его величина

$$a_{B_3} = \mu_a (\pi b_3) = 56 \times 1 = 56 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Конец вектора ускорения точки  $D$  найдем по правилу подобия из соотношения

$$\frac{CD}{cd} = \frac{CB}{cb},$$

откуда

$$(cd) = \frac{CD}{CB} (cb) = \frac{110}{72} \times 56 = 85,5 \text{ мм.}$$

Ускорение точки  $E$  определим, рассмотрев ее движение относительно точки  $D$  и  $E_0$ , принадлежащей неподвижному звену ( $\mathfrak{G}_{E_0} = 0$ ).

Запишем векторные уравнения:

$$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{ED}^n + \bar{a}_{ED}^{\tau};$$

$$\bar{a}_E = \bar{a}_E + \bar{a}_{EE_0}^k + \bar{a}_{EE_0}^r.$$

В первом уравнении  $\bar{a}_{ED}^n$  – нормальное ускорение точки  $E$  во вращении звена 4 относительно точки  $D$  (оно направлено параллельно линии  $DE$  от точки  $E$  к точке  $D$ ). Его величина

$$a_{ED}^n = \omega_3^2 l_{DE} = 8,89^2 \times 0,18 = 14,25 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Из точки  $d$  проводим вектор  $(\overline{dn_2})$  нормального ускорения точки  $E$  относительно  $D$  длиной

$$dn_2 = \frac{a_{ED}^n}{\mu_a} = \frac{14,25}{1} = 14,25 \text{ мм.}$$

Через точку  $n_2$  проводим линию, перпендикулярную к звену 4 (направление  $\overline{a_{ED}^\tau}$  – тангенциального ускорения точки  $E$  относительно точки  $D$ ).

Во втором уравнении  $\overline{a_{EE_0}^k}$  – кориолисово ускорение точки  $E$  в движении ее относительно стойки или  $E_0$ ; оно равно нулю, так как угловая скорость стойки равна нулю.

Относительное (релятивное) ускорение  $\overline{a_{EE_0}^r}$  точки  $E$  относительно стойки направлено параллельно линии  $x - x$ . Поэтому из точки  $\pi$  (так как  $\overline{a_{E_0}^r} = 0$ ) проводим прямую, параллельную оси  $x - x$  до пересечения с линией, ранее проведенной из точки  $n_2$ . Точка пересечения  $e$  является концом вектора ускорения точки  $E$ .

Из плана ускорений определяем ускорения:

$$a_E = \mu_a(\pi e) = 85 \times 1 = 85 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

$$a_{ED}^\tau = \mu_a(n_2 e) = 15 \times 1 = 15 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Определяем угловые ускорения звеньев 3 и 4:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B_3C}^\tau}{l_{BC}} = \frac{(n_1 b_3) \mu_a}{\mu_1 BC} = \frac{43 \cdot 1}{0,002 \times 72} = 298,61 \text{ с}^{-2}.$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{ED}^\tau}{l_{DE}} = \frac{15}{0,18} = 83,3 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения  $\varepsilon_3$  кулисы 3 определим, если перенесем вектор  $(\overline{n_1 b_3})$  из плана ускорений в точку  $B_3$  звена  $BC$ . Под действием этого вектора звено 3 будет вращаться вокруг точки  $C$  против вращения часовой стрелки.

Направление углового ускорения  $\varepsilon_4$  шатуна 4 определим, если перенесем вектор  $(\overline{n_2 e})$  из плана ускорений в точку  $E$  звена  $DE$ . Под действием этого вектора звено 4 будет вращаться вокруг точки  $D$  против часовой стрелки.

## Задачи 2.1.1–2.1.141

При решении данной группы задач необходимо:

- провести структурный анализ механизма;
- для заданного положения начального звена (угол  $\varphi_1$ ) вычертить в выбранном масштабе  $\mu_l \left( \frac{\text{м}}{\text{мм}} \right)$  кинематическую схему механизма.
- построить планы скоростей и ускорений, определить величины линейных скоростей и ускорений всех точек механизма, угловые скорости и ускорения звеньев (на схеме механизма круговыми стрелками показать их направления).

*Примечание.* В некоторых задачах размеры звеньев не обеспечивают полный оборот входного звена. Поэтому кинематический анализ необходимо провести только для указанного положения механизма.

### 2.1.1.

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_3 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}.$

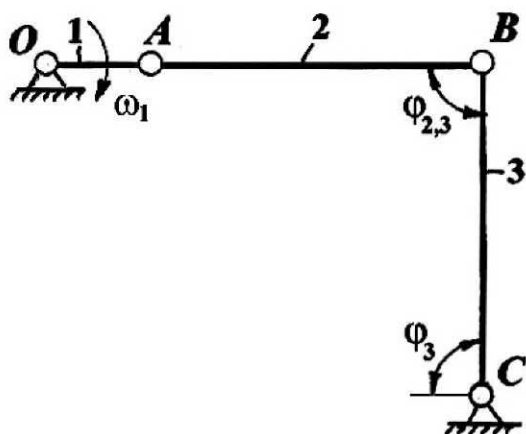


Рисунок 2.1.1

### 2.1.2.

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_3 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

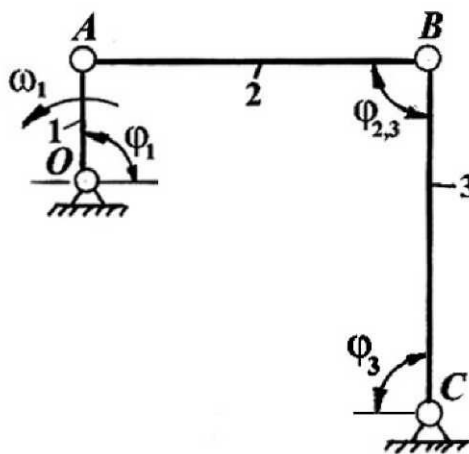


Рисунок 2.1.2

### 2.1.3.

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

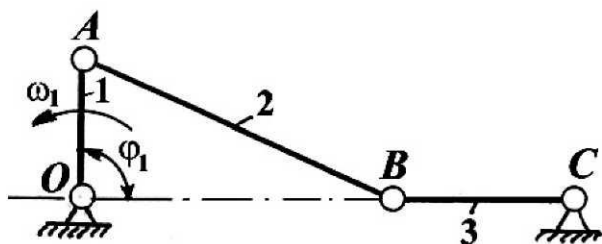


Рисунок 2.1.3

### 2.1.4.

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

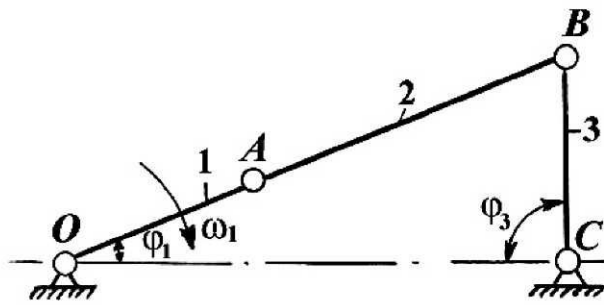


Рисунок 2.1.4

**2.1.5.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ; \angle \varphi_3 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

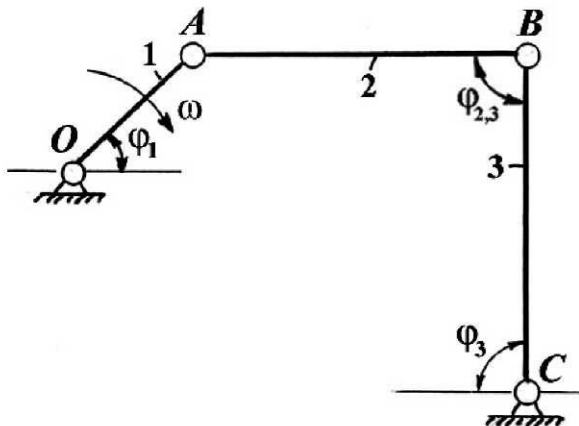


Рисунок 2.1.5

**2.1.6.**

$l_{OA} = l_{BC} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

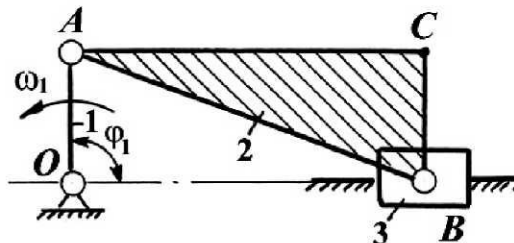


Рисунок 2.1.6

**2.1.7.**

$l_{OA} = 0,3 \text{ м}; l_{AB} = 0,8 \text{ м}; l_{BC} = 0,7 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_3 = 90^\circ; \angle \alpha = 30^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

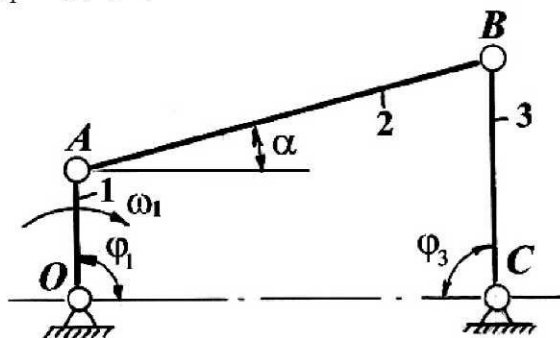


Рисунок 2.1.7

**2.1.8.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \alpha = 30^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

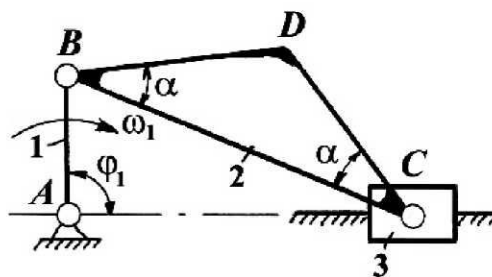


Рисунок 2.1.8

**2.1.9.**

$l_{OA} = l_{CD} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

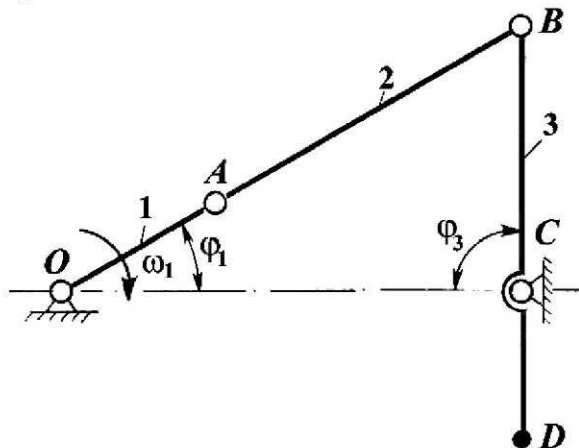


Рисунок 2.1.9

**2.1.10.**

$l_{OA} = l_{BD} = 0,04 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_3 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

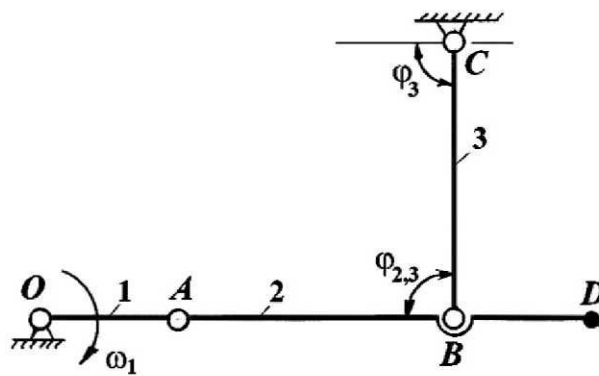


Рисунок 2.1.10

**2.1.11.**

$l_{AB} = l_{DE} = 0,05 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ;$   
 $\angle \varphi_3 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}.$

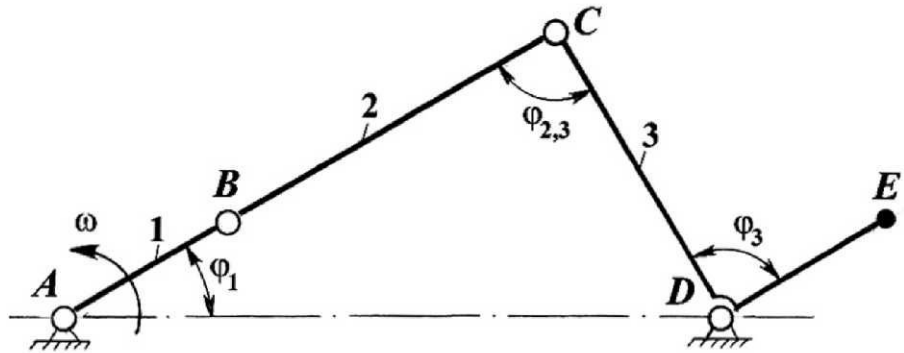


Рисунок 2.1.11

**2.1.12.**

$l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{CK} = \frac{1}{2} l_{BC}; l_{CM} = \frac{1}{3} l_{CD};$   
 $\angle \varphi_2 = \angle \varphi_3 = 45^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

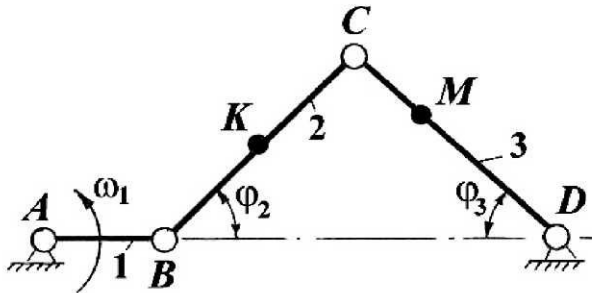


Рисунок 2.1.12

**2.1.13.**

$l_{OB} = l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{AC} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

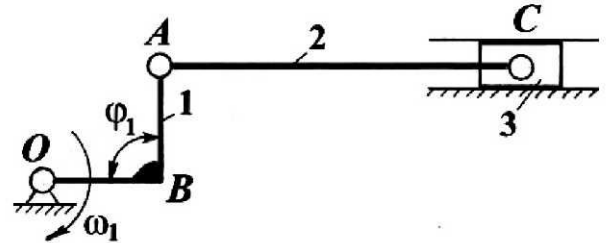


Рисунок 2.1.13

**2.1.14.**

$l_{OA} = l_{BM} = 0,04 \text{ м}; l_{OC} = 0,08 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,06 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_2 = \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

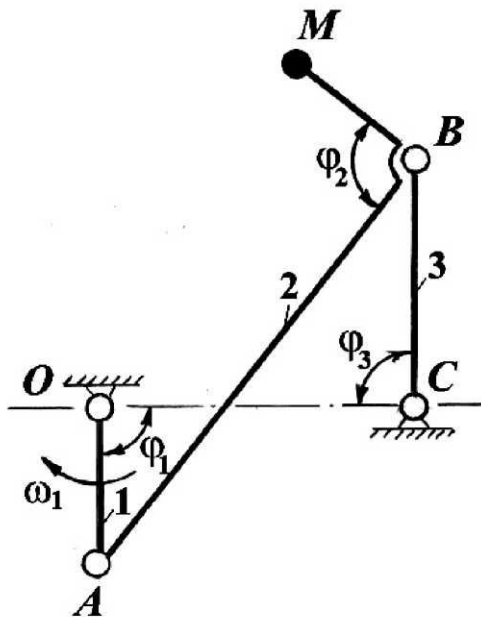


Рисунок 2.1.14

**2.1.15.**

$l_{OA} = l_{CD} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \varphi_{2,3} = \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\angle \beta = 30^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

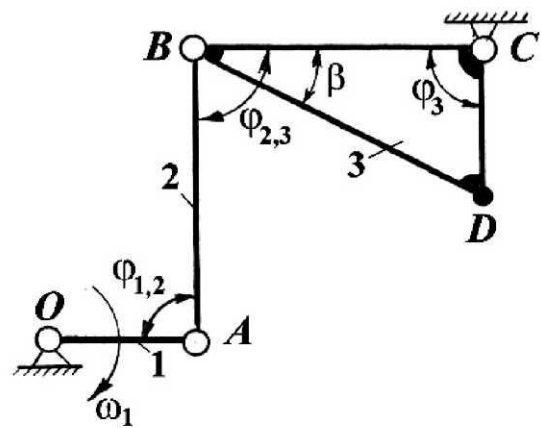


Рисунок 2.1.15

**2.1.16.**

$l_{AB} = l_{BM} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = 0,06 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $\angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

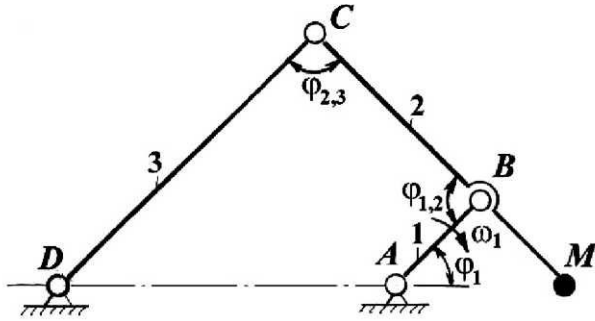


Рисунок 2.1.16

**2.1.17.**

$l_{OA} = l_{CK} = 0,25 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,5 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \varphi_{2,3} = \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

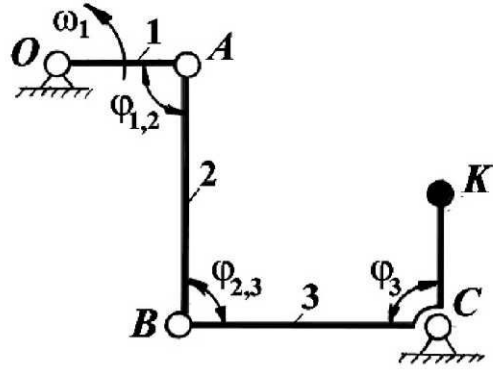


Рисунок 2.1.17

**2.1.18.**

$l_{AB} = l_{DM} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \beta = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

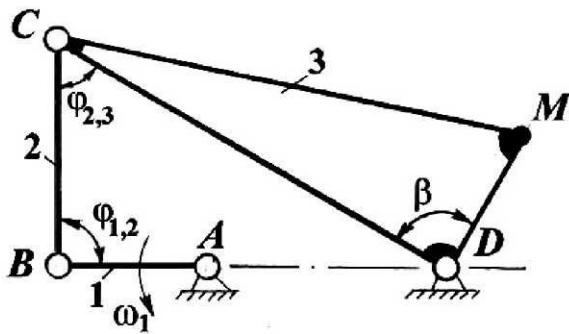


Рисунок 2.1.18

**2.1.19.**

$l_{OA} = 0,06 \text{ м}; l_{AB} = 0,25 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{CD} = \frac{1}{3} l_{AB};$

$\angle \varphi_1 = 0^\circ, 110^\circ, 270^\circ; \angle \varphi_2 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 70 \text{ с}^{-1}.$

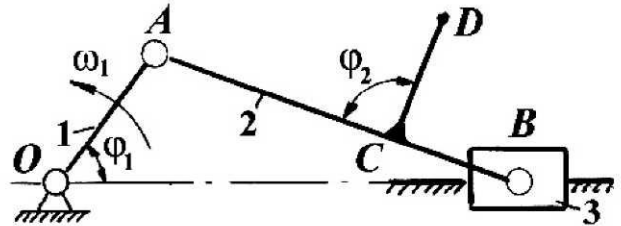


Рисунок 2.1.19

**2.1.20.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,4 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_e = 0,02 \text{ м}; \angle \varphi_1 = 30^\circ, 120^\circ, 180^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

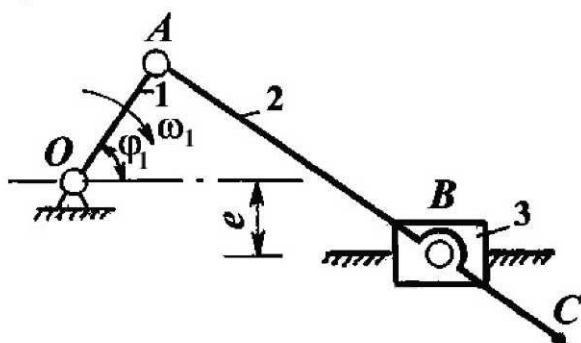


Рисунок 2.1.20

**2.1.21.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 140^\circ, 300^\circ;$   
 $\angle \varphi_2 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 75 \text{ с}^{-1}.$

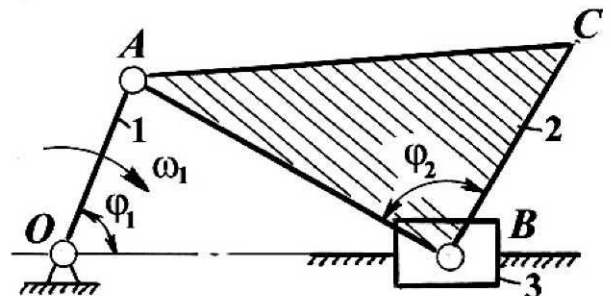


Рисунок 2.1.21



**2.1.22.**

$l_{OA} = 0,09 \text{ м}; l_{OB} = l_{AB} = 0,06 \text{ м};$

$l_{BC} = 0,28 \text{ м}; l_{BS_2} = \frac{1}{4} l_{BC};$

$\angle \varphi_1 = 20^\circ, 90^\circ, 180^\circ;$

$\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

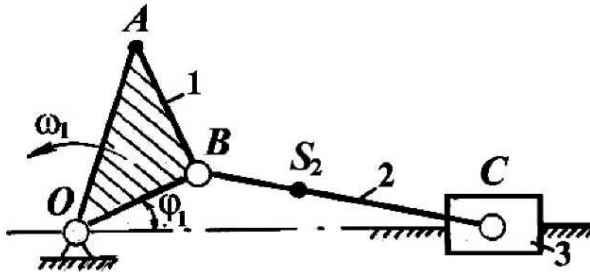


Рисунок 2.1.22

**2.1.23.**

$l_{OA} = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = 0,31 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м};$

$l_{CD} = 0,06 \text{ м};$

$\angle \varphi_1 = 0^\circ, 60^\circ, 270^\circ; \angle \varphi_2 = 90^\circ;$

$\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

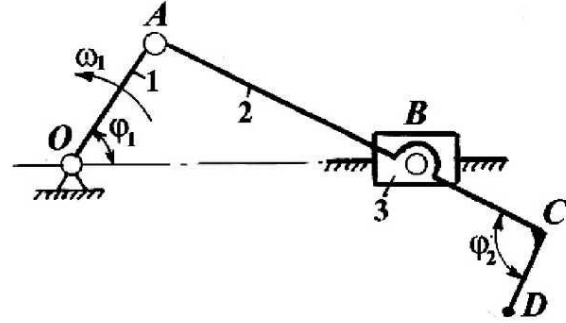


Рисунок 2.1.23

**2.1.24.**

$l_{OA} = 0,04 \text{ м}; l_{OB} = l_{AB} = 0,03 \text{ м};$

$l_{AC} = 0,23 \text{ м}; l_{AS_2} = \frac{1}{2} l_{AC};$

$\angle \varphi_1 = 60^\circ, 270^\circ, 340^\circ;$

$\omega_1 = 120 \text{ с}^{-1}.$

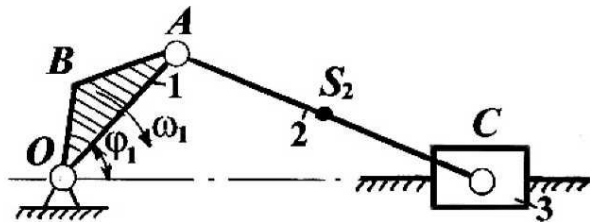


Рисунок 2.1.24

**2.1.25.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,28 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м};$

$l_{CD} = l_{BD} = 0,18 \text{ м}; l_{OC} = 0,3 \text{ м};$

$l_{AS} = \frac{1}{2} l_{AB};$

$\angle \varphi_1 = 0^\circ, 60^\circ, 220^\circ;$

$\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1}.$

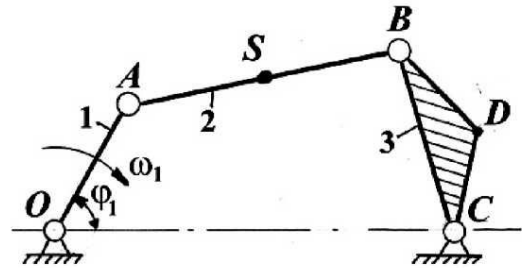


Рисунок 2.1.25

**2.1.26.**

$l_{OA} = 0,06 \text{ м}; l_{AB} = 0,18 \text{ м};$

$l_{AC} = 0,08 \text{ м}; l_e = 0,03 \text{ м};$

$\angle \varphi_1 = 45^\circ, 90^\circ, 120^\circ;$

$\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

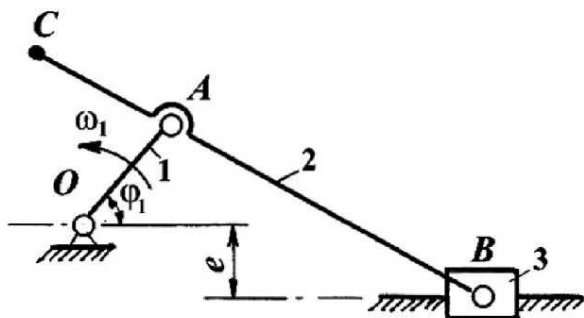


Рисунок 2.1.26

**2.1.27.**

$l_{OA} = 0,06 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,3 \text{ м};$

$l_{DE} = 0,1 \text{ м}; l_{CD} = \frac{1}{2} l_{BC};$

$l_{X_C} = 0,23 \text{ м}; l_{Y_C} = 0,28 \text{ м};$

$\angle \varphi_1 = 45^\circ, 90^\circ, 320^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ,$

$\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

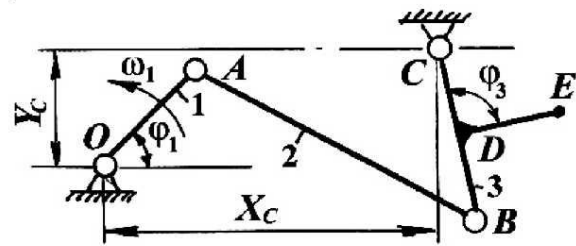


Рисунок 2.1.27

**2.1.28.**

$l_{OA} = 0,09 \text{ м}; l_{AB} = 0,28 \text{ м}; l_{AE} = 0,075 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 60^\circ, 140^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

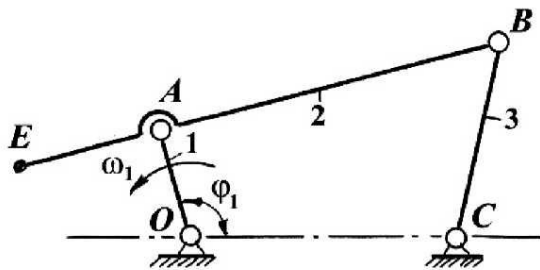


Рисунок 2.1.28

**2.1.29.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 4 \cdot l_{OA}; l_Y = l_{AB} - l_{OA};$   
 $l_{AC} = 1,5l_{OA}; l_{DC} = 0,5l_{OA};$   
 $\angle \varphi_1 = 120^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

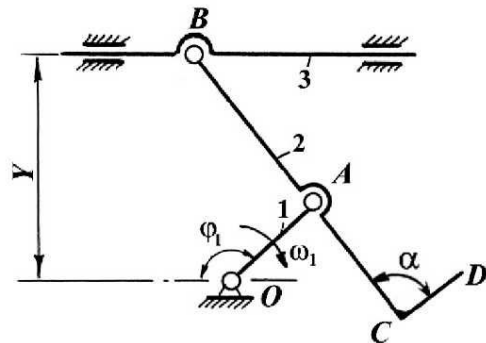


Рисунок 2.1.29

**2.1.30.**

$l_{O_1A} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BO_2} = 0,5 \text{ м};$   
 $l_{AD} = l_{DC} = 0,05 \text{ м}; l_{O_1O_2} = 0,55 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ; \angle \varphi_2 = 90^\circ,$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

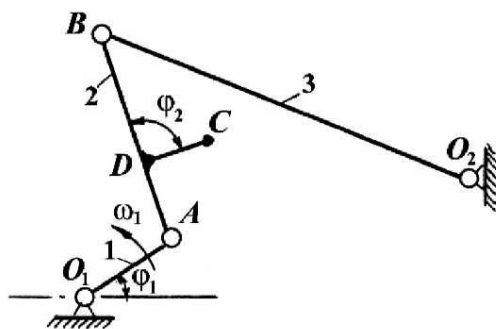


Рисунок 2.1.30

**2.1.31.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = 0,07 \text{ м};$   
 $l_{AB} = l_{AD} = 0,13 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ; \angle \varphi_2 = 120^\circ;$   
 $\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1}.$

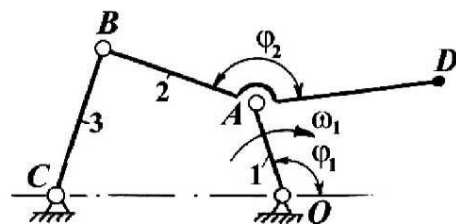


Рисунок 2.1.31

**2.1.32.**

$l_{O_1A} = 0,06 \text{ м}; l_{AB} = 0,24 \text{ м};$   
 $l_{BO_2} = 0,12 \text{ м}; l_{O_2D} = 0,06 \text{ м};$   
 $l_{DC} = 0,03 \text{ м}; l_{O_1O_2} = 0,072 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

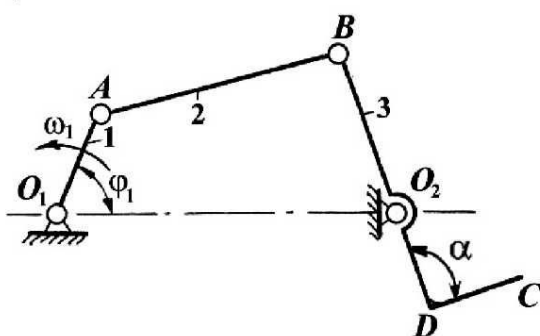


Рисунок 2.1.32

**2.1.33.**

$l_{OA} = 0,02 \text{ м}; l_{OC} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = 0,06 \text{ м};$   
 $l_{AB} = 0,06 \text{ м}; l_{BE} = 0,015 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

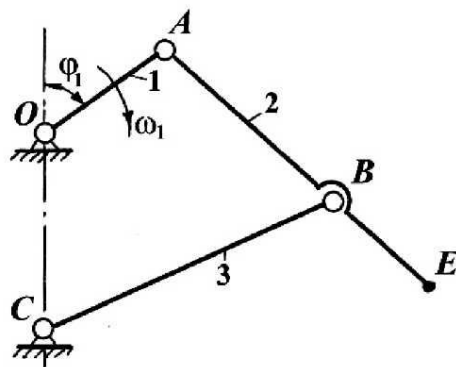


Рисунок 2.1.33

**2.1.34.**

$l_{OA} = l_{OC} = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = l_{CD} = 0,32 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 90^\circ, 110^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

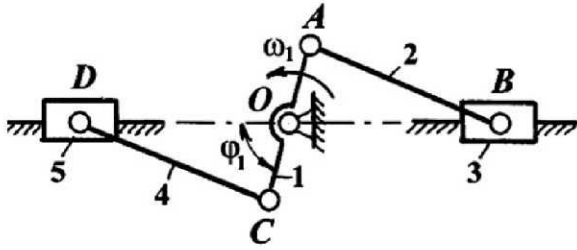


Рисунок 2.1.34

**2.1.35.**

$l_{OA} = 0,09 \text{ м}; l_{AB} = l_{BD} = 0,24 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,14 \text{ м}; l_{OC} = 0,22 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 45^\circ, 120^\circ; \angle \varphi_2 = 240^\circ;$   
 $\omega_1 = 45 \text{ с}^{-1}.$

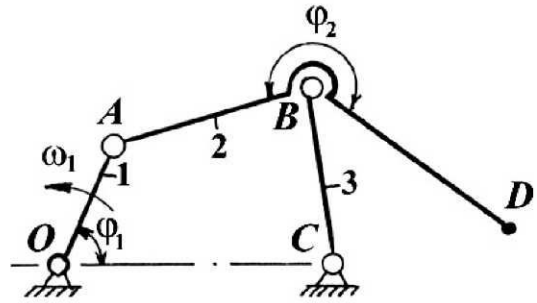


Рисунок 2.1.35

**2.1.36.**

$l_{OA} = l_{CM} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 120^\circ;$   
 $\angle \varphi_3 = 30^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

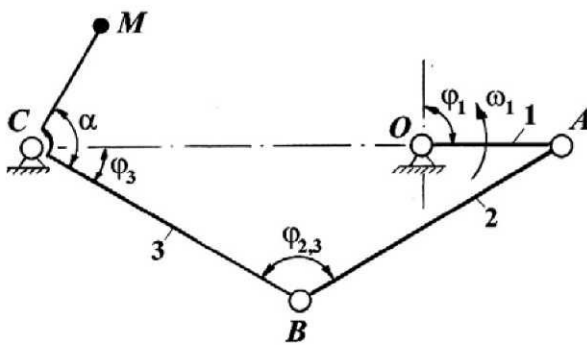


Рисунок 2.1.36

**2.1.37.**

$l_{AB} = l_{DE} = 0,08 \text{ м}; l_{CB} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{2,3} = 30^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

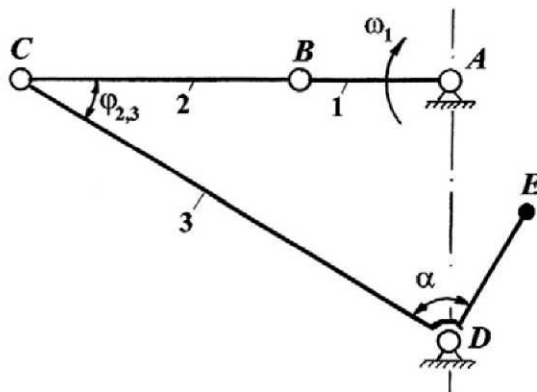


Рисунок 2.1.37

**2.1.38.**

$l_{AB} = l_{CK} = 0,06 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

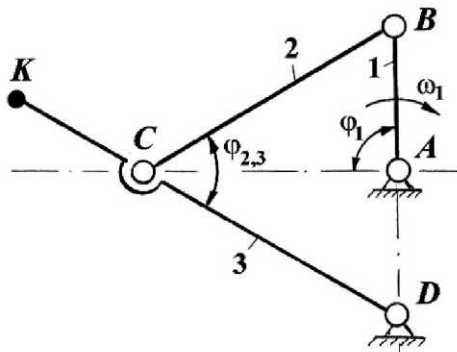


Рисунок 2.1.38

**2.1.39.**

$l_{AB} = l_{CM} = 0,06 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 30^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

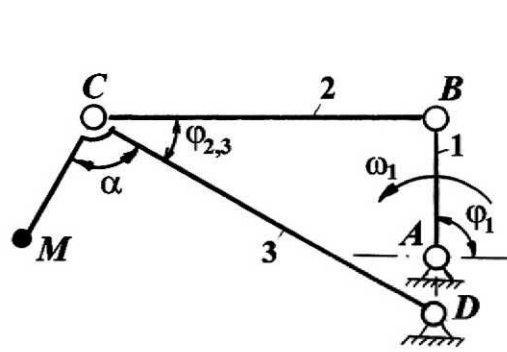


Рисунок 2.1.39

**2.1.40.**

$l_{AB} = l_{AD} = l_{BE} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

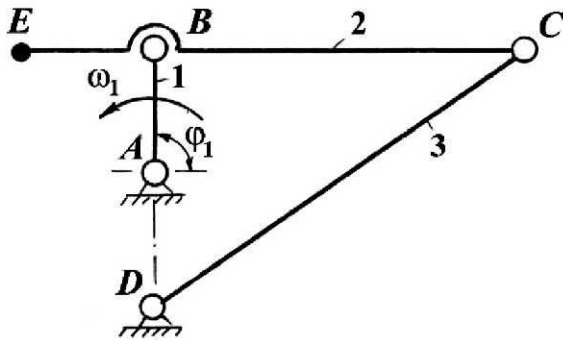


Рисунок 2.1.40

**2.1.41.**

$l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{DE} = 0,12 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,02 \text{ м};$   
 $\angle \alpha = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

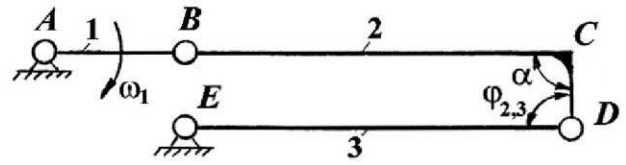


Рисунок 2.1.41

**2.1.42.**

$l_{AB} = 0,06 \text{ м}; l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $l_{CE} = l_{DE} = l_{EF} = \frac{1}{2} l_{CD};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 120^\circ;$   
 $\angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

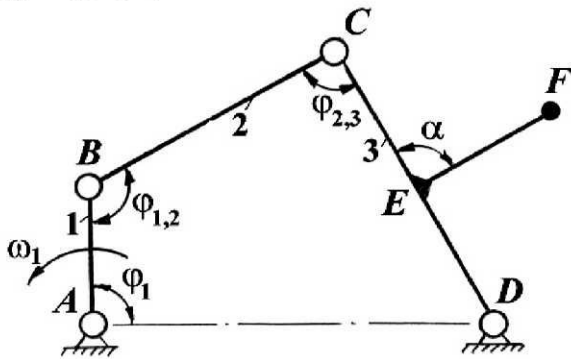


Рисунок 2.1.42

**2.1.43.**

$l_{AB} = l_{CD} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = l_{DE} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \beta = \angle \varphi_3 = 30^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

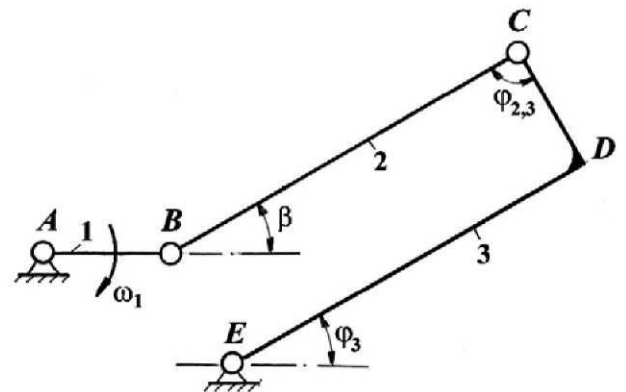


Рисунок 2.1.43

**2.1.44.**

$l_{AB} = l_{BM} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = 0,14 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 30^\circ; \angle \beta = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

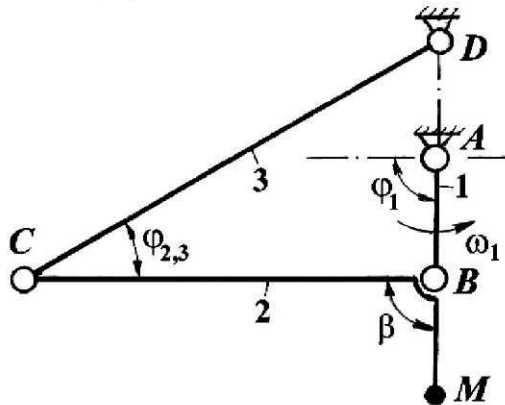


Рисунок 2.1.44

**2.1.45.**

$l_{AB} = l_{CK} = 0,08 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,18 \text{ м}; \angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 30^\circ;$   
 $\angle \varphi_{2,3} = \angle \varphi_3 = 90^\circ; \omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

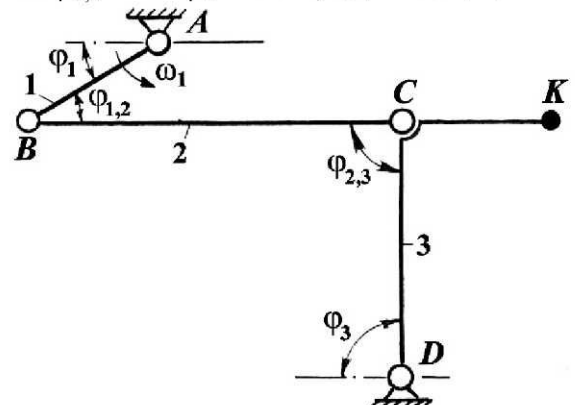


Рисунок 2.1.45

**2.1.46.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,3 \text{ м}; l_{CD} = l_{DF};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_3 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 45^\circ;$   
 $\omega_1 = 200 \text{ с}^{-1}.$

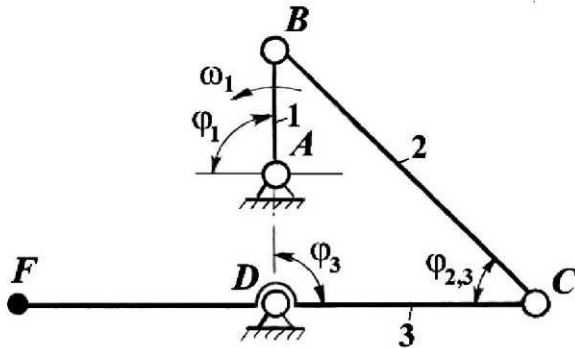


Рисунок 2.1.46

**2.1.47.**

$l_{AB} = l_{BE} = 0,07 \text{ м}; l_{DE} = l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 120 \text{ с}^{-1}.$

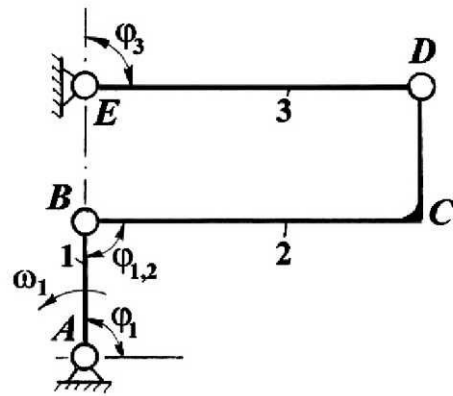


Рисунок 2.1.47

**2.1.48.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{DE} = l_{BC} = l_{CD} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $\angle \varphi_{2,3} = \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

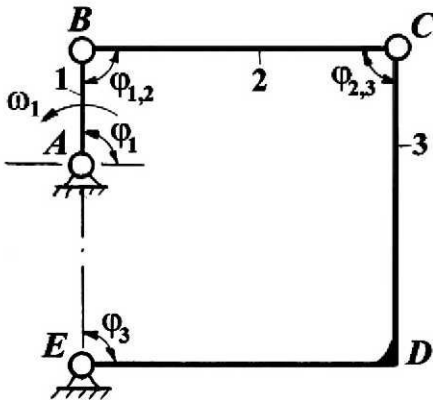


Рисунок 2.1.48

**2.1.49.**

$l_{AB} = l_{EM} = l_{CB} = l_{CD} = 0,03 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_2 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

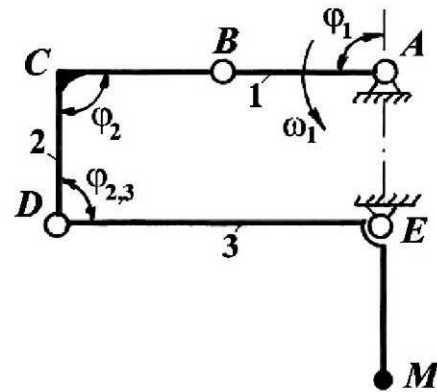


Рисунок 2.1.49

**2.1.50.**

$l_{AM} = l_{OA} = 0,025 \text{ м}; l_{AB} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

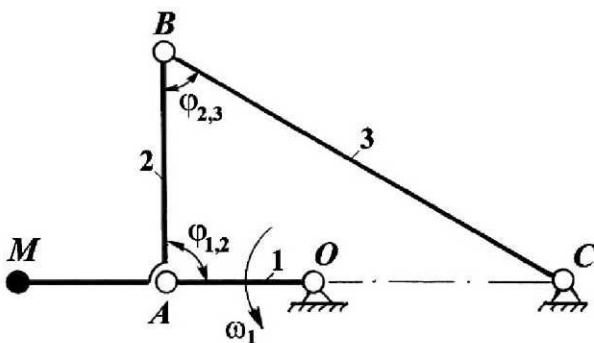


Рисунок 2.1.50

**2.1.51.**

$l_{AB} = l_{CD} = 0,06 \text{ м}; l_{DE} = l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

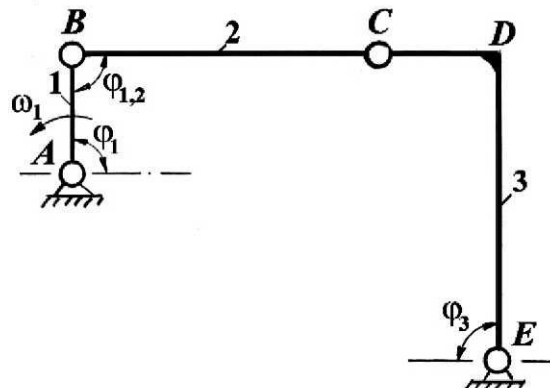


Рисунок 2.1.51

**2.1.52.**

$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{DE} = l_{BC} = 0,14 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,14 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

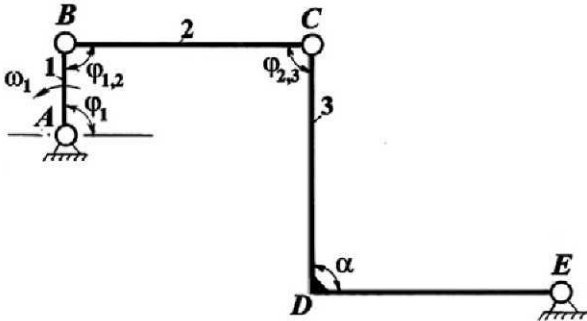


Рисунок 2.1.52

**2.1.53.**

$l_{AB} = l_{EK} = 0,08 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{CE} = \frac{1}{2} l_{CD};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ; \angle \varphi_3 = \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

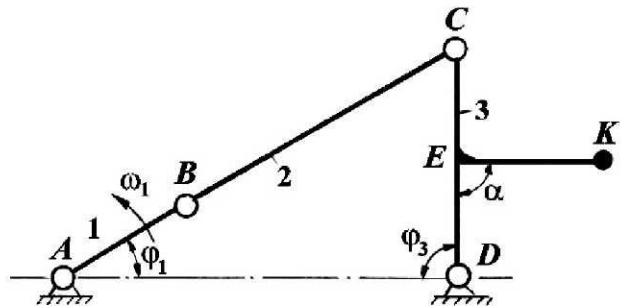


Рисунок 2.1.53

**2.1.54.**

$l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{EF} = 0,08 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{DE} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \beta = \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

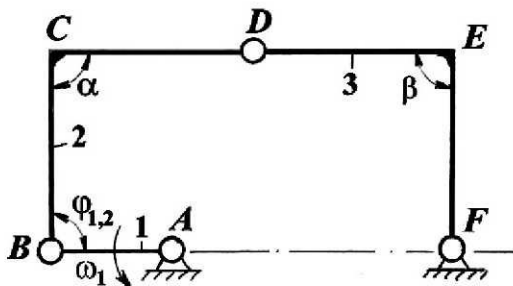


Рисунок 2.1.54

**2.1.55.**

$l_{AB} = l_{CD} = l_{EM} = 0,06 \text{ м}; l_{DB} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \alpha = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 45^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

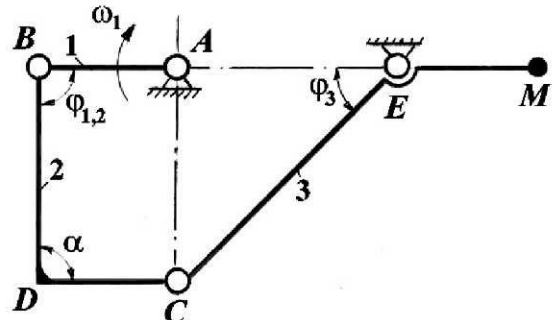


Рисунок 2.1.55

**2.1.56.**

$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = l_{DE} = 0,03 \text{ м};$   
 $l_{AF} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \beta = \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\angle \varphi_3 = 45^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

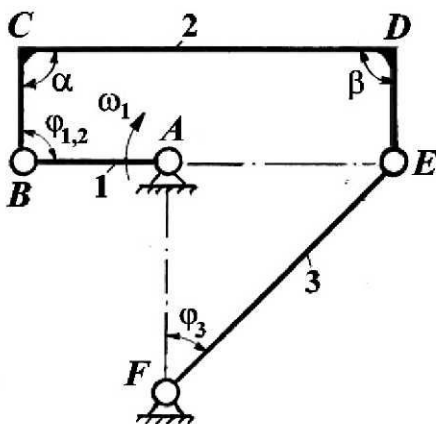


Рисунок 2.1.56

**2.1.57.**

$l_{O_1A} = l_{BD} = 0,07 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \alpha = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 45^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

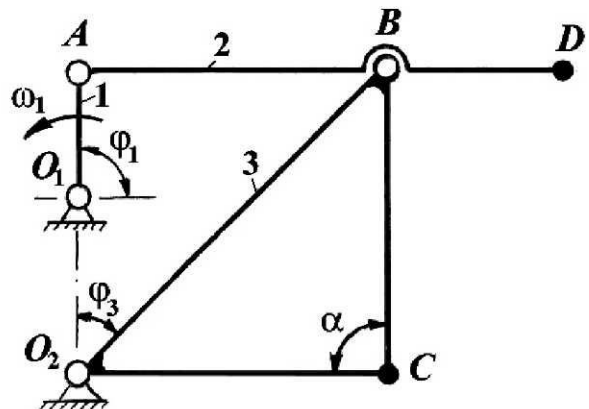


Рисунок 2.1.57

**2.1.58.**

$l_{AB} = l_{EK} = 0,09$  м;  $l_{DC} = l_{DE} = 0,15$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ$ ;  $\angle \varphi_3 = 45^\circ$ ;  $\angle \alpha = 90^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 100$  с<sup>-1</sup>.

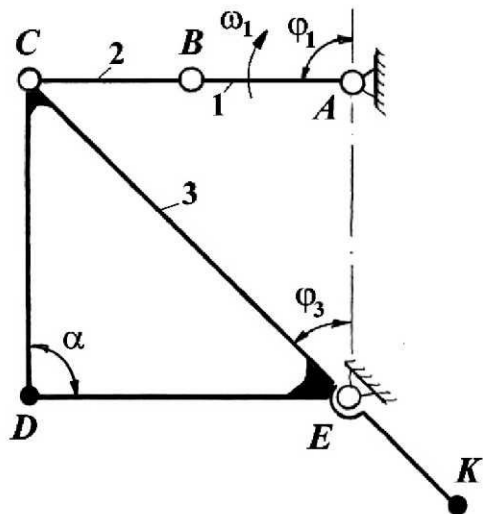


Рисунок 2.1.58

**2.1.59.**

$l_{AB} = l_{DE} = 0,08$  м;  
 $l_{BC} = l_{CD} = l_{BF} = 0,08$  м;  
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 30$  с<sup>-1</sup>.

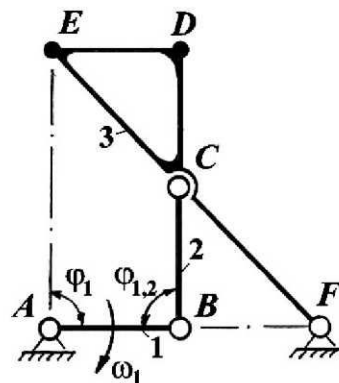


Рисунок 2.1.59

**2.1.60.**

$l_{AB} = 0,05$  м;  $l_{BC} = 0,10$  м;  $l_{CE} = 0,04$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ$ ;  $\angle \varphi_3 = 60^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 45$  с<sup>-1</sup>.

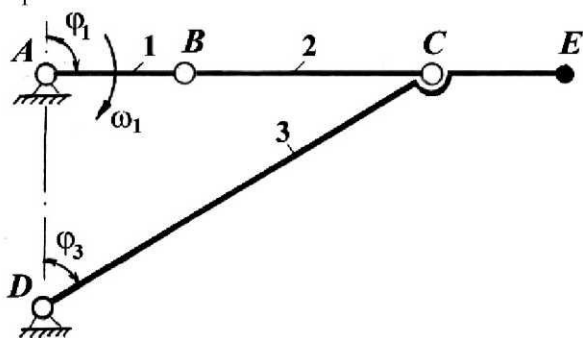


Рисунок 2.1.60

**2.1.61.**

$l_{AB} = l_{DE} = 0,1$  м;  $l_{CD} = 0,25$  м;  
 $\angle \varphi_{1,2} = 45^\circ$ ;  $\angle \varphi_{2,3} = 45^\circ$ ;  $\angle \alpha = 90^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 120$  с<sup>-1</sup>.

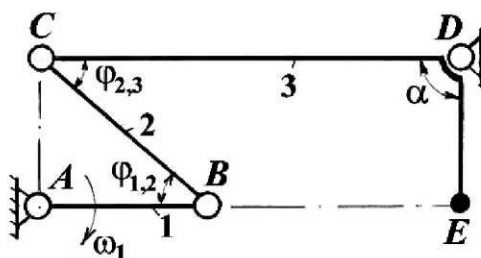


Рисунок 2.1.61

**2.1.62.**

$l_{AB} = l_{DE} = 0,06$  м;  $l_{EF} = l_{CD} = 0,14$  м;  
 $\angle \varphi_{1,2} = 45^\circ$ ;  $\angle \varphi_{2,3} = 45^\circ$ ;  $\angle \varphi_3 = 90^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 200$  с<sup>-1</sup>.

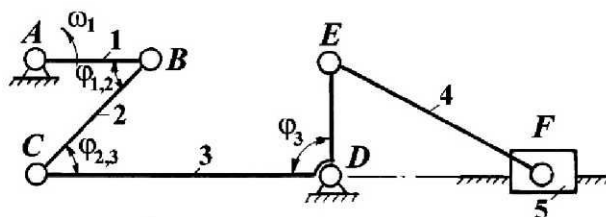


Рисунок 2.1.62

**2.1.63.**

$l_{AB} = l_{DE} = 0,1$  м;  $l_{EF} = l_{BC} = 0,2$  м;  
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ$ ;  $\angle \alpha = 90^\circ$ ;  $\angle \varphi_3 = 60^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 150$  с<sup>-1</sup>.

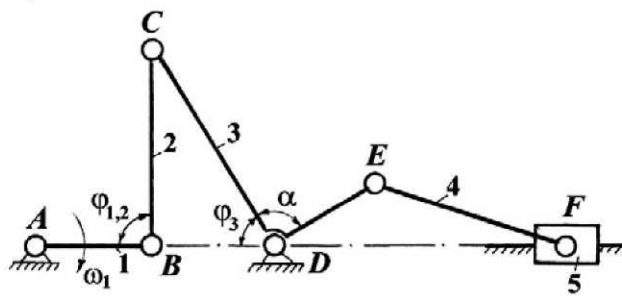


Рисунок 2.1.63

**2.1.64.**

$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{DE} = l_{BC} = 0,08 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{EF} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

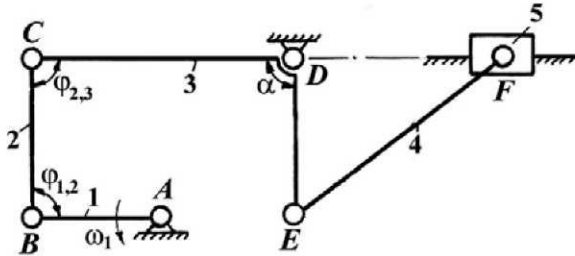


Рисунок 2.1.64

**2.1.65.**

$l_{AB} = l_{CE} = 0,08 \text{ м}; l_{CD} = l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{EF} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

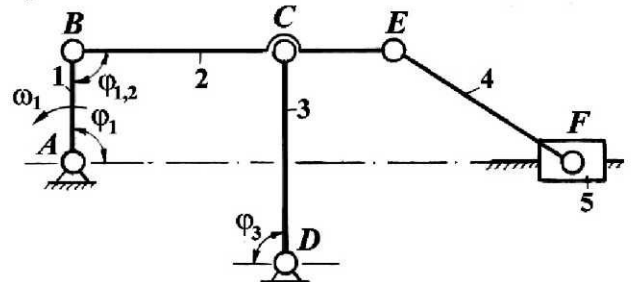


Рисунок 2.1.65

**2.1.66.**

$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = 0,1 \text{ м}; l_{CE} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

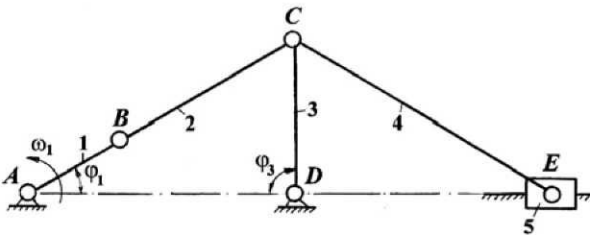


Рисунок 2.1.66

**2.1.67.**

$l_{AB} = 0,12 \text{ м}; l_{BC} = l_{EF} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 30^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

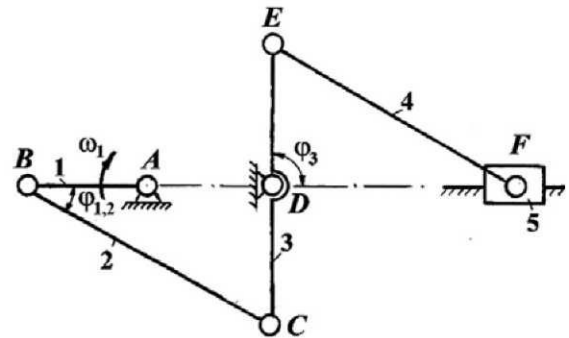


Рисунок 2.1.67

**2.1.68.**

$l_{OA} = l_{BC} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{CD} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 120 \text{ с}^{-1}.$

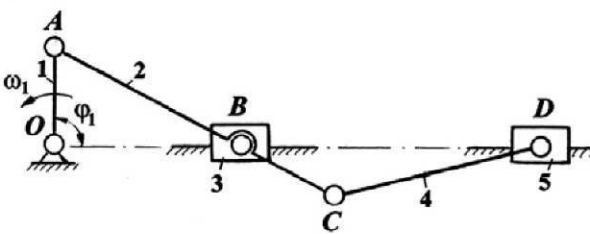


Рисунок 2.1.68

**2.1.69.**

$l_{AB} = 0,6 \text{ м}; l_{BC} = 0,1 \text{ м}; l_{CD} = l_{CE} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

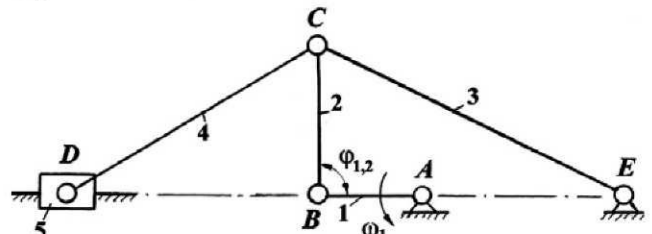


Рисунок 2.1.69



**2.1.70.**

$l_{AB} = l_{CE} = 0,08 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 1,2 \text{ м};$   
 $l_{EF} = 1,8 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

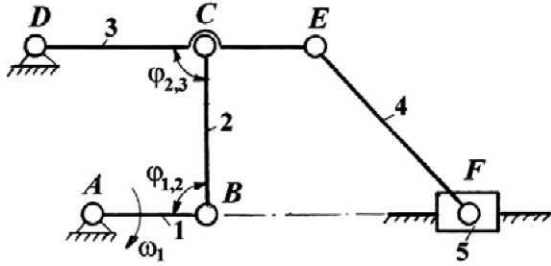


Рисунок 2.1.70

**2.1.71.**

$l_{AB} = l_{CE} = 0,12 \text{ м}; l_{BC} = l_{EF} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{AD} = 0,22 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_3 = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 120 \text{ с}^{-1}.$

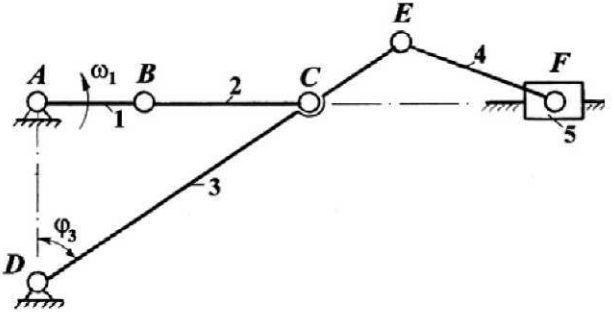


Рисунок 2.1.71

**2.1.72.**

$l_{AB} = l_{BC} = 0,1 \text{ м}; l_{BD} = 0,3 \text{ м};$   
 $l_{CM} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 30^\circ;$   
 $\omega_1 = 200 \text{ с}^{-1}.$

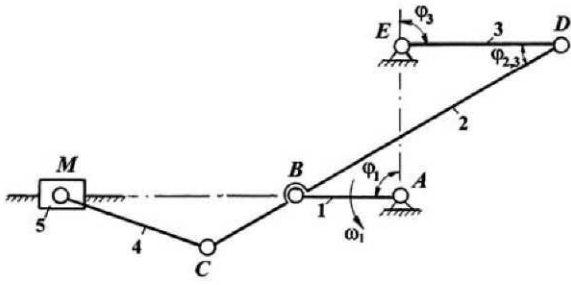


Рисунок 2.1.72

**2.1.73.**

$l_{AB} = l_{BE} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,22 \text{ м};$   
 $l_{EM} = 0,22 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_2 = 45^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

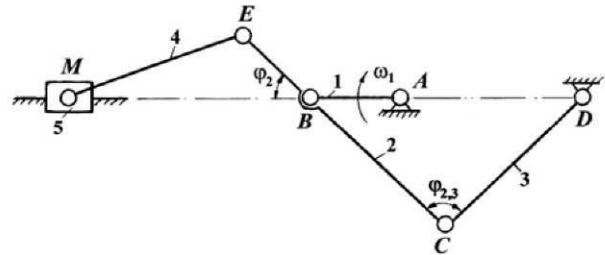


Рисунок 2.1.73

**2.1.74.**

$l_{AB} = l_{CD} = 0,05 \text{ м}; l_a = 0,05 \text{ м};$   
 $l_{AE} = l_{DF} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

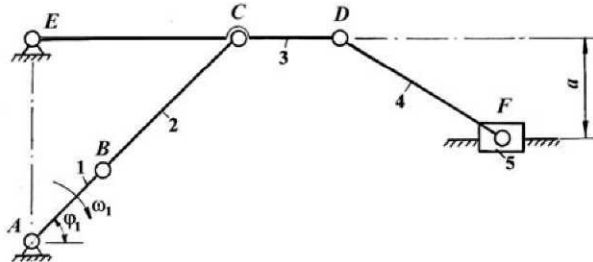


Рисунок 2.1.74

**2.1.75.**

$l_{AB} = l_{BC} = l_{BE} = 0,08 \text{ м}; l_{EF} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

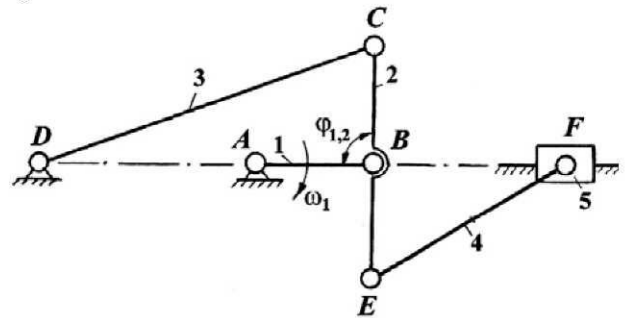


Рисунок 2.1.75

**2.1.76.**

$l_{OA} = l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{AD} = l_{BC} = 0,25 \text{ м};$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

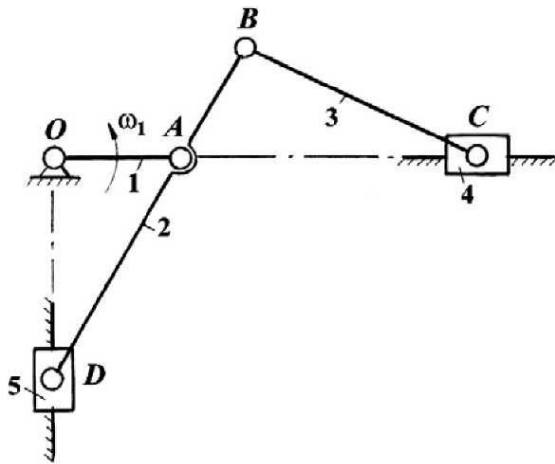


Рисунок 2.1.76

**2.1.78.**

$l_{AB} = l_{CD} = l_{DE} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{4,5} = 90^\circ; \angle \alpha = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 250 \text{ с}^{-1}.$

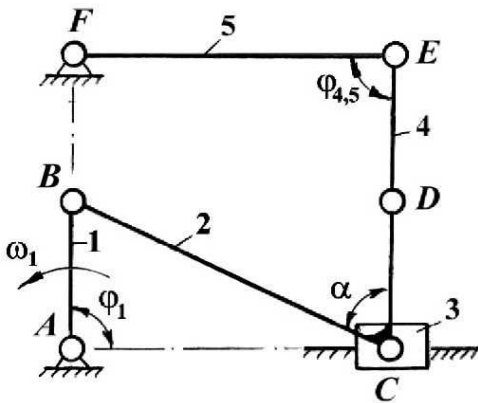


Рисунок 2.1.78

**2.1.80.**

$l_{AB} = l_{DC} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = l_{CE} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 200 \text{ с}^{-1}.$

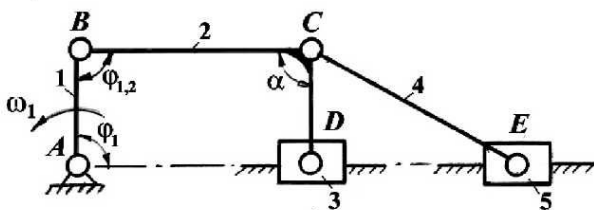


Рисунок 2.1.80

**2.1.77.**

$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{DE} = l_{EF} = 0,14 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{BD};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,4} = 60^\circ; \angle \varphi_{1,2} = \angle \varphi_{4,5} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

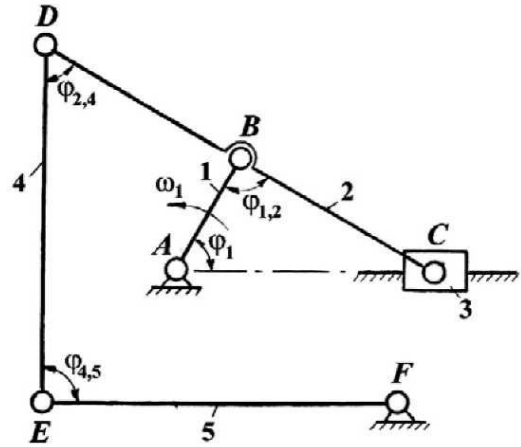


Рисунок 2.1.77

**2.1.79.**

$l_{AB} = \frac{1}{2} l_{AF} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,22 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{4,5} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 200 \text{ с}^{-1}.$

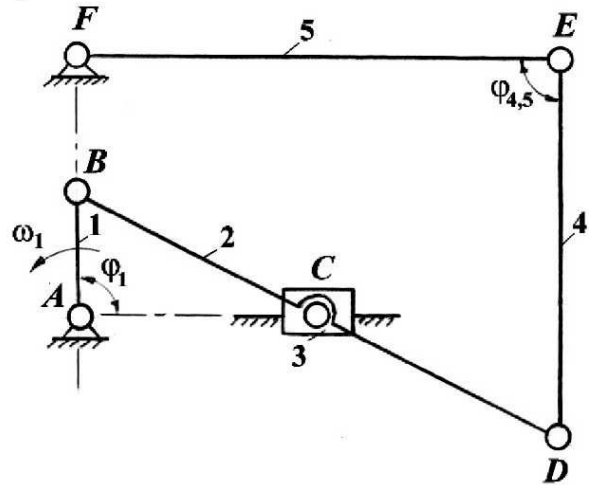


Рисунок 2.1.79

**2.1.81.**

$l_{AB} = l_{BC} = l_{DE} = 0,1 \text{ м}; l_{CD} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \alpha = \beta = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

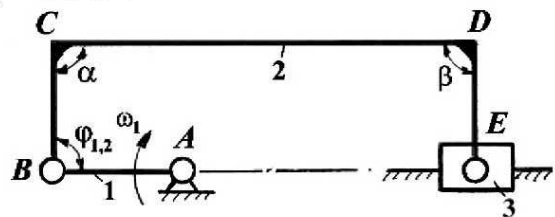


Рисунок 2.1.81

**2.1.82.**

$l_{AB} = l_{CD} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = l_{DE} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,4} = 90^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

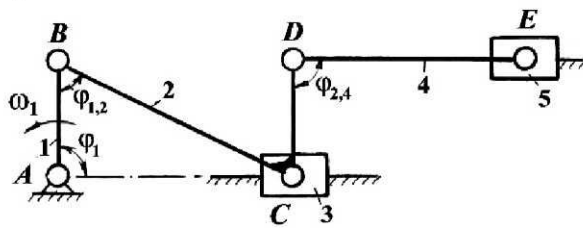


Рисунок 2.1.82

**2.1.83.**

$l_{AB} = l_{BD} = 0,07 \text{ м}; l_{BC} = l_{DE} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{2,4} = \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

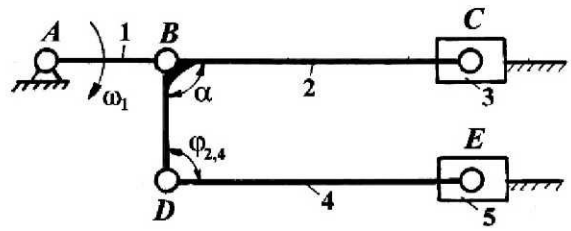


Рисунок 2.1.83

**2.1.84.**

$l_{AB} = l_{BC} = l_{BE} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{EF} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

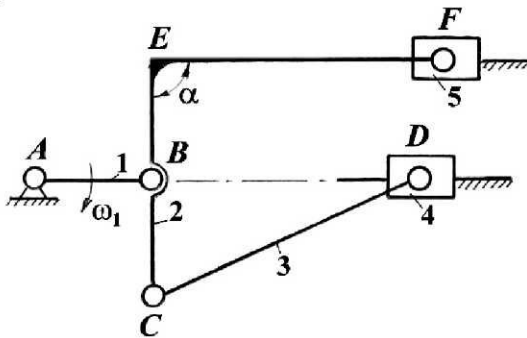


Рисунок 2.1.84

**2.1.85.**

$l_{AB} = l_{BC} = l_{BE} = 0,2 \text{ м}; l_{CD} = l_{EF} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{2,4} = \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

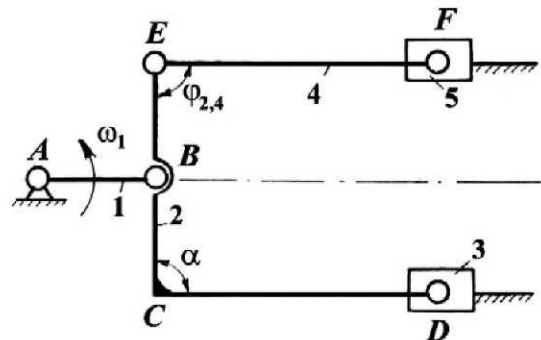


Рисунок 2.1.85

**2.1.86.**

$l_{AB} = l_{BC} = l_{DE} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \alpha = \angle \beta = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}.$

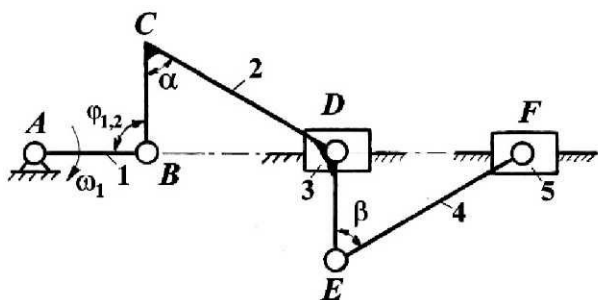


Рисунок 2.1.86

**2.1.87.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = l_{CE} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 45^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

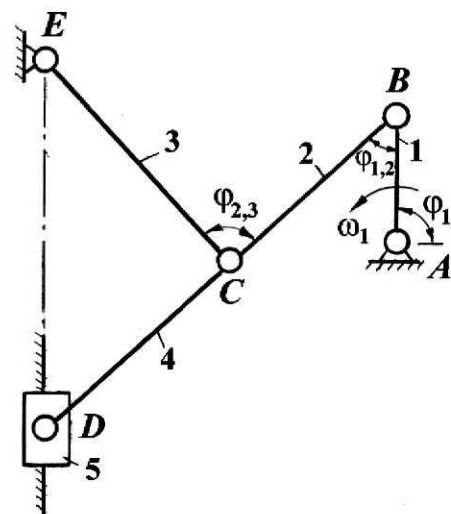


Рисунок 2.1.87

**2.1.88.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,45 \text{ м};$   
 $l_{CM} = l_{BM} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

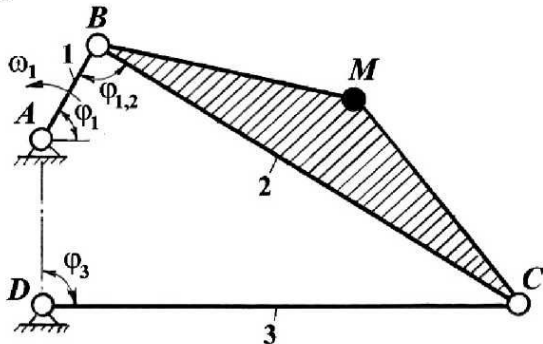


Рисунок 2.1.88

**2.1.89.**

$l_{AB} = l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м}; l_{ED} = l_{CF} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 150 \text{ с}^{-1}.$

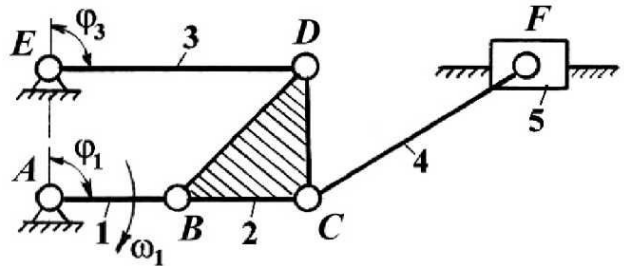


Рисунок 2.1.89

**2.1.90.**

$l_{AB} = l_{DE} = 0,06 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{CD} = l_{EF} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 200 \text{ с}^{-1}.$

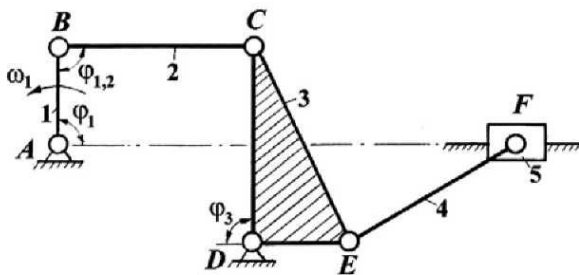


Рисунок 2.1.90

**2.1.91.**

$l_{AB} = l_{CE} = l_{ED} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{FF} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{2,3} = \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 140 \text{ с}^{-1}.$

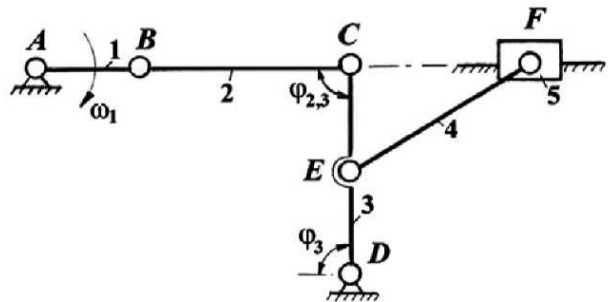


Рисунок 2.1.91

**2.1.92.**

$l_{AB} = l_{CD} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{BD} = l_{DE} = l_{CF} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_3 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

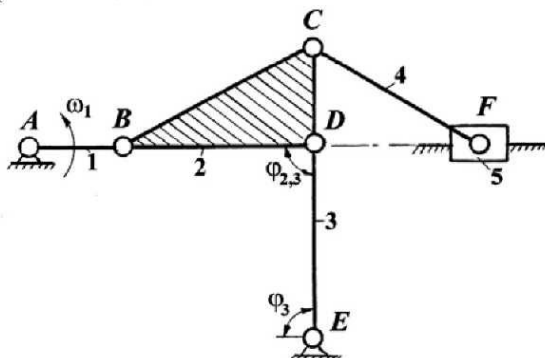


Рисунок 2.1.92

**2.1.93.**

$l_{OA} = l_{AC} = 0,05 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_a = 0,02 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ; \angle \varphi_2 = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

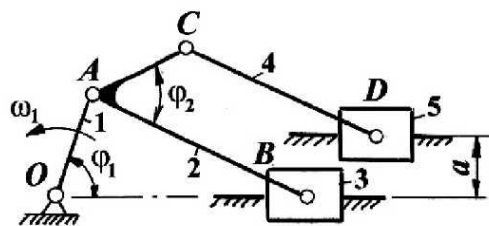


Рисунок 2.1.93

**2.1.94.**

$l_{OA} = 0,08$  м;  $l_{AC} = 0,15$  м;  
 $l_{AB} = l_{DE} = 0,35$  м;  $l_{CD} = l_a = 0,025$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 45^\circ, 150^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 90$  с<sup>-1</sup>.

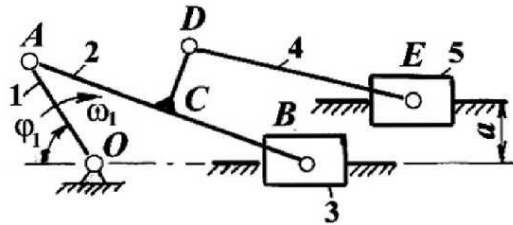


Рисунок 2.1.94

**2.1.95.**

$l_{OA} = 0,04$  м;  $l_{AB} = 0,2$  м;  $l_{AC} = 0,01$  м;  
 $l_{CD} = 0,25$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ ;  $\angle \varphi_2 = 90^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 20$  с<sup>-1</sup>.

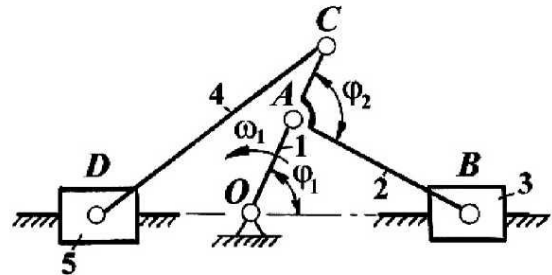


Рисунок 2.1.95

**2.1.96.**

$l_{OA} = 0,07$  м;  $l_{AB} = l_{CD} = 0,22$  м;  
 $l_{AC} = 0,08$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 60$  с<sup>-1</sup>.

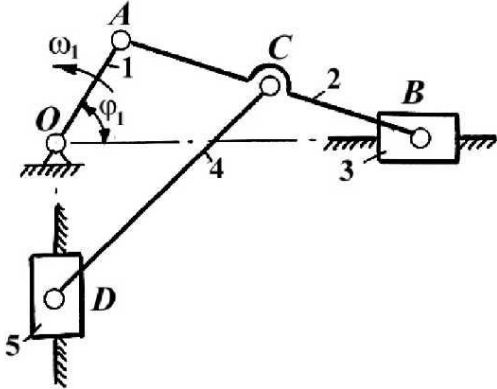


Рисунок 2.1.96

**2.1.97.**

$l_{OA} = l_{AC} = 0,06$  м;  $l_{AB} = l_{CD} = 0,25$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ, 90^\circ, 200^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 40$  с<sup>-1</sup>.

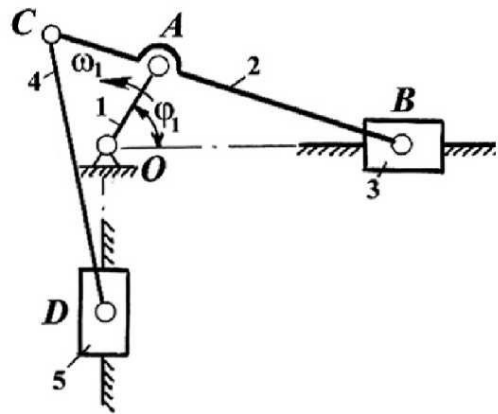


Рисунок 2.1.97

**2.1.98.**

$l_{OA} = 0,08$  м;  $l_{AB} = l_{BC} = l_a = 0,32$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 50$  с<sup>-1</sup>.

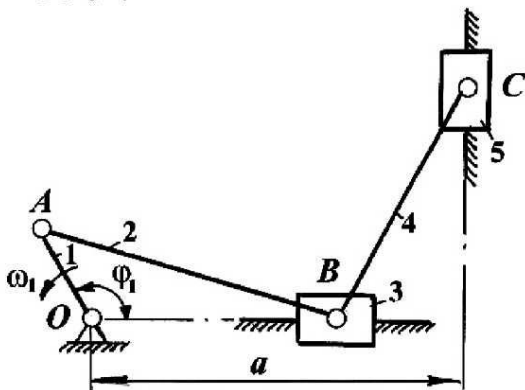


Рисунок 2.1.98

**2.1.99.**

$l_{OA} = 0,2$  м;  $l_{AB} = 0,48$  м;  $l_{OC} = 0,35$  м;  
 $l_{DE} = 0,8$  м;  $l_{BC} = 2 l_{CD} = 0,18$  м;  
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 30^\circ, 120^\circ$ ;  
 $\omega_1 = 30$  с<sup>-1</sup>.

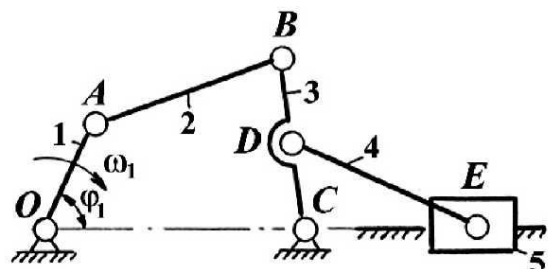


Рисунок 2.1.99

**2.1.100.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = 0,18 \text{ м};$   
 $l_{BM} = \frac{1}{2} l_{BD}; l_{OC} = 0,2 \text{ м}; l_{BD} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ, 90^\circ, 150^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

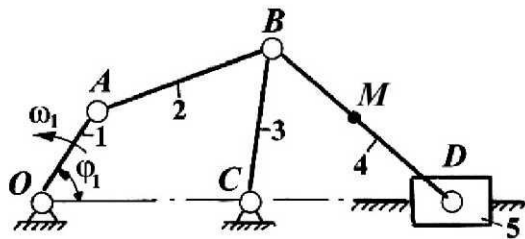


Рисунок 2.1.100

**2.1.101.**

$l_{OA} = 0,2 \text{ м}; l_{AB} = l_{OC} = 0,55 \text{ м};$   
 $l_{CB} = \frac{1}{2} l_{CD} = 0,3 \text{ м}; l_{DE} = 0,75 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 180^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

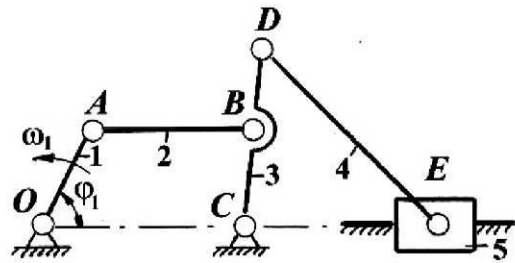


Рисунок 2.1.101

**2.1.102.**

$l_{O_1A} = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = 0,21 \text{ м};$   
 $l_{O_2B} = 0,12 \text{ м}; l_{O_2C} = 0,06 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,18 \text{ м}; l_{O_1O_2} = 0,19 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 120^\circ, 180^\circ;$   
 $\omega_1 = 15 \text{ с}^{-1}.$

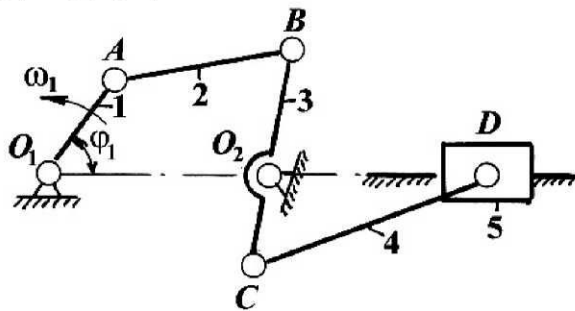


Рисунок 2.1.102

**2.1.103.**

$l_{OA} = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = 0,3 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{BD} = 0,33 \text{ м}; l_{X_C} = 0,32 \text{ м};$   
 $l_{Y_C} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 30^\circ, 120^\circ;$   
 $\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1}.$

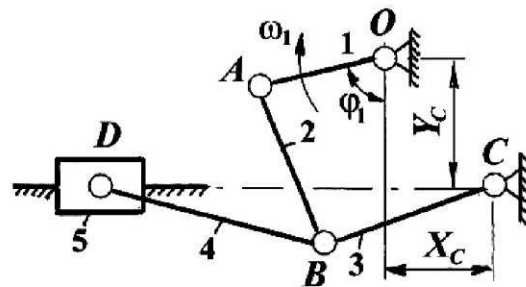


Рисунок 2.1.103

**2.1.104.**

$l_{OA} = l_{OB} = 0,05 \text{ м}; l_{AC} = l_{BD} = 0,25 \text{ м};$   
 $l_e = 0,015 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ;$   
 $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

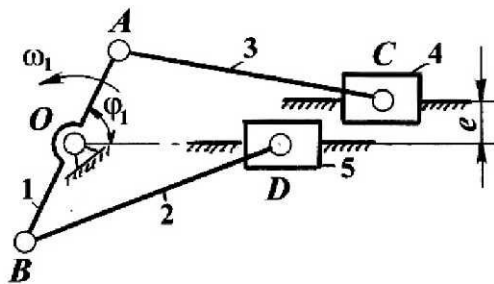


Рисунок 2.1.104

**2.1.105.**

$l_{OA} = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = l_{AC} = 0,38 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 270^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

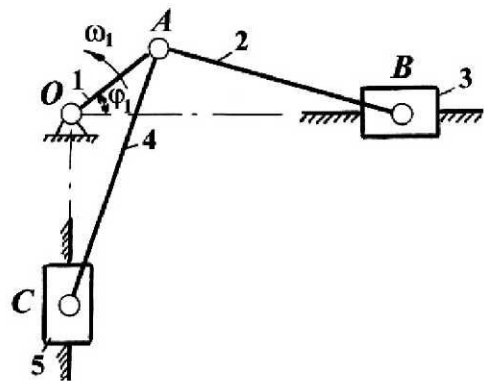


Рисунок 2.1.105

**2.1.106.**

$l_{OA} = 0,045 \text{ м}; l_{BC} = 0,065 \text{ м};$   
 $l_{AB} = l_{BD} = 0,21 \text{ м}; l_{X_C} = 0,21 \text{ м};$   
 $l_{Y_C} = 0,055 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 200^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

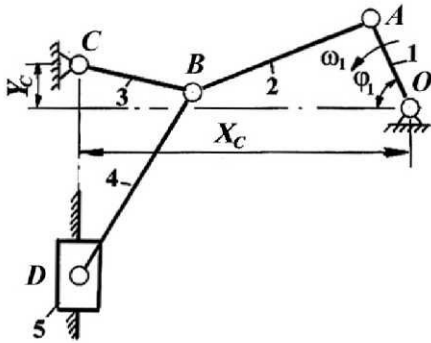


Рисунок 2.1.106

**2.1.107.**

$l_{OA} = 0,25 \text{ м}; l_{AB} = 0,75 \text{ м}; l_{DB} = 0,3 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,2 \text{ м}; l_{CE} = 0,4 \text{ м}; l_e = 0,1 \text{ м};$   
 $l_Y = 0,1 \text{ м}; l_X = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 120^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

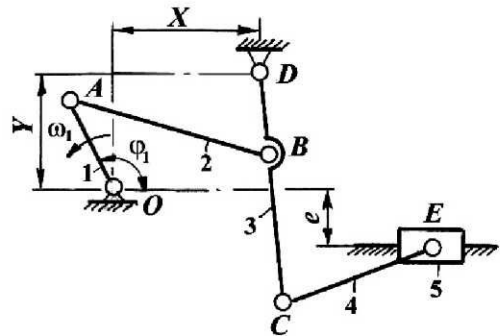


Рисунок 2.1.107

**2.1.108.**

$l_{AB} = 0,15 \text{ м}; l_{BC} = 0,4 \text{ м}; l_{EF} = 0,45 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{CE} = 0,25 \text{ м}; l_Y = 0,4 \text{ м}; l_X = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ, 150^\circ, 200^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

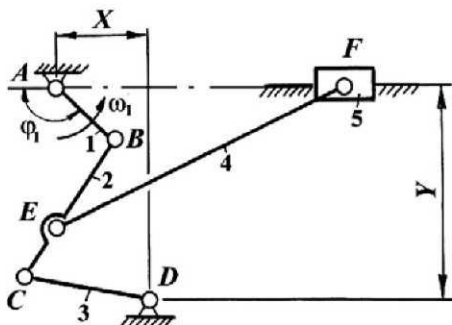


Рисунок 2.1.108

**2.1.109.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,25 \text{ м}; l_{CD} = 0,274 \text{ м};$   
 $l_{ED} = 0,15 \text{ м}; l_{EF} = 0,4 \text{ м}; l_Y = 0,174 \text{ м};$   
 $l_X = 0,24 \text{ м}; \angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 150^\circ;$   
 $\omega_1 = 95 \text{ с}^{-1}.$

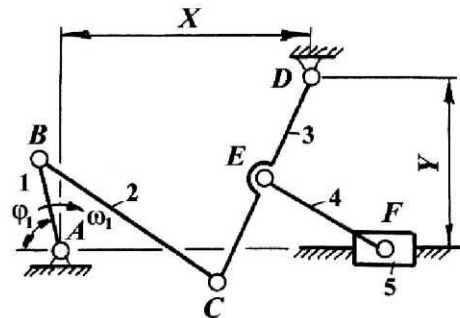


Рисунок 2.1.109

**2.1.110.**

$l_{OA} = 0,12 \text{ м}; l_{AC} = 0,45 \text{ м}; l_a = 0,15 \text{ м};$   
 $l_b = 0,45 \text{ м}; l_c = 0,14 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{DE} = 0,18 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ;$   
 $\omega_1 = 85 \text{ с}^{-1}.$

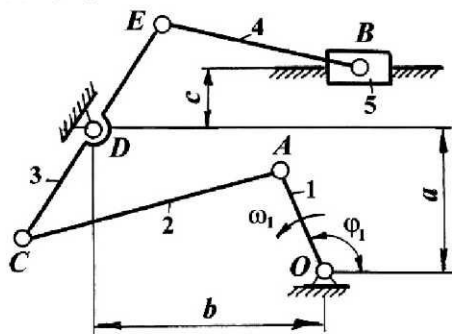


Рисунок 2.1.110

**2.1.111.**

$l_{OA} = 0,15 \text{ м}; l_{AD} = 0,45 \text{ м}; l_{ED} = 0,45 \text{ м};$   
 $l_{DC} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м}; l_a = 0,25 \text{ м};$   
 $l_b = 0,3 \text{ м}; l_c = 0,45 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ, 90^\circ, 150^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

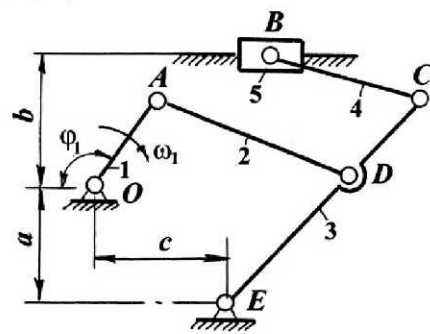


Рисунок 2.1.111

**2.1.112.**

$l_{OA} = l_{CD} = 0,06 \text{ м}; l_{AC} = 0,25 \text{ м};$   
 $l_{O_1C} = 0,1 \text{ м}; l_{DB} = 0,15 \text{ м}; l_a = 0,24 \text{ м};$   
 $l_b = 0,14 \text{ м}; l_c = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

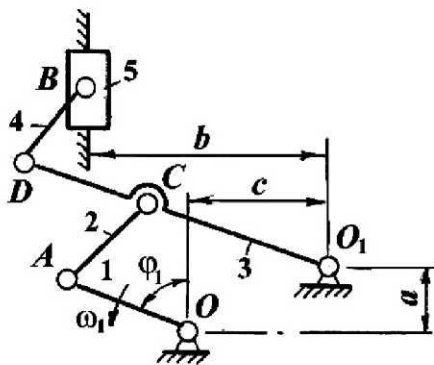


Рисунок 2.1.112

**2.1.113.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,4 \text{ м};$   
 $l_{DE} = l_{CD} = l_{CE} = 0,2 \text{ м}; l_{EF} = 0,35 \text{ м};$   
 $l_a = 0,16 \text{ м}; l_b = 0,24 \text{ м}; l_c = 0,33 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 240^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

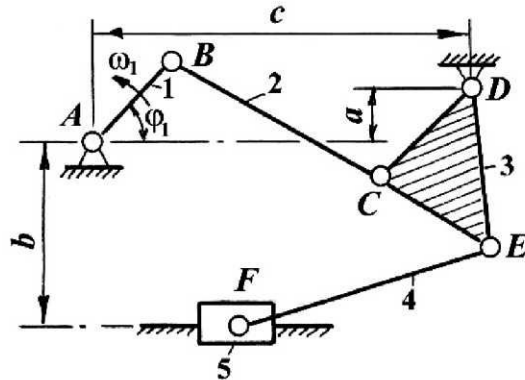


Рисунок 2.1.113

**2.1.114.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{OB} = 0,12 \text{ м}; l_{BC} = 0,21 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 120^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

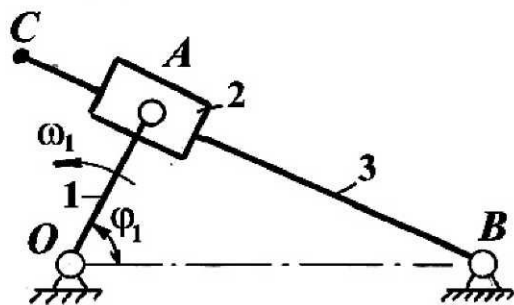


Рисунок 2.1.114

**2.1.115.**

$l_{OA} = 0,04 \text{ м}; l_{OB} = 0,12 \text{ м}; l_{AS_2} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 20^\circ, 90^\circ, 340^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

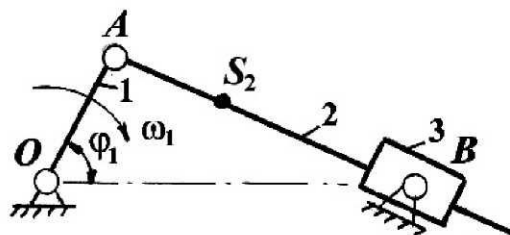


Рисунок 2.1.115

**2.1.116.**

$l_{OA} = l_{CT} = 0,12 \text{ м}; l_{AC} = 0,32 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,3 \text{ м}; l_{TB} = 0,37 \text{ м}; l_a = 0,13 \text{ м};$   
 $l_b = 0,25 \text{ м}; l_c = 0,42 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 120^\circ;$   
 $\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1}.$

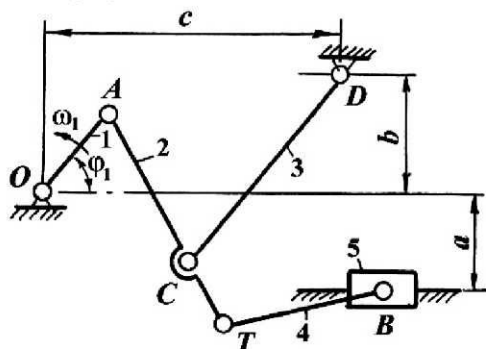


Рисунок 2.1.116

**2.1.117.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AC} = 0,45 \text{ м}; l_{CT} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,3 \text{ м}; l_{BT} = l_a = 0,25 \text{ м};$   
 $l_b = 0,4 \text{ м}; l_c = 0,5 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ, 90^\circ, 180^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

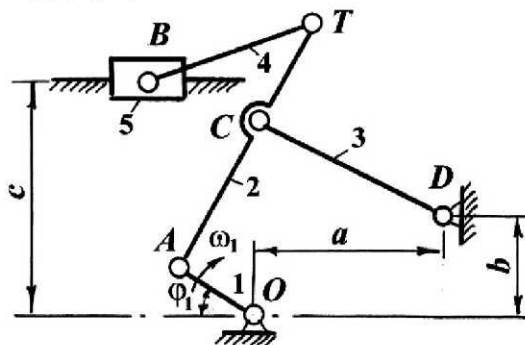


Рисунок 2.1.117



**2.1.118.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,32 \text{ м}; l_{BC} = 0,3 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,42 \text{ м}; l_{DE} = 0,11 \text{ м}; l_a = 0,16 \text{ м};$   
 $l_b = 0,29 \text{ м}; l_c = 0,41 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 60^\circ, 140^\circ;$   
 $\omega_1 = 90 \text{ с}^{-1}.$

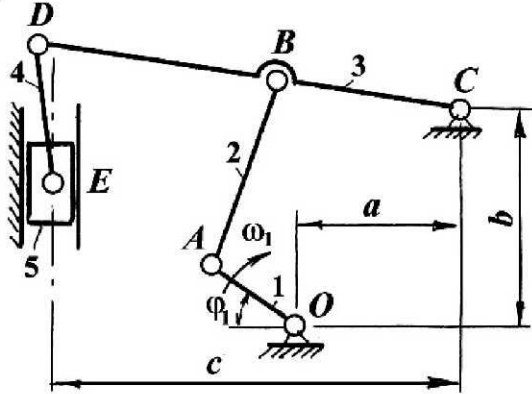


Рисунок 2.1.118

**2.1.120.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_a = 0,09 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

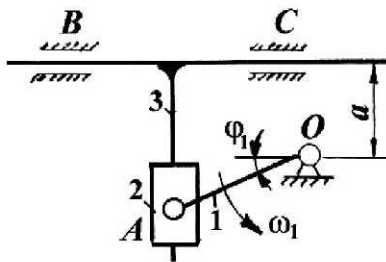


Рисунок 2.1.120

**2.1.122.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м}; l_{BD} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{OC} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 15 \text{ с}^{-1}.$

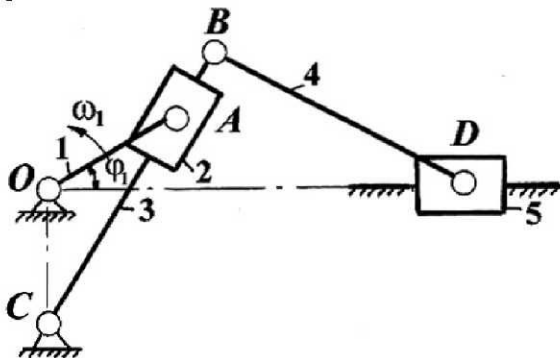


Рисунок 2.1.122

**2.1.119.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BD} = 0,08 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,04 \text{ м}; l_{CE} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 45^\circ, 120^\circ; \angle \alpha = 30^\circ;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$



Рисунок 2.1.119

**2.1.121.**

$l_{OA} = 0,04 \text{ м}; l_{OD} = 0,03 \text{ м}; l_{DB} = 0,05 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

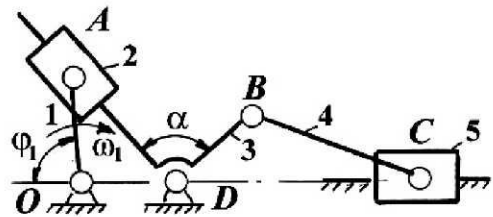


Рисунок 2.1.121

**2.1.123.**

$l_{OA} = 0,12 \text{ м}; l_{OB} = 0,3 \text{ м}; l_{BC} = 0,5 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,2 \text{ м}; l_h = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 110^\circ, 150^\circ;$   
 $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}.$

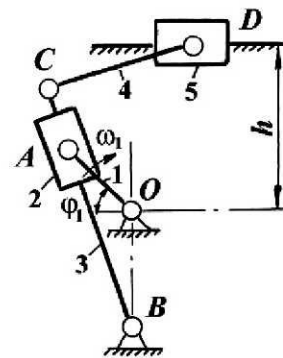


Рисунок 2.1.123

**2.1.124.**

$l_{OA} = 0,03 \text{ м}; l_{OB} = 0,075 \text{ м}; l_{AC} = 0,12 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,06 \text{ м}; l_{DE} = 0,04 \text{ м}; l_a = 0,01 \text{ м};$   
 $l_b = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ, 120^\circ, 210^\circ;$   
 $\omega_1 = 70 \text{ с}^{-1}.$

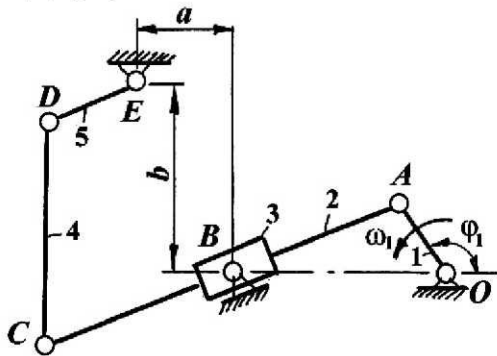


Рисунок 2.1.124

**2.1.125.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = 0,15 \text{ м}; l_{DB} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_a = 0,09 \text{ м}; l_b = 0,13 \text{ м}; l_c = 0,22 \text{ м};$   
 $\varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 150^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

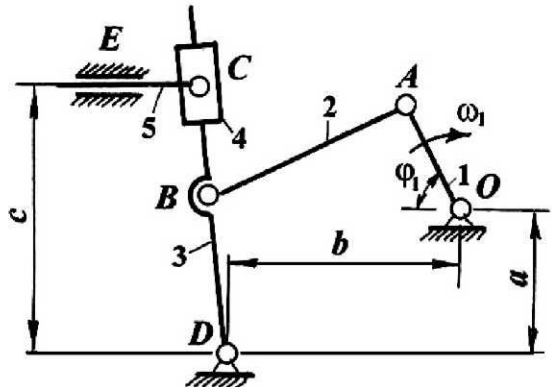


Рисунок 2.1.125

**2.1.126.**

$l_{OA} = 0,08 \text{ м}; l_{OB} = 0,2 \text{ м}; l_{AC} = 0,14 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,22 \text{ м}; l_a = 0,07 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ; \omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

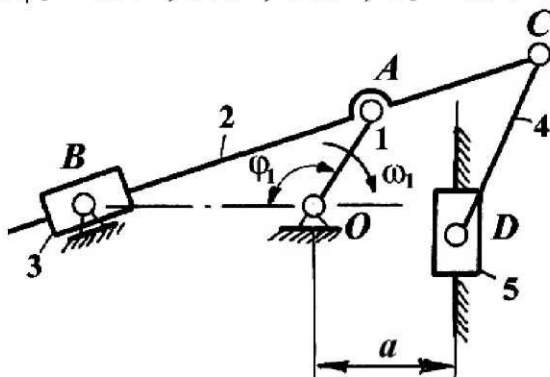


Рисунок 2.1.126

**2.1.127.**

$l_{OA} = 0,02 \text{ м}; l_{AB} = 0,26 \text{ м}; l_{OC} = 1,2 l_{AB};$   
 $l_{BC} = 0,026 \text{ м}; l_{CE} = l_{DE} = 0,03 \text{ м};$   
 $\angle \alpha = 90^\circ; \angle \varphi_1 = 0^\circ, 60^\circ, 120^\circ;$   
 $\omega_1 = 70 \text{ с}^{-1}.$

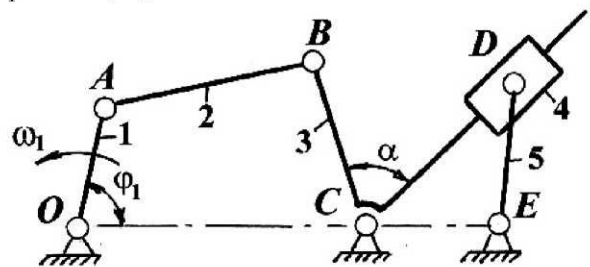


Рисунок 2.1.127

**2.1.128.**

$l_{OA} = 0,12 \text{ м}; l_{DB} = 0,18 \text{ м}; l_{BC} = 0,5 \text{ м};$   
 $l_a = 0,2 \text{ м}; l_b = 0,04 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ;$   
 $\omega_1 = 15 \text{ с}^{-1}.$

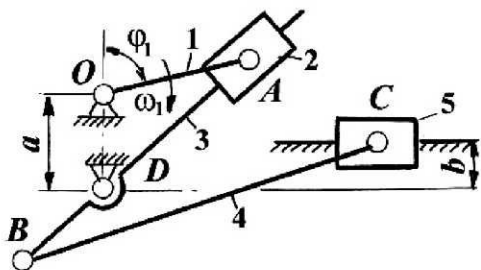


Рисунок 2.1.128

**2.1.129.**

$l_{OA} = 0,18 \text{ м}; l_{AC} = 0,7 \text{ м}; l_a = 0,21 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 120^\circ, 180^\circ, 270^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

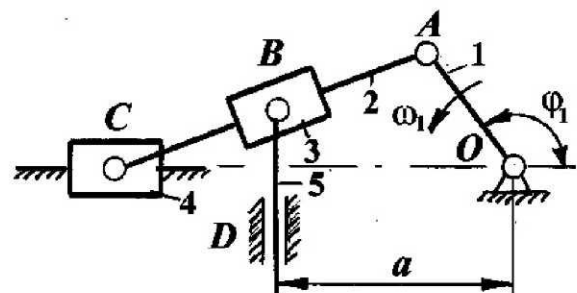


Рисунок 2.1.129

**2.1.130.**

$l_{OA} = l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = 0,35 \text{ м};$   
 $l_a = 0,3 \text{ м}; l_b = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ;$   
 $\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1}.$

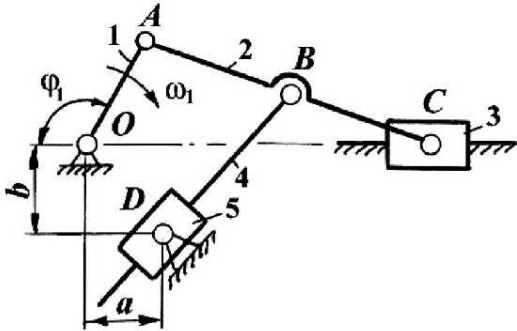


Рисунок 2.1.130

**2.1.131.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{OB} = 0,28 \text{ м}; l_{AC} = l_a = 0,47 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ, 90^\circ, 150^\circ;$   
 $\omega_1 = 75 \text{ с}^{-1}.$

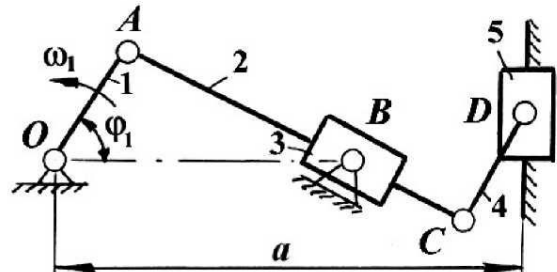


Рисунок 2.1.131

**2.1.132.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{OD} = 0,2 \text{ м}; l_{DB} = 0,12 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,08 \text{ м}; l_a = 0,13 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ, 90^\circ, 230^\circ;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

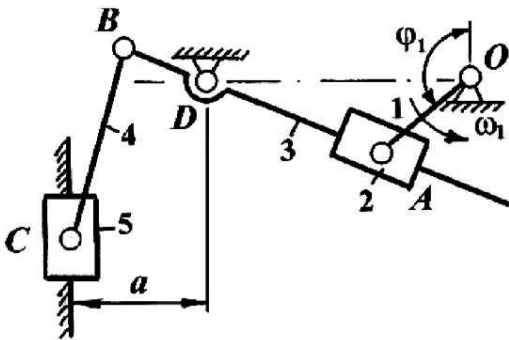


Рисунок 2.1.132

**2.1.133.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{AC} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{DE} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{3,4} = 90^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

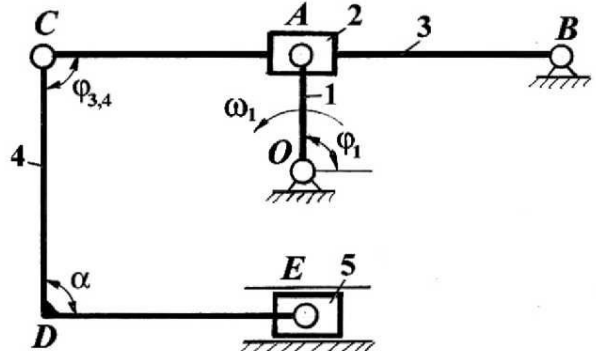


Рисунок 2.1.133

**2.1.134.**

$l_{AB} = 0,06 \text{ м}; l_{BC} = l_{BE} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{EF} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\angle \varphi_3 = \angle \varphi_5 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

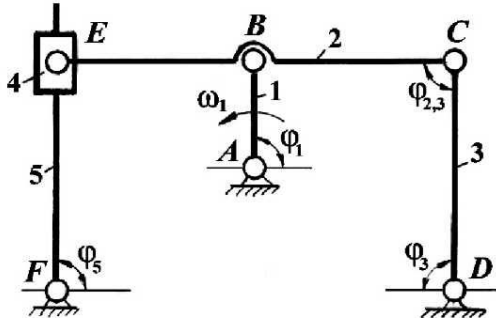


Рисунок 2.1.134

**2.1.135.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{CE} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_4 = \angle \varphi_{2,4} = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 200 \text{ с}^{-1}.$

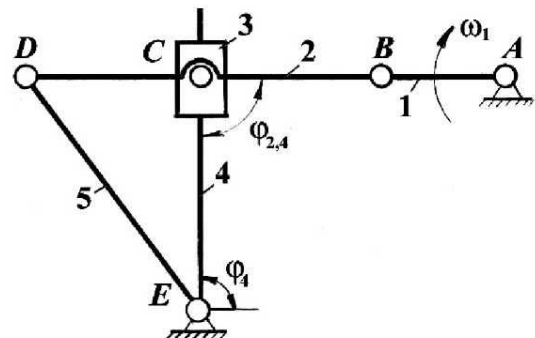


Рисунок 2.1.135

**2.1.136.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{BD} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

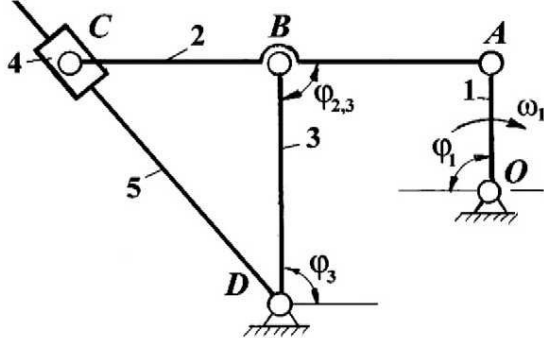


Рисунок 2.1.136

**2.1.137.**

$l_{OA} = 0,04 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,06 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 30^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 500 \text{ с}^{-1}.$

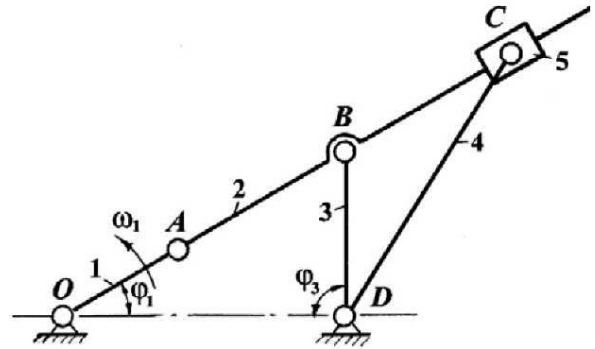


Рисунок 2.1.137

**2.1.138.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{CE} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{OD} = l_{DE} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_5 = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

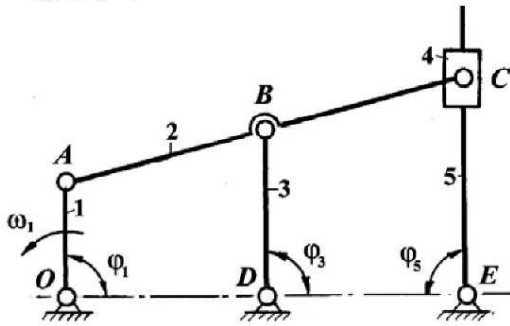


Рисунок 2.1.138

**2.1.139.**

$l_{OA} = 0,2 \text{ м}; l_{OD} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_3 = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 60^\circ;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

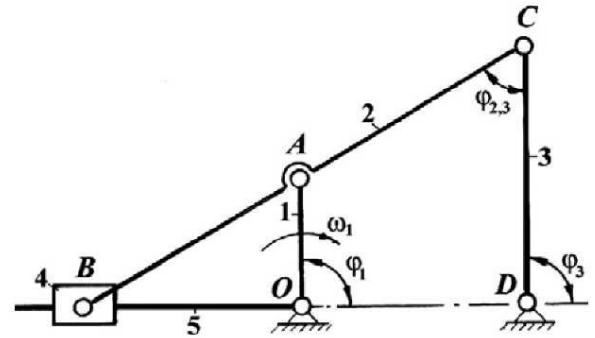


Рисунок 2.1.139

**2.1.140.**

$l_{OA} = 0,12 \text{ м}; l_{OB} = 0,3 \text{ м}; l_{BC} = 0,5 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,2 \text{ м}; l_h = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 0^\circ, 110^\circ, 150^\circ;$   
 $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}.$

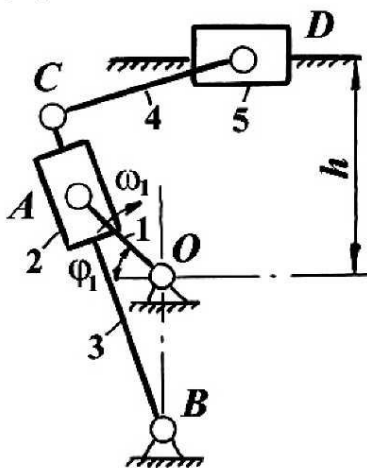


Рисунок 2.1.140

**2.1.141.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CE} = 0,31 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,26 \text{ м}; l_{AF} = 0,23 \text{ м}; l_{AD} = 0,45 \text{ м};$   
 $l_{FD} = 0,63 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ, 150^\circ, 180^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

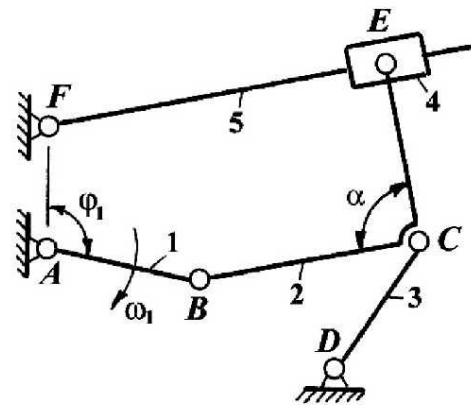


Рисунок 2.1.141

## 2.2 Кинематическое исследование зубчатых механизмов

Задачей кинематического исследования зубчатых механизмов является определение передаточного отношения через отношения размерных параметров их звеньев.

Передаточным отношением от звена  $a$  к звену  $k$  называется отношение угловой скорости  $\omega_a$  (или числа оборотов в минуту  $n_a$ ) звена  $a$  к угловой скорости  $\omega_k$  (или числа оборотов в минуту  $n_k$ ) звена  $k$ , то есть

$$U_{ak} = \frac{\omega_a}{\omega_k} = \frac{n_a}{n_k}.$$

Различают *одноступенчатые* передачи, такие, в которых имеются только два звена с неподвижными осями вращения, и *многоступенчатые*, в которых звеньев с неподвижными осями больше двух.

*Передаточные отношения одноступенчатых передач*

Для передачи с внешним зацеплением зубчатых колес (рисунок 2.8):

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{r_{w_2}}{r_{w_1}} = -\frac{z_2}{z_1},$$

где  $r_{w_1}$  и  $r_{w_2}$  – радиусы начальных окружностей зубчатых колес 1 и 2;  
 $z_1$  и  $z_2$  – числа зубьев колес 1 и 2.

Знак «минус» указывает на то, что зубчатые колеса 1 и 2 вращаются в разные стороны.

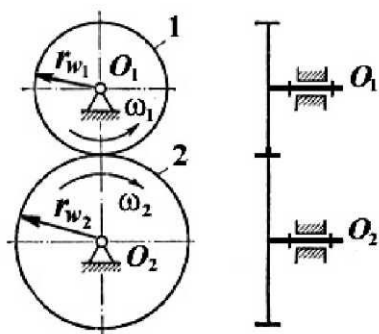


Рисунок 2.8 – Зубчатая передача с внешним зацеплением колес

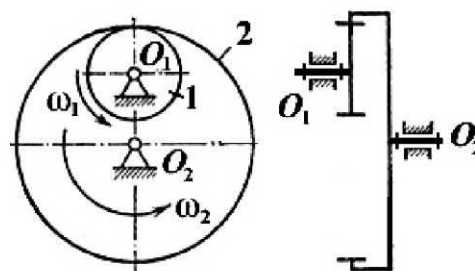


Рисунок 2.9 – Зубчатая передача с внутренним зацеплением колес

Для передачи с внутренним зацеплением зубчатых колес (рисунок 2.9)

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{w_2}}{r_{w_1}} = \frac{z_2}{z_1}.$$

В данном случае передаточное отношение имеет знак «плюс», так как колеса 1 и 2 вращаются в одну сторону.

Для передачи с коническими колесами (рисунок 2.10):

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Знак данного передаточного отношения не определяется, так как угловая скорость в конической передаче не представляется параллельными векторами.

Для червячной передачи (рисунок 2.11)

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1},$$

где  $z_1$  – число заходов резьбы на червяке;

$z_2$  – числа зубьев колеса 2.

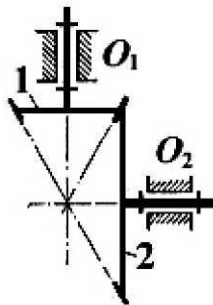


Рисунок 2.10 – Зубчатая передача с коническими колесами

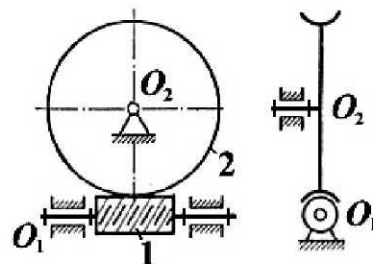


Рисунок 2.11 – Червячная передача

### *Многоступенчатые передачи*

Передаточное отношение многоступенчатой передачи (рисунок 2.12) равно произведению передаточных отношений отдельных последовательно включенных ступеней передачи, то есть

$$U_{1n} = U_{12}U_{2'3}U_{3'4} \dots U_{(n-1)n}.$$

Для определения числа ступеней можно руководствоваться следующим правилом: число ступеней равно числу неподвижных осей в передаче без единицы.

Знак многоступенчатой передачи, образованной цилиндрическими зубчатыми колесами будет зависеть от знаков одноступенчатых передач, входящих в ее состав.

### Зубчатые механизмы с подвижными осями

Различают три вида таких механизмов: планетарные, дифференциальные и замкнутые дифференциальные.

Основными признаками *планетарных* передач являются: число степеней свободы  $W = 1$ , одно из центральных колес неподвижно.

В *дифференциальных* механизмах:  $W > 1$ , центральное колесо – подвижно.

В *замкнутых дифференциальных* механизмах два звена с неподвижными осями вращения (центральное колесо или водило) соединяются дополнительной передачей.

Схемы простейших планетарных механизмов представлены на рисунке 2.12.

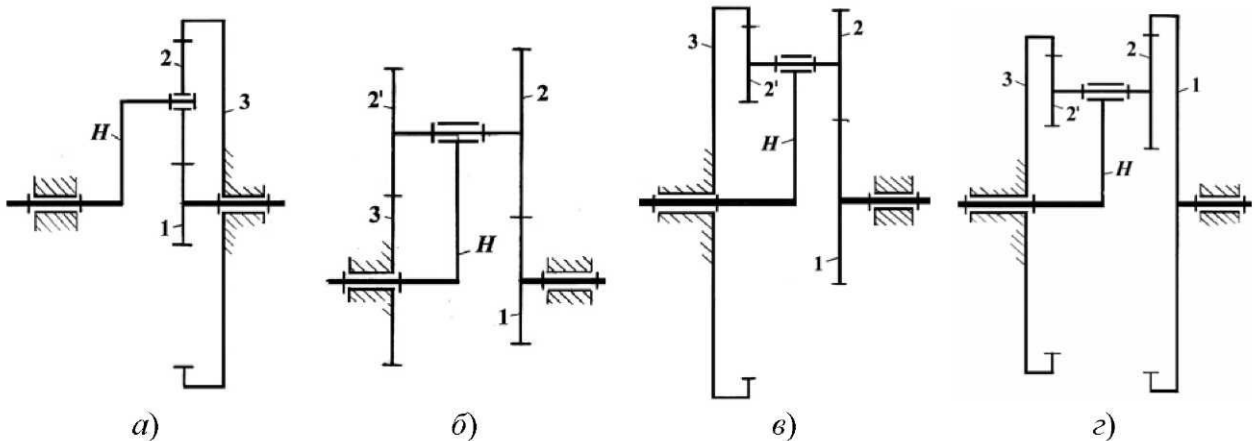


Рисунок 2.12 – Схемы планетарных механизмов

В планетарных механизмах неподвижными звеньями могут быть не только третьи колеса, но и первые.

При кинематическом исследовании планетарных механизмов используют метод обращенного движения, который состоит в том, что всему механизму (то есть всем его звеньям) сообщают угловую скорость, равную угловой скорости водила, но противоположно ей направленной, то есть  $-\omega_H$ . В обращенном движении механизма водило неподвижно, и мы получаем «обращенный» механизм с неподвижными осями колес.

Для планетарных механизмов (рисунок 2.12) передаточное отношение от колеса 1 к колесу 3 в обращенном движении, то есть при остановленном водиле  $H$ , определяется по формуле Виллиса:

$$U_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = 1 - U_{1H}.$$

Откуда передаточное отношение от колеса 1 к водилу  $H$ :

$$U_{1H} = 1 - U_{13}^H.$$

Для передачи (рисунок 2.12а)

$$U_{13}^{II} = U_{12}^{II} U_{23}^{II} = \begin{pmatrix} -\frac{z_2}{z_1} \\ z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{z_3}{z_2} \\ z_2 \end{pmatrix} = -\frac{z_3}{z_2}.$$

Для передачи (рисунок 2.12б)

$$U_{13}^H = U_{12}^H U_{23}^H = \begin{pmatrix} -\frac{z_2}{z_1} \\ z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{z_3}{z_2'} \\ z_2' \end{pmatrix} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}.$$

Для передачи (рисунок 2.12в)

$$U_{13}^{II} = U_{12}^{II} U_{23}^{II} = \begin{pmatrix} -\frac{z_2}{z_1} \\ z_1 \end{pmatrix} \frac{z_3}{z_2'} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}.$$

Для передачи (рисунок 2.12з)

$$U_{13}^{II} = U_{12}^{II} U_{23}^{II} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2'} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}.$$

Если в планетарных механизмах (рисунок 2.12) колесо 3 освободить, то есть оно станет подвижным, то получатся дифференциальные механизмы с числом степеней свободы  $W = 2$ .

В дифференциальных механизмах угловые скорости звеньев, также как и в планетарных механизмах, связаны формулой Виллиса:

$$U_{13}^{II} = \frac{\omega_1 - \omega_{II}}{\omega_3 - \omega_{II}}.$$

Определенность в движении звеньев дифференциального механизма будет в том случае, если будут известны законы движения двух его входных звеньев.

Механизмы замкнутого дифференциала имеют все признаки дифференциальных механизмов: все основные звенья подвижны, но на движения этих звеньев налагается дополнительное условие связи. Число степеней свободы замкнутых дифференциальных механизмов равно  $W = 1$ . Более подробные сведения о решении таких механизмов приведены в примерах 5 и 6.

**Пример 1.** Определить передаточное отношение  $U_{15}$  передачи (рисунок 2.13) и число оборотов в минуту колеса 5, если  $z_1 = 16$ ,  $z_2 = 48$ ,  $z_3 = 44$ ,  $z_3' = 20$ ,  $z_4 = 40$ ,  $n_1 = 330 \text{ мин}^{-1}$ . Все колеса имеют одинаковый модуль. Колеса 1, 3 и 5 – соосны.



*Решение.* Общее передаточное отношение механизма равно произведению передаточных отношений отдельных последовательно включенных ступеней:

$$U_{15} = U_{12}U_{2'3}U_{3'4}U_{45} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z_{2'}}\right)\left(-\frac{z_4}{z_{3'}}\right)\frac{z_5}{z_4} = -\frac{z_2z_3z_5}{z_1z_{2'}z_{3'}}.$$

В данном механизме колесо 4 является промежуточным (паразитным) и не влияет на величину передаточного отношения.

Определим неизвестные числа зубьев колес 2' и 5 из условия соосности передачи

$$r_{w_1} + r_{w_2} = r_{w_{2'}} + r_{w_3},$$

или

$$\frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2} = \frac{mz_{2'}}{2} + \frac{mz_3}{2}.$$

Так как модули всех колес одинаковы, то

$$z_1 + z_2 = z_{2'} + z_3;$$

и, следовательно,

$$z_{2'} = z_1 + z_2 - z_3 = 16 + 48 - 44 = 20.$$

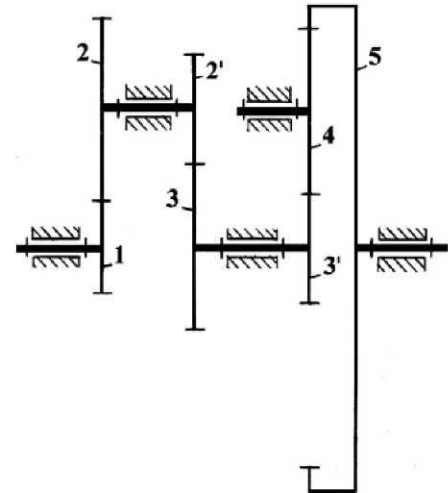


Рисунок 2.13 – Многоступенчатый зубчатый механизм

Условие соосности для третьей ступени

$$r_{w_{3'}} + 2r_{w_4} = r_{w_5}.$$

$$\frac{mz_{3'}}{2} + \frac{2mz_4}{2} = \frac{mz_5}{2},$$

откуда

$$z_5 = z_{3'} + 2z_4 = 20 + 2 \times 40 = 100.$$

Передаточное отношение механизма

$$U_{15} = -\frac{48 \times 44 \times 100}{16 \times 20 \times 20} = -33.$$

Знак «минус» показывает, что входное 1 и выходное 5 колеса вращаются в разные стороны.

Исходя из определения передаточного отношения

$$U_{15} = \frac{n_1}{n_5},$$

находим

$$n_5 = \frac{n_1}{U_{15}} = \frac{330}{-33} = -10 \text{ мин}^{-1}.$$

**Пример 2.** Для зубчатого механизма (рисунок 2.14) определить передаточное отношение  $U_{15}$ , если  $z_1 = z_4 = 30$ ,  $z_2 = z_5 = 20$ , а также найти число оборотов колеса 5 и сателлита 4 при  $n_1 = 50 \text{ мин}^{-1}$ . Все колеса имеют одинаковый модуль.

*Решение.* Устанавливаем, что редуктор двухступенчатый: первая ступень (не планетарная) – от колеса 1 к колесу 2; вторая (планетарная) – от водила  $H$  к колесу 5.

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{15} = U_{12}U_{H5},$$

где  $U_{12} = -\frac{z_2}{z_1};$

$$U_{H5} = \frac{1}{U_{5H}} = \frac{1}{1 - U_{53}^H} = \frac{1}{1 - U_{54}^H U_{43}^H} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{z_4}{z_5}\right)\left(\frac{z_3}{z_4}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_5}}.$$

Неизвестное число зубьев колеса 3 определим из условия соосности колес 3 и 5

$$r_{w_3} = r_{w_5} + 2r_{w_4},$$

или

$$\frac{mz_3}{2} = \frac{mz_5}{2} + \frac{2mz_4}{2},$$

откуда

$$z_3 = z_5 + 2 \times z_4 = 20 + 2 \times 30 = 80.$$

Подставим числа зубьев колес в первоначальное уравнение и получим

$$U_{15} = \left(-\frac{20}{30}\right) \frac{1}{1 + \frac{80}{20}} = -0,13.$$

Число оборотов колеса 5 получим из уравнения

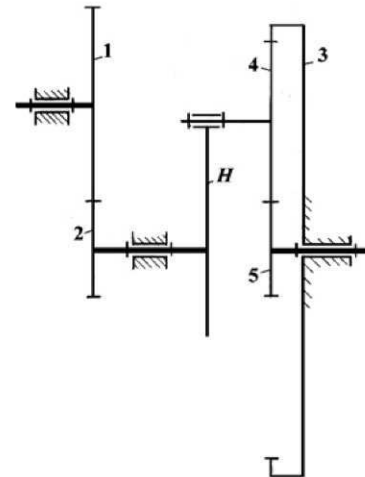


Рисунок 2.14 – Двухступенчатый зубчатый механизм

$$U_{15} = \frac{n_1}{n_5},$$

откуда

$$n_5 = \frac{n_1}{U_{15}} = \frac{50}{-0,13} = -384,6 \text{ мин}^{-1}.$$

Так как колесо 2 и водило  $H$  вращаются с одной угловой скоростью, число оборотов водила  $H$  определим из уравнения

$$U_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_1}{n_H} = -\frac{z_2}{z_1};$$

$$n_H = n_2 = -\frac{30}{20}n_1 = -\frac{30}{20} \times 50 = -75 \text{ мин}^{-1}.$$

Для определения числа оборотов сателлита 4 запишем формулу передаточного отношения планетарной передачи, состоящей из колеса 3, сателлита 4 и водила  $H$

$$\frac{n_4 - n_H}{n_3 - n_H} = U_{43}^H = \frac{z_3}{z_4}.$$

Так как  $n_3 = 0$ , а  $n_H = -75 \text{ мин}^{-1}$ , то

$$\frac{n_4 + 75}{75} = \frac{80}{30},$$

откуда  $n_4 = 125 \text{ мин}^{-1}$ , то есть сателлит 4 вращается в ту же сторону, что и колесо 1.

**Пример 3.** Для зубчатого механизма (рисунок 2.15) определить передаточное отношение  $U_{17}$ , если  $z_1 = z_2 = z_4 = z_5 = z_6 = 20$ ,  $z_2 = z_3 = z_5 = z_6 = 21$ ,  $z_7 = 65$ , а также найти число оборотов колеса 7 при  $n_1 = 1200 \text{ мин}^{-1}$ .

*Решение.* Устанавливаем, что данный механизм состоит из трех не планетарных ступеней (первая – от колеса 1 к колесу 2, вторая – от колеса 2' к колесу 3 и третья – от колеса 6' к колесу 7) и одной планетарной (от водила  $H$  к колесу 6).

Передаточное отношение механизма

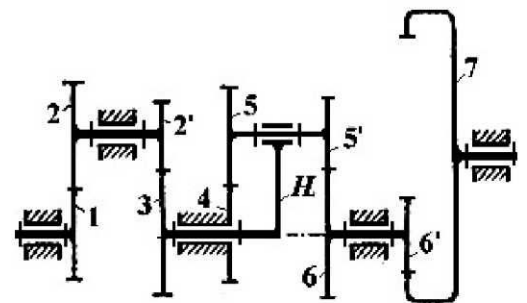


Рисунок 2.15 – Зубчатый механизм

$$U_{17} = U_{12}U_{2'3}U_{II6}U_{6'7}.$$

Определим передаточные отношения на планетарных ступенях:

$$U_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{21}{20} = -1,05;$$

$$U_{2'3} = -\frac{z_3}{z_2'} = -\frac{21}{20} = -1,05;$$

$$U_{6'7} = \frac{z_7}{z_6'} = \frac{65}{20} = 3,25.$$

Передаточное отношение планетарной ступени

$$U_{H6} = \frac{1}{U_{6H}} = \frac{1}{1-U_{64}''} = \frac{1}{1-U_{65}''U_{54}''} = \frac{1}{1-\left(-\frac{z_5'}{z_6}\right)\left(-\frac{z_4}{z_5}\right)} = \frac{1}{1-\frac{20}{21} \times \frac{20}{21}} = 10,76.$$

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{17} = (-1,05) \times (-1,05) \times 3,25 \times 10,76 = 38,55.$$

Так как передаточное отношение имеет знак «плюс», то входное звено 1 и выходное 7 вращаются в одну сторону.

Число оборотов в минуту колеса 7

$$n_7 = \frac{n_1}{U_{17}} = \frac{1200}{38,55} = 31,13 \text{ мин}^{-1}.$$

**Пример 4.** Для дифференциального механизма (рисунок 2.16) определить число оборотов колеса 4, если  $z_1 = 28$ ,  $z_2 = 24$ ,  $z_3 = 18$ ,  $z_3' = 26$  при  $n_H = 180 \text{ мин}^{-1}$  и  $n_1 = -410 \text{ мин}^{-1}$ . Колеса 1 и 4 соосны.

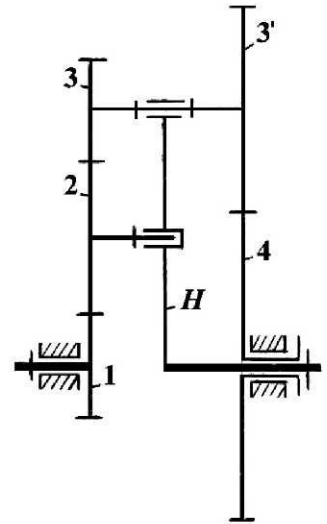
*Решение.* Устанавливаем, что данный механизм дифференциальный, так как

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 5 - 2 \times 5 - 3 = 2.$$

Передаточное отношение механизма от колеса 1 к колесу 4 при остановленном водиле  $H$  определяется как

$$\frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = U_{14}^H,$$

$$\text{где } U_{14}^H = U_{12}^H U_{23}^H U_{3'4}^H = \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( -\frac{z_3}{z_2} \right) \left( -\frac{z_4}{z_{3'}} \right) = -\frac{z_3 z_4}{z_1 z_{3'}}.$$



Число зубьев колеса 4 определим из условия соосности колес 1 и 4

Рисунок 2.16 – Дифференциальный зубчатый механизм

$$r_{w_1} + 2r_{w_2} + r_{w_3} = r_{w_{3'}} + r_{w_4};$$

$$\frac{mz_1}{2} + \frac{2mz_2}{2} + \frac{mz_3}{2} = \frac{mz_{3'}}{2} + \frac{mz_4}{2};$$

$$z_1 + 2z_2 + z_3 = z_{3'} + z_4;$$

$$z_4 = z_1 + 2z_2 + z_3 - z_{3'} = 28 + 2 \times 24 + 18 - 26 = 68.$$

Тогда

$$U_{14}^H = -\frac{18 \times 68}{28 \times 26} = -1,68.$$

Подставим значения  $n_1$ ,  $n_H$  и  $U_{14}^H$  в начальное уравнение и определим  $n_4$ :

$$\frac{-410 - 180}{n_4 - 180} = -1,68;$$

$$-1,68(n_4 - 180) = -590;$$

$$n_4 = \frac{590 + 1,68 \times 180}{1,68} = 531,2 \text{ мин}^{-1}.$$

Так как  $n_4$  имеет знак «плюс», то колесо 4 и водило  $H$  вращаются в одну сторону.

**Пример 5.** Для зубчатого механизма (рисунок 2.17) определить передаточное отношение  $U_{1H}$ , если  $z_1 = 28$ ,  $z_{1'} = 60$ ,  $z_2 = 42$ ,  $z_{2'} = 30$ ,  $z_3 = 40$ ,  $z_{3'} = 65$ ,  $z_4 = 20$ ,  $z_{4'} = 25$ .

*Решение.* Устанавливаем, что данный механизм состоит из дифференциальной ступени 1', 4, 4', 3' и  $H$  и замкнутой цепи 1, 2, 2', 3.

Число степеней свободы механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 5 - 2 \times 5 - 4 = 1.$$

Таким образом, данный механизм является замкнутым дифференциальным механизмом.

При аналитическом определении передаточного отношения замкнутого дифференциального механизма необходимо придерживаться следующего порядка расчета:

- из состава механизма следует мысленно выделить основную его часть – дифференциал. Для этой части механизма справедлива формула Виллиса;
- выяснить, что представляет искомое передаточное отношение, и определить, угловые скорости каких звеньев требуют исключения из правой части формулы Виллиса;
- установить, какие возможности для исключения данных скоростей дает замыкающая цепь. Это приведет к составлению системы уравнений, определяющих соотношение скоростей вращения основных звеньев, исходя из условий замыкания;
- совместное решение правильно составленной формулы Виллиса с уравнениями, вытекающими из условия замыкания, позволит определить искомое передаточное отношение.

Придерживаясь такого порядка расчета для данного механизма составим формулу Виллиса для дифференциальной ступени

$$U_{1'3'}^H = \frac{n_{1'} - n_H}{n_{3'} - n_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}.$$

Для замкнутой цепи, как для ступенчатого ряда, можно записать

$$n_3 = n_{3'} = n_1 U_{31} = n_1 U_{32'} U_{21}.$$

Подставим полученную зависимость в формулу Виллиса и получим

$$U_{1'3'}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_1 U_{31} - n_H}.$$

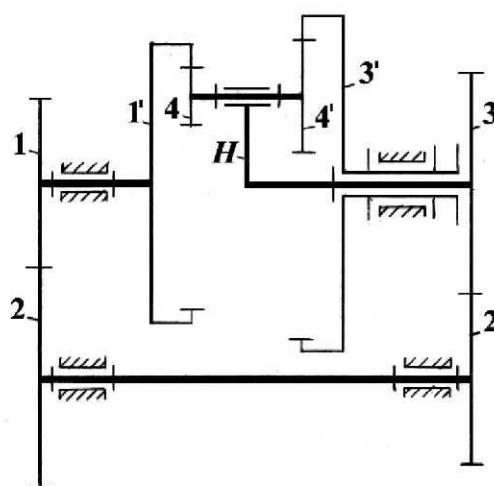


Рисунок 2.17 – Замкнутый дифференциальный механизм

Для определения искомого передаточного отношения  $U_{1H}$  разделим числитель и знаменатель полученного равенства на  $n_H$ :

$$U_{13'}^H = \frac{\frac{n_1}{n_H} - 1}{\frac{n_3}{n_H} - 1} = \frac{U_{1H} - 1}{U_{1H}U_{31} - 1}.$$

Из полученного выражения определим

$$U_{1H} = \frac{U_{13'}^H - 1}{U_{13'}^H U_{31} - 1}.$$

Передаточные отношения  $U_{13'}^H$  и  $U_{31}$  определяются через числа колес

$$U_{13'}^H = \frac{z_4 z_{3'}}{z_1 z_4};$$

$$U_{31} = \frac{z_2 z_1}{z_3 z_2}.$$

Тогда окончательное уравнение для определения  $U_{1H}$  будет иметь вид

$$U_{1H} = \frac{\frac{z_4 z_{3'}}{z_1 z_4} - 1}{\frac{z_4 z_{3'}}{z_1 z_4} \cdot \frac{z_2 z_1}{z_3 z_2} - 1}.$$

После подстановки числовых значений получим

$$U_{1H} = \frac{\frac{20 \times 65}{60 \times 25} - 1}{\frac{20 \times 65}{60 \times 25} \times \frac{30 \times 28}{40 \times 42} - 1} = 0,235.$$

**Пример 6.** Для замкнутого дифференциального механизма (рисунок 2.18) определить передаточное отношение  $U_{1H}$ , если  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 40$ ,  $z_3 = 100$ ,  $z_{3'} = 40$ ,  $z_4 = 35$ ,  $z_5 = 110$ .

*Решение.* Устанавливаем, что данный механизм состоит из дифференциальной ступени 1, 2, 3 и  $H$  и замыкающей цепи 3', 4 и 5.

Для дифференциальной ступени механизма запишем формулу Виллиса:

$$U_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}.$$

Для замыкающей цепи

$$n_{3'} = U_{3'5} n_5.$$

Если  $n_{3'} = n_3$  и  $n_5 = n_H$ , то

$$n_{3'} = U_{3'5} n_5 = n_3 = U_{3'5} n_H.$$

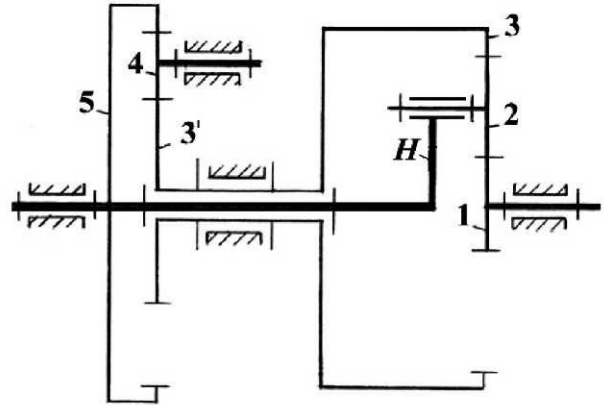


Рисунок 2.18 – Замкнутый дифференциальный механизм

Подставим в формулу Виллиса и получим

$$U_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{U_{3'5} n_H - n_H}.$$

Разделим числитель и знаменатель на  $n_H$

$$U_{13}^H = \frac{\frac{n_1}{n_H} - 1}{U_{3'5} - 1} = \frac{U_{1H} - 1}{U_{3'5} - 1}.$$

Выразим из полученного уравнения  $U_{1H}$ , получим

$$U_{1H} = U_{13}^H (U_{3'5} - 1) + 1.$$

Передаточные отношения  $U_{13}^H$  и  $U_{3'5}$  выразим через число зубьев и подставим в полученное уравнение:

$$U_{13}^H = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1};$$

$$U_{3'5} = -\frac{z_4 z_5}{z_3' z_4} = -\frac{z_5}{z_3'};$$

$$U_{1H} = -\frac{z_3}{z_1} \left( -\frac{z_5}{z_3'} - 1 \right) + 1.$$

Подставим числа зубьев колес и окончательно получим

$$U_{1H} = -\frac{100}{20} \left( \frac{110}{40} - 1 \right) + 1 = -7,75.$$



### Графическое исследование зубчатых механизмов

Графическое исследование зубчатых механизмов заключается в построении картины скоростей звена, которая представляет собой прямую линию, проведенную через концы векторов скоростей каких-либо двух точек звена.

Рассмотрим вначале наиболее простой зубчатый механизм, состоящий из двух цилиндрических колес. На рисунке 2.19, а в масштабе построена кинематическая схема такого механизма, составленного звеньями 1 и 2.

Проведем прямую  $уу$  параллельно линии центров колес  $O_1O_2$  и спроектируем на нее все характерные точки: получим точки  $o'_1, o'_2, c'$ . Из точки  $c'$  отложим перпендикулярно линии  $уу$  отрезок  $(c'c)$  (рисунок 2.19, б), который в некотором масштабе  $\mu_g$  будет изображать векторы скоростей точки  $C$  обоих колес (скорости точек касания начальных окружностей двух колес всегда одинаковы)

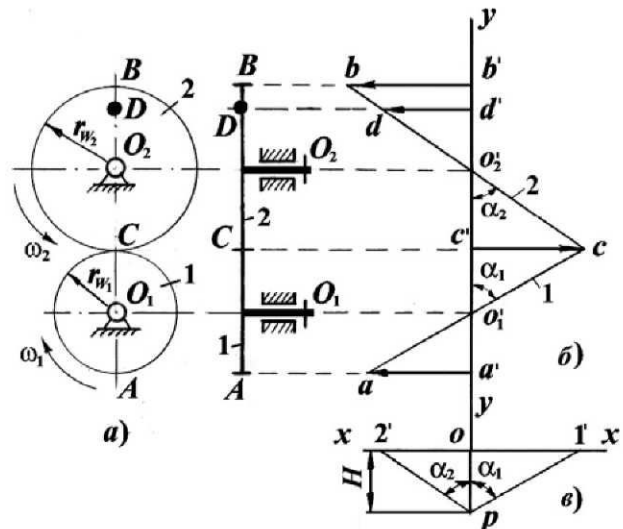


Рисунок 2.19 – Графическое исследование простого одноступенчатого зубчатого механизма

$$\vartheta_{C_1} = \vartheta_{C_2} = \mu_g(c'c).$$

Проведя через точки  $c$  и  $o'_1$  прямую 1 ( $c - o'_1 - a$ ), получим картину скоростей звена 1 (скорость точки  $O_1$  – оси вращения колеса равна нулю, поэтому точка  $o_1$  лежит на прямой  $уу$ ). Аналогично, проведя через точки  $c$  и  $o'_2$  прямую 2 ( $c - o'_2 - b$ ), получим картину скоростей звена 2. Таким образом, картина скоростей механизма построена. Векторы  $(\overline{a'a})$  и  $(\overline{b'b})$  изображают соответственно скорости точек  $A$  и  $B$  зубчатых колес. Для определения скорости какой-либо точки, например точки  $D$  колеса 2, нужно спроектировать эту точку на прямую 2 картины скоростей. Вектор  $(\overline{d'd})$  будет изображать скорость этой точки.

Угловые скорости звеньев пропорциональны углам между соответствующими прямыми и линией  $уу$ :

$$\omega_1 = \frac{\vartheta_{C_1}}{r_{w_1}} = \frac{\mu_g(c'c)}{\mu_l(r_{w_1})} = \frac{\mu_g}{\mu_l} \operatorname{tg} \alpha_1;$$

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_{C_2}}{r_{w_2}} = \frac{\mu_g(c'c)}{\mu_l(r_{w_2})} = \frac{\mu_g}{\mu_l} \operatorname{tg} \alpha_2,$$

где  $(r_{w_1})$  и  $(r_{w_2})$  – масштабные величины радиусов начальных окружностей колес.

Выберем точку  $p$  и на произвольном расстоянии  $H$  от этой точки проведем прямую  $xx$ , перпендикулярную к  $yy$  (рисунок 2.19, в). Из точки  $p$  опустим на эту линию перпендикуляр  $po$ . Далее из точки  $p$  проведем линии  $p1'$  и  $p2'$ , параллельные соответственно линиям 1 и 2 картины скоростей. Тогда отрезки  $(o1')$  и  $(o2')$  на линии  $xx$  будут изображать в определенном масштабе соответственно угловые скорости  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Действительно:

$$\omega_1 = \frac{\mu_g}{\mu_l} \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\mu_g(o1')}{\mu_l H} = \mu_\omega(o1');$$

$$\omega_2 = \frac{\mu_g}{\mu_l} \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\mu_g(o2')}{\mu_l H} = \mu_\omega(o2'),$$

где  $\mu_\omega = \frac{\mu_g}{\mu_l H}$  – масштаб угловых скоростей.

Необходимо отметить, что масштабы  $\mu_g$  и  $\mu_\omega$  при построении картины линейных и угловых скоростей могут быть произвольными и их определять не следует.

Передаточное отношение механизма определяется из картины угловых скоростей:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(o1')}{(o2')}.$$

Так как отрезки  $(o1')$  и  $(o2')$  расположены по разные стороны от прямой  $po$ , то это значит, что угловые скорости звеньев направлены в противоположные стороны, то есть передачное отношение имеет знак «минус».

Рассмотрим графическое исследование *планетарного редуктора*.

На рисунке 2.20, а в масштабе изображена кинематическая схема планетарного механизма. Проводим линию  $yy$ , параллельную линии центров, и проектируем на нее все характерные точки (рисунок 2.20, б).

От точки  $b'$  откладываем произвольный отрезок  $(b'b)$ , изображающий вектор скорости точки  $B$  колеса 1. Соединив точку  $b$  с точкой  $o'_1$  (скорость точки  $O_1$  равна нулю), получим прямую 1, которая является картиной скоростей колеса 1.

У колеса 2 известны скорость точки  $B$  (она такая же, как и скорость точки  $B$  колеса 1) и скорость точки  $C$  (ее скорость равна нулю).

Поэтому, соединяя точки  $b$  и  $c$ , получим прямую 2, которая является картиной скоростей колеса 2.

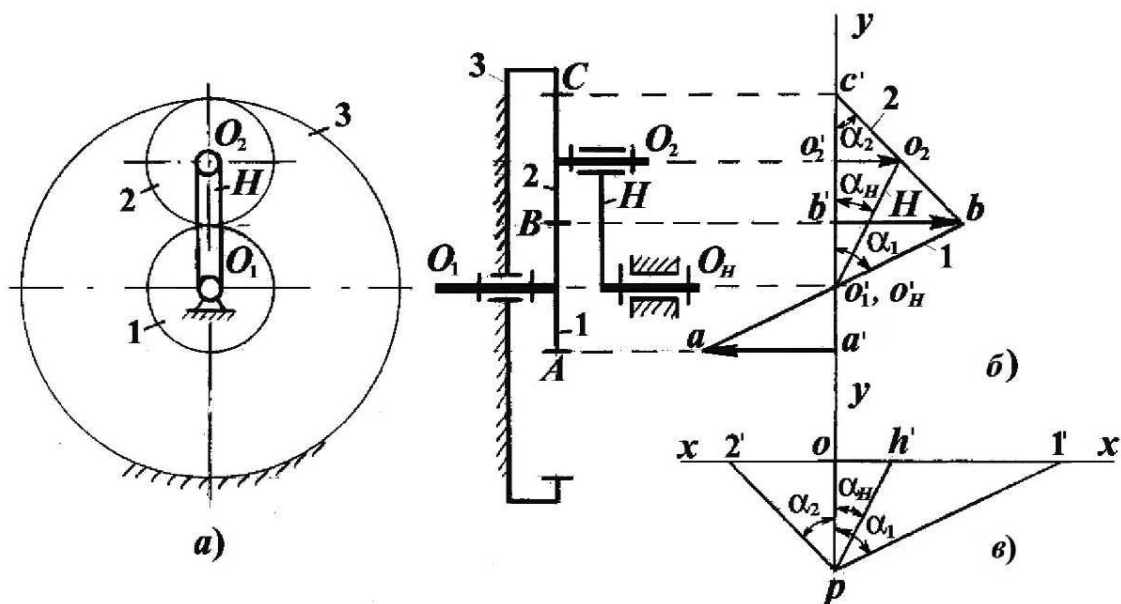


Рисунок 2.20 – Графическое исследование планетарного редуктора

У водила  $H$  известны также скорости двух точек: точки, совпадающей с центром  $O_2$  колеса 2 – скорость этой точки определяется отрезком  $(o'_2 o_2)$ , и точки, совпадающей с осью вращения водила  $O_1$ . Поэтому, соединяя точки  $o_2$  и  $o'_1$ , получим прямую  $H$ , которая является картиной скоростей водила.

Для построения картины угловых скоростей проводим прямую  $xx$  перпендикулярную линии центров к оси  $yy$ , из произвольно выбранной точки  $p$  проводим лучи, параллельные прямым 1, 2 и  $H$ , до пересечения с прямой  $xx$  (рисунок 2.20, в). Полученные отрезки  $(p1')$ ,  $(p2')$ ,  $(ph')$  пропорциональны соответствующим угловым скоростям  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_H$ .

Тогда передаточные отношения определяются аналогично предыдущим:

$$U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{(o1')}{(oh')};$$

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(o1')}{(o2')}.$$

Рассмотрим графическое исследование *зубчатого механизма с планетарной ступенью* (звенья  $H$ , 3, 4-4' и 5) и *не планетарной* (звенья 1 и 2) (рисунок 2.21, а). Механизм вычерчен в масштабе  $\mu_l$ .

Проводим прямую  $yy$  и проектируем на нее все обозначенные на механизме точки (рисунок 2.21, б). От точки  $a'$  откладываем произвольный отрезок  $(a'a)$ , изображающий вектор скорости точки  $A$  колес 1 и 2. Соединив точку  $a$  с  $o'_1$ , получим картину скоростей колеса 1 (прямая 1). Соединив точку  $a$  с  $o'_2$ , получим картину скоростей колеса 2 (прямая 2). Так как колесо 2 и водило  $H$  являются одним звеном и вращаются с одинаковой угловой скоростью, проводим отрезок  $(a_2 o'_2)$  до пересечения с линией  $o'_4 o_4$ . Отрезок  $(o'_H o_4)$

изображает картину скоростей водила  $H$  (прямая  $H$ ). Соединим прямой точку  $o_4$  с точкой  $b'$  и продлим ее до пересечения с линией  $c's$ . Соединив точку  $c$  с точкой  $o'_5$ , получим отрезок  $(o'_5c)$ , изображающий картину скоростей колеса 5 (прямая 5). Прямая 4 изображает картину скоростей звена 4-4'.

Для построения картины угловых скоростей проводим прямую  $xx$ , перпендикулярную к оси  $yy$ , из произвольно выбранной точки  $p$  проводим лучи, параллельные прямым 1, 2,  $H$ , 4 и 5 до пересечения с прямой  $xx$  (рисунок 2.21, в). Полученные отрезки  $(o1')$ ,  $(o2')$ ,  $(oh')$ ,  $(o4')$  и  $(o5')$  пропорциональны соответствующим угловым скоростям  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_H$ ,  $\omega_4$  и  $\omega_5$ .

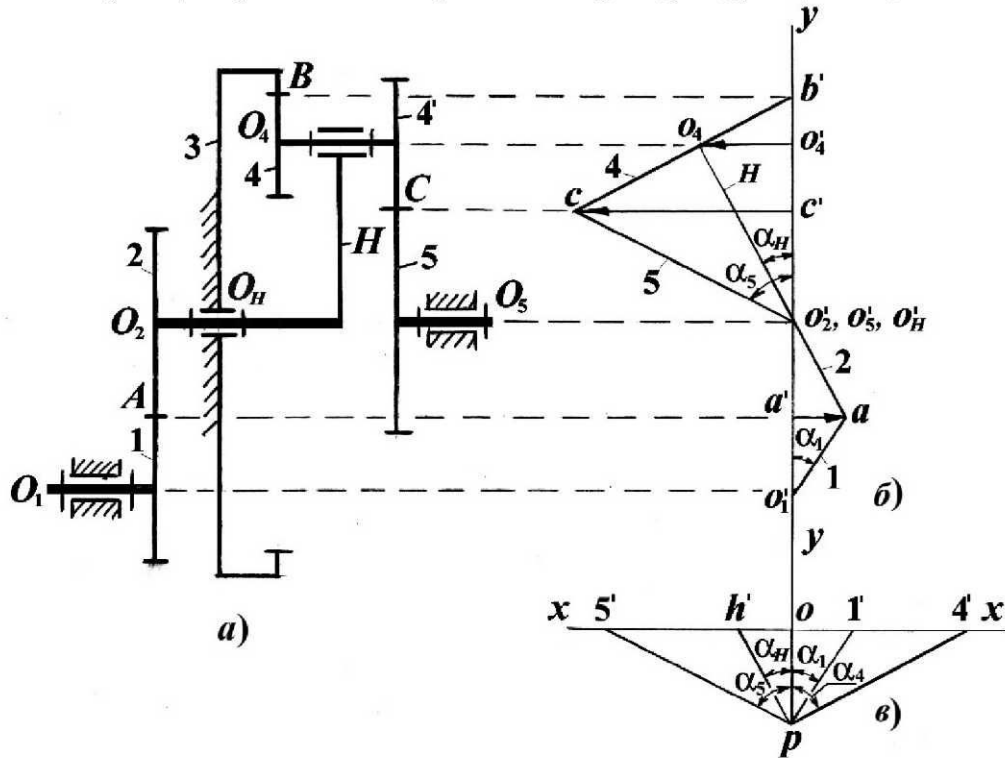


Рисунок 2.21 – Графическое исследование зубчатого механизма с планетарной и не планетарной ступенями

Тогда передаточные отношения механизма определим следующим образом:

$$U_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{(o1')}{(o5')};$$

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(o1')}{(o2')};$$

$$U_{H5} = \frac{\omega_H}{\omega_5} = \frac{(oh')}{(o5')};$$

$$U_{H4} = \frac{\omega_H}{\omega_4} = \frac{(oh')}{(o4')}.$$

## Задачи 2.2.1 – 2.2.127

В задачах необходимо определить число степеней свободы зубчатого механизма  $W$ , указанное передаточное отношение  $U$ , частоту вращения  $n$  (либо угловую скорость  $\omega$ ) и из условия соосности валов – не заданные числа зубьев колес.

### 2.2.1.

$n_1 = 2400 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 20$ ;  
 $z_2 = 36$ ;  $z_{2'} = 17$ ;  $z_3 = 39$ ;  
 $z_{3'} = 34$ ;  $z_4 = 22$ .

**Определить:**

$W, U_{15}, n_5$ .

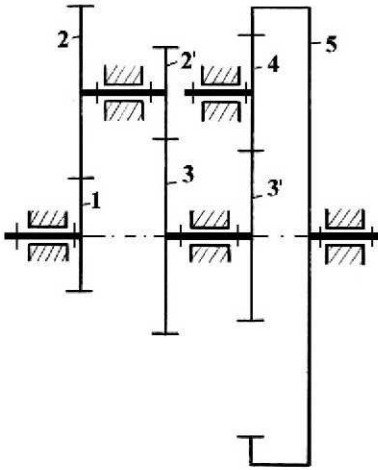


Рисунок 2.2.1

### 2.2.2.

$z_1 = 20$ ;  $z_2 = 18$ ;  
 $m = 6 \text{ мм}$ .

**Определить:**

$W, U_{13}, a_{w_{1,2}}$ .

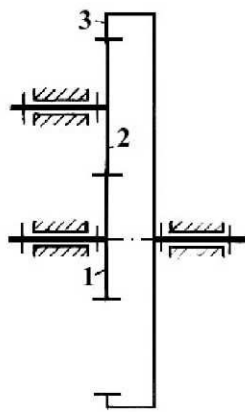


Рисунок 2.2.2

### 2.2.3.

$n_1 = 1200 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 32$ ;  $z_2 = 22$ ;  $z_{2'} = 18$ ;  
 $m = 12 \text{ мм}$ .

**Определить:**

$W, U_{13}, n_3, a_{w_{2',3}}$ .

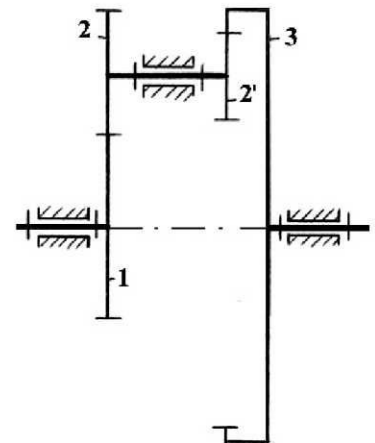


Рисунок 2.2.3

### 2.2.4.

$n_1 = 1100 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 30$ ;  
 $z_2 = 15$ ;  $z_3 = 35$ ;  $z_{3'} = 18$ .

**Определить:**

$W, U_{14}, n_4$ .

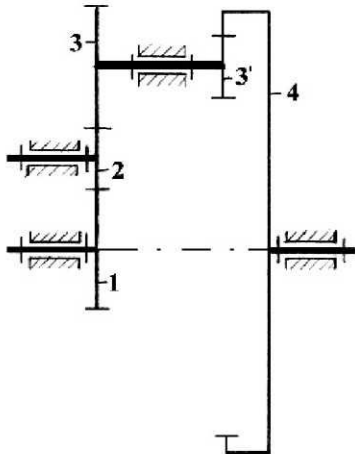


Рисунок 2.2.4

### 2.2.5.

$n_1 = 820 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 30$ ;  
 $z_2 = 25$ ;  $z_{2'} = 18$ ;  $m = 8 \text{ мм}$ .

**Определить:**

$W, U_{13}, n_3, a_{w_{2',3}}$ .

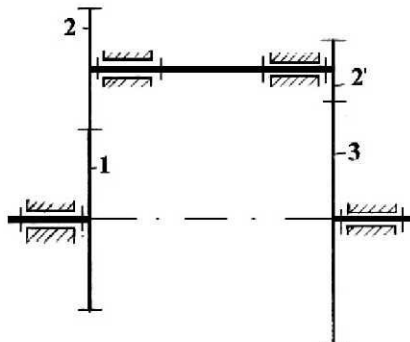


Рисунок 2.2.5

### 2.2.6.

$n_1 = 1640 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 128$ ;  
 $z_2 = 32$ ;  $z_3 = 144$ ;  
 $m = 10 \text{ мм}$ .

**Определить:**

$W, z_{2'}, U_{13}, n_3, a_{w_{1,2}}$ .

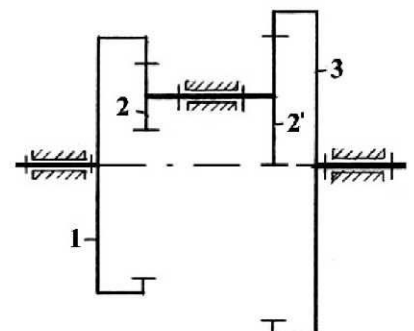


Рисунок 2.2.6

**2.2.7.**

$n_1 = 720 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 21$ ;  
 $z_2 = 125$ ;  $z_2' = 24$ ;  $z_3 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{13}$ ,  $n_3$ ,  $n_2$ .

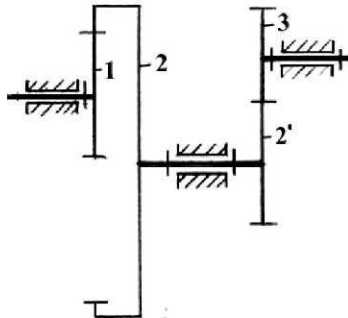


Рисунок 2.2.7

**2.2.8.**

$n_1 = 500 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 40$ ;  
 $z_3 = 80$ ;  $z_3' = 45$ ;  $z_4 = 40$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ ,  $n_4$ .

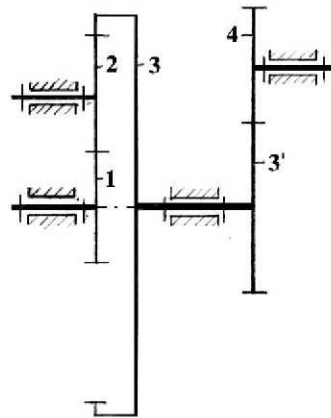


Рисунок 2.2.8

**2.2.9.**

$n_1 = 1240 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 22$ ;  
 $z_2 = 86$ ;  $z_2' = 24$ ;  $z_4 = 90$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ ,  $n_4$ .

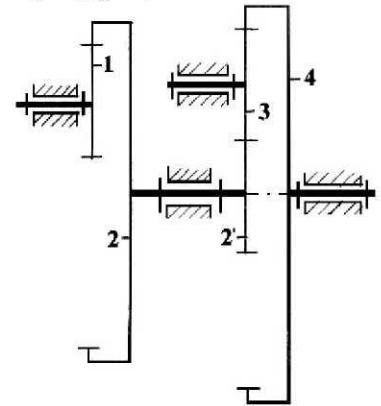


Рисунок 2.2.9

**2.2.10.**

$n_1 = 860 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 15$ ;  
 $z_2 = 34$ ;  $z_2' = 40$ ;  $z_3 = 20$ ;  
 $z_3' = 25$ ;  $z_4 = 52$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ ,  $n_4$ .

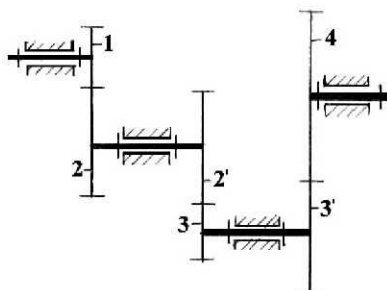


Рисунок 2.2.10

**2.2.11.**

$n_1 = 650 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 60$ ;  
 $z_2 = 18$ ;  $z_2' = 15$ ;  $z_3 = 25$ ;  
 $z_3' = 82$ ;  $z_4 = 116$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ ,  $n_4$ .

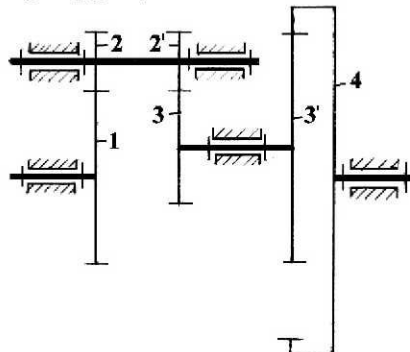


Рисунок 2.2.11

**2.2.12.**

$n_1 = 420 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_3 = -100 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2 = 42$ ;  $z_2' = 50$ .

**Определить:**

$W$ ,  $n_H$ .

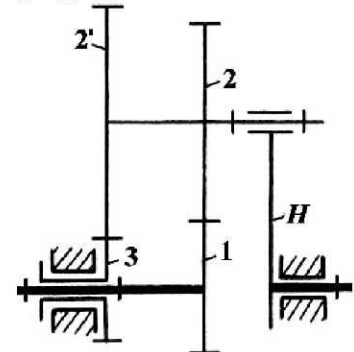


Рисунок 2.2.12

**2.2.13.**

$n_1 = 1800 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = z_2 = 24$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_H$ ,  $n_2$ .

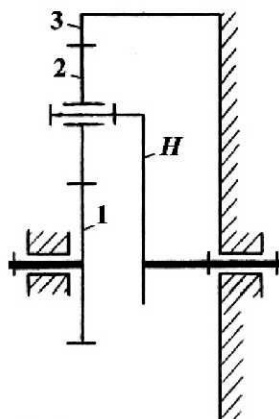


Рисунок 2.2.13

**2.2.14.**

$n_1 = 460 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_H = 210 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 19$ ;  $z_2 = 64$ ;  
 $z_3 = 22$ .

**Определить:**

$W$ ,  $n_3$ .

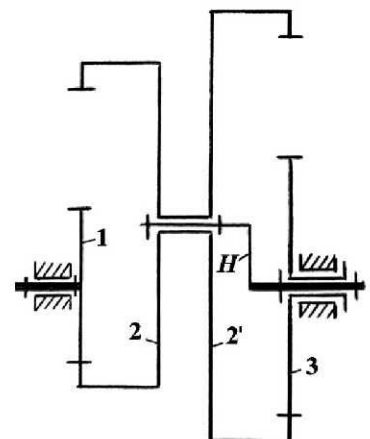


Рисунок 2.2.14

**2.2.15.**

$n_H = 360 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_1 = 210 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 106; z_2 = 28; z_2' = 20$ .

**Определить:**

$W, U_{H3}, n_3, n_2$ .

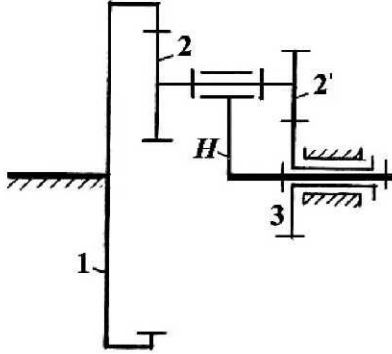


Рисунок 2.2.15

**2.2.16.**

$n_H = 200 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 35; z_2 = 19; z_2' = 17$ .

**Определить:**

$W, U_{H3}, n_3, n_2$ .

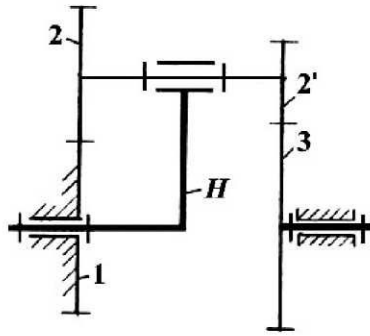


Рисунок 2.2.16

**2.2.17.**

$n_H = 300 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 102; z_2 = 15; z_2' = 22$ .

**Определить:**

$W, U_{H3}, n_3$ .

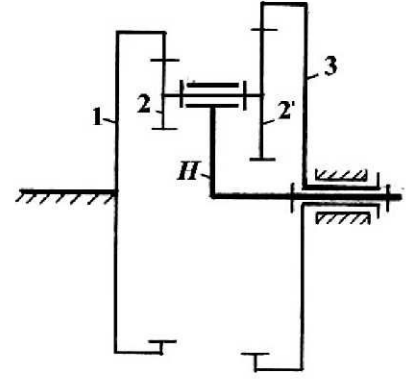


Рисунок 2.2.17

**2.2.18.**

$n_1 = 360 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_H = 180 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30; z_2 = 74; z_2' = 18$ .

**Определить:**

$W, n_3$ .

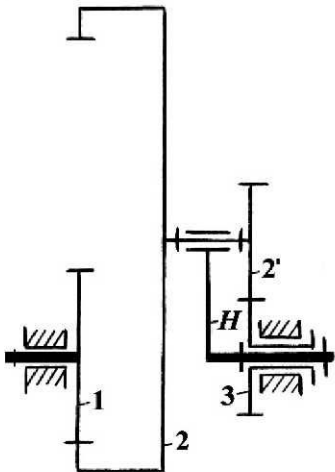


Рисунок 2.2.18

**2.2.19.**

$n_1 = 480 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30; z_2 = 18; z_2' = 22$ .

**Определить:**

$W, U_{H3}, n_3, U_{13}$ .

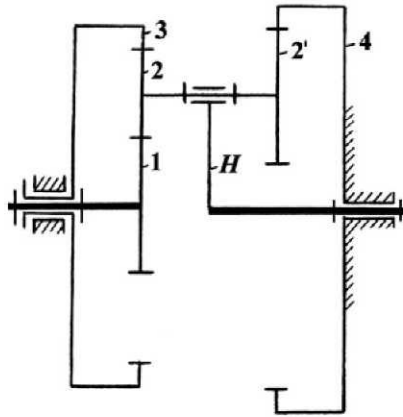


Рисунок 2.2.19

**2.2.20.**

$n_H = 800 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 32; z_2 = 110; z_3 = 54$ .

**Определить:**

$W, z_2', U_{H3}, n_3, n_2$ .

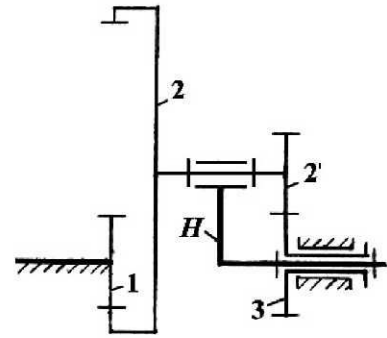


Рисунок 2.2.20

**2.2.21.**

$n_H = 210 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 72$ ;  
 $z_2 = 28$ ;  
 $z_3 = 40$ .

**Определить:**

$W, z_2', U_{H3}, n_2, n_3$ .

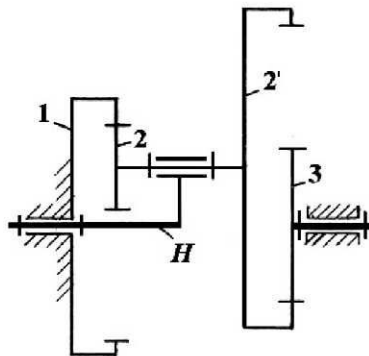


Рисунок 2.2.21

**2.2.22.**

$n_H = 150 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_3 = 400 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 90$ ;  
 $z_2 = 30$ ;  
 $z_2' = 36$ .

**Определить:**

$W, z_3, n_1$ .

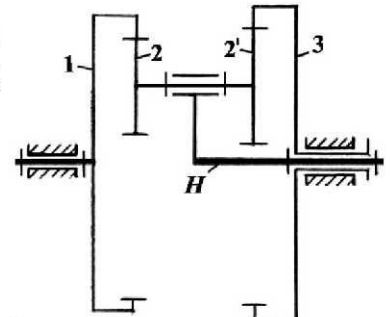


Рисунок 2.2.22

**2.2.23.**

$$n_H = 310 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_1 = 1250 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 50; z_2 = 20; z_2' = 17.$$

**Определить:**

$$W, n_3.$$

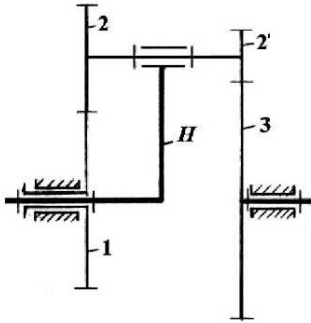


Рисунок 2.2.23

**2.2.26.**

$$n_1 = -120 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_H = 400 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 102; z_2 = 24;$$

$$z_2' = 18; z_3 = 20.$$

**Определить:**

$$W, n_4, n_2.$$

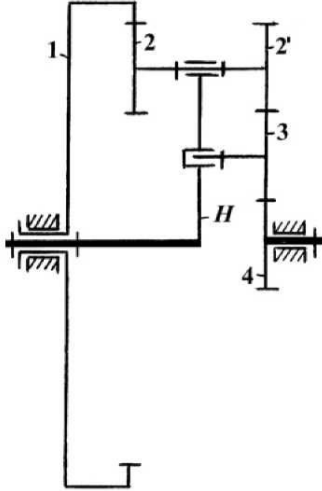


Рисунок 2.2.26

**2.2.29.**

$$n_H = 250 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 28;$$

$$z_2 = 20;$$

$$z_2' = 24.$$

**Определить:**

$$W, U_{H1}, n_2, n_1.$$

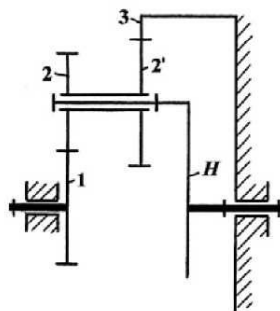


Рисунок 2.2.29

**2.2.24.**

$$n_1 = 500 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_H = 220 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 38; z_2 = 29; z_2' = 32.$$

**Определить:**

$$W, n_3, n_4.$$

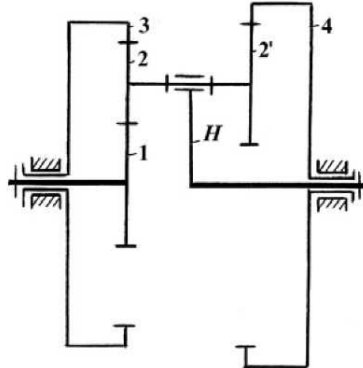


Рисунок 2.2.24

**2.2.27.**

$$n_H = 300 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 30; z_2 = 50; z_3 = 45.$$

**Определить:**

$$W, U_{H1}, n_2, n_1.$$

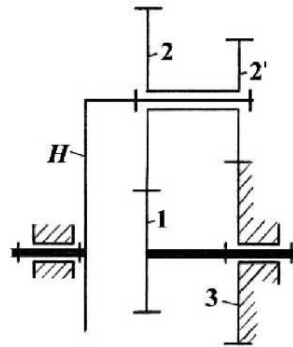


Рисунок 2.2.27

**2.2.30.**

$$n_1 = 250 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_H = 450 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 106;$$

$$z_2 = 28; z_2' = 32;$$

$$z_3 = 50; z_4 = 46.$$

**Определить:**

$$W, n_3, n_H.$$

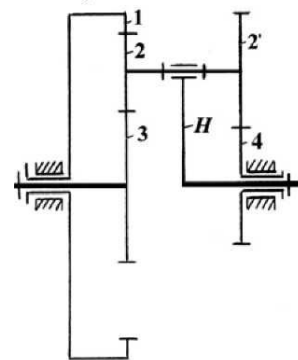


Рисунок 2.2.30

**2.2.25.**

$$n_H = 610 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 22; z_2 = 65; z_3 = 30.$$

**Определить:**

$$W, z_2', U_{H3}, n_2, n_3.$$

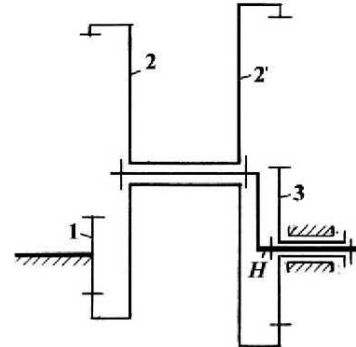


Рисунок 2.2.25

**2.2.28.**

$$n_1 = 600 \text{ мин}^{-1};$$

$$z_1 = 18; z_2 = 36; z_2' = 33;$$

$$z_3 = 90; z_4 = 87.$$

**Определить:**

$$W, U_{14}, n_4, n_H.$$

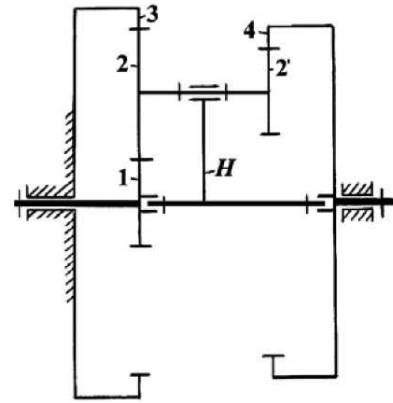


Рисунок 2.2.28



**2.2.31.**

$n_1 = 460 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 40$ ;  $z_2 = 25$ ;  
 $z_2' = 22$ ;  $z_3 = 43$ ;  $z_4 = 87$ .

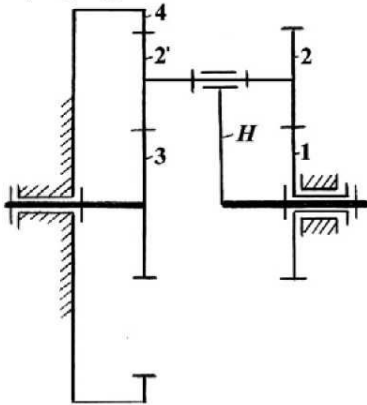
**Определить:** $W, n_3, n_H$ .

Рисунок 2.2.31

**2.2.32.**

$n_1 = 820 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 16$ ;  $z_2 = 24$ ;  
 $z_2' = 20$ ;  $z_3 = 64$ ;  $z_4 = 60$ .

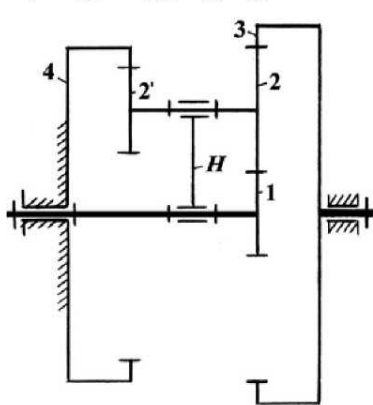
**Определить:** $W, U_{13}, U_{1H}, n_3, n_H$ .

Рисунок 2.2.32

**2.2.33.**

$n_H = 200 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_3 = 800 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 100$ ;  $z_2 = 20$ ;  $z_3 = 40$ .

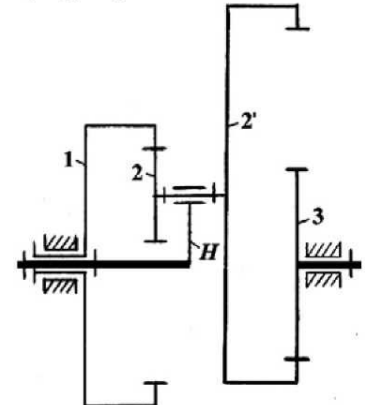
**Определить:** $W, z_2', n_1$ .

Рисунок 2.2.33

**2.2.34.**

$n_H = 320 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_3 = 300 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 88$ ;  $z_2 = 30$ ;  $z_2' = 24$ .

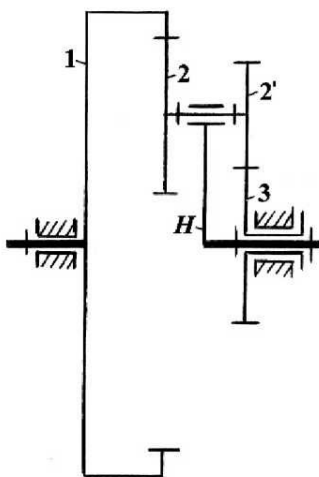
**Определить:**  $W, z_3, n_1$ .

Рисунок 2.2.34

**2.2.35.**

$n_H = 720 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_1 = 180 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 152$ ;  $z_2 = 30$ ;  
 $z_2' = 34$ ;  $z_3 = 28$ ;  $z_3' = 34$ .

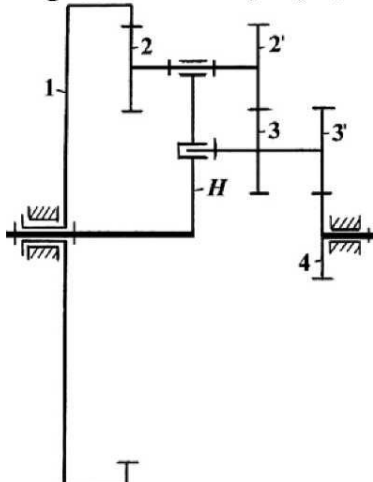
**Определить:**  $W, n_4, n_2$ .

Рисунок 2.2.35

**2.2.36.**

$n_H = 250 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 64$ ;  $z_2 = 36$ ;  
 $z_2' = 20$ ;  $z_3 = 24$ ;  $z_4 = 104$ .

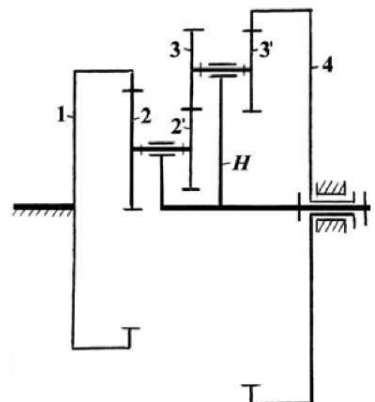
**Определить:** $W, U_{H4}, n_4, n_2$ .

Рисунок 2.2.36

**2.2.37.**

$n_H = 1100 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 65$ ;  
 $z_2 = 50$ ;  
 $z_2' = 30$ ;  
 $z_3 = 25$ ;  
 $z_3' = 80$ .

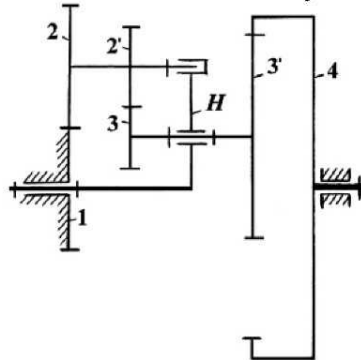
**Определить:** $W, U_{H4}, n_4$ .

Рисунок 2.2.37

**2.2.38.**

$n_H = 420 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_2 = 20$ ;  
 $z_2' = 18$ ;  
 $z_3 = 22$ ;  
 $z_3' = 18$ ;  
 $z_4 = 25$ .

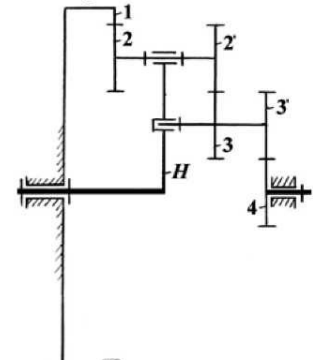
**Определить:** $W, U_{H4}, n_4$ .

Рисунок 2.2.38

**2.2.39.**

$n_H = -400 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_1 = 1200 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 40$ ;  $z_2 = 50$ ;  
 $z_2' = 20$ ;  $z_3 = 40$ ;  $z_3' = 60$ .

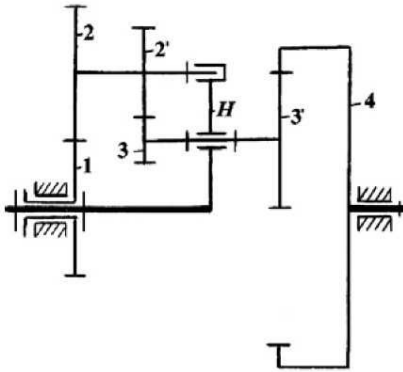
**Определить:** $W, n_4, n_2$ .

Рисунок 2.2.39

**2.2.40.**

$n_H = -200 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $n_1 = 280 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 84$ ;  $z_2 = 41$ ;  $z_2' = 18$ ;  
 $z_3 = 24$ ;  $z_3' = 26$ .

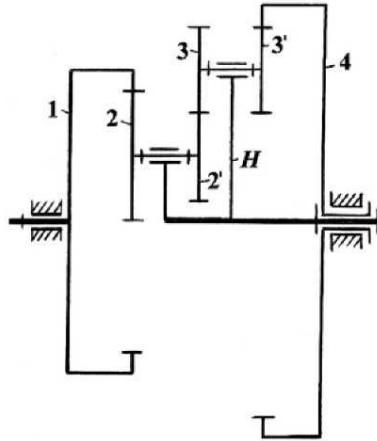
**Определить:** $W, n_4, n_3$ .

Рисунок 2.2.40

**2.2.41.**

$n_H = 160 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 82$ ;  $z_2 = 18$ ;  
 $z_2' = 20$ ;  $z_4 = 20$ .

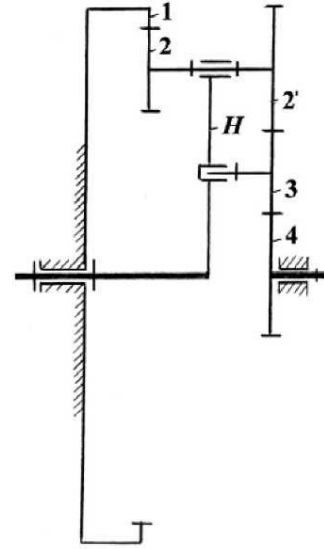
**Определить:** $W, U_{H4}, n_4$ .

Рисунок 2.2.41

**2.2.42.**

$n_H = 420 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_3 = 24$ ;  
 $z_3' = 50$ ;  $z_4 = 66$ .

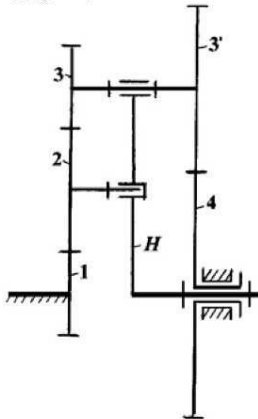
**Определить:** $W, U_{H4}, n_4$ .

Рисунок 2.2.42

**2.2.43.**

$n_1 = 220 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 58$ ;  $z_2' = 30$ ;  
 $z_3 = 20$ ;  $z_4' = 20$ ;  $z_5 = 72$ .

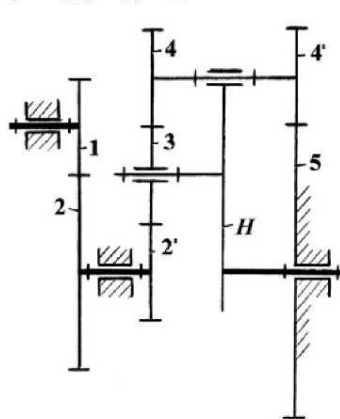
**Определить:** $W, U_{1H}, n_3, n_H$ .

Рисунок 2.2.43

**2.2.44.**

$n_1 = 940 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $k_1 = 2$ ;  
 $z_2 = 94$ ;  $z_2' = 20$ ;  $z_3 = 30$ .

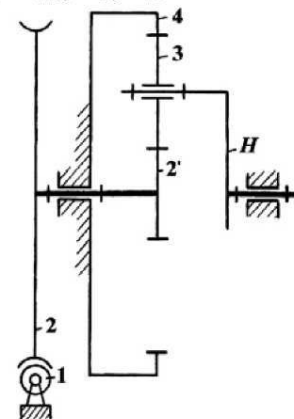
**Определить:** $W, U_{1H}, n_3, n_H$ .

Рисунок 2.2.44

**2.2.45.**

$n_1 = 380 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 18$ ;  $z_2 = 40$ ;  
 $z_3 = 20$ ;  $z_3' = 18$ ;  
 $z_4 = 40$ .

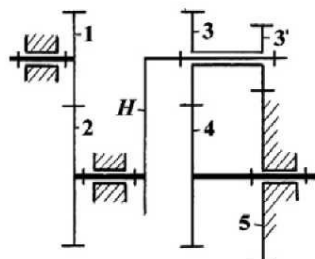
**Определить:** $W, U_{14}, n_4, n_3$ .

Рисунок 2.2.45

**2.2.46.**

$n_1 = 1400 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2 = 36$ ;  
 $z_3 = 40$ ;  $z_3' = 38$ ;  
 $z_4 = 50$ .

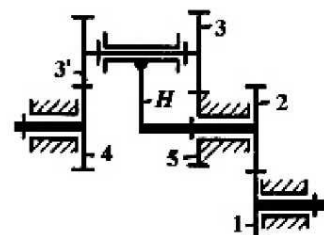
**Определить:** $W, U_{14}, n_4, n_3$ .

Рисунок 2.2.46

**2.2.47.**

$n_1 = 120 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2' = 25$ ;  
 $z_3 = 28$ ;  $z_4 = 80$ ;  $z_5 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{15}$ ,  $n_5$ ,  $n_H$ .

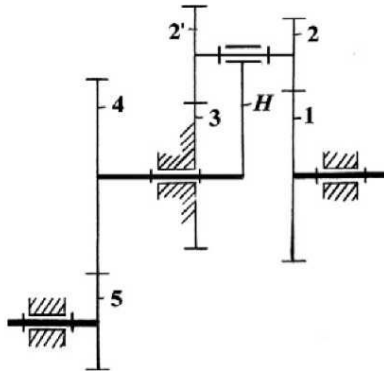


Рисунок 2.2.47

**2.2.48.**

$n_H = 520 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 70$ ;  $z_2 = 20$ ;  
 $z_3 = 25$ ;  $z_3' = 30$ ;  $z_4 = 28$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H1}$ ,  $n_1$ ,  $n_3$ .

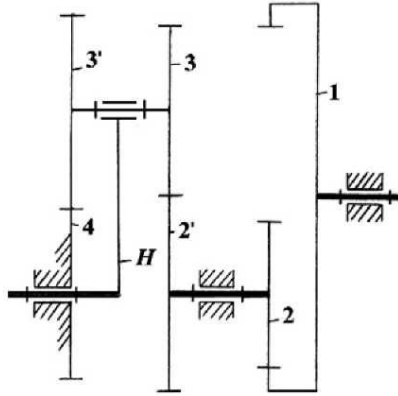


Рисунок 2.2.48

**2.2.49.**

$n_1 = 420 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 15$ ;  $z_2 = 40$ ;  
 $z_3 = 92$ ;  $z_4 = 68$ ;  $z_5 = 100$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{15}$ ,  $n_5$ ,  $n_4$ .

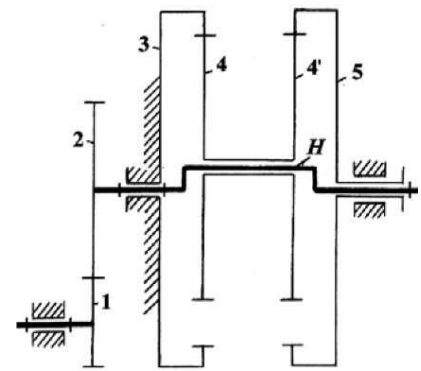


Рисунок 2.2.49

**2.2.50.**

$n_1 = 1710 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 18$ ;  $z_2 = 80$ ;  
 $z_2' = 90$ ;  $z_3 = 32$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_H$ ,  $n_3$ .

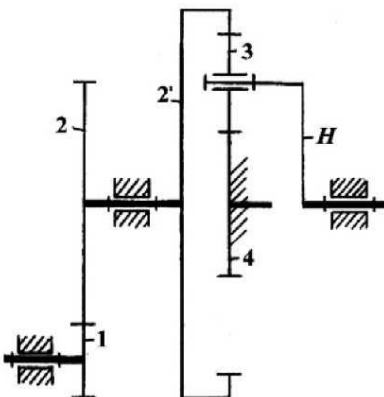


Рисунок 2.2.50

**2.2.51.**

$n_1 = 600 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 40$ ;  $z_2' = 20$ ;  
 $z_3' = 40$ ;  $z_4 = 25$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_H$ ,  $n_3$ .

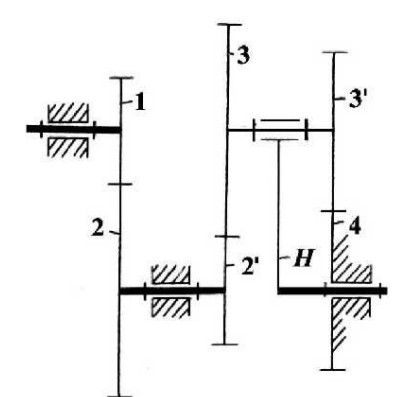


Рисунок 2.2.51

**2.2.52.**

$n_1 = 80 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 14$ ;  $z_2 = 42$ ;  
 $z_2' = 50$ ;  $z_3 = 15$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_H$ ,  $n_3$ .

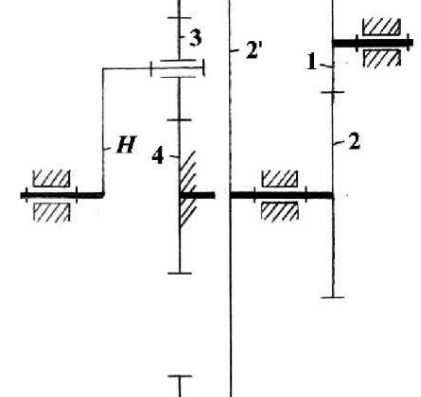


Рисунок 2.2.52

**2.2.53.**

$n_1 = 450 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 40$ ;  
 $z_2 = 30$ ;  
 $z_3 = 90$ ;  
 $z_4 = 25$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{15}$ ,  $n_5$ ,  $n_4$ .

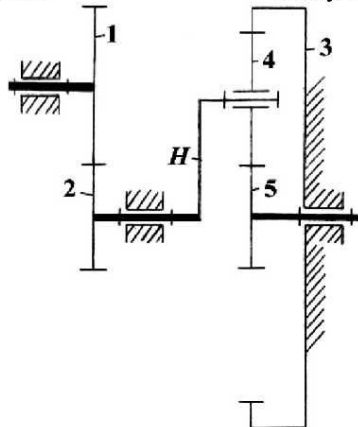


Рисунок 2.2.53

**2.2.54.**

$n_H = 180 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  
 $z_2 = 48$ ;  
 $z_2' = 20$ ;  
 $z_3 = 50$ ;  
 $z_4 = 35$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H1}$ ,  $n_1$ ,  $n_3$ .

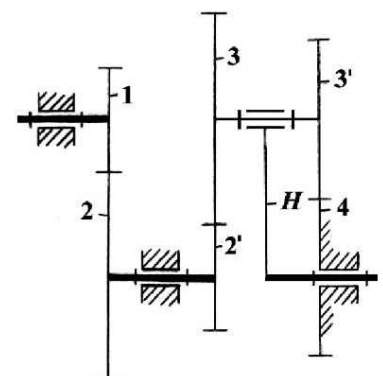


Рисунок 2.2.54

**2.2.55.**

$n_1 = 600 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 10$ ;  $z_2 = 45$ ;  $z_2' = 10$ ;  
 $z_3 = 50$ ;  $z_3' = 18$ ;  $z_4 = 24$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_4$ ,  $n_H$ .

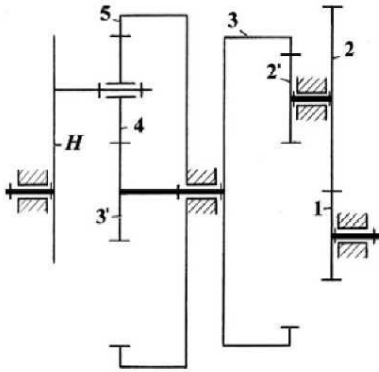


Рисунок 2.2.55

**2.2.56.**

$n_1 = 1460 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_H = 130$ ;  $z_3 = 28$ ;  
 $z_3' = 22$ ;  $z_4' = 24$ ;  $z_5 = 20$ ;  
 $z_6 = 24$ ;  $z_6' = 15$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{17}$ ,  $n_7$ ,  $n_H$ .

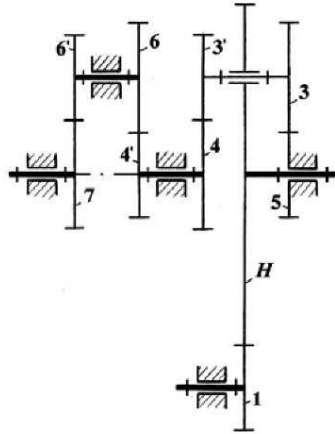


Рисунок 2.2.56

**2.2.57.**

$n_{H_1} = 1800 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2 = 20$ ;  $z_2' = 22$ ;  
 $z_4 = 32$ ;  $z_5 = 25$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H_1,6}$ ,  $n_6$ ,  $n_2$ .

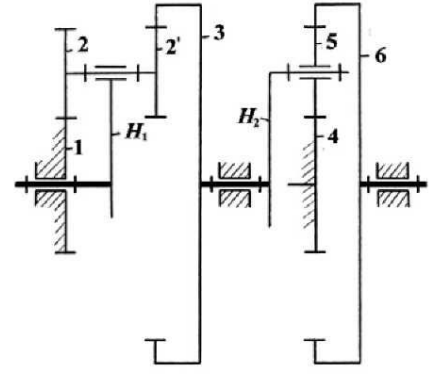


Рисунок 2.2.57

**2.2.58.**

$n_{H_1} = 1250 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 28$ ;  $z_2 = 20$ ;  
 $z_3 = 30$ ;  $z_3' = 18$ ;  
 $z_4 = 22$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H_1 H_2}$ ,  $n_3$ ,  $n_{H_2}$ .

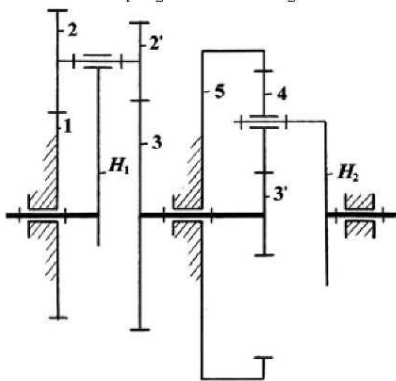


Рисунок 2.2.58

**2.2.59.**

$n_1 = 2100 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 30$ ;  
 $z_4 = 20$ ;  $z_5 = 30$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H_2}$ ,  $n_2$ ,  $n_{H_2}$ .

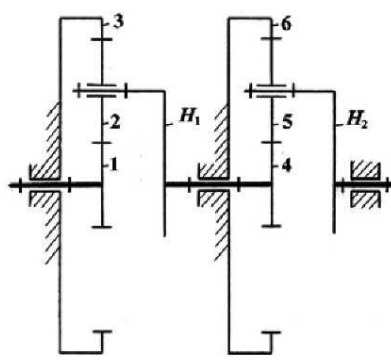


Рисунок 2.2.59

**2.2.60.**

$n_1 = 980 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 70$ ;  $z_2 = 20$ ;  $z_2' = 24$ ;  
 $z_4 = 40$ ;  $z_5' = 22$ ;  $z_6 = 50$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{16}$ ,  $n_6$ ,  $n_H$ .

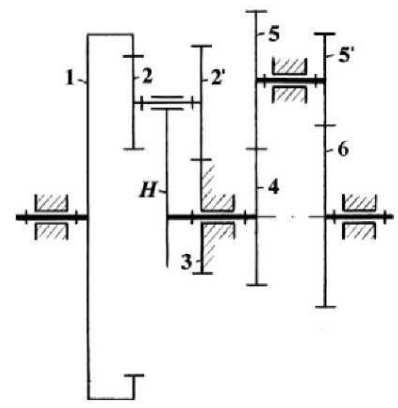


Рисунок 2.2.60

**2.2.61.**

$n_1 = 410 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 40$ ;  $z_2 = 30$ ;  
 $z_2' = 20$ ;  $z_3 = 50$ ;  
 $z_4 = 35$ ;  $z_4' = 28$ ;  
 $z_5 = 50$ ;  
 $z_5' = 30$ ;  $z_6 = 90$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{16}$ ,  $n_6$ ,  $n_H$ .

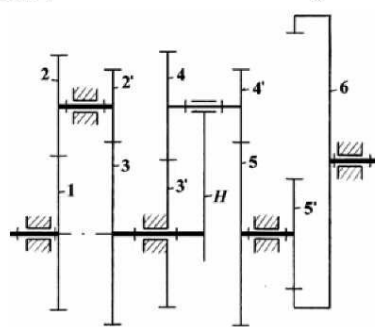


Рисунок 2.2.61

**2.2.62.**

$n_1 = 820 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 96$ ;  $z_2 = 24$ ;  
 $z_3 = 48$ ;  $z_3' = 30$ ;  
 $z_4 = 64$ ;  $z_5 = 60$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{15}$ ,  $n_5$ ,  $n_2$ .

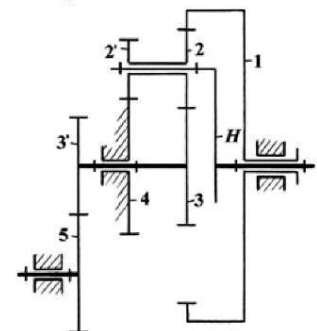


Рисунок 2.2.62

**2.2.63.**

$n_1 = 1100 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 18$ ;  $z_2' = 26$ ;  
 $z_4 = 22$ ;  $z_5 = 18$ ;  $z_5' = 26$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H_2}$ ,  $n_2$ ,  $n_{H_1}$ ,  $n_{H_2}$ .

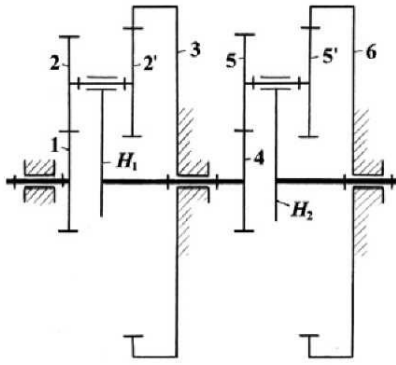


Рисунок 2.2.63.

**2.2.64.**

$n_{H_2} = 720 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 25$ ;  $z_2 = 20$ ;  
 $z_4 = 25$ ;  $z_5 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H_2 3}$ ,  $n_3$ .

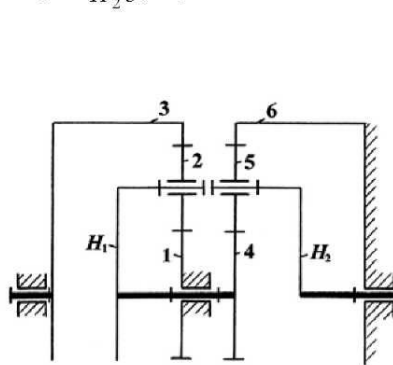


Рисунок 2.2.64

**2.2.65.**

$n_1 = 2200 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2 = 40$ ;  $z_2' = 28$ ;  
 $z_3' = 35$ ;  $z_4 = 40$ ;  $z_5 = 100$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_4$ ,  $n_H$ .

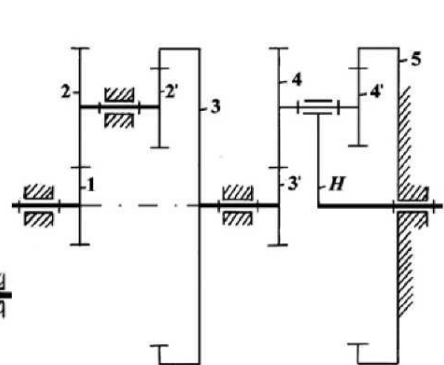


Рисунок 2.2.65

**2.2.66.**

$n_1 = 800 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2 = 20$ ;  $z_2' = 35$ ;  
 $z_3 = 15$ ;  $z_3' = 75$ ;  
 $z_4 = 30$ ;  $z_4' = 40$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_4$ ,  $n_H$ .

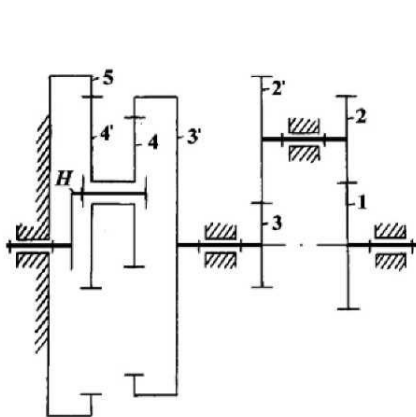


Рисунок 2.2.66

**2.2.67.**

$n_1 = 1320 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 18$ ;  $z_H = 100$ ;  
 $z_2 = 40$ ;  $z_3 = 24$ ;  $z_4 = 44$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{12}$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ .

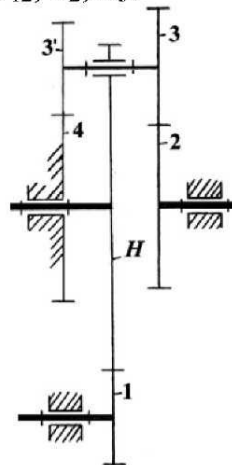


Рисунок 2.2.67

**2.2.68.**

$n_1 = 810 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 18$ ;  
 $z_2 = 24$ ;  $z_2' = 15$ ;  $z_3 = 15$ ;  
 $z_4 = 30$ ;  $z_4' = 25$ ;  $z_5 = 25$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_5$ ,  $n_H$ .

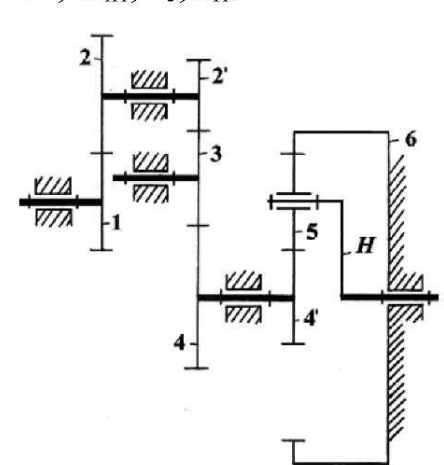


Рисунок 2.2.68

**2.2.69.**

$n_H = 600 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 18$ ;  $z_2 = 24$ ;  
 $z_2' = 22$ ;  
 $z_3' = 15$ ;  
 $z_4 = 13$ ;  $z_4' = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H1}$ ,  $n_1$ ,  $n_4$ .

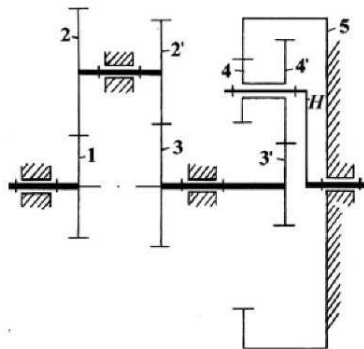


Рисунок 2.2.69

**2.2.70.**

$n_1 = 1400 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 18$ ;  $z_2 = 30$ ;  
 $z_2' = 20$ ;  $z_3 = 22$ ;  
 $z_4 = 36$ ;  $z_4' = 22$ ;  
 $z_5 = 30$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_5$ ,  $n_H$ .

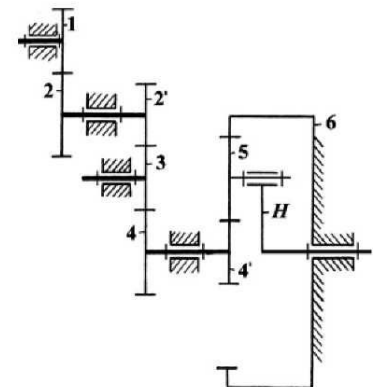


Рисунок 2.2.70

**2.2.71.**

$n_1 = 420 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 14$ ;  $z_2 = 22$ ;  
 $z_4 = 10$ ;  $z_4' = 12$ ;  
 $z_5 = 16$ ;  $z_6 = 90$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{16}$ ,  $n_6$ ,  $n_5$ .

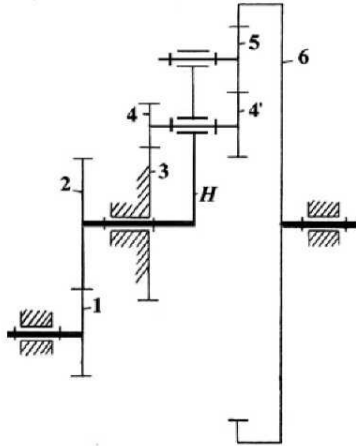


Рисунок 2.2.71

**2.2.72.**

$n_7 = 900 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 80$ ;  $z_3 = 20$ ;  $z_3' = 40$ ;  
 $z_4 = 17$ ;  $z_4' = 30$ ;  $z_5 = 25$ ;  
 $z_6 = 21$ ;  $z_7 = 21$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{7H}$ ,  $n_2$ ,  $n_H$ .

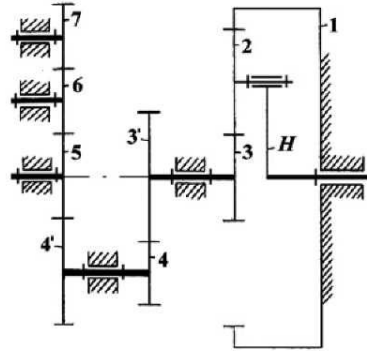


Рисунок 2.2.72

**2.2.73.**

$n_1 = 1800 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 40$ ;  $z_2 = 90$ ;  $z_2' = 25$ ;  
 $z_3 = 36$ ;  $z_3' = 20$ ;  $z_5 = 30$ ;  
 $z_6 = 18$ ;  $z_7 = 24$ ;  $z_7' = 22$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{18}$ ,  $n_8$ ,  $n_H$ .

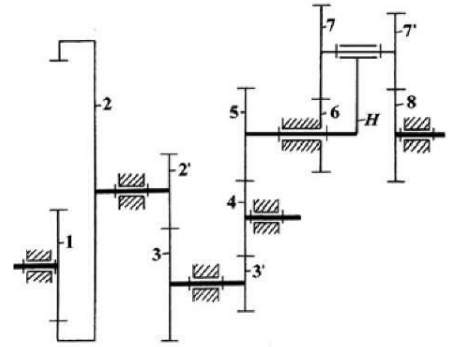


Рисунок 2.2.73

**2.2.74.**

$\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 60$ ;  $z_2' = 30$ ;  
 $z_2'' = 21$ ;  $z_4 = 101$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ ,  $\omega_H$ ,  $\omega_4$ .

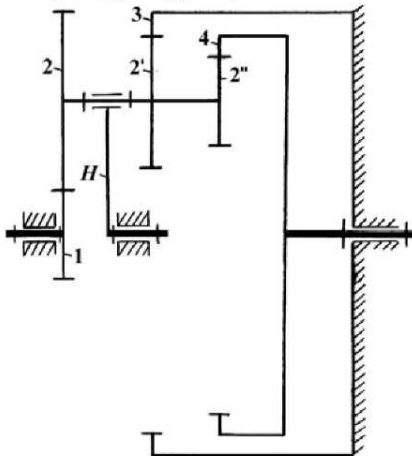


Рисунок 2.2.74

**2.2.75.**

$n_1 = 1200 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 60$ ;  $z_4 = 62$ ;  
 $z_5 = 18$ ;  $z_5' = 20$ ;  $z_6 = 60$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{16}$ ,  $n_6$ .

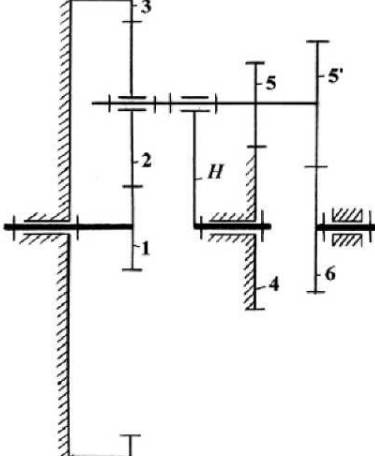


Рисунок 2.2.75

**2.2.76.**

$n_1 = 2100 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 22$ ;  $z_3 = 72$ ;  
 $z_4 = 22$ ;  $z_6 = 72$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H_2}$ ,  $n_{H_1}$ ,  $n_{H_2}$ ,  $n_5$ .

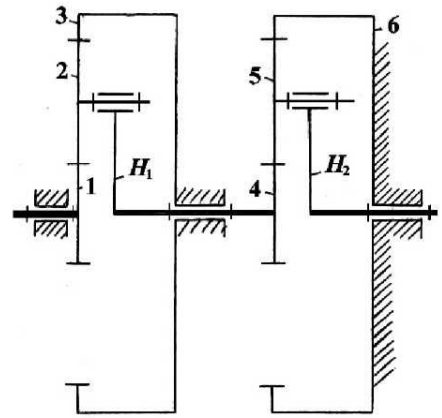


Рисунок 2.2.76

**2.2.77.**

$n_1 = 520 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 18$ ;  $z_2 = 30$ ;  
 $z_2' = 15$ ;  
 $z_2'' = 24$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H1}$ ,  $n_1$ ,  $n_3$ .

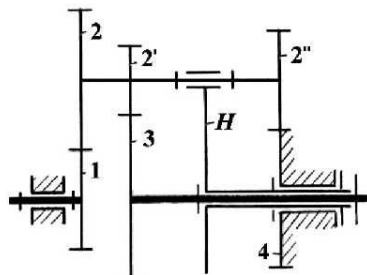


Рисунок 2.2.77

**2.2.78.**

$n_1 = 2800 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 108$ ;  $z_2 = 20$ ;  
 $z_2' = 60$ ;  $z_3 = 28$ ;  
 $z_4 = 32$ ;  $z_5 = 40$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ ,  $n_4$ ,  $n_5$ ,  $n_H$ .

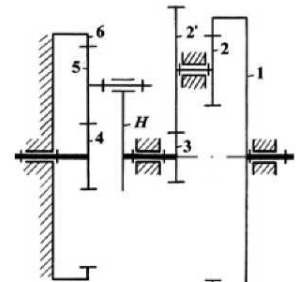


Рисунок 2.2.78

**2.2.79.**

$n_6 = 920 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 90$ ;  $z_2 = 35$ ;  $z_3 = 90$ ;  
 $z_4 = 35$ ;  $z_5 = 25$ ;  $z_6 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{6H}$ ,  $n_2$ ,  $n_H$ .

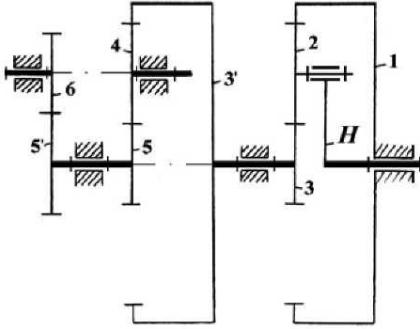


Рисунок 2.2.79

**2.2.80.**

$n_1 = 2100 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 60$ ;  $z_2 = 30$ ;  $z_3 = 120$ ;  
 $z_5 = 45$ ;  $z_5' = 30$ ;  $z_6 = 120$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{16}$ ,  $n_6$ ,  $n_2$ .

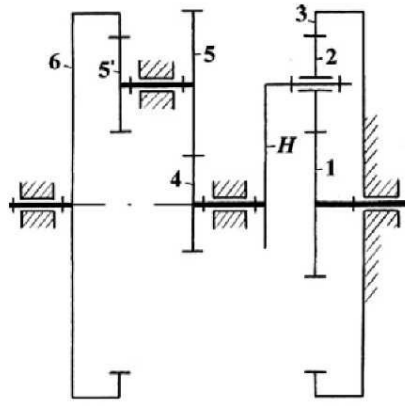


Рисунок 2.2.80

**2.2.81.**

$n_1 = 880 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 40$ ;  $z_2 = 60$ ;  $z_2' = 20$ ;  
 $z_3 = 80$ ;  $z_3' = 90$ ;  $z_4 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_4$ ,  $n_H$ .

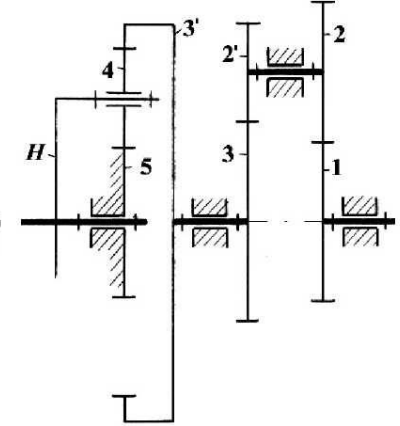


Рисунок 2.2.81

**2.2.82.**

$n_1 = 180 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 22$ ;  $z_2 = 24$ ;  $z_3 = 20$ ;  
 $z_4 = 60$ ;  $z_4' = 25$ ;  $z_5 = 75$ ;  
 $z_5' = 40$ ;  $z_6 = 30$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_6$ ,  $n_H$ .

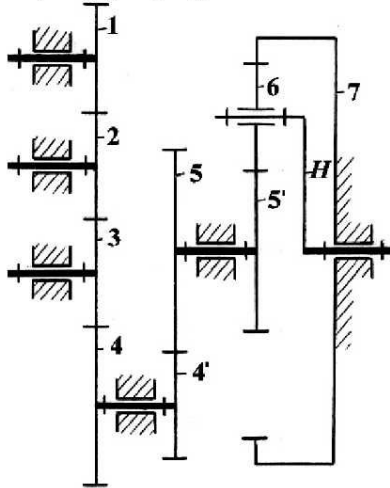


Рисунок 2.2.82

**2.2.83.**

$n_1 = 1500 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 28$ ;  $z_2 = 28$ ;  $z_2' = 20$ ;  
 $z_2'' = 38$ ;  $z_3 = 18$ ;  $z_4 = 36$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_4$ ,  $n_H$ .

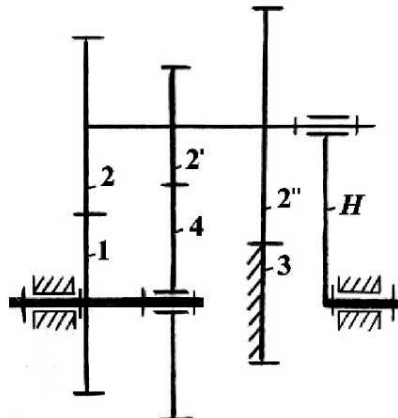


Рисунок 2.2.83

**2.2.84.**

$n_1 = 600 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 38$ ;  
 $z_2' = 18$ ;  $z_2'' = 16$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ ,  $n_4$ ,  $n_2$ .

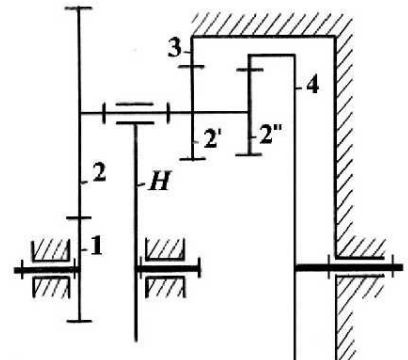


Рисунок 2.2.84

**3.1.85.**

$n_1 = 1400 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 15$ ;  $z_2 = 45$ ;  
 $z_3 = 75$ ;  $z_4 = 45$ ;  
 $z_5 = 15$ ;  $z_5' = 17$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{16}$ ,  $n_6$ ,  $n_5$ .

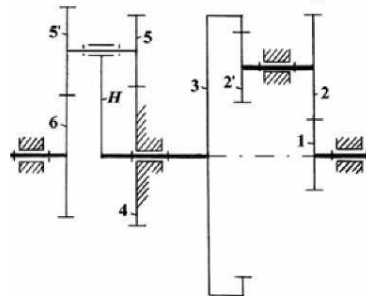


Рисунок 2.2.85

**2.2.86.**

$n_1 = 760 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 40$ ;  
 $z_3 = 30$ ;  $z_4 = 90$ ;  
 $z_4' = 30$ ;  $z_6 = 90$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_5$ ,  $n_H$ .

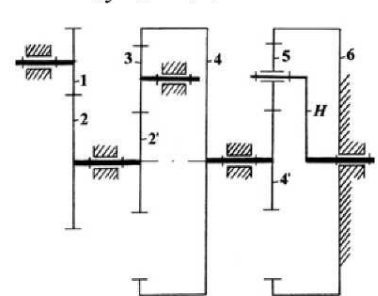


Рисунок 2.2.86

**2.2.87.**

$n_1 = 580 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 14$ ;  $z_2 = 26$ ;  
 $z_4 = 18$ ;  $z_4' = 22$ ;  $z_5 = 22$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{16}$ ,  $n_6$ .

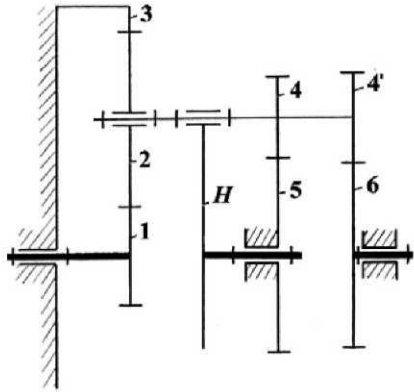


Рисунок 2.2.87

**2.2.88.**

$n_H = 200 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 120$ ;  
 $z_2 = 30$ ;  $z_2' = 40$ ;  $z_3' = 120$ ;  
 $z_4 = 30$ ;  $z_4' = 50$ ;  $z_5 = 40$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H5}$ ,  $n_5$ ,  $n_2$ .

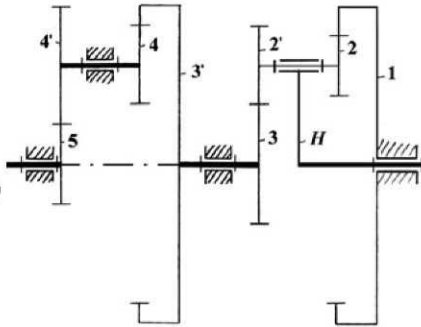


Рисунок 2.2.88

**2.2.89.**

$n_1 = 720 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 22$ ;  $z_2 = 30$ ;  $z_2' = 20$ ;  
 $z_3 = 32$ ;  $z_4 = 18$ ;  $z_5 = 32$ ;  
 $z_5' = 30$ ;  $z_6' = 24$ ;  $z_7 = 60$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{17}$ ,  $n_7$ ,  $n_5$ .

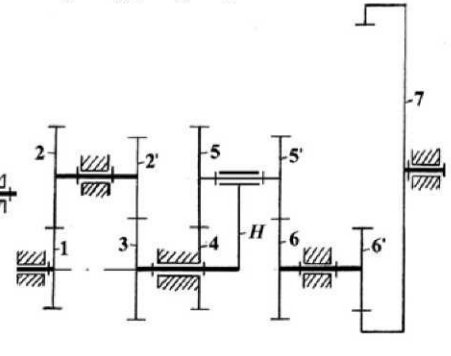


Рисунок 2.2.89

**2.2.90.**

$n_3 = 180 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 32$ ;  
 $z_2 = 28$ ;  $z_4 = 26$ ;  $z_5 = 30$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{3H_2}$ ,  $n_{H_2}$ .

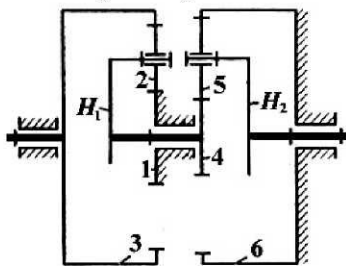


Рисунок 2.2.90

**2.2.91.**

$n_H = 740 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2 = 18$ ;  $z_2' = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H4}$ ,  $n_4$ ,  $n_2$ ,  $U_{H1}$ ,  $n_1$ .

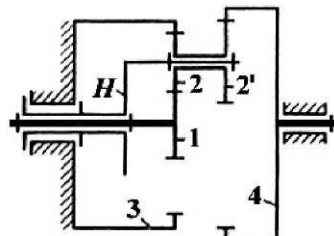


Рисунок 2.2.91

**2.2.92.**

$n_1 = 820 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 24$ ;  $z_2 = 22$ ;  $z_3' = 60$ ;  
 $z_4 = 26$ ;  $z_4' = 30$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{15}$ ,  $n_5$ ,  $n_2$ .

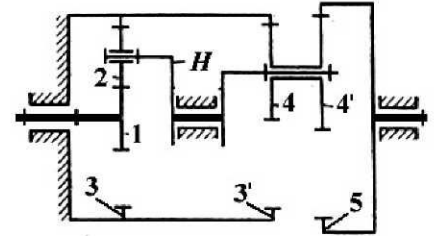


Рисунок 2.2.92

**2.2.93.**

$n_1 = 1520 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_2 = 40$ ;  $z_2' = 25$ ;  
 $z_3 = 60$ ;  $z_3' = 22$ ;  $z_4 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_4$ ,  $n_H$ .

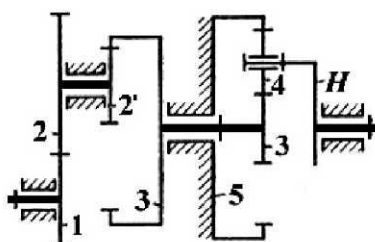


Рисунок 2.2.93

**2.2.94.**

$n_H = 210 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 26$ ;  $z_2 = 30$ ;  $z_2' = 20$ ;  
 $z_3 = 32$ ;  $z_3' = 30$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{H1}$ ,  $n_1$ ,  $n_3$ .

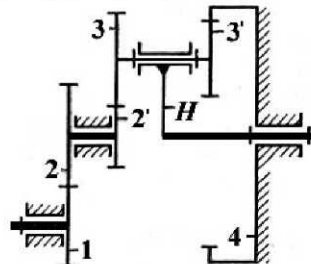


Рисунок 2.2.94

**2.2.95.**

$n_1 = 820 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 30$ ;  
 $z_2 = 20$ ;  $z_4 = 24$ ;  $z_5 = 22$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H_2}$ ,  $n_{H_2}$ ,  $n_2$ .

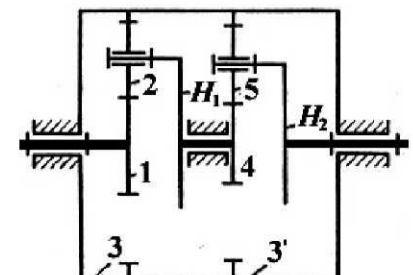


Рисунок 2.2.95



**2.2.96.**

$n_1 = 960 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 18$ ;  $z_2 = 30$ ;  $z_2' = 26$ ;  
 $z_3 = 22$ ;  $z_3' = 20$ ;  $z_4 = 26$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_4$ ,  $n_H$ .

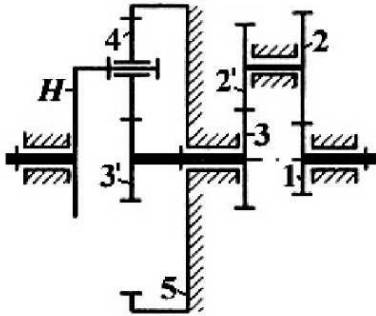


Рисунок 2.2.96

**2.2.99.**

$z_1 = 30$ ;  $z_2 = 35$ ;  $z_3 = 100$ ;  
 $z_3' = 23$ ;  $z_4 = 23$ ;  $z_5 = 23$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{14}$ .

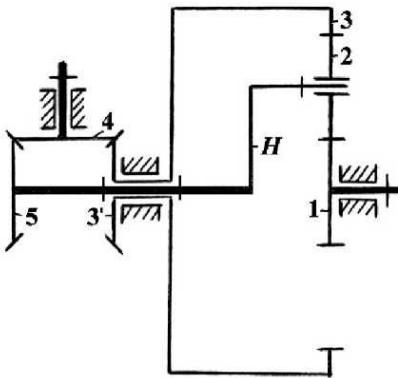


Рисунок 2.2.99

**2.2.102.**

$n_1 = 550 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_1' = 18$ ;  
 $z_2 = 18$ ;  $z_3 = 54$ ;  
 $z_4 = 64$ ;  $z_5 = 17$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{13}$ ,  $n_3$ .

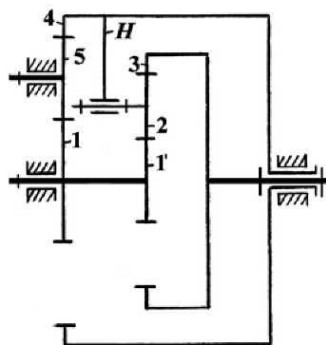


Рисунок 2.2.102

**2.2.97.**

$n_1 = 600 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 16$ ;  
 $z_2 = 38$ ;  $z_2' = 26$ ;  $z_3 = 80$ ;  
 $z_3' = 77$ ;  $z_4 = 30$ ;  $z_5 = 17$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{13}$ ,  $n_3$ .

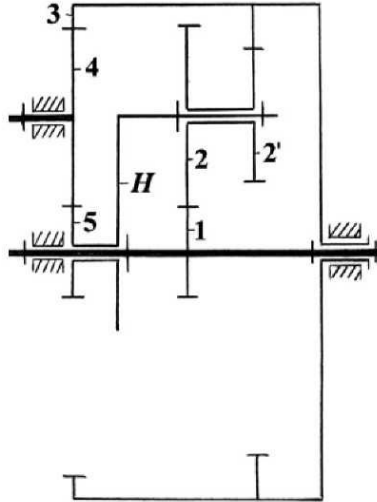


Рисунок 2.2.97

**2.2.100.**

$n_1 = 1000 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 30$ ;  $z_1' = 40$ ;  $z_2 = 20$ ;  
 $z_3 = 70$ ;  $z_3' = 80$ ;  $z_4 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_H$ .

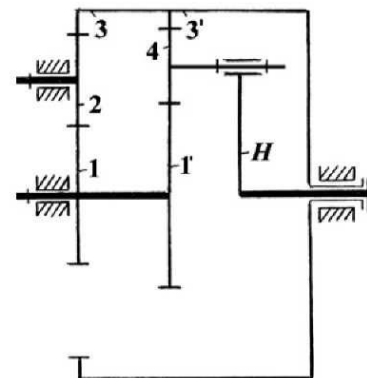


Рисунок 2.2.100

**3.2.103.**

$z_1 = 40$ ;  $z_2 = 50$ ;  
 $z_2' = 42$ ;  $z_3 = 48$ ;  
 $z_3' = 30$ ;  $z_4 = 40$ ;  
 $z_4' = 90$ ;  $z_5 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{15}$ .

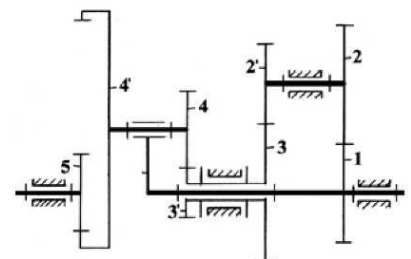


Рисунок 2.2.103

**2.2.98.**

$n_1 = 1600 \text{ мин}^{-1}$ ;  
 $z_1 = 42$ ;  $z_2 = 18$ ;  $z_2' = 40$ ;  
 $z_2'' = 15$ ;  $z_3 = 45$ ;  $z_4 = 20$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_H$ ,  $n_4$ .

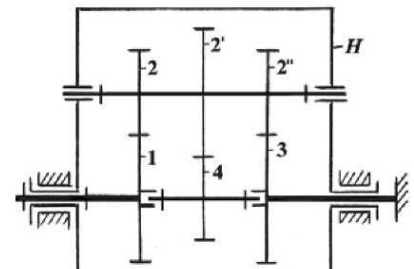


Рисунок 2.2.98

**2.2.101.**

$n_1 = 800 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_1 = 24$ ;  
 $z_2 = 33$ ;  $z_2' = 21$ ;  $z_3 = 78$ ;  
 $z_3' = 18$ ;  $z_4 = 30$ ;  $z_5 = 78$ .

**Определить:**

$W$ ,  $U_{1H}$ ,  $n_H$ .

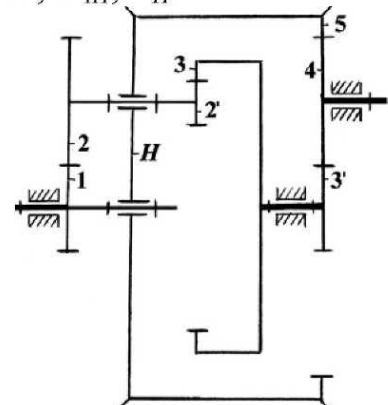


Рисунок 2.2.101

**2.2.104.**

$z_1 = 30; z_2 = 40; z_2' = 48;$   
 $z_3 = 35; z_3' = 38; z_4 = 37;$   
 $z_4' = 48; z_5 = 48.$

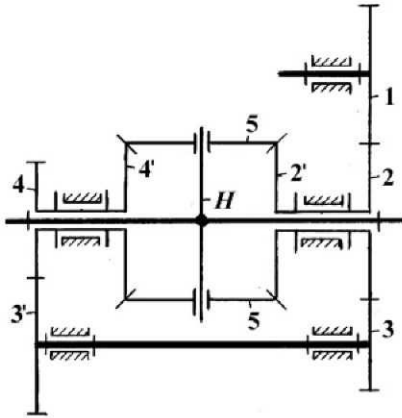
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.104

**2.2.105.**

$z_1 = 40; z_1' = 20; z_2 = 60;$   
 $z_2' = 67; z_3 = 120;$   
 $z_3' = 67; z_4 = 67.$

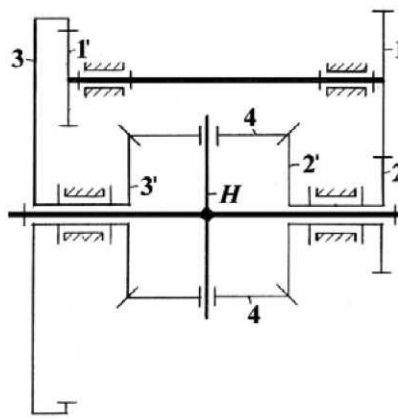
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.105

**2.2.106.**

$z_1 = 20; z_1' = 40; z_2 = 15;$   
 $z_3 = 50; z_3' = 20; z_4 = 80;$   
 $z_4' = 120; z_5 = 60; z_5' = 20.$

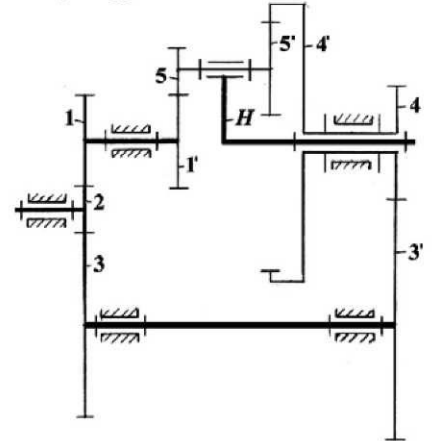
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.106

**2.2.107.**

$z_1 = 20; z_2 = 35; z_2' = 30;$   
 $z_3 = 25; z_3' = 18; z_4 = 31;$   
 $z_5 = 80.$

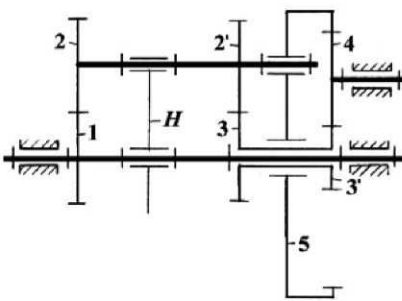
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.107

**2.2.108.**

$z_1 = 45; z_2 = 25; z_2' = 20;$   
 $z_3 = 50; z_3' = 40; z_4 = 30;$   
 $z_4' = 40; z_5 = 110.$

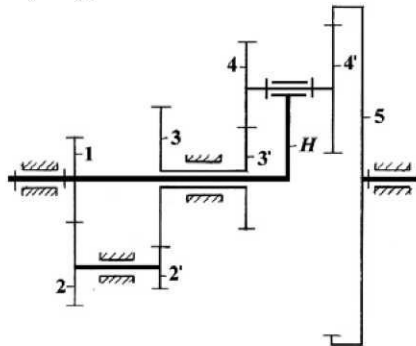
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.108

**2.2.109.**

$z_1 = 80; z_1' = 40; z_2 = 30;$   
 $z_3 = 20; z_4 = 60; z_4' = 41;$   
 $z_5 = 21.$

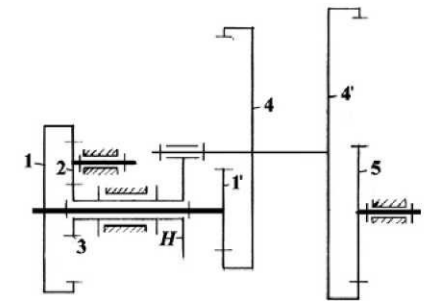
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.109

**2.2.110.**

$z_1 = 20;$   
 $z_1' = 40;$   
 $z_2 = 34;$   
 $z_2' = 25;$   
 $z_3 = 29;$   
 $z_3' = 92;$   
 $z_4 = 26.$

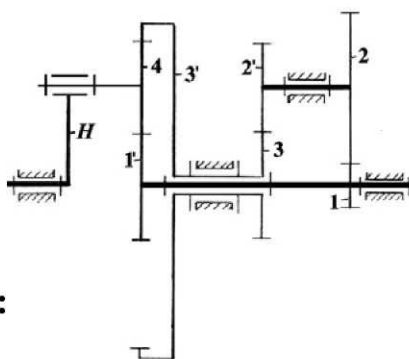
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.110

**2.2.111.**

$z_1 = 20;$   
 $z_2 = 40;$   
 $z_3 = 100;$   
 $z_3' = 94;$   
 $z_4 = 24;$   
 $z_4' = 30;$   
 $z_5 = 100.$

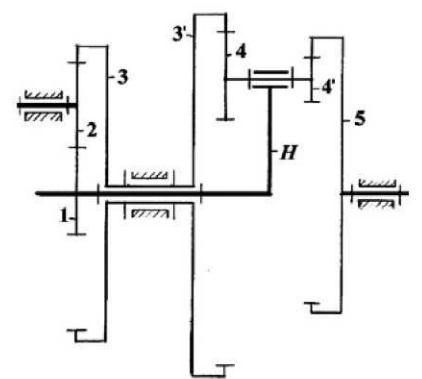
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.111

**2.2.112.**

$z_1 = 36; z_{1'} = 26; z_2 = 18;$   
 $z_{2'} = 27; z_3 = 27; z_{3'} = 20;$   
 $z_4 = 30; z_{4'} = 24.$

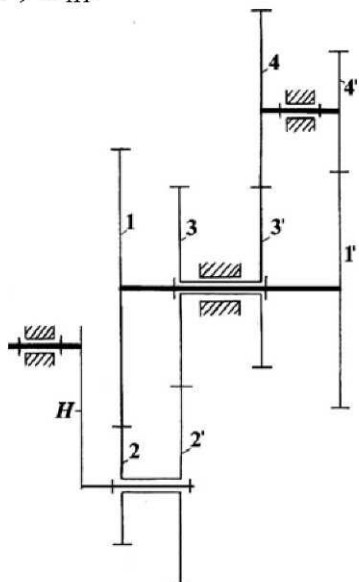
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.112

**2.2.113.**

$z_1 = 80; z_2 = 40; z_{2'} = 35;$   
 $z_3 = 85; z_4 = 20; z_5 = 48;$   
 $z_{5'} = 36; z_6 = 32.$

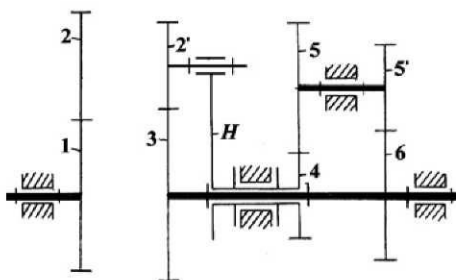
**Определить:** $W, U_{16}.$ 

Рисунок 2.2.113

**2.2.114.**

$z_1 = 70; z_2 = 14; z_{2'} = 35;$   
 $z_3 = 21; z_{3'} = 32; z_4 = 42;$   
 $z_{4'} = 38; z_5 = 25; z_6 = 16.$

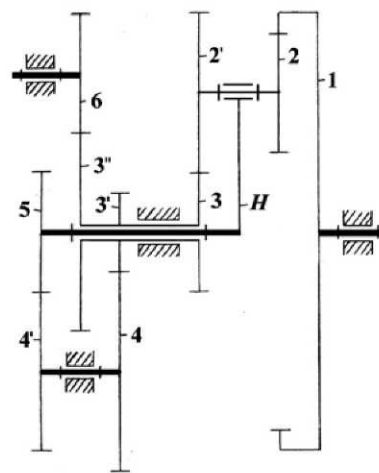
**Определить:** $W, U_{16}.$ 

Рисунок 2.2.114

**2.2.115.**

$z_1 = 45; z_{1'} = 42; z_2 = 19;$   
 $z_{2'} = 43; z_3 = 21; z_4 = 60;$   
 $z_{4'} = 40; z_5 = 22.$

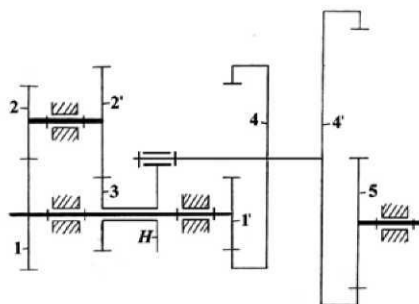
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.115

**2.2.116.**

$z_1 = 55; z_2 = 30; z_{2'} = 60;$   
 $z_3 = 25; z_{3'} = 115; z_4 = 25;$   
 $z_{4'} = 135; z_5 = 45.$

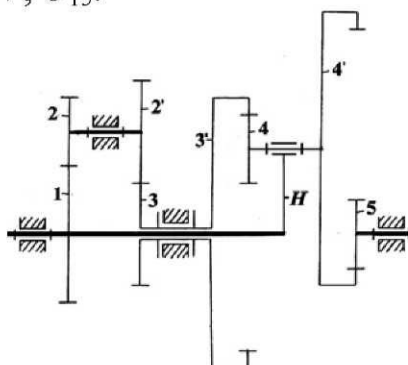
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.116

**2.2.117.**

$z_1 = 25; z_{1'} = 20; z_2 = 75;$   
 $z_{2'} = 45; z_3 = 20; z_{3'} = 90;$   
 $z_4 = 25; z_H = 80.$

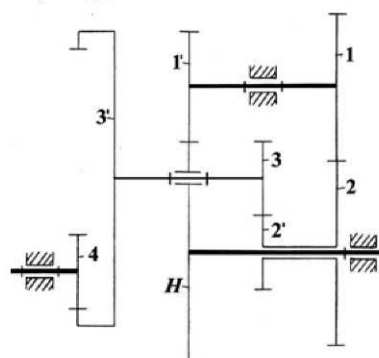
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.117

**2.2.118.**

$n_1 = 1400 \text{ мин}^{-1};$   
 $z_1 = 40; z_2 = 20;$   
 $z_3 = 80; z_{3'} = 76;$   
 $z_4 = 25; z_5 = 26.$

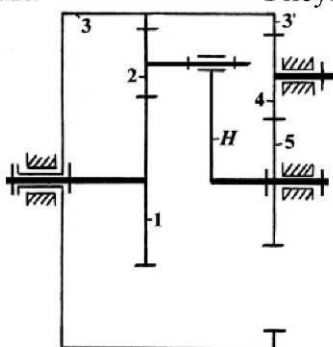
**Определить:** $W, U_{1H}, n_H.$ 

Рисунок 2.2.118

**2.2.119.**

$n_1 = 2200 \text{ мин}^{-1};$   
 $z_1 = 22; z_{1'} = 24;$   
 $z_2 = 25; z_3 = 74;$   
 $z_{3'} = 34; z_4 = 20;$   
 $z_{4'} = 32.$

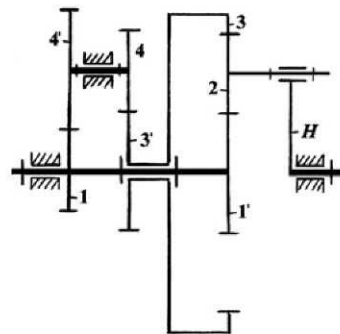
**Определить:** $W, U_{1H}, n_H.$ 

Рисунок 2.2.119

**2.2.120.**

$z_1 = 42; z_{1'} = 18; z_2 = 36;$   
 $z_{2'} = 25; z_3 = 29; z_{3'} = 32;$   
 $z_4 = 60; z_{4'} = 50.$

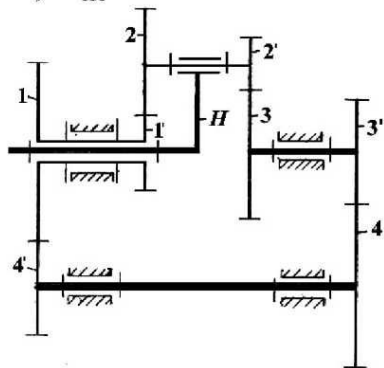
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.120

**2.2.121.**

$z_1 = 50; z_{1'} = 55; z_2 = 40;$   
 $z_3 = 130; z_4 = 25; z_{4'} = 22;$   
 $z_5 = 102.$

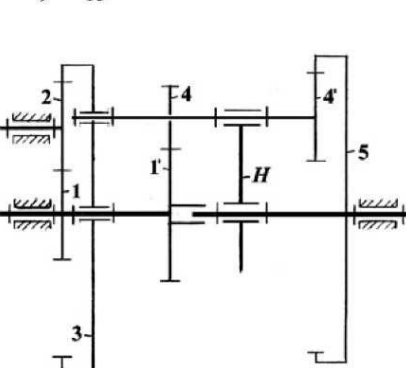
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.121

**2.2.122.**

$z_1 = 20; z_2 = 45; z_{2'} = 40;$   
 $z_3 = 25; z_{3'} = 58; z_4 = 46;$   
 $z_{4'} = 22; z_5 = 82.$

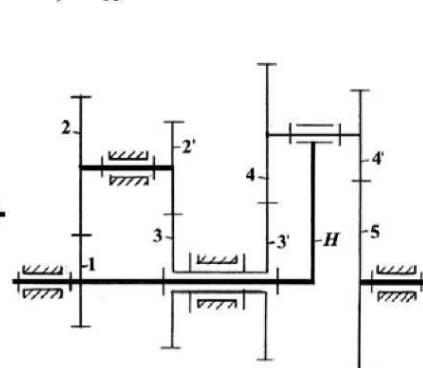
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.122

**2.2.123.**

$z_1 = 22; z_2 = 32; z_3 = 86;$   
 $z_{3'} = 22; z_4 = 32; z_5 = 86.$

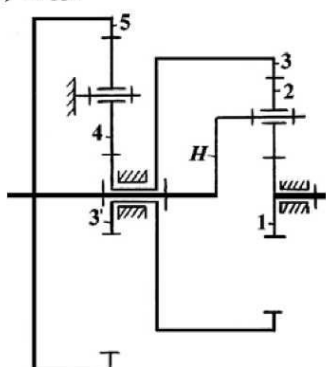
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.123

**2.2.124.**

$z_1 = 24; z_{1'} = 27; z_2 = 56;$   
 $z_{2'} = 20; z_3 = 79; z_{3'} = 31;$   
 $z_4 = 83; z_{4'} = 60.$

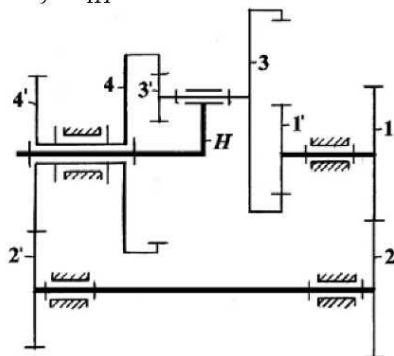
**Определить:** $W, U_{1H}.$ 

Рисунок 2.2.124

**2.2.125.**

$z_1 = 36; z_2 = 18; z_{2'} = 30;$   
 $z_3 = 24; z_{3'} = 105; z_4 = 35;$   
 $z_{4'} = 32; z_5 = 102.$

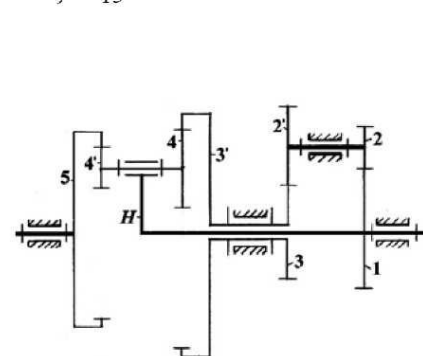
**Определить:** $W, U_{15}.$ 

Рисунок 2.2.125

**2.2.126.**

$n_1 = 1400 \text{ мин}^{-1};$   
 $z_1 = 20;$   
 $z_2 = 20;$   
 $z_3 = 60;$   
 $z_4 = 18;$   
 $z_{4'} = 22;$   
 $z_5 = 120;$   
 $z_6 = 80.$

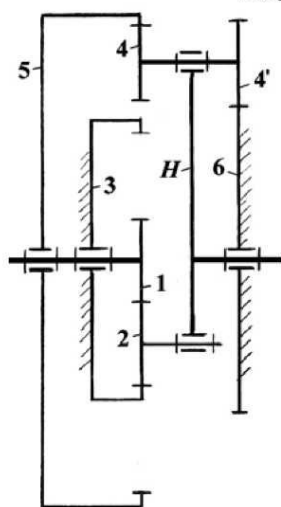
**Определить:** $W, U_{15}, n_5, n_H.$ 

Рисунок 2.2.126

**2.2.127.**

$n_1 = 740 \text{ мин}^{-1};$   
 $z_1 = 80;$   
 $z_2 = 20;$   
 $z_{2'} = 18;$   
 $z_3 = 78;$   
 $z_{3'} = 100;$   
 $z_4 = 25.$

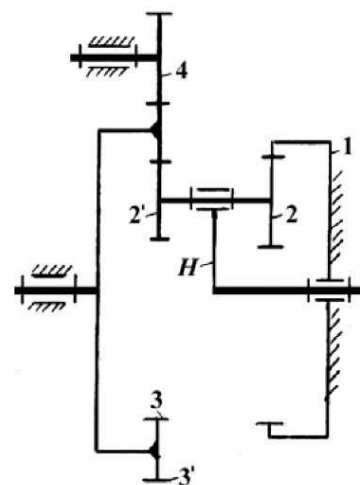
**Определить:** $W, U_{H4}, n_4, n_3.$ 

Рисунок 2.2.127

### 3 ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

#### 3.1 Определение сил инерций звеньев механизма

При силовом расчете механизмов необходимо учитывать силы инерции звеньев. Это нужно для того, чтобы динамическую систему привести к статическому равновесию, т. е. дать возможность применить уравнения статики к движущейся системе. Это правило изложил в своем принципе Д'Аламбер. Согласно этому принципу «если ко всем точкам несвободной механической системы, движущимся с некоторыми ускорениями, приложить равнодействующие активных сил, сил реакций связей и силы инерции этих точек, то полученная система сил будет уравновешенной». На основании вышеизложенного можно сделать вывод о необходимости правильно определять силы инерции звеньев.

Из теоретической механики известно, что все силы инерции звена, совершающего плоскопараллельное движение и имеющего плоскость симметрии, параллельную плоскости движения, могут быть сведены к силе инерции  $\vec{F}_и$ , приложенной в центре масс  $S$  звена, и к паре сил инерции, момент которой равен  $\vec{M}_и$ .

Величина силы инерции определяется по формуле:

$$\vec{F}_и = -m\vec{a}_S, \quad (3.1)$$

где  $m$  – масса звена, кг;

$a_S$  – ускорение центра масс  $S$  звена,  $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ .

Сила инерции имеет размерность  $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ , т. е. Н (ньютон). Направление силы инерции противоположно направлению вектора ускорения центра масс звена.

Момент сил инерции (инерционный момент) направлен противоположно угловому ускорению  $\varepsilon$  и его величина определяется по формуле:

$$\vec{M}_и = -I_S \vec{\varepsilon}, \quad (3.2)$$

где  $I_S$  – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс  $S$  звена и перпендикулярной к плоскости движения звена,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;

$\varepsilon$  – угловое ускорение звена,  $\text{с}^{-2}$ ;

Момент инерции имеет размерность  $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$ , т. е. Н·м.

Примеры определения сил инерции звеньев, совершающих различные движения:

1. Поршень (ползун) массой  $m_1$  движется в цилиндре с некоторым ускорением  $\bar{a}_1$  (рисунок 3.1).

В этом случае сила инерции  $\bar{F}_и$  поршня направлена противоположно ускорению поршня и определяется по формуле:

$$\bar{F}_и = -m_1\bar{a}_1.$$

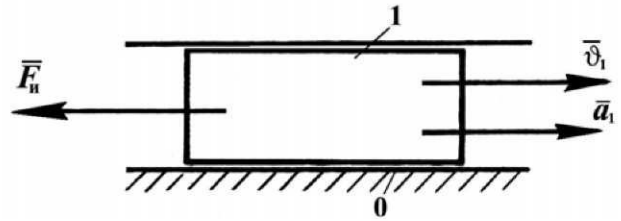


Рисунок 3.1 – Схема к определению силы инерции поступательно движущегося звена

2. Звено 1 совершает вращательное движение вокруг оси  $O$  с некоторым угловым ускорением  $\varepsilon$ , центр масс  $S$  звена не совпадает с осью вращения (рисунок 3.2 а).

Сила инерции звена определяется по формуле

$$\bar{F}_и = -m\bar{a}_S.$$

Ускорение центра масс  $S$  звена определяется по формуле:

$$\bar{a}_S = \bar{a}_S^n + \bar{a}_S^\tau, \quad (3.3)$$

где  $\bar{a}_S^n$  – нормальное ускорение центра масс  $S$  звена, направленное по звену к центру вращения  $O$ , определяемое по формуле:

$$a_S^n = \omega_1^2 l_{OS}; \quad (3.4)$$

$\bar{a}_S^\tau$  – тангенциальное ускорение центра масс  $S$  звена, направленное перпендикулярно звену, определяемое по формуле:

$$a_S^\tau = \varepsilon_1 l_{OS}; \quad (3.5)$$

Направление ускорения центра масс  $S$  звена определяется сложением векторов  $\bar{a}_S^n$  и  $\bar{a}_S^\tau$ , а его величина

$$a_S = \sqrt{(a_S^n)^2 + (a_S^\tau)^2} = \sqrt{\omega_1^4 l_{OS}^2 + \varepsilon_1^2 l_{OS}^2} = l_{OS} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \quad (3.6)$$

Направление силы инерции звена 1 противоположно вектору ускорения  $\bar{a}_S$ , а направление момента сил инерции звена  $\bar{M}_и$  – противоположно угловому ускорению  $\varepsilon_1$ .

Силу инерции  $\bar{F}_n$  и момент сил инерции  $\bar{M}_n$  можно заменить одной силой. Для этого заменяем момент  $\bar{M}_n$  парой сил  $\bar{F}_n'$  и  $\bar{F}_n''$  (рисунок 3.2, б), момент которой равен

$$F_n h = M_n. \quad (3.7)$$

Силу  $\bar{F}_n'$  этой пары приложим в центре масс  $S$  звена (рисунок 3.2, б). Тогда другая сила  $\bar{F}_n''$  окажется приложенной в некоторой точке  $K$  звена.

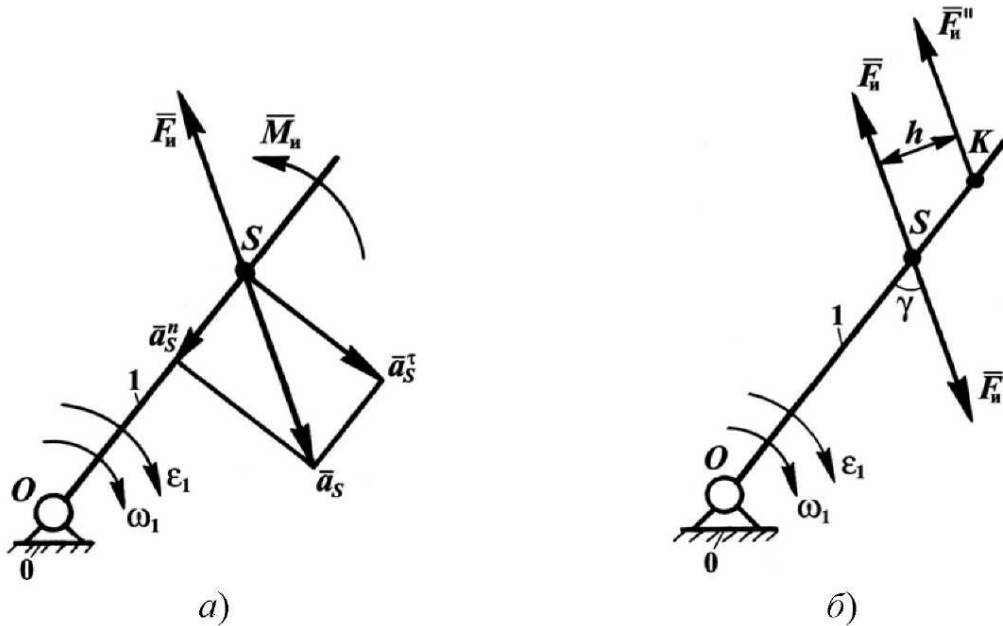


Рисунок 3.2 – Схемы к определению сил инерции вращательно движущегося звена

Силы  $\bar{F}_n$  и  $\bar{F}_n'$ , приложенные в центре масс  $S$  звена уравниваются, и, таким образом, остается только одна сила, приложенная в точке  $K$  звена, которая называется *точкой качания*. Определить положение точки  $K$  можно решая следующее уравнение:

$$h = \frac{M_n}{F_n} = \frac{I_S \varepsilon}{m a_S}. \quad (3.8)$$

Зная, что

$$\varepsilon = \frac{a_S^\tau}{l_{OS}},$$

выражение (8) примет вид

$$h = \frac{I_S a_S^\tau}{m l_{OS} a_S} = \frac{I_S}{m l_{OS}} \sin \gamma. \quad (3.9)$$

Так как

$$l_{SK} = \frac{h}{\sin \gamma} = \frac{I_S}{m l_{OS}}, \quad (3.10)$$

то положение точки  $K$  определится

$$l_{OK} = l_{OS} + \frac{I_S}{ml_{OS}}. \quad (3.11)$$

3. Звено (допустим шатун  $AB$ ) совершает плоскопараллельное движение (рисунок 3.3, а). Для этого звена в масштабе  $\mu_a$  построен план ускорений (рисунок 3.3, б).

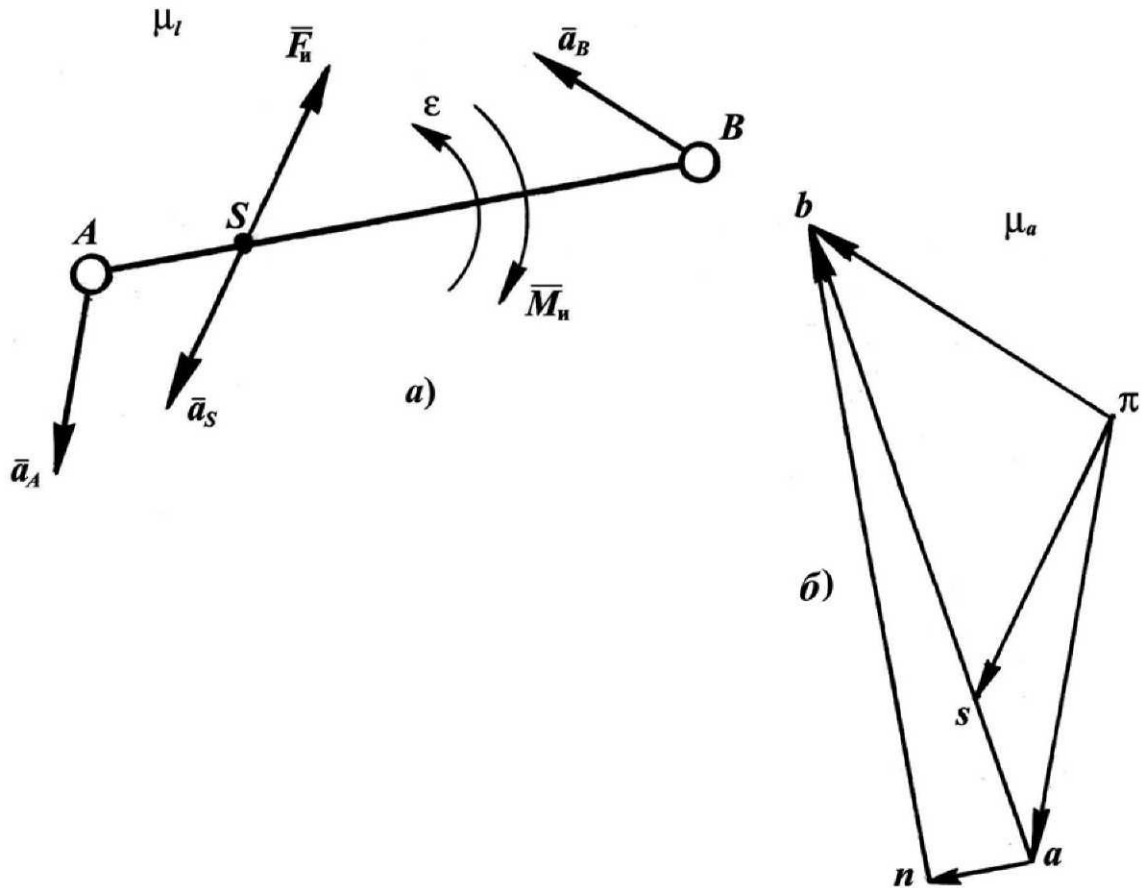


Рисунок 3.3 – Схема к определению сил инерций звена, совершающего плоскопараллельное движение:

а) кинематическая схема звена; б) план ускорений

Сила инерции звена определяется по формуле:

$$\bar{F}_n = -m\bar{a}_S.$$

Ускорение центра масс  $S$  определим из плана ускорений:

$$a_S = (\pi s)\mu_a.$$

Перенесем в точку  $S$  звена вектор ускорения центра масс  $\bar{a}_S = (\pi s)$  и в противоположную сторону направим вектор силы инерции звена  $\bar{F}_n$ .

Момент силы инерции звена определяем по формуле:



$$\bar{M}_H = -I_S \bar{\varepsilon}.$$

Угловое ускорение  $\varepsilon$  звена определим по формуле

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{(nb)\mu_a}{l_{AB}}.$$

С помощью вектора  $\bar{a}_{BA}^\tau$  определим направление углового ускорения звена (оно направлено против вращения часовой стрелки). Тогда направление момента сил инерции звена будет по часовой стрелке.

**Пример 1.** Определить инерционную нагрузку звеньев кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.4, а). Кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}$ . Размеры звеньев  $l_{OA} = 0,1 \text{ м}$ ,  $l_{AB} = 0,25 \text{ м}$ ,  $l_{AS_2} = 0,1 \text{ м}$ . Массы звеньев  $m_2 = 2 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 1 \text{ кг}$ . Момент инерции звена 2  $I_{S_2} = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Угол  $\varphi_1 = 60^\circ$ .

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,0025 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  вычерчиваем схему механизма (рисунок 3.4, а).

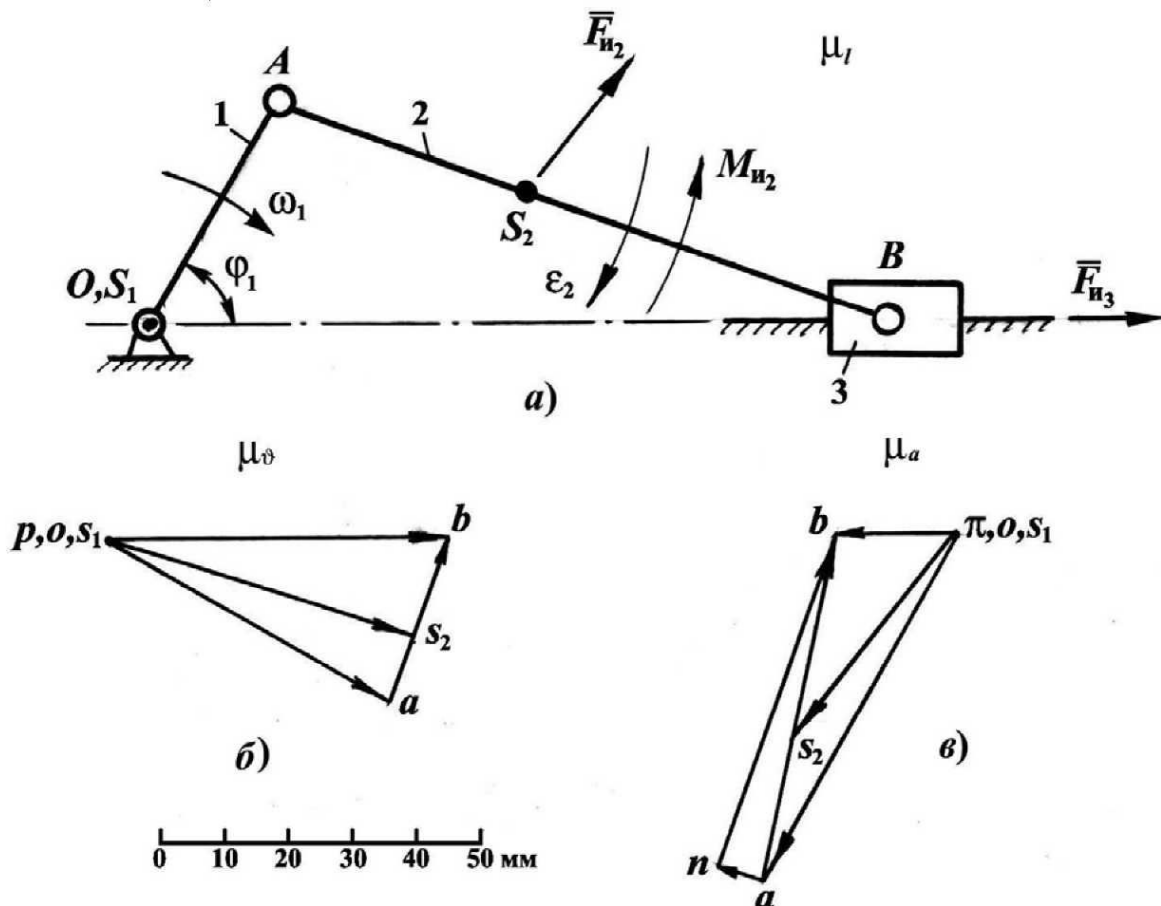


Рисунок 3.4 – Схема к определению инерционной нагрузки звеньев кривошипно-ползунного механизма:  
а) кинематическая схема; б) план скоростей; в) план ускорений

Длины звеньев на чертеже:

$$OA = \frac{l_{OA}}{\mu_l} = \frac{0,1}{0,0025} = 40 \text{ мм}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,25}{0,0025} = 100 \text{ мм};$$

$$AS_2 = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l} = \frac{0,1}{0,0025} = 40 \text{ мм}.$$

В масштабе  $\mu_g = 0,1 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$  строим план скоростей (рисунок 3.4, б).

Определим линейную скорость точки  $A$ :

$$\mathfrak{v}_A = \omega_1 l_{OA} = 50 \times 0,1 = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Длину вектора ( $\overline{pa}$ ) определим

$$(\overline{pa}) = \frac{\mathfrak{v}_A}{\mu_g} = \frac{5}{0,1} = 50 \text{ мм}.$$

Скорость точки  $B$  определим решением векторных уравнений:

$$\begin{aligned} \overline{\mathfrak{v}}_B &= \overline{\mathfrak{v}}_A + \overline{\mathfrak{v}}_{BA}; \\ \overline{\mathfrak{v}}_B &= \overline{\mathfrak{v}}_{B_0} + \overline{\mathfrak{v}}_{BB_0}. \end{aligned}$$

Положение центра масс  $S_2$  звена 2 определим из пропорции

$$\frac{AB}{AS_2} = \frac{(ab)}{(as_2)};$$

$$(as_2) = \frac{AS_2}{AB} (ab) = \frac{0,1}{0,25} \times 27 = 10,8 \text{ мм}.$$

Из плана скоростей определим скорости точек:

$$\mathfrak{v}_B = \mu_g (pb) = 0,1 \times 62 = 6,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$\mathfrak{v}_{BA} = \mu_g (ab) = 0,1 \times 27 = 2,7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$\mathfrak{v}_{S_2} = \mu_g (ps_2) = 0,1 \times 49 = 4,9 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Определим угловую скорость звена 2:

$$\omega_2 = \frac{\mathfrak{v}_{BA}}{l_{AB}} = \frac{2,7}{0,25} = 10,8 \text{ с}^{-1}.$$

Строим план ускорений (рисунок 3.4, в).

При  $\omega_1 = \text{const}$  ускорение точки  $A$

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 50^2 \times 0,1 = 250 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Выбираем масштабный коэффициент плана ускорений  $\mu_a = 4 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}$ ,  
тогда длина вектора ускорения точки  $A$ :

$$(\pi a) = \frac{a_A}{\mu_a} = \frac{250}{4} = 62,5 \text{ мм}.$$

Для определения ускорения точки  $B$  составим и решим два векторных уравнения:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau;$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{B_0} + \bar{a}_{BB_0}^{\text{отн}}.$$

Нормальное ускорение точки  $B$  относительно  $A$  определим по формуле:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = 10,8^2 \times 0,25 = 29,16 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Длина вектора  $(\overline{an})$ , которым изображается это ускорение:

$$(\overline{an}) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{29,16}{4} = 7,29 \approx 7 \text{ мм}.$$

Положение точки  $S_2$  на отрезке  $(ab)$  плана ускорений определим, решая пропорцию:

$$\frac{AB}{AS_2} = \frac{(ab)}{(as_2)},$$

откуда

$$(as_2) = \frac{AS_2}{AB} (ab) = \frac{40}{100} \times 55 = 22 \text{ мм}.$$

Из построенного плана ускорений определим ускорения точек звеньев механизма и угловое ускорение шатуна 2:

$$a_B = \mu_a (\pi b) = 4 \times 19 = 76 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_{BA}^\tau = \mu_a (nb) = 4 \times 55 = 220 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_{S_2} = \mu_a (\pi s_2) = 4 \times 42 = 168 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B,1}^\tau}{l_{AB}} = \frac{220}{0,25} = 880 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения  $\varepsilon_2$  звена 2 определяется с помощью вектора  $\vec{a}_{B,1}^\tau$ , мысленно перенесенного из плана ускорений в точку  $B$  на схеме механизма. В нашем случае  $\varepsilon_2$  направлено по часовой стрелке.

Определим инерционную нагрузку всех звеньев механизма.

Сила инерции шатуна 2 равна

$$F_{и_2} = m_2 a_{S_2} = 2 \times 168 = 336 \text{ Н.}$$

и направлена противоположно вектору ускорения центра масс звена 2 ( $\overline{\pi s_2}$ ).

Момент сил инерции шатуна 2:

$$M_{и_2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 0,03 \times 880 = 26,4 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

и направлен противоположно угловому ускорению шатуна 2. В нашем случае против часовой стрелки.

Сила инерции ползуна 3:

$$F_{и_3} = m_3 a_B = 1 \times 76 = 76 \text{ Н.}$$

и направлена противоположно вектору ускорения точки  $B$  ( $\overline{\pi b}$ ).

**Пример 2.** Определить инерционную нагрузку звеньев шарнирного четырехзвенного механизма (рисунок 3.5, а). Кривошип 1 вращается равномерно с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}$ . Размеры звеньев  $l_{OA} = 0,1 \text{ м}$ ,  $l_{AB} = l_{BC} = 0,2 \text{ м}$ . Центры масс звеньев 2 и 3 расположены на серединах звеньев. Массы звеньев  $m_2 = m_3 = 2 \text{ кг}$ . Момент инерции звеньев  $I_{S_2} = I_{S_3} = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Угол  $\varphi_1 = 90^\circ$ .

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,0025 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  строим схему механизма (рисунок 3.5, а). Длины звеньев механизма на чертеже:

$$OA = \frac{l_{OA}}{\mu_l} = \frac{0,1}{0,0025} = 40 \text{ мм}; \quad AB = BC = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,2}{0,0025} = 80 \text{ мм};$$

$$AS_2 = BS_2 = \frac{AB}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ мм.}$$

В масштабе  $\mu_g = 0,1 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$  строим план скоростей (рисунок 3.5, б).

Определим линейную скорость точки  $A$ :

$$v_A = \omega_1 l_{OA} = 60 \times 0,1 = 6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

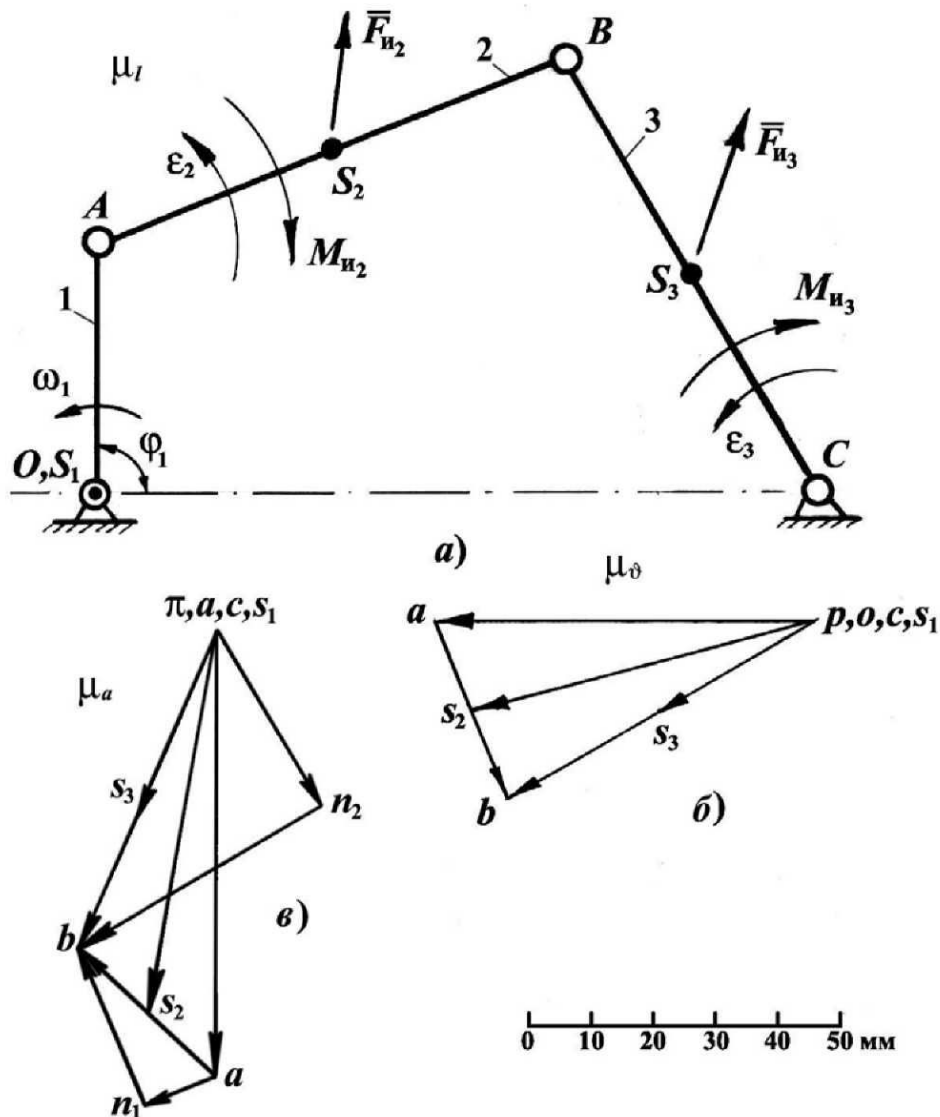


Рисунок 3.5 – Схема к определению инерционной нагрузки звеньев четырехзвенного механизма:

а) кинематическая схема; б) план скоростей; в) план ускорений

Длина вектора ( $\overline{pa}$ ):

$$(\overline{pa}) = \frac{v_A}{\mu_g} = \frac{6}{0,1} = 60 \text{ мм}.$$

Скорость точки  $B$  определим решением векторных уравнений:

$$\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{v}_{BA};$$

$$\overline{v}_B = \overline{v}_C + \overline{v}_{BC}.$$

Положение точек  $S_2$  и  $S_3$  центров масс звеньев 2 и 3 определим на серединах отрезков  $(ab)$  и  $(bc)$  на плане скоростей.

Из построенного плана скоростей определим значения скоростей точек и звеньев механизма:

$$\mathfrak{V}_{BA} = \mu_{\mathfrak{V}}(ab) = 0,1 \times 31 = 3,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$\mathfrak{V}_B = \mathfrak{V}_{BC} = \mu_{\mathfrak{V}}(pb) = 0,1 \times 57 = 5,7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$\mathfrak{V}_{S_2} = \mu_{\mathfrak{V}}(ps_2) = 0,1 \times 57 = 5,7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$\mathfrak{V}_{S_3} = \mu_{\mathfrak{V}}(ps_3) = 0,1 \times 28,5 = 2,85 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

$$\omega_2 = \frac{\mathfrak{V}_{BA}}{l_{AB}} = \frac{3,1}{0,2} = 15,5 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\mathfrak{V}_{BC}}{l_{BC}} = \frac{5,7}{0,2} = 28,5 \text{ с}^{-1}.$$

Строим план ускорений (рисунок 3.5, в).

При  $\omega_1 = \text{const}$  ускорение точки  $A$  определим по формуле:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 60^2 \times 0,1 = 360 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Выбираем масштабный коэффициент плана ускорений  $\mu_a = 5 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}$ , тогда длина вектора ускорения точки  $A$ :

$$(\pi a) = \frac{a_A}{\mu_a} = \frac{360}{5} = 72 \text{ мм}.$$

Для определения ускорения точки  $B$  составим и решим два векторных уравнения:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau};$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^{\tau}.$$

В этих уравнениях нормальные ускорения  $a_{BA}^n$  и  $a_{BC}^n$  определяются по формулам:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = 15,5^2 \times 0,2 = 48,05 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

$$a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC} = 28,5^2 \times 0,2 = 162,45 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Из точки  $a$  на плане ускорений параллельно звену  $AB$  в направлении от точки  $B$  к точке  $A$  проводим вектор нормального ускорения  $(\overline{an_1})$  точки  $B$  относительно  $A$  длиной:

$$(an_1) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{48,05}{5} = 12,01 \approx 12 \text{ мм.}$$

Из точки  $c$ , совпадающей с полюсом  $\pi$ , проводим вектор нормального ускорения  $(\overline{cn_2})$  точки  $B$  относительно точки  $C$  параллельно звену  $BC$  в направлении от точки  $B$  к точке  $C$  длиной:

$$(cn_2) = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a} = \frac{162,45}{5} = 32,49 \approx 32 \text{ мм.}$$

Через точки  $n_1$  и  $n_2$  проводим линии перпендикулярные звеньям  $AB$  и  $BC$  (направления  $\bar{a}_{BA}^\tau$  и  $\bar{a}_{BC}^\tau$ ). Точка пересечения этих прямых определяет положение точки  $b$  на плане ускорений. Соединив ее с полюсом  $\pi$ , получим вектор ускорения точки  $B$ .

Положение точек центров масс  $S_2$  и  $S_3$  определим на серединах отрезков  $(ab)$  и  $(bc)$ . Соединив их с полюсом, получим векторы ускорений центров масс звеньев 2 и 3.

Из построенного плана ускорений определим ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев:

$$a_B = \mu_a(\pi b) = 5 \times 56 = 280 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_{BA}^\tau = \mu_a(n_1 b) = 5 \times 27 = 135 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_{BC}^\tau = \mu_a(n_2 b) = 5 \times 45 = 225 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_{S_2} = \mu_a(\pi s_2) = 5 \times 63 = 315 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_{S_3} = \mu_a(\pi s_3) = 5 \times 32 = 160 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{135}{0,2} = 675 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^\tau}{l_{BC}} = \frac{225}{0,2} = 1175 \text{ с}^{-2}.$$

Направления  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  определяются с помощью векторов  $\bar{a}_{BA}^\tau$  и  $\bar{a}_{BC}^\tau$ , мысленно перенесенных из плана ускорений в точку  $B$  на схеме механизма. В нашем случае  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  направлены против часовой стрелки.

Определим инерционную нагрузку всех звеньев механизма.

Сила инерции шатуна 2

$$F_{и_2} = m_2 a_{S_2} = 2 \times 315 = 630 \text{ Н}$$

и направлена противоположно вектору ускорения центра масс  $S_2$  звена 2  $(\overline{\pi s_2})$ .

Момент сил инерции шатуна 2

$$M_{и_2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 0,025 \times 675 = 16,87 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

и направлен противоположно угловому ускорению шатуна 2. В нашем случае по часовой стрелке.

Сила инерции коромысла 3

$$F_{и_3} = m_3 a_{S_3} = 2 \times 160 = 320 \text{ Н}$$

и направлена противоположно вектору ускорения точки  $S_3$  ( $\overline{\pi S_3}$ ).

Момент сил инерции коромысла 3

$$M_{и_3} = I_{S_3} \varepsilon_3 = 0,025 \times 1125 = 28,13 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

и направлен противоположно угловому ускорению коромысла 3. В нашем случае по часовой стрелке.

**Пример 3.** Определить инерционную нагрузку звеньев рычажного механизма (рисунок 3.6, а). Кривошип 1 вращается равномерно с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}$ . Размеры звеньев  $l_{OA} = 0,06 \text{ м}$ ,  $l_{AB} = 0,12 \text{ м}$ ,  $l_{BC} = l_{CD} = l_{DE} = 0,1 \text{ м}$ ,  $l_{AS_2} = \frac{1}{3} l_{AB}$ ,  $l_{DS_4} = \frac{1}{2} l_{DE}$ . Массы звеньев  $m_2 = m_4 = 1 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 2 \text{ кг}$ ,  $m_5 = 0,5 \text{ кг}$ . Моменты инерции звеньев  $I_{S_2} = I_{S_4} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $I_{S_3} = 0,0025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Углы  $\varphi_1 = 90^\circ$ ,  $\varphi_{3,4} = 90^\circ$ ,  $\varphi_{1,2} = \varphi_{2,3}$ .

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  строим схему механизма (рисунок 3.6, а). Длины звеньев механизма на чертеже:

$$OA = \frac{l_{OA}}{\mu_l} = \frac{0,06}{0,002} = 30 \text{ мм}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,12}{0,002} = 60 \text{ мм};$$

$$BC = CD = DE = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,1}{0,002} = 50 \text{ мм};$$

$$AS_2 = \frac{AB}{3} = \frac{60}{3} = 20 \text{ мм}; \quad DS_4 = \frac{DE}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ мм}.$$

В масштабе  $\mu_v = 0,05 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$  строим план скоростей (рисунок 3.6, б).

Определим линейную скорость точки  $A$ :

$$v_A = \omega_1 l_{OA} = 50 \times 0,06 = 3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$



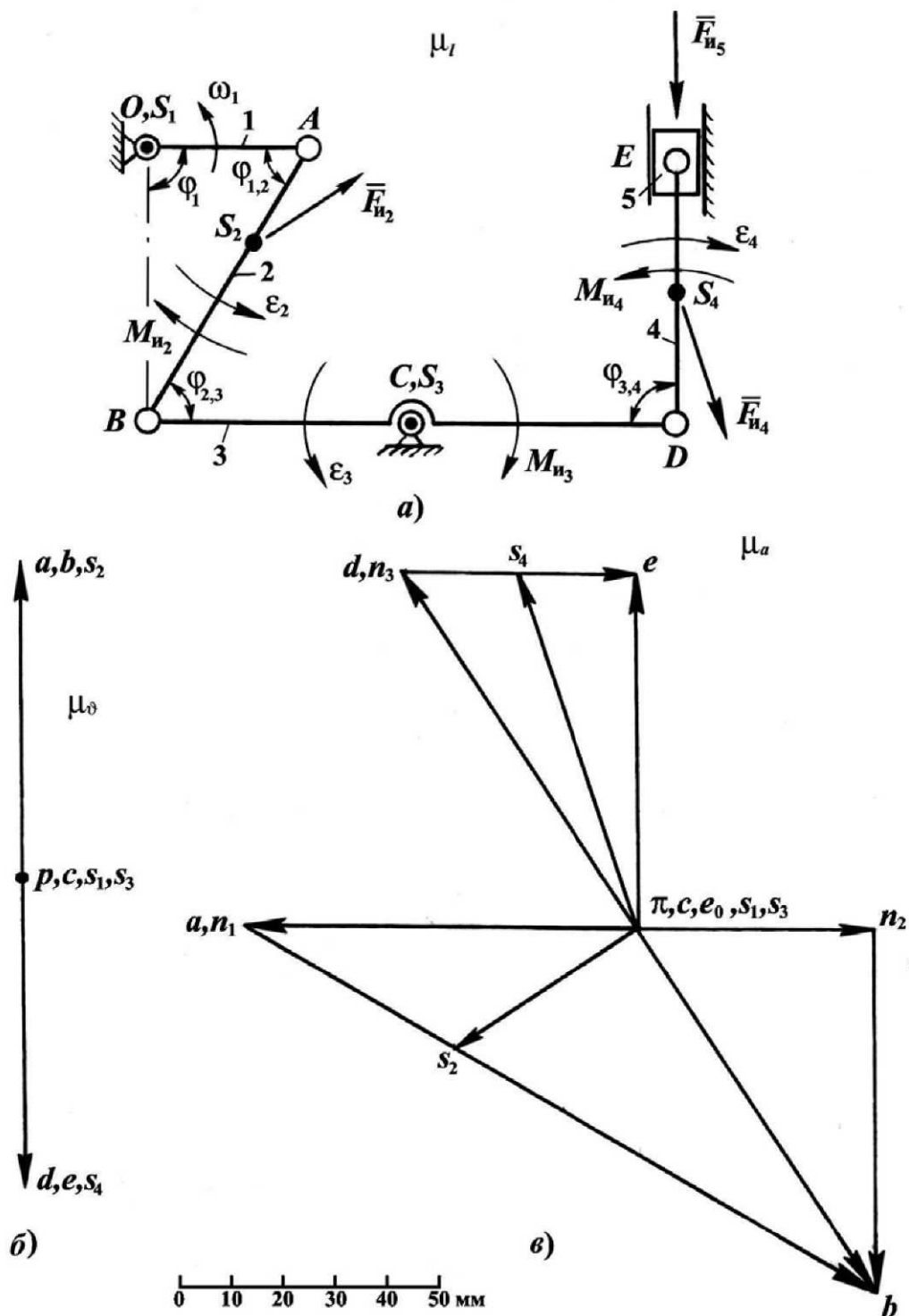


Рисунок 3.6 – Схема к определению инерционной нагрузки звеньев рычажного механизма:

а) кинематическая схема; б) план скоростей; в) план ускорений

Определим длину вектора  $(\overline{pa})$ :

$$(\overline{pa}) = \frac{g_A}{\mu_g} = \frac{3}{0,05} = 60 \text{ мм.}$$

Скорость точки  $B$  определим решением векторных уравнений:

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{V}}_B &= \overline{\mathfrak{V}}_A + \overline{\mathfrak{V}}_{BA}; \\ \overline{\mathfrak{V}}_B &= \overline{\mathfrak{V}}_C + \overline{\mathfrak{V}}_{BC}.\end{aligned}$$

Через точку  $a$  на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную звену 2, а через точку  $c$ , совпадающую с полюсом  $p$ , – прямую, перпендикулярную звену 3. Эти прямые пересекаются в точке  $a$  плана скоростей. Это значит, что точка  $b$  совпадает с точкой  $a$  и  $\mathfrak{V}_B = \mathfrak{V}_A$ .

Поскольку точка  $S_2$  находится на звене  $AB$ , а его точки  $a$  и  $b$  на плане скоростей совпали, то и точка  $s_2$  будет находиться в точке  $a$ , т. е.

$$\mathfrak{V}_{S_2} = \mathfrak{V}_B = \mathfrak{V}_A.$$

Скорость точки  $D$  определим из пропорции

$$\frac{BC}{CD} = \frac{(bc)}{(cd)};$$

$$(cd) = \frac{CD}{BC}(bc) = \frac{50}{50} \times 60 = 60 \text{ мм.}$$

На продолжении отрезка  $(bc)$  на плане скоростей откладываем отрезок  $(cd)$  длиной 60 мм. Поскольку  $(pb) = (pd)$ .

$$\mathfrak{V}_B = \mathfrak{V}_D = 3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Скорость точки  $E$  определим, решая векторные уравнения:

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{V}}_E &= \overline{\mathfrak{V}}_D + \overline{\mathfrak{V}}_{ED}; \\ \overline{\mathfrak{V}}_E &= \overline{\mathfrak{V}}_{E_0} + \overline{\mathfrak{V}}_{EE_0}.\end{aligned}$$

Через точку  $d$  на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную звену 4 (направление  $\overline{\mathfrak{V}}_{ED}$ ), а через точку  $e_0$ , совпадающую с полюсом  $p$ , – прямую параллельную вертикальной оси движения поршня 5 (направление  $\overline{\mathfrak{V}}_{EE_0}$ ). Эти прямые пересекаются в точке  $d$ . Значит  $\mathfrak{V}_E = \mathfrak{V}_D$ .

Поскольку точка  $S_4$  находится на звене  $ED$ , а его точки на плане скоростей совпали, то и точка  $s_4$  будет находиться в точке  $d$ , т. е.

$$\mathfrak{V}_{S_4} = \mathfrak{V}_E = \mathfrak{V}_D = 3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Определим угловые скорости звеньев:

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_{BA}}{l_{AB}} = \frac{0}{0,12} = 0 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\vartheta_{BC}}{l_{BC}} = \frac{3}{0,1} = 30 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{\vartheta_{ED}}{l_{DE}} = \frac{0}{0,1} = 0 \text{ с}^{-1}.$$

Строим план ускорений (рисунок 3.6, в).

При  $\omega_1 = \text{const}$  ускорение точки  $A$  определим по формуле:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 50^2 \times 0,06 = 150 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Выбираем масштабный коэффициент плана ускорений  $\mu_a = 2 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}$ ,

тогда длина вектора ускорения точки  $A$ :

$$(\pi a) = \frac{a_A}{\mu_A} = \frac{150}{2} = 75 \text{ мм}.$$

Для определения ускорения точки  $B$  составим и решим два векторных уравнения:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau;$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau.$$

Величина нормального ускорения точки  $B$  относительно  $A$   $a_{BA}^n$  будет равна 0, т. к. угловая скорость звена 2 равна 0, т. е.

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = 0^2 \times 0,12 = 0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Поэтому точка  $n_1$  будет совпадать с точкой  $a$  на плане ускорений. Через точку  $n_1$  проводим прямую перпендикулярную звену  $AB$  (направление  $\bar{a}_{BA}^\tau$ ).

Величину нормального ускорения точки  $B$  относительно  $C$  определим по формуле:

$$a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC} = 30^2 \times 0,1 = 90 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Из точки  $c$ , совпадающей с полюсом  $\pi$ , проводим вектор этого ускорения длиной:

$$(cn_2) = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a} = \frac{90}{2} = 45 \text{ мм.}$$

Через точку  $n_2$  проводим прямую в направлении вектора тангенциального ускорения  $\bar{a}_{BC}^\tau$ , перпендикулярную звену  $BC$ .

Точка пересечения тангенциальных ускорений определяет положение точки  $b$  на плане ускорений. Соединив точку  $b$  с полюсом  $\pi$ , получим вектор абсолютного ускорения точки  $B$ . Его величина:

$$a_B = \mu_a(\pi b) = 2 \times 83 = 166 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Величины тангенциальных ускорений

$$a_{BA}^\tau = \mu_a(n_1 b) = 2 \times 140 = 280 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

$$a_{BC}^\tau = \mu_a(n_2 b) = 2 \times 70 = 140 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точки  $S_2$  определим из пропорции:

$$\frac{AS_2}{AB} = \frac{(as_2)}{(ab)},$$

$$(as_2) = \frac{AS_2}{AB}(ab) = \frac{1}{3} \times 140 = 46,7 \approx 47 \text{ мм.}$$

Соединив точку  $s_2$  с полюсом  $\pi$  плана ускорений, получим вектор абсолютного ускорения точки  $S_2$ . Его величина:

$$a_{S_2} = \mu_a(\pi s_2) = 2 \times 42 = 84 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точки  $D$  определим из пропорции:

$$\frac{BC}{CD} = \frac{(bc)}{(cd)},$$

$$(cd) = \frac{CD}{BC}(bc) = \frac{50}{50} \times 83 = 83 \text{ мм.}$$

На продолжении отрезка  $(bc)$  откладываем отрезок длиной 83 мм. Здесь и будет находиться точка  $d$ . Ускорение точки  $D$ :

$$a_D = \mu_a(\pi d) = 2 \times 83 = 166 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Ускорение точки  $S_3$  равно 0, т. к. она совпадает с точкой  $C$  на схеме механизма.

Для определения ускорения точки  $E$  составим и решим два векторных уравнения:

$$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{ED}^n + \bar{a}_{ED}^{\tau};$$

$$\bar{a}_E = \bar{a}_{E_0} + \bar{a}_{EE_0}^{\text{отн}}.$$

Величина нормального ускорения точки  $E$  относительно точки  $D$  равна 0, так как угловая скорость звена 4 равна 0, т. е.

$$a_{ED}^n = \omega_3^2 l_{ED} = 0^2 \times 0,1 = 0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Поэтому точка  $n_3$  на плане ускорений совпадает с точкой  $d$ .

Через точку  $n_3$  проводим прямую, перпендикулярную звену 4 (направление  $\bar{a}_{ED}^{\tau}$ ).

Ускорение  $a_{EE_0}^{\text{отн}}$  направлено параллельно оси, по которой движется точка  $E$ . Поэтому через точку  $e_0$ , совпадающую с полюсом  $\pi$ , проводим прямую, параллельную вертикальной оси до пересечения с линией, проведенной из точки  $n_3$ . Точка пересечения  $e$  является концом вектора ускорения точки  $E$ .

Из плана ускорений определим:

$$a_E = \mu_a(\pi e) = 2 \times 68 = 136 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_{ED}^{\tau} = \mu_a(n_3 e) = 2 \times 45 = 90 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Поскольку точка  $S_4$  находится на середине звена  $DE$ , то и на плане ускорений она будет находиться на середине вектора  $(de)$ , т. е. на расстоянии 22,5 мм от точек  $d$  и  $e$ . Соединив точку  $s_4$  с полюсом, получим вектор абсолютного ускорения точки  $S_4$ . Его величина

$$a_{S_4} = \mu_a(\pi s_4) = 2 \times 72 = 144 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Определяем угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_{AB}} = \frac{280}{0,12} = 2333,3 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^{\tau}}{l_{BC}} = \frac{140}{0,1} = 1400 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{ED}^{\tau}}{l_{DE}} = \frac{90}{0,1} = 900 \text{ с}^{-2}.$$

Направления угловых ускорений звеньев определяем с помощью векторов тангенциальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^\tau$ ,  $\vec{a}_{BC}^\tau$  и  $\vec{a}_{ED}^\tau$ . Угловые ускорения звеньев 2 и 3 направлены против часовой стрелки, а звена 4 – по часовой.

Определим инерционную нагрузку всех звеньев механизма.

Сила инерции звена 2

$$F_{и_2} = m_2 a_{S_2} = 1 \times 84 = 84 \text{ Н}$$

и направлена противоположно вектору ускорения центра масс  $S_2$  звена 2 ( $\overline{\pi S_2}$ ).

Момент сил инерции звена 2

$$M_{и_2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 0,002 \times 2333,3 = 4,67 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

и направлен противоположно угловому ускорению шатуна 2. В нашем случае по часовой стрелке.

Сила инерции звена 3 равна 0, т. к. ускорение  $a_{S_3} = 0$ .

Момент сил инерции звена 3

$$M_{и_3} = I_{S_3} \varepsilon_3 = 0,0025 \times 1400 = 3,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

и направлен противоположно угловому ускорению звена 3. В нашем случае по часовой стрелке.

Сила инерции звена 4

$$F_{и_4} = m_4 a_{S_4} = 1 \times 144 = 144 \text{ Н}$$

и направлена противоположно вектору ускорения центра масс  $S_4$  звена 4 ( $\overline{\pi S_4}$ ).

Момент сил инерции звена 4

$$M_{и_4} = I_{S_4} \varepsilon_4 = 0,002 \times 900 = 1,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

и направлен противоположно вектору углового ускорения звена 4. В нашем случае против часовой стрелки.

Сила инерции звена 5 равна

$$F_{и_5} = m_5 a_E = 0,5 \times 136 = 68 \text{ Н}$$

и направлена противоположно вектору ускорения точки  $E$  ( $\overline{\pi e}$ ).

### Задачи 3.1.1 – 3.1.43

При решении данной группы задач следует определить инерционные нагрузки звеньев рычажных механизмов. Для этого необходимо:

- по заданным значениям размеров звеньев и обобщенной координаты  $\varphi_1$  построить в масштабе  $\mu_l$  кинематическую схему механизма;
- в масштабах  $\mu_v$  и  $\mu_a$  построить планы скоростей и ускорений;
- рассчитать значения ускорений центров масс и угловые ускорения звеньев механизма;
- определить значения сил инерции  $F_{и}$  и моментов сил инерций  $M_{и}$  и показать на схеме механизма их направления.

#### 3.1.1.

$$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м};$$

$$\angle\varphi_1 = 90^\circ; 0^\circ; 180^\circ;$$

$$m_3 = 2 \text{ кг};$$

$$\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и3}$

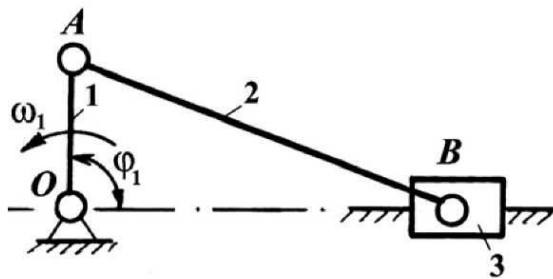


Рисунок 3.1.1

#### 3.1.2.

$$l_{OA} = 0,04 \text{ м}; l_{AB} = 0,08 \text{ м};$$

$$\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 60^\circ;$$

$$m_2 = 1 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и2}, M_{и2}$

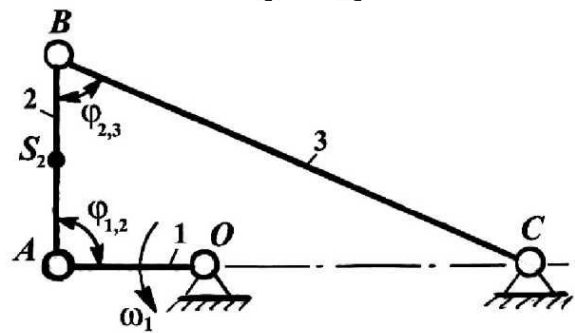


Рисунок 3.1.2

#### 3.1.3.

$$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AS_2} = 0,5l_{AB};$$

$$\angle\varphi_1 = 60^\circ; \angle\alpha = 30^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ;$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и2}, M_{и2}$

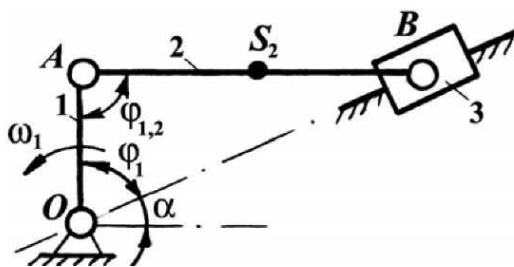


Рисунок 3.1.3

#### 3.1.4.

$$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = 0,15 \text{ м};$$

$$l_{AS_2} = 0,5l_{AB}; \angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ;$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и2}, M_{и2}$

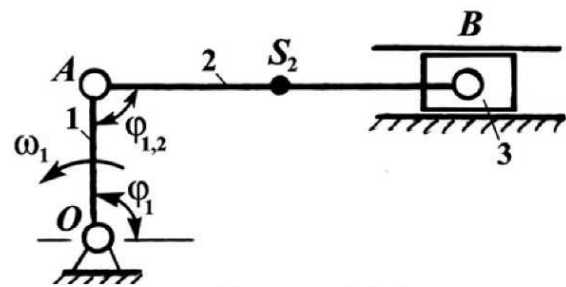


Рисунок 3.1.4

**3.1.5.**

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 45^\circ; \angle\varphi_3 = 90^\circ;$   
 $m_2 = 1 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_2}, M_{H_2}$

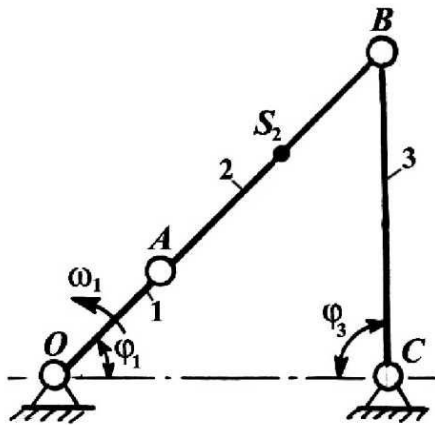


Рисунок 3.1.5

**3.1.7.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{AC} = l_{CB} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{CS_2} = 0,5l_{CD};$   $CD$  – высота  $\triangle ABC$   
 $m_2 = 5 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_2}, M_{H_2}$

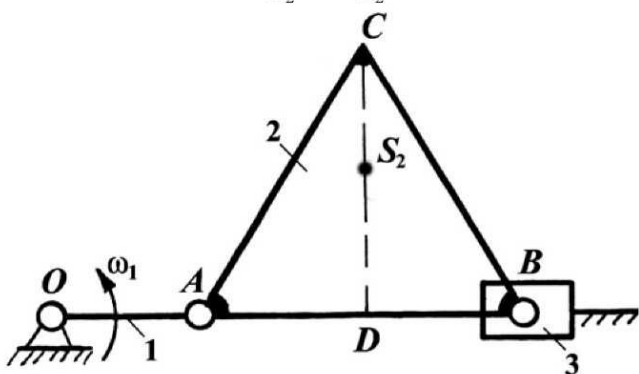


Рисунок 3.1.7

**3.1.9.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 60^\circ;$   
 $m_3 = 2 \text{ кг};$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}$

**3.1.6.**

$l_{OA} = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{CS_3} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 30^\circ;$   
 $m_3 = 4 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}, M_{H_3}$

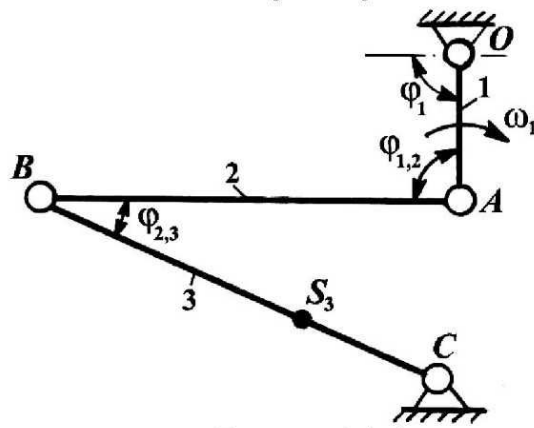


Рисунок 3.1.6

**3.1.8**

$l_{OA} = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{AS_2} = 0,5l_{AB}; \angle\varphi_{2,3} = 45^\circ;$   
 $m_2 = 2 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,006 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_2}, M_{H_2}$

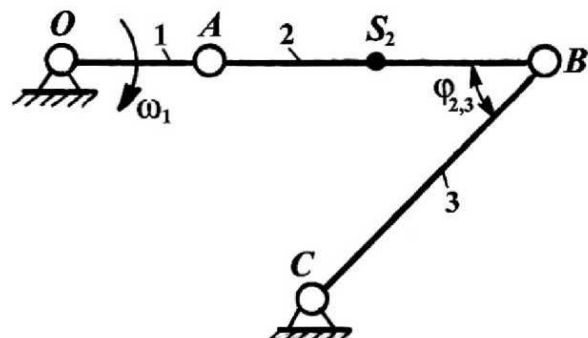


Рисунок 3.1.8

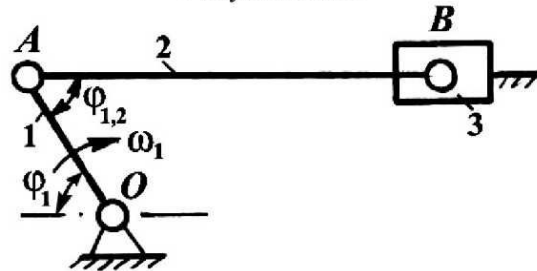


Рисунок 3.1.9



**3.1.10.**

$l_{OA} = 0,4 \text{ м}; l_{AB} = 1,0 \text{ м}; l_{AS_2} = 0,5l_{AB};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_2 = 45^\circ;$   
 $m_2 = 10 \text{ кг}; I_{S_2} = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_2}, M_{и_2}$

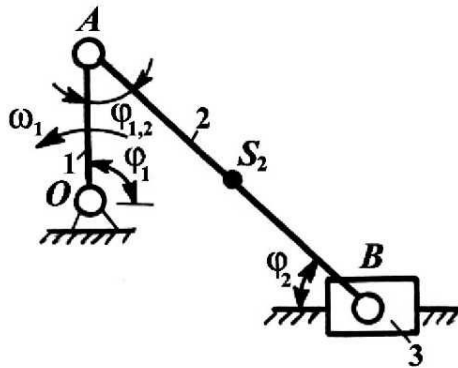


Рисунок 3.1.10

**3.1.12.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,15 \text{ м}; l_{BS_3} = 0,5l_{BC};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 45^\circ;$   
 $m_3 = 1,5 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_3}, M_{и_3}$

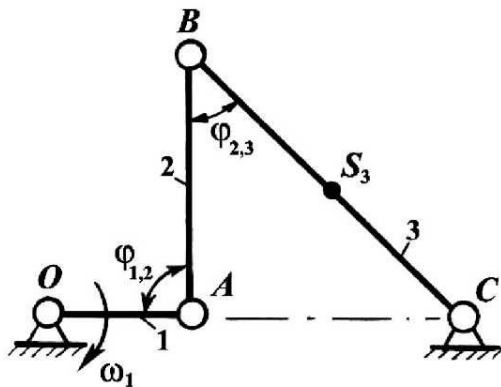


Рисунок 3.1.12

**3.1.14.**

$l_{OA} = 0,04 \text{ м}; l_{AB} = 0,1 \text{ м}; \angle\varphi_2 = 30^\circ;$   
 $m_3 = 1 \text{ кг};$   
 $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_3}$

**3.1.11.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,12 \text{ м}; l_{CS_3} = 0,04 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 45^\circ;$   
 $m_3 = 4 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_3}, M_{и_3}$

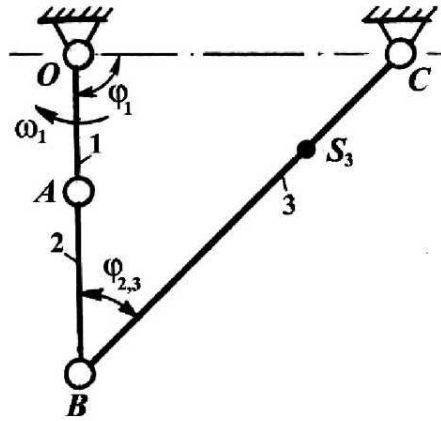


Рисунок 3.1.11

**3.1.13.**

$l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{BS_2} = 0,5l_{BC};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 45^\circ;$   
 $m_2 = 0,5 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,0001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_2}, M_{и_2}$

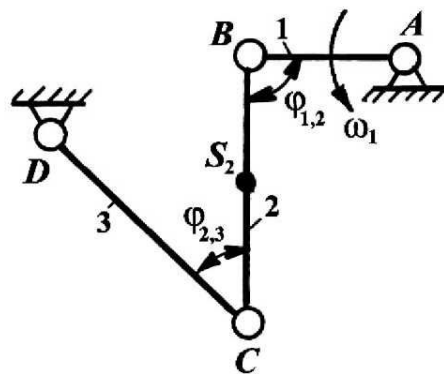


Рисунок 3.1.13

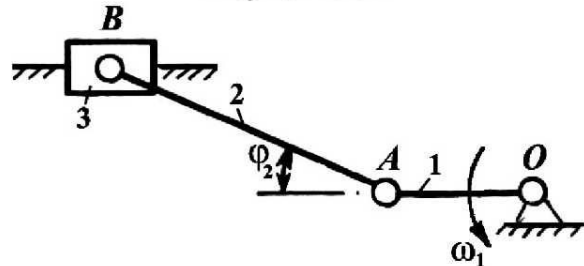


Рисунок 3.1.14

**3.1.15.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_e = 0,1 \text{ м};$   
 $m_3 = 1 \text{ кг};$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}$

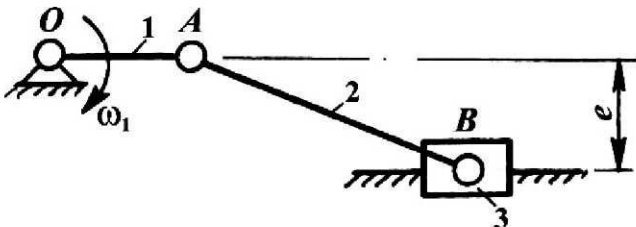


Рисунок 3.1.15

**3.1.16.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 45^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 135^\circ;$   
 $m_3 = 3 \text{ кг};$   
 $\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}$

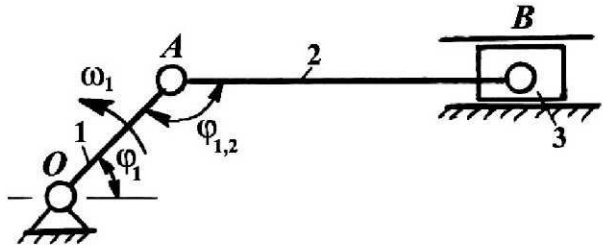


Рисунок 3.1.16

**3.1.17.**

$l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = 0,3 \text{ м}; l_{DC} = 0,4 \text{ м};$   
 $l_{DS_3} = 0,5l_{DC};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{2,3} = 45^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $m_3 = 4 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,06 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}, M_{H_3}$

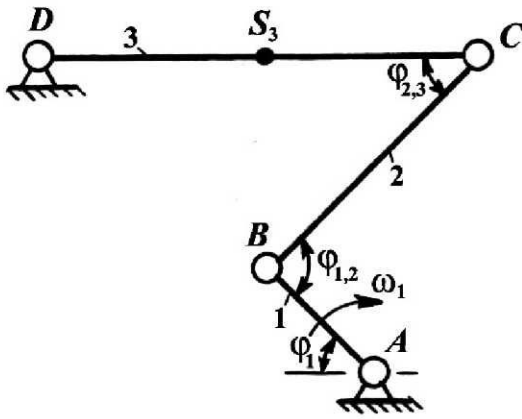


Рисунок 3.1.17

**3.1.18.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{DS_3} = 0,5l_{ED}; l_{BD} = l_{DC} = 0,14 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $m_3 = 3 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}, M_{H_3}$

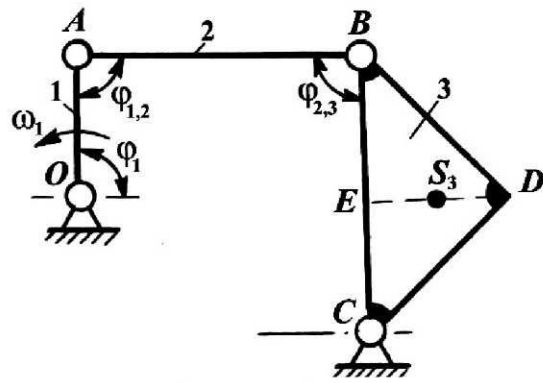


Рисунок 3.1.18

**3.1.19.**

$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 120^\circ;$   
 $\angle CS_3D = 90^\circ;$   
 $m_3 = 1 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}, M_{H_3}$

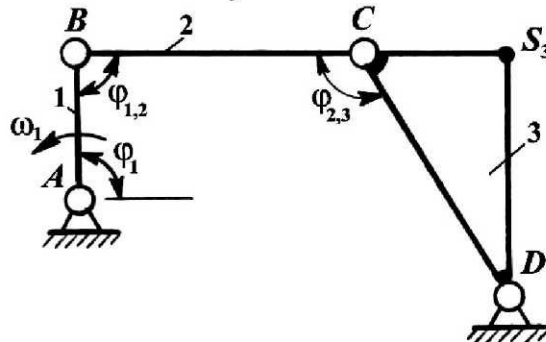


Рисунок 3.1.19

### 3.1.20.

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,05 \text{ м}; l_{DE} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{DS_4} = 0,5l_{DE};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $m_4 = m_5 = 2 \text{ кг}; I_{S_4} = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_4}, M_{H_4}, F_{H_5}$

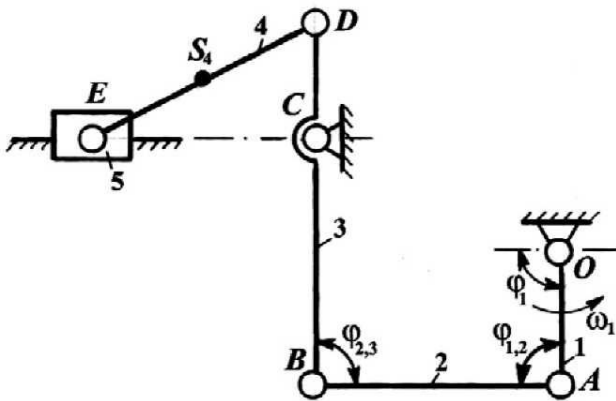


Рисунок 3.1.20

### 3.1.22.

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{AS_2} = 0,5l_{AB};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 30^\circ;$   
 $m_2 = 1,5 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_2}, M_{H_2}$

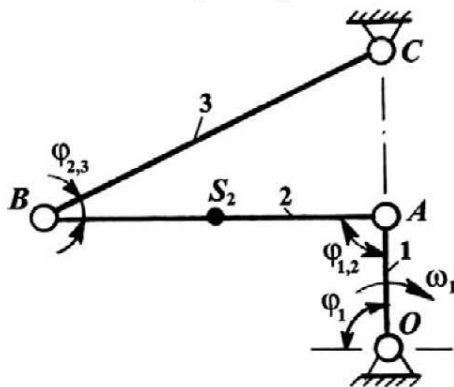


Рисунок 3.1.22

### 3.1.24.

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $m_3 = 4 \text{ кг};$   
 $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}$

### 3.1.21.

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{BC} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{BS_3} = 0,5l_{BC};$   
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ; \angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_3 = 90^\circ;$   
 $m_3 = 2 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,008 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_3}, M_{H_3}$

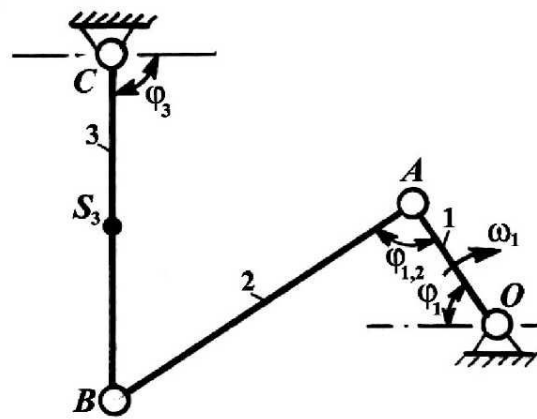


Рисунок 3.1.21

### 3.1.23.

$l_{OA} = 0,04 \text{ м}; l_{AB} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 135^\circ; \angle AS_2B = 90^\circ;$   
 $m_2 = 1 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{H_2}, M_{H_2}$

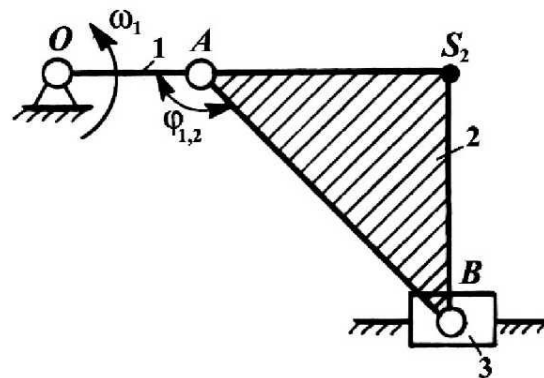


Рисунок 3.1.23

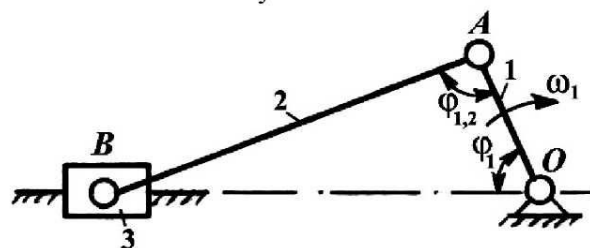


Рисунок 3.1.24

**3.1.25.**

$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BS_2} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $m_2 = 3 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_2}, M_{и_2}$

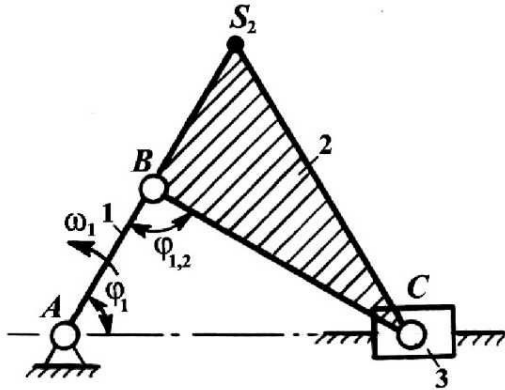


Рисунок 3.1.25

**3.1.27.**

$l_{OA} = 0,06 \text{ м}; l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{CS_3} = 0,04 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 45^\circ;$   
 $m_3 = 2 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,006 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_3}, M_{и_3}$

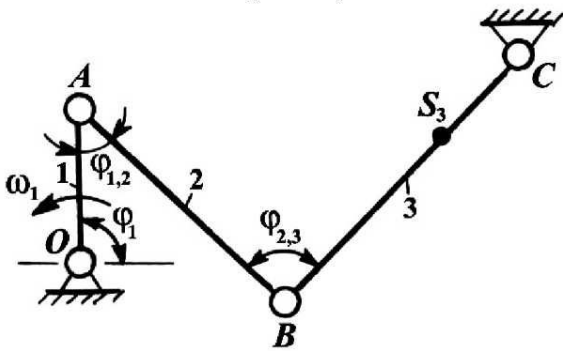


Рисунок 3.1.27

**3.1.29.**

$l_{AB} = 0,06 \text{ м}; l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $l_{CS_3} = l_{DS_3} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 60^\circ;$   
 $m_3 = 2 \text{ кг}; I_{S_3} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_3}, M_{и_3}$

**3.1.26.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{AS_2} = 0,5l_{AB};$   
 $\angle\varphi_2 = 45^\circ;$   
 $m_2 = 2 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_2}, M_{и_2}$

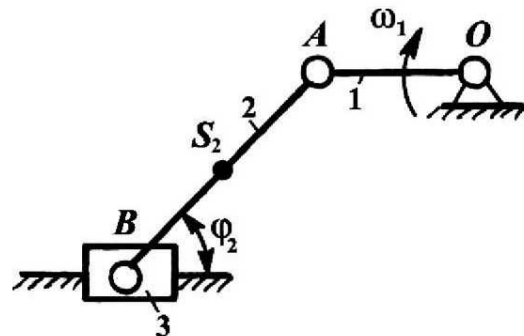


Рисунок 3.1.26

**3.1.28.**

$l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BS_2} = l_{CS_2};$   
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ; \angle\alpha = 30^\circ; \angle ABC = 90^\circ;$   
 $m_2 = 2 \text{ кг}; m_3 = 1 \text{ кг};$   
 $I_{S_2} = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_2}, M_{и_2}, F_{и_3}$

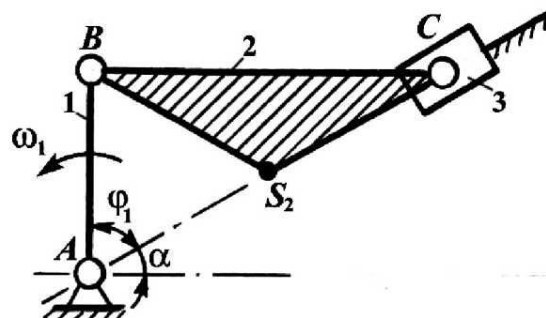


Рисунок 3.1.28

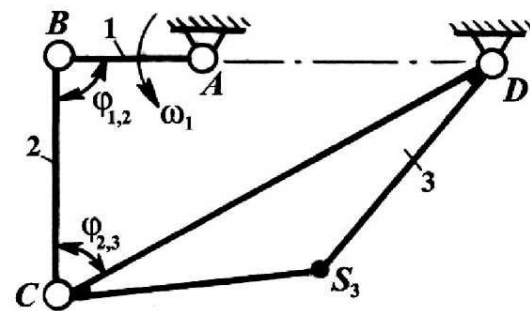


Рисунок 3.1.29

**3.1.30.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{DE} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{AE} = l_{BD} = 0,1 \text{ м};$   
 $ABDE$  – прямоугольник;  
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 60^\circ;$   
 $m_2 = 4 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_2}, M_{и_2}$

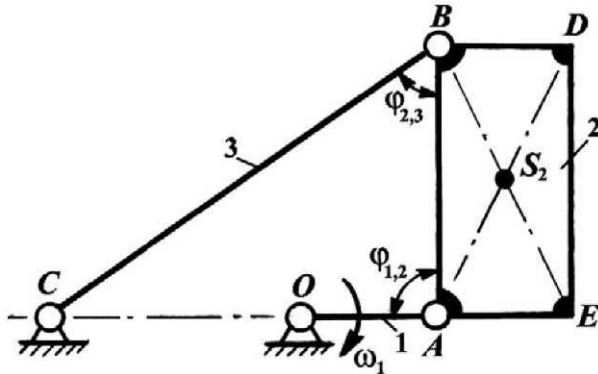


Рисунок 3.1.30

**3.1.31.**

$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{AC} = l_{CD} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,4} = 90^\circ;$   
 $m_3 = m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_3}, F_{и_5}$

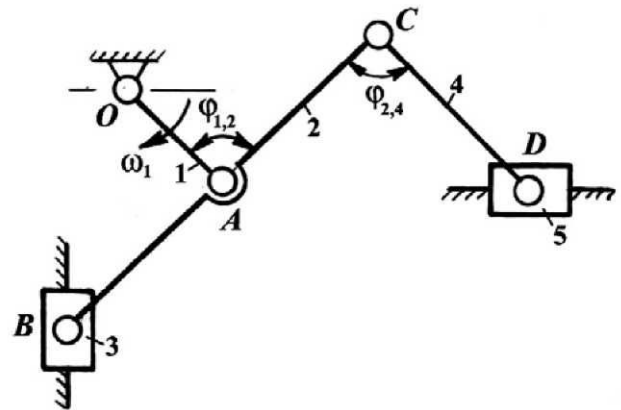


Рисунок 3.1.31

**3.1.32.**

$l_{OA} = l_{AC} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{CS_4} = 0,5l_{CD};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; m_3 = m_5 = 2 \text{ кг};$   
 $m_4 = 4 \text{ кг}; I_{S_4} = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_3}, F_{и_4}, F_{и_5}, M_{и_4}$

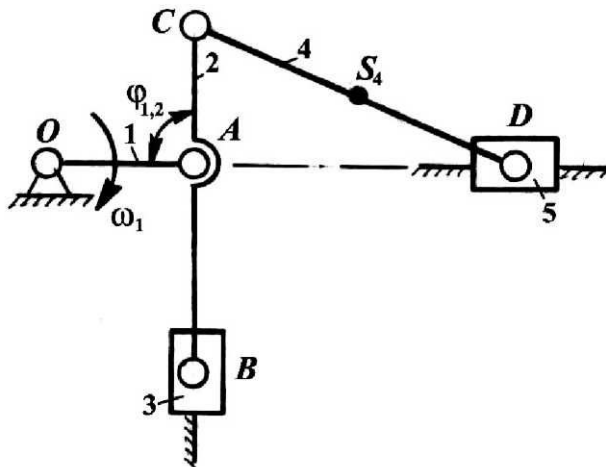


Рисунок 3.1.32

**3.1.33.**

$l_{OA} = l_{BD} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{AB} = l_{BC} = l_{DE} = 0,2 \text{ м}; l_{DS_4} = 0,5l_{DE};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_3 = 90^\circ;$   
 $m_4 = 2 \text{ кг}; m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $I_{S_4} = 0,006 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_4}, M_{и_4}, F_{и_5}$

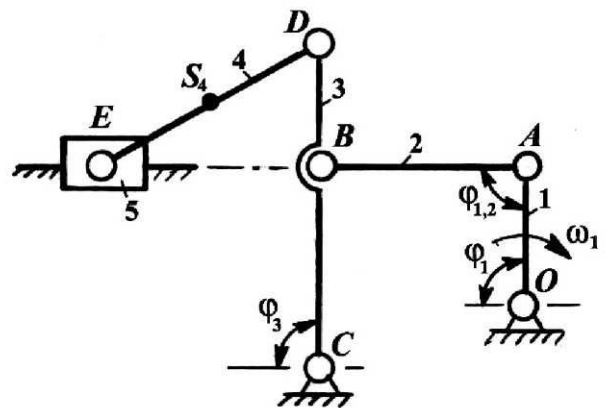


Рисунок 3.1.33

### 3.1.34.

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = l_{DE} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{CB} = l_{BD} = 0,1 \text{ м}; l_{DS_4} = 0,5 l_{DE};$   
 $\angle \varphi_{2,3} = \angle \varphi_3 = 90^\circ; \angle \varphi_{3,4} = 90^\circ;$   
 $m_4 = 2 \text{ кг}; m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $I_{S_4} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}.$

Определить:  $F_{H_4}, M_{H_4}, F_{H_5}$

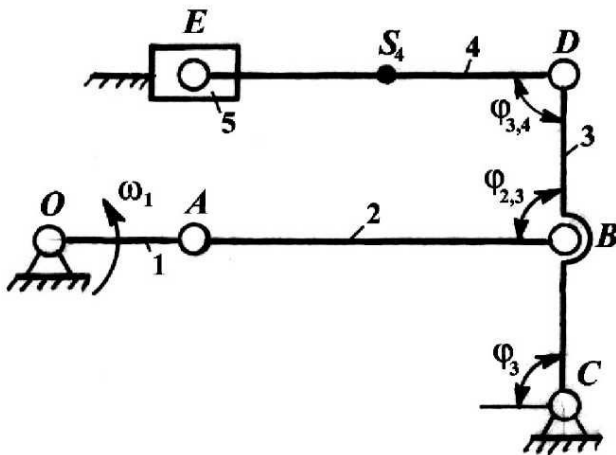


Рисунок 3.1.34

### 3.1.35.

$l_{OA} = l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = l_{DE} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{DS_4} = 0,5 l_{DE};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $m_4 = 4 \text{ кг}; m_5 = 2 \text{ кг};$   
 $I_{S_4} = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

Определить:  $F_{H_4}, M_{H_4}, F_{H_5}$

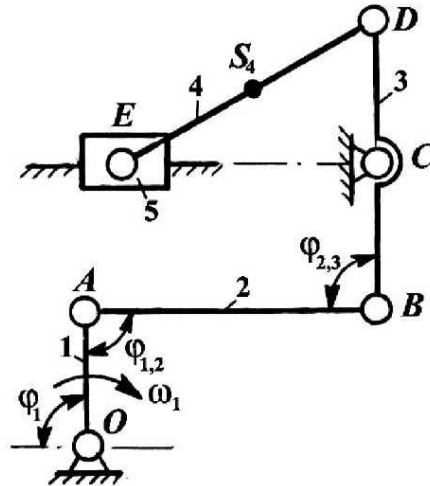


Рисунок 3.1.35

### 3.1.36.

$l_{OA} = l_{AB} = l_{AD} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{DE} = 0,2 \text{ м}; l_{DS_4} = 0,5 l_{DE};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,4} = 90^\circ;$   
 $m_4 = 3 \text{ кг}; m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $I_{S_4} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$

Определить:  $F_{H_4}, M_{H_4}, F_{H_5}$

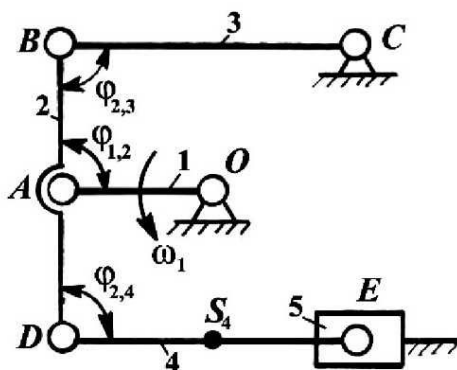


Рисунок 3.1.36

### 3.1.37.

$l_{OA} = l_{AB} = 0,04 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{BD} = l_{DE} = 0,1 \text{ м}; l_{DS_4} = 0,5 l_{DE};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_{3,4} = 90^\circ;$   
 $m_4 = 2 \text{ кг}; m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $I_{S_4} = 0,003 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

Определить:  $F_{H_4}, M_{H_4}, F_{H_5}$

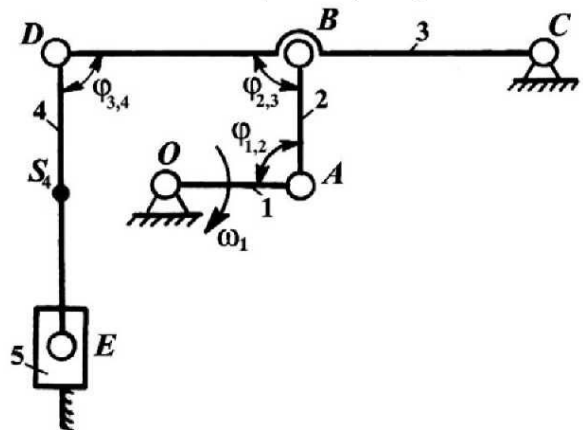


Рисунок 3.1.37

### 3.1.38.

$$l_{OA} = l_{AB} = l_{AD} = 0,1 \text{ м}; l_{DE} = 0,2 \text{ м};$$

$$l_{DS_4} = 0,3l_{DE};$$

$$\angle\varphi_1 = \angle\varphi_3 = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 60^\circ;$$

$$m_4 = 3 \text{ кг}; m_5 = 1 \text{ кг};$$

$$I_{S_4} = 0,008 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и_4}, M_{и_4}, F_{и_5}$

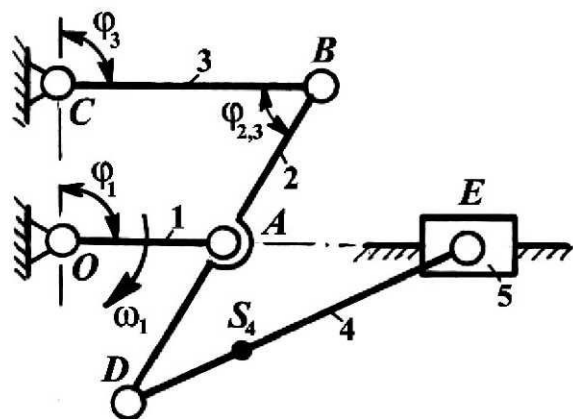


Рисунок 3.1.38

### 3.1.39.

$$l_{OA} = l_{AB} = l_{AD} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{DE} = 0,2 \text{ м};$$

$$l_{BS_3} = 0,5l_{BC}; l_{DS_4} = 0,3l_{DE};$$

$$\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_{2,4} = 90^\circ;$$

$$m_2 = m_3 = m_4 = 2 \text{ кг}; m_5 = 1 \text{ кг};$$

$$I_{S_2} = I_{S_3} = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{S_4} = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и_2}, F_{и_3}, F_{и_4},$

$$F_{и_5}, M_{и_2}, M_{и_3}, M_{и_4}$$

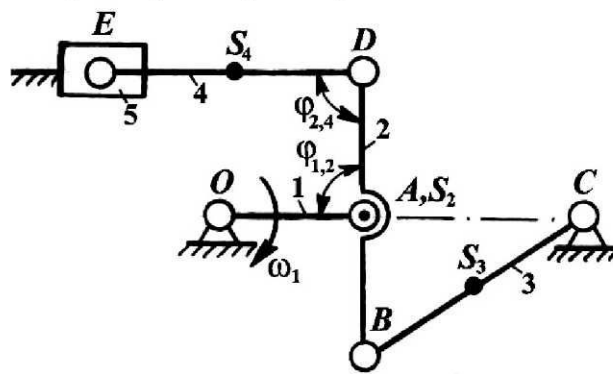


Рисунок 3.1.39

### 3.1.40.

$$l_{OA} = 0,2 \text{ м}; l_{AC} = 0,4 \text{ м};$$

$$\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\alpha = 90^\circ;$$

$$m_2 = 5 \text{ кг}; I_{S_2} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и_2}, M_{и_2}$

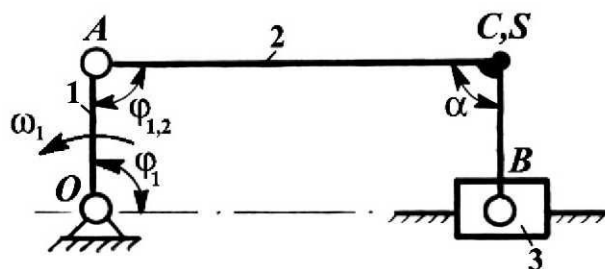


Рисунок 3.1.40

### 3.1.41.

$$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{AC} = 0,5l_{AB};$$

$$l_{CD} = 0,15 \text{ м};$$

$$\angle\varphi_1 = \angle\varphi_4 = 90^\circ;$$

$$m_4 = 2 \text{ кг}; m_5 = 1 \text{ кг};$$

$$I_{S_4} = 0,003 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{S_5} = 0,0001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$$

Определить:  $F_{и_4}, F_{и_5}, M_{и_4}, M_{и_5}$

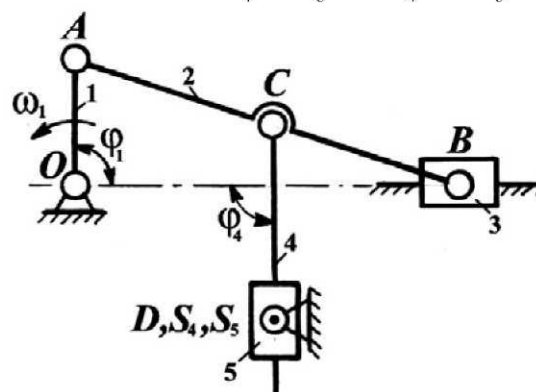


Рисунок 3.1.41

### 3.1.42.

$l_{OA} = 0,05 \text{ м}; l_{AB} = l_{DE} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{BC} = l_{CD} = 0,06 \text{ м}; l_{AS_2} = 0,5l_{AB};$   
 $l_{DS_4} = 0,5l_{DE};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle\varphi_{3,4} = 90^\circ;$   
 $m_2 = m_3 = m_4 = 1 \text{ кг};$   
 $m_5 = 0,5 \text{ кг};$   
 $I_{S_2} = I_{S_4} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{S_3} = 0,001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_2}, F_{и_3}, F_{и_4},$

$F_{и_5}, M_{и_2}, M_{и_3}, M_{и_4}$

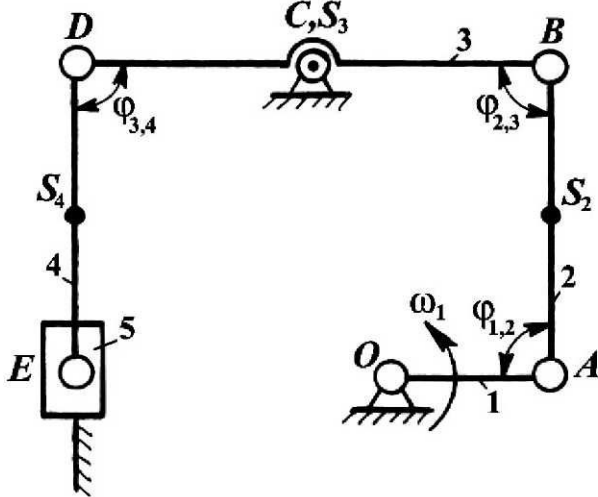


Рисунок 3.1.42

### 3.1.43.

$l_{OA} = 0,1 \text{ м};$   
 $l_{AB} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{AC} = 0,5l_{AB};$   
 $l_{CD} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_5 = 90^\circ;$   
 $m_4 = 1 \text{ кг};$   
 $m_5 = 2 \text{ кг};$   
 $I_{S_4} = 0,0002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}.$

**Определить:**  $F_{и_4}, M_{и_4}, F_{и_5}$

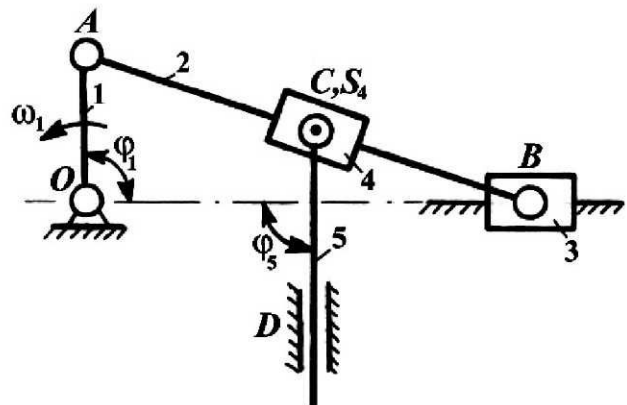


Рисунок 3.1.43



## 3.2 Силовой расчет механизмов

Задачей силового расчета механизмов является определение реакций в кинематических парах. Знание этих реакций необходимо для дальнейших расчетов звеньев и кинематических пар на прочность, износостойкость, долговечность и т. д.

Для того чтобы механизм находился в равновесии под воздействием внешних сил, к одному из его звеньев должна быть приложена уравновешивающая сила  $F_y$  или уравновешивающий момент  $M_y$ . Обычно силу  $F_y$  или момент  $M_y$  прикладывают к входному звену, которое либо получает энергию, потребную для движения механизма, как это имеет место у механизмов рабочих машин, либо отдает ее, как это имеет место у механизмов двигателей.

Перед началом расчета производится определение всех внешних сил, действующих на звенья механизма и сил инерций звеньев.

Если силовой расчет механизма производится без учета сил инерций, то такой расчет называется *статическим*, а если инерционные нагрузки звеньев учитываются, то он называется *кинетостатическим*.

В механизмах статически определяемыми кинематическими цепями являются группы Ассур. Поэтому силовой расчет механизма производится по группам Ассур, при этом его порядок определяется последовательностью отсоединения их от механизма при структурном анализе. В заключение производится силовой расчет начального звена.

Задачи силового расчета групп Ассур и начального звена решаются обычно графоаналитическим методом, используя уравнение равновесия всей группы или отдельных ее звеньев в форме:

$$\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \bar{M}_i = 0.$$

В число сил и моментов включаются реакции и моменты реакций в кинематических парах.

На основании этих уравнений строится план сил группы.

Для реакций, возникающих между элементами кинематических пар, приняты следующие обозначения: реакция со стороны звена  $k$  на звено  $m$  обозначается  $R_{km}$ , реакция же со стороны звена  $m$  на звено  $k$  соответственно обозначается  $R_{mk}$ . Очевидно, что

$$\bar{R}_{km} = -\bar{R}_{mk}.$$

Реакция характеризуется величиной (модулем), направлением и точкой приложения.

Пренебрегая трением в кинематических парах, можно отметить следующее:

- во вращательной паре подлежат определению величина и направление реакции, т.к. ее линия действия проходит через ось вращения пары;
- в поступательной паре подлежат определению величина и точка приложения реакции, т.к. известно только то, что направление реакции всегда перпендикулярно оси направляющей пары.

**Пример 1.** Определить реакции во всех кинематических парах шарнирного четырехзвенного механизма (рисунок 3.7, а) и уравновешивающую силу  $F_y$ , приложенную к звену 1, перпендикулярную оси звена, если  $l_{AB} = 0,1$  м;  $l_{BC} = l_{CD} = 0,26$  м; углы  $\varphi_1 = \varphi_{1,2} = 90^\circ$ ,  $\varphi_3 = 45^\circ$ . К звену 2 приложен момент  $M_2 = 15$  Н·м, к звену 3 в точке  $K$ , лежащей на середине звена, под углом  $\alpha = 90^\circ$  приложена сила  $F_3 = 100$  Н.

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  вычерчиваем схему механизма и показываем направления  $M_2$  и  $F_3$  (рисунок 3.7, а)

Отделяем от механизма группу Ассура, состоящую из звеньев 2, 3 и вычерчиваем ее в том же масштабе  $\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  (рисунок 3.7, б).

Составляем условие равновесия группы:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_3 + \bar{R}_{03} = 0.$$

В этом уравнении две составляющие  $\bar{R}_{12}$  и  $\bar{R}_{03}$ , для которых неизвестны модуль и направление. Известно, что их линии действия будут проходить через центр шарниров  $B$  и  $D$ .

Зададимся произвольным направлением реакций  $\bar{R}_{12}$  и  $\bar{R}_{03}$ . Разложим реакцию  $\bar{R}_{12}$  на две составляющие  $\bar{R}_{12}^\tau$ , направленную перпендикулярно линии  $BC$  звена 2, и  $\bar{R}_{12}^n$ , направленную параллельно линии  $BC$  звена 2. Покажем их направление на схеме группы Ассура 2, 3.

Аналогично разложим реакцию  $\bar{R}_{03}$  на две составляющие:  $\bar{R}_{03}^\tau$ , направленную перпендикулярно линии  $CD$  звена 3, и  $\bar{R}_{03}^n$ , направленную параллельно линии  $CD$  звена 3. Покажем их направления на схеме группы.

Теперь условие равновесия группы запишем в следующем виде:

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{F}_3 + \bar{R}_{03}^\tau + \bar{R}_{03}^n = 0.$$

Величину реакции  $\bar{R}_{12}^\tau$  найдем, рассмотрев равновесие звена 2. Для этого приравняем к нулю сумму моментов всех сил, приложенных к звену 2, относительно точки  $C$  (тем самым исключая из него момент неизвестной реакции  $\bar{R}_{12}^n$ ), т. е.

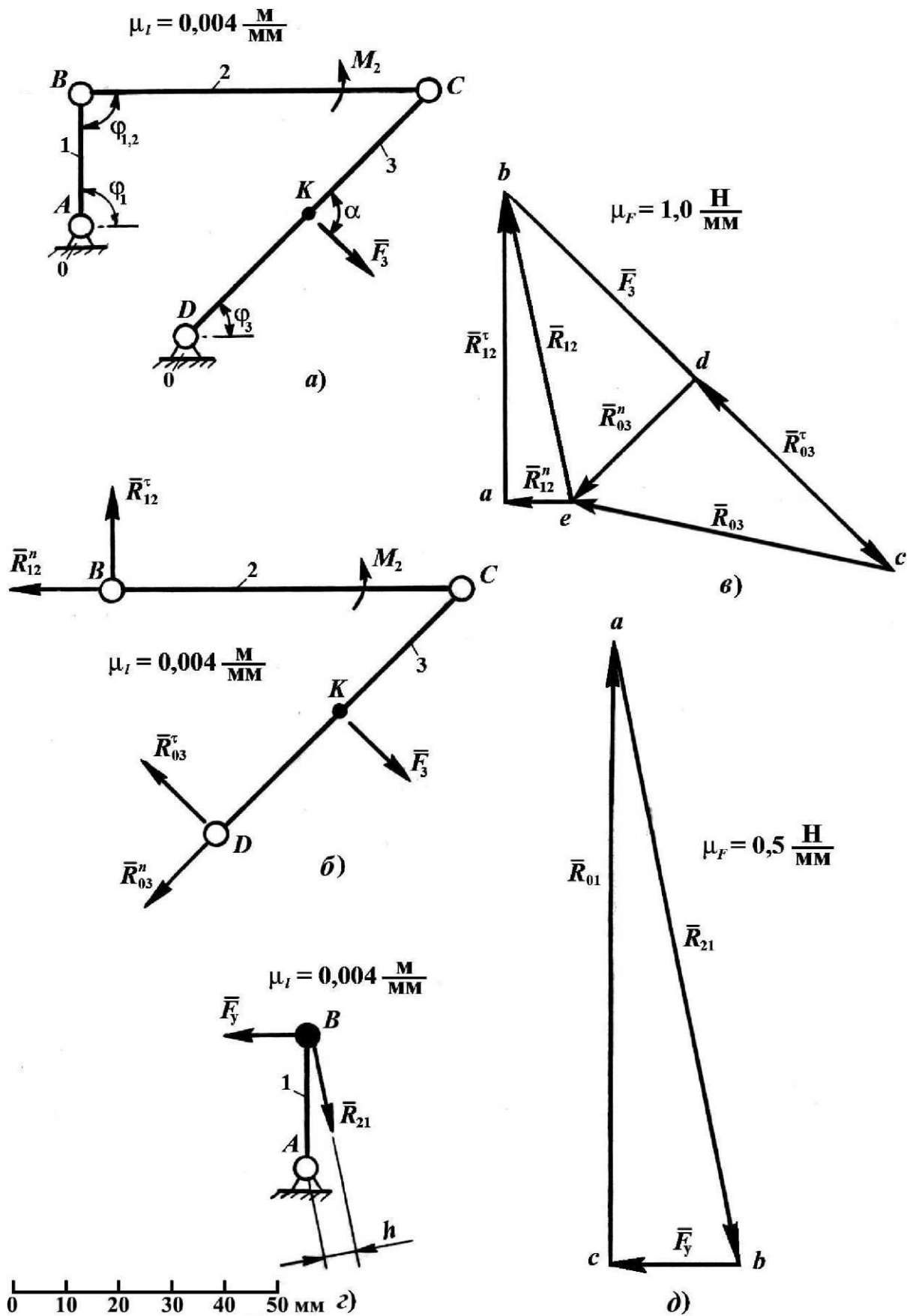


Рисунок 3.7 – Схема к решению примера 1:  
 а) кинематическая схема механизма; б), в) соответственно схема и план сил структурной группы, состоящей из звеньев 2, 3; г), д) соответственно схема и план сил механизма I класса

$$\sum_{i=1}^n M_C(\bar{F}_i)_2 = 0,$$

которое в развернутом виде примет вид:

$$-R_{12}^{\tau} l_{BC} + M_2 = 0,$$

откуда

$$R_{12}^{\tau} = \frac{M_2}{l_{BC}} = \frac{15}{0,26} = 57,7 \text{ Н.}$$

Величину реакции  $\bar{R}_{03}^{\tau}$  найдем, рассмотрев равновесие звена 3. Для этого приравняем к нулю сумму моментов всех сил, приложенных к звену 3, относительно точки  $C$ :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_C(\bar{F}_i)_3 &= 0; \\ F_3 l_{CK} - R_{03}^{\tau} l_{CD} &= 0; \\ R_{03}^{\tau} &= F_3 \frac{l_{CK}}{l_{CD}} = 100 \frac{0,13}{0,26} = 50 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Строим план сил группы в масштабе  $\mu_F = 1,0 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ .

Порядок построения может быть безразличен, но целесообразно вначале откладывать силы, приложенные к одному звену, а затем – к другому. Это позволит определить внутренние реакции группы. В нашем случае это внутренние реакции в шарнире  $C$ :  $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$ . Порядок отложения сил на плане отмечается буквами алфавита  $a, b, c, \dots$

Проводим на свободном месте линию, параллельную одному из звеньев структурной группы (в нашем случае параллельную  $BC$ ). Это будет линия действия силы  $\bar{R}_{12}^{\tau}$ . В любом месте на ней выбираем точку  $a$  (рисунок 2.7, в) и от нее откладываем силу  $\bar{R}_{12}^{\tau}$  в виде отрезка

$$(ab) = \frac{R_{12}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{57,7}{1} = 57,7 \approx 58 \text{ мм.}$$

От точки  $b$  откладываем силу  $\bar{F}_3$  в виде отрезка

$$(bc) = \frac{F_3}{\mu_F} = \frac{100}{1} = 100 \text{ мм.}$$

От точки  $c$  откладываем силу  $\bar{R}_{03}^{\tau}$  в виде отрезка

$$(cd) = \frac{R_{03}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{50}{1} = 50 \text{ мм.}$$

Через точку  $d$  проводим прямую, параллельную  $CD$ . Это линия действия силы  $\bar{R}_{03}^n$ . Обозначим точку пересечения этой линии с линией действия силы  $\bar{R}_{12}^n$  через  $e$ .

Отрезок  $(de)$  в масштабе  $\mu_F$  на чертеже обозначает искомую реакцию  $\bar{R}_{03}^n$ , а отрезок  $(ea)$  – реакцию  $\bar{R}_{12}^n$ .

Из плана сил определяем:

$$R_{12}^n = (ea)\mu_F = 12 \times 1 = 12 \text{ Н;}$$

$$R_{03}^n = (de)\mu_F = 34 \times 1 = 34 \text{ Н.}$$

Для определения реакции  $\bar{R}_{12}$  и  $\bar{R}_{03}$  необходимо сложить их нормальные и тангенциальные составляющие:

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^{\tau}.$$

$$\bar{R}_{03} = \bar{R}_{03}^n + \bar{R}_{03}^{\tau}.$$

При решении этих уравнений соединим точки  $e$  и  $b$  вектором  $\bar{R}_{12}$ , а точки  $c$  и  $e$  вектором  $\bar{R}_{03}$ .

Модули этих реакций можно определить как

$$R_{12} = (eb)\mu_F = 60 \times 1 = 60 \text{ Н;}$$

$$R_{03} = (ce)\mu_F = 60 \times 1 = 60 \text{ Н.}$$

Для определения внутренней реакции в шарнире  $C$  рассмотрим равновесие звена 2

$$\bar{R}_{12} + \bar{R}_{32} = 0,$$

т. е.

$$\bar{R}_{32} = -\bar{R}_{12} = 60 \text{ Н.}$$

Реакция  $\bar{R}_{32}$  равна реакции  $\bar{R}_{12}$ , но противоположно направлена.

Выполним силовой расчет начального звена (рисунок 3.7, з). Приложим в точке  $B$  реакцию  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$  (сила определенная из плана сил группы 2, 3 вектором  $(\overline{be})$ ). В этой же точке согласно условию задачи прикладываем уравновешивающую силу  $\bar{F}_y$ , перпендикулярную звену  $AB$ .

Из равенства нулю суммы моментов сил относительно точки  $A$  найдем уравновешивающую силу:

$$F_y l_{AB} - R_{21} h \mu_l = 0,$$

где  $h$  – плечо силы  $\bar{R}_{21}$ , измеренное на кинематической схеме начального звена (рисунок 3.7,  $z$ ).

$$F_y = R_{21} \frac{h \cdot \mu_l}{l_{AB}} = 60 \times \frac{5 \times 0,004}{0,1} = 12 \text{ Н.}$$

Условие равновесия начального звена запишем в виде:

$$\bar{R}_{21} + \bar{F}_y + \bar{R}_{01} = 0.$$

Строим замкнутый план сил в масштабе  $\mu_F = 0,5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ .

Для этого из точки  $a$  (рисунок 3.7,  $d$ ) проводим вектор  $\bar{R}_{21}$  длиной

$$(ab) = \frac{R_{21}}{\mu_F} = \frac{60}{0,5} = 120 \text{ мм.}$$

От точки  $b$  откладываем вектор  $\bar{F}_y$  длиной

$$(bc) = \frac{F_y}{\mu_F} = \frac{12}{0,5} = 24 \text{ мм.}$$

Соединим точки  $c$  и  $a$  и получим вектор силы  $\bar{R}_{01}$ , величину которой определим, умножив длину вектора  $(ca)$  на масштабный коэффициент  $\mu_F$ .

$$R_{01} = (ca) \mu_F = 117 \times 0,5 = 58,5 \text{ Н.}$$

**Пример 2.** Определить реакции во всех кинематических парах кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.8,  $a$ ) и уравновешивающий момент  $M_y$ , приложенный к звену 1, если к ползуну 3 приложена сила  $F_3 = 250 \text{ Н}$ , а к шатуну 2 момент  $M_2 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Размеры звеньев  $l_{AB} = 0,06 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,16 \text{ м}$ ; угол  $\varphi_1 = 45^\circ$ .

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  вычерчиваем схему механизма и показываем направления  $M_2$  и  $F_3$  (рисунок 3.8,  $a$ )

Отделяем от механизма группу Ассур, состоящую из звеньев 2, 3 и вычерчиваем ее в том же масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$  (рисунок 3.8, б).

Составляем условие равновесия группы:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_3 + \bar{R}_{03} = 0.$$

В этом уравнении две неизвестные реакции  $\bar{R}_{12}$  и  $\bar{R}_{03}$ . Модуль и направление  $\bar{R}_{12}$  неизвестны. Известно, что линия ее действия будет проходить через центр шарнира  $B$ . Линия действия реакции  $\bar{R}_{03}$  будет перпендикулярна горизонтальной направляющей, по которой движется ползун, а точка приложения будет находиться в точке  $C$ , т. к. сила  $\bar{F}_3$ , приложенная к ползуну, так же проходит через эту точку.

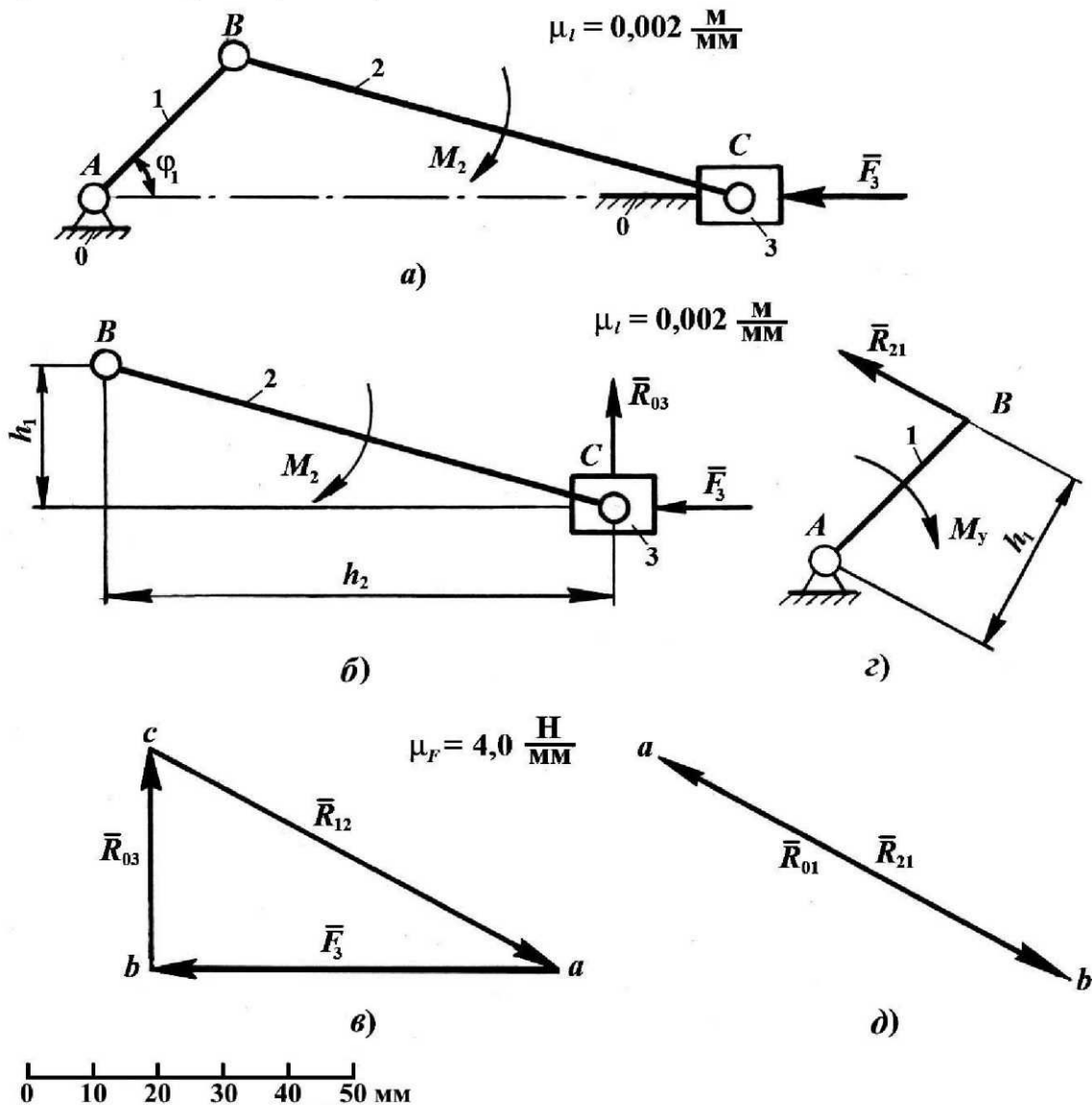


Рисунок 3.8 – Схема к решению примера 2:

а) кинематическая схема механизма; б), в) соответственно схема и план сил структурной группы, состоящей из звеньев 2, 3; г), д) соответственно схема и план сил механизма I класса

Решение задачи можно проводить двумя вариантами.

*Вариант первый.* Задаемся произвольным направлением реакции  $\bar{R}_{12}$ , раскладываем ее на две составляющие:  $\bar{R}_{12}^{\tau}$ , направленную перпендикулярно линии  $BC$  звена 2, и  $\bar{R}_{12}^n$ , направленную параллельно линии  $BC$  звена 2. Затем составляется уравнение моментов сил относительно точки  $C$  и из него определяется величина силы  $\bar{R}_{12}^{\tau}$ . Затем строится замкнутый силовой многоугольник и определяются реакции  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{03}$ .

*Вариант второй.* Решим задачу более простым путем, при котором сразу определяется величина силы  $\bar{R}_{03}$ .

В точке  $C$  приложим реакцию  $\bar{R}_{03}$ , направленную вертикально вверх (рисунок 3.8, б).

Запишем уравнение моментов сил, приложенных к звеньям 2, 3:

$$\sum_{i=1}^n M_C(\bar{F}_i)_{2,3} = 0,$$

которое в развернутом виде примет вид:

$$R_{03}h_2\mu_l - F_3h_1\mu_l - M_2 = 0,$$

откуда

$$R_{03} = \frac{F_3h_1\mu_l + M_2}{h_2\mu_l} = \frac{250 \times 22 \times 0,002 + 10}{77 \times 0,002} = 136,4 \text{ Н.}$$

Поскольку значение  $R_{03}$  получено со знаком «плюс», то ее направление изначально выбрано верно.

Решаем графически векторное уравнение равновесия структурной группы 2, 3. Для этого в масштабе  $\mu_F = 4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$  строим план сил группы (рисунок 3.8, в). Из произвольно выбранной точки  $a$  откладываем вектор силы  $\bar{F}_3$  длиной

$$(ab) = \frac{F_3}{\mu_F} = \frac{250}{4} = 62,5 \approx 63 \text{ мм.}$$

От точки  $b$  откладываем силу  $\bar{R}_{03}$  в виде отрезка



$$(bc) = \frac{R_{03}}{\mu_F} = \frac{136,4}{4} = 34,09 \approx 34 \text{ мм.}$$

Соединяем точки  $c$  и  $a$  вектором  $(\overline{ca})$ , который направлен к точке  $a$ , получим вектор искомой реакции  $\overline{R}_{12}$ . Ее величина

$$R_{12} = (ca)\mu_F = 71 \times 4 = 284 \text{ Н.}$$

Для определения внутренней реакции в шарнире  $C$  рассмотрим равновесие звена 3

$$\overline{F}_3 + \overline{R}_{03} + \overline{R}_{21} = 0.$$

Для решения этого уравнения необходимо соединить точки  $c$  и  $a$ , что уже выполнено, то есть

$$\overline{R}_{21} = -\overline{R}_{12}.$$

Выполним силовой расчет начального звена. Для этого вычертим его схему в масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  (рисунок 3.8, г), в точке  $B$  приложим реакцию  $\overline{R}_{21} = -\overline{R}_{12}$ . Покажем направление уравновешивающего момента  $M_y$  и определим его величину.

Из уравнения моментов сил относительно точки  $A$ :

$$-M_y + R_{21}h_1\mu_l = 0.$$

откуда

$$M_y = R_{21}h_1\mu_l = 284 \times 29 \times 0,002 = 16,5 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Условие равновесия звена 1

$$\overline{R}_{21} + \overline{R}_{01} = 0.$$

Из уравнения имеем:

$$\overline{R}_{01} = -\overline{R}_{21} = 284 \text{ Н.}$$

План сил начального звена приведен на рисунке 3.8, д в выбранном ранее масштабе  $\mu_F = 4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ .

**Пример 3.** Определить реакции во всех кинематических парах кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.9, а) и уравновешивающую силу

$F_y$ , приложенную в точке  $B$  перпендикулярно к звену 1, если к ползуну 3 приложена сила  $F_3 = 500$  Н. Массы звеньев  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 2$  кг,  $m_3 = 1,5$  кг; центральный момент инерции шатуна 2  $I_{S_2} = 0,011$  кг·м<sup>2</sup>. Размеры звеньев  $l_{AB} = 0,06$  м,  $l_{BC} = 0,18$  м,  $l_{AS_2} = 0,06$  м; угол  $\varphi_1 = 90^\circ$ . Угловая скорость кривошипа  $\omega_1 = 100$  с<sup>-1</sup>.

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  вычерчиваем схему механизма и показываем направление силы  $F_3$  (рисунок 3.9, а)

Определяем скорость точки  $B$

$$v_B = \omega_1 l_{AB} = 100 \times 0,06 = 6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$$

и в масштабе  $\mu_v = 0,2 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$  строим план скоростей (рисунок 3.9, б), из которого видно, что  $v_C = v_B = v_{S_2}$ .

Определяем ускорение точки  $B$ :

$$a_B = \omega_1^2 l_{AB} = 100^2 \times 0,06 = 600 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$$

и в масштабе  $\mu_a = 15 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}$  строим план ускорений (рисунок 3.9, в) (длину вектора ускорения  $\bar{a}_B$  принимаем  $(\pi b) = \frac{600}{15} = 40$  мм).

Из плана ускорений определяем ускорения точек:

$$a_{S_2} = \mu_a \cdot (\pi s_2) = 15 \times 27 = 405 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$a_C = \mu_a \cdot (\pi c) = 15 \times 15 = 225 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Угловое ускорение звена 2

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{BC}} = \frac{43 \times 15}{0,18} = 3583,3 \text{ с}^{-2}.$$

Определяем силы тяжести звеньев:

$$G_1 = m_1 g = 1 \times 9,81 = 9,81 \text{ Н};$$

$$G_2 = m_2 g = 2 \times 9,81 = 19,62 \text{ Н};$$

$$G_3 = m_3 g = 1,5 \times 9,81 = 14,72 \text{ Н}.$$

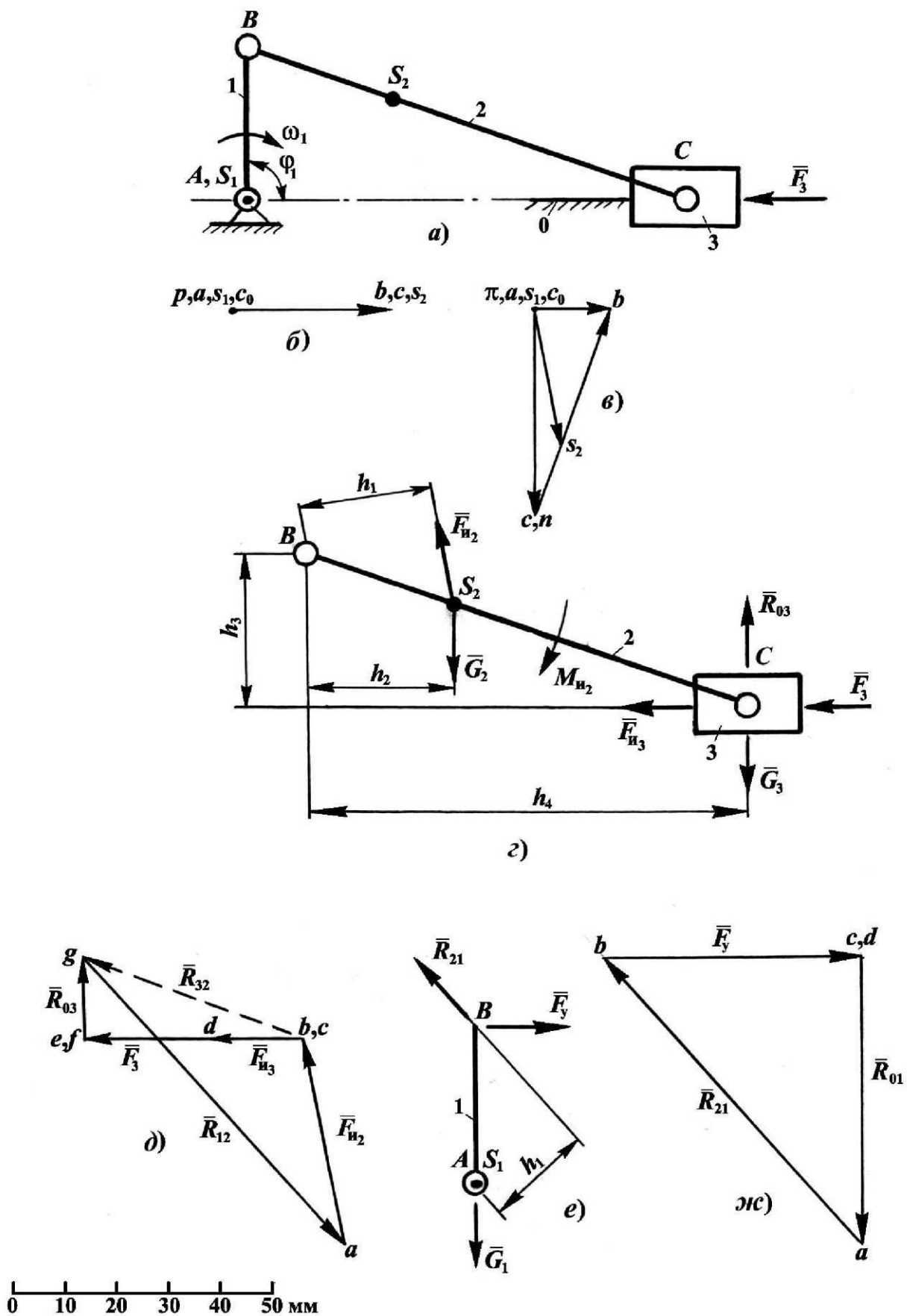


Рисунок 3.9 – Схема к решению примера 3:

- а) кинематическая схема механизма; б) план скоростей в) план ускорений;
- з), д) соответственно схема и план сил структурной группы, состоящей из звеньев 2, 3;
- е), ж) соответственно схема и план сил механизма I класса

Определяем силы инерции звеньев

$$F_{и_1} = m_1 a_{S_1} = 1 \times 0 = 0;$$

$$F_{и_2} = m_2 a_{S_2} = 2 \times 405 = 810 \text{ Н};$$

$$F_{и_3} = m_3 a_C = 1,5 \times 225 = 337,5 \text{ Н};$$

$$M_{и_2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 0,011 \times 3583,3 = 39,4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Отделяем от механизма группу Ассура, состоящую из звеньев 2, 3 и вычерчиваем ее в том же масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  (рисунок 3.9, з). К звену 3 прикладываем силу  $\overline{F}_3$ , в центрах масс звеньев 2, 3 прикладываем направленные вертикально вниз силы тяжести  $\overline{G}_2$  и  $\overline{G}_3$ . Силу инерции звена 2  $\overline{F}_{и_2}$  прикладываем в точке  $S_2$  противоположно вектору ускорения ( $\overline{\pi s_2}$ ). В точке  $C$  прикладываем силу инерции звена 3  $\overline{F}_{и_3}$ , противоположно вектору ускорения ( $\overline{\pi c}$ ).

Момент сил инерции  $M_{и_2}$  направим противоположно угловому ускорению  $\varepsilon_2$  звена 2.

В точке  $C$  приложим реакцию  $\overline{R}_{03}$ , направленную вертикально вверх (рисунок 3.9, г).

Запишем уравнение моментов сил, приложенных к звеньям 2, 3 относительно точки  $B$ :

$$\sum_{i=1}^n M_B(\overline{F}_i)_{2,3} = 0,$$

или

$$(\overline{F}_{и_2} h_1 - G_2 h_2 - F_{и_3} h_3 - F_3 h_3 - G_3 h_4 + R_{03} h_4) \mu_l - M_{и_2} = 0,$$

откуда

$$R_{03} = \frac{(-F_{и_2} h_1 + G_2 h_2 + F_{и_3} h_3 + F_3 h_3 + G_3 h_4) \mu_l + M_{и_2}}{h_4 \mu_l}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$\begin{aligned} R_{03} &= \frac{(-810 \times 25 + 19,62 \times 28 + 337,5 \times 30 + 500 \times 30 + 17,72 \times 84) \times 0,002 + 39,4}{84 \times 0,002} = \\ &= 316,8 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Так как значение реакции  $\overline{R}_{03}$  получено со знаком «плюс», то ее направление выбрано верно (вертикально вверх).

Запишем уравнение равновесия структурной группы 2, 3

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_{и_2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и_3} + \bar{F}_3 + \bar{G}_3 + \bar{R}_{03} = 0$$

и решим его графически. Для этого в масштабе  $\mu_F = 20 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$  строим план сил группы (рисунок 3.9, д). Из произвольно выбранной точки  $a$  откладываем вектор силы  $\bar{F}_{и_2}$  длиной

$$(ab) = \frac{F_{и_2}}{\mu_F} = \frac{810}{20} = 40,5 \approx 41 \text{ мм.}$$

Определим длину вектора силы тяжести  $\bar{G}_2$ :

$$(bc) = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{19,62}{20} = 0,98 \approx 1 \text{ мм.}$$

Длина вектора  $(bc)$  небольшая, поэтому ее прочертить на плане сил практически невозможно. Поэтому совместим точку  $c$  с точкой  $b$ .

Из точки  $c$  отложим вектор силы  $\bar{F}_{и_3}$  длиной

$$(cd) = \frac{F_{и_3}}{\mu_F} = \frac{337,5}{20} = 16,88 \approx 17 \text{ мм.}$$

Из точки  $d$  откладываем вектор силы  $\bar{F}_3$  длиной

$$(de) = \frac{F_3}{\mu_F} = \frac{500}{20} = 25 \text{ мм.}$$

Определим длину вектора силы тяжести  $\bar{G}_3$

$$(ef) = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{15}{20} = 0,75 \approx 1 \text{ мм.}$$

Так как длина этого вектора небольшая, то точку  $f$  поместим в точку  $e$ .

Из точки  $f$  откладываем вектор силы  $\bar{R}_{03}$

$$(fg) = \frac{R_{03}}{\mu_F} = \frac{316,8}{20} = 15,84 \approx 16 \text{ мм.}$$

Соединив точки  $g$  и  $a$  вектором  $(ga)$ , который направлен к точке  $a$ , получим вектор искомой реакции  $\bar{R}_{12}$ . Ее величина

$$R_{12} = (ga)\mu_F = 75 \times 20 = 1500 \text{ Н.}$$

Для определения внутренней реакции в шарнире  $C$  рассмотрим равновесие звена 2:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_{н_2} + \bar{G}_2 + \bar{R}_{32} = 0.$$

Для решения этого уравнения необходимо соединить точки  $c$  и  $g$  (на плане сил показан штриховой линией). Это и есть вектор искомой реакции  $\bar{R}_{32}$ . Ее величина

$$R_{32} = (cg)\mu_F = 44 \times 20 = 880 \text{ Н.}$$

Выполним силовой расчет начального звена. Для этого вычертим его схему в масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$  (рисунок 3.8, е), в точке  $B$  приложим реакцию  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ , в точке  $A$  – силу тяжести звена 1  $\bar{G}_1$ . Перпендикулярно звену 1 в точке  $B$  приложим уравнивающую силу и определим ее величину из уравнения моментов сил относительно точки  $A$

$$-F_y(OA) + R_{21}h_1 = 0,$$

откуда

$$F_y = \frac{R_{21}h_1}{(OA)} = \frac{1500 \times 20}{30} = 1000 \text{ Н.}$$

Для определения реакции  $\bar{R}_{01}$  запишем уравнение равновесия звена 1 и решим его графически:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_y + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} = 0.$$

Выбираем масштаб  $\mu_F = 20 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$  и из произвольно выбранной точки  $a$  (рисунок 3.9, ж) откладываем вектор реакции  $\bar{R}_{21}$  длиной

$$(ab) = \frac{R_{21}}{\mu_F} = \frac{1500}{20} = 75 \text{ мм.}$$

Из точки  $b$  откладываем вектор уравнивающей силы  $\bar{F}_y$  длиной

$$(bc) = \frac{F_y}{\mu_F} = \frac{1000}{20} = 50 \text{ мм.}$$

Определим длину вектора силы тяжести звена 1

$$(cd) = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{9,81}{20} = 0,49 \approx 0 \text{ мм.}$$

Значит, точки  $d$  и  $c$  совпадают. Соединяем точки  $d$  и  $a$  вектором  $\bar{R}_{01}$ . Величина реакции  $R_{01}$

$$R_{01} = (da)\mu_F = 55 \times 20 = 1100 \text{ Н.}$$

### Задачи 3.2.1–3.2.34

**3.2.1.**

$F_3 = 30 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = 0,07 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

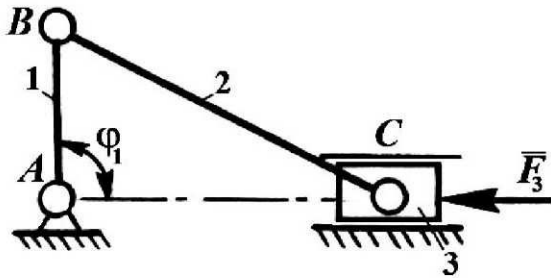


Рисунок 3.2.1

**3.2.2.**

$F_3 = 40 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ; \angle\alpha = 30^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

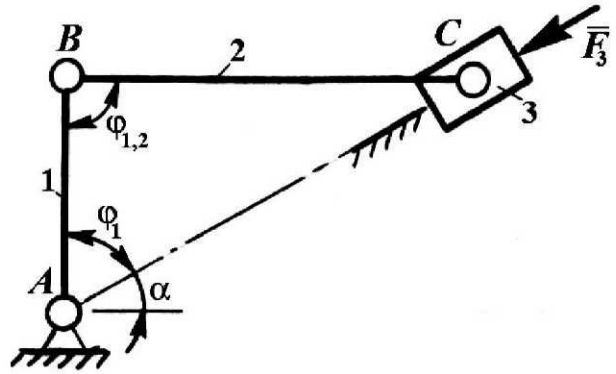


Рисунок 3.2.2

**3.2.3.**

$M_2 = 12 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_3 = 10 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

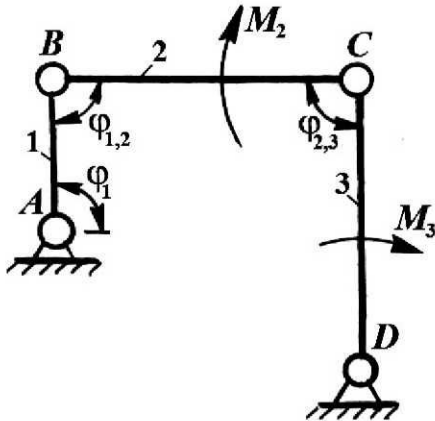


Рисунок 3.2.3

**3.2.4.**

$F_3 = 150 \text{ Н}; M_2 = 8 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = l_{DN} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{2,3} = 45^\circ; \angle\alpha = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

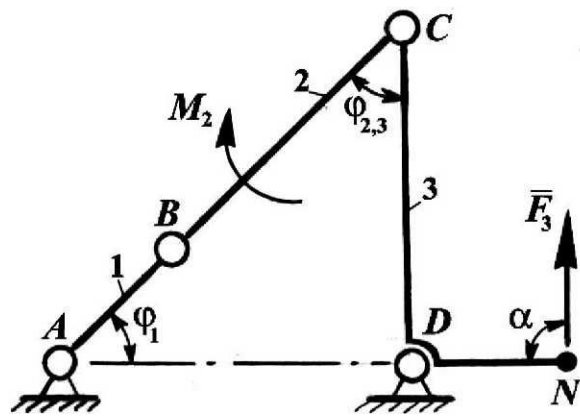


Рисунок 3.2.4

**3.2.5.**

$M_2 = 12 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,04 \text{ м};$   
 $l_{BC} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 120^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

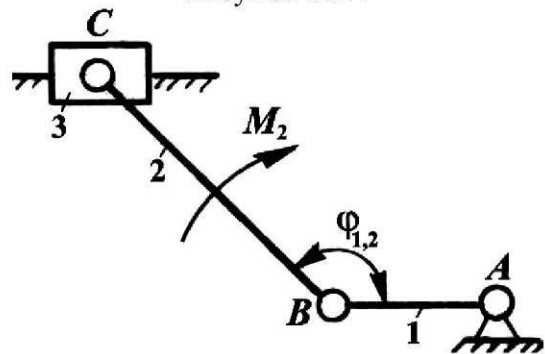


Рисунок 3.2.5

### 3.2.6.

$$M_2 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}; F_5 = 50 \text{ Н};$$

$$l_{OA} = l_{OC} = 0,05 \text{ м};$$

$$l_{AB} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_1 = 60^\circ; \angle \alpha = 90^\circ.$$

**Определить:** реакции в кинематических парах,  $F_y, M_y$

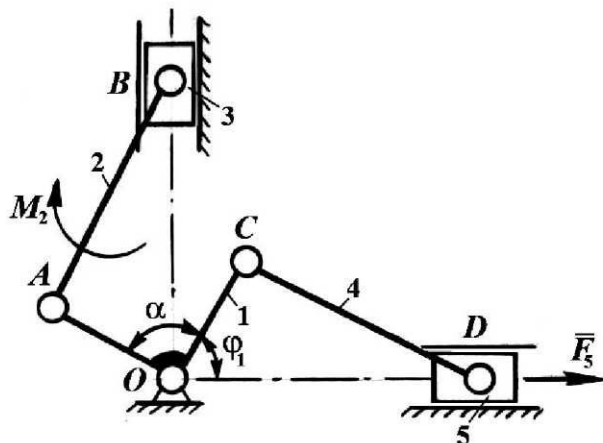


Рисунок 3.2.6

### 3.2.7.

$$F_3 = 50 \text{ Н};$$

$$l_{AB} = l_{CD} = 0,025 \text{ м};$$

$$l_{BC} = 0,08 \text{ м};$$

$$l_{DE} = l_{CD};$$

$$\angle \varphi_1 = \angle \varphi_3 = 90^\circ.$$

**Определить:** реакции в кинематических парах,  $F_y, M_y$

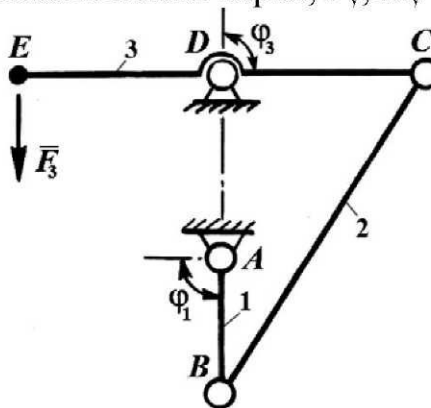


Рисунок 3.2.7

### 3.2.8.

$$F_2 = 50 \text{ Н}; M_2 = 15 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = l_{BD} = 0,1 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 45^\circ; \angle \alpha = 90^\circ.$$

**Определить:** реакции в кинематических парах,  $F_y, M_y$

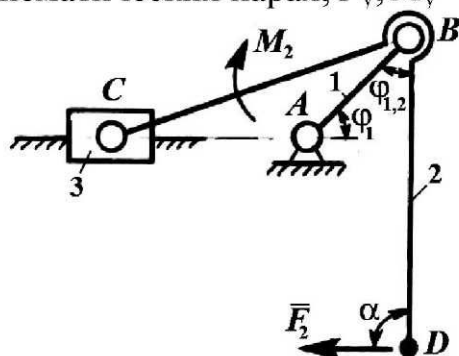


Рисунок 3.2.8

### 3.2.9.

$$F_3 = F_5 = 150 \text{ Н};$$

$$l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = l_{BD} = 0,14 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,4} = 90^\circ.$$

**Определить:** реакции в кинематических парах,  $F_y, M_y$

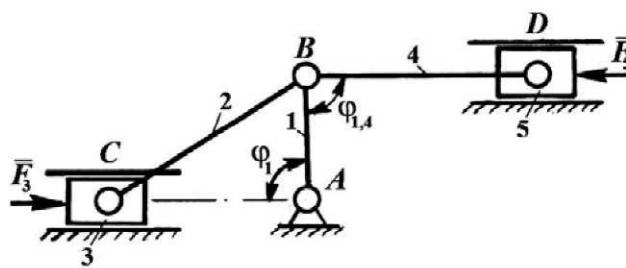


Рисунок 3.2.9

### 3.2.10

$$F_2 = 25 \text{ Н}; M_2 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,5 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_1 = 60^\circ; \angle \alpha = 90^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 120^\circ.$$

**Определить:** реакции в кинематических парах,  $F_y, M_y$

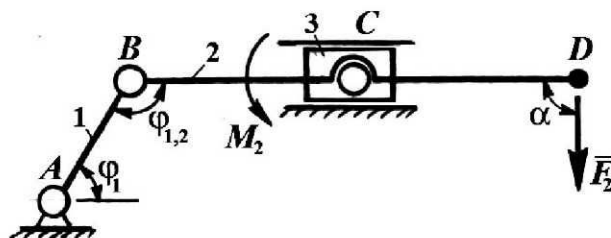


Рисунок 3.2.10



**3.2.11.**

$F_3 = F_5 = 50 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{BD} = 0,25 \text{ м}.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

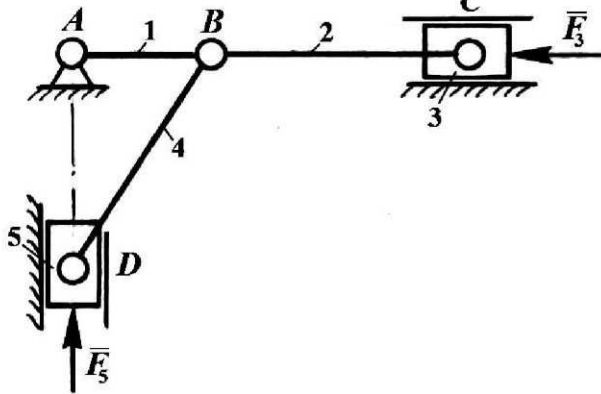


Рисунок 3.2.11

**3.2.13**

$F_2 = 400 \text{ Н}; M_4 = 7 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $l_{OA} = l_{OB} = 0,2 \text{ м}; l_{AC} = l_{BD} = 0,6 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,4} = 90^\circ; \angle \alpha = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

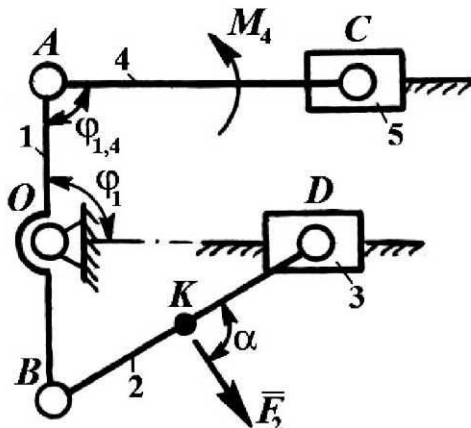


Рисунок 3.2.13

**3.2.15.**

$F_2 = 25 \text{ Н}; F_3 = 18 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = l_{CE} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,55 \text{ м};$   
 $l_{CK} = l_{KD} = 0,5 l_{CD};$   
 $\angle \alpha = \angle \beta = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

**3.2.12.**

$M_2 = M_4 = 12 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $l_{OA} = l_{OB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{AD} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

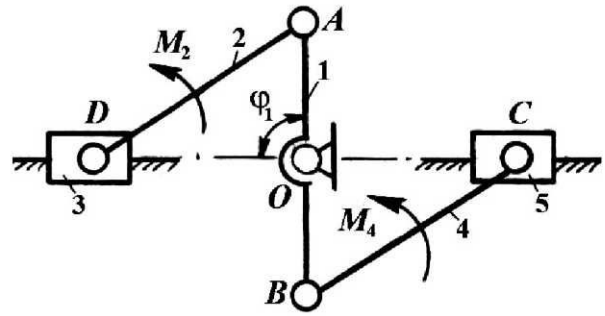


Рисунок 3.2.12

**3.2.14**

$F_2 = F_3 = 100 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,12 \text{ м};$   
 $l_{BE} = l_{CK} = 0,5 l_{BC}$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\angle \alpha = \angle \beta = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

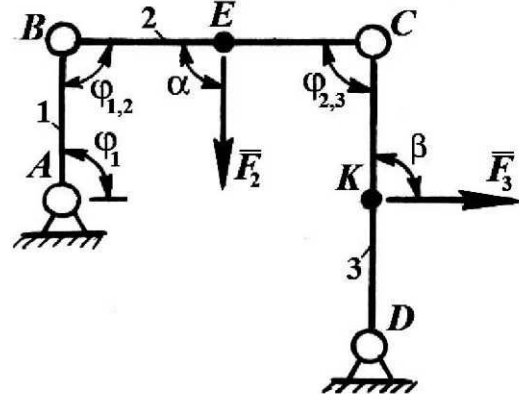


Рисунок 3.2.14

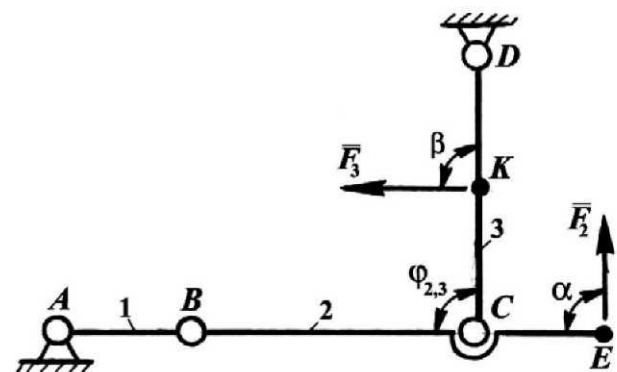


Рисунок 3.2.15

**3.2.16.**

$F = F_2 = F_3 = 15 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,025 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,055 \text{ м};$   
 $l_{BK} = l_{CN} = 0,5 l_{BC};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\alpha = \angle\beta = \angle\gamma = 120^\circ;$   
 $\angle\varphi_2 = \angle\varphi_3 = 45^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

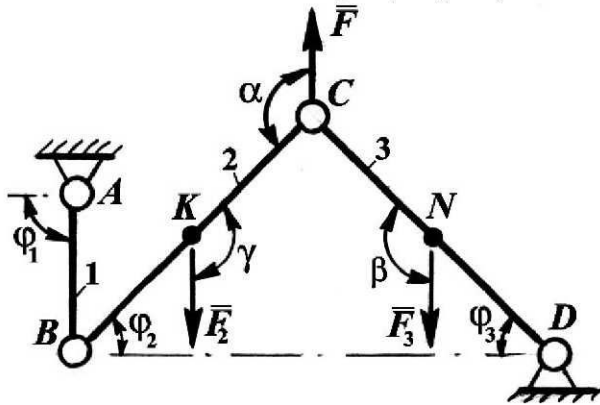


Рисунок 3.2.16

**3.2.17.**

$F_2 = 25 \text{ Н}; F_3 = 30 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = l_{CN} = 0,02 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,045 \text{ м};$   
 $l_{BK} = 0,5 l_{BC};$   
 $\angle\varphi_2 = 45^\circ; \angle\alpha = \angle\beta = \angle\gamma = 90^\circ;$   
 $\angle\varphi_3 = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

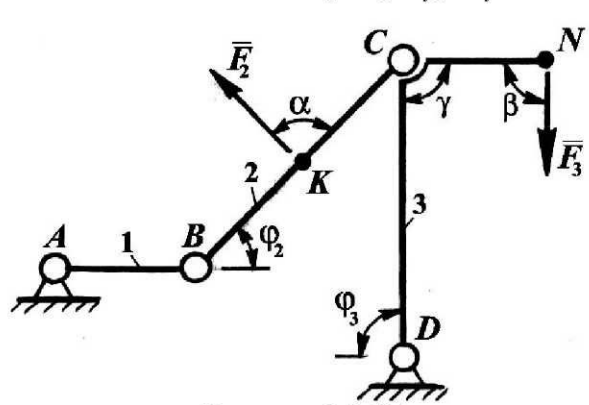


Рисунок 3.2.17

**3.2.18.**

$F_3 = 60 \text{ Н}; M_2 = 9 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = l_{DE} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = 0,05 \text{ м};$   
 $l_{CD} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\alpha = \angle\beta = 90^\circ;$   
 $\angle\varphi_{2,3} = 120^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

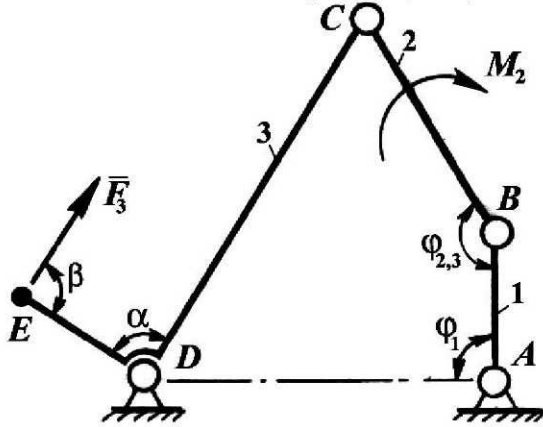


Рисунок 3.2.18

**3.2.19.**

$F = 30 \text{ Н}; M_2 = M_3 = 7 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_3 = 45^\circ; \angle\alpha = 135^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

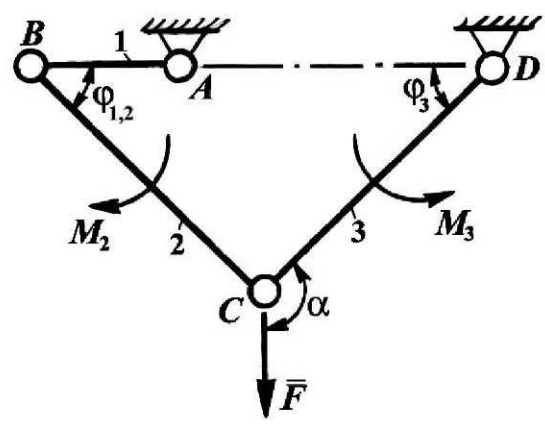


Рисунок 3.2.19

**3.2.20.**

$F_5 = 30 \text{ Н}; M_2 = 6 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,02 \text{ м}; l_{BC} = l_{BD} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

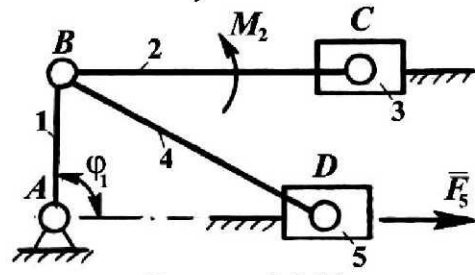


Рисунок 3.2.20

**3.2.21.**

$F = 45 \text{ Н}$ ;  
 $l_{AB} = l_{CK} = 0,02 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{CD} = 0,05 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_{1,2} = 30^\circ$ ;  $\angle\alpha = 60^\circ$ ;  $\angle\varphi_{2,3} = 90^\circ$ .

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

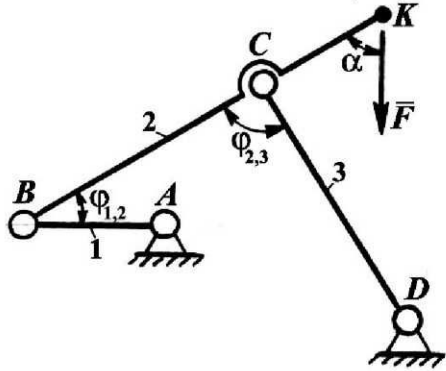


Рисунок 3.2.21

**3.2.22.**

**3.2.22.**

$F_2 = F_3 = 20 \text{ Н}$ ;  
 $l_{AB} = 0,04 \text{ м}$ ;  $l_{BD} = 0,5 l_{BC}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ$ ;  $\angle\alpha = 30^\circ$ ;  
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\beta = 90^\circ$ .

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

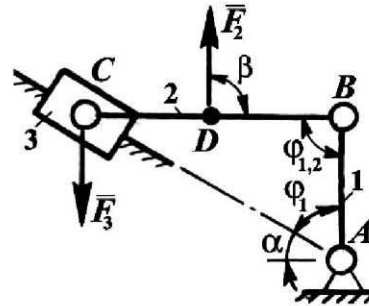


Рисунок 3.2.22

**3.2.23.**

$F_2 = 30 \text{ Н}$ ;  $M_3 = 6 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ;  $l_{CD} = l_{BE} = 0,12 \text{ м}$ ;  
 $l_{BC} = l_{CE} = 0,5 l_{BE}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 45^\circ$ ;  $\angle\alpha = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ$ ;  
 $\angle\varphi_{1,2} = 135^\circ$ .

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

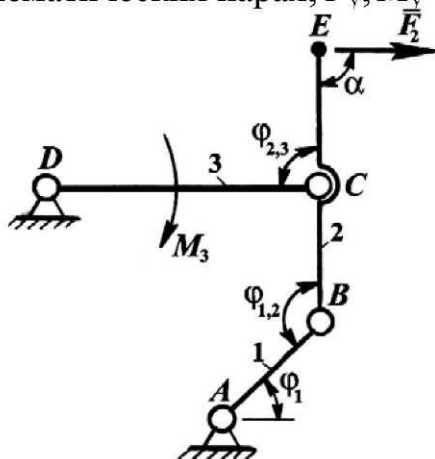


Рисунок 3.2.23

**3.2.24.**

**3.2.24.**

$F_2 = F_3 = 50 \text{ Н}$ ;  $M_3 = 8 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  
 $l_{AB} = l_{CE} = 0,04 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{CD}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ$ ;  $\angle\beta = 90^\circ$ ;  
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\alpha = 45^\circ$ .

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

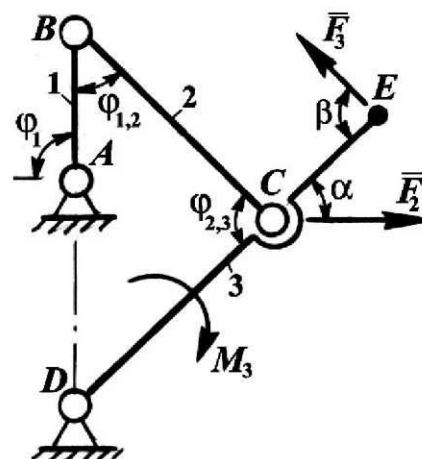


Рисунок 3.2.24

**3.2.25.**

$F_2 = 30 \text{ Н}$ ;  $F_3 = 40 \text{ Н}$ ;  $M_3 = 9 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  
 $l_{AB} = l_{BK} = 0,04 \text{ м}$ ;  $l_{CD} = l_{BC} = 0,09 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ$ ;  $\angle\alpha = 90^\circ$ ;  
 $\angle\varphi_{2,3} = 60^\circ$ .

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

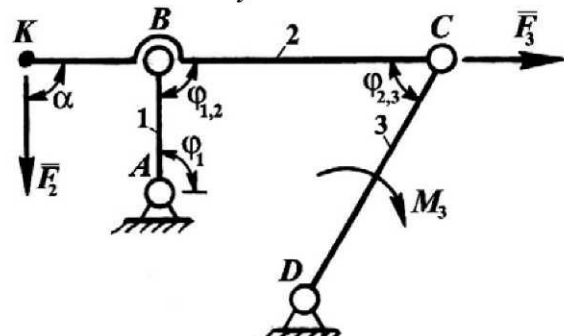


Рисунок 3.2.25

### 3.2.26.

$F_2 = F_3 = 25 \text{ Н}; M_3 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $l_{AB} = l_{BK} = 0,025 \text{ м}; l_{BC} = 0,05 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \alpha = \angle \beta = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 60^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

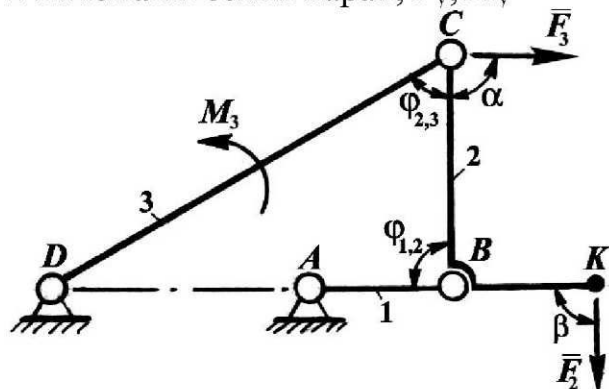


Рисунок 3.2.26

### 3.2.27.

$F_5 = 100 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = l_{DE} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,25; l_{CD} = l_{EK};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 30^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

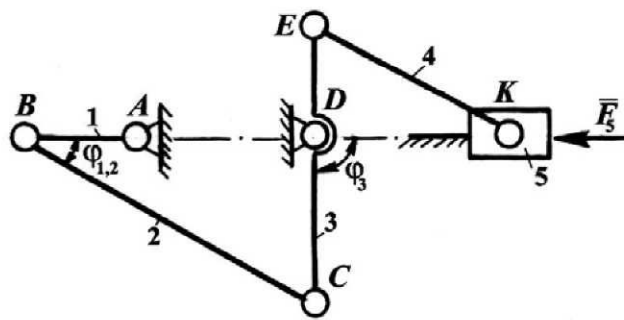


Рисунок 3.2.27

### 3.2.28.

$F_2 = 25 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,02 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ; \angle \alpha = 30^\circ;$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \beta = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

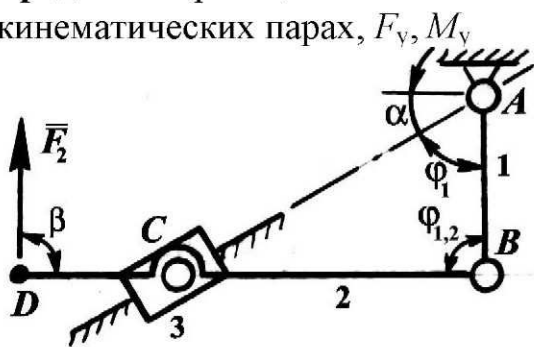


Рисунок 3.2.28

### 3.2.29.

$F_2 = 30 \text{ Н}; F_3 = 20 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = l_{BD} = 0,02 \text{ м}; l_{BC} = 0,045 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = \angle \alpha = 90^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

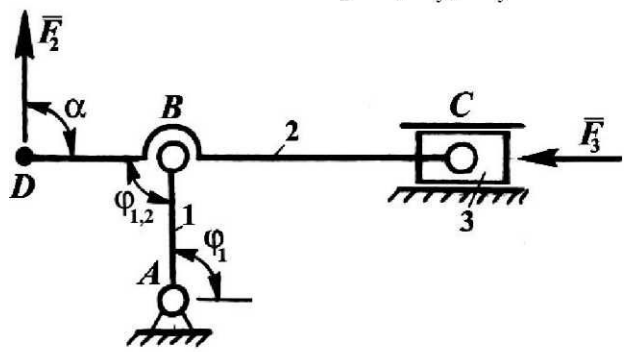


Рисунок 3.2.29

### 3.2.30.

$F_3 = 35 \text{ Н}; M_2 = 6 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $l_{AB} = l_{DE} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \alpha = 90^\circ;$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 120^\circ.$

**Определить:** реакции  
 в кинематических парах,  $F_y, M_y$

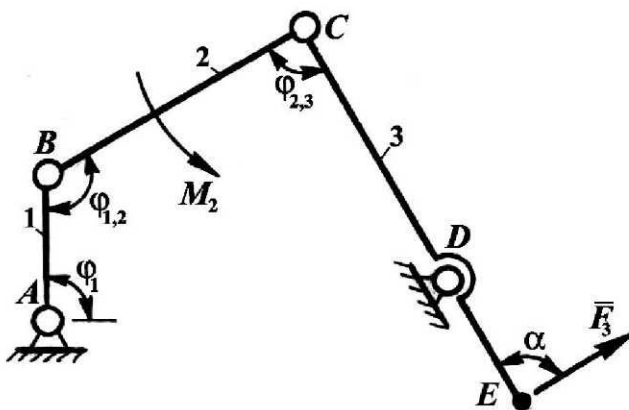


Рисунок 3.2.30

### 3.2.31.

$F_2 = 35 \text{ Н}; F_3 = 30 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{BD} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 135^\circ; \angle\alpha = 90^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 45^\circ.$

**Определить:** реакции

в кинематических парах,  $F_y, M_y$

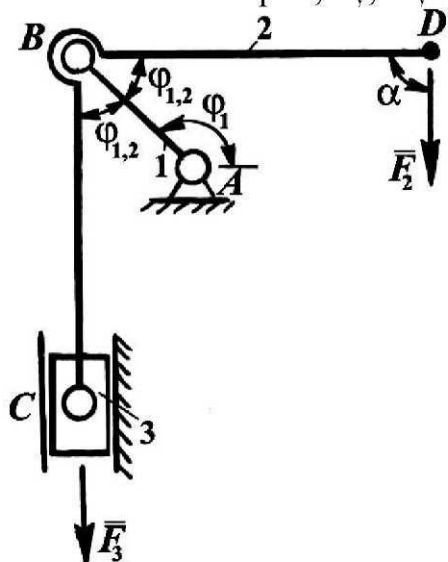


Рисунок 3.2.31

### 3.2.32.

$F_3 = 25 \text{ Н}; M_2 = 4 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ.$

**Определить:** реакции

в кинематических парах,  $F_y, M_y$

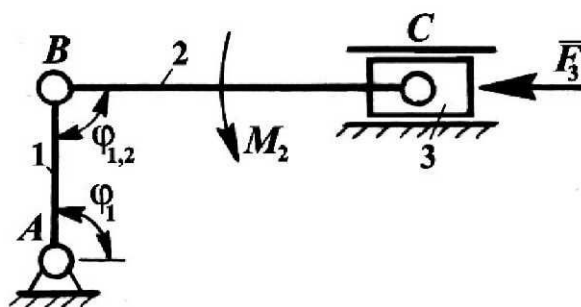


Рисунок 3.2.32

### 3.2.33.

$F_2 = 75 \text{ Н}; M_3 = 5 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = l_{CE} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,07 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{2,3} = 45^\circ; \angle\alpha = 90^\circ.$

**Определить:** реакции

в кинематических парах,  $F_y, M_y$

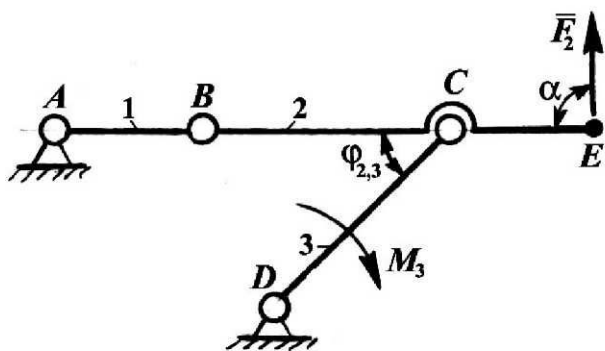


Рисунок 3.2.33

### 3.2.34.

$F = 45 \text{ Н}; M_3 = 5 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\alpha = 60^\circ; \angle\beta = 30^\circ;$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ.$

**Определить:** реакции

в кинематических парах,  $F_y, M_y$

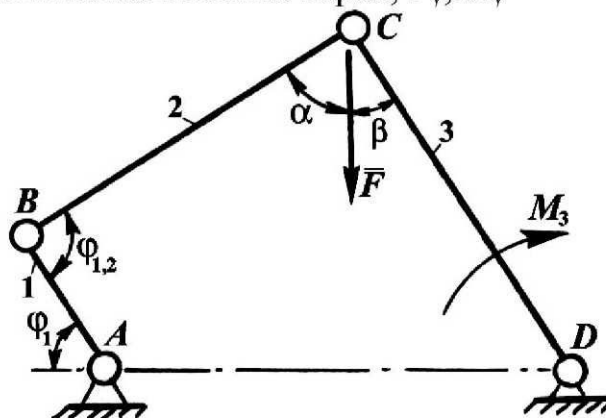


Рисунок 3.2.34

### 3.3 Приведение сил и масс

Метод приведения сил и масс применяется при решении задач об определении закона движения механизма, находящегося под действием приложенных к нему сил. При этом сложная (многомассовая) динамическая система заменяется ей эквивалентной простой (одномассовой).

Звено, к которому приводятся силы и массы, называется *звеном приведения*, а точка, в которой сосредотачивается масса приведения, называется *точкой приведения*.

За звено приведения обычно выбирается звено, закон движения которого требуется определить. Обычно это звено, совершающее вращательное движение относительно стойки.

*Приведенной силой*  $F_{\text{п}}$  или *приведенным моментом сил*  $M_{\text{п}}$  называют условную силу или момент (пары сил), которые будучи приложены к звену приведения развивают мощность, равную сумме мощностей, развиваемых приводимыми силами и моментами.

Величина приведенной силы, направленной по скорости точек приведения:

$$F_{\text{п}} = \sum_{i=1}^n \left( F_i \frac{\mathfrak{V}_i}{\mathfrak{V}_{\text{п}}} \cos \alpha_i + M_i \frac{\omega_i}{\omega_{\text{п}}} \right),$$

где  $F_i$  – величина приводимой силы, приложенной к  $i$ -ому звену;

$\mathfrak{V}_i$  – величина скорости точки приложения силы  $\vec{F}_i$ ;

$\alpha_i$  – угол между векторами  $\vec{F}_i$  и  $\vec{\mathfrak{V}}_i$ ;

$M_i$  – величина приведенного момента, приложенного к  $i$ -ому звену;

$\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -ого звена;

$\mathfrak{V}_{\text{п}}$  – скорость точки приведения.

Приведенный момент сил:

$$M_{\text{п}} = \sum_{i=1}^n \left( F_i \frac{\mathfrak{V}_i}{\omega_{\text{п}}} \cos \alpha_i + M_i \frac{\omega_i}{\omega_{\text{п}}} \right),$$

где  $\omega_{\text{п}}$  – угловая скорость звена приведения.

*Приведенной массой*  $m_{\text{п}}$  называется такая условная масса, сосредоточенная в точке приведения, кинетическая энергия  $E_{\text{кп}}$  которой равняется

сумме кинетических энергий  $\sum_{i=1}^n E_{\text{ки}}$  тех звеньев, массы которых приводятся

к этой точке:

$$m_{\text{п}} = \sum_{i=1}^n \left( m_i \frac{\vartheta_{S_i}^2}{\vartheta_{\text{п}}^2} + I_{S_i} \frac{\omega_i^2}{\vartheta_{\text{п}}^2} \right).$$

Приведенным моментом инерции  $I_{\text{п}}$  называется момент инерции условного тела, вращающегося вместе со звеном приведения, кинетическая энергия  $E_{\text{кп}}$  которого равна сумме  $\sum_{i=1}^n E_{\text{к}i}$  кинетических энергий тех звеньев, массы которых приводятся к этому звену

$$I_{\text{п}} = \sum_{i=1}^n \left( m_i \frac{\vartheta_{S_i}^2}{\omega_{\text{п}}^2} + I_{S_i} \frac{\omega_i^2}{\omega_{\text{п}}^2} \right).$$

Величины  $I_{\text{п}}$  и  $m_{\text{п}}$  связаны равенством

$$I_{\text{п}} = m_{\text{п}} l^2,$$

где  $l$  – расстояние между точкой приведения и осью вращения звена приведения.

В приведенных уравнениях для расчета  $F_{\text{п}}$ ,  $M_{\text{п}}$ ,  $m_{\text{п}}$  и  $I_{\text{п}}$  отношения  $\frac{\vartheta_i}{\vartheta_{\text{п}}}$ ,  $\frac{\omega_i}{\omega_{\text{п}}}$ ,  $\frac{\vartheta_{S_i}}{\vartheta_{\text{п}}}$ ,  $\frac{\vartheta_{S_i}}{\omega_{\text{п}}}$ ,  $\frac{\omega_i}{\omega_{\text{п}}}$  представляют собой передаточные функции, зависящие только от положения, т. е. обобщенной координаты механизма. Поэтому можно сделать вывод, что приведенная сила (момент) и приведенная масса (приведенный момент инерции) являются функциями обобщенной координаты.

**Пример 1.** Для шарнирного четырехзвенного механизма (рисунок 3.10, а) найти приведенную к точке  $B$  приведенную силу  $F_{\text{п}}$ , перпендикулярную звену  $AB$ , от момента  $M_3 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , приложенного к коромыслу 3, а также приведенную массу  $m_{\text{п}}$  от масс всех звеньев механизма. Размеры звеньев:  $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ,  $l_{BC} = l_{CD} = 0,12 \text{ м}$ ,  $l_{BS_2} = 0,06 \text{ м}$ . Масса звена 2  $m_2 = 1 \text{ кг}$ , момент инерции звена 2 относительно оси, проходящей через его центр масс  $S_2$ , равен  $I_{S_2} = 0,0025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Момент инерции звена 3 относительно оси, проходящей через его центр масс  $S_3$ , равен  $I_{S_3} = 0,0015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Угол  $\varphi_1 = 45^\circ$ , углы  $\varphi_{2,3} = \varphi_3 = 90^\circ$ .

Решение. В масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  строим план положений механизма (рисунок 3.10, а). Чертежные длины звеньев при этом:

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,05}{0,002} = 25 \text{ мм};$$

$$BC = CD = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,12}{0,002} = 60 \text{ мм};$$

$$BS_2 = \frac{l_{BS_2}}{\mu_l} = \frac{0,06}{0,002} = 30 \text{ мм}.$$

Строим план скоростей механизма (рисунок 3.10, б). При этом принимаем произвольное направление вращения  $\omega_1$  звена 1. Принимаем длину вектора скорости точки  $B$  ( $\overline{pb}$ ) = 50 мм и направляем его из полюса  $p$  перпендикулярно звену 1.

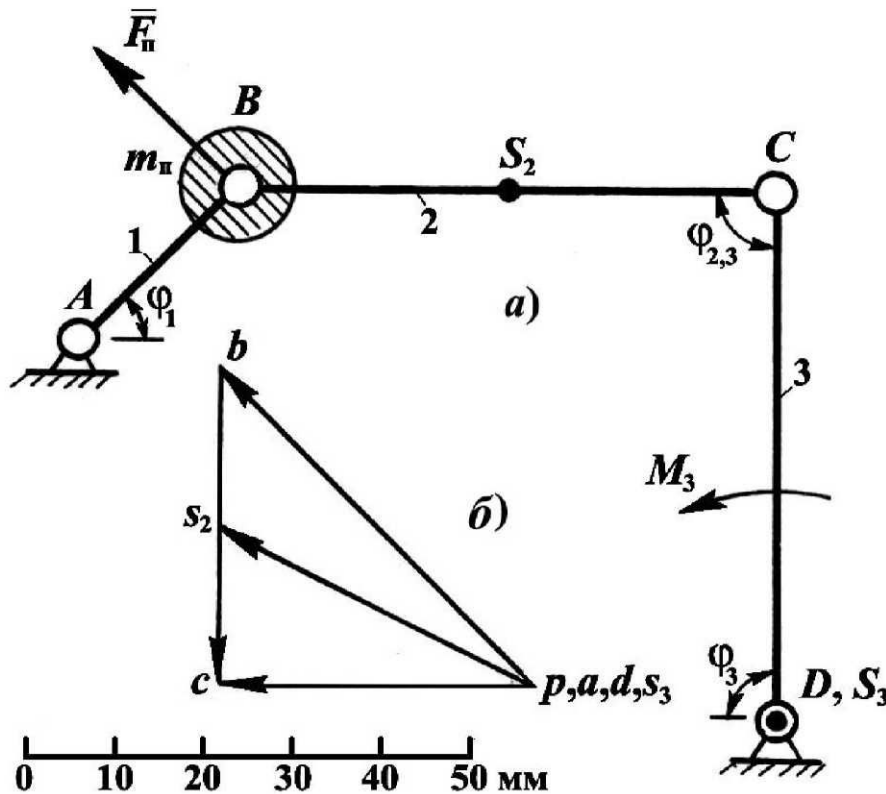


Рисунок 3.10 – Схема к решению примера 1:

а) план положений механизма; б) план скоростей механизма

Скорость точки  $C$  определим, графически решая уравнения:

$$\overline{\vartheta}_C = \overline{\vartheta}_B + \overline{\vartheta}_{CB};$$

$$\overline{\vartheta}_C = \overline{\vartheta}_D + \overline{\vartheta}_{CD}.$$

Скорость точки  $S_2$  определим на основании теоремы подобия.



Приведенную силу  $F_{\Pi}$  определим на основании равенства мгновенных мощностей, развиваемых силой  $F_{\Pi}$  и приводимым моментом  $M_3$ , т. е.

$$F_{\Pi} \vartheta_B = M_3 \omega_3,$$

откуда

$$F_{\Pi} = M_3 \frac{\omega_3}{\vartheta_B}.$$

Выразим  $\omega_3$  через отношение  $\omega_3 = \frac{\vartheta_{CD}}{l_{CD}}$  и подставим в уравнение  $F_{\Pi}$ :

$$F_{\Pi} = M_3 \frac{\vartheta_{CD}}{\vartheta_B l_{CD}} = M_3 \frac{(pc)}{(pb)l_{CD}}.$$

Измерив на плане скоростей длины векторов  $(\overline{pb})$  и  $(\overline{pc})$ , подставим их значения в уравнение:

$$F_{\Pi} = 10 \frac{36}{50 \times 0,12} = 60 \text{ Н.}$$

Приведенную массу  $m_{\Pi}$  определим исходя из равенства кинетических энергий точки приведения  $B$  и звеньев 2 и 3, массы которых приводятся к точке  $B$

$$\frac{m_{\Pi} \vartheta_B^2}{2} = \frac{m_2 \vartheta_{S_2}^2}{2} + \frac{I_{S_2} \omega_2^2}{2} + \frac{I_{S_3} \omega_3^2}{2}.$$

Откуда

$$m_{\Pi} = m_2 \left( \frac{\vartheta_{S_2}}{\vartheta_B} \right)^2 + I_{S_2} \left( \frac{\omega_2}{\vartheta_B} \right)^2 + I_{S_3} \left( \frac{\omega_3}{\vartheta_B} \right)^2.$$

Выразим  $\omega_2$  и  $\omega_3$  через отношения  $\omega_2 = \frac{\vartheta_{CB}}{l_{CB}}$ ;  $\omega_3 = \frac{\vartheta_{CD}}{l_{CD}}$  и подставим

в полученное уравнение:

$$\begin{aligned} m_{\Pi} &= m_2 \left( \frac{\vartheta_{S_2}}{\vartheta_B} \right)^2 + I_{S_2} \left( \frac{\vartheta_{CB}}{\vartheta_B} \right)^2 \frac{1}{l_{CB}^2} + I_{S_3} \left( \frac{\vartheta_{CD}}{\vartheta_B} \right)^2 \frac{1}{l_{CD}^2} = \\ &= m_2 \left( \frac{(ps_2)}{(pb)} \right)^2 + I_{S_2} \left( \frac{(bc)}{(pb)} \right)^2 \frac{1}{l_{CB}^2} + I_{S_3} \left( \frac{(dc)}{(pb)} \right)^2 \frac{1}{l_{CD}^2}. \end{aligned}$$

Измерим на плане скоростей длины соответствующих отрезков и подставим в полученное уравнение

$$m_{\Pi} = 1 \times \left(\frac{39}{50}\right)^2 + 0,0025 \times \left(\frac{36}{50}\right)^2 \frac{1}{0,12^2} + 0,0015 \times \left(\frac{36}{50}\right)^2 \frac{1}{0,12^2} = 0,7524 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

**Пример 2.** Для кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.11, а) найти приведенный к звену  $AB$  приведенный момент сил  $M_{\Pi}$  от сил  $F_3 = 100 \text{ Н}$  и  $F_5 = 200 \text{ Н}$ , приложенных к звеньям 3 и 5, а также, приведенный момент инерции  $I_{\Pi}$  от масс ползунков 3 и 5, если их массы равны  $m_3 = m_5 = 0,5 \text{ кг}$ . Размеры звеньев:  $l_{AB} = 0,12 \text{ м}$ ,  $l_{BC} = l_{BD} = 0,24 \text{ м}$ . Угол  $\varphi = 60^\circ$ .

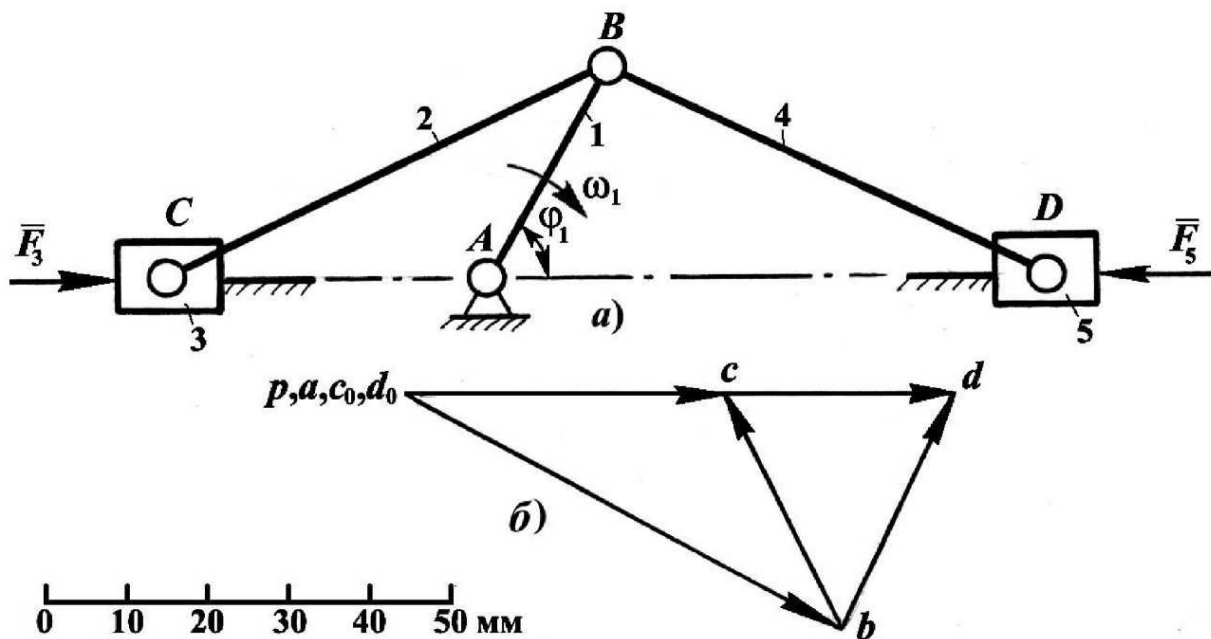


Рисунок 3.11 – Схема к решению примера 2:  
а) план положений механизма; б) план скоростей механизма

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  строим план положений механизма (рисунок 3.11, а). Длины звеньев при этом

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,12}{0,004} = 30 \text{ мм};$$

$$BC = BD = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,24}{0,004} = 60 \text{ мм}.$$

Строим план скоростей механизма (рисунок 3.11, б). Принимаем произвольное направление вращения  $\omega_1$  звена 1, длину вектора скорости точки  $B$  ( $\overline{pb}$ ) = 60 мм и направляем его из полюса  $p$  перпендикулярно звену 1.

Скорость точки  $C$  определим, графически решая уравнения:

$$\begin{aligned}\bar{\vartheta}_C &= \bar{\vartheta}_B + \bar{\vartheta}_{CB}; \\ \bar{\vartheta}_C &= \bar{\vartheta}_{C_0} + \bar{\vartheta}_{CC_0}.\end{aligned}$$

Скорость точки  $D$  определим, графически решая уравнения

$$\begin{aligned}\bar{\vartheta}_D &= \bar{\vartheta}_B + \bar{\vartheta}_{DB}; \\ \bar{\vartheta}_D &= \bar{\vartheta}_{D_0} + \bar{\vartheta}_{DD_0}.\end{aligned}$$

Приведенный момент  $M_{\Pi}$  определяем на основании равенства мгновенных мощностей, развиваемых моментом  $M_{\Pi}$  и приводимыми силами  $F_3$  и  $F_5$ , т. е.

$$M_{\Pi} \omega_1 = \pm F_3 \vartheta_C \pm F_5 \vartheta_D.$$

Знак «плюс» примем при совпадении направлений  $\bar{\vartheta}$  и  $\bar{F}$ , а знак «минус» – при несовпадении. Тогда

$$M_{\Pi} = F_3 \frac{\vartheta_C}{\omega_1} - F_5 \frac{\vartheta_D}{\omega_1}.$$

Учитывая, что  $\omega_1 = \frac{\vartheta_B}{l_{AB}}$ , получим

$$M_{\Pi} = F_3 \frac{\vartheta_C}{\vartheta_B} l_{AB} - F_5 \frac{\vartheta_D}{\vartheta_B} l_{AB} = F_3 \frac{(pc)}{(pb)} l_{AB} - F_5 \frac{(pd)}{(pb)} l_{AB}.$$

Измерив из плана скоростей длины соответствующих векторов, подставим их значения в уравнение, получим

$$M_{\Pi} = 100 \times \frac{38}{60} \times 0,12 - 200 \times \frac{77}{60} \times 0,12 = -23,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Поскольку  $M_{\Pi}$  имеет знак «минус», то приведенный момент будет направлен по направлению силы  $F_5$ , т. е. против вращения часовой стрелки.

Для определения приведенного момента инерции  $I_{\Pi}$  приравниваем кинетическую энергию звена приведения 1 и звеньев 3 и 5

$$\frac{I_{\Pi} \omega_1^2}{2} = \frac{m_3 \vartheta_C^2}{2} + \frac{m_5 \vartheta_D^2}{2}.$$

Выразим  $I_{\Pi}$ :

$$I_{\Pi} = m_3 \left( \frac{\vartheta_C}{\omega_1} \right)^2 + m_5 \left( \frac{\vartheta_D}{\omega_1} \right)^2$$

или

$$I_{\Pi} = m_3 \left( \frac{\vartheta_C}{\vartheta_B} \right)^2 l_{AB}^2 + m_5 \left( \frac{\vartheta_D}{\vartheta_B} \right)^2 l_{AB}^2 = m_3 \left( \frac{(pc)}{(pb)} \right)^2 l_{AB}^2 + m_5 \left( \frac{(pd)}{(pb)} \right)^2 l_{AB}^2.$$

Подставив в уравнение числовые значения, получим

$$I_{\Pi} = 0,5 \times \left( \frac{38}{60} \right)^2 \times 0,12^2 + 0,5 \times \left( \frac{77}{60} \right)^2 \times 0,12^2 = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

**Пример 3.** Для зубчатого механизма (рисунок 3.12) определить приведенный к водилу  $H$  момент сил  $M_{\Pi}$  от момента  $M_4 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , приложенного к звену 4, и приведенный момент инерции от массы звена 4, если момент инерции звена 4 относительно оси, проходящей через центр масс равен  $I_{S_4} = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Числа зубьев колес:  $z_1 = 80$ ,  $z_2 = 25$ ,  $z_2' = 30$ ,  $z_3 = 25$ ,  $z_3' = 20$ ,  $z_4 = 40$ .

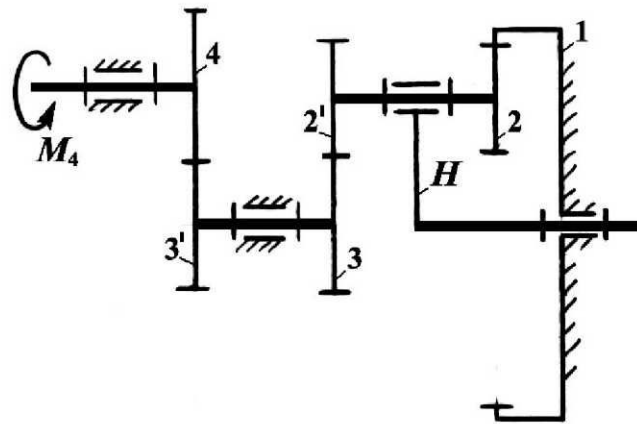


Рисунок 3.12 – Схема к решению примера 3

*Решение.* Для определения приведенного к водилу  $H$  момента сил  $M_{\Pi}$  приравняем мгновенные мощности моментов  $M_{\Pi}$  и  $M_4$ :

$$M_{\Pi} \omega_H = M_4 \omega_4.$$

Тогда

$$M_{\Pi} = M_4 \frac{\omega_4}{\omega_H},$$

где  $\frac{\omega_4}{\omega_H} = U_{4H}$  – передаточное отношение от колеса 4 к водилу  $H$ .

Или

$$M_{\Pi} = M_4 U_{4H}.$$

Из кинематики зубчатых механизмов имеем

$$U_{4H} = U_{43'}U_{3H} = \left( -\frac{z_{3'}}{z_4} \right) \left[ 1 - \left( -\frac{z_{2'}}{z_3} \right) \left( \frac{z_1}{z_2} \right) \right].$$

Тогда

$$\begin{aligned} M_{\text{п}} &= M_4 \left( -\frac{z_{3'}}{z_4} \right) \left[ 1 - \left( -\frac{z_{2'}}{z_3} \right) \left( \frac{z_1}{z_2} \right) \right] = \\ &= 5 \times \left( -\frac{20}{40} \right) \times \left[ 1 - \left( -\frac{30}{25} \right) \times \left( \frac{80}{25} \right) \right] = -12,1 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Знак «минус» указывает на то, что направление  $M_{\text{п}}$  противоположно направлению  $M_4$ .

Для определения приведенного момента инерции  $I_{\text{п}}$  приравниваем кинетические энергии звена приведения (водило  $H$ ) и звена 4

$$\frac{I_{\text{п}} \omega_H^2}{2} = \frac{I_{S_4} \omega_4^2}{2}.$$

Откуда

$$\begin{aligned} I_{\text{п}} &= I_{S_4} \left( \frac{\omega_4}{\omega_H} \right)^2 = I_{S_4} U_{4H}^2 = I_{S_4} \left[ \left( -\frac{z_{3'}}{z_4} \right) \left[ 1 - \left( -\frac{z_{2'}}{z_3} \right) \left( \frac{z_1}{z_2} \right) \right] \right]^2 = \\ &= 0,04 \times \left[ \left( -\frac{20}{40} \right) \times \left[ 1 - \left( -\frac{30}{25} \right) \times \left( \frac{80}{25} \right) \right] \right]^2 = 0,234 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

### Задачи 3.3.1–3.3.46

В задачах 3.3.1–3.3.46 необходимо определить приведенный к звену приведения момент от сил и моментов, приложенных к звеньям механизмов. За звено приведения принимается звено № 1. Если в задачах приведены значения масс и моментов инерции звеньев, то тогда необходимо массы этих звеньев также привести к звену приведения и определить приведенный момент инерции  $I_{\Pi}$  либо приведенную массу  $m_{\Pi}$ .

#### 3.3.1.

$$F_3 = 200 \text{ Н};$$

$$m_3 = 1 \text{ кг};$$

$$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,4 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_1 = 90^\circ.$$

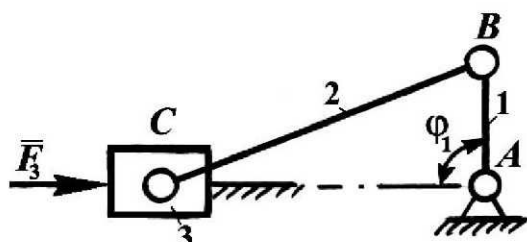


Рисунок 3.3.1

#### 3.3.2.

$$M_3 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$I_{3D} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,25 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 90^\circ.$$

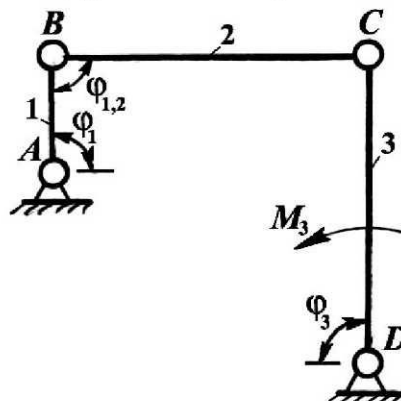


Рисунок 3.3.2

#### 3.3.3.

$$F_3 = 50 \text{ Н};$$

$$m_3 = 0,5 \text{ кг};$$

$$l_{AB} = 0,2 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_1 = 60^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ;$$

$$\angle \alpha = 30^\circ.$$

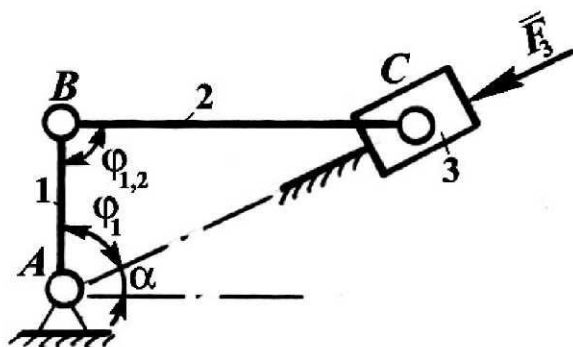


Рисунок 3.3.3

#### 3.3.4.

$$M_3 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$I_{3D} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,25 \text{ м};$$

$$\angle \varphi_2 = 60^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 30^\circ.$$

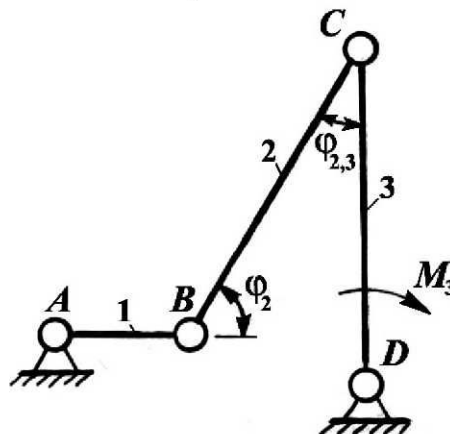


Рисунок 3.3.4

### 3.3.5.

$F_3 = 400 \text{ Н};$   
 $m_3 = 4 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ.$

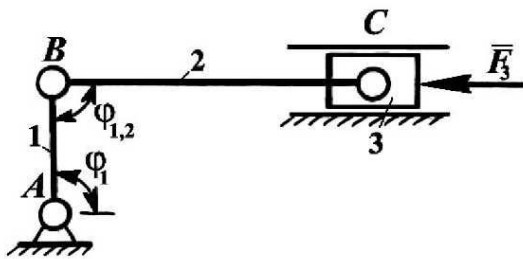


Рисунок 3.3.5

### 3.3.6.

$M_3 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{3D} = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 30^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 60^\circ.$

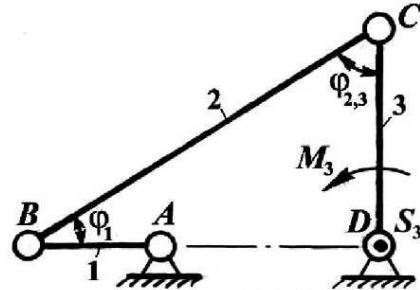


Рисунок 3.3.6

### 3.3.7.

$M_2 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{S_2} = 0,4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $m_2 = 5 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = 0,2 \text{ м}; l_{BC} = 0,5 \text{ м}; l_{BS_2} = 0,3 l_{BC};$   
 $\angle\varphi_1 = 45^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ.$

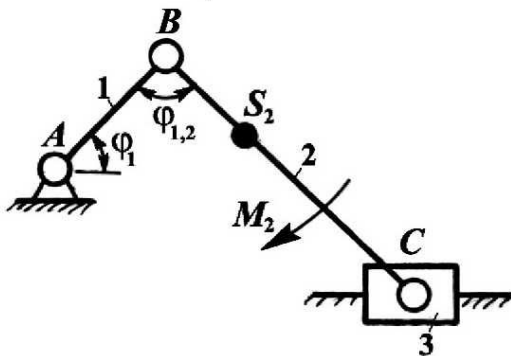


Рисунок 3.3.7

### 3.3.8.

$M_3 = 40 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{3D} = 0,001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_3 = 30^\circ.$

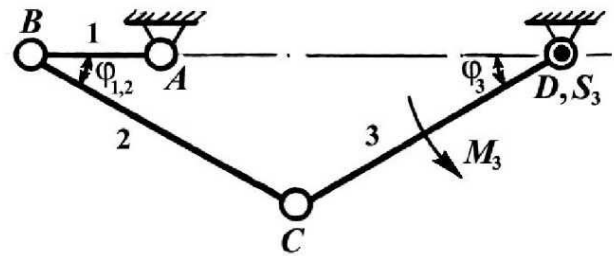


Рисунок 3.3.8

### 3.3.9.

$M_3 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м}; I_{3D} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 60^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ.$

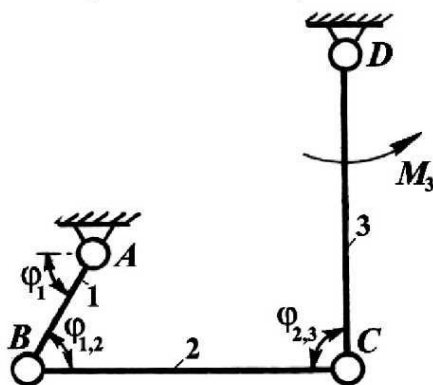


Рисунок 3.3.9

### 3.3.10.

$F_3 = 20 \text{ Н}; I_{3D} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,25 \text{ м};$   
 $l_{BK} = 0,5 l_{CD}; \angle\varphi_1 = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ;$   
 $\angle\alpha = 90^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 30^\circ.$

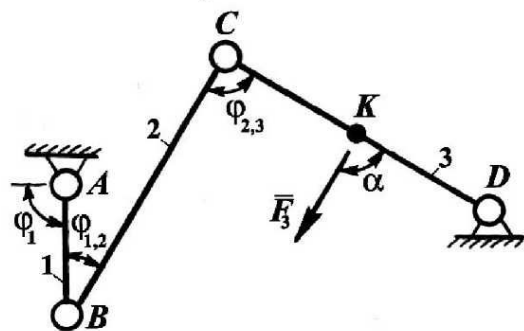


Рисунок 3.3.10

**3.3.11.**

$F_3 = 10 \text{ H};$   
 $I_{3D} = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = 0,1 \text{ м}; l_{CK} = 0,5 l_{CD}$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 45^\circ; \angle \alpha = 90^\circ.$

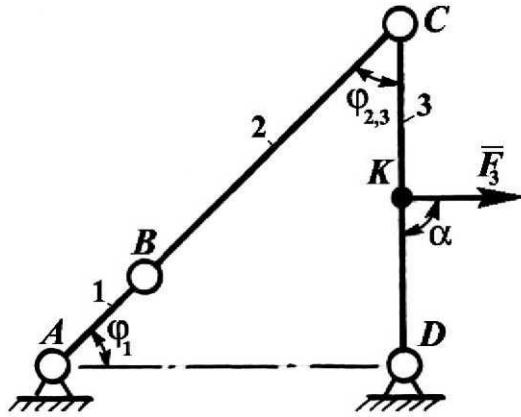


Рисунок 3.3.11

**3.3.12.**

$F_3 = 100 \text{ H};$   
 $I_{3D} = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м}; l_{CK} = 0,5 l_{CD}$   
 $\angle \varphi_{1,2} = \angle \alpha = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 60^\circ.$

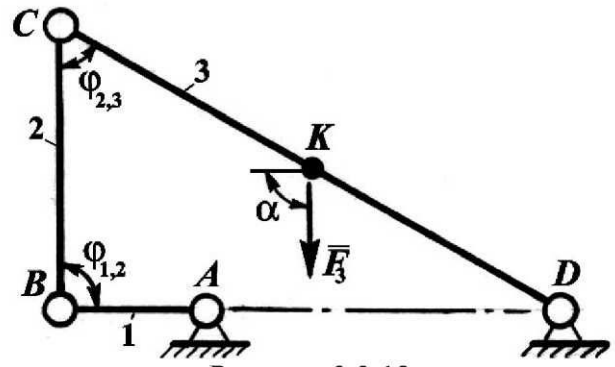


Рисунок 3.3.12

**3.3.13.**

$M_2 = 8 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $m_2 = 2 \text{ кг};$   
 $I_{S_2} = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,4 \text{ м}; l_{BS_2} = 0,3 l_{BC};$   
 $\angle \varphi_1 = 60^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 120^\circ.$

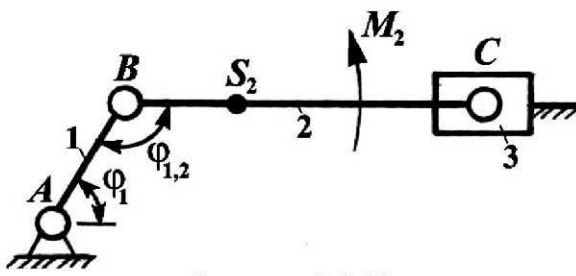


Рисунок 3.3.13

**3.3.14.**

$M_2 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $m_2 = 2 \text{ кг};$   
 $I_{S_2} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м}; l_{BS_2} = 0,5 l_{BC};$   
 $\angle \varphi_{2,3} = 30^\circ.$

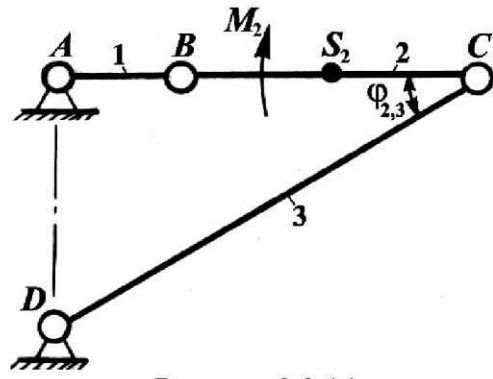


Рисунок 3.3.14

**3.3.15.**

$M_2 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $m_2 = 4 \text{ кг};$   
 $I_{S_2} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{BS_2} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ;$   
 $\angle \alpha = 60^\circ.$

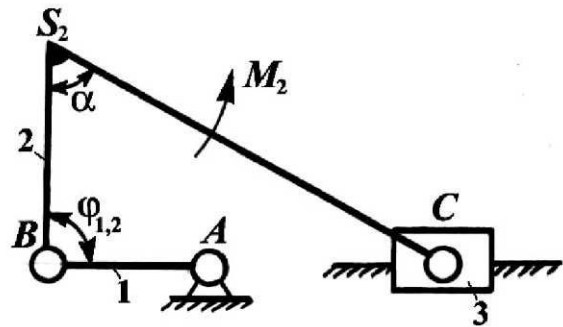


Рисунок 3.3.15



**3.3.16.**

$F_3 = 200 \text{ H};$   
 $I_{3D} = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\varphi_{2,3} = \angle\alpha = 45^\circ.$

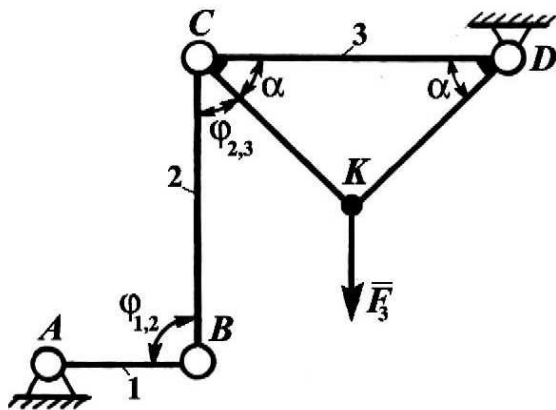


Рисунок 3.3.16

**3.3.18.**

$M_3 = 8 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{3C} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\varphi_3 = 30^\circ.$

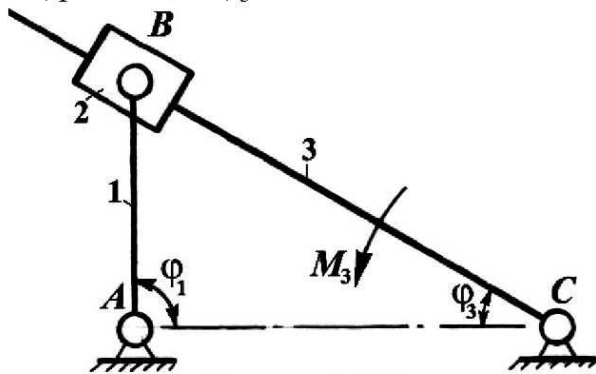


Рисунок 3.3.18

**3.3.20.**

$M_3 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{3C} = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ;$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 60^\circ.$

**3.3.17.**

$F_2 = 50 \text{ H};$   
 $m_2 = 2 \text{ кг};$   
 $I_{S_2} = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,2 \text{ м};$   
 $l_{BS_2} = 0,5l_{BC}; \angle\varphi_1 = 90^\circ;$   
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\alpha = 45^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ.$

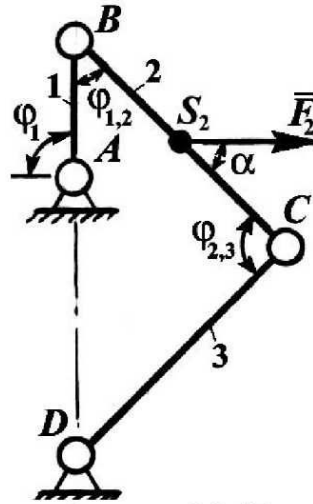


Рисунок 3.3.17

**3.3.19.**

$F_3 = 200 \text{ H};$   
 $I_{3D} = 0,08 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{CD} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_{2,3} = 45^\circ; \angle\alpha = 90^\circ.$

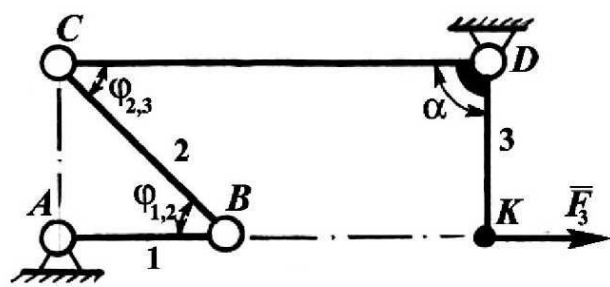


Рисунок 3.3.19

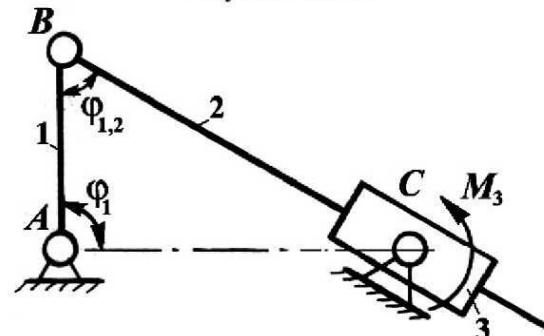


Рисунок 3.3.20

**3.3.21.**

$F_2 = 100 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = l_{BD} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\varphi_3 = 30^\circ.$

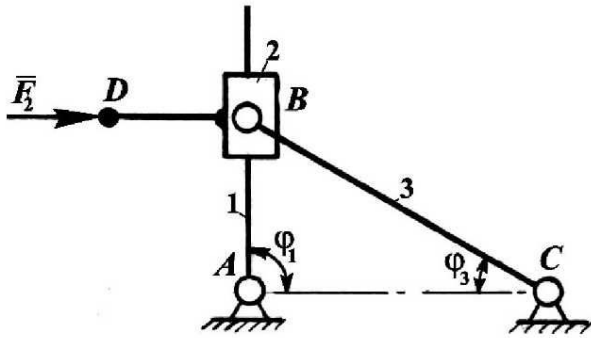


Рисунок 3.3.21

**3.3.22.**

$F_3 = 50 \text{ Н};$   
 $m_3 = 1 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ.$

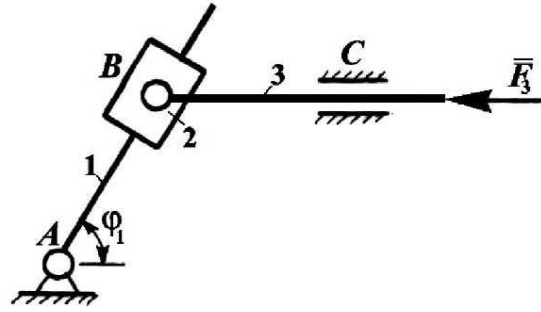


Рисунок 3.3.22

**3.3.23.**

$F_3 = 50 \text{ Н};$   
 $m_3 = 4 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = l_{BC} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 30^\circ; \angle\alpha = 90^\circ.$

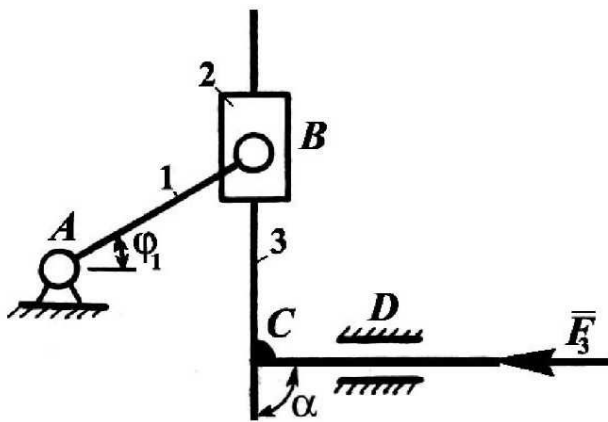


Рисунок 3.3.23

**3.3.24.**

$F_5 = 50 \text{ Н};$   
 $m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,3 \text{ м};$   
 $l_{CE} = 0,5l_{CD};$   
 $\angle\varphi_1 = 45^\circ. \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ.$

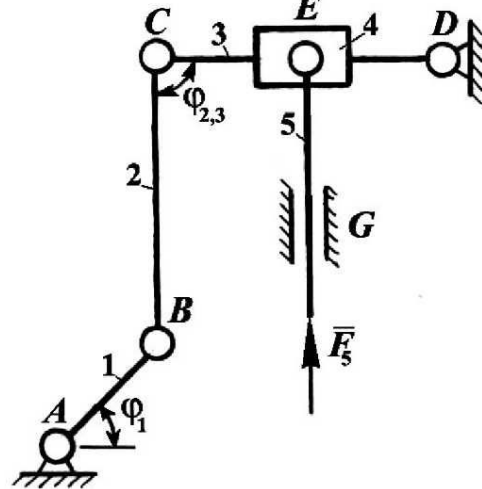


Рисунок 3.3.24

**3.3.25.**

$M_2 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $m_2 = 2 \text{ кг};$   
 $I_{S_2} = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м}; l_{BS_2} = 0,5l_{BC}.$

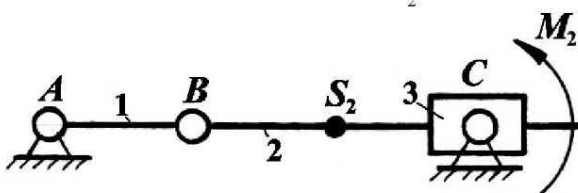


Рисунок 3.3.25

**3.3.26.**

$F_3 = 100 \text{ Н}; F_5 = 200 \text{ Н};$   
 $m_3 = m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = l_{AC} = 0,1 \text{ м}; l_{DC} = l_{BE} = 0,4 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\alpha = 60^\circ.$

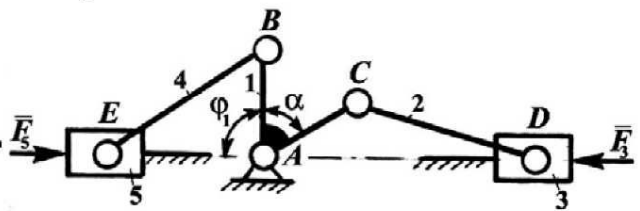


Рисунок 3.3.26

**3.3.27.**

$F_5 = 100 \text{ H};$   
 $m_5 = 2 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = l_{DE} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,15 \text{ м};$   
 $l_{CD} = l_{EG} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle\alpha = 90^\circ.$

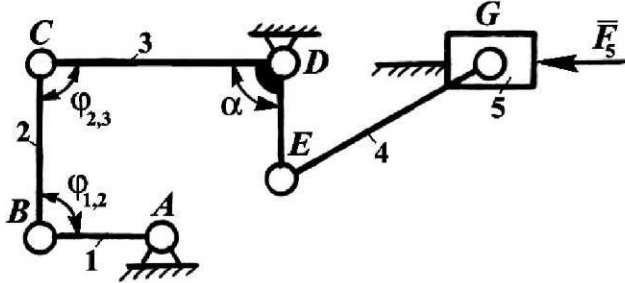


Рисунок 3.3.27

**3.3.28.**

$F_5 = 200 \text{ H};$   
 $m_5 = 2 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = l_{CE} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle\varphi_4 = 45^\circ.$

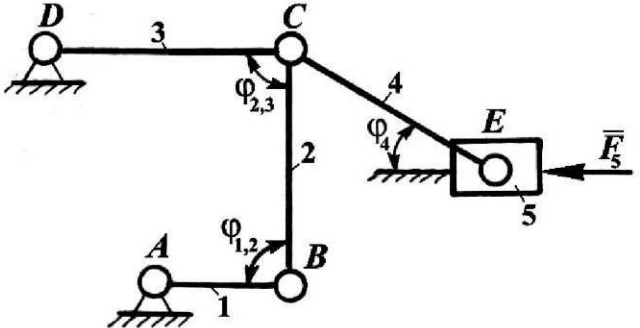


Рисунок 3.3.28

**3.3.29.**

$M_3 = 4 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $I_{S_3} = 0,01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = 0,2 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 60^\circ; \angle\varphi_{2,3} = 90^\circ.$

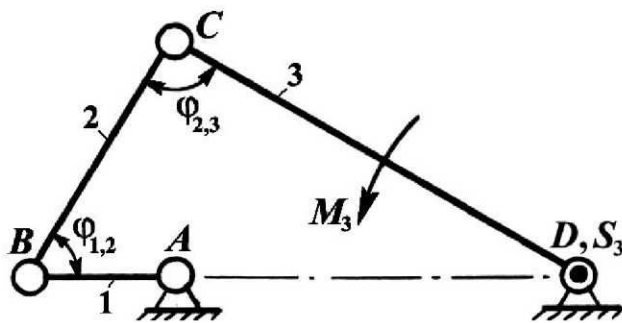


Рисунок 3.3.29

**3.3.30.**

$F_3 = F_5 = 100 \text{ H};$   
 $m_3 = m_5 = 1 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = l_{DE} = 0,1 \text{ м}; l_{BD} = 0,5 l_{BC};$   
 $l_{BC} = 0,3 \text{ м}; \angle\varphi_1 = \angle\varphi_5 = 90^\circ.$

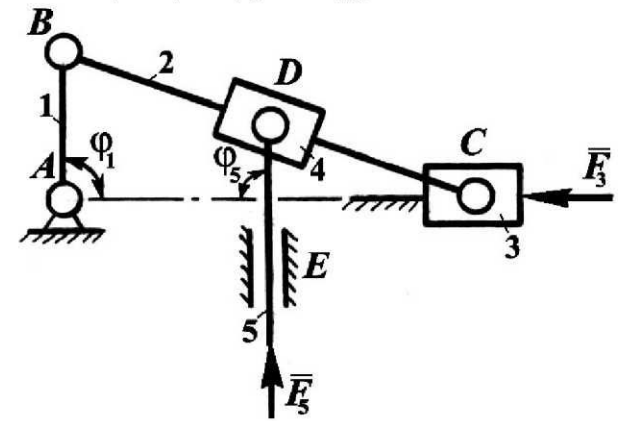


Рисунок 3.3.30

**3.3.31.**

$F_3 = 20 \text{ H}; F_5 = 40 \text{ H};$   
 $l_{AB} = l_{AC} = 0,1 \text{ м}; l_{CD} = 0,25 \text{ м};$   
 $l_{EK} = 0,15 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\alpha = 60^\circ; \angle\varphi_5 = 90^\circ.$

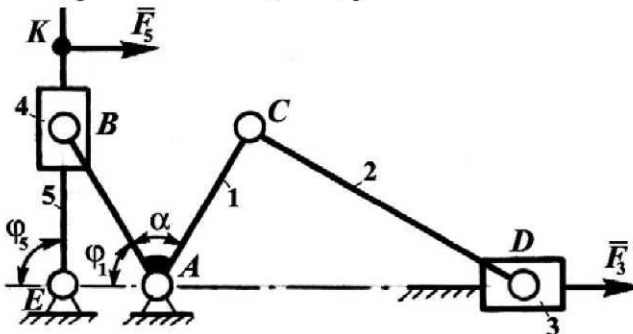


Рисунок 3.3.31

**3.3.32.**

$F_5 = 1000 \text{ H}; M_4 = 10 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $m_5 = 2 \text{ кг};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CE} = 0,25 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_{1,2} = 30^\circ; \angle\varphi_3 = 90^\circ.$

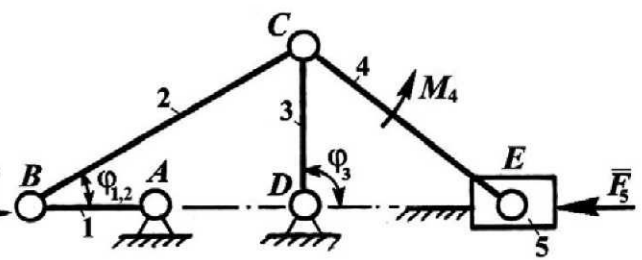


Рисунок 3.3.32

**3.3.33.**

$F_5 = 400 \text{ H}$ ;  
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}$ ;  $l_{EK} = 0,2 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{CD}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ$ ;  $\angle\varphi_{1,2} = \angle\varphi_5 = 90^\circ$ ;  
 $\angle\alpha = 90^\circ$ .

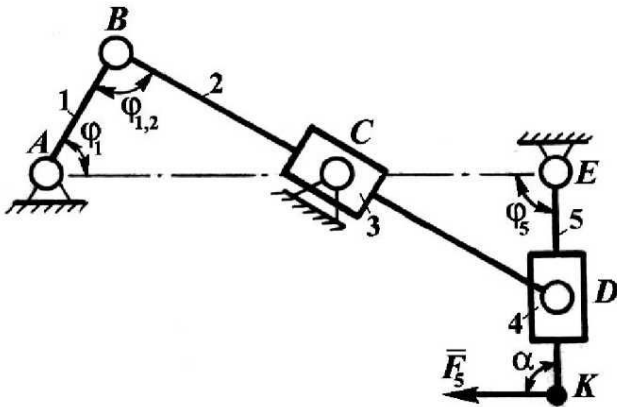


Рисунок 3.3.33

**3.3.34.**

$F_3 = 100 \text{ H}$ ;  
 $m_3 = 2 \text{ кг}$ ;  
 $I_{S_3} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}$ ;  $l_{BS_3} = 0,5l_{BC}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ$ ;  $\angle\varphi_3 = 30^\circ$ .

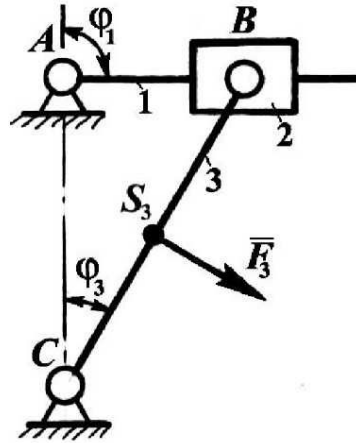


Рисунок 3.3.34

**3.3.35.**

$F_3 = 100 \text{ H}$ ;  $F_5 = 200 \text{ H}$ ;  
 $m_3 = m_5 = 1 \text{ кг}$ ;  
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{BD} = 0,4 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ$ ;  $\angle\varphi_{1,2} = 120^\circ$ .

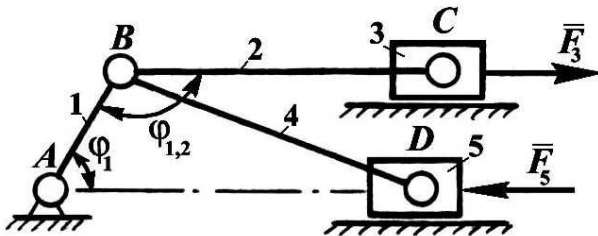


Рисунок 3.3.35

**3.3.36.**

$F_3 = 40 \text{ H}$ ;  
 $l_{AB} = l_{CD} = 0,1 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,2 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ$ ;  $\angle\alpha = 90^\circ$ .

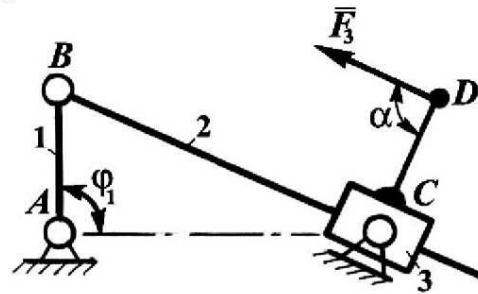


Рисунок 3.3.36

**3.3.37.**

$F_2 = 100 \text{ H}$ ;  
 $l_{AB} = l_{BK} = 0,1 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_3 = 30^\circ$ .

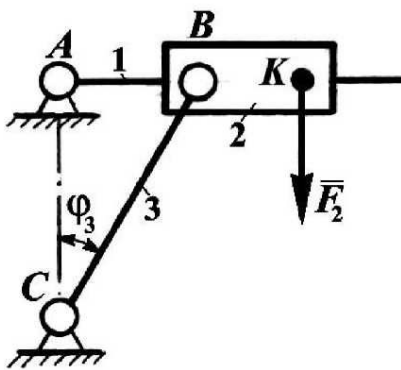


Рисунок 3.3.37

**3.3.38.**

$F_2 = 40 \text{ H}$ ;  $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ;  $l_{BK} = 0,04 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ$ ;  $\angle\varphi_3 = 30^\circ$ .

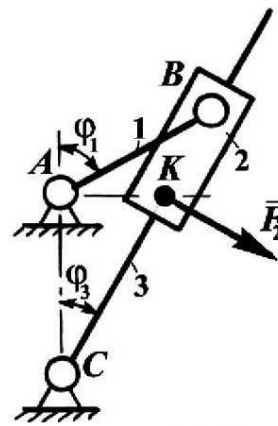


Рисунок 3.3.38

**3.3.39.**

$M_1 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_3 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{S_1} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{S_2} = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{S_3} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $z_1 = 20; z_2 = 40; z_3 = 30.$

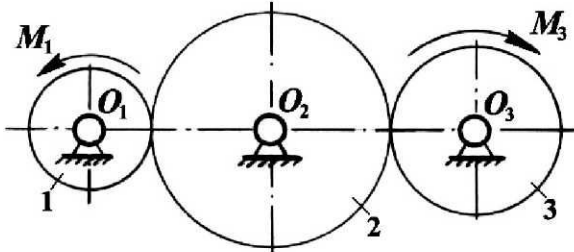


Рисунок 3.3.39

**3.3.40.**

$M_3 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_4 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{S_1} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{S_2} = I_{S_3} = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{S_4} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $z_1 = 20; z_2 = z_3 = 30; z_4 = 40.$

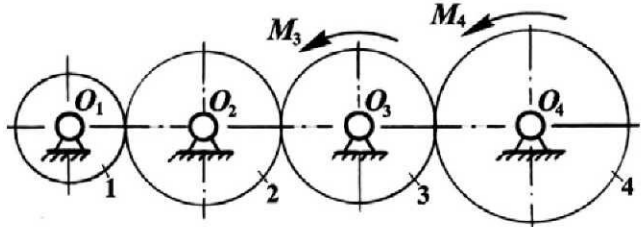


Рисунок 3.3.40

**3.3.41.**

$M_3 = 40 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $z_1 = z_2 = 20;$   
 $z_2 = z_3 = 40.$

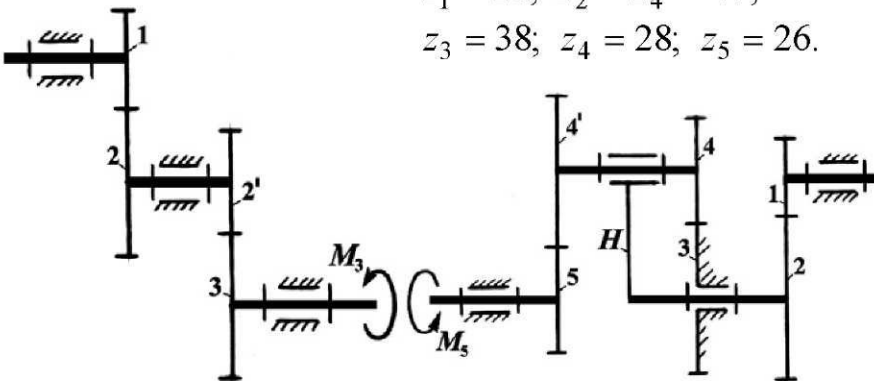


Рисунок 3.3.41

**3.3.42.**

$M_5 = 8 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{S_5} = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $z_1 = 20; z_2 = z_4 = 40;$   
 $z_3 = 38; z_4 = 28; z_5 = 26.$

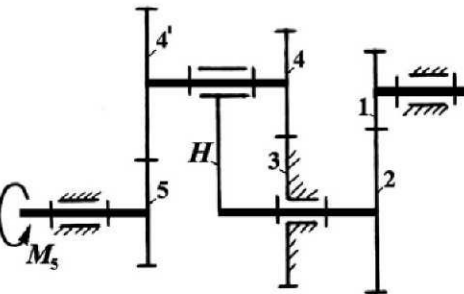


Рисунок 3.3.42

**3.3.43.**

$M_3 = 60 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $z_1 = z_2 = 20;$   
 $z_3 = 60.$

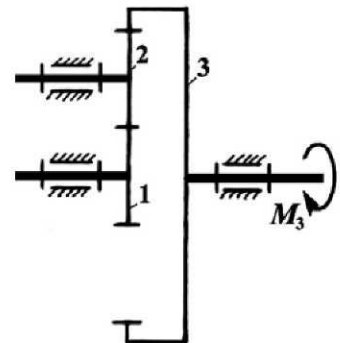


Рисунок 3.3.43

**3.3.44.**

$M_1 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $z_1 = z_2 = 20; z_3 = 60.$

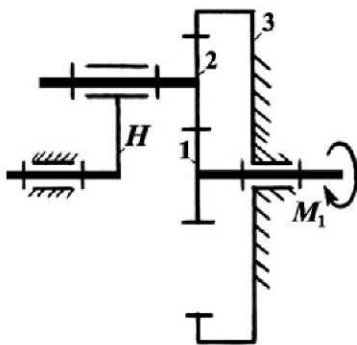


Рисунок 3.3.44

**3.3.45.**

$M_H = 20 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{S_H} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $z_1 = 24; z_2 = 60;$   
 $z_2 = z_3 = z_4 = 20.$

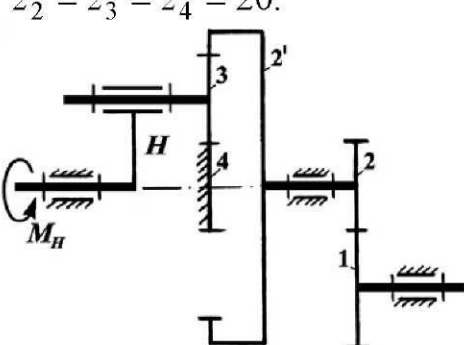


Рисунок 3.3.45

**3.3.46.**

$M_H = 40 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $z_1 = 20; z_2 = 25;$   
 $z_2 = 18; z_3 = 27.$

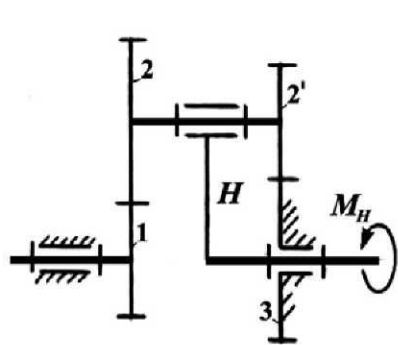


Рисунок 3.3.46

### 3.4 Определение уравновешивающей силы с помощью рычага Н.Е. Жуковского

В некоторых технических задачах требуется определить только уравновешивающий момент  $M_y$  или уравновешивающую силу  $F_y$ . Если для этого использовать уже рассмотренный в главе 3.2 метод кинетостатики, то в процессе расчета большое количество времени будет затрачено на определение реакций в кинематических парах, знание которых не обязательно. Поэтому в таких случаях применяют теорему Н.Е. Жуковского о жестком рычаге, суть которой заключается в следующем: «Если в соответствующих точках повернутого на  $90^\circ$  плана скоростей приложить все внешние силы, действующие на звенья механизма, включая и силы инерции, и рассматривать повернутый план как жесткий рычаг с опорой в полюсе  $p$ , то он будет находиться в равновесии».

Следовательно, если задан механизм и все внешние силы, приложенные к нему, то для нахождения уравновешивающей силы  $F_y$  можно поступить следующим образом:

- построить повернутый на  $90^\circ$  план скоростей механизма;
- найти на этом плане скоростей по правилу подобия точки приложения заданных внешних сил;
- параллельно самим себе перенести из схемы механизма в одноименные точки плана скоростей силы, включая и уравновешивающую силу;
- принять повернутый план скоростей за рычаг с опорой в полюсе  $p$ , написать уравнение равновесия системы и из него найти величину уравновешивающей силы  $F_y$ .

Необходимо учесть, что если к какому-либо звену приложен момент, то его следует представить в виде пары сил, которые переносятся в соответствующие точки повернутого плана скоростей. Составляющие пары сил можно определить по формуле:

$$F' = F'' = \frac{M}{l_{AB}},$$

где  $l_{AB}$  – расстояние между точками  $A$  и  $B$  приложения сил  $F'$  и  $F''$ , образующих пару с моментом  $M$ .

Можно обойтись без замены момента парой сил, для этого к плану скоростей прикладывается момент, определяемый уравнением

$$M' = M \left( \frac{(ab)}{l_{AB}} \right).$$

Момент  $M'$  имеет тот же знак, что и момент  $M$ , если  $AB$  на плане механизма и вектор  $(\overline{ab})$  на повернутом плане скоростей совпадают по направлению. Если направление  $(\overline{ab})$  противоположно  $AB$ , то моменты  $M$  и  $M'$  имеют разные знаки. Для того чтобы не допустить ошибку целесообразнее представить момент в виде пары сил, как было описано выше.

**Пример 1.** Для кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.13, а) найти величину уравновешивающей силы  $F_y$ , приложенной в точке  $B$  перпендикулярно звену  $AB$ . К звену 3 приложена сила  $F_3 = 50$  Н, к звену 2 – момент  $M_2 = 10$  Н·м. Размеры звеньев  $l_{AB} = 100$  мм,  $l_{BC} = 250$  мм. Угол  $\varphi_1 = 60^\circ$ . Массами звеньев пренебречь.

*Решение.* Строим план механизма (рисунок 3.13, а) в масштабе  $\mu_l = 0,0025 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ .

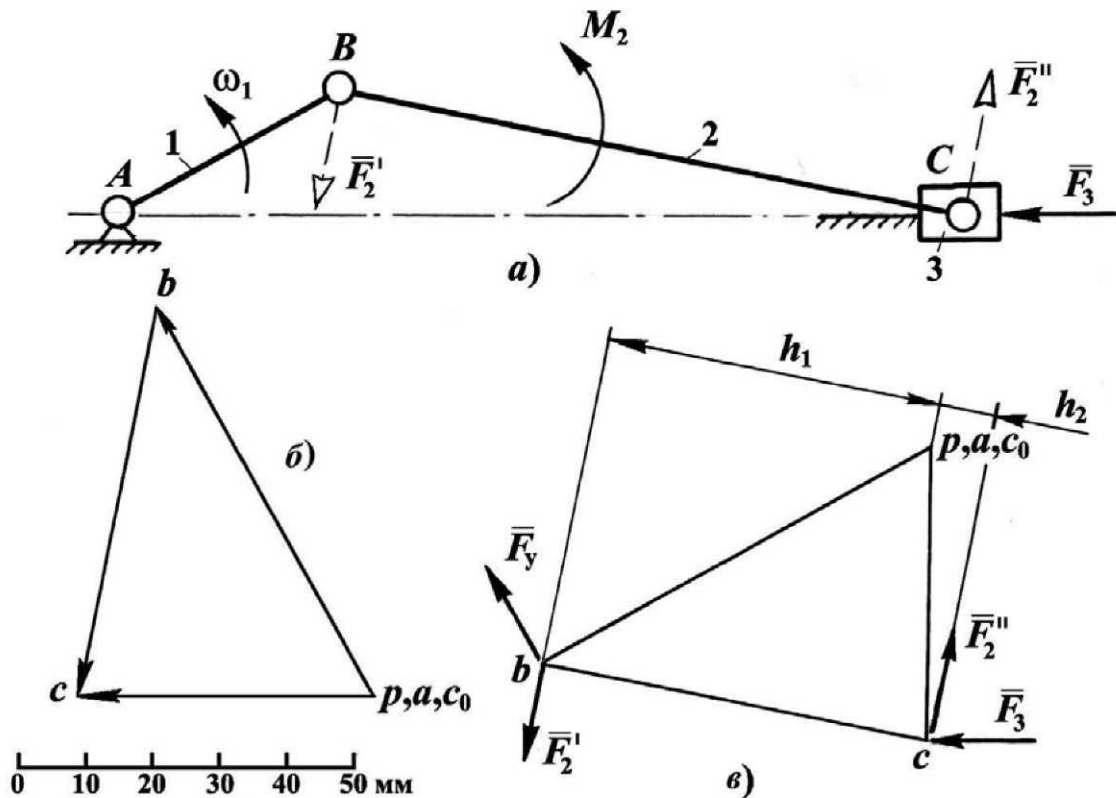


Рисунок 3.13 – Схема к определению уравновешивающей силы кривошипно-ползунного механизма:

- а) схема механизма; б) план скоростей заданного положения механизма, в) повернутый на  $90^\circ$  план скоростей

Построить повернутый на  $90^\circ$  план скоростей можно двумя способами: через построение обычного плана скоростей для заданного положения механизма (рисунок 3.13, б) с последующим его поворотом на  $90^\circ$  или прямым его построением.

Строим план скоростей вторым способом: составляем два векторных уравнения и решаем их графически

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{G}}_C &= \overline{\mathfrak{G}}_B + \overline{\mathfrak{G}}_{CB}, \\ \overline{\mathfrak{G}}_C &= \overline{\mathfrak{G}}_{C_0} + \overline{\mathfrak{G}}_{CC_0}.\end{aligned}$$

При построении вектор  $(\overline{pb})$  проводим параллельно звену  $AB$  (длину вектора принимаем 70 мм), через точку  $b$  повернутого плана скоростей проводим направление  $(\overline{cb})$  параллельно звену  $BC$ , а из полюса  $p$  – направление  $(\overline{cc_0})$  перпендикулярно горизонтальной направляющей.

Момент  $M_2$  представим в виде пары сил  $F'_2$  и  $F''_2$ , приложенных в точках  $B$  и  $C$ , с плечом пары, равным  $l_{BC}$ . Модуль этих сил равен

$$F'_2 = F''_2 = \frac{M_2}{l_{BC}} = \frac{10}{0,25} = 40 \text{ Н.}$$

На повернутый план скоростей со схемы механизма переносим параллельно самим себе силы  $F'_2$ ,  $F''_2$  и  $F_3$  в одноименные точки.

На плане скоростей (рисунок 3.13, б) находим плечи сил относительно полюса  $p$ .

Составляем уравнение моментов сил относительно полюса  $p$ :

$$-F'_y(pb) + F'_2h_1 + F''_2h_2 - F_3(pc) = 0,$$

отсюда находим величину уравновешивающей силы  $\overline{F}_y$

$$F'_y = \frac{F'_2h_1 + F''_2h_2 - F_3(pc)}{(pb)} = \frac{40 \times 53 + 40 \times 10 - 50 \times 46}{70} = 3,14 \text{ Н.}$$

**Пример 2.** Для шарнирного четырехзвенного механизма (рисунок 3.14, а) определить величину уравновешивающей силы  $F_y$ , приложенной в точке  $B$  перпендикулярно звену  $AB$ , а также уравновешивающий момент  $M_y$ , приложенный к звену 1. Перпендикулярно звену 2 в точке  $E$  ( $l_{BE} = l_{CE}$ ) вертикально вниз приложена сила  $F_2 = 50$  Н, а к звену 3 – момент  $M_3 = 2$  Н·м. Размеры звеньев  $l_{AB} = 50$  мм,  $l_{BC} = l_{CD} = 120$  мм. Углы  $\varphi_1 = 45^\circ$ ,  $\varphi_{2,3} = 90^\circ$ ,  $\varphi_3 = 90^\circ$ . Массами звеньев пренебречь.

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  строим план механизма (рисунок 3.14, а).

Строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей по уравнениям



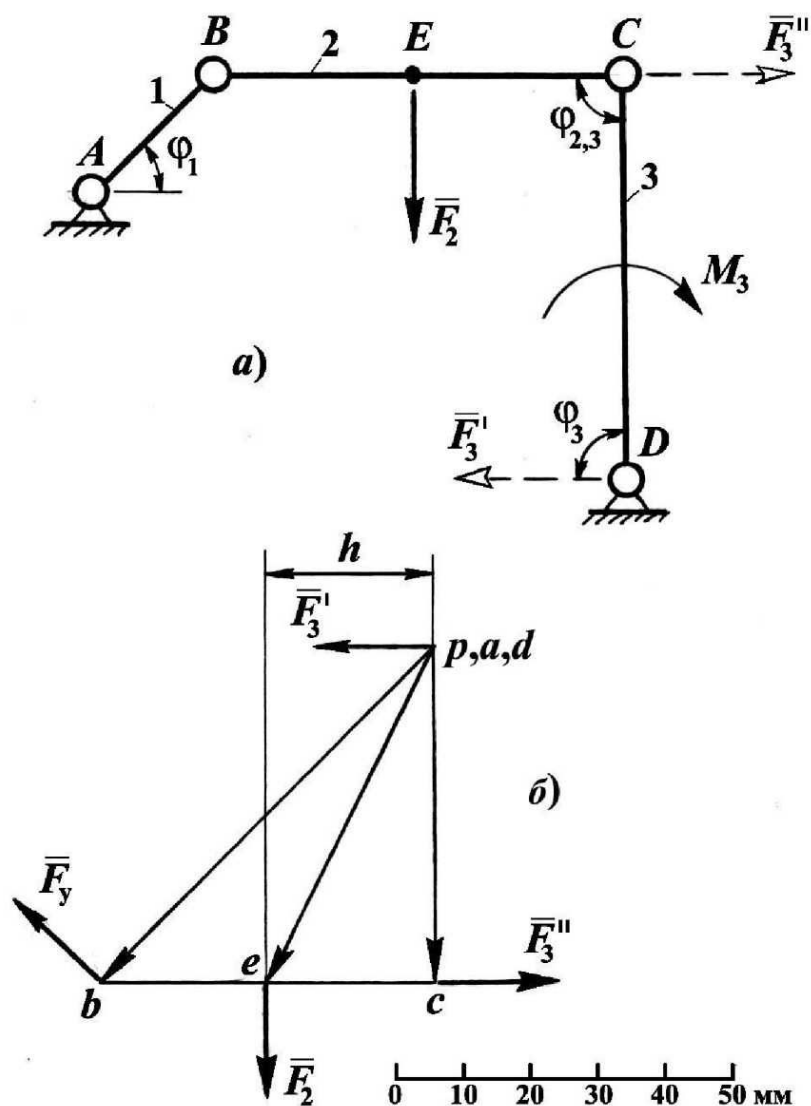


Рисунок 3.14 – Схема к определению уравнивающей силы и уравнивающего момента шарнирного четырехзвенного механизма:  
 а) схема механизма; б) повернутый на  $90^\circ$  план скоростей

$$\begin{aligned} \bar{v}_C &= \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}; \\ \bar{v}_C &= \bar{v}_D + \bar{v}_{CD}. \end{aligned}$$

При построении вектор  $(\overline{pb})$  проводим параллельно звену  $AB$  (длину вектора принимаем 70 мм), через точку  $b$  повернутого плана скоростей проводим направление  $(\overline{cb})$  параллельно звену  $BC$ , а из точки  $d$  – направление  $(\overline{cd})$  параллельно звену  $CD$ .

Момент  $M_3$  представим в виде пары сил  $F_3'$  и  $F_3''$ , приложенных в точках  $D$  и  $C$ , с плечом пары, равным  $l_{DC}$ . Модуль этих сил:

$$F_3' = F_3'' = \frac{M_3}{l_{DC}} = \frac{2}{0,1} = 20 \text{ Н.}$$

На повернутый план скоростей со схемы механизма переносим параллельно самим себе силы  $F_2$ ,  $F_3'$  и  $F_3''$  в одноименные точки.

На плане скоростей (рисунок 3.14, б) находим плечи сил относительно полюса  $p$ .

Составляем уравнение моментов сил относительно полюса  $p$ :

$$F_2 h + F_3''(pc) - F_y(pb) = 0,$$

отсюда находим величину уравновешивающей силы  $\overline{F}_y$ :

$$F_y = \frac{F_2 h + F_3'(pc)}{(pb)} = \frac{50 \times 25 + 20 \times 50}{70} = 32,14 \text{ Н.}$$

Искомый уравновешивающий момент

$$M_y = F_y l_{AB} = 32,14 \times 0,05 = 1,61 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

**Пример 3.** Для шестизвенного механизма (рисунок 3.15, а) найти величину уравновешивающей силы  $F_y$ , приложенной к точке  $B$  перпендикулярно звену  $AB$ , а также уравновешивающий момент  $M_y$ , приложенный к звену 1, если к звену 5 приложена сила  $F_5 = 20$  Н, к звену 3 в точке  $K$ , расположенной на середине звена  $CE$ , вертикально вверх приложена сила  $F_3 = 40$  Н, а к звеньям 2 и 4 – моменты  $M_2 = M_4 = 4$  Н·м. Размеры звеньев:  $l_{AB} = 30$  мм,  $l_{BC} = 55$  мм,  $l_{CE} = l_{CD} = 90$  мм.

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  строим план механизма (рисунок 3.15, а).

Строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей по уравнениям:

$$\overline{\mathfrak{G}}_C = \overline{\mathfrak{G}}_B + \overline{\mathfrak{G}}_{CB};$$

$$\overline{\mathfrak{G}}_C = \overline{\mathfrak{G}}_E + \overline{\mathfrak{G}}_{CE};$$

$$\overline{\mathfrak{G}}_D = \overline{\mathfrak{G}}_C + \overline{\mathfrak{G}}_{DC};$$

$$\overline{\mathfrak{G}}_D = \overline{\mathfrak{G}}_{D_0} + \overline{\mathfrak{G}}_{DD_0}.$$

При построении вектор  $(\overline{pb})$  проводим параллельно звену  $AB$  (длину вектора принимаем 60 мм), через точку  $b$  повернутого плана скоростей проводим направление  $(\overline{cb})$  параллельно звену  $BC$ , а из точки  $e$  – направление

$(\overline{ce})$  параллельно звену  $CE$ . На пересечении этих линий находится точка  $c$ . Затем через точку  $c$  проводим направление  $(\overline{dc})$  параллельно звену  $DC$ , а из точки  $d_0$ , находящейся в полюсе  $p$ , проводим направление  $(\overline{dd_0})$  перпендикулярно горизонтальной направляющей. На пересечении этих линий находится точка  $d$ .

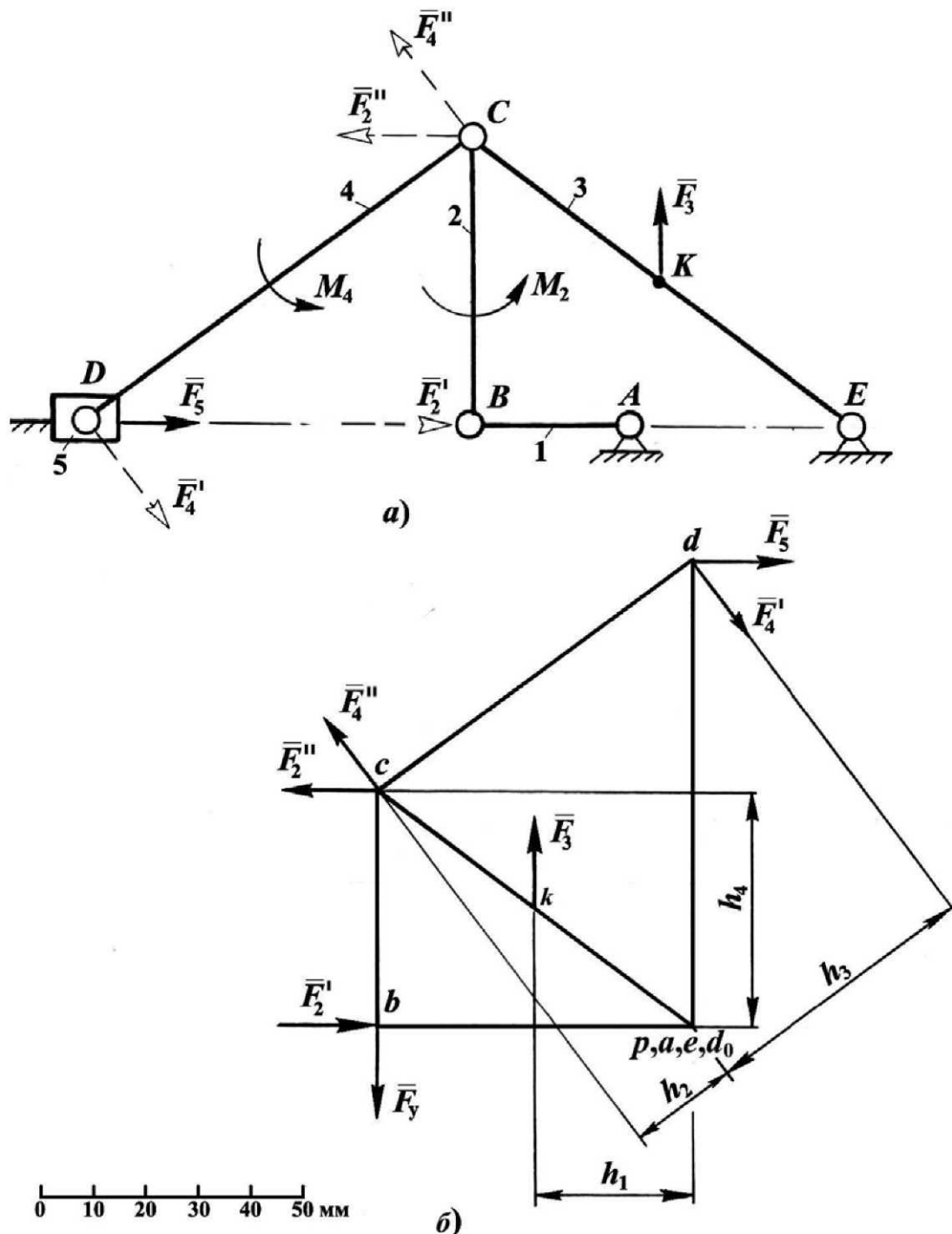


Рисунок 3.15– Схема к определению уравновешивающей силы и уравновешивающего момента шестизвенного механизма: а) схема механизма; б) повернутый на  $90^\circ$  план скоростей

Момент  $M_2$  представим в виде пары сил  $F_2'$  и  $F_2''$ , приложенных в точках  $B$  и  $C$ , с плечом пары, равным  $l_{BC}$ . Модуль этих сил

$$F_2' = F_2'' = \frac{M_2}{l_{BC}} = \frac{4}{0,055} = 72,7 \text{ Н.}$$

Момент  $M_4$  представим в виде пары сил  $F_4'$  и  $F_4''$ , приложенных в точках  $D$  и  $C$ , с плечом пары, равным  $l_{DC}$ . Модуль этих сил

$$F_4' = F_4'' = \frac{M_4}{l_{DC}} = \frac{4}{0,09} = 44,4 \text{ Н.}$$

На повернутый план скоростей со схемы механизма переносим параллельно самим себе силы  $F_2'$ ,  $F_2''$ ,  $F_3$ ,  $F_4'$ ,  $F_4''$  и  $F_5$  в одноименные точки.

На плане скоростей (рисунок 3.15, б) находим плечи сил относительно полюса  $p$ .

Составляем уравнение моментов сил относительно полюса  $p$ :

$$F_y(pb) - F_3h_1 + F_2''h_4 - F_4''h_2 - F_4'h_3 - F_5(pd) = 0,$$

отсюда находим величину уравновешивающей силы  $\bar{F}_y$

$$\begin{aligned} F_y &= \frac{l_3'h_1 - l_2''h_4 + l_4''h_2 + l_4'h_3 + l_5(pd)}{(pb)} = \\ &= \frac{40 \times 30 - 72,7 \times 44 + 44,4 \times 21 + 44,4 \times 53 + 20 \times 90}{60} = 51,4 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Искомый уравновешивающий момент

$$M_y = F_y l_{AB} = 51,4 \times 0,06 = 3,1 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

**Пример 4.** Для кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.16, а) определить величину уравновешивающей силы  $F_y$ , приложенной к точке  $B$  перпендикулярно звену 1, если к звену 3 приложена внешняя сила  $F_3 = 100 \text{ Н}$ . При расчете учесть силы тяжести и силы инерции звеньев 2, 3. Массы звеньев  $m_2 = 1,5 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 0,3 \text{ кг}$ . Размеры звеньев  $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ,  $l_{BC} = 0,15 \text{ м}$ ,  $l_{BS_2} = 0,3l_{BC}$ . Угол  $\varphi_1 = 30^\circ$ . Кривошип вращается равномерно с угловой скоростью  $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}$ .

*Решение.* В масштабе  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  строим план механизма для положения, определяемого углом  $\varphi_1 = 30^\circ$  (рисунок 3.16, а).

Для того чтобы определить величины и направления сил инерции звеньев необходимо знать величины и направления ускорений центров масс

звеньев. Поэтому предварительно в масштабе  $\mu_v = 0,005 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$  строим план скоростей (рисунок 3.16, б), из которого определяем:

$$\begin{aligned} \vartheta_B &= \omega_1 l_{AB} = 40 \times 0,05 = 2,0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \vartheta_C &= \mu_v (pc) = 0,05 \times 27 = 1,35 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \vartheta_{CB} &= \mu_v (bc) = 0,05 \times 35 = 1,75 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \vartheta_{S_2} &= \mu_v (ps_2) = 0,05 \times 33 = 1,65 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \omega_2 &= \frac{\vartheta_{CB}}{l_{BC}} = \frac{1,75}{0,15} = 11,67 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Затем определяем ускорение точки  $B$

$$a_B = a_B^n = \omega_1^2 l_{AB} = 40^2 \times 0,05 = 80 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$$

и в масштабе  $\mu_a = 2 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}$  строим план ускорений (рисунок 3.16, в). Из него определяем:

$$\begin{aligned} a_C &= \mu_a (\pi c) = 2 \times 42 = 84 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_{S_2} &= \mu_a (\pi s_2) = 2 \times 40 = 80 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_{CB}^t &= \mu_a (nc) = 2 \times 19 = 38 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ \varepsilon_2 &= \frac{a_{CB}^t}{l_{CB}} = \frac{38}{0,15} = 253,3 \text{ с}^{-2}. \end{aligned}$$

Определяем силы тяжести звеньев:

$$\begin{aligned} G_2 &= m_2 g = 1,5 \times 9,81 = 14,72 \text{ Н}; \\ G_3 &= m_3 g = 0,3 \times 9,81 = 2,94 \text{ Н}. \end{aligned}$$

и показываем их направления вертикально вниз в точках  $S_2$  и  $C$ .

Определяем силы инерции звеньев:

$$\begin{aligned} F_{и_2} &= m_2 a_{S_2} = 1,5 \times 80 = 120 \text{ Н}; \\ F_{и_3} &= m_3 a_C = 0,3 \times 84 = 25,2 \text{ Н}. \end{aligned}$$

В точке  $S_2$  прикладываем вектор силы инерции  $\overline{F}_{и_2}$  звена 2 противоположно вектору ускорения точки  $S_2$ , т. е.  $(\overline{\pi s_2})$ . В точке  $C$  противоположно вектору ускорения точки  $C$   $(\overline{\pi c})$  прикладываем силу инерции звена 3 –  $\overline{F}_{и_3}$ .

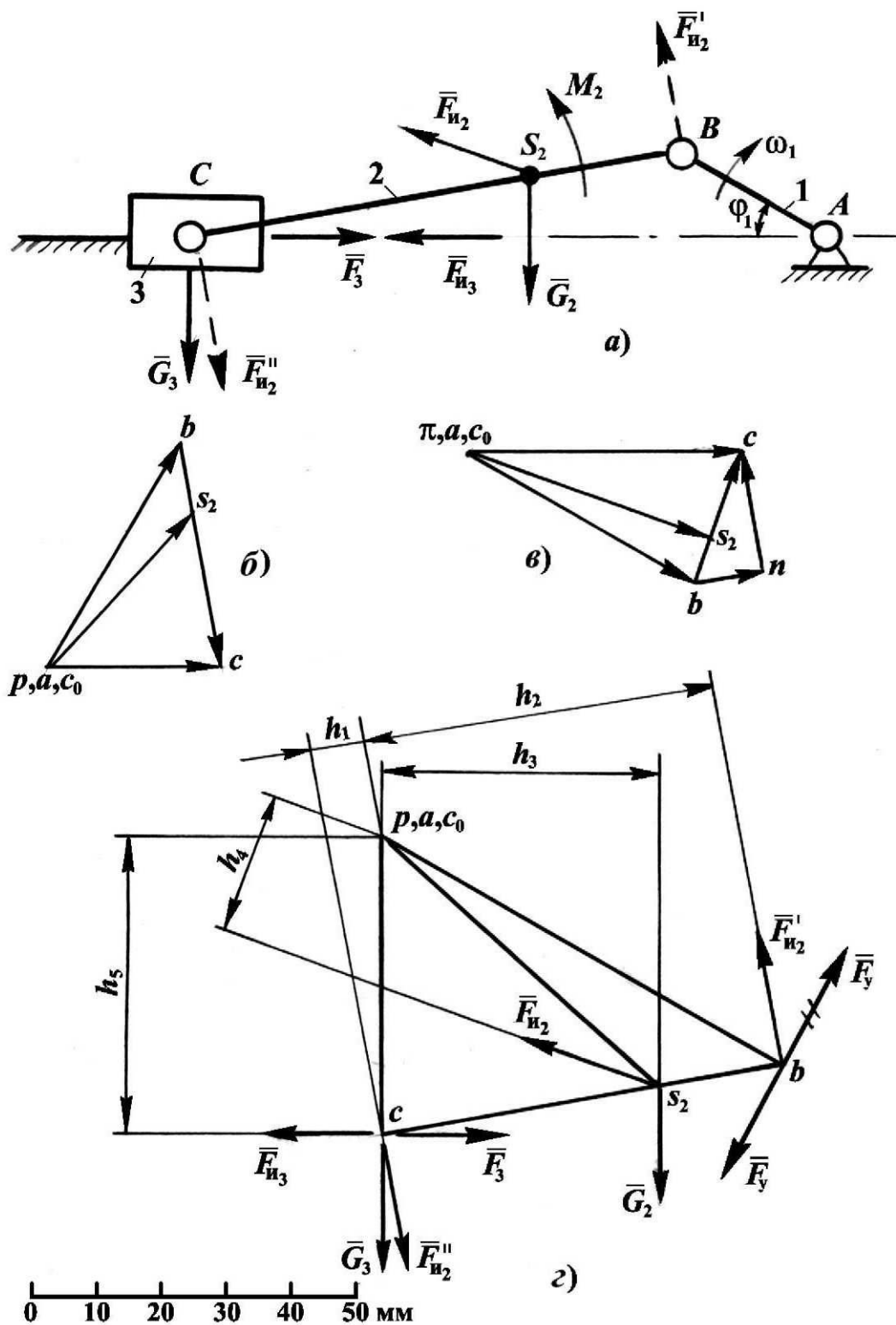


Рисунок 3.16 – Схема к определению уравновешивающей силы и уравновешивающего момента кривошипно-ползунного механизма:

- а) схема механизма; б) план скоростей; в) план ускорений;
- г) повернутый на  $90^\circ$  план скоростей

Момент сил инерции шатуна 2 определим по приближенной формуле:

$$M_{и_2} = 0,17 m_2 l_{BC}^2 \varepsilon_2 = 0,17 \times 1,5 \times 0,15^2 \times 253,3 = 1,45 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Показываем его направление круговой стрелкой противоположно направлению углового ускорения звена 2 –  $\varepsilon_2$ .

Представим момент сил инерции  $M_{и_2}$  в виде пар сил  $F'_{и_2}$  и  $F''_{и_2}$ , приложенных в точках  $B$  и  $C$ , с плечом пары, равным  $l_{BC}$ . Модуль этих сил

$$F'_{и_2} = F''_{и_2} = \frac{M_{и_2}}{l_{BC}} = \frac{1,45}{0,15} = 0,67 \text{ Н.}$$

На схеме механизма векторы этих сил показаны штриховыми линиями.

Строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей (рисунок 3.16,  $z$ ). Для этого вектор  $(\overline{pb})$  проводим параллельно звену  $AB$  (длину вектора принимаем произвольной длины 70 мм), через точку  $b$  повернутого плана скоростей проводим направление вектора  $(\overline{bc})$  параллельно звену  $BC$ , а из полюса  $p$  – направление  $(\overline{cc_0})$  перпендикулярно горизонтальной направляющей. Положение точки  $S_2$  находим на основании теоремы подобия:

$$(bs_2) = 0,3(bc) = 0,3 \times 63 = 18,9 \text{ мм} \approx 19 \text{ мм.}$$

На повернутый план скоростей со схемы механизма переносим параллельно самим себе силы  $\overline{F}_{и_2}$ ,  $\overline{G}_2$ ,  $\overline{F}_{и_3}$ ,  $\overline{F}_3$ ,  $\overline{G}_3$ ,  $\overline{F}'_{и_2}$ ,  $\overline{F}''_{и_2}$ . В точке  $b$  прикладываем вектор уравновешивающей силы  $\overline{F}_y$  перпендикулярно  $(pb)$ . Находим плечи всех сил относительно полюса  $p$ .

Составляем уравнение моментов сил относительно полюса  $p$ :

$$F_y(pb) + F'_{и_2}h_2 + F''_{и_2}h_1 - G_2h_3 - F_{и_2}h_4 + F_3h_5 - F_{и_3}h_5 = 0$$

и находим величину уравновешивающей силы:

$$\begin{aligned} F_y &= \frac{-F'_{и_2}h_2 - F''_{и_2}h_1 + G_2h_3 + F_{и_2}h_4 - F_3h_5 + F_{и_3}h_5}{(pb)} = \\ &= \frac{-9,67 \times 54 - 9,67 \times 8 + 14,72 \times 42 + 120 \times 22 - 100 \times 46 + 25,2 \times 46}{70} = -11,17 \text{ Н.} \end{aligned}$$

В результате расчета значение  $F_y$  получилось со знаком «минус», поэтому ее направление меняем на противоположное.

### Задачи 3.4.1–3.4.20

В задачах 3.4.1–3.4.20 необходимо определить величину и направление уравнивающей силы  $F_y$ , приложенной в точке  $B$  перпендикулярно звену 1, с помощью повернутого на  $90^\circ$  плана скоростей (рычага Н.Е. Жуковского) и уравнивающего момента  $M_y$ .

#### 3.4.1.

$F_3 = 50 \text{ Н}$ ;  
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,12 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ$ .

Определить:  $F_y$ ,  $M_y$

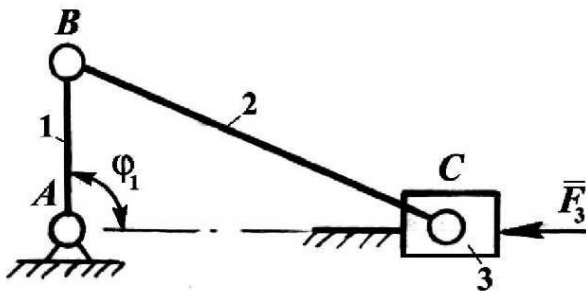


Рисунок 3.4.1

#### 3.4.2.

$F = 30 \text{ Н}$ ;  
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,11 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = \angle\beta = 30^\circ$ ;  $\angle\alpha = 60^\circ$ .

Определить:  $F_y$ ,  $M_y$

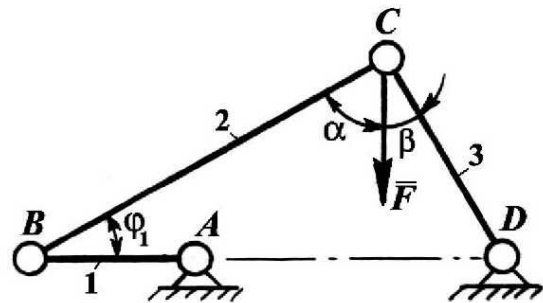


Рисунок 3.4.2

#### 3.4.3.

$M_2 = 25 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_{2,3} = 90^\circ$ .

Определить:  $F_y$ ,  $M_y$

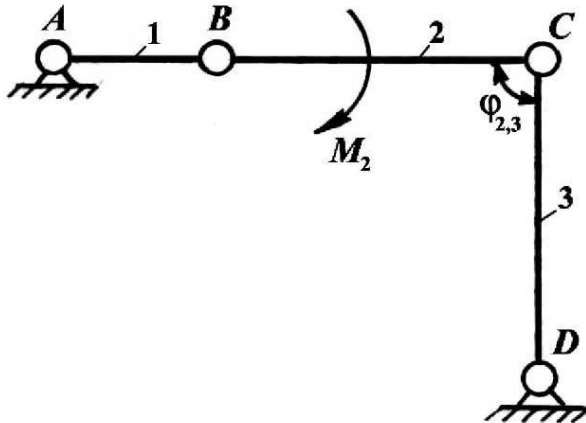


Рисунок 3.4.3

#### 3.4.4.

$M_2 = 15 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,15 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ$ ;  $\angle\varphi_{2,3} = 45^\circ$ ;

Определить:  $F_y$ ,  $M_y$

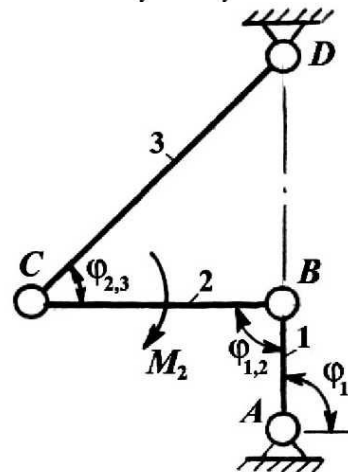


Рисунок 3.4.4

#### 3.4.5.

$M_2 = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,07 \text{ м}$ ;  
 $\angle\varphi_1 = 45^\circ$ .

Определить:  $F_y$ ,  $M_y$

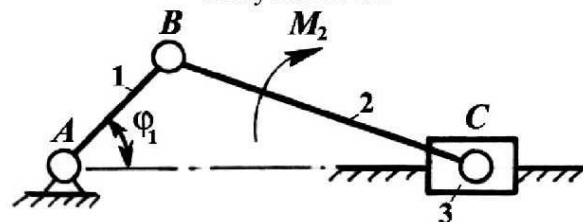


Рисунок 3.4.5



### 3.4.6.

$F_2 = 35 \text{ Н}; F_3 = 50 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = l_{BD} = 0,04 \text{ м}; l_{BC} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 120^\circ; \angle\alpha = 90^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

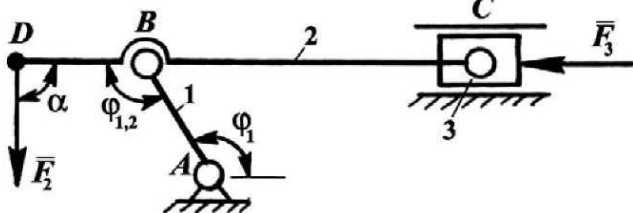


Рисунок 3.4.6

### 3.4.7.

$F_3 = 55 \text{ Н}; M_2 = 15 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 60^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\alpha = 30^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

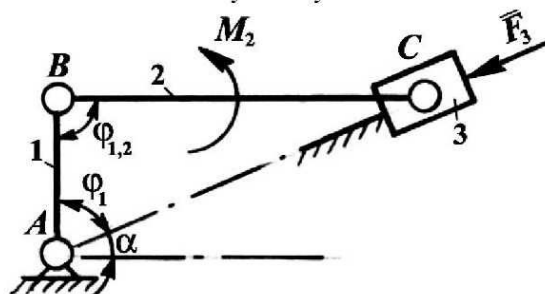


Рисунок 3.4.7

### 3.4.8.

$F = 100 \text{ Н}; M_3 = 7,5 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\alpha = 60^\circ; \angle\varphi_{1,2} = 120^\circ;$   
 $\angle\varphi_3 = 90^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

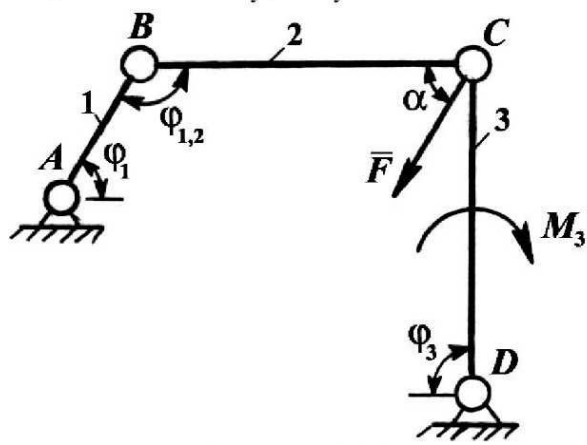


Рисунок 3.4.8

### 3.4.9

$F_2 = 70 \text{ Н}; M_3 = 2,5 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = l_{BD} = 0,025 \text{ м}; l_{BC} = 0,08 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = \angle\varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle\alpha = 90^\circ;$   
 $\angle\varphi_{2,3} = 45^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

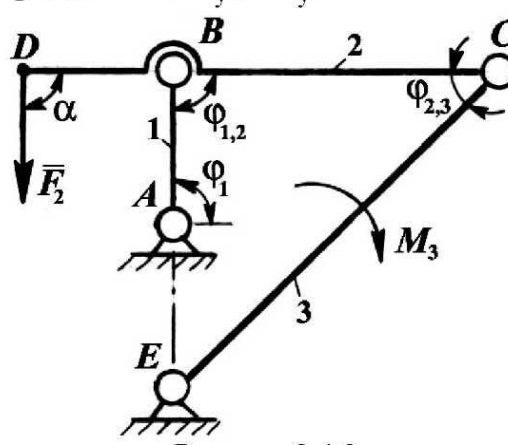


Рисунок 3.4.9

### 3.4.10.

$F_2 = 30 \text{ Н}; M_3 = 5 \text{ Н}\cdot\text{м};$   
 $l_{AB} = 0,06 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle\varphi_1 = 90^\circ; \angle\varphi_2 = \angle\varphi_3 = 45^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

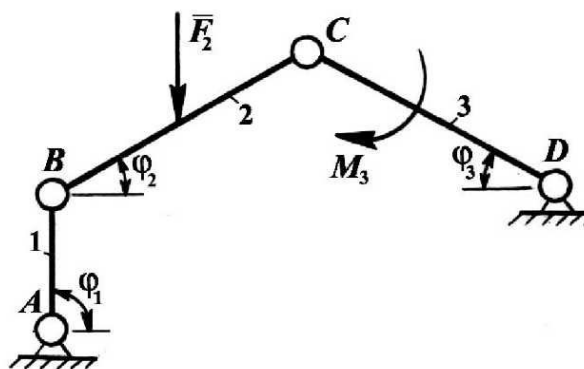


Рисунок 3.4.10

**3.4.11.**

$F_2 = 55 \text{ H}$ ;  
 $l_{AB} = l_{CD} = 0,03 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,12 \text{ м}$ ;  
 $\angle \varphi_1 = \angle \alpha = 90^\circ$ .

**Определить:**  $F_y$ ,  $M_y$

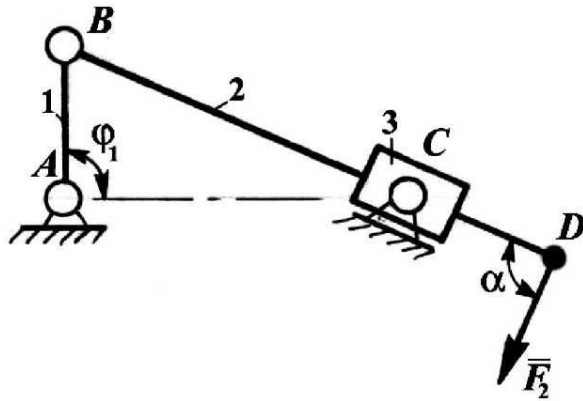


Рисунок 3.4.11

**3.4.12.**

$F_3 = 60 \text{ H}$ ;  $M_2 = 15 \text{ H} \cdot \text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{CD} = 0,1 \text{ м}$ ;  
 $l_{CK} = 0,5 l_{CD}$ ;  
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{1,2} = 90^\circ$ ;  $\angle \alpha = 90^\circ$ ;  
 $\angle \varphi_{2,3} = 60^\circ$ .

**Определить:**  $F_y$ ,  $M_y$

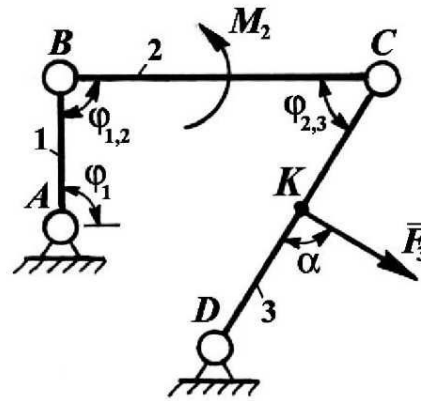


Рисунок 3.4.12

**3.4.13.**

$F = 40 \text{ H}$ ;  $M_2 = 4 \text{ H} \cdot \text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,04 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{BD} = 0,08 \text{ м}$ ;  
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 45^\circ$ ;  $\angle \alpha = 45^\circ$ ;  
 $\angle \varphi_{1,2} = 135^\circ$ .

**Определить:**  $F_y$ ,  $M_y$

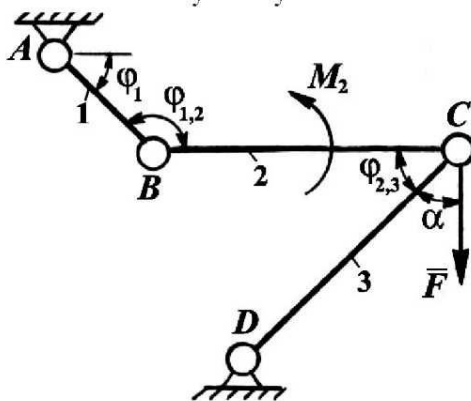


Рисунок 3.4.13

**3.4.14.**

$M_3 = 2,5 \text{ H} \cdot \text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,02 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,06 \text{ м}$ ;  
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ$ .

**Определить:**  $F_y$ ,  $M_y$

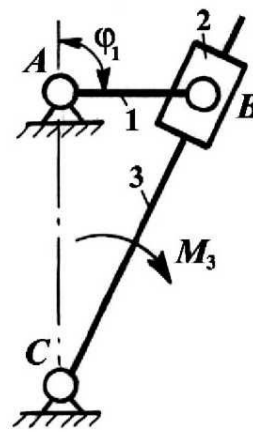


Рисунок 3.4.14

**3.4.15.**

$F_3 = 35 \text{ H}$ ;  $M_2 = 8 \text{ H} \cdot \text{м}$ ;  
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = l_{CD} = 0,12 \text{ м}$ ;  
 $\angle \varphi_{1,2} = 135^\circ$ ;  $\angle \alpha = 90^\circ$ ;  $\angle \varphi_{2,3} = 45^\circ$ .

**Определить:**  $F_y$ ,  $M_y$

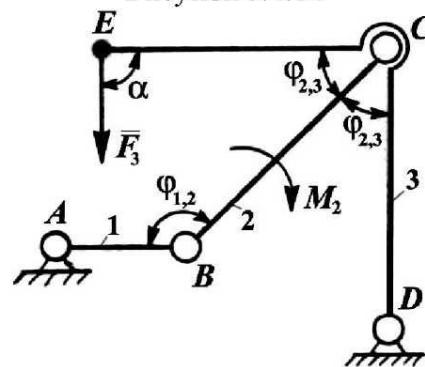


Рисунок 3.4.15

**3.4.16.**

$F = 60 \text{ Н}; M_2 = 16 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = 0,09 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_{1,2} = 90^\circ; \angle \varphi_{2,3} = 60^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

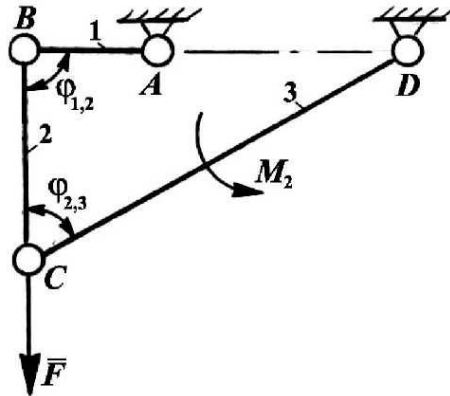


Рисунок 3.4.16

**3.4.18.**

$M_2 = M_4 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = 0,12 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ; \angle \varphi_4 = 90^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

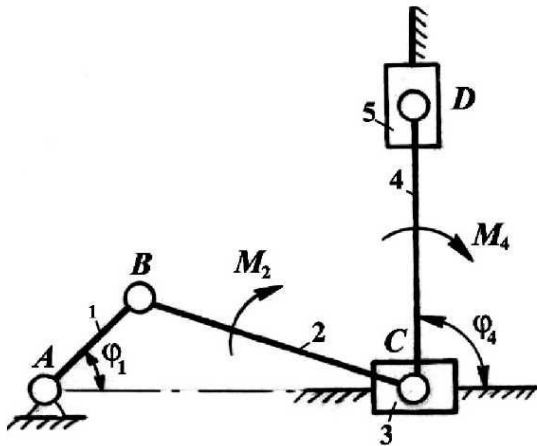


Рисунок 3.4.18

**3.4.20.**

$M_3 = M_4 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}; F = 100 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,1 \text{ м}; l_{BC} = l_{CD} = l_{CE} = 0,3 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_{1,2} = 45^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

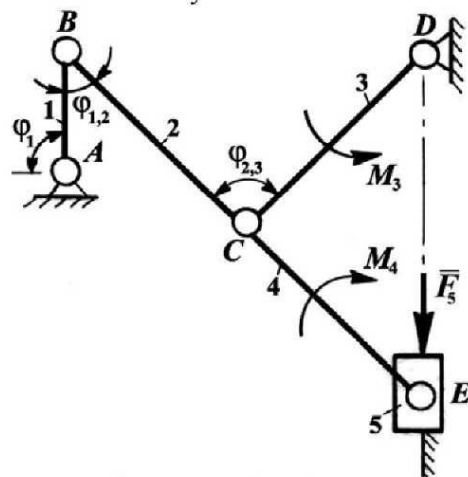


Рисунок 3.4.20

**3.4.17.**

$F_3 = 80 \text{ Н}; F_5 = 50 \text{ Н};$   
 $l_{AB} = 0,03 \text{ м}; l_{BC} = 0,12 \text{ м};$   
 $l_{BD} = l_{CD} = 0,5 l_{BC}; \angle \varphi_1 = 90^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

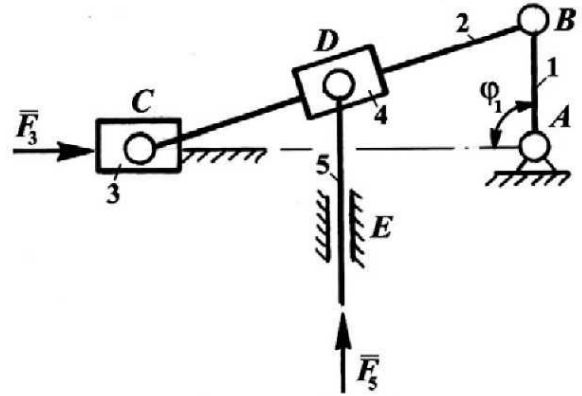


Рисунок 3.4.17

**3.4.19.**

$M_2 = M_4 = 25 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $l_{AB} = 0,05 \text{ м}; l_{BC} = l_{BD} = 0,1 \text{ м};$   
 $\angle \varphi_1 = 45^\circ.$

**Определить:**  $F_y, M_y$

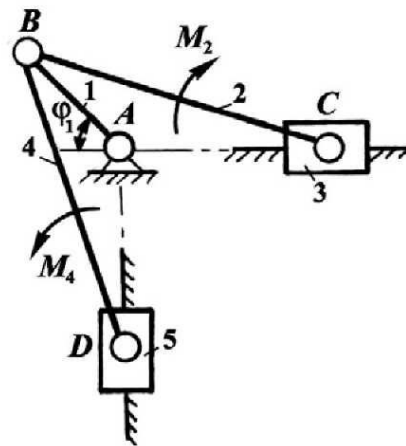


Рисунок 3.4.19

### 3.5 Определение закона движения звена приведения машинного агрегата

Под *машинным агрегатом* понимают устройство, состоящее из энергетической машины – двигателя, передаточного механизма и рабочей машины (рисунок 3.17).

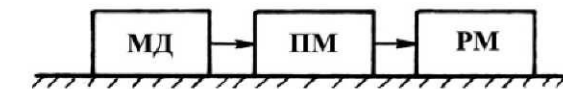


Рисунок 3.17 – Схема машинного агрегата

За *звено приведения* обычно принимают звено, закон движения которого требуется определить. Чаще всего это звено, которое совершает вращательное движение относительно стойки (рисунок 3.18). Закон движения такого звена будет определяться следующими зависимостями

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi(t); \\ \omega &= \omega(t); \\ \varepsilon &= \varepsilon(t); \\ \omega &= \omega(\varphi),\end{aligned}$$

где  $\varphi$  – угол поворота звена приведения (обобщенная координата);

$\omega$  – угловая скорость звена приведения;

$\varepsilon$  – угловая скорость звена приведения;

$t$  – время.

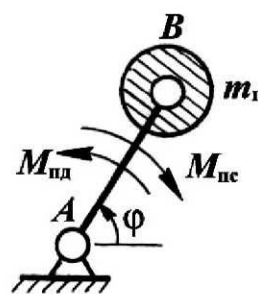


Рисунок 3.18 – Схема звена приведения

Если определена любая из этих зависимостей, то остальные можно определить либо дифференцированием, либо интегрированием.

При решении задач о движении звена приведения первоначально необходимо определить приведенную к этому звену силу  $F_{\Pi}$  или момент  $M_{\Pi}$  и приведенную массу  $m_{\Pi}$  или приведенный момент инерции  $I_{\Pi}$ . Движущие силы представляются в виде приведенной силы движущих сил  $F_{\Pi д}$  (момента  $M_{\Pi д}$ ), силы сопротивления – в виде приведенной силы  $F_{\Pi с}$  (момента  $M_{\Pi с}$ ).

Приведенные моменты сил движущих и сил сопротивлений зависят от механических характеристик машин, вошедших в агрегат. *Механической характеристикой машины* называется зависимость сил или моментов, приложенных к ее звеньям, от кинематических величин, характеризующих движение этих звеньев (перемещений, скоростей или ускорений).

Механическая характеристика *одноцилиндрового двухтактного двигателя внутреннего сгорания* (рисунок 3.19) представлена его индикаторной диаграммой, то есть зависимостью удельного давления  $p$  газов в цилиндре на дно поршня от перемещения  $S$  поршня:  $p = p(S)$ .

Движущей силой, действующей на поршень двигателя, является сила давления газов, образующихся при сгорании паров топлива в камере сгорания:

$$F_i = p_i \frac{\pi d_{\text{п}}^2}{4}, \quad (3.12)$$

где  $d_{\text{п}}$  – диаметр поршня;

$p_i$  – избыточное давление, измеренное от линии атмосферного давления до соответствующей точки индикаторной диаграммы.

Линии контура диаграммы носят соответствующие названия: линия наполнения  $ab$ , линия расширения  $bc$ , линия выхлопа или выпуска  $de$  и линия сжатия  $ef$ .

У *строгального и долбежного станков* механическая характеристика (рисунок 3.20) представлена графиком  $F_{\text{рез}} = F_{\text{рез}}(S)$ . На участках  $ab$  и  $ef$  силой сопротивления является сила трения в кинематических парах, на участке  $cd$  – сила резания плюс сила трения. При холостом ходе процесса резания не происходит. Усилие  $F_c$  определяется в этом случае по линии  $fa$ .

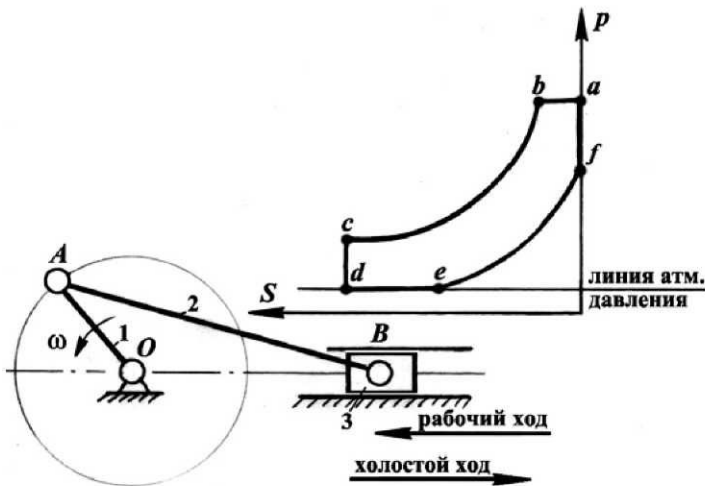


Рисунок 3.19 – Механическая характеристика двигателя внутреннего сгорания

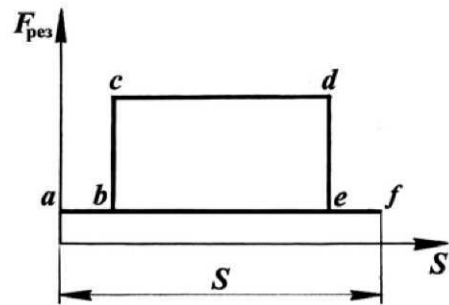


Рисунок 3.20 – Механическая характеристика строгального и долбежного станков

Механическая характеристика *одноступенчатого компрессора*, как и у двигателя, представлена индикаторной диаграммой (рисунок 3.21).

При перемещении поршня из крайнего левого положения газ в цилиндре сжимается и его давление увеличивается по ветви  $ab$  диаграммы, в точке  $b$  открывается выпускной клапан и газ переходит из цилиндра в ресивер, давление при этом сохраняется примерно постоянным (линия  $bc$ ). В точке  $c$  выпускной клапан закрывается и давление начинает падать по кривой  $cd$  вследствие расширения газа в цилиндре при возвратном движении поршня. Затем открывается впускной клапан и происходит всасывание газа в цилиндр при постоянном давлении несколько ниже атмосферного (линия  $da$ ). Усилие на поршень определяется по формуле (3.12).

Механическая характеристика *сенного прессы* представлена в виде диаграммы сил производственных сопротивлений на поршень прессы (рисунок 3.22).

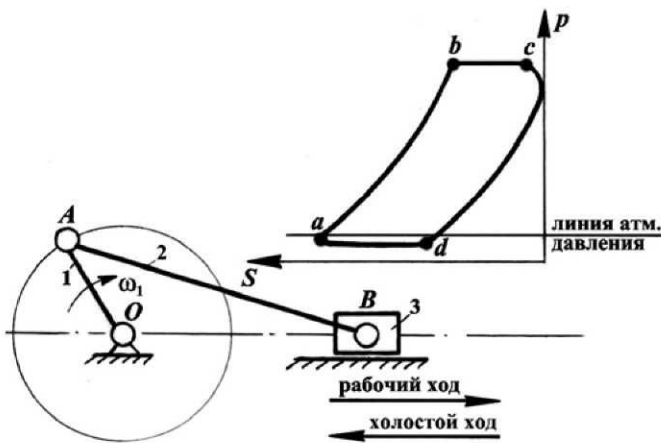


Рисунок 3.21– Механическая характеристика одноступенчатого компрессора

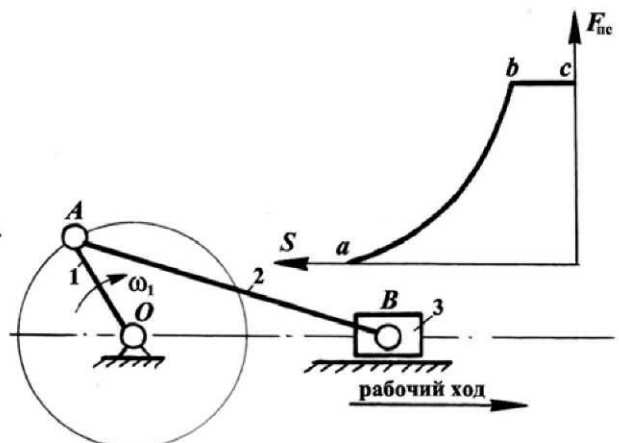


Рисунок 3.22– Механическая характеристика сенового пресса

При движении слева направо поршень пресса совершает рабочий ход и усилие прессования возрастает по кривой  $ab$ . Достигнув максимальной величины в точке  $b$  в дальнейшем величина силы  $F_{пс}$  остается постоянной. При возвратном движении  $F_{пс}$  равна нулю.

У электродвигателей переменного тока (асинхронного) механическая характеристика имеет вид, представленный на рисунке 3.23.

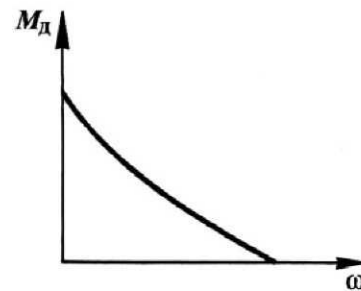


Рисунок 3.23 – Механическая характеристика электродвигателя переменного тока

При решении задач по определению закона движения звена привода можно пользоваться уравнениями движения.

1. Уравнение движения в дифференциальной форме (в форме моментов):

$$M_{пд} - M_{пс} = I_{п}\varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{п}}{d\varphi}, \quad (3.13)$$

где  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$  – соответственно угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение звена привода;

$M_{пд}$ ,  $M_{пс}$  – соответственно приведенный момент движущих сил и сил сопротивления;

$I_{п}$  – приведенный момент инерции механизма.

Если приведенный момент инерции  $I_{п}$  постоянен, то уравнение (3.13) примет вид:

$$M_{пд} - M_{пс} = I_{п}\varepsilon.$$

Из этого уравнения можно легко определить угловое ускорение звена привода:

$$\varepsilon = \frac{M_{\text{пд}} - M_{\text{пс}}}{I_{\text{п}}}. \quad (3.14)$$

2. Уравнение движения в форме закона кинетической энергии:

$$\frac{I_{\text{п}_i} \omega_i^2}{2} - \frac{I_{\text{п}_0} \omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} (M_{\text{пд}} - M_{\text{пс}}) d\varphi,$$

где  $\varphi_0$  – начальное значение угла  $\varphi$ ;

$\omega_0$  – значение  $\omega$  при  $\varphi = \varphi_0$ ;

$\varphi_i$  – любое произвольно выбранное значение угла  $\varphi$ ;

$\omega_i$  – значение  $\omega$  при  $\varphi = \varphi_i$ .

Из этого уравнения можно определить значение угловой скорости  $\omega_i$  при любом значении угла  $\varphi$ :

$$\omega_i = \sqrt{\frac{I_{\text{п}_0} \omega_0^2}{I_{\text{п}_i}} + \frac{2}{I_{\text{п}}} \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} (M_{\text{пд}} - M_{\text{пс}}) d\varphi}. \quad (3.15)$$

Если приведенный момент инерции постоянен, то данное уравнение примет вид:

$$\omega_i = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{2}{I_{\text{п}}} \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} (M_{\text{пд}} - M_{\text{пс}}) d\varphi}. \quad (3.16)$$

Уравнение движения в форме закона кинетической энергии можно записать в виде:

$$E_{\text{к}_i} - E_{\text{к}_0} = A_{\text{д}} - A_{\text{с}},$$

где  $E_{\text{к}_i} = \frac{I_{\text{п}_i} \omega_i^2}{2}$  – кинетическая энергия, которой обладает механизма в  $i$ -м положении;

$E_{\text{к}_0} = \frac{I_{\text{п}_0} \omega_0^2}{2}$  – кинетическая энергия, которой обладает механизм в начальном положении ( $\varphi = \varphi_0$ );

$A_{\text{д}} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_{\text{пд}} d\varphi$  – работа движущих сил на заданном перемещении звена приведения, равном  $\Delta\varphi_{0i} = \varphi_i - \varphi_0$ ;

$A_{\text{с}} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_{\text{с}} d\varphi$  – работа сил сопротивления на том же перемещении звена приведения, равном  $\Delta\varphi_{0i} = \varphi_i - \varphi_0$ .

Разность работ движущих сил и сил сопротивления называют *избыточной работой на данном перемещении звена приведения*, которая равна

$$A_{\text{изб}} = A_{\text{д}} - A_{\text{с}} = \Delta E_{\text{к}_{0i}}.$$

Используя принятые обозначения уравнения (3.15) и (3.16) для определения угловой скорости  $\omega_i$  звена приведения в  $i$ -м положении можно записать в виде:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{I_{\text{п}_0} \omega_0^2}{I_{\text{п}_i}} + \frac{2A_{\text{изб}}}{I_{\text{п}_i}}} = \sqrt{\frac{2E_{\text{к}_i}}{I_{\text{п}_i}}}. \quad (3.17)$$

$$\omega_i = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{2A_{\text{изб}}}{I_{\text{п}}}} = \sqrt{\frac{2E_{\text{к}_i}}{I_{\text{п}}}}. \quad (3.18)$$

Время движения машинного агрегата состоит из трех стадий: *времени разбега* ( $t_p$ ), *времени установившегося движения* ( $t_{\text{уд}}$ ) и *времени выбега* ( $t_v$ ) (рисунок 3.24).

Во время разбега угловая скорость звена приведения изменяется от нулевого до некоторого среднего значения соответствующего нормальной рабочей скорости. Механизм в это время накапливает кинетическую энергию, необходимую для нормальной работы.

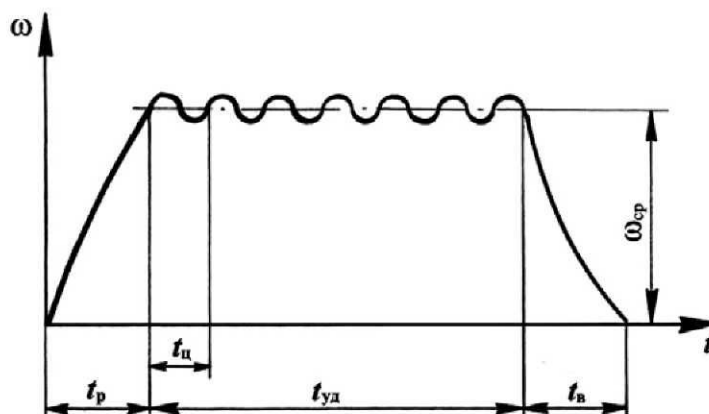


Рисунок 3.24 – Тахограмма движения машинного агрегата

Во время установившегося движения угловая скорость звена приведения обычно колеблется около среднего значения ( $\omega_{\text{ср}}$ ), периодически при этом принимает одно и то же значение. Промежуток времени, по истечении которого положение, скорость и ускорение звена приведения принимают первоначальные значения называется *циклом*. За время одного цикла установившегося движения работа сил движущих равна работе сил сопротивлений, приращение кинетической энергии тогда равно нулю за один цикл.

Во время выбега угловая скорость звена приведения изменяется от среднего значения до нулевого, механизм отдает кинетическую энергию, накопленную им во время разбега.

Колебание скорости, называемое *периодической неравномерностью движения машины*, является следствием двух факторов:

- изменяющихся в течение цикла мгновенных значений приведенных моментов сил движущих и сопротивлений;
- периодического изменения приведенного момента инерции механизма.



Степень неравномерного движения машины за цикл установившегося движения определяют *коэффициентом неравномерности движения*:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}}, \quad (3.19)$$

где  $\omega_{\max}$ ,  $\omega_{\min}$  – наибольшее и наименьшее значения угловой скорости звена привода в течение цикла;

$\omega_{\text{ср}}$  – средняя за цикл угловая скорость этого звена:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (3.20)$$

Степень динамичности механизма определяется *коэффициентом динамичности Артоболевского*:

$$\chi = \frac{\varepsilon_{\max}}{\omega_{\text{ср}}^2}, \quad (3.21)$$

где  $\varepsilon_{\max}$  – максимальное угловое ускорение звена привода в течение цикла.

**Пример 1.** К звену  $AB$  (рисунок 3.25, *а*) приведены все силы, приложенные к звеньям механизма, и массы всех звеньев. Приведенные моменты движущих сил  $M_{\text{нд}}$  и моменты сил сопротивления  $M_{\text{нс}}$  изменяются в течение первых десяти оборотов звена  $AB$  в соответствии с графиком (рисунок 3.25, *б*). Приведенный момент инерции постоянен и равен  $I_{\text{п}} = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . При угле  $\varphi$ , равном нулю, угловая скорость звена  $AB$  также равна нулю. Определить величину угловой скорости звена  $AB$  через десять оборотов от начала движения.

*Решение.* Находим угол поворота звена  $AB$  за десять оборотов:

$$\varphi_{10} = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ рад.}$$

Находим работу движущих сил  $A_{\text{д}}$  и работу сил сопротивлений  $A_{\text{с}}$  на угле поворота звена  $AB$ , равном  $\varphi_{10}$ .

Работа движущих сил  $A_{\text{д}}$ :

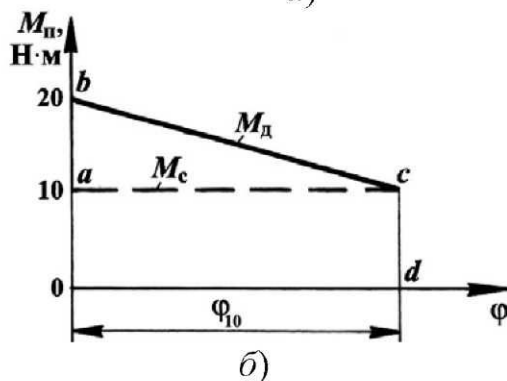
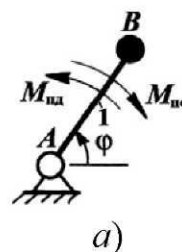


Рисунок 3.25 – Исходные данные к примеру *а*) схема звена привода, *б*) график изменения приведенных моментов от угла поворота звена привода

$$A_{\text{д}} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_{10}} M_{\text{пд}} d\varphi = S_{\text{abcd}} = \frac{20+10}{2} \times 20\pi = 300\pi \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Работа сил сопротивления  $A_{\text{с}}$ :

$$A_{\text{с}} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_{10}} M_{\text{пс}} d\varphi = S_{\text{oacd}} = 10 \times 20\pi = 200\pi \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Избыточная работа на том же угле поворота звена  $AB$ :

$$A_{\text{изб}} = A_{\text{д}} - A_{\text{с}} = E_{\text{к}_{10}} = 300\pi - 200\pi = 100\pi \text{ Н}\cdot\text{м},$$

где  $E_{\text{к}_{10}}$  – кинетическая энергия механизма при  $\varphi_{10} = 20\pi$  рад.

Находим угловую скорость звена  $AB$  при  $\varphi_{10} = 20\pi$  по формуле (5.7)

$$\omega_{10} = \sqrt{\frac{2A_{\text{изб}}}{I_{\text{п}}}} = \sqrt{\frac{2 \times 100\pi}{0,05}} = 112,07 \text{ с}^{-1}.$$

**Пример 2.** Массы звеньев машинного агрегата и силы, действующих на них, приведены к звену  $AB$  (рисунок 3.26, *а*). Движение этого звена установилось. Угловая скорость звена приведения в начале цикла установившегося движения  $\omega_0 = 40 \text{ с}^{-1}$ . Приведенные моменты движущих сил  $M_{\text{д}}$  и сил сопротивления  $M_{\text{с}}$  изменяются в соответствии с заданными графиками (рисунок 3.26, *б*). Приведенный момент инерции постоянен и равен  $I_{\text{п}} = 0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Определить максимальную  $\omega_{\text{max}}$  и минимальную  $\omega_{\text{min}}$  угловые скорости звена приведения при его установившемся движении и коэффициент неравномерности движения  $\delta$ . Построить графики изменения кинетической энергии  $E_{\text{к}} = E_{\text{к}}(\varphi)$ , угловой скорости  $\omega = \omega(\varphi)$  и углового ускорения  $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$  звена приведения  $AB$ .

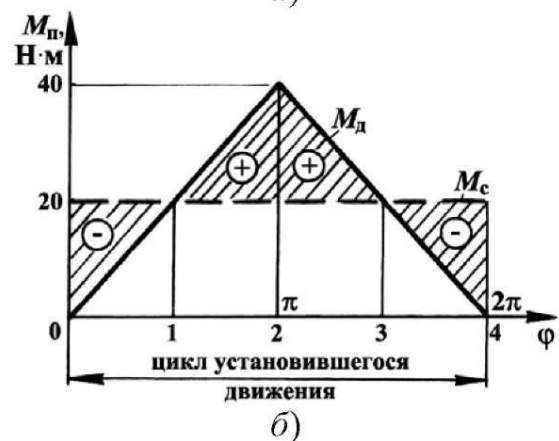
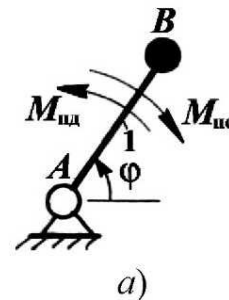


Рисунок 3.26 – Исходные данные к примеру 2: *а*) схема звена приведения; *б*) график изменения приведенных моментов от угла поворота звена приведения

*Решение.* Делим угол, соответствующий одному циклу установившегося движения  $\varphi_{\text{ц}}$ , на ряд равных частей, в нашем случае – на 4. Определим

приращения кинетической энергии на участках 0–1, 1–2, 2–3, 3–4. Их значения, определяемые по формуле аналогично, как для приращения  $E_k$  на участке 0–1

$$\Delta E_{k_{0,1}} = \left| A_d - A_c \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (M_d - M_c) d\varphi$$

будут пропорциональны площадям, заштрихованным на графике (рисунок 3.26, б).

На графике 0–1 заштрихованная площадка имеет знак «минус», так как  $M_d < M_c$  (из площади треугольника вычитается площадь прямоугольника); затем на участках 1–2 и 2–3 знак площади «плюс» ( $M_d > M_c$ ) и, наконец, на участке 3–4 – знак «минус» ( $M_d < M_c$ ).

Определим числовые значения этих площадей:

$$\Delta E_{k_{0-1}} = -5\pi \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\Delta E_{k_{1-2}} = 5\pi \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\Delta E_{k_{2-3}} = 5\pi \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\Delta E_{k_{3-4}} = -5\pi \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Вычисляем значения кинетических энергий для каждого положения звена приведения:

$$E_{k_0} = \frac{I_{п_0} \omega_0^2}{2} = \frac{0,1 \times 40^2}{2} = 80 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$E_{k_1} = E_{k_0} + \Delta E_{k_{0,1}} = 80 - 5\pi = 80 - 5 \times 3,14 = 64,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$E_{k_2} = E_{k_1} + \Delta E_{k_{1,2}} = 64,3 + 5\pi = 64,3 + 5 \times 3,14 = 80 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$E_{k_3} = E_{k_2} + \Delta E_{k_{2,3}} = 80 + 5\pi = 80 + 5 \times 3,14 = 95,7 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$E_{k_4} = E_{k_3} + \Delta E_{k_{3,4}} = 95,7 - 5\pi = 95,7 - 5 \times 3,14 = 80 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям кинетической энергии строим график зависимости  $E_k = E_k(\varphi)$  (рисунок 3.27, б) и повернутый на  $90^\circ$  график зависимости  $I_{п} = I_{п}(\varphi)$  (рисунок 3.27, а). Масштабный коэффициент по оси ординат принимаем  $\mu_{E_k} = 2 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{мм}}$ , а по оси абсцисс –  $\mu_{\varphi} = 0,1 \frac{\text{рад}}{\text{мм}}$ .

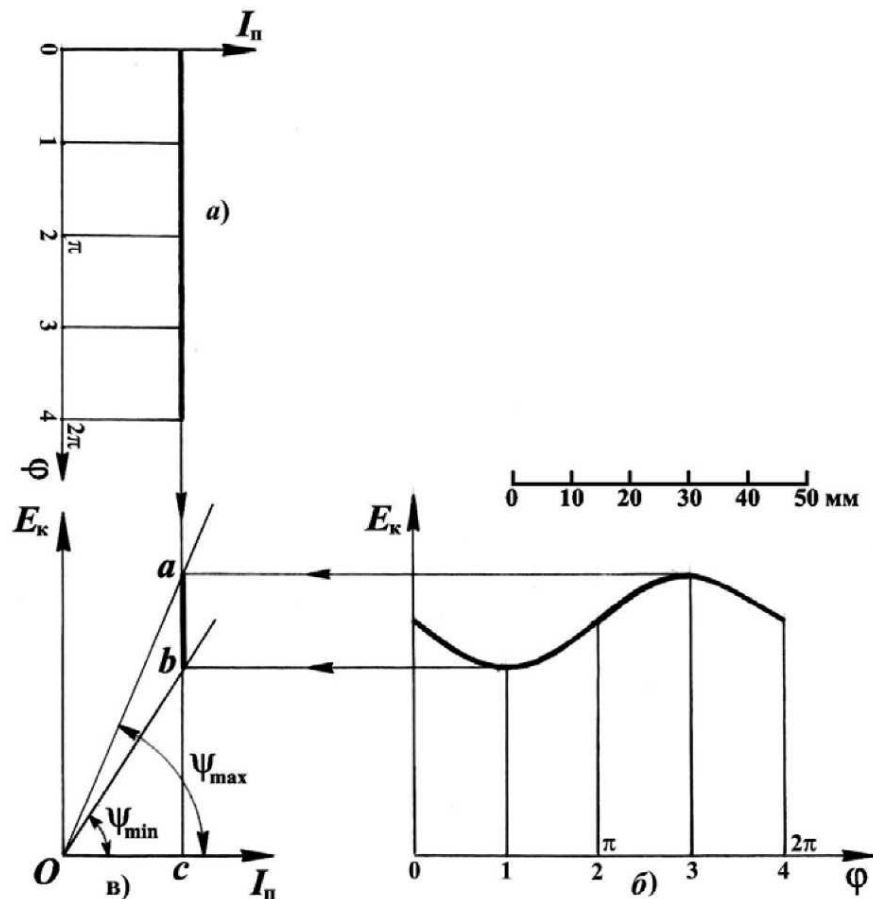


Рисунок 3.27 – Построение диаграммы Виттенбауэра

Вычисляем значения угловой скорости  $\omega$  звена приведения в каждом положении:

$$\omega_0 = 40 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2E_{K_1}}{I_{\Pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 64,3}{0,1}} = 35,86 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2E_{K_2}}{I_{\Pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 80}{0,1}} = 40 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{2E_{K_3}}{I_{\Pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 95,7}{0,1}} = 43,75 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{2E_{K_4}}{I_{\Pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 80}{0,1}} = 40 \text{ с}^{-1}.$$

Строим диаграмму Виттенбауэра (диаграмму энергомасс)  $E_k = E_k(I_{\Pi})$ . Для этого продолжаем оси абсцисс построенных графиков до пересечения в точке  $O$  (рисунок 3.27, в). Эта точка является началом системы координат диаграммы  $E_k = E_k(I_{\Pi})$ . Точки самой диаграммы строятся таким же образом: из одноименных точек диаграмм проводятся прямые, параллельные осям абс-

цисс  $\varphi$ . Пересечение этих линий дает положение точек на диаграмме Виттенбауэра. В данном случае диаграмма получилась в виде прямой линии  $ab$ .

Соединим точки  $a$  и  $b$  с началом системы координат  $O$  и получим углы  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$ . Определим с их помощью максимальную  $\omega_{\max}$  и минимальную  $\omega_{\min}$  значения угловой скорости:

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{2\mu_{E_k}}{\mu_{I_n}} \operatorname{tg}\psi_{\max}} = \sqrt{\frac{2\mu_{E_k}}{\mu_{I_n}} \frac{(ac)}{(Oc)}} = \sqrt{\frac{2 \times 2}{0,005} \times \frac{48}{20}} = 43,82 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{\frac{2\mu_{E_k}}{\mu_{I_n}} \operatorname{tg}\psi_{\min}} = \sqrt{\frac{2\mu_{E_k}}{\mu_{I_n}} \frac{(bc)}{(Oc)}} = \sqrt{\frac{2 \times 2}{0,005} \times \frac{32}{20}} = 35,86 \text{ с}^{-1}.$$

По найденным значениям угловых скоростей строим график  $\omega = \omega(\varphi)$  (рисунок 3.28), масштаб по оси ординат принимаем  $\mu_{\omega} = 1 \frac{\text{с}^{-1}}{\text{мм}}$ .

Находим среднее значение угловой скорости  $\omega_{\text{ср}}$  и коэффициент неравномерности движения  $\delta$  по формулам (3.19) и (3.20):

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} = \frac{43,75 + 35,86}{2} = 39,81 \text{ с}^{-1};$$

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}} = \frac{43,75 - 35,86}{39,81} = 0,2.$$

Находим значения углового ускорения  $\varepsilon$  звена приведения по формуле (3.14):

$$\varepsilon_0 = \frac{M_{д_0} - M_{с_0}}{I_{\Pi}} = \frac{0 - 20}{0,1} = -200 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{д_1} - M_{с_1}}{I_{\Pi}} = \frac{20 - 20}{0,1} = 0;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{M_{д_2} - M_{с_2}}{I_{\Pi}} = \frac{40 - 20}{0,1} = 200 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{M_{д_3} - M_{с_3}}{I_{\Pi}} = \frac{20 - 20}{0,1} = 0;$$

$$\varepsilon_4 = \frac{M_{д_4} - M_{с_4}}{I_{\Pi}} = \frac{0 - 20}{0,1} = -200 \text{ с}^{-2}.$$

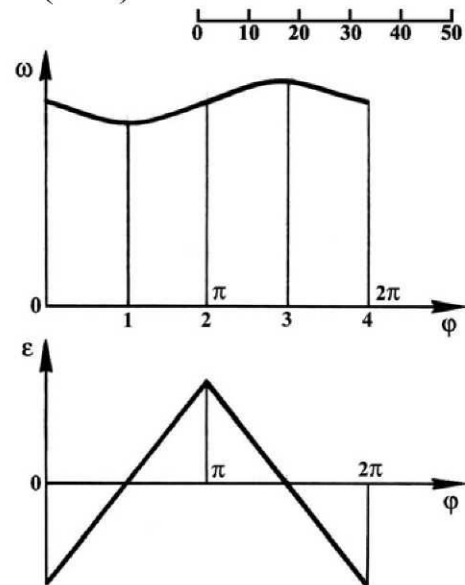


Рисунок 3.28– Графики зависимостей  $\omega = \omega(\varphi)$  и  $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$

По найденным значениям  $\varepsilon$  строим график зависимости его от угла поворота звена привода  $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$ , масштаб по оси ординат принимаем равным  $\mu_\varepsilon = 0,1 \frac{\text{с}^{-2}}{\text{мм}}$ .

**Пример 3.** Определить номинальную мощность двигателя насоса (рисунок 3.29), если при установившемся движении номинальное число оборотов входного звена 1 –  $n_1 = 1000 \text{ мин}^{-1}$ . Сила сопротивления постоянна и равна  $F = 300 \text{ Н}$ . Момент движущих сил принять постоянным. Размеры звеньев  $l_{AB} = 0,1 \text{ м}$ ,  $l_{BC} = 0,4 \text{ м}$ .

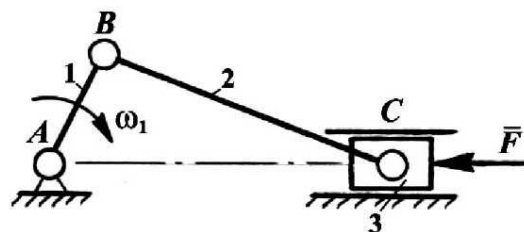


Рисунок 3.29 – Схема двигателя насоса

*Решение.* Номинальная мощность двигателя определяется по формуле:

$$P = M_{\text{д}} \omega_1,$$

где  $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30}$ .

В течение рабочего хода точка приложения силы  $F$  проходит путь, равный  $2l_{AB}$ , значит, за один цикл работа силы сопротивления равна

$$A_c = 2l_{AB}F = 2 \times 0,1 \times 300 = 60 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

В течение одной секунды механизм совершает  $\frac{n}{60} = k$  циклов. Поэтому секундная мощность

$$P = A_c k = A_c \frac{n}{60} = 60 \frac{1000}{60} = 1000 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Следовательно,

$$M_{\text{дв}} = \frac{P}{\omega} = \frac{P30}{\pi n} = \frac{1000 \times 30}{3,14 \times 1000} = 9,55 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

**Пример 4.** К кривошипу  $AB$  шарнирного четырехзвенного механизма (рисунок 3.30) применен момент  $M_1 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , а к коромыслу – момент  $M_3 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Определить угловое ускорение кривошипа 1, с которым он начнет вращаться из положения, при котором  $\varphi_1 = 90^\circ$ . Момент инерции звена 3  $I_{3D} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Массами звеньев 1 и 2 пренебречь. Размеры звеньев  $l_{AB} = 0,1 \text{ м}$ ,  $l_{BC} = l_{CD} = 0,2 \text{ м}$ . Углы  $\varphi_1 = \varphi_{1,2} = \varphi_3 = 90^\circ$ .

*Решение.* Вначале определим приведенные моменты сил  $M_{\Pi}$  и инерции  $I_{\Pi}$  к звену 1. Приведенный момент сил  $M_{\Pi}$  определим из равенства мгновенных мощностей, развиваемых приводимыми моментами и моментом  $M_{\Pi}$ :

$$M_{\Pi}\omega_1 = M_1\omega_1 - M_3\omega_3,$$

откуда

$$M_{\Pi} = M_1 - M_3 \frac{\omega_3}{\omega_1} = M_1 - M_3 \frac{\vartheta_{CD}}{\vartheta_B} \frac{l_{AB}}{l_{CD}} = 10 - 5 \times 1 \times \frac{0,1}{0,2} = 7,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Поскольку на плане скоростей точки  $b$  и  $c$  совпадают, то  $\vartheta_B = \vartheta_C$ , а их отношение

$$\frac{\vartheta_B}{\vartheta_C} = 1.$$

Приведенный момент инерции  $I_{\Pi}$  определим из равенства кинетических энергий звена приведения и звена 3:

$$\frac{I_{\Pi}\omega_1^2}{2} = \frac{I_{3D}\omega_3^2}{2},$$

откуда

$$I_{\Pi} = I_{3D} \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 = I_{3D} \left( \frac{\vartheta_{CD}}{\vartheta_B} \right)^2 \left( \frac{l_{AB}}{l_{CD}} \right)^2 = 0,02 \times 1^2 \times \left( \frac{0,1}{0,2} \right)^2 = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Из уравнения (3.14) определим угловое ускорение  $\varepsilon$ , с которым начнет вращаться звено приведения из положения, определяемого углом  $\varphi = 90^\circ$ :

$$\varepsilon = \frac{M_{\Pi}}{I_{\Pi}} = \frac{7,5}{0,005} = 1500 \text{ с}^{-2}.$$

Так как значение  $\varepsilon$  получилось со знаком «плюс», то его направление будет совпадать с направлением  $M_{\Pi}$ , которое совпадает с направлением  $M_1$ , то есть против вращения часовой стрелки.

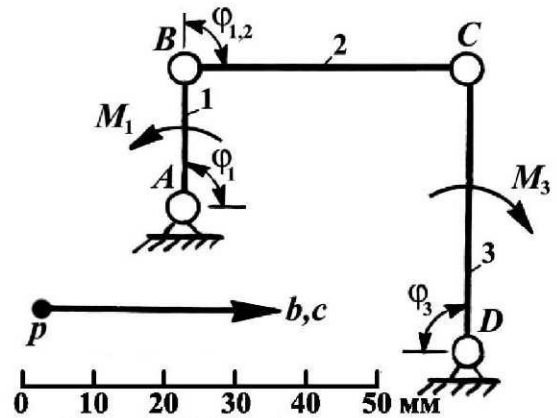


Рисунок 3.30— Схема к решению примера 4.

**Пример 5.** Определить с каким угловым ускорением будет вращаться звено 1 (рисунок 3.31), если к звеньям 1 и 3 приложены моменты  $M_1 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $M_3 = 40 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Моменты инерций звеньев относительно осей вращения  $I_1 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $I_{2-2'} = 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $I_3 = 0,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Количество зубьев зубчатых колес  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 40$ ,  $z_{2'} = 30$ ,  $z_3 = 40$ .

*Решение.* Определим приведенный к звену 1 момент  $M_{\Pi}$  от моментов  $M_1$  и  $M_3$ :

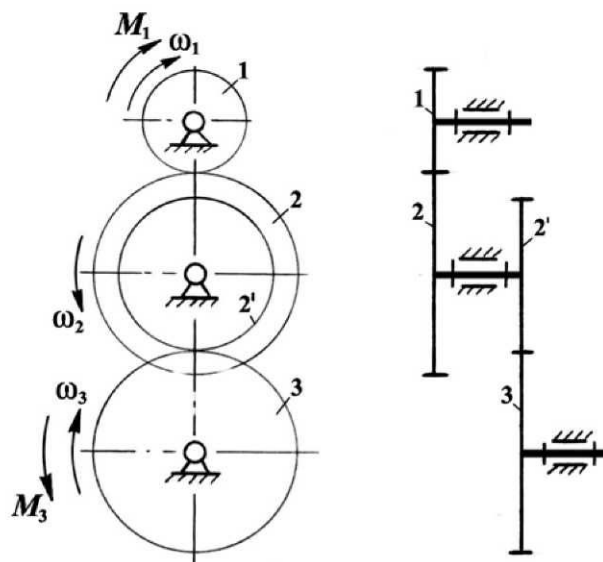


Рисунок 3.31– Схема к решению примера 5

$$M_{\Pi} \omega_1 = M_1 \omega_1 - M_3 \omega_3,$$

откуда

$$M_{\Pi} = M_1 - M_3 \frac{\omega_3}{\omega_1}.$$

Так как

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = U_{31} = U_{32'} U_{21} = \left( -\frac{z_{2'}}{z_3} \right) \times \left( -\frac{z_1}{z_2} \right) = \frac{z_{2'} z_1}{z_3 z_2},$$

то

$$M_{\Pi} = M_1 - M_3 \frac{z_{2'} z_1}{z_3 z_2} = 20 - 40 \frac{30 \times 20}{40 \times 40} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определим приведенный к звену 1 момент инерции механизма  $I_{\Pi}$ . Для этого приравняем кинетическую энергию звена приведения 1 с суммой кинетических энергий подвижных звеньев механизма:

$$\frac{I_{\Pi} \omega_1^2}{2} = \frac{I_1 \omega_1^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2},$$

откуда

$$I_{\Pi} = I_1 + I_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + I_3 \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2.$$

Или

$$I_{\Pi} = I_1 + I_2 \left( \frac{z_2}{z_1} \right)^2 + I_3 \left( \frac{z_{2'} z_1}{z_3 z_2} \right)^2 = 0,5 + 1,2 \times \left( \frac{20}{40} \right)^2 + 0,6 \times \left( \frac{30 \times 20}{40 \times 40} \right)^2 = 0,88 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$



Определим угловое ускорение звена 1:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{\text{п}}}{I_{\text{п}}} = \frac{5}{0,88} = 5,68 \text{ с}^{-2}.$$

**Пример 6.** Приведенный к начальному звену момент от сил сопротивления изменяется по закону  $M_c = 20 - 6,37\varphi$ , где  $\varphi$  – угол поворота начального звена. Момент сил сопротивления  $M_c$  действует только в течение одной половины оборота, а в течение другой –  $M_c = 0$  (рисунок 3.32). Движущий момент, приложенный к начальному звену, действует все время и является величиной постоянной, т. е.  $M_d = \text{const}$ . Приведенный к начальному звену момент инерции механизма является величиной постоянной и равен  $I_{\text{п}} = 5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Определить закон изменения угловой скорости  $\omega$  и углового ускорения  $\varepsilon$  звена приведения, а также коэффициент неравномерности движения  $\delta$ , если угловая скорость в начале цикла установившегося движения равна  $\omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

*Решение.* Определим величину приведенного момента движущих сил  $M_d$  из условия равенства работ движущих сил и сил сопротивления за один цикл установившегося движения, т. е. за один оборот начального звена:

$$\begin{aligned} A_c &= \int_0^{\pi} (20 - 6,37\varphi) d\varphi = \int_0^{\pi} 20 d\varphi - 6,37 \int_0^{\pi} \varphi d\varphi = 20\varphi \Big|_0^{\pi} - 6,37 \frac{\varphi^2}{2} \Big|_0^{\pi} = \\ &= 20\pi - 6,37 \frac{\pi^2}{2} = 31,4 \text{ Н} \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

$$A_d = M_d \cdot 2\pi;$$

$$M_d \cdot 2\pi = 31,4 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

или

$$M_d = \frac{31,4}{2\pi} = \frac{15,7}{\pi} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определим результирующий момент, действующий на начальное звено в течение первой половины оборота:

$$M' = M_d - M_c = \frac{15,7}{\pi} - (20 - 6,37\varphi) = 5 - 20 + 6,37\varphi = -15 + 6,37\varphi,$$

и в течение второй половины оборота:

$$M'' = M_d - 0 = M_d,$$

т. к. в течение второй половины оборота  $M_c = 0$ .

Вычислим значения момента  $M'$  для углов  $\varphi$  от 0 до  $\pi$  с шагом  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$  и сводим в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты расчета значений момента  $M'$

$\varphi$ , рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
$M'$ , Н·м	-15	-11,67	-8,33	-5	-1,66	1,66	5

Строим график зависимости  $M$  от угла поворота  $\varphi$  (рисунок 3.32).

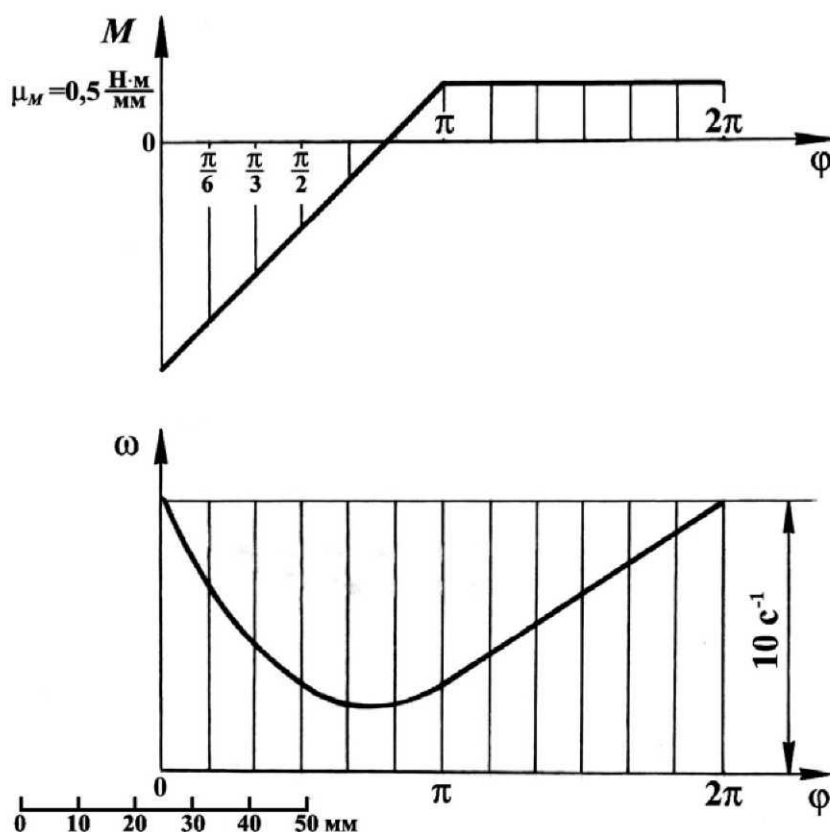


Рисунок 3.32 – Графики зависимости  $M = M(\varphi)$  и  $\omega = \omega(\varphi)$

Определим закон изменения углового ускорения начального звена. Так как  $I_{\Pi}$  есть величина постоянная, то

$$\varepsilon = \frac{M}{I_{\Pi}}.$$

В течение первой половины оборота:

$$\varepsilon' = \frac{M'}{I_{\Pi}} = \frac{-15 + 6,37\varphi}{5} = (-3 + 1,27\varphi) \text{ с}^{-2}.$$

в течение второй половины оборота:

$$\varepsilon'' = \frac{M''}{I_{\Pi}} = \frac{15,7}{\pi \cdot 5} = 1 \text{ с}^{-2},$$

В нашем случае угловое ускорение пропорционально результирующему моменту, т. к. приведенный момент инерции есть величина постоянная. Поэтому диаграмма моментов  $M = M(\varphi)$  является одновременно и диаграммой ускорения  $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$ . Разница будет только в масштабах  $\mu_M$  и  $\mu_{\varepsilon}$  по оси ординат:

$$\mu_{\varepsilon} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ с}^{-2}.$$

Определим угловую скорость звена приведения.

В соответствии с уравнением движения в виде закона кинетической энергии имеем:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{2(A_{\Pi} - A_c)}{I_{\Pi}} + \omega_0^2 = \frac{2 \int_0^{\varphi} M' d\varphi}{I_{\Pi}} + \omega_0^2 = \frac{2 \int_0^{\varphi} (15 + 6,37\varphi) d\varphi}{5} + 10^2 = \\ &= \frac{\varphi(6,37\varphi - 30)}{5} + 100 = \varphi(1,274\varphi - 6) + 100; \end{aligned}$$

$$\omega = \sqrt{\varphi(1,274\varphi - 6) + 100}.$$

Тогда угловая скорость в конце первой половины оборота при  $\varphi = \pi$ :

$$\omega_1 = \sqrt{\pi(1,274\pi - 6) + 100} = 9,68 \text{ с}^{-1}.$$

Во второй половине оборота:

$$\omega^2 = \frac{2(A_d - A_c)}{I_{II}} + \omega_1^2 = \frac{2 \int_0^\varphi M'' d\varphi}{I_{II}} + \omega_1^2 = \frac{2 \int_0^\varphi -\frac{15,7}{\pi} d\varphi}{5} + 9,68^2 =$$

$$= 0,4 \left[ \frac{15,7}{\pi} \varphi \right]_\pi + 93,72 = 0,4 \frac{15,7}{\pi} \varphi - 0,4 \times 15,7 + 93,72 = \frac{6,28}{\pi} \varphi + 87,44;$$

$$\omega = \sqrt{\frac{6,28}{\pi} \varphi + 87,44} = \sqrt{2\varphi + 87,44}.$$

По полученным формулам подсчитаем значения угловой скорости  $\omega$ , сводим их в таблицу 3.2 и строим график  $\omega = \omega(\varphi)$ .

Таблица 3.2 – Результаты расчета значений угловой скорости  $\omega$

$\varphi$ , рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
$\omega_1$ , $c^{-1}$	10	9,85	9,75	9,68	9,64	9,64	9,60
$\varphi$ , рад	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	$2\pi$	–
$\omega$ , $c^{-1}$	9,73	9,78	9,84	9,89	9,94	10	–

Из таблицы 3.2 определяем  $\omega_{\max} = 10 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{\min} = 9,64 \text{ c}^{-1}$ .

Определяем коэффициент неравномерности по формуле:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{cp}}} = \frac{2(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{\omega_{\max} + \omega_{\min}} = \frac{2(10 - 9,64)}{10 + 9,64} = \frac{0,72}{19,64} = 0,037.$$

**Пример 7.** Определить: с каким угловым ускорением будет вращаться звено 1 планетарного редуктора Джемса (рисунок 3.33), если к нему приложен момент движущих сил  $M_1 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , а к водилу  $H$  – момент сил сопротивления  $M_H = 40 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Моменты инерции колес и водила относительно их центров масс равны  $I_1 = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $I_2 = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $I_H = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Масса сателлита 2  $m_2 = 2 \text{ кг}$ . Модуль зубчатого зацепления  $m = 10 \text{ мм}$ . Количество зубьев зубчатых колес  $z_1 = z_2 = 20$ ,  $z_3 = 60$ .

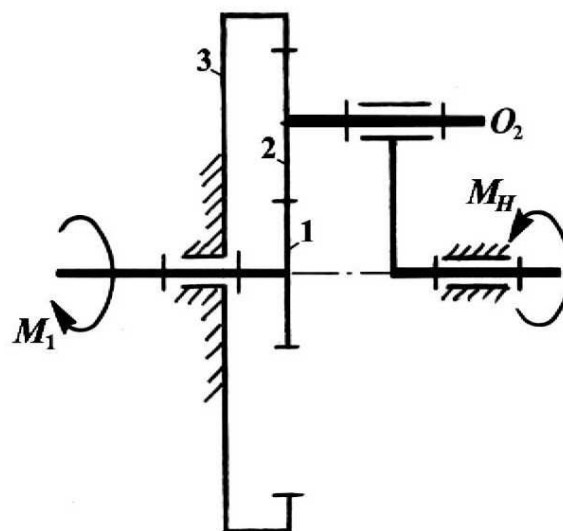


Рисунок 3.33 – Схема к примеру 7

*Решение.* Определяем приведенный к звену 1 момент сил из равенства мощностей:

$$M_{\pi}\omega_1 = M_1\omega_1 - M_H\omega_H,$$

откуда

$$M_{\pi} = M_1 - M_H \frac{\omega_H}{\omega_1} = M_1 - M_H U_{H1},$$

где  $U_{H1} = \frac{1}{U_{1H}} = \frac{1}{1 - U_{13}^H} = \frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_1}}$ .

Тогда

$$M_{\pi} = M_1 - \frac{M_H}{1 + \frac{z_3}{z_1}} = 20 - \frac{40}{1 + \frac{60}{20}} = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определяем приведенный к звену 1 момент инерции механизма исходя из равенства кинетической энергии звена приведения и суммы кинетических энергий звеньев:

$$\frac{I_{\pi}\omega_1^2}{2} = \frac{I_1\omega_1^2}{2} + \frac{I_2\omega_2^2}{2} + \frac{m_2\vartheta_{O_2}^2}{2} + \frac{I_H\omega_H^2}{2},$$

где  $\vartheta_{O_2}$  – скорость оси (центра масс) колеса 2.

Но

$$\vartheta_{O_2} = \omega_H r_H = \omega_H a_{w_{1-2}},$$

где  $a_{w_{1-2}}$  – межцентровое расстояние колес 1 и 2.

Тогда приведенный момент инерции

$$I_{\pi} = I_1 + I_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 a_{w_{1-2}}^2 \left( \frac{\omega_H}{\omega_1} \right)^2 + I_H \left( \frac{\omega_H}{\omega_1} \right)^2.$$

Определим передаточные отношения:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = U_{21} = \frac{U_{2H}}{U_{1H}} = \frac{1 - U_{23}^H}{1 - U_{13}^H} = \frac{1 - \frac{z_3}{z_2}}{1 - \frac{z_3}{z_1}} = \frac{1 - \frac{60}{20}}{1 + \frac{60}{20}} = \frac{-2}{4} = -0,5;$$

$$\frac{\omega_H}{\omega_1} = U_{H1} = \frac{1}{U_{1H}} = \frac{1}{1 - U_{13}''} = \frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_1}} = \frac{1}{1 + \frac{60}{20}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Определим величину радиуса  $r_H$ . Он равен межосевому расстоянию  $a_{w_{1-2}}$ :

$$a_{w_{1,2}} = r_{w_1} + r_{w_2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{10}{2}(20 + 20) = 200 \text{ мм.}$$

Подставим полученные значения в уравнение  $I_{\Pi}$

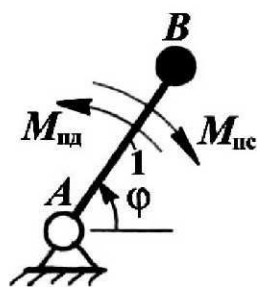
$$\begin{aligned} I_{\Pi} &= 0,01 + 0,01 \times (-0,5)^2 + 2 \times 0,2^2 \times 0,25^2 + 0,02 \times 0,25^2 = \\ &= 0,01 + 0,0025 + 0,005 + 0,00125 = 0,01875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

Определим угловое ускорение звена приведения:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{\Pi}}{I_{\Pi}} = \frac{10}{0,01875} = 533,3 \text{ с}^{-2}.$$

### Задачи 3.5.1–3.5.12

В задачах 3.5.1–3.5.4 требуется определить величину угловой скорости звена привода  $\omega$  для заданного значения угла  $\varphi$ . При  $\varphi = 0$ ,  $\omega = 0$ . Приведенные моменты сил движущих  $M_d$  и сопротивления  $M_c$  изменяются в соответствии с графическими зависимостями (рисунки 3.5.1–3.5.4). Приведенный момент инерции постоянен и равен  $I_{\Pi} = 0,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .



Звено привода

3.5.1.

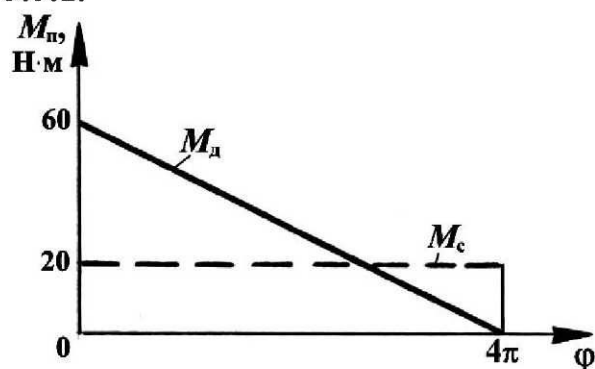


Рисунок 3.5.1

3.5.2.

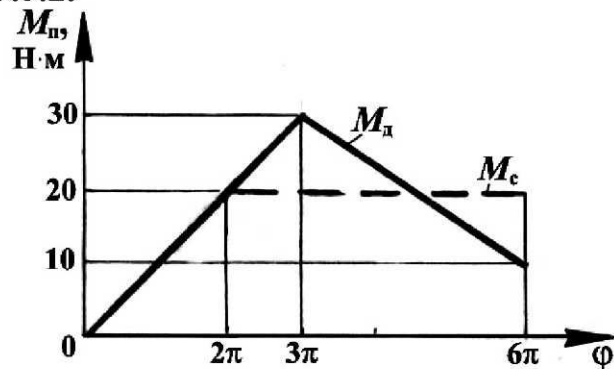


Рисунок 3.5.2

3.5.3.

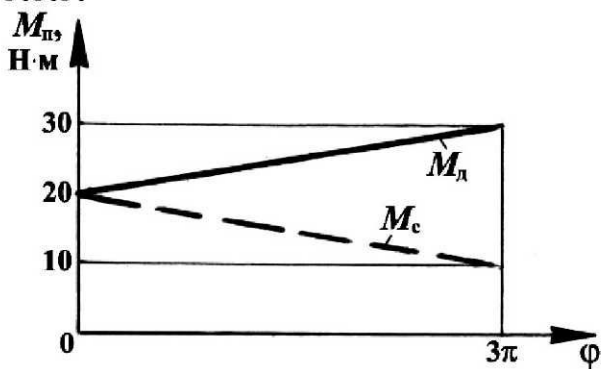


Рисунок 3.5.3

3.5.4.

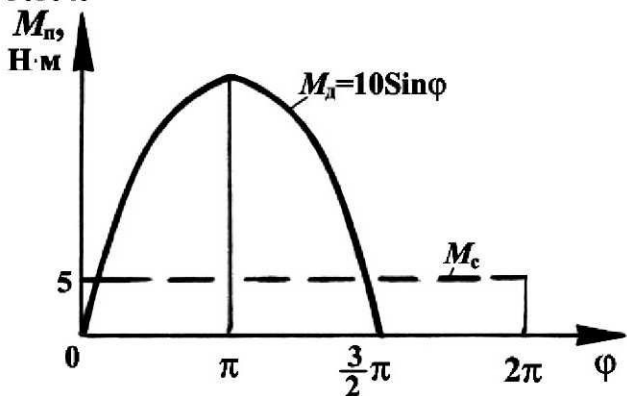


Рисунок 3.5.4

В задачах 3.5.5–3.5.8 силы и массы машинного агрегата приведены к звену  $AB$ . Заданы графики изменения приведенных моментов сил движущих  $M_d$  и сопротивлений  $M_c$  за один цикл установившегося движения (рисунки 3.5.5–3.5.8). Задана угловая скорость звена приведения в начале цикла установившегося движения  $\omega_0 = 40 \text{ с}^{-1}$ . Приведенный момент инерции постоянен и равен  $I_{\Pi} = 0,015 = \text{const}$ . Требуется определить коэффициент неравномерности движения  $\delta$ .

3.5.5.

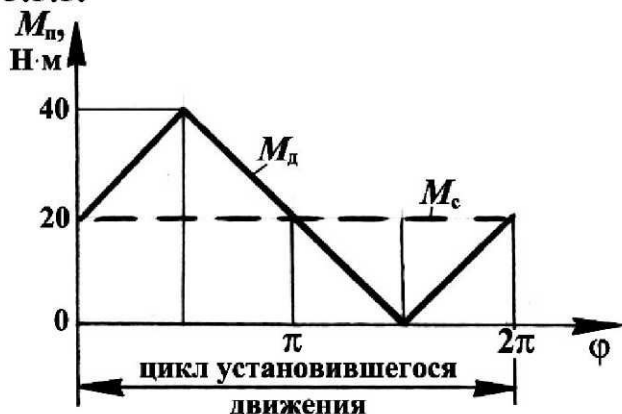


Рисунок 3.5.5

3.5.6.

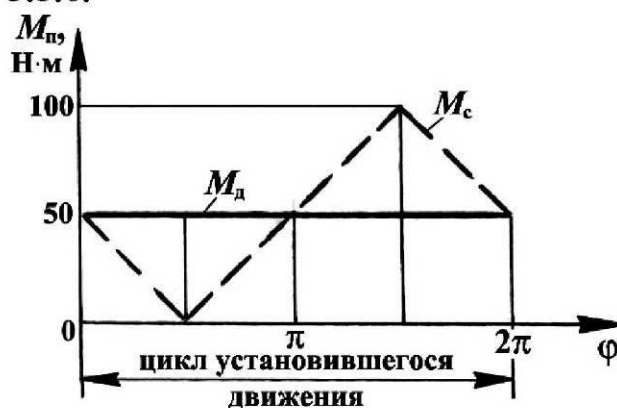


Рисунок 3.5.6

3.5.7.

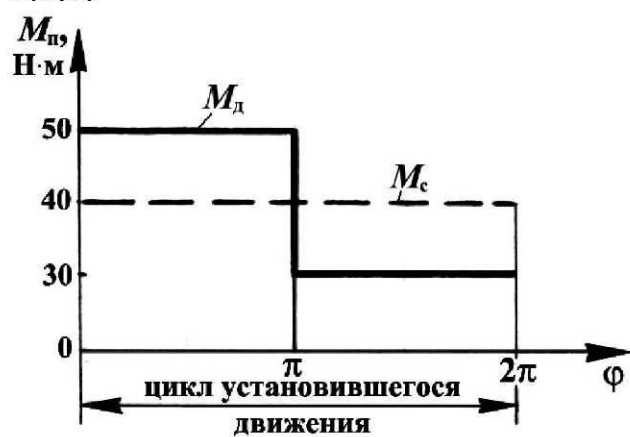


Рисунок 3.5.7

3.5.8.



Рисунок 3.5.8



В задачах 3.5.9–3.5.11 приведена диаграмма энергомасс (Виттенбауэра) для цикла установившегося движения (рисунки 3.5.9–3.5.11). Известны масштабные коэффициенты по осям диаграммы. Требуется определить коэффициент неравномерности движения.

### 3.5.9.

$$\mu_{E_k} = 2 \frac{\text{Н} \cdot \text{М}}{\text{ММ}};$$

$$\mu_{I_n} = 0,01 \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^2}{\text{ММ}};$$

$$R = 20 \text{ ММ};$$

$$x_0 = 30 \text{ ММ};$$

$$y_0 = 25 \text{ ММ}.$$

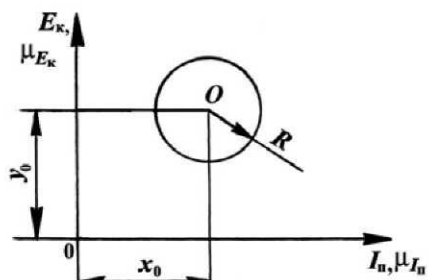


Рисунок 3.5.9

### 3.5.10.

$$\mu_{E_k} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{М}}{\text{ММ}};$$

$$\mu_{I_n} = 0,005 \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^2}{\text{ММ}};$$

$$x_B = 10 \text{ ММ};$$

$$y_B = 20 \text{ ММ};$$

$$ab = 25 \text{ ММ}.$$

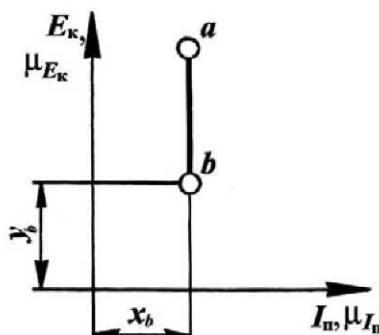


Рисунок 3.5.10

### 3.5.11.

$$\mu_{E_k} = 5 \frac{\text{Н} \cdot \text{М}}{\text{ММ}};$$

$$\mu_{I_n} = 0,02 \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^2}{\text{ММ}};$$

$$x_a = 10 \text{ ММ};$$

$$x_b = 20 \text{ ММ};$$

$$y_a = 30 \text{ ММ};$$

$$y_b = 10 \text{ ММ}.$$

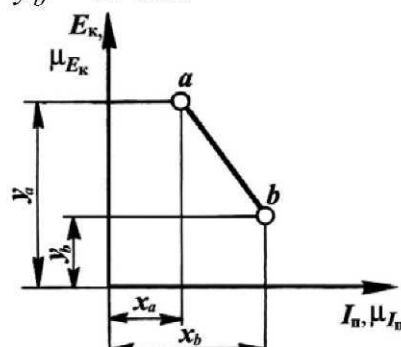


Рисунок 3.5.11

В задачах 3.5.12–3.5.16 требуется определить угловое ускорение звена  $AB$ , если к звеньям приложены указанные на схеме силы или моменты сил. Заданы моменты инерции звеньев или их массы. Массами звеньев, не указанных в условиях задач, пренебречь.

### 3.5.12.

$$F_3 = 200 \text{ Н};$$

$$m_3 = 2 \text{ кг};$$

$$l_{AB} = 100 \text{ мм};$$

$$l_{BC} = 250 \text{ мм};$$

$$\angle \varphi_1 = 90^\circ.$$

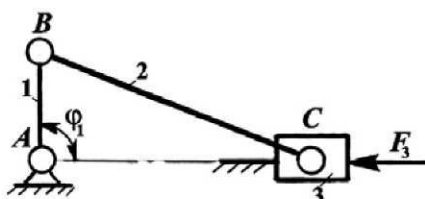


Рисунок 3.5.12

### 3.5.13.

$$F_3 = 100 \text{ Н};$$

$$M_1 = 20 \text{ Н} \cdot \text{М};$$

$$m_3 = 1 \text{ кг};$$

$$l_{AB} = 100 \text{ мм};$$

$$l_{BC} = 250 \text{ мм};$$

$$\angle \varphi_1 = 90^\circ.$$

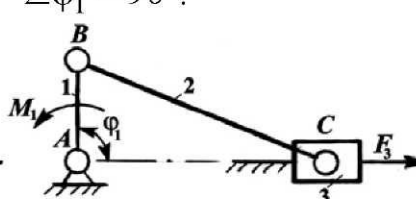


Рисунок 3.5.13

### 3.5.14.

$$F_3 = 200 \text{ Н}; F_5 = 400 \text{ Н};$$

$$m_3 = 2 \text{ кг}; m_5 = 3 \text{ кг};$$

$$l_{AB} = 200 \text{ мм};$$

$$l_{BC} = l_{BD} = 400 \text{ мм};$$

$$\angle \varphi_1 = 90^\circ.$$

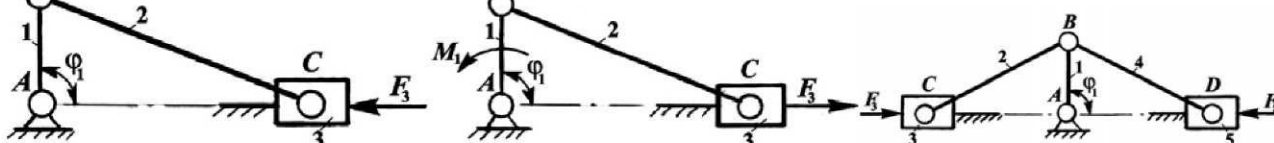


Рисунок 3.5.14

### 3.5.15.

$M_3 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{3D} = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 100 \text{ мм}; l_{BC} = l_{CD} = 200 \text{ мм};$   
 $\angle \varphi_1 = \angle \varphi_{2,3} = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 45^\circ.$

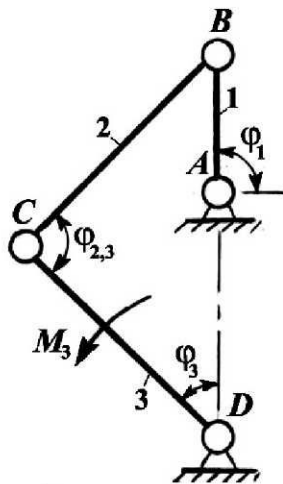


Рисунок 3.5.15

### 3.5.16.

$M_3 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{3D} = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $l_{AB} = 100 \text{ мм};$   
 $\angle \varphi_1 = 90^\circ; \angle \varphi_3 = 45^\circ.$

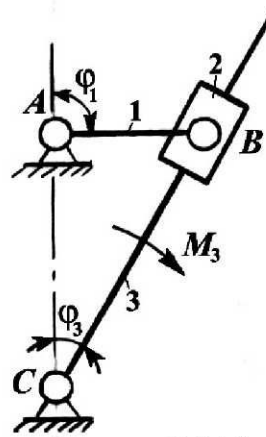


Рисунок 3.5.16

В задачах 3.5.17–3.5.19 приведены схемы зубчатых механизмов, массы звеньев, числа зубьев колес и моменты инерции. Приведена схема приложения моментов сил и их значения. Требуется определить угловое ускорение, с которым начнет вращаться колесо 1, а в задаче 3.5.19 – водило  $H$ .

### 3.5.17.

$M_1 = 9 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $M_2 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{S_1} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{S_2} = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $z_1 = 20;$   
 $z_2 = 40.$

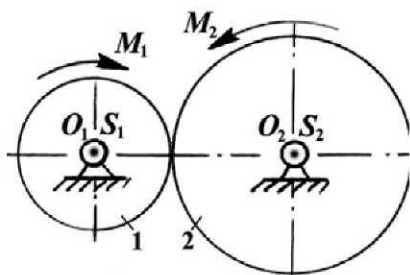


Рисунок 3.5.17

### 3.5.18.

$M_1 = 8 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $M_3 = 3 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_{S_1} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{S_2} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{S_3} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $z_1 = z_2 = 20; z_3 = 30.$

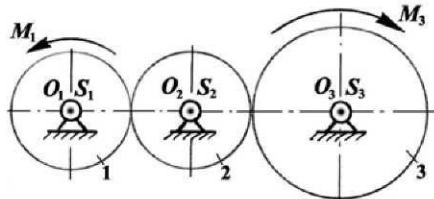


Рисунок 3.5.18

### 3.5.19.

$M_H = 10 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $M_3 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м};$   
 $I_H = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_2 = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_{2'} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $I_3 = 0,06 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$   
 $z_1 = 58; z_2 = 18;$   
 $z_{2'} = 20; z_3 = 60.$

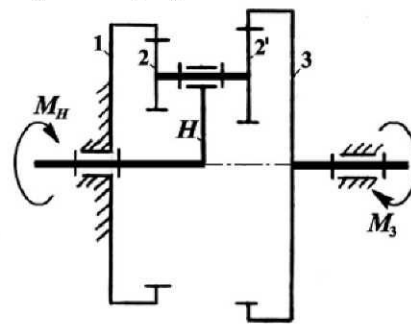


Рисунок 3.5.19

## ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: «Наука», 1988.
2. Артоболевский, И.И. Сборник задач по теории механизмов и машин / И.И. Артоболевский, Б.В. Эдельштейн. – М.: «Наука», 1978.
3. Баранов, Г.Г. Курс теории механизмов и машин / Г.Г. Баранов. – М.: «Машиностроение», 1975.
4. Воспуков, В.К. Кинематические схемы сельскохозяйственных машин / В.К. Воспуков. – Мн.: «Колос», 1981.
5. Теория механизмов и машин. Сборник контр. работ и курсовых проектов / Под ред. Н.В. Алехновича. – Мн.: «Вышэйшая школа», 1970.
6. Кожевников, С.Н. Теория механизмов и машин / С.Н. Кожевников. – М.: «Машиностроение», 1972.
7. Крайнев, А.Ф. Словарь-справочник по механизмам / А.Ф. Крайнев. – М.: «Машиностроение», 1987.
8. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / Под ред. Г. Н. Девойко. – Мн.: «Вышэйшая школа», 1986.
9. Лачуга, Ю.Ф. Теория механизмов и машин. Кинематика, динамика и расчет / Ю.Ф. Лачуга, А.Н. Воскресенский, М.Ю. Чернов. – М.: «Колос», 2007.
10. Левитский, С.Н. Теория механизмов и машин / С.Н. Левитский. – М.: «Наука», 1999.
11. Озол, О.Г. Теория механизмов и машин / О.Г. Озол. – М.: «Наука», 1984.
12. Попов, С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин / Под ред. К. В. Фролова; С.А. Попов, Г.А. Тимофеев. – М.: «Вышэйшая школа», 2002.
13. Теория механизмов и машин / Под ред. Ш. Ф. Марголина. – Мн.: «Вышэйшая школа», 1972.
14. Филонов, И.П. Теория механизмов, машин и манипуляторов / И.П. Филонов, П.П. Анципорович, В.К. Акулич. – Мн.: «Дизайн ППО», 1998.
15. Фролов, К.В. Теория механизмов и машин / Под ред. К. В. Фролова; К.В. Фролов [и др.]. – М.: «Высшая школа», 1987.
16. Юдин, В.А. Сборник задач по теории механизмов и машин / В.А. Юдин, Г.А. Барсов, Ю.Н. Чупин. – М.: «Высшая школа», 1982.