

**ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ РАСЧЕТЫ МЕХАНИЗМОВ
И МАШИН В СИСТЕМЕ MICROSOFT EXCEL**

Учебник

В учебнике введены понятия компьютерной математики – операторы, операторные функции, базовые алгоритмы и др., предоставляющие возможность осуществления формализации алгоритмов кинематических и динамических расчетов механизмов в ходе автоматизированных расчетов и проектирования механизмов и машин. Приведена методика организации проектирования при осуществлении расчетов на персональных компьютерах с использованием библиотеки необходимых стандартных программ. Стандартные программы и примеры программной реализации алгоритмов разработаны в системе *Microsoft Excel*. Библиотека стандартных программ и примеры программной реализации алгоритмов приведены на прилагаемом к книге *CD*. Библиотека стандартных программ охватывает кинематические и динамические расчеты шарнирных, кулачковых и зубчатых механизмов, а также вопросы динамического расчета машинных агрегатов.

Учебник предназначен для инженеров, которые заняты автоматизированным проектированием механизмов, и студентов технических вузов.

Содержание

| | |
|---|----|
| Введение | 7 |
| Раздел первый Формализованные алгоритмы машиноведческих расчетов в системе <i>Microsoft Excel</i> | 11 |
| Глава 1. Разработка проектов в системе <i>Microsoft Excel</i> | 11 |
| 1.1. Общие сведения о системе <i>Microsoft Excel</i> | 11 |
| 1.2. Ввод числовых данных в ячейки таблиц | 13 |
| 1.3. Ввод текстовых данных в ячейки таблиц | 15 |
| 1.4. Ввод формул | 16 |
| 1.5. Ссылки на ячейки и диапазоны ячеек | 18 |
| 1.6. Создание именованных констант | 20 |
| 1.7. Вставка функций | 21 |
| 1.8. Массивы | 24 |
| 1.9. Копирование формул | 26 |
| 1.10. Инсталляция операторных функций | 27 |
| 1.11. Оформление расчетов, выполненных в системе <i>Excel</i> | 29 |
| Глава 2. Формализация операторными функциями некоторых алгоритмов математического анализа | 30 |
| 2.1. Понятие операторной функции..... | 30 |
| 2.2. Принципы применения операторных функций для формализации базовых и вычислительных алгоритмов решения задач инженерной механики | 33 |
| 2.3. Операторные функции базовых вычислительных алгоритмов математического анализа | 35 |
| 2.4. Операторные функции формализации базовых вычислительных алгоритмов простейших векторных преобразований | 40 |
| 2.5. Принципы записи алгоритмов расчета механизмов, формализованных операторными функциями базовых вычислительных алгоритмов | 47 |

| | |
|---|------------|
| 2.6. Пример реализации алгоритма расчета перемещений и скоростей точек и звеньев шарнирного четырехзвенного механизма | 50 |
| Раздел второй Формализация функциональных базовых алгоритмов синтеза и анализа механизмов | 57 |
| Глава 3. Формализация алгоритмов синтеза шарнирных четырехзвенных механизмов | 57 |
| 3.1. Общая характеристика шарнирных механизмов | 57 |
| 3.2. Алгоритмы синтеза механизма шарнирного четырехзвенника | 62 |
| 3.3. Синтез кривошипно-ползунного механизма | 76 |
| 3.4. Синтез кривошипно-кулисного механизма | 77 |
| Глава 4. Формализация алгоритмов кинематического расчета шарнирных механизмов | 80 |
| 4.1. Общие сведения о кинематике шарнирных механизмов | 80 |
| 4.2. Кинематика звеньев, соединенных вращательной кинематической парой | 82 |
| 4.3. Кинематика звеньев, соединенных поступательной кинематической парой | 84 |
| 4.4. Алгоритмы определения линейных и угловых перемещений звеньев структурных групп второго класса | 86 |
| 4.5. Алгоритмы определения угловых скоростей звеньев и линейных скоростей их характерных точек для структурных групп второго класса | 94 |
| 4.6. Алгоритмы определения угловых ускорений звеньев и линейных ускорений их характерных точек для структурных групп второго класса | 107 |
| 4.7. Пример составления алгоритма кинематического расчета многозвенного шарнирного механизма | 122 |
| Глава 5. Формализация алгоритмов силового расчета шарнирных механизмов | 129 |
| 5.1. Цель и задачи силового расчета механизмов | 129 |
| 5.2. Определение силовых факторов системы внешних сил при расчетах механизмов | 132 |

| | |
|--|------------|
| 5.3. Особенности определения реакций связей в кинематических парах шарнирных механизмов | 137 |
| 5.4. Принципы построения алгоритмов определения сил реакций в кинематических парах структурных групп..... | 139 |
| 5.5. Алгоритмы определения сил реакций в кинематических парах структурных групп | 143 |
| 5.6. Силовой расчет входных звеньев | 156 |
| 5.7. Пример составления алгоритма силового расчета многозвенного шарнирного механизма..... | 158 |
| Глава 6. Анализ и синтез кулачковых механизмов..... | 163 |
| 6.1. Основные характеристики и параметры | 163 |
| 6.2. Определение законов движения толкателей | 166 |
| 6.3. Определение основных размеров кулачковых механизмов и координат профилей кулачков | 170 |
| 6.4. Графический синтез профилей кулачков при известных законах движения толкателей и основных размерах механизма | 188 |
| Глава 7. Анализ, кинематика зубчатых механизмов и синтез зацеплений зубчатых колес | 191 |
| 7.1. Общая характеристика алгоритмов кинематического расчета зубчатых механизмов и геометрического расчета зацеплений зубчатых колес | 191 |
| 7.2. Основная теорема зацепления..... | 192 |
| 7.3. Кинематика зубчатых механизмов | 194 |
| 7.4. Эвольвентное зубчатое зацепление | 202 |
| 7.5. Образование зубьев при изготовлении зубчатых колес стандартной инструментальной зубчатой рейкой..... | 205 |
| Глава 8. Качественные характеристики эвольвентного зацепления и алгоритмы геометрического расчета зубчатых колес..... | 213 |
| 8.1. Зацепление эвольвентных зубчатых колес | 213 |
| 8.2. Качественные характеристики эвольвентного зацепления | 216 |
| 8.3. Алгоритмы для определения величин коэффициентов смещений зубчатых колес с заданными эксплуатационными свойствами..... | 222 |
| 8.4. Пространственные зубчатые механизмы..... | 227 |
| 8.5. Алгоритмы геометрических расчетов передач зацеплением..... | 239 |

| | |
|--|---------|
| Глава 9. Динамика машинных агрегатов | 254 |
| 9.1. Цель и задачи динамического расчета машинного агрегата..... | 254 |
| 9.2. Формы записи дифференциальных уравнений движения механизма с использованием приведенных величин..... | 255 |
| 9.3. Уравнения движения механизма в интегральной форме с использованием приведенных величин..... | 263 |
| 9.4. Регулирование равномерности движения звеньев механизмов .. | 269 |
| 9.5. Определение размеров маховика и выбор места его установки.. | 276 |
| Раздел третий Выполнение расчетов при проектировании механизмов и машин | 278 |
| Глава 10. Методические указания к выполнению расчетов | 278 |
| 10.1. Применение системы автоматизированных расчетов при проектировании механизмов и машин | 278 |
| 10.2. Рекомендации по проведению расчетов геометрического синтеза механизмов | 281 |
| 10.3. Рекомендации по проведению расчетов при кинематическом анализе рычажного механизма..... | 283 |
| 10.4. Рекомендации по проведению силовых расчетов рычажных механизмов | 284 |
| 10.5. Рекомендации по проведению динамического расчета механизма | 285 |
| Глава 11. Пример выполнения расчетов механизмов машин в системе <i>Microsoft Excel</i> | 286 |
| 11.1. Анализ исходных данных для расчета | 286 |
| 11.2. Определение геометрических размеров звеньев механизма манипулятора | 289 |
| 11.3. Геометрический расчет зубчатых колес | 291 |
| 11.4. Определение геометрических размеров кулачкового механизма | 296 |
| 11.5. Кинематический расчет механизма манипулятора..... | 301 |
| 11.6. Определение реакций в кинематических парах механизма манипулятора | 309 |
| 11.7. Динамический расчет механизма | 313 |
| Список литературы | 318 |

Создание машин сопровождается выполнением разного рода расчетов, связанных с проектированием механизмов, конструированием деталей машин и оценкой ресурсов их работоспособности. Особую роль среди них занимают кинематические и динамические расчеты, предшествующие другим вычислительным работам. По результатам этих расчетов выбирают материалы деталей, их геометрические размеры и формы.

Далее определению подлежат системы внешних сил, действующих на звенья механизмов и детали машин, складывающиеся из нагрузок, возникающих при выполнении машиной производственных функций. Точные их значения можно определить только из решения уравнений движения звеньев механизмов, по результатам которых можно установить законы их движения. После установления системы внешних сил определяют реакции в кинематических парах при силовом взаимодействии звеньев механизма.

При известных законах движения звеньев механизмов становится возможным решение задач кинематического синтеза размеров звеньев и анализа закономерностей их движения. По результатам синтеза и анализа при проектировании механизмов определяют основные геометрические размеры звеньев и деталей, координаты осей вращения и направляющих движения звеньев, соответствующие кинематическим характеристикам и динамическому расчету. Только после выполнения этих работ принимают расчетные схемы для расчетов на прочность, жесткость и износостойкость деталей машин.

Современное машиностроение характеризуется повсеместным внедрением информационных технологий при проектировании машин и изготовлении их деталей. В настоящее время нельзя спроектировать оптимальную конструкцию машины, не применяя методы автоматизированных расчетов и проектирования механизмов и их деталей. Также нельзя изготовить детали высокого качества, не применяя станков с программным управлением.

В связи с этим возникают и новые требования к выполнению машиностроительных расчетов, всегда сопутствующих созданию машины и диагностике ее работы во время эксплуатации. В практике работы современных конструкторских бюро применяются различные пакеты программ систем автоматизированного проектирования и расчетов для применения при

конструировании деталей и узлов машин. К ним относятся различные версии *AutoCAD*, *MathCAD*, *MathLAB* и подобные им системы проектирования и расчетов. Особенности этих пакетов являются их ориентация на профессионалов высокой квалификации, как в области пользователей программного обеспечения, так и в областях их профессиональной деятельности, а также частое (в настоящее время практически ежегодное) обновление программных версий.

В данном учебнике использован метод формализации алгоритмов кинематического, динамического синтеза и анализа механизмов машинных агрегатов, основанный на представлении алгоритмов расчета машины или механизма совокупностями частных алгоритмов – выполнения чисто математических операций или решения конкретной машиноведческой задачи, базовыми и вычислительными алгоритмами. Эти алгоритмы обозначают соответствующими операторными функциями, каждой из которых поставлена в соответствие стандартная программа из прилагаемой библиотеки. Такой подход к выполнению машиноведческих расчетов позволяет выполнить все необходимые кинематические и динамические расчеты с применением персональных компьютеров для реализации формализованных алгоритмов расчетов.

При формализации алгоритмов кинематического и динамического синтеза и анализа механизмов машинных агрегатов операторными функциями расчетчик использует знания основных положений и понятий инженерной механики, теории механизмов и машин и понятия операторных функций, базовых и вычислительных алгоритмов. Формализованная операторными функциями математическая модель кинематического или динамического процесса, протекающего при работе механизма, лишается физической сущности, и ее реализация становится чисто вычислительной работой. Понятия операторных функций, базовых и вычислительных алгоритмов и методика их применения приведены в первом разделе учебника.



Учебник соответствует учебным программам и требованиям, предъявляемым к учебным пособиям по общеинженерным дисциплинам для подготовки бакалавров по направлению "Инженерная механика", и может быть полезна при выполнении расчетов и курсовых проектов по инженерной механике и теории механизмов и машин. Приведенные в пособии основные сведения по инженерной механике позволяют расчетчику

составить алгоритмы решения задач синтеза и анализа механизмов, а сведения по операторным функциям и базовым алгоритмам – формализовать задачу и привести алгоритмы анализа и синтеза механизмов к виду, удобному для программной реализации.



Все приведенные программы выполнены в *Visual Basic for Application* и интегрированы в *Microsoft Excel*, входящий в стандартный комплект поставки *Microsoft Office*, предназначенный для работы под управлением операционной среды *Windows*. Это позволило свести к минимуму составление программ реализации алгоритмов в циклических расчетах, так как при представлении программ в системе *Microsoft Excel* достаточно менять значения обобщенной координаты для получения строки результатов в таблице *Microsoft Excel*.



Программное обеспечение, включающее и библиотеку стандартных программ, разработаны авторами на кафедрах Института машиностроения Одесского национального политехнического университета. Приведенное в этом учебном пособии программное обеспечение апробировано с 1990 г. путем использования как в практике работы конструкторских бюро СССР и Украины, так и в учебном процессе Одесского национального политехнического университета. В 1999 г. оно было доработано под систему *Microsoft Excel* и апробировано в учебном процессе. Опыт применения учебно-методических материалов и библиотеки операторных функций показал, что студенты быстро усваивают методы формализации алгоритмов и их реализацию на персональных компьютерах, с обеспечением прочных и устойчивых знаний по инженерной механике при проведении машиноведческих расчетов.



Все главы учебника написаны авторами совместно.



Все операторные функции, базовые и вычислительные алгоритмы и соответствующие им программы их компьютерной реализации сведены в библиотеку операторных функций для автоматизированных расчетов. Библиотека и приметы расчета механизмов приведенные на *CD*, прилагаемом к учебнику.



В третьем издании учебника исправлены ошибки, выявленные при работе с книгами предыдущих изданий. Авторы выражают благодарность всем читателям, которые сообщили о замеченных ошибках. Изменена структура некоторых операторных функций с учетом трудностей, которые возникали у студентов при выполнении машиностроительных расчетов. Структура книги претерпела некоторые изменения в связи с переносом описания операторных функций из приложений в текст книги.



Мнемонические обозначения, используемые в книге


| | | | |
|--|--|--|---|
| | Алгоритм | | Важный вывод |
| | Определение Понятие Важный термин | | Предупреждение Внимание |
| | Операторная функция | | Совет |
| | Пример | | Примечание Важная информация |

Раздел первый

Формализованные алгоритмы машиноведческих расчетов в системе *Microsoft Excel*

Глава 1. Разработка проектов в системе *Microsoft Excel*

1.1. Общие сведения о системе *Microsoft Excel*

 Система *Microsoft Excel* (часто называемая электронной таблицей) – это пакет программ для обработки и графического представления табличных данных. Система *Microsoft Excel* входит в стандартный пакет поставки *Microsoft Office* и предназначен для работы под управлением операционной среды *Windows* и содержит многие типичные для *Windows*-приложений элементы. Окно *Excel* состоит из заголовка, где отображается название приложения и открытого файла (рис. 1.1), строки меню и стан-

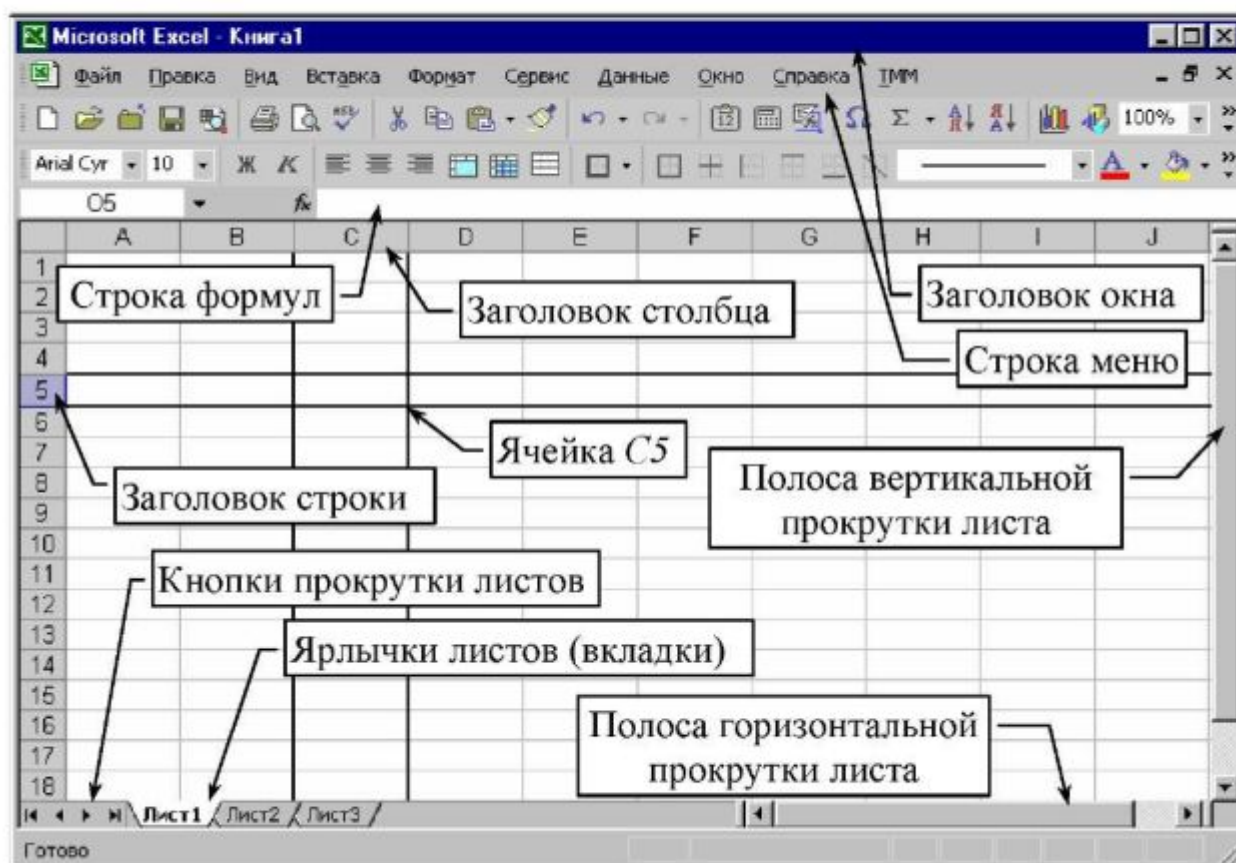



Рис. 1.1. Окно *Excel*

дартной панели инструментов (похожих по виду и назначению на аналогичные панели большинства *Windows*-приложений), и некоторых специфических элементов, о которых подробнее будет сказано ниже.

 **Файл Excel**, используемый для обработки и хранения данных, называется *книга*. Каждая книга состоит из одного и более *листов*. Листы бывают двух типов: *листы таблиц* (рис. 1.2) – служат для организации данных и операций над ними; и *листы диаграмм* (рис. 1.3) – служат для размещения на них графической информации.

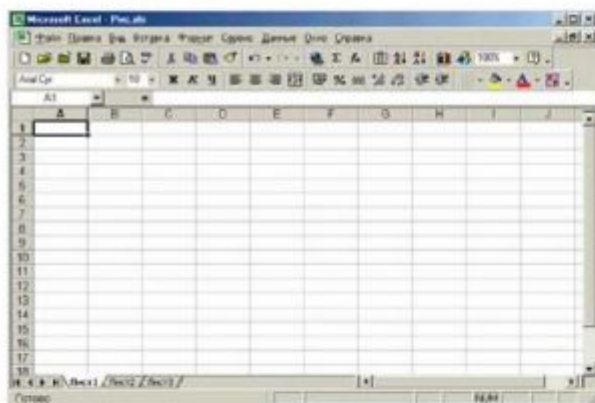


Рис. 1.2. Листы таблиц Excel

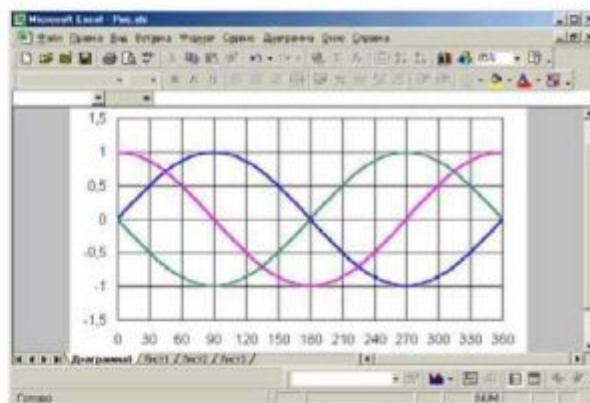



Рис. 1.3. Листы диаграмм Excel

Имена листов отображаются на *ярлычках* (вкладках) в нижней части окна книги (см. рис. 1.1). Для перехода с одного листа на другой следует щелкнуть мышкой на соответствующем ярлычке. Название активного листа выделено жирным шрифтом.

Лист таблицы представляет собой поле, состоящее из *ячеек* (см. рис. 1.1, рис. 1.2) и является своего рода заготовкой таблицы. Столбцы таблицы обозначены буквами латинского алфавита, строки обозначены цифрами. Каждая ячейка имеет *имя* – обозначение ячейки, состоящее из обозначения столбца и обозначения строки, на пересечении которых ячейка расположена, т.е. имя ячейки содержит ее координаты на листе – *адрес*

 *ячейки*. Например, ячейка **C5** (см. рис. 1.1) расположена на пересечении столбца **C** и строки **5**.

В ячейку может быть записана *константа*, например: строка текста, число, дата; или *формула* – в этом случае в ячейке отображается результат вычисления по этой формуле.

Для ввода и редактирования констант и формул в *Excel* служит панель в верхней части окна (см. рис. 1.1), называемая *строкой формул*.

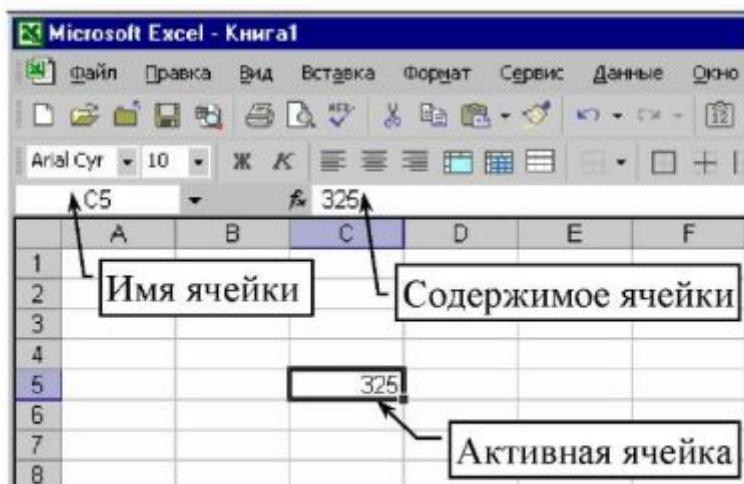


Рис. 1.4. Строка формул таблиц Excel

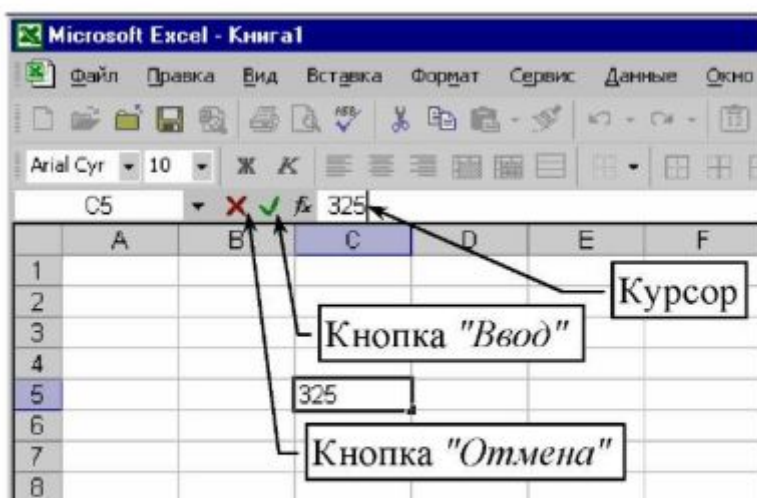


Рис. 1.5. Режим ввода и редактирования строки формул Excel

Строку формул можно использовать для просмотра содержимого ячейки и для ввода и редактирования формул и данных.

Строка формул состоит из двух полей (рис. 1.4): в левом поле отображается имя активной ячейки, а в правом – содержимое (константа или формула, записанная в ячейку).

Например, на рис. 4 в ячейку C5 записана числовая константа 325.

Если в правом поле щелкнуть мышкой, то строка формул переключается в режим ввода и редактирования (рис. 1.5). При этом в правом поле появляется курсор, а в строке формул добавляются кнопки "Ввод" и "Отмена" – выход из режима ввода и редактирования

соответственно с сохранением и без сохранения изменений содержимого ячейки. Действие кнопок "Ввод" и "Отмена" эквивалентно нажатию клавиш *ENTER* и *ESC* на клавиатуре.

1.2. Ввод числовых данных в ячейки таблиц

В Excel числовые данные могут быть введены при помощи следующих символов: чисел от нуля до девяти, знаков "плюс" и "минус", круглых скобок и символа "E" или "e".

Стоящий перед числом знак "плюс" игнорируется, а запятая интерпретируется как разделитель десятичных разрядов. Все другие сочетания символов, состоящие из цифр и нецифровых символов, рассматриваются как текст. Перед отрицательным числом необходимо ввести знак "минус". Число, заключенное в круглые скобки, также интерпретируется как отрицательное. Символ "E" служит для представления числа в экспоненциальной форме. Например, число 10^{20} в Excel должно быть записано как "1,00E+20".

Введенные числа автоматически выравниваются в ячейке по правому краю. Чтобы изменить выравнивание (например, расположить число или текст по центру ячейки или прижать его к противоположному краю), надо выполнить следующие действия.

АЛГОРИТМ – Выравнивание данных в ячейках

1. Выделить нужные ячейки.
2. В меню *Формат* выбрать команду *Ячейки*.
3. На вкладке *Выравнивание* (рис. 1.6) установить необходимые параметры.

Введенное число отображается в *общем числовом формате*. Целое число, представленное в таком формате, отображается на экране без нулей после запятой. Десятичная дробь отображается с произвольным количеством десятичных знаков. Используя общий формат, можно отобразить до 11 разрядов, включая десятичные запятые и такие символы, как "E" и "-". Ес-

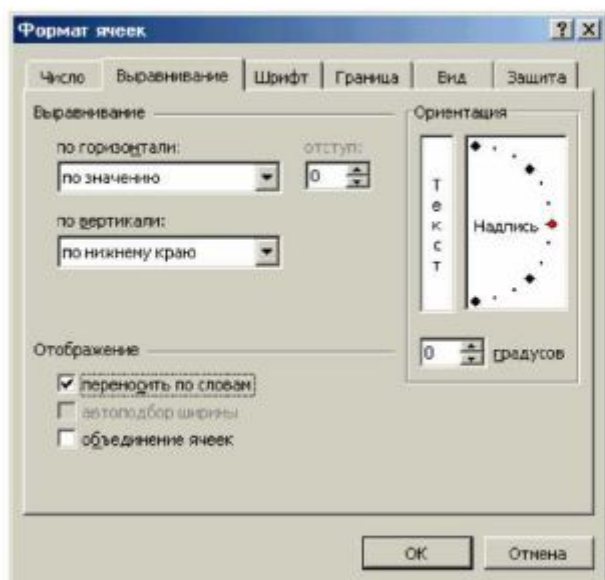


Рис. 1.6. Выравнивание данных в ячейках таблиц Excel

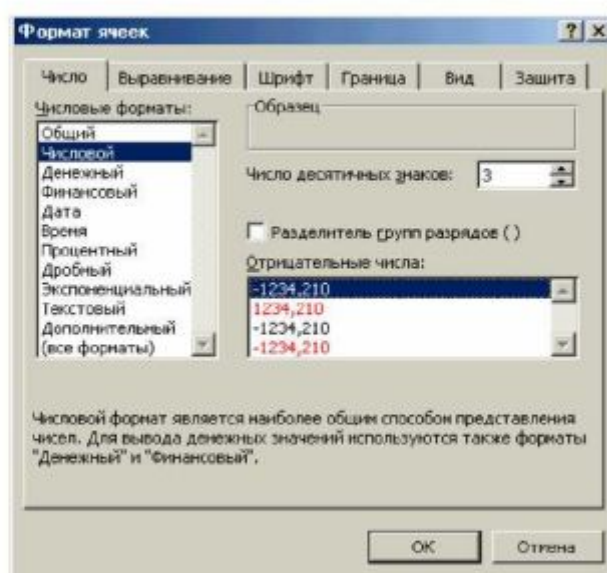


Рис. 1.7. Изменение числового формата в ячейках таблиц Excel

ли число длиннее ширины ячейки, оно автоматически переводится в экспоненциальную форму представления. Чтобы изменить числовой формат (например, представить число с тремя знаками после запятой), надо выполнить следующие действия.



АЛГОРИТМ – Изменение числового формата

1. Выделить нужные ячейки.
2. В меню Формат выбрать команду Ячейки.
3. На вкладке Число (рис. 1.7) выбрать необходимый формат.



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Независимо от количества отображаемых разрядов, числа хранятся с точностью до 15 разрядов. Если число имеет больше 15 значащих знаков, то разряды после 15-го преобразуются в нули.

1.3. Ввод текстовых данных в ячейки таблиц

В *Microsoft* текстом является любая последовательность, состоящая из цифр, пробелов и нецифровых символов, например, приведенные ниже записи интерпретируются как текст: "Вектор V_{ba} ", "Сила F ", "208 4675", "XA258LP".

Введенный текст автоматически выравнивается в ячейке по левому краю. Изменить выравнивание текстовых данных можно так же, как числовых. Чтобы начать в ячейке новую строку, нужно нажать клавиши *ALT+ENTER*. Для того, чтобы в ячейке ограниченной ширины разместить длинную строку, нужно выполнить следующие действия.



АЛГОРИТМ – Размещение в ячейке длинной строки

1. Выделить нужные ячейки.
2. В меню Формат выбрать команду Ячейки.
3. На вкладке Выравнивание установить маркер Переносить по словам.

Ввод математических символов и букв греческого алфавита. При оформлении технических расчетов некоторые величины требуется обозначить символами, которых нет на стандартной клавиатуре. Для вставки такого символа нужно выполнить следующие действия



АЛГОРИТМ – Ввод специальных символов

1. Установить курсор в ячейке в нужную позицию.
2. В списке шрифтов выбрать шрифт *Symbol*.

3. Нажать клавишу *ALT* и, удерживая ее, набрать на цифровой клавиатуре код соответствующего символа, приведенный в табл. 1.1, после чего – отпустить клавишу *ALT*

Если за вставленным символом в ячейке следует текст, то нужно переключить шрифт на основной (выбрать в списке шрифтов нужный).

Таблица 1.1 – Коды символов

| Параметр | Символы и соответствующие им коды | | | | | | | | | |
|-------------|-----------------------------------|-----------|----------|------------|-------------|------------|-----------|-----------|-------------|----------------|
| Символ | α | γ | ν | υ | Δ | Ω | \leq | \times | \oplus | \neq |
| Код символа | 097 | 0103 | 0110 | 0117 | 068 | 087 | 0163 | 0180 | 1157 | 1163 |
| Символ | β | η | π | ϖ | ϑ | Ξ | \geq | \cdot | \emptyset | \subset |
| Код символа | 098 | 0104 | 0112 | 0118 | 074 | 088 | 0179 | 1175 | 1158 | 1164 |
| Символ | χ | ϕ | θ | ω | Λ | Ψ | \neq | \pm | \cap | \subseteq |
| Код символа | 099 | 0106 | 0113 | 0119 | 076 | 089 | 0185 | 0177 | 1159 | 1165 |
| Символ | δ | κ | ρ | ξ | Θ | f | \approx | ∞ | \cup | \in |
| Код символа | 0100 | 0107 | 0114 | 0120 | 081 | 0166 | 0187 | 0165 | 1160 | 1166 |
| Символ | ε | λ | σ | ψ | Σ | ∂ | \equiv | \propto | \supset | \notin |
| Код символа | 0101 | 0108 | 0115 | 0121 | 083 | 0182 | 0186 | 0181 | 1161 | 1167 |
| Символ | ϕ | μ | τ | ζ | ς | \angle | \div | \otimes | \supseteq | $\sqrt{\quad}$ |
| Код символа | 0102 | 0109 | 0116 | 0122 | 086 | 1168 | 1265 | 1156 | 1162 | 1174 |



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Если при вставке символов не переключить текущий шрифт на шрифт *Symbol*, то на экране отобразятся значки, отличные от приведенных в таблице.

1.4. Ввод формул

Формула в *Microsoft Excel* представляет собой строку (рис. 1.8), состоящую из имени ячейки, в которой будет отображаться результат вычислений по этой формуле, и знака равенства "=", за которым следуют *операнды*, разделенные *операторами* вычислений. В качестве операндов формула может содержать константы (см. рис. 1.8) или имена других ячеек (рис. 1.9). Такой операнд называется *ссылка* и при вычислении формулы вместо ссылки автоматически будет подставлено значение или константа, содержащиеся в ячейке, имя которой указано в ссылке.

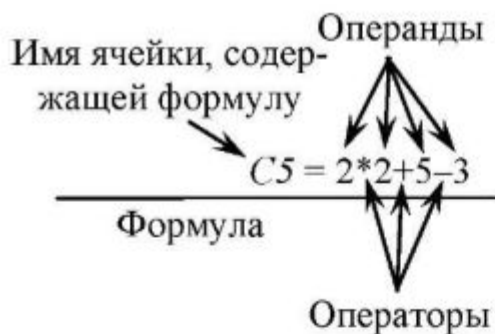


Рис. 1.8. Формула в Excel



Рис. 1.9. Операнд-ссылка в формуле Excel

Ячейка, содержащая формулу, называется *зависимой* ячейкой, если ее значение зависит от значений в других ячейках. Например, ячейка *C5* (см. рис. 1.9) является зависимой, так как она содержит формулу, имеющую в качестве одного из операндов ссылку на ячейку *D5*. Ячейка *D5* называется *влияющей* ячейкой. При изменении влияющей ячейки, происходит автоматический пересчет таблицы, и зависимая ячейка также изменяется.

Для выполнения арифметических операций, таких как сложение, вычитание, умножение, деление и возведение в степень в *Excel* в качестве операторов сложения и вычитания используются символы "+" и "-", умножения и деления – "*", "/", – возведения в степень – "^".



Например, три в степени два в *Excel* будет выглядеть как "3^2" (эквивалентно "3*3").

Действия в формулах *Microsoft Excel* выполняются слева направо начиная от знака равенства "=". Порядок вычислений определяется стандартными математическими правилами.



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Выражение "=11*22/33*44" эквивалентно $\frac{11 \cdot 22}{33} \cdot 44$, а не $\frac{11 \cdot 22}{33 \cdot 44}$.

Ввод формулы в ячейку осуществляется с помощью строки формул. Для этого выполняются следующие действия.



АЛГОРИТМ – Ввод формулы

1. Выделяется нужная ячейка листа (например, *C5*, рис. 1.10), при этом в поле имени автоматически помещается имя выделенной ячейки.
2. В поле содержимого ячейки вводится оставшаяся часть формулы, начиная со знака равенства "=" (например, на рис. 1.10 показан ввод формулы "C5=2*2+5-3").

3. Для завершения ввода формулы нужно нажать клавишу *ENTER* на клавиатуре или щелкнуть мышкой кнопку "Ввод" в строке формул. В ячейке отразится результат вычислений по введенной формуле (рис. 1.11).

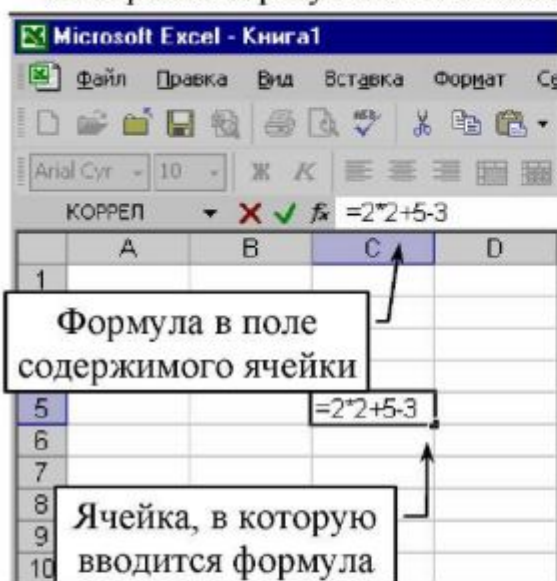


Рис. 1.10. Строка формул Excel

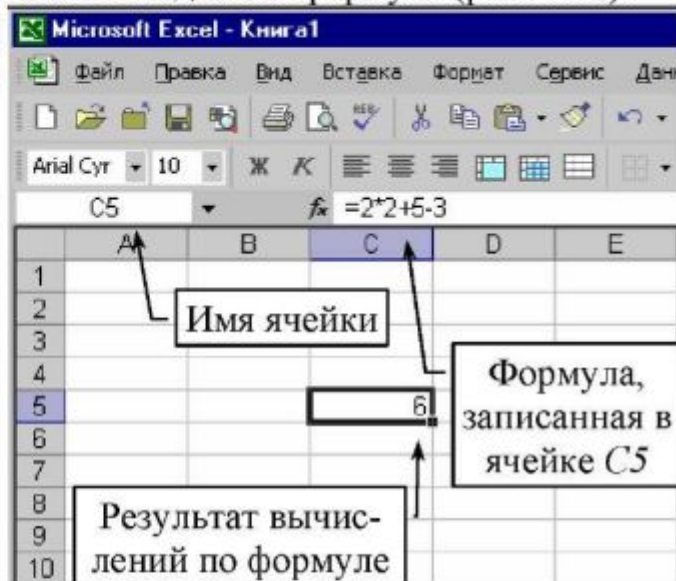


Рис. 1.11. Ввод формул в Excel

Если при вычислениях по некоторой формуле требуется использовать результат вычислений по другой формуле, то в качестве операнда указывается имя ячейки, в которой записана нужная формула. Например, если в ячейку *D5* необходимо поместить результат сложения содержимого ячейки *C5* и числа "5", то нужно записать формулу "*D5=C5+5*".



СОВЕТ

Для упрощенного ввода в формулу ссылки на ячейку надо установить курсор в требуемую позицию в строке формул и щелкнуть мышкой на нужной ячейке. При этом имя ячейки автоматически будет помещено в позицию курсора.

1.5. Ссылки на ячейки и диапазоны ячеек

Ссылка указывает на ячейку или диапазон ячеек листа и передает в *Excel* сведения о расположении значений или данных, которые требуется использовать в формуле. При помощи ссылок можно использовать в одной формуле данные, находящиеся в разных частях листа, а также использовать в нескольких формулах значение одной ячейки. Кроме того, можно задавать ссылки на ячейки других листов той же книги, на другие книги, а

также на данные других приложений. Ссылки на ячейки других книг называются *внешними*. Ссылки на данные других приложений называются *удаленными*.

Стиль ссылок A1. По умолчанию *Excel* использует стиль ссылок *A1*, в котором столбцы обозначаются буквами (от *A* до *IV*, всего не более 256 столбцов), а строки номерами (от 1 до 65536). Эти буквы и номера называются *заголовками строк и столбцов*.

Для ссылки на диапазон ячеек нужно ввести адрес ячейки, находящейся в левом верхнем углу диапазона, двоеточие ":", а затем – адрес ячейки, находящейся в правом нижнем углу диапазона. В таблице 1.2 приведены примеры ссылок.



Таблица 1.2 – Примеры ссылок

| Описание ссылки | Обозначение ссылки |
|---|--------------------|
| Ячейку в столбце A и строке 10 | A10 |
| Диапазон ячеек в столбце A и строках с 10 по 20 | A10:A20 |
| Диапазон ячеек в строке 15 и столбцах с B по E | B15:E15 |
| Все ячейки в строке 5 | 5:5 |
| Все ячейки в строках с 5 по 10 | 5:10 |
| Все ячейки в столбце H | H:H |
| Все ячейки в столбцах с H по J | H:J |

Стиль ссылок R1C1. В *Excel* можно использовать стиль ссылок, в котором нумеруются как строки, так и столбцы. В стиле ссылок *R1C1* положение ячейки указывается буквой "R", за которой идет номер строки, и буквой "C", за которой идет номер столбца.

Относительные и абсолютные ссылки. В зависимости от выполняемых задач в *Excel* можно использовать относительные ссылки, определяющие положение ячейки относительно положения ячейки формулы, или абсолютные ссылки, которые всегда указывают на конкретные ячейки. Относительные ссылки автоматически корректируются при их копировании, а абсолютные ссылки при копировании не изменяются.

Перед той частью ссылки, которая не должна изменяться, ставится знак доллара "\$". Если в обозначении ссылки и перед буквой и перед номером стоит знак доллара "\$", например \$A\$1, то ссылка и на столбец и на строку является абсолютной. Если знак доллара "\$" поставить только перед буквой, например \$A1, то ссылка на столбец будет абсолютной, а на строку – относительной. Если знак доллара поставить только перед цифрой, например A\$1, то ссылка на столбец будет относительной, а на строку – абсолютной.



СОВЕТ

Для переключения вида ссылки надо в строке формул выделить нужную ссылку и нажать клавишу *F4*. Каждое нажатие *F4* переключает тип ссылки в следующей последовательности: (для ячейки *C5*) $C5 \Rightarrow \$C\$5 \Rightarrow C\$5 \Rightarrow \$C5 \Rightarrow C5$.

1.6. Создание именованных констант

Как правило, в ходе расчета константы не изменяются. Вместо числовых значений констант (таких как длины звеньев механизма, скорость вращения входного звена и т.д.) в формулы удобно подставлять имена, соответствующие смыслу той или иной константы. Для этого (как правило, до начала расчета) нужно создать *именованные константы*. Именованные константы доступны на любом листе в пределах одной книги *Excel*. При сохранении книги константы также сохраняются. Для ввода констант в книгу *Excel* нужно выполнить следующие действия.



АЛГОРИТМ – Создание именованных констант

1. В меню *Вставка* выбрать пункт *Имя* и, далее, подпункт *Присвоить...* (рис. 1.12). В результате этих действий на экране появится окно "Присвоение имени" (рис. 1.13, а).
2. В поле "Имя" нужно ввести идентификатор константы, например "Loa", в поле "Формула" – величину константы, например "=1".
3. Щелкнуть кнопку "*Добавить*", при этом имя константы добавится в список заданных имен (рис. 1.13, б).
4. Для завершения ввода констант щелкнуть кнопку "*Ok*".

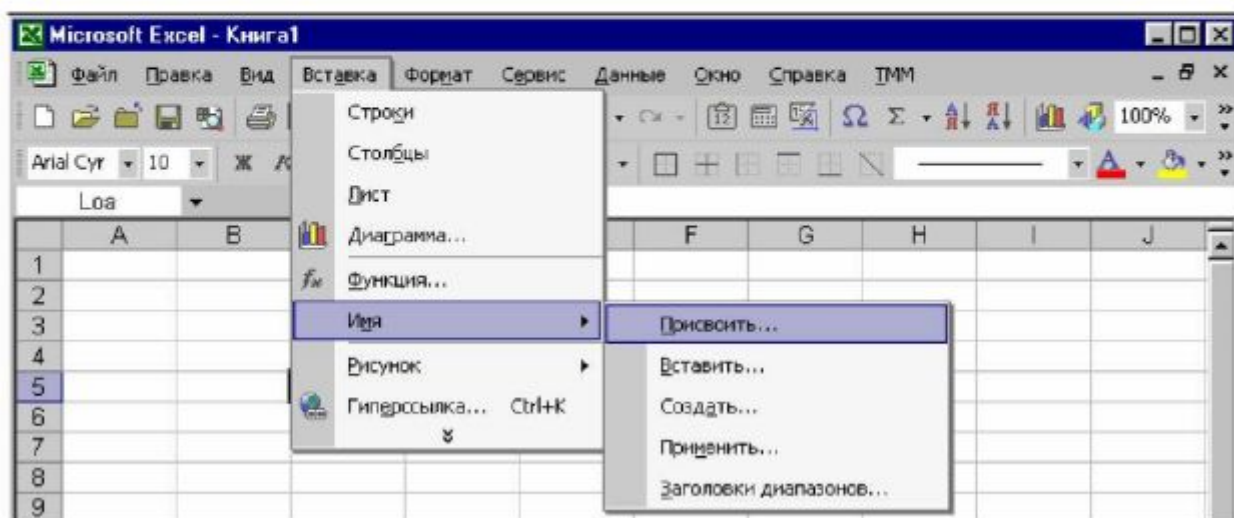


Рис. 1.12. К созданию именованных констант в таблицах *Excel*

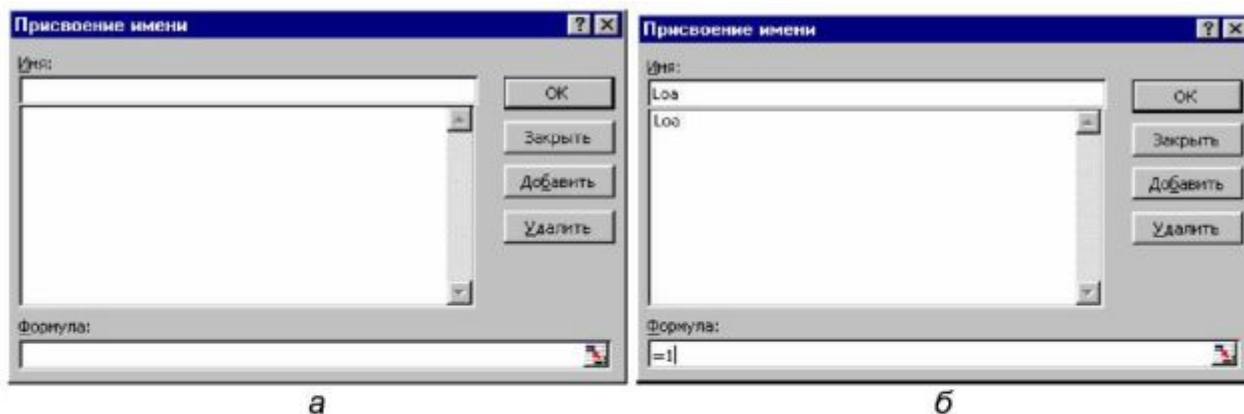


Рис. 1.13. К созданию именованных констант в таблицах Excel



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Идентификатор константы не должен совпадать с именем ячейки. Например, константу I_j нельзя обозначать идентификатором L1, т.к. в этом случае идентификатор будет совпадать с именем ячейки.



СОВЕТ

Идентификатор константы I_j можно обозначить идентификатором L_1.

1.7. Вставка функций

Функция – это стандартная формула, которая возвращает результат выполнения определенных действий над заданными величинами, называемыми аргументами. Аргументами могут являться числовые значения, ссылки на ячейки, массивы, текстовые строки и логические величины. Аргументы могут быть как константами, так и формулами, которые свою очередь, могут содержать другие функции. Структурно функция состоит из имени, за которым в скобках указываются аргументы, разделенные символом ";" – точка с запятой. Если название формулы начинается с функции, перед именем функции вводится знак равенства "=". Например, на рис. 1.14 показана структура



Рис. 1.14. Пример структуры функции СУММ, суммирующей значения в диапазоне ячеек

функции СУММ, суммирующей значения в диапазоне ячеек. В табл. 1.3 приведены основные математические функции *Excel*.

Таблица 1.3 – Основные математические функции *Excel*

| Функция | Возвращаемая функцией величина |
|------------------------------|---|
| ABS(число) | Модуль (абсолютная величина) числа |
| ACOS(число) | Арккосинус числа |
| ASIN(число) | Арсинус числа |
| ATAN(число) | Арктангенс числа. Угол определяется в радианах в диапазоне от $-\pi/2$ до $\pi/2$ |
| COS(угол в радианах) | Косинус заданного угла |
| SIN(угол в радианах) | Синус заданного угла |
| TAN(угол в радианах) | Тангенс заданного угла |
| ГРАДУСЫ(угол в радианах) | Угол в градусах |
| КОРЕНЬ(число) | Значение квадратного корня |
| ОКРУГЛ(число;число_разрядов) | Число, округленное до указанного количества десятичных разрядов |
| ПИ() | Число 3,14159265358979 – математическая константа π с точностью до 15 цифр |
| РАДИАНЫ(угол в градусах) | Угол в радианах |
| СТЕПЕНЬ(число;степень) | Результат возведения в степень |

Для вставки функций в формулу служит *мастер функций*. Последовательность действий при использовании мастера функций приведена ниже.



АЛГОРИТМ – Вставка функции

1. Выделить ячейку, в которую требуется вставить функцию.
2. Поставить курсор в поле содержимого строки формул. При этом включится режим редактирования содержимого ячейки, и в строке формул появятся кнопки "Ввод" и "Отмена".
3. В меню *Вставка* выбрать пункт *Функция...*. В результате этих действий появляется окно мастера функций (рис. 1.15).
4. В поле *Категория* появившегося окна нужно указать категорию функции, в открывшейся категории выбрать требуемую функцию и щелкнуть кнопку *Ок*. В результате этих действий на экране появится окно для ввода аргумента функции (рис. 1.16).

5. Ввести аргумент или аргументы функции.
6. Щелкнуть кнопку Ок для завершения вставки функции. При этом строка формул автоматически выйдет из режима редактирования и в ячейке отобразится результат расчета по соответствующей формуле. Например, на рис. 1.17 показана формула $C5=SIN(2,5)$, содержащая функцию.

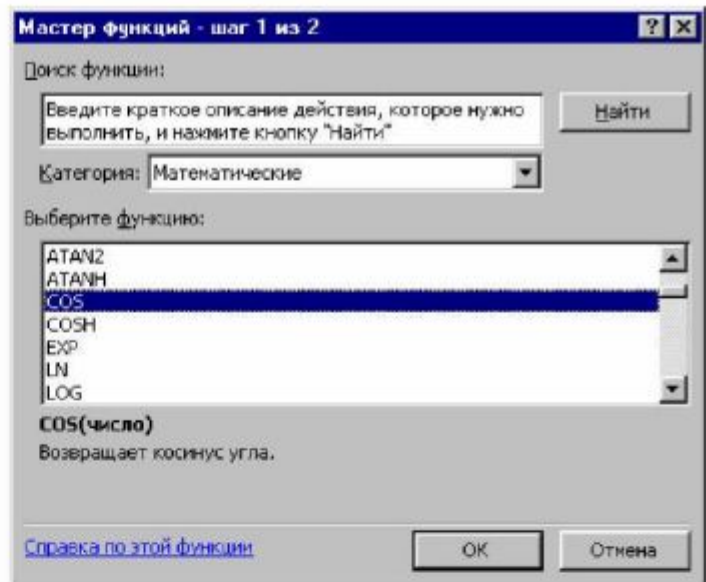


Рис. 1.15. К вставке функций в таблице Excel

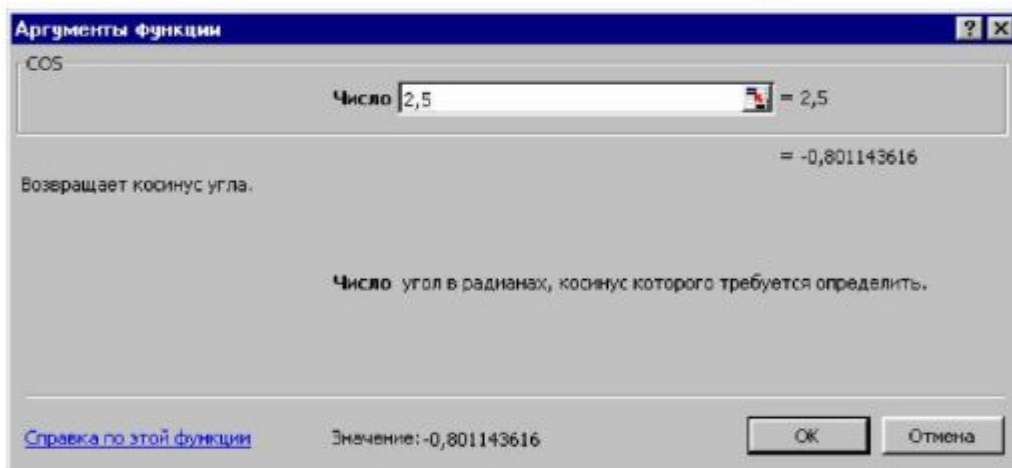


Рис. 1.16. К вставке функций в таблице Excel

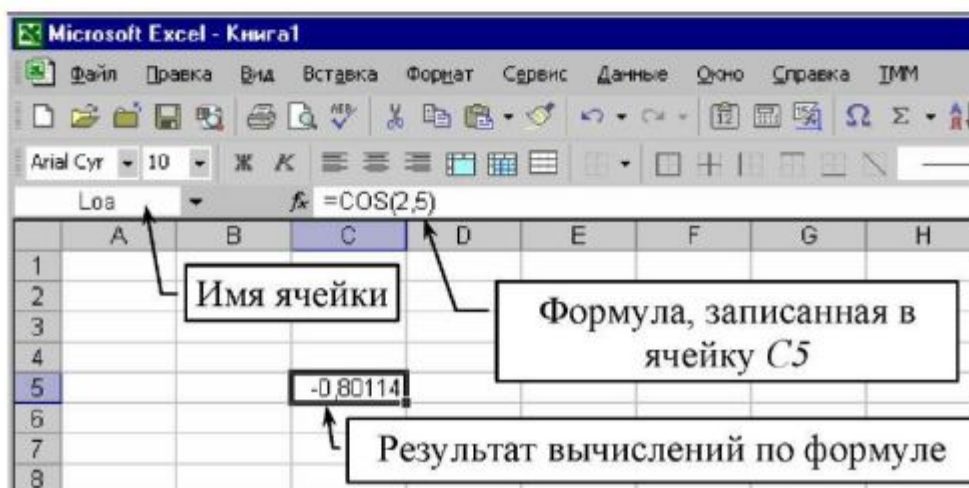


Рис. 1.17. К вставке функций в таблице Excel

В качестве аргумента функции может быть использована ссылка на ячейку. Например, для того, чтобы в качестве аргумента ранее рассмотренной функции использовать значение, содержащееся в ячейке A5, нужно в позицию аргумента функции вставить ссылку: "C5=COS(A5)" (рис. 1.18).

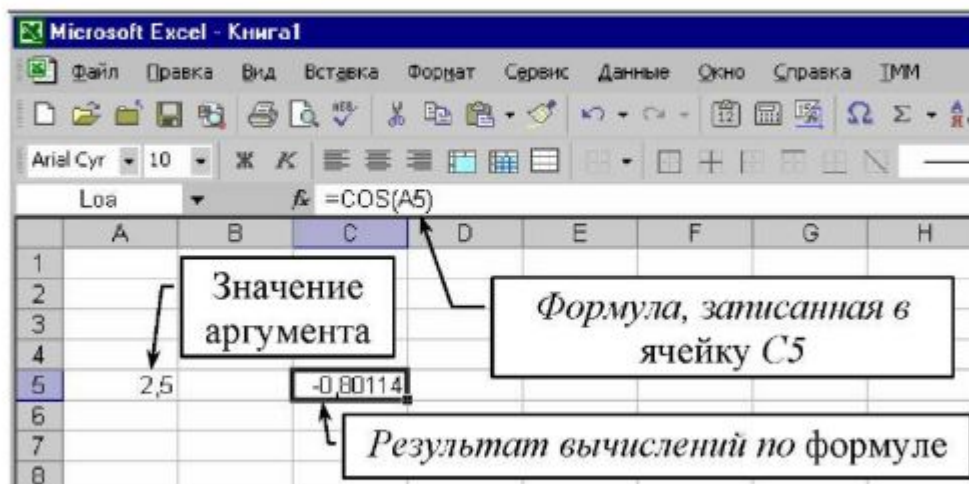


Рис. 1.18. К вставке функций в таблице Excel



СОВЕТ

Для упрощенной вставки в поле аргумента ссылки на ячейку нужно окно ввода аргумента оттащить мышкой в сторону и щелкнуть мышкой на соответствующей ячейке. При этом имя ячейки автоматически вставится в поле ввода аргумента функции.

1.8. Массивы

Для выполнения операций над рядами данных в Excel служат *массивы*. Массивы используются для работы с набором аргументов, расположенных в различных ячейках и сгруппированных по строкам или столбцам.

Если результатом вычисления по какой-либо формуле является массив значений, то для вывода результата создается *формула массива*. Для создания формулы массива нужно выполнить следующие действия.



АЛГОРИТМ – Создание формулы массива

1. Выделить диапазон ячеек, в которые требуется поместить результат расчета (рис. 1.19).

2. Вручную или при помощи мастера вставки функций (см. рис. 1.15) ввести в строку формул расчетную формулу (рис. 1.20, а).
3. Нажать комбинацию клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**. При этом в ячейках отобразится результат расчета по соответствующей формуле (рис. 1.20, б).



ВНИМАНИЕ

Свидетельством правильной вставки формулы массива является появление фигурных скобок в строке формул (см. рис. 20, б).

| M _{гр} | I _{гр} | A _с |
|-----------------|-----------------|----------------|
| 0 | 10 | |
| 64,27876 | 7,660444 | |
| 98,48078 | 1,736482 | |
| 86,60254 | 5 | |
| 34,20201 | 9,396926 | |
| -34,202 | 9,396926 | |
| -86,6025 | 5 | |
| -98,4808 | 1,736482 | |
| -64,2788 | 7,660444 | |
| -2,5E-14 | 10 | |

Рис. 1.19. К вставке массива в Excel

На рис. 1.19, 1.20, а и б показано создание формулы массива на примере функции *ZKNDV*.

а

б

Рис. 1.20. К вставке массива в Excel



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Если формула массива будет вставлена не в соответствии с изложенным алгоритмом, либо при вставке будет нажата только клавиша **ENTER (OK)**, то в ячейках таблицы отобразится неверный результат.

1.9. Копирование формул

При повторяющихся вычислениях, формула, введенная в одну ячейку, может быть скопирована в диапазон ячеек строки или столбца. Для этого нужно выполнить следующее.



АЛГОРИТМ – Копирование формул

1. Выделить ячейку или ячейки с формулами (рис. 1.21, а).
2. Скопировать выделенный диапазон, щелкнув кнопку "Копировать" на стандартной панели инструментов.
3. Выделить ячейки, в которые требуется скопировать формулы.
4. Вставить в выделенный диапазон формулы, щелкнув кнопку "Вставить" на стандартной панели инструментов (рис. 1.21, б).

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|--|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 4 | Угол наклона троса OA - град. | 0 | 1,04729 | 2,09459 | 3,14189 | 4,18919 | 5,23649 | 6,28379 |
| 5 | Координата точки A - r, д.м | | | | | | | |
| 6 | Координата точки A - x, д.м | | | | | | | |
| 7 | Координата точки A - y, д.м | | | | | | | |
| 8 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 1,5 | | | | | | |
| 9 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 10 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 11 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 12 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 13 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 14 | Координата точки B - r, д.м | 2,25 | | | | | | |
| 15 | Координата точки B - x, д.м | 2,16380 | | | | | | |
| 16 | Длина напр. утол. стерж. BC - без. единицы | 1,65719 | | | | | | |
| 17 | Длина напр. утол. стерж. BC - без. единицы | 96,26079 | | | | | | |
| 18 | Координата точки D - r, д.м | 3,47801 | | | | | | |
| 19 | Координата точки D - x, д.м | 3,22361 | | | | | | |

а

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|--|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 4 | Угол наклона троса OA - град. | 0 | 1,04729 | 2,09459 | 3,14189 | 4,18919 | 5,23649 | 6,28379 |
| 5 | Координата точки A - r, д.м | | | | | | | |
| 6 | Координата точки A - x, д.м | | | | | | | |
| 7 | Координата точки A - y, д.м | | | | | | | |
| 8 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 1,5 | | | | | | |
| 9 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 10 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 11 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 12 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 13 | Длина напр. утол. стерж. AC - без. единицы | 0 | | | | | | |
| 14 | Координата точки B - r, д.м | 2,25 | | | | | | |
| 15 | Координата точки B - x, д.м | 2,16380 | | | | | | |
| 16 | Длина напр. утол. стерж. BC - без. единицы | 1,65719 | | | | | | |
| 17 | Длина напр. утол. стерж. BC - без. единицы | 96,26079 | | | | | | |
| 18 | Координата точки D - r, д.м | 3,47801 | | | | | | |
| 19 | Координата точки D - x, д.м | 3,22361 | | | | | | |

б

Рис. 1.21. К копированию формул в таблицах Excel

Формулы копируются, при этом все относительные ссылки в формулах автоматически изменяются.



Например, если в ячейку B1 записать формулу " $=\text{COS}(A1)$ ", где в качестве аргумента функции использована относительная ссылка на ячейку A1, скопировать формулу в ячейке B1, а затем выделить ячейку B3 и вставить в нее формулу, то в ячейке B3 появится формула " $=\text{COS}(A3)$ ". Если перед вставкой формулы выделить несколько ячеек, например B3, B4, B5, то после вставки формулы в ячейке B3 появится формула " $=\text{COS}(A3)$ ", в ячейке B4 – " $=\text{COS}(A4)$ ", в ячейке B5 – " $=\text{COS}(A5)$ ".

Если в ячейку B1 записать формулу " $=\text{COS}(\$A\$1)$ ", где в качестве аргумента функции использована абсолютная ссылка на ячейку A1, скопировать формулу в ячейке B1, а затем вставить в ячейку B3, то в ячейке B3

появится формула " $= \text{COS}(\$A\$1)$ ". Если перед вставкой формулы выделить несколько ячеек, например $B3, B4, B5$, то после вставки формулы во всех выделенных ячейках появится формула с одной и той же абсолютной ссылкой на ячейку $A1$: в ячейке $B3$ – " $= \text{COS}(\$A\$1)$ ", в ячейке $B4$ – " $= \text{COS}(\$A\$1)$ ", в ячейке $B5$ – " $= \text{COS}(\$A\$1)$ ".

1.10. Установка операторных функций

Для установки библиотеки операторных функций нужно вставить в дисковод компьютера компакт-диск, прилагаемый к книге, после чего произойдет автоматический запуск программы-инсталлятора. Библиотека операторных функций оформлена в виде надстройки *Excel*. После установки пакета эта надстройка будет автоматически подключена к *Excel*. Свидетельством удачной загрузки библиотеки операторных функций является появление информационного окна (рис. 1.22).

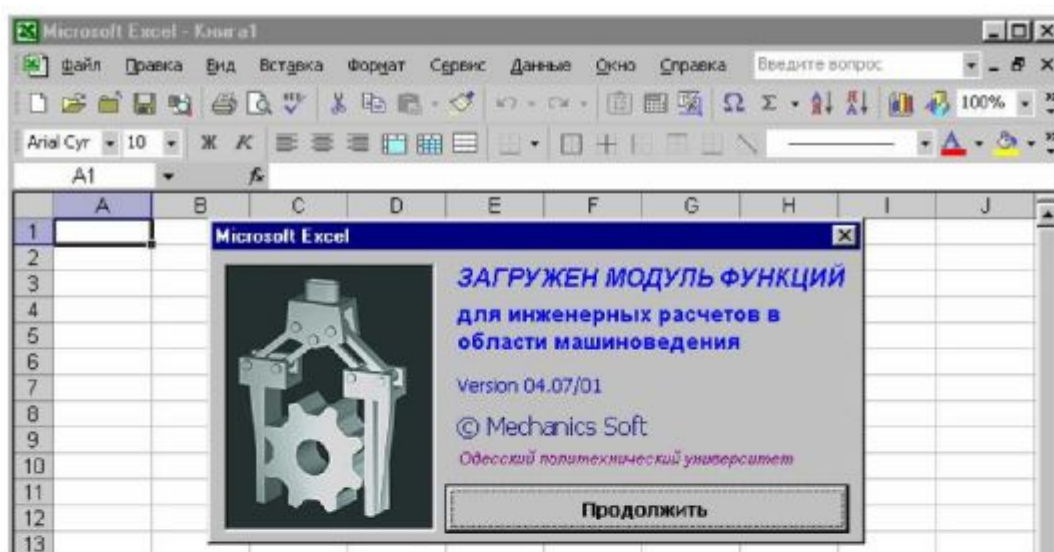


Рис. 1.22. Информационное окно о загрузке библиотеки операторных функций

После завершения процесса установки, описание операторных функций и файлы с примерами их использования можно открыть из меню кнопки Пуск, категории Программы, пункт Инженерная механика (если в процессе установки этот пункт не был назван иначе).



ВНИМАНИЕ

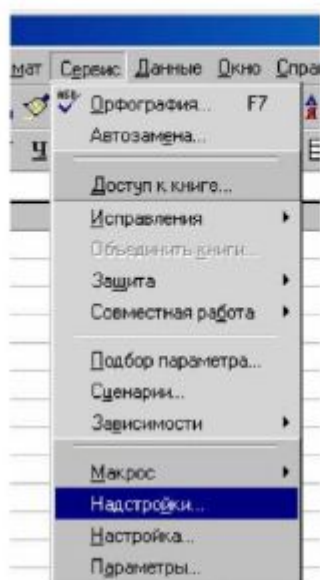
Если автоматическое подключение библиотеки операторных функций прошло успешно, то дальнейшие инструкции выполнять не нужно.

Если в результате сбоя или по какой-либо другой причине надстройка не была подключена автоматически, то ее нужно подключить вручную, для чего необходимо выполнить следующие действия.

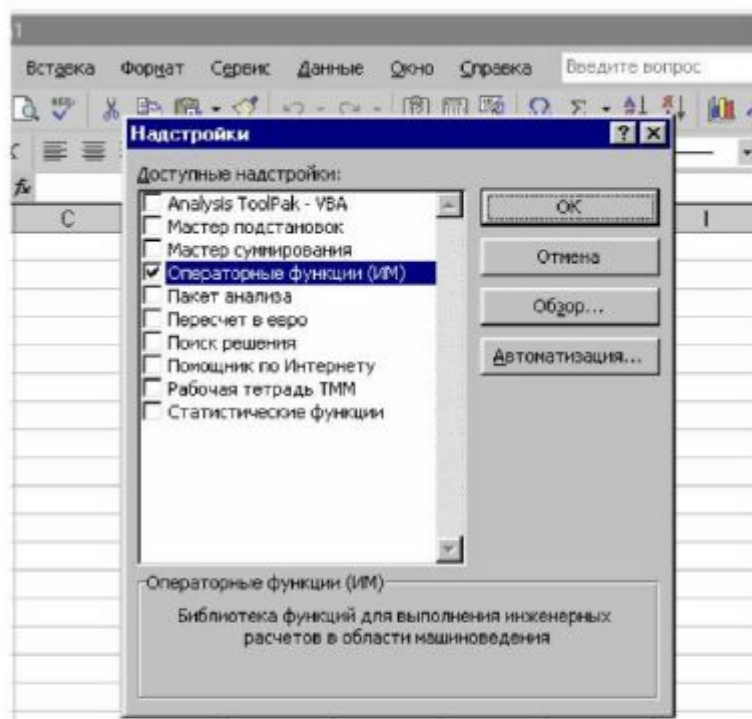


АЛГОРИТМ – Подключение операторных функций

1. В меню Сервис выбрать пункт Надстройки... (рис. 1.23, а).
2. Щелкнуть кнопку Обзор... и указать путь к файлу надстройки: "C:/Program Files/Mechanica Soft/Engineering Functions/Engineering Functions.xla" В списке надстроек появится строка "Операторные функции (ИМ)" с установленным маркером (рис. 1.23, б).
3. Щелкнуть кнопку ОК. Свидетельством загрузки библиотеки операторных функций является появление информационного окна (см. рис. 1.22).
4. Для начала работы щелкнуть кнопку Продолжить.



а



б

Рис. 1.23. К подключению операторных функций как надстройки Excel

Теперь при каждом запуске *Excel* библиотека операторных функций будет автоматически подгружаться, а сами функции будут доступными в стандартном окне "Вставка функций", в категории "Команды".

1.11. Оформление расчетов, выполненных в системе *Excel*

Реализованный в *Excel* расчет должен быть представлен в расчетно-пояснительной записке. Структура расчета отражается в виде распечатки последовательности формул, записанных по правилам *Excel*, например:

$$\begin{aligned}A1 &= 2,15; \\ B1 &= \text{COS}(A1); \\ C1 &= B1 * 254 - B1^2; \\ D1 &= C1 + D1.\end{aligned}$$

Если строка таблицы *Excel* содержит ряд одинаковых формул, отличающихся только ссылками, например:

$$\begin{aligned}B1 &= \text{COS}(A1); \\ B2 &= \text{COS}(A2); \\ B3 &= \text{COS}(A3); \\ &\vdots \\ B10 &= \text{COS}(A10),\end{aligned}$$

то такая строка записывается в виде одной формулы:

$$A1...10 = \text{COS}(B1...10).$$

Аналогично, при необходимости, записываются формулы по столбцам. Если требуется задать строку констант, изменяющихся с постоянным шагом, то такая строка записывается в виде:

$$A1...11 = 0, 10, \dots 100;$$

где первое число определяет начало ряда, последнее – конец, разность между вторым числом и первым – определяет шаг изменения констант.


Глава 2. Формализация операторными функциями некоторых алгоритмов математического анализа

2.1. Понятие операторной функции

В компьютерной математике принято представлять алгоритмы решения задач совокупностями расчетных модулей, увязанных между собой логическими или алгебраическими зависимостями. Каждый расчетный модуль содержит последовательность различного рода зависимостей, описывающих преобразования значений входных параметров в значения выходных параметров. Для описания модулей и связей между ними применяют формальные выражения, которые устанавливают связь между входными и выходными параметрами. В качестве таких выражений удобно применять **операторные функции**, под которыми понимают выражения, имеющие следующую структуру:

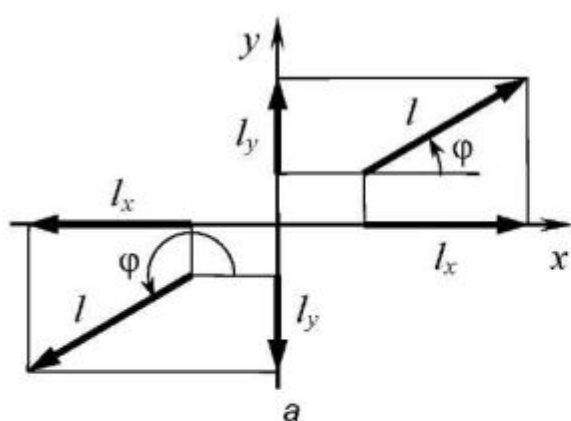
$$F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n \# y_1, y_2, \dots, y_k, \dots, y_n), \quad (2.1)$$

где F – условное обозначение (*идентификатор*) рассматриваемой операторной функции, которое отличает ее от других операторных функций; x_i – входные параметры операторной функции, определяемые до обращения к ней; y_k – выходные параметры операторной функции, принимающие свои значения в результате действия над входными параметрами при реализации алгоритма, который обозначен рассматриваемой операторной функцией. Входные и выходные параметры разделяются при записи операторной функции разделителем "#" или другим символом. Идентификатор операторной функции может быть записан произвольной комбинацией латинских букв и цифр. Например: *SINTEZ*, *UGOL*, *A2A3*, *VKTR* и т.п.

 *Входные и выходные параметры операторной функции имеют формальный характер по обозначению, но не по месту расположения. Это означает, что на место входного параметра можно записать любые наименования переменных, соответствующие логике алгоритма, их числовые значения или алгебраические выражения, позволяющие их вычислить, но нельзя менять местами параметры при обращении к операторной функции. Выходные параметры имеют ограниченный формальный характер по обозначению, так как на их место нельзя записывать числовые значения переменных и алгебраические выражения, а можно только записать обозначение вычисляемой переменной.*

Наименование операторной функции носит произвольный характер, что дает возможность обозначать функции сочетанием букв и цифр, мнемонический смысл которых отражает содержание алгоритма. Гласные в наименовании идентификатора операторной функции обычно пропускают. Например, приводимая ниже операторная функция *UGL5* реализует алгоритм определения направляющего угла φ вектора или направленного отрезка \vec{l} по значениям величин его проекций l_x и l_y на координатные оси (рис. 2.1):

$$UGL5(l_x, l_y, \# \varphi) = \begin{cases} \arctg(l_y/l_x), & l_x \geq 0; \\ \pi + \arctg(l_y/l_x), & l_x < 0. \end{cases} \quad (2.2)$$



$$UGL5(l_x, l_y, \# \varphi) = \begin{cases} \arctg(l_y/l_x), & l_x \geq 0; \\ \pi + \arctg(l_y/l_x), & l_x < 0. \end{cases}$$

а

б

Рис. 2.1. Операторная функция *UGL5*, реализующая алгоритм определения величины направляющего угла вектора по его проекциям на координатные оси



Синтаксис функции в Excel:

FuncUGL5(LX, LY)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---------------------------------|
| LX | l_x | Проекция вектора на ось абсцисс |
| LY | l_y | Проекция вектора на ось ординат |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|---------------------|
| φ | Направление вектора |

Операторная функция *UGL5* входит в алгоритм определения вектора суммы двух векторов при реализации выражения $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$, который обозначается операторной функцией *SMVKT*($r_1, \varphi_1, r_2, \varphi_2 \# r, \varphi$), входными параметрами которой являются значения модулей и направляющих углов суммируемых векторов (рис. 2.2):



$$r_x = r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2;$$

$$r_y = r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2;$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2};$$

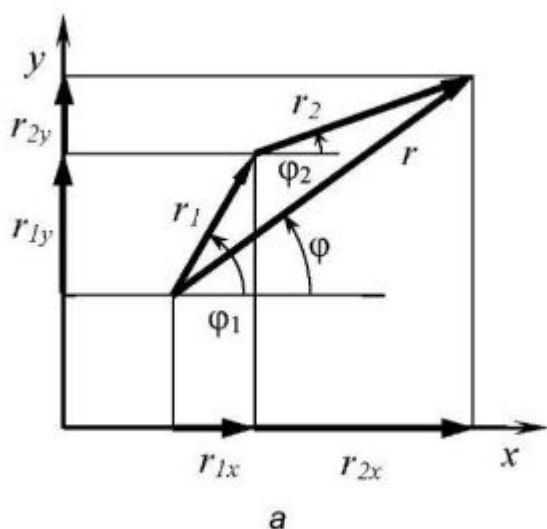
$$UGL5(r_x, r_y \# \varphi).$$

При $k = 1$ операторная функция (2.2) вырождается в вычислительный оператор

$$F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n \# y), \quad (2.3)$$



определяющий значение одной выходной переменной. Вычислительный оператор можно использовать в структуре алгоритма в качестве переменной.



$$SMVKT(r_1, \varphi_1, r_2, \varphi_2 \# r, \varphi)$$

$$r_x = r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2;$$

$$r_y = r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2;$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2};$$

$$UGL5(r_x, r_y \# \varphi).$$

б

Рис. 2.2. Операторная функция *SMVKT*, реализующая алгоритм определения модуля и направляющего угла вектора суммы двух векторов



FuncSMVKT(L1, FI1, L2, FI2, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|----------------------|----------|
| L1 | l_1 | Модуль | Вектор 1 |
| FI1 | φ_1 | Направление | |
| L2 | l_2 | Модуль | Вектор 2 |
| FI2 | φ_2 | Направление | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина


| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|----------------|-------------------|------------------|
| 1 | l_{AB} | Модуль | Суммарный вектор |
| 2 | φ_{AB} | Направляющий угол | |

Разобранные в данном пункте в качестве примеров операторные функции *UGL5* и *SMVKT* входят в общую библиотеку операторных функций и реализуемых ими базовых вычислительных и функциональных алгоритмов, рассматриваемых ниже.


2.2. Принципы применения операторных функций для формализации базовых и вычислительных алгоритмов решения задач инженерной механики

Алгоритм любого машиностроительного расчета имеет иерархическую структуру, в основе которой находятся вычислительные модули, описывающие чисто вычислительные операции. С точки зрения получения конечного результата после выполнения расчета алгоритмы реализации этих модулей являются базовыми для алгоритма решения задачи в целом. Расчетные модули, составляющие алгоритм анализа или синтеза механизма, включают как уравнения и зависимости, описывающие машиноведческую сущность задачи, так и выражения, относящиеся к чисто вычисли-

тельными операциям. Например, технология вычислительных работ при решении систем линейных уравнений, интегрировании и дифференцировании функций, определении направляющих углов векторов и т.п. одинакова при различной физической сущности задачи. Расчетные модули, реализующие вычислительные операции и не отражающие машиноведческую

 сущность задачи в дальнейшем будем относить к *базовым вычислительным алгоритмам*.

Базовые функциональные алгоритмы расчетной модели по анализу и синтезу механизмов и машинных агрегатов включают как базовые вычислительные алгоритмы, так и алгоритмы, реализующие основные машиноведческие соотношения. К ним относятся уравнения движения машины, векторные и функциональные соотношения, отражающие кинематику движения и динамические взаимодействия звеньев и др.

 При иерархической структуре расчета по анализу и синтезу механизмов и машинных агрегатов *расчетная модель может быть представлена как совокупность базовых вычислительных и функциональных алгоритмов*. Примерная схема выполнения машиноведческих расчетов с применением персональных компьютеров приведена на рис. 2.3.

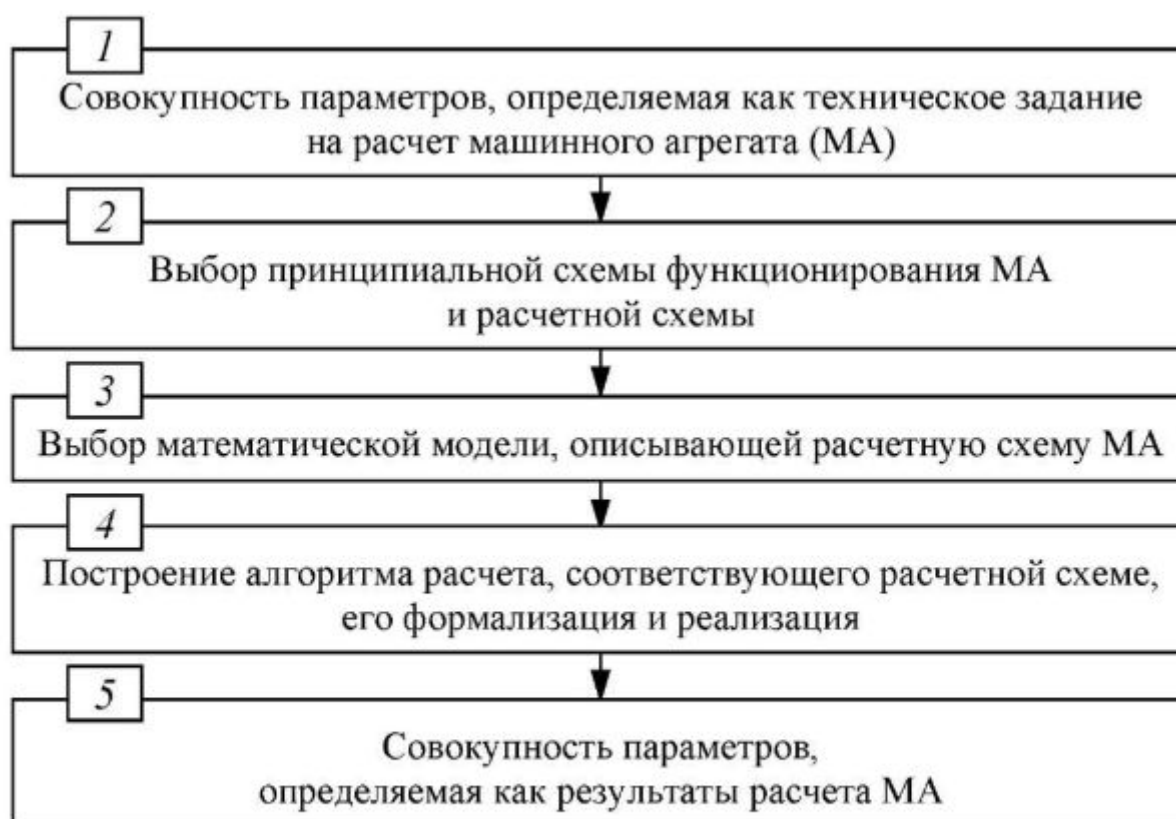


Рис. 2.3. Схема проведения машиноведческих расчетов с применением персональных компьютеров

2.3. Операторные функции базовых вычислительных алгоритмов математического анализа

В данном пункте приводятся основные сведения об операторных функциях для формализации наиболее часто применяемых базовых вычислительных алгоритмов.

Операторные функции алгоритмов численного интегрирования и дифференцирования применяют для формализации соответствующих алгоритмов в связи с тем, что получаемые при синтезе и анализе реальных механизмов кинематические и динамические характеристики редко имеют форму функций, интегрируемых или дифференцируемых аналитически. Чаще всего они имеют табличную либо графическую интерпретацию, так как их получают в результате использования численных методов решения векторных и дифференциальных уравнений. Кроме того функции, описывающие эти характеристики, как правило, имеют разрывы и точки, в которых функции не имеют производных.

Численное интегрирование основано на геометрической интерпретации определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx = \Phi(b) - \Phi(a)$, представляющего

собой площадь под графиком подынтегральной функции $f(x)$ на участке ab . Задача численного интегрирования заключается в нахождении одним из способов площади под кривой графика функции, либо под заменяющей ее ломаной линией или кривой, составленной из участков известных кривых. В простейшем случае площадь под кривой графика функции будет определяться через площади прямоугольников (рис. 2.4, а) а значение интеграла в i -ой точке на оси абсцисс будут соответственно равны:

$$A = \sum_{i=1}^n \Delta x y_i, \quad J_i = J_{i-1} + \Delta x y_i, \quad (2.4)$$

где Δx – расстояние между точками x_i при делении отрезка ab на n одинаковых отрезков.

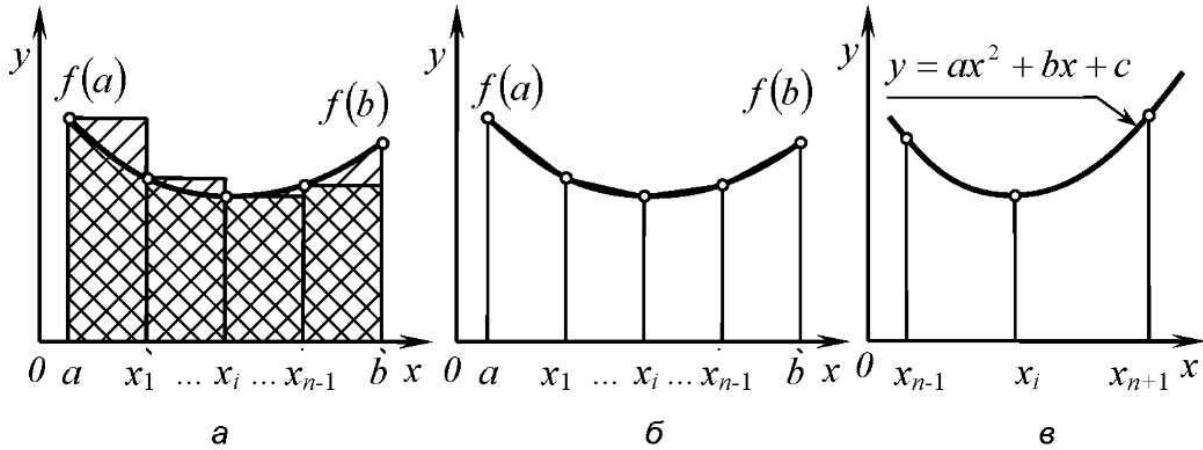
Выражение (2.4) дает погрешность, зависящую от размера Δx . Большую точность расчетов дают метод Симпсона (рис. 2.4, б), когда кривая заменяется хордами отрезков, соединяющими узловые точки на участке Δx , и метод Гаусса, когда кривая заменяется участками квадратичных парабол (рис. 2.4, в). Для этих случаев получим:

– метод Симпсона:

$$A_{i-1,i} = 0,5\Delta x \sum_{i=1}^n (y_{i-1} + y_i); \quad J_i = J_{i-1} + 0,5\Delta x (y_{i-1} + y_i); \quad (2.5)$$

– метод Гаусса:

$$A_{i-1,i+1} = (y_{i-1} + 4y_i + y_{i+1})\Delta x/3; \quad J_i = J_{i-1} + (y_{i-1} + 4y_i + y_{i+1})\Delta x/3. \quad (2.6)$$



$$INTGRL(y(n), \Delta x, nomer \# J(n)) = \begin{cases} nomer = 1, \Rightarrow (2.4) \\ nomer = 2, \Rightarrow (2.5) \\ nomer = 3, \Rightarrow (2.6) \end{cases}$$

Рис. 2.4. Операторная функция *INTGRL* и реализуемые ею алгоритмы разных методов численного интегрирования:
 а – метод прямоугольников; б – метод Симпсона; в – метод Гаусса

Следует иметь в виду, что при компьютерной реализации зависимостей численного интегрирования можно получить практически одинаковую точность для всех трех методов при большом n и малом Δx .

Операторная функция *INTGRL*, реализующая указанные алгоритмы, приведена на рис. 2.4. Ее параметры означают: Δx – шаг интегрирования (ширина участка на диапазоне интегрирования ab); *NOMER* – управляющая константа, по значению которой интегрирование массива значений y осуществляется соответствующим методом; $J(n)$ – массив значений интегральной функции. Для всех указанных вычислительных алгоритмов значения интеграла для первой точки равны нулю, а значения интеграла для второй точки при использовании метода Гаусса вычисляются одним из первых способов. Вычислительные алгоритмы в операторной функции *INTGRL* дают приемлемую точность до функции третьего порядка.



FuncINTGRL(Y, DX, NOMER)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|--------------|---|
| Y | $y(n)$ | Массив значений производной функции |
| DX | Δx | Шаг интегрирования |
| NOMER | <i>nomer</i> | Управляющий параметр: <i>nomer</i> = 1 – метод прямоугольников; <i>nomer</i> = 2 – метод Симпсона; <i>nomer</i> = 3 – метод Гаусса |

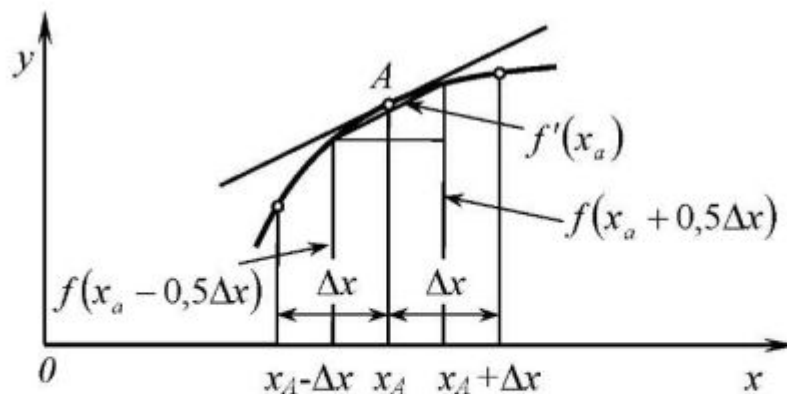
Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|---------------------------------------|
| $J(n)$ | Массив значений первообразной функции |

Численное дифференцирование функций применяется при табличном или численном способе ее описания. Значение производной функции $f'(x_A)$ для произвольного значения аргумента точки A определится из выражения, реализуемого операторной функцией *DFRNCL* (рис. 2.5):

$$f'(x_A) = (f(x + 0,5\Delta x) - f(x - 0,5\Delta x)) / \Delta x, \quad (2.7)$$

где Δx – шаг дифференцирования.



$$DFRNCL(f(x), \Delta x \# f'(x)) = (\varphi(x + 0,5\Delta x) - \varphi(x - 0,5\Delta x)) / \Delta x$$

Рис. 2.5. Операторная функция *DFRNCL* и реализуемый ею алгоритм числового дифференцирования

Параметры операторной функции *DFRNCL* означают: Δx – шаг дифференцирования; $y(n)$ и $y'(n)$ – наименования массивов числовых значений соответственно первообразной и производной функций.



Синтаксис функции в Excel:

FuncDFRNCL(F, DX)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---------------------------------------|
| F | $f(n)$ | Массив значений первообразной функции |
| DX | Δx | Шаг дифференцирования |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|-------------------------------------|
| $f'(n)$ | Массив значений производной функции |

Задачи анализа и синтеза механизмов часто сводятся к **решению систем n линейных уравнений с n неизвестными**:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n &= c_1; \\ &\vdots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kj}x_j + \dots + a_{kn}x_n &= c_k; \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nj}x_j + \dots + a_{nn}x_n &= c_n; \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Корни уравнений системы определяются из выражения

$$x_j = D_j / D,$$

где D – определитель системы, неравный нулю:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ & & & \vdots & & \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kj} & \dots & a_{kn} \\ & & & \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix};$$

D_j – определитель, получаемый из определителя системы заменой j -го столбца столбцом свободных членов. В настоящее время существуют стандартные программы решения систем n линейных уравнений с n неизвестными разными методами в зависимости от свойств определителя системы и требуемой точности расчета. Поэтому в данной работе приводится только операторная функция реализация алгоритма решения системы

$$SISTEMA(A(n, n), C(n) \# X(n)) \quad (2.9)$$

без указания метода решения. Метод решения выбирается из библиотеки стандартных программ в ходе программной реализации формализованных алгоритмов.

В операторной функции *SISTEMA*: n – переменная, определяющая порядок системы, $A(n, n)$ – двумерный массив коэффициентов при неизвестных, формирующий определитель D ; $C(n)$, $X(n)$ – одномерные массивы чисел столбика свободных членов и столбика корней системы после ее решения.



Синтаксис функции в Excel:

FuncSISTEMA(A, C)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|--|
| A | $A(n, n)$ | Двумерный массив, формирующий определитель системы |
| C | $C(n)$ | Одномерный массив свободных членов системы |

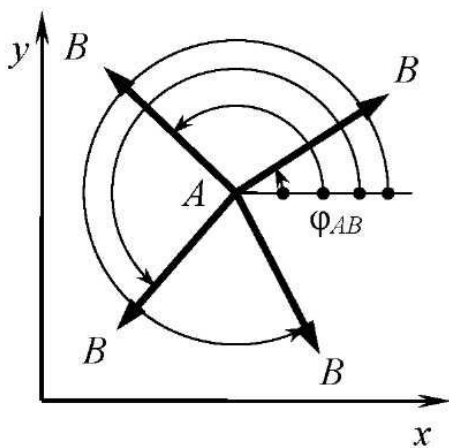
Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|-----------------------------|
| $X(n)$ | Матрица-столбец неизвестных |

2.4. Операторные функции формализации базовых вычислительных алгоритмов простейших векторных преобразований

Большинство задач теории механизмов и машин решаются векторными способами или реализацией алгебраических соотношений, полученных при их реализации. Поэтому для формализации функциональных алгоритмов анализа и синтеза механизмов необходимо рассмотреть вычислительные алгоритмы, с помощью которых определяют модули и направляющие углы векторов или направленных отрезков. На рис. 2.1 приведены алгоритм определения величины направляющего угла вектора по его проекциям на координатные оси и формализующая его операторная функция $UGL5$. Алгоритмы такого типа и реализующие их операторные функции позволяют формализовать более сложные алгоритмы решения векторных уравнений.

Одними из наиболее распространенных являются алгоритмы определения направляющих углов направленных отрезков по координатам точек их начала и окончания. Для ряда задач требуется определение направляющего угла только в положительном направлении, независимо от расположения точек начала и окончания векторного параметра в квадрантах координатной плоскости (рис. 2.6). Для других задач при тех же входных параметрах операторной функции вычислительного алгоритма направление направляющего угла векторного параметра не имеет значения, поэтому применяют другой алгоритм и формализующую его операторную функцию (рис. 2.7).



а

$$l_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2};$$

$$\psi = \arccos((x_B - x_A) / l_{AB});$$

$$\theta = \text{sign}(y_B - y_A) \cdot \psi;$$

$$\varphi_{AB} = \begin{cases} \theta, & y_B \geq y_A; \\ 2\pi + \theta, & y_B < y_A. \end{cases}$$

$$UGL1(x_A, y_A, x_B, y_B \# \varphi_{AB})$$

б

Рис. 2.6. Алгоритм и формализующая его операторная функция $UGL1$ определения направляющего угла в положительном направлении по координатам точек начала и окончания векторного параметра



Синтаксис функции в Excel:

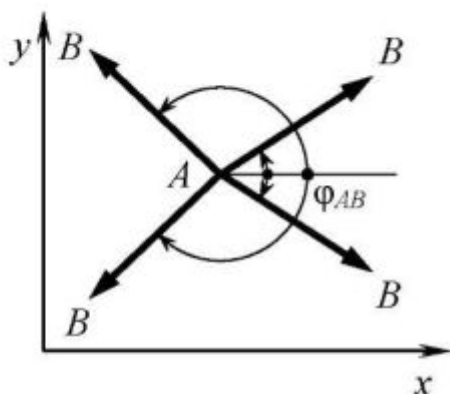
FuncUGL1(XA, YA, XB, YB)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---------------------------------|
| XA | x_A | Координаты точки начала отрезка |
| YA | y_A | |
| XB | x_B | Координаты точки конца отрезка |
| YB | y_B | |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|----------------|---------------------------|
| φ_{AB} | Направляющий угол вектора |



а

$$l_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2};$$

$$\psi = \arccos((x_B - x_A) / l_{AB});$$

$$\varphi_{AB} = \text{sign}(y_B - y_A) \cdot \psi.$$

$$UGL2(x_A, y_A, x_B, y_B \# \varphi_{AB})$$

б

Рис. 2.7. Алгоритм и формализующая его операторная функция UGL2 определения направляющего угла по координатам точек начала и окончания вектора



Синтаксис функции в Excel:

FuncUGL2(XA, YA, XB, YB)

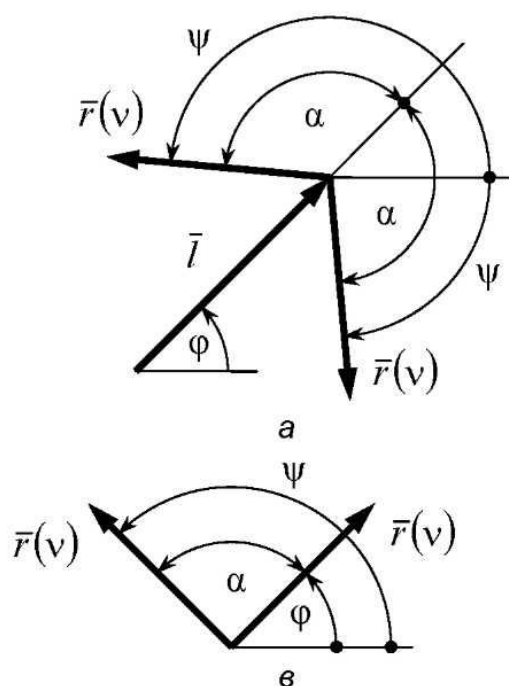
Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---------------------------------|
| XA | x_A | Координаты точки начала отрезка |
| YA | y_A | |
| XB | x_B | Координаты точки конца отрезка |
| YB | y_B | |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|----------------|---------------------|
| φ_{AB} | Направление вектора |

В задачах анализа механизмов и машин часто используют алгоритмы определения направляющего угла вектора ψ в зависимости от заданного значения величины направляющего угла φ другого вектора, дополнительного угла α и качественного признака v , определяющего его знак. Эти алгоритмы применяют для нахождения направляющего угла вектора скорости точки звена при неизвестных величине и направлении его угловой скорости, при расчете ускорений, силовом расчете механизмов и т.п. На рис. 2.8 приведены расчетные схемы этих алгоритмов и формализующие их операторные функции $UGL3$ и $UGL4$.



$$\psi = \varphi + \text{sign}(v)\alpha$$

$$UGL3(\varphi, \alpha, v \# \psi)$$

$$\psi = \begin{cases} \varphi, & v \geq 0; \\ \varphi + \alpha, & v < 0. \end{cases}$$

$$UGL4(\varphi, \alpha, v \# \psi)$$

г

Рис. 2.8. Алгоритмы и формализующие их операторные функции UGL3 и UGL4 для определения направляющего угла вектора по направляющему углу другого вектора, дополнительному углу и качественному признаку



Синтаксис функции в Excel:

FuncUGL3(FI, AL, V)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---|
| FI | φ | Угол, относительно которого определяется первоначальное направление вектора |
| AL | α | Дополняющий угол |
| V | v | Определяющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|---------------------|
| ψ | Направление вектора |



Синтаксис функции в Excel:

FuncUGL4(FI, AL, V)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---|
| FI | φ | Угол, относительно которого определяется первоначальное направление вектора |
| AL | α | Дополняющий угол |
| V | v | Определяющий параметр |

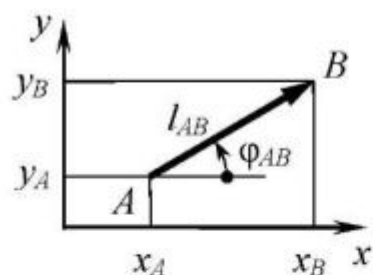
Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|---------------------|
| ψ | Направление вектора |

В ходе синтеза и анализа механизмов при оперировании направленными отрезками используют алгоритм определения модуля направленного отрезка и его направляющего угла по координатам точек его начала и окончания. На рис. 2.9 приведен этот алгоритм и формализующая его операторная функция VKT. При формализации задач синтеза и анализа меха-

низмов часто применяют операторную функцию, описывающую алгоритм определения векторного произведения двух векторов (рис. 2.10):

$$l = \bar{l}_1 \times \bar{l}_2 = l_1 \cos \varphi_1 \cdot l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 \cdot l_2 \cos \varphi_2.$$



$$l_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2};$$

$$\psi = \arccos((x_B - x_A) / l_{AB});$$

$$\varphi_{AB} = \text{sign}(y_B - y_A) \cdot \psi.$$

$$VKT(x_A, y_A, x_B, y_B \# l_{AB}, \varphi_{AB})$$

а

б

Рис. 2.9. Алгоритм и формализующая его операторная функция VKT определения модуля и направляющего угла направленного отрезка



Синтаксис функции в Excel:

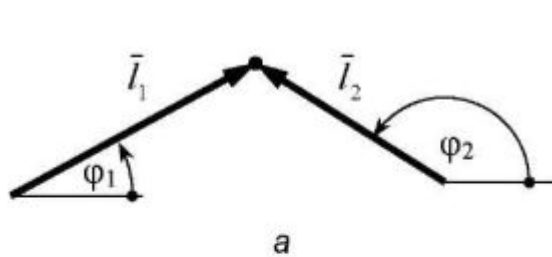
FuncVKT(XA, YA, XB, YB, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---------------------------------|
| XA | x_A | Координаты точки начала отрезка |
| YA | y_A | |
| XB | x_B | Координаты точки конца отрезка |
| YB | y_B | |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|----------------|----------------------|
| 1 | l_{AB} | Модуль |
| 2 | φ_{AB} | Направляющий угол |
| | | Направленный отрезок |



$$I = \bar{l}_1 \times \bar{l}_2 =$$

$$= l_1 \cos \varphi_1 \cdot l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 \cdot l_2 \cos \varphi_2$$

$$MOMNT(l_1, \varphi_1, l_2, \varphi_2 \# I)$$

Рис. 2.10. Операторная функция *MOMNT*, формализующая алгоритм определения векторного произведения двух векторов



Синтаксис функции в Excel:

FuncMOMNT(L1, FI1, L2, FI2)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|-------------|-------------------------------------|
| L1 | l_1 | Модуль | Радиус-вектор точки приложения силы |
| FI1 | φ_1 | Направление | |
| L2 | l_2 | Модуль | Вектор силы |
| FI2 | φ_2 | Направление | |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|-----------------------|
| I | Значение момента силы |

Например, ее используют при определении величины момента силы, когда при записи алгоритма не определены модули и направляющие углы векторов векторного произведения. Это определило мнемонику идентификатора операторной функции *MOMNT*.

При выполнении кинематических и динамических расчетов механизмов в общем случае трудно предугадать диапазон изменения направляющих углов звеньев, векторов скоростей или сил. Для того чтобы диапазон изменения величины углов находился в пределах $0 \dots 2\pi$ и угол принимал только положительные значения при составлении алгоритмов удобно использовать оператор

$$UGOL(\psi \# \varphi) = \begin{cases} \psi, & \psi \geq 0; \\ \psi + 2\pi, & \psi < 0. \end{cases} \quad (2.10)$$



Синтаксис функции в Excel:

FuncUGOL(FI).

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---------------|
| FI | φ | Величина угла |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|--|
| ψ | Угол в качестве существенно положительной величины |

При выполнении кинематических расчетов часто определяют алгоритмы определения значений параметров ω , характеризующих движение звена l в целом (угловая скорость, угловое ускорение и др.), по модулю $r(v)$ и значению направляющего угла $(\psi - \varphi)$ вектора, характеризующего движение одной из его точек. Алгоритм реализации этой задачи реализуется оператором

$$OMEGA(l, r, (\psi - \varphi) \# \omega) = sign(\psi - \varphi)r(v)/l, \quad (2.11)$$

где обозначения соответствуют рис.2.8.



Синтаксис функции в Excel:

FuncOMEGA(L, R, FI)

Аргументы функции


| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|--|
| L | l | Длина звена |
| R | r | Определяющий вектор скорости или ускорения |
| FI | φ | Логический признак |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|--|
| ω | Значение угловой скорости или углового ускорения |

2.5. Принципы записи алгоритмов расчета механизмов, формализованных операторными функциями базовых вычислительных алгоритмов

Приведенные в п. 2.1—2.4 данной главы операторные функции базовых вычислительных алгоритмов позволяют составлять формализованные функциональные алгоритмы кинематических и динамических расчетов механизмов.

 В качестве примера составления формализованного алгоритма рассмотрим алгоритм расчета скоростей точек и звеньев одного из наиболее распространенного в машиностроении шарнирного четырехзвенного механизма (рис. 2.11).

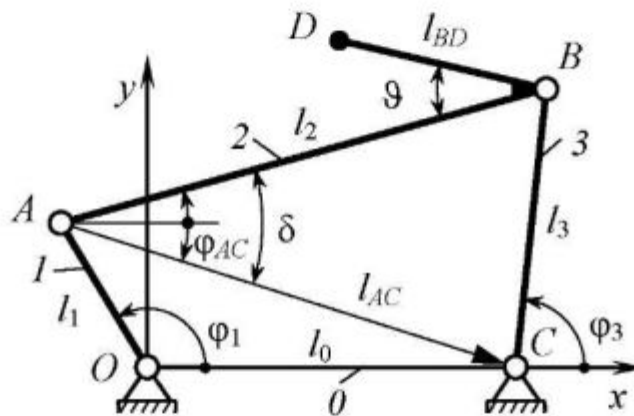



Рис. 2.11. К алгоритму определения скоростей точек и звеньев шарнирного четырехзвенного механизма

 При составлении алгоритма будем использовать *формальные по значению свойства входных параметров операторных функций*. На их места при обращении к операторной функции будем подставлять либо числовые значения, либо зависимости для их вычисления значений параметров.

Пусть для механизма заданы размеры звеньев $l_1, l_2, l_3, l_0, l_{BD}, \vartheta$ и угловая скорость ω_1 входного звена 1. Составим алгоритм определения векторов скоростей точек A, B и D , углов φ_2 и φ_3 , определяющих положения звеньев 2 и 3 на координатной плоскости, и угловых скоростей этих звеньев для любого значения обобщенной координаты φ_1 .

Алгоритм будет представлять последовательность алгебраических выражений и операторных функций, реализующих известные в теории ме-

ханизмов и машин кинематические соотношения. Для рассматриваемого механизма все кинематические соотношения получаются на базе решения векторного уравнения, описывающего закономерности движения точки B :

$$\bar{v}_A + \bar{v}_{BA} = \bar{v}_C + \bar{v}_{BC} . \quad (2.12)$$



Таблица 2.1 – Алгоритм определения скоростей точек и звеньев шарнирного четырехзвенного механизма

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|----|---|--|
| 1 | $x_A = l_1 \cos \varphi_1$ | Определение координат центра шарнира A входного звена |
| 2 | $y_A = l_1 \sin \varphi_1$ | |
| 3 | $VKT(x_A, y_A, l_0, 0 \# l_{AC}, \varphi_{AC})$ | Определение модуля и направляющего угла направленного отрезка l_{AC} |
| 4 | $\delta = \arccos((l_2^2 + l_{AC}^2 - l_3^2) / 2l_2 l_{AC})$ | Определение угла, противолежащего стороне $l_3 \Delta ABC$ |
| 5 | $\varphi_2 = \varphi_{AC} + \delta$ | Определение угловой координаты звена 2 |
| 6 | $x_B = x_A + l_2 \cos \varphi_2$ | Определение координат центра шарнира B |
| 7 | $y_B = y_A + l_2 \sin \varphi_2$ | |
| 8 | $UGL1(l_0, 0, x_B, y_B \# \varphi_3)$ | Определение угловой координаты звена 3 |
| 9 | $x_D = x_B + l_{BD} \cos(\varphi_2 + (\pi - \vartheta))$ | Определение координат точки D |
| 10 | $y_D = y_B + l_{BD} \sin(\varphi_2 + (\pi - \vartheta))$ | |
| 11 | $v_A = \omega_1 \cdot l_1; UGL3(\varphi_1, \pi/2, \omega_1 \# \alpha_A)$ | Определение вектора скорости точки A |
| 12 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_3 + \pi/2) & -\cos(\varphi_2 + \pi/2) \\ \sin(\varphi_3 + \pi/2) & -\sin(\varphi_2 + \pi/2) \end{vmatrix}$ | Формирование массива определителя и столбика свободных членов системы |
| 13 | $C(2) = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ | |
| 14 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# v_{BC}, v_{BA})$ | Определение модулей векторов \bar{v}_{BC} и \bar{v}_{BA} |
| 15 | $UGL3(\varphi_2, \pi/2, v_{BA} \# \alpha_{BA})$ | Определение значений направляющих углов векторов скоростей \bar{v}_{BA} и \bar{v}_{BC} |
| 16 | $UGL3(\varphi_3, \pi/2, v_{BC} \# \alpha_{BC})$ | |
| 17 | $OMEGA(l_2, \varphi_2, v_{BA} \# \omega_2)$ | Определение значений угловых скоростей звеньев 2 и 3 |
| 18 | $OMEGA(l_3, \varphi_3, v_{BC} \# \omega_3)$ | |
| 19 | $SMVKT(v_{BC}, \alpha_{BC}, \omega_2 l_{BD}, UGL3(\varphi_2 + (\pi - \vartheta), \pi/2, \omega_2 \# \alpha_{DB}) \# v_D, \alpha_D)$ | Определение величины и направления вектора скорости точки D |

Так как точка C неподвижна, а вектор скорости точки A определяется из известных кинематических соотношений, то при рассмотрении алгоритма уравнение (2.12) преобразуем к виду

$$\vec{v}_{BC} - \vec{v}_{BA} = \vec{v}_A. \quad (2.13)$$

Для получения численных значений модулей векторов уравнения (2.13) заменим его эквивалентной системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси:

$$\left. \begin{aligned} v_{BC} \cos \alpha_{BC} - v_{BA} \cos \alpha_{BA} &= v_A \cos \alpha_A, \\ v_{BC} \sin \alpha_{BC} - v_{BA} \sin \alpha_{BA} &= v_A \sin \alpha_A. \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

В полученной системе уравнений коэффициенты при неизвестных формируют определитель системы, а выражения в правых частях уравнений – столбец свободных членов. Тогда алгоритм решения поставленной задачи можно записать в виде последовательности алгебраических выражений и операторных функций, приведенной в табл. 2.1. Он лишен всякой механической сущности и может быть реализован на любом языке программирования. В таблице также приведены комментарии, необходимые для понимания структуры алгоритма.

2.6. Пример реализации алгоритма расчета перемещений и скоростей точек и звеньев шарнирного четырехзвенного механизма



Для использования в вычислениях длин звеньев механизма, скорости вращения входного звена и других, не изменяющихся в ходе расчета величин, до начала расчета требуется задать константы. Наименования, обозначения и идентификаторы констант, используемых в рассматриваемом расчете, приведены в табл. 2.2.

В *Excel* расчеты оформляются в виде таблиц, поэтому первый столбец и первые строки листа должны быть использованы для размещения в них пояснительных надписей и обозначений (рис. 2.12). В ячейках следующего столбца (в рассматриваемом примере это ячейки $B2—B8$) помещаются значения угла φ_1 поворота входного звена механизма, соответствующие расчетным положениям. Значения угла φ_1 удобнее указывать в

градусах, а так как в расчетах угловые величины должны быть в радианах, то в следующем столбце помещаются значения угла φ_1 в радианах.

Таблица 2.2 – Список констант в рассматриваемом примере

| Наименование константы | Обозначение константы | Идентификатор константы | Величина константы |
|--|-----------------------|-------------------------|--------------------|
| Длина звена 1 (OA), м | l_1 | Loa | 1,0 |
| Длина звена 2 (AB), м | l_2 | Lab | 2,5 |
| Длина звена 3 (BC), м | l_3 | Lbc | 2,0 |
| Длина звена 0 (OC), м | l_0 | L0 | 2,5 |
| Длина отрезка BD , м | l_{BD} | Lbd | 1,5 |
| Угол между отрезками AB и BD , гр. | ν | V | 30 |
| Скорость вращения звена 1, c^{-1} | ω_1 | W_1 | 2 |

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|-----------------|--|--|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--|
| 1 | Номер положения | Угол поворота звена $OA - \varphi_1$, градусы | Угол поворота звена $OA - \varphi_1$, радианы | Координата точки $A - x_A$, м | Координата точки $A - y_A$, м | Величина отрезка $AC - l_{ac}$, м | Велич. напр. угла отр. $AC - \varphi_{ac}$, радианы |
| 2 | 0 | 0 | 0,000 | | | | |
| 3 | 1 | 60 | 1,047 | | | | |
| 4 | 2 | 120 | 2,094 | | | | |
| 5 | 3 | 180 | 3,142 | | | | |
| 6 | 4 | 240 | 4,189 | | | | |
| 7 | 5 | 300 | 5,236 | | | | |
| 8 | 6 | 360 | 6,283 | | | | |

Рис. 2.12. Представление значений угловой координаты в Excel

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|-----------------|--|--|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--|
| 1 | Номер положения | Угол поворота звена $OA - \varphi_1$, градусы | Угол поворота звена $OA - \varphi_1$, радианы | Координата точки $A - x_A$, м | Координата точки $A - y_A$, м | Величина отрезка $AC - l_{ac}$, м | Велич. напр. угла отр. $AC - \varphi_{ac}$, радианы |
| 2 | 0 | 0 | 0,000 | 1,000 | 0,000 | | |
| 3 | 1 | 60 | 1,047 | 0,500 | 0,866 | | |
| 4 | 2 | 120 | 2,094 | -0,500 | 0,866 | | |
| 5 | 3 | 180 | 3,142 | -1,000 | 0,000 | | |
| 6 | 4 | 240 | 4,189 | -0,500 | -0,866 | | |
| 7 | 5 | 300 | 5,236 | 0,500 | -0,866 | | |
| 8 | 6 | 360 | 6,283 | 1,000 | 0,000 | | |

Рис. 2.13. Определение координаты точки в таблице Excel

Для этого можно воспользоваться функцией РАДИАНЫ, преобразующей значение величины угла в градусах в радианы. В рассматриваемом примере формула для пересчета градусов в радианы записана в ячейках C2—C8 (см. рис. 2.12), где аргументом функции РАДИАНЫ является ссылка на ячейки B2—B8, то есть вместо B2—B8 при вычислении будут подставлены величины, записанные в соответствующих ячейках. В ячейках D2—D8 и E2—E8 в формулах для расчета координат x_A и y_A (рис. 2.13) в качестве аргументов тригонометрических функций используются ссылки на ячейки C2—C8, где находятся значения угла поворота звена 1.



Таблица 2.3 – Алгоритм расчета скоростей точек и звеньев шарнирного четырехзвенного механизма в Excel

| Формулы 1 | Пояснения 2 |
|--|--|
| Loa = 1,0 | Задание констант |
| Lab = 2,5 | |
| Lbc = 2,0 | |
| L0 = 2,5 | |
| Lbd = 1,5 | |
| V = 30 | |
| W ₁ = 2 | |
| B2...8 = 0, 60,..., 360 | Задание расчетных точек |
| C2...8 = РАДИАНИ(B2...8) | |
| D2...8 = Loa * COS(C2...8) | Расчет координат x_A и y_A |
| E2...8 = Loa * SIN(C2...8) | |
| F2...8 = FuncVKT(D2...8; E2...8; L0; 0; 1) | Определение модуля вспомогательного направленного отрезка l_{AC} |
| G2...8 = FuncVKT(D2...8; E2...8; L0; 0; 2) | Определение направляющего угла вспомогательного направленного отрезка l_{AC} |
| H2...8 = ГРАДУСЫ(G2...8) | |
| I2...8 = ACOS((Lab^2 + F2...8 - Lbc^2) / (2 * Lab * F2...8)) | Определение угла, противоположного стороне l_3 треугольника ABC |
| J2...8 = ГРАДУСЫ(I2...8) | |

Продолжение табл. 2.3

| 1 | 2 |
|--|--|
| $K2...8 = G2...8 + I2...8$ | Определение угловой координаты звена 2 |
| $L2...8 = \text{ГРАДУСЫ}(B..H12)$ | |
| $M2...8 = B..H5 + Lab * \text{COS}(B..H12)$ | Определение координат x_B и y_B центра шарнира B |
| $N2...8 = B..H6 + Lab * \text{SIN}(B..H12)$ | |
| $O2...8 = \text{FuncUGL1}(L0;0; B..H14; B..H15)$ | Определение угловой координаты звена 3 |
| $P2...8 = \text{ГРАДУСЫ}(B..H16)$ | |
| $Q2...8 = B..H14 + Lbd * \text{COS}(B..H12 + (\text{ПИ}() - V))$ | Определение координат x_D и y_D точки D |
| $R2...8 = B..H15 + Lbd * \text{SIN}(B..H12 + (\text{ПИ}() - V))$ | |
| $S2...8 = W_1 * Lo_a$ | Определение модуля и направляющего угла вектора скорости точки A |
| $T2...8 = \text{FuncUGL3}(C2...8; \text{ПИ}()/2; W_1)$ | |
| $AE2,4...14 = \text{COS}(O2...8 + \text{ПИ}()/2)$ | |
| $AF2,4...14 = -\text{COS}(K2...8 + \text{ПИ}()/2)$ | |
| $AE3,5...15 = \text{SIN}(O2...8 + \text{ПИ}()/2)$ | |
| $AF3,5...15 = -\text{SIN}(K2...8 + \text{ПИ}()/2)$ | |
| $AG2,4...14 = \text{COS}(T2...8)$ | Формирование массива детерминанта и столбца свободных членов системы |
| $AG3,5...15 = \text{SIN}(T2...8)$ | |
| $AH2,4...14 = \text{FuncSISTEMA}(AE2:AF3; AG2:AG3)$ | |
| $AH3,5...15 = \text{FuncSISTEMA}(AE2:AF3; AG2:AG3)$ | |
| $U2...8 = AH2,4...14$ | |
| $V2...8 = AH3,5...15$ | |
| $W2...8 = \text{FuncUGL3}(O2...8; \text{ПИ}()/2; U2...8)$ | Определение модулей векторов \vec{v}_{BC} и \vec{v}_{BA} |
| $X2...8 = \text{FuncUGL3}(K2...8; \text{ПИ}()/2; V2...8)$ | |
| $Y2...8 = \text{FuncOMEGA}(Lab; K2...8; V2...8)$ | Нахождение значений направляющих углов векторов v_{BA} и v_{BC} |
| $Z2...8 = \text{FuncOMEGA}(Lbc; O2...8; U2...8)$ | |
| $Y2...8 = \text{FuncOMEGA}(Lab; K2...8; V2...8)$ | Нахождение значений угловых скоростей звеньев 2 и 3 |
| $Z2...8 = \text{FuncOMEGA}(Lbc; O2...8; U2...8)$ | |

Окончание табл. 2.3

| 1 | 2 |
|--|---|
| AA2...8=FuncSMVKT(U2...8;W2...8;ABS(Y2...8)* Lbd;(FuncUGL3(K2...8+(ПИ()-V);ПИ()/2;Y2...8));1) | Определение величины и направления вектора скорости точки D |
| AB2...8=FuncSMVKT(U2...8;W2...8;ABS(Y2...8)* Lbd;(FuncUGL3(K2...8+(ПИ()-V);ПИ()/2;Y2...8));2) | |

При реализации алгоритма расчета механизма в таблице Excel (рис. 2.14) в формулах для определения модуля и направляющего угла вспомогательного направленного отрезка \bar{l}_{AC} (ячейки F2—F8 и G2—G8) использована функция VKT. В аргументах этой функции вместо константы l_0 подставлено ее имя – L0, вместо координат x_A и y_A подставлены ссылки на ячейки, в которых записаны формулы для расчета этих координат. Управляющий параметр функции VKT в ячейках F2—F8 равен единице, в ячейках G2—G8 – двум.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Номер положения | Угол поворота звена OA - φ ₁ , градусы | Угол поворота звена OA - φ ₁ , радианы | Координата точки A - x _A , м | Координата точки A - y _A , м | Величина отрезка AC - l _{AC} , м | Велич. напр. угла отр. AC - φ _{AC} , радианы | Велич. напр. угла отр. AC - φ _{AC} , градусы | Велич. угла против. стор. BC - δ, радианы | Велич. угла против. стор. BC - δ, градусы | Велич. угл. коорд. звена AB - φ _{AB} , радианы | Велич. угл. коорд. звена AB - φ _{AB} , градусы | Координата точки B - x _B , м | Координата точки B - y _B , м | Велич. угл. коорд. звена BC - φ _{BC} , радианы | Велич. угл. коорд. звена BC - φ _{BC} , градусы | Координата точки D - x _D , м | Координата точки D - y _D , м | | |
| 0 | 0 | 0,000 | 1,000 | 0,000 | 1,500 | 0,000 | 0,000 | 1,047 | 60,000 | 1,047 | 60,000 | 2,250 | 2,165 | 1,686 | 96,587 | 3,418 | 1,224 | | |
| 1 | 60 | 1,047 | 0,500 | 0,866 | 2,179 | -0,409 | -23,413 | 1,152 | 66,016 | 0,744 | 42,603 | 2,340 | 2,558 | 1,633 | 93,575 | 3,173 | 1,311 | | |
| 2 | 120 | 2,094 | -0,500 | 0,866 | 3,122 | -0,281 | -16,102 | 1,219 | 69,872 | 0,938 | 53,770 | 0,978 | 2,883 | 2,057 | 117,840 | 2,036 | 1,820 | | |
| 3 | 180 | 3,142 | -1,000 | 0,000 | 3,500 | 0,000 | 0,000 | 1,236 | 70,818 | 1,236 | 70,818 | -0,179 | 2,361 | 2,419 | 138,603 | 1,145 | 1,656 | | |
| 4 | 240 | 4,189 | -0,500 | -0,866 | 3,122 | 0,281 | 16,102 | 1,219 | 69,872 | 1,501 | 85,974 | -0,324 | 1,628 | 2,619 | 150,044 | 1,138 | 1,293 | | |
| 5 | 300 | 5,236 | 0,500 | -0,866 | 2,179 | 0,409 | 23,413 | 1,152 | 66,016 | 1,561 | 89,430 | 0,525 | 1,634 | 2,450 | 140,402 | 2,005 | 1,388 | | |
| 6 | 360 | 6,283 | 1,000 | 0,000 | 1,500 | 0,000 | 0,000 | 1,047 | 60,000 | 1,047 | 60,000 | 2,250 | 2,165 | 1,686 | 96,587 | 3,418 | 1,224 | | |

Рис. 2.14. Результаты реализации алгоритма расчета в листах таблицы Excel

В ячейках столбцов H—AB записаны формулы, соответствующие алгоритму, приведенному в табл. 2.1. При необходимости перевести зна-

чения угловых величин из радиан в градусы, можно воспользоваться функцией ГРАДУСЫ (ячейки H2—H8, J2—J8, L2—L8, P2—P8). Столбцы AD—AH использованы для формирования массива детерминанта и столбца свободных членов и решения системы линейных уравнений.

В таблице 2.4 приведены результаты расчета, а на рис. 2.15, а и б показаны графики функций положения звеньев 2 и 3 шарнирного четырехзвенного механизма.

Таблица 2.4 – Результаты расчета

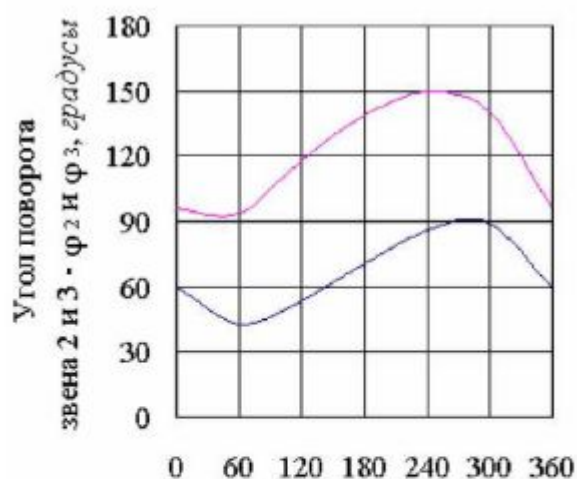
| Номер положения | Угол поворота звена OA - φ_1 , градусы | Угол поворота звена OA - φ_1 , радианы | Координата точки A - x_A , м | Координата точки A - y_A , м | Величина отрезка AC - l_{AC} , м | Велич. напр. угла отр. AC - φ_{AC} , радианы | Велич. напр. угла отр. AC - φ_{AC} , градусы | Велич. угла против стор. BC - δ , радианы | Велич. угла против стор. BC - δ , градусы |
|-----------------|--|--|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--|--|--|--|
| 0 | 0 | 0,000 | 1,000 | 0,000 | 1,500 | 0,000 | 0,000 | 1,047 | 60,000 |
| 1 | 60 | 1,047 | 0,500 | 0,866 | 2,179 | -0,409 | -23,413 | 1,152 | 66,016 |
| 2 | 120 | 2,094 | -0,500 | 0,866 | 3,122 | -0,281 | -16,102 | 1,219 | 69,872 |
| 3 | 180 | 3,142 | -1,000 | 0,000 | 3,500 | 0,000 | 0,000 | 1,236 | 70,818 |
| 4 | 240 | 4,189 | -0,500 | -0,866 | 3,122 | 0,281 | 16,102 | 1,219 | 69,872 |
| 5 | 300 | 5,236 | 0,500 | -0,866 | 2,179 | 0,409 | 23,413 | 1,152 | 66,016 |
| 6 | 360 | 6,283 | 1,000 | 0,000 | 1,500 | 0,000 | 0,000 | 1,047 | 60,000 |

Продолжение табл. 2.4

| Номер положения | Велич. угл. коорд. звена AB - φ_2 , радианы | Велич. угл. коорд. звена AB - φ_2 , градусы | Координата точки B - x_B , м | Координата точки B - y_B , м | Велич. угл. коорд. звена BC - φ_3 , радианы | Велич. угл. коорд. звена BC - φ_3 , градусы | Координата точки D - x_D , м | Координата точки D - y_D , м | Модуль вектора скорости точки A - v_A , м/с |
|-----------------|---|---|--------------------------------|--------------------------------|---|---|--------------------------------|--------------------------------|---|
| 0 | 1,047 | 60,000 | 2,250 | 2,165 | 1,686 | 96,587 | 3,418 | 1,224 | 2,000 |
| 1 | 0,744 | 42,603 | 2,340 | 2,558 | 1,633 | 93,575 | 3,173 | 1,311 | 2,000 |
| 2 | 0,938 | 53,770 | 0,978 | 2,883 | 2,057 | 117,840 | 2,036 | 1,820 | 2,000 |
| 3 | 1,236 | 70,818 | -0,179 | 2,361 | 2,419 | 138,603 | 1,145 | 1,656 | 2,000 |
| 4 | 1,501 | 85,974 | -0,324 | 1,628 | 2,619 | 150,044 | 1,138 | 1,293 | 2,000 |
| 5 | 1,561 | 89,430 | 0,525 | 1,634 | 2,450 | 140,402 | 2,005 | 1,388 | 2,000 |
| 6 | 1,047 | 60,000 | 2,250 | 2,165 | 1,686 | 96,587 | 3,418 | 1,224 | 2,000 |

Окончание табл. 2.4

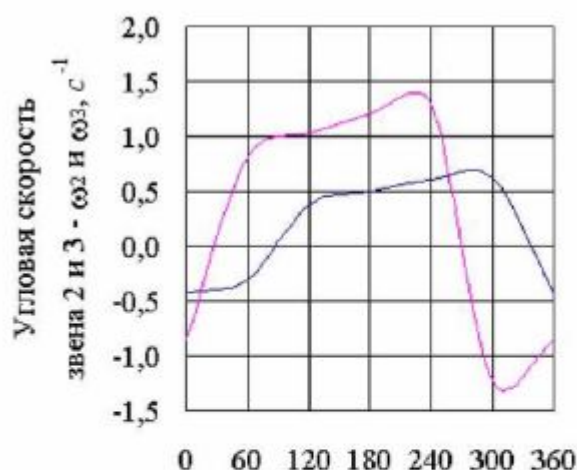
| Номер положения | Направляющий угол вектора скорости точки $A - \alpha_A$, радианы | Модуль вектора скорости точки B относительно точки $C - v_{BC}$, м/с | Модуль вектора скорости точки B относительно точки $A - v_{BA}$, м/с | Направляющий угол вектора v_{BC} , α_{BC} , радианы | Направляющий угол вектора v_{BA} , α_{BA} , радианы | Угловая скорость звена $AB - \omega_2$, c^{-1} | Угловая скорость звена $BC - \omega_3$, c^{-1} | Модуль вектора скорости точки $D - v_D$, м/с | Направляющий угол вектора v_D , α_D , радианы |
|-----------------|---|---|---|--|--|---|---|---|--|
| 0 | 1,571 | -1,453 | -1,667 | 0,115 | -0,524 | -0,419 | -0,843 | 1,951 | 3,484 |
| 1 | 2,618 | 0,385 | -0,712 | 3,204 | -0,827 | -0,297 | 0,817 | 0,803 | 3,487 |
| 2 | 3,665 | 1,018 | 0,042 | 3,627 | 2,509 | 0,375 | 1,028 | 0,507 | 3,296 |
| 3 | 4,712 | 1,020 | 0,714 | 3,990 | 2,807 | 0,494 | 1,210 | 0,344 | 3,470 |
| 4 | 5,760 | 0,487 | 1,112 | 4,190 | 3,071 | 0,600 | 1,309 | 0,458 | 1,663 |
| 5 | 6,807 | -0,655 | 0,449 | 0,880 | 3,132 | 0,624 | -1,225 | 0,495 | 2,132 |
| 6 | 7,854 | -1,453 | -1,667 | 0,115 | -0,524 | -0,419 | -0,843 | 1,951 | 3,484 |



Угол поворота звена 1 - ϕ_1 , градусы

— Звено 2 — Звено 3

а



Угол поворота звена 1 - ϕ_1 , градусы

— Звено 2 — Звено 3

б

Рис. 2.15. Графики функций положения и скоростей звеньев 2 и 3 шарнирного четырехзвенного механизма

Раздел второй

Формализация функциональных базовых алгоритмов синтеза и анализа механизмов

Глава 3. Формализация алгоритмов синтеза шарнирных четырехзвенных механизмов

3.1. Общая характеристика шарнирных механизмов



ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Механизмы, состоящие из кинематических цепей, включающих только звенья с низшими кинематическими парами, в машиностроении называют шарнирными механизмами.

Шарнирные механизмы представляют собой один из наиболее распространенных типов механизмов. Они являются неотъемлемой частью поршневых машин, манипуляционных систем роботов, грузоподъемных и сельскохозяйственных машин. Их широкое распространение объясняется простотой геометрических форм звеньев и элементов кинематических пар, представляющих комбинацию поверхностей вращения и плоскостей. Это упрощает изготовление звеньев за счет возможности применения только токарных и фрезерных операций. Поэтому шарнирные механизмы имеют более низкую стоимость, по сравнению с механизмами с высшими кинематическими парами, выполняющими те же производственные функции.



Простейшие шарнирные механизмы включают механизм 1-го класса и структурную группу второго класса одного из видов, то есть, с учетом стойки, имеют четыре звена (рис. 3.1). Они служат для преобразования равномерного вращательного (а), (б), (г), или поступательного (в) движения входного звена в неравномерное вращательное (а), (в), (г) или поступательное (б) движения выходных звеньев. Многозвенные шарнирные механизмы включают еще другие кинематические цепи, но четырехзвенные механизмы обычно определяют основные свойства механизмов.

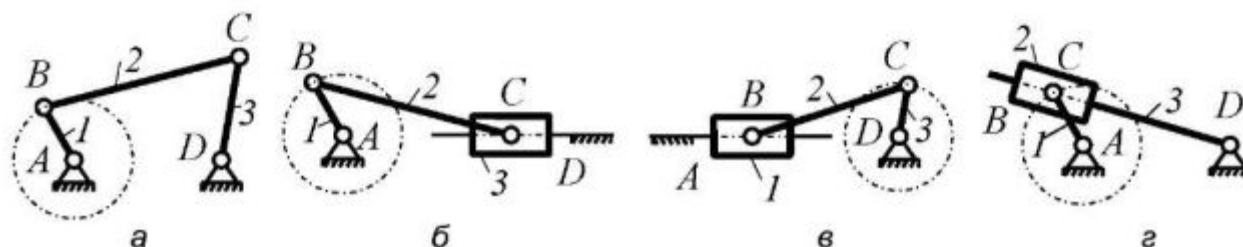


Рис. 3.1. Примеры схем четырехзвенных шарнирных механизмов

Проектирование механизмов преследует целью обеспечить им необходимые свойства – кинематические, динамические и др. Эта задача, называемая синтезом, решается по-разному в зависимости от технических требований, предъявляемых к механизму. Прежде всего, решение задачи синтеза шарнирного механизма связано с определением значений линейных и угловых размеров его звеньев, отвечающих им. Для механизмов



непрерывного действия, прежде всего, необходимо обеспечить *проворачиваемость* звеньев в кинематических парах. Из рассмотрения схем механизмов на рис. 3.1 видно, что при некоторых соотношениях размеров звеньев их проворачивание невозможно по геометрическим соображениям.



Например, в механизме шарнирного четырехзвенника (см. рис. 3.1, а) звено 1 не совершит полного оборота при $l_{BC} < l_{AD}$, а в кривошипно-ползунном механизме (см. рис. 3.1, б) – при $l_{BC} < l_{AB}$. В этом же механизме в случае, когда ползун является входным звеном (см. рис. 3.1, в), необходимо применять специальные устройства для обеспечения движения звеньев 2 и 3 в требуемых направлениях, когда центры кинематических пар B, C, D располагаются на одной прямой. На проворачиваемости звеньев могут сказываться и силовые факторы. Проворачивание звеньев иногда становится невозможным из-за действия чрезмерных тормозных сил и моментов в кинематических парах, в результате чего происходит заклинивание механизма. Причиной этого явления является неправильный подбор размеров звеньев.



Например, звенья 1 механизмов, приведенных на рис. 3.2 а, б, не провернутся в кинематических парах A из-за заклинивания.

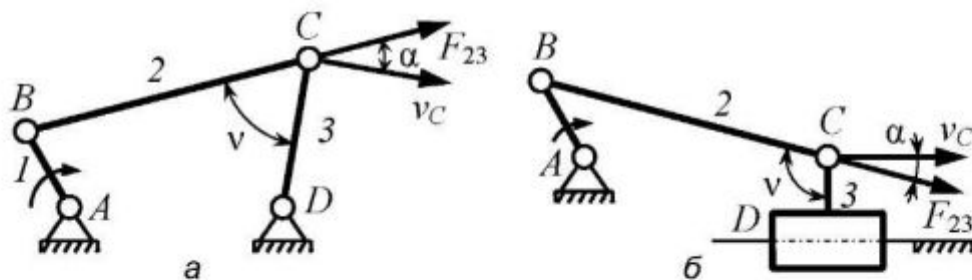


Рис. 3.2. Углы давления в шарнирных механизмах



Для рассмотрения причин этого введем понятие *угла давления* α – угла между вектором силы, действующей в кинематической паре, и вектором скорости относительного движения образующих пару звеньев.

Чтобы не происходило заклинивания необходимо подобрать такие размеры звеньев, при которых $\cos v_{\max} > \sin \alpha_0$, где v – угол передачи движения между звеньями, α_0 – допустимое значение угла давления, при ко-

тором не происходит заклинивания. Это неравенство реализует условие, когда тангенциальная составляющая силы $\cos v_{\max} > \sin \alpha_0$ будет достигать достаточного значения для проворачивания звена 2. Обычно значения α_0 назначают с учетом трения в кинематической паре.

При синтезе некоторых шарнирных механизмов требуется обеспечить определенный уровень производительности их работы. Этот показатель зависит от соотношения времени выполнения механизмом рабочей операции – *рабочего хода* – ко времени возвращения звеньев в исходное состояние – *холостого хода*. Для этого размеры звеньев подбирают так, чтобы обеспечить при работе механизма значение задаваемого при его проектировании *коэффициента изменения средней скорости выходного звена – отношению скоростей холостого и рабочего хода*: $k_v = v_p/v_x$; $k_\omega = \omega_x/\omega_p$, где v_p , ω_p и v_x , ω_x – скорости выходного звена соответственно при рабочем и холостом ходе механизма.

Наиболее часто задаваемыми условиями синтеза является подбор таких размеров звеньев, при которых механизм обеспечивает выполнение требуемых *функций положения и передаточных функций* его звеньев.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Под *функцией положения* $\varphi_j(\varphi_1)$ звена j механизма понимают математическую зависимость, связывающую координаты звена j и входного звена 1. Под *передаточной функцией* $i_{j1}(\varphi_1)$ звена j понимают математическую зависимость, связывающую отношение скоростей звеньев j и 1 с координатой входного звена.

Функции положения и передаточные функции звеньев связаны зависимостями, характер которых определяется видами их движения и движения входного звена. Например, для схем механизмов приведенных на рис. 3.1, получим для передаточных функций при известных функциях положения:

- схемы а, г: $d\varphi_3(\varphi_1)/d\varphi_1 = i_{31}(\varphi_1)$;
- схема б: $ds_3(\varphi_1)/d\varphi_1 = i_{31}(\varphi_1)$;
- схема в: $d\varphi_3(\varphi_1)/ds_1 = i_{31}(\varphi_1)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Значение передаточной функции для фиксированного значения обобщенной координаты входного звена называют *передаточным отношением*.

Проворачиваемость звеньев является основным фактором, определяющим работоспособность механизма. Если l_2 и l_1 – имеют соответственно самое большое и самое малое из значений длин звеньев механизма, то условие проворачивания звена l выражается неравенством

$$l_1 + l_2 < l_3 + l_0. \quad (3.1)$$

Это неравенство выражает правило Грасгофа, и формулируется следующим образом (рис. 3.3, а): *самое короткое звено шарнирного четырехзвенного механизма может быть кривошипом, если сумма длин самого короткого и самого длинного его звеньев меньше суммы длин других звеньев.*

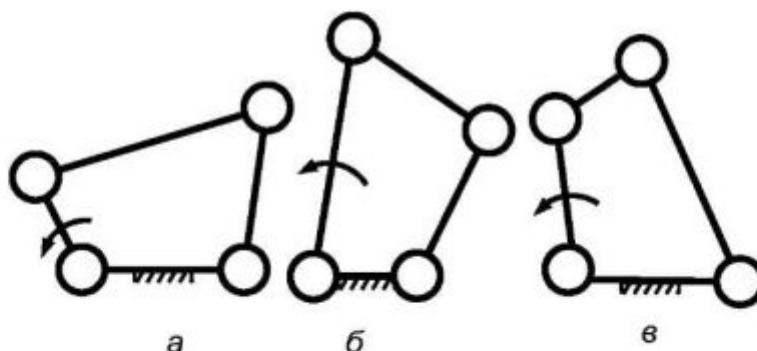


Рис. 3.3. К условию существования кривошипа в шарнирном четырехзвенном механизме

Под *кривошипом*, понимают звено, совершающее при работе механизма полный оборот. Звено, не совершающее полного оборота, называют *коромыслом*. Звено, совершающее плоскопараллельное движение, называют *шатуном*. Из правила Грасгофа вытекают следствия:

механизм имеет один кривошип, если за стойку принимают звено, расположенное рядом с самым коротким звеном (а); механизм имеет два кривошипа, если за стойку принимают самое короткое звено (б); механизм не имеет кривошипа, если короткое звено является шатуном (в).

С позиций теории структуры механизмов все четырехзвенные механизмы являются разновидностью механизма шарнирного четырехзвенника, у которого происходит вырождение элементов кинематических пар.

Кривошипно-ползунный механизм (рис. 3.4, а) является разновидностью механизма шарнирного четырехзвенника при бесконечной длине l_3 поводка ползуна 3, а кулисный механизм (б) является разновидностью механизма шарнирного четырехзвенника при бесконечной величине длины l_2 поводка ползуна 2. Поэтому правило Грасгофа

справедливо и для этих механизмов. В дальнейшем под *кулисой* будем понимать вращающееся звено, по которому поступательно перемещается другое звено – *ползун*.

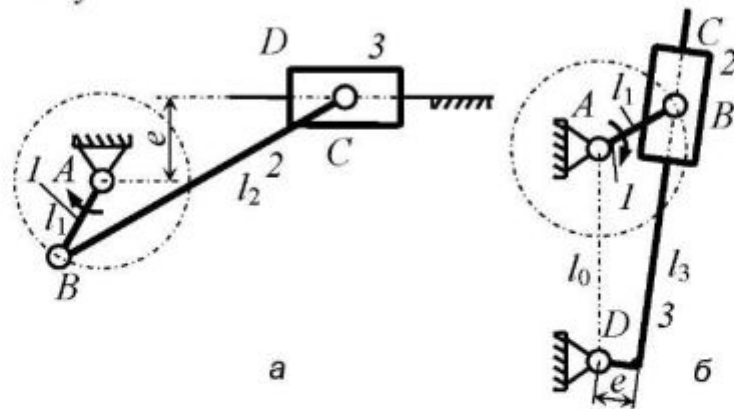


Рис.3.4. К условию существования кривошипа в кривошипно–ползунном и кулисном механизмах


Условие существования кривошипа в кривошипно-ползунном механизме (рис. 3.4, а) будет выражаться неравенством

$$l_1 \leq l_2 - |e|. \quad (3.2)$$


Если неравенство (3.2) не соблюдается, то звено 1 будет коромыслом. Условие существования кривошипа в кулисном механизме (рис. 3.4, б) будет выражаться неравенством

$$l_1 > l_0 - e. \quad (3.3)$$

В кулисном механизме звено 1 всегда является кривошипом. Если неравенство (3.3) не соблюдается, кулиса тоже является кривошипом. При соблюдении неравенства кулиса совершает знакопеременное вращательное движение.

Следует иметь в виду, что структурные группы могут присоединяться к входному звену и стойке разными внешними кинематическими парами. Поэтому при синтезе и анализе механизмов используют  *условие сборки* $q = \pm 1$. Положительным считается значение, когда кинематические пары структурной группы обходятся по контуру против часовой стрелки. Например, на рис. 3.1, а условие сборки $q = -1$, а при присоединении звеньев симметрично относительно линии BD его значение будет равно $q = +1$.

3.2. Алгоритмы синтеза механизма шарнирного четырехзвенника

 Синтез механизма шарнирного четырехзвенника в общем случае заключается в определении значений основных линейных размеров его звеньев l_1, l_2, l_3, l_0 и значения угловой координаты φ_1 , определяющей положение кривошипа при синтезе (рис. 3.5). Рассмотрим несколько алгоритмов синтеза, отличающихся друг от друга техническими требованиями к механизму. Общим для всех методов будет то, что при синтезе принимают известной длину l_3 звена 3 и значения параметров, определяющих его положение при различных положениях кривошипа. Наиболее часто применяемым методом является *синтез размеров звеньев механизма шарнирного четырехзвенника по трем положениям его выходного звена 3*, заданных значениями углов φ_3 для трех значений угловых координат φ_1

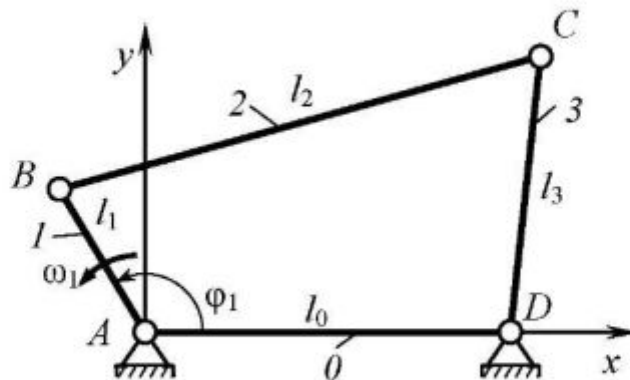


Рис. 3.5. Основные размеры в шарнирном четырехзвенном механизме

входного звена. Это объясняется тем, что в этом случае не требуется задавать функцию положения звена 3 механизма, а достаточно знать только три ее значения $\varphi_3(\varphi_{31}, \varphi_{32}, \varphi_{33})$, которым соответствуют три значения обобщенной координаты $\varphi_1(\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{13})$. При определении значений линейных размеров механизма обычно известны и координаты центров вращения кривошипа и коромысла и расстояние между ними, так как в реальных механизмах, взаимное расположение двигателя и выходного звена всегда известно. В связи с этим в рассматриваемом алгоритме синтеза будем принимать известной и длину l_0 стойки.

Применим для решения задачи метод обращения движения, придавая координатной плоскости, на которой перемещаются звенья механизма, угловую скорость $\omega = -\omega_1$. Тогда, на координатной плоскости xAu (рис. 3.6) звено 1 станет неподвижным, шатун 2 будет вращаться вокруг точки

B , а стойка θ – вокруг точки A . Траекториями движения центров шарниров B и D будут соответственно дуги окружностей радиусов l_2 и l_0 . Для второго и третьего значений обобщенной координаты положение стойки относительно входного звена будет определяться углами $(\varphi_{12} - \varphi_{11})$ и $(\varphi_{13} - \varphi_{11})$, на которые стойка повернется в направлении ω . Положение коромысла 3 будет определяться при этом углами φ_{32} и φ_{33} относительно стойки. Так как длина шатуна неизменна, а точка B неподвижна, то ее координаты являются координатами центра окружности, проходящей через три точки C_1, C_2, C_3 . Им будет точка пересечения перпендикуляров, восставленных из середин S_1 и S_2 хорд отрезков C_1C_2 и C_2C_3 . Уравнения этих прямых будут иметь вид

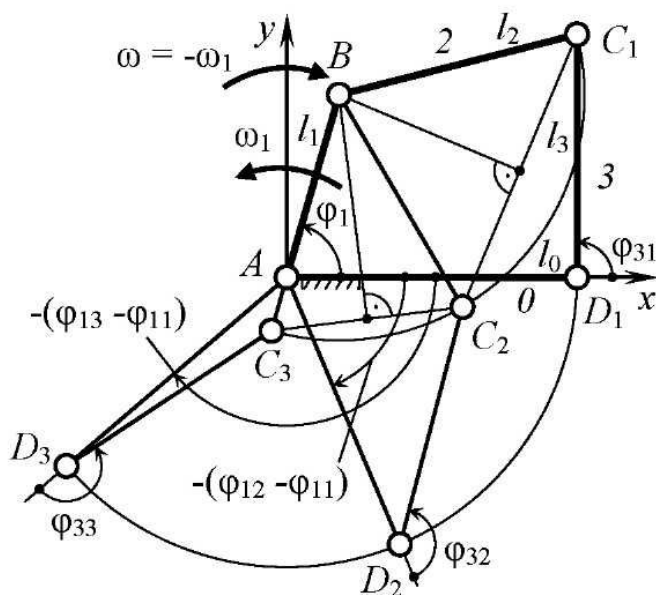


Рис. 3.6. К синтезу шарнирного четырехзвенного механизма по трем положениям выходного звена


$$\left. \begin{aligned} -k_{12}x + y &= y_{S_1} - k_{12}x_{S_1}; \\ -k_{23}x + y &= y_{S_2} - k_{23}x_{S_2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

В уравнениях системы (2.4) k_{12} и k_{23} – угловые коэффициенты прямых, проведенных перпендикулярно хордам C_1C_2 и C_2C_3 через их середины S_1 и S_2 .

Алгоритм решения задачи синтеза механизма шарнирного четырехзвенника, приведенный в табл. 3.1 содержит последовательность алгебраических зависимостей и операторных функций, реализующих указанные выше действия. В последней строке таблицы приведена операторная функция $SNTZR$, формализующая алгоритм. Обозначения входных и выходных переменных соответствуют обозначениям рис. 3.6. Примечание к таблице поясняет особенности применения операторной функции $SNTZR$ при синтезе механизма шарнирного четырехзвенника и кривошипно-ползунного механизма.



Таблица 3.1– Алгоритм синтеза размеров звеньев шарнирного четырехзвенного механизма по заданным трем положениям выходного звена

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|---|
| 1 | $x_{C_i} = l_{0i} \cos(\varphi_{11} - \varphi_{1i}) + l_2 \cos(\varphi_{3i} + (\varphi_{11} - \varphi_{1i}))$ | Определение координат точки C_i для трех заданных положений кривошипа, определяемого значениями угла φ_{1i} , при $i = 1, 2, 3$ |
| 2 | $y_{C_i} = l_{0i} \sin(\varphi_{11} - \varphi_{1i}) + l_2 \sin(\varphi_{3i} + (\varphi_{11} - \varphi_{1i}))$ | |
| 3 | $k_{12} = -(x_{C_2} - x_{C_1}) / (y_{C_2} - y_{C_1})$ | Определение угловых коэффициентов хорд, соединяющих точки C_i |
| 4 | $k_{23} = -(x_{C_3} - x_{C_2}) / (y_{C_3} - y_{C_2})$ | |
| 5 | $x_{S_1} = (x_{C_1} + x_{C_2}) / 2; y_{S_1} = (y_{C_1} + y_{C_2}) / 2;$ $x_{S_2} = (x_{C_2} + x_{C_3}) / 2; y_{S_2} = (y_{C_2} + y_{C_3}) / 2.$ | Определение координат середин хорд, соединяющих точки C_i |
| 6 | $A(2,2) = \begin{bmatrix} -k_{12}, 1 \\ -k_{23}, 1 \end{bmatrix}$ | Формирование массива определителя и столбика свободных членов системы линейных уравнений (2.4) |
| 7 | $C(2) = (y_{S_1} - k_{12}x_{S_1}, y_{S_2} - k_{23}x_{S_2})$ | |
| 8 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2)) \# x_B, y_B$ | Определение координат точки B |
| 9 | $l_1 = \sqrt{x_B^2 + y_B^2};$ $l_2 = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2};$ $\varphi_{11} = \arctg(y_B / x_B).$ | Определение величин размеров кривошипа и шатуна механизма и угла положения кривошипа, при котором будет справедлива функция положения |
| $SNTZR(l_0(3), l_3, \varphi_1(3), \varphi_3(3)) \# l_1, l_2, \varphi_{11}$ | | |
| <p>ПРИМЕЧАНИЕ  Операторная функция $SNTZR$ применяется при синтезе размеров звеньев как механизма шарнирного четырехзвенника, так и кривошипно-ползунного механизма. При синтезе механизма шарнирного четырехзвенника значения переменных массива $l_0(3)$ следует принимать одинаковыми, а при синтезе кривошипно-ползунного механизма, – одинаковыми принимать значения переменных массива $\varphi_3(3)$</p> | | |



FuncSNTZR(L0, L3, FI1, FI3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|----------------|--|
| L0 | $l_0(3)$ | Матрица-столбец, содержащая линейные координаты шарнира выходного звена в трех заданных положениях |
| L3 | l_3 | Размер выходного звена |
| FI1 | $\varphi_1(3)$ | Матрица-столбец, содержащая угловые координаты входного звена в трех заданных положениях |
| FI3 | $\varphi_3(3)$ | Матрица-столбец, содержащая угловые координаты выходного звена в трех заданных положениях |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|----------------|--------------------------|
| 1 | l_1 | Длина кривошипа |
| 2 | l_2 | Длина шатуна |
| 3 | φ_{11} | Начальный угол кривошипа |

В операторной функции *SNTZR*: $\varphi_1(3)$, $\varphi_3(3)$ – массивы трех числовых значений угловых координат входного и выходного звеньев; $l_0(3)$ – массив из трех одинаковых значений длины звена l (см. примечание в табл. 2.1). Выбор массивов $\varphi_1(3)$, $\varphi_3(3)$ из общего массива числовых данных, задающих функцию положения, осуществляется при программной реализации алгоритма синтеза.

Программа, реализующая алгоритм, описываемый операторной функцией *SNTZR*, приведена в библиотеке математического обеспечения под аналогичным наименованием.

Если заданы не три положения выходного звена, а его функция положения, то алгоритм синтеза остается прежним, если вычислить значения функции положения для количества значений обобщенной координаты, кратного трем. Тогда координаты точки *B* определяться как средние арифметические значения от полученных значений. В этом случае синтез будет

приближенным (рис. 3.7). Для любых трех значений направляющего угла входного звена $\varphi_1(3)$ и соответствующих им значений угловой координаты $\varphi_3(3)$ выходного звена с использованием операторной функции *SNIZR* можно определить координаты точки B_i и значения длин звеньев l_{1i} и l_{2i} (рис. 3.7). При общем случае задания функции положения выходного звена массивом чисел, точки C_i не будут лежать на одной окружности для любых последовательностей задания $\varphi_1(3)$ и $\varphi_3(3)$. Тогда при размерности n массивов числовых данных кратной трем $m = n/3$ получим

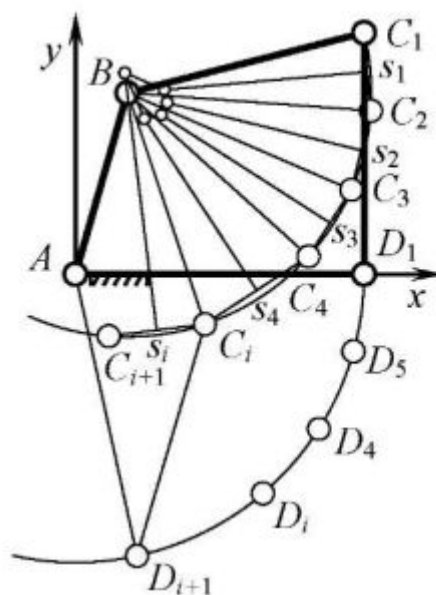


Рис. 3.7. Приближенный синтез шарнирного четырехзвенного механизма по трем положениям выходного звена

$$\begin{cases} l_1 = \left(\sum_{i=1}^n l_{1i} \right) / m, \\ l_2 = \left(\sum_{i=1}^n l_{2i} \right) / m, \\ \varphi_1 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{i=1}^n y_{B_i}}{\sum_{i=1}^n x_{B_i}} \right). \end{cases} \quad (3.5)$$

Для многих технологических машин циклического действия, в которых применяется механизм шарнирного четырехзвенника, требуется соблюдать определенные соотношения между значениями скоростей выходного звена во время совершения им рабочего и холостого хода. Это соотношение обычно задают коэффициентом изменения средней скорости $k_{\omega 3} = \omega_{3x} / \omega_{3p}$. В этих случаях также задают угловые координаты φ_{31} и φ_{32} для крайних положений выходного звена (рис. 3.8). Разность угловых координат $\psi = \varphi_{32} - \varphi_{31}$ для крайних положений определяет размах углового перемещения коромысла.

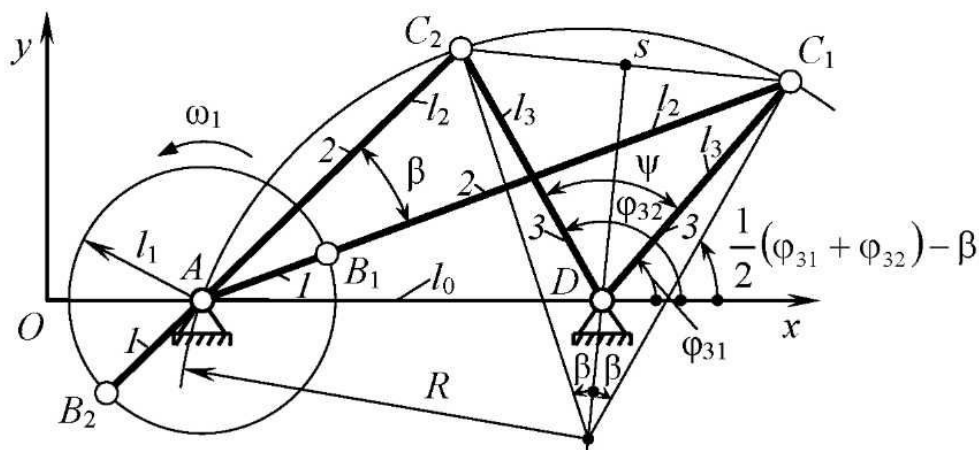


Рис. 3.8. К синтезу шарнирного четырехзвенного механизма по крайним положениям выходного звена и коэффициенту изменения его средней скорости

Алгоритм синтеза механизма шарнирного четырехзвенника по крайним положениям выходного звена и значению коэффициента изменения его средней скорости реализует следующие действия. Точки C_1 и C_2 крайних положений коромысла 3 определяют положения точек B_1 и B_2 на линиях AC_1 и AC_2 при соответствующих положениях кривошипа 1. Если угол между отрезками AC_1 и AC_2 обозначим β , то его величина определится из зависимостей:

$$k_{\omega_3} = (\pi + \beta) / (\pi - \beta);$$

$$\beta = \pi (k_{\omega_3} - 1) / (k_{\omega_3} + 1).$$

Восставим из середины S отрезка C_1C_2 перпендикуляр, который должен проходить через центр D вращения коромысла 3. Точки A , C_1 и C_2 должны располагаться на одной окружности. Ее центр E и радиус $R = EC_1$ определяются точкой пересечения прямой, проведенной через точку C_1 под углом β относительно линии SD , и перпендикуляра SD . Соответствующая система линейных уравнений этих прямых имеет вид

$$\begin{cases} y - k_{SD}x = -k_{SD}x_D; \\ y - k_{C_1E}x = -k_{C_1E}x_{C_1}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Центр вращения A кривошипа 1 будет находиться на пересечении этой окружности с осью абсцисс координатной системы. Возможны два решения в зависимости от знака условия сборки q механизма, что должно

быть учтено при реализации алгоритма, так как из свойств окружности следует: $\angle C_2AC_1 = \beta = 0,5 \angle C_2EC_1$. Размеры звеньев l_1, l_2 и l_0 могут быть найдены из геометрических соотношений:

$$\begin{cases} l_1 = 0,5(AC_1 + AC_2); \\ l_2 = AC_1 - l_1; \\ l_0 = |x_D - x_A|. \end{cases} \quad (3.7)$$

В табл. 3.2 приведена последовательность алгебраических зависимостей и операторных функций, реализующих указанные выше действия. В последней строке таблицы приведена операторная функция *SNTZ1*, формализующая алгоритм, с указанием перечня входных и выходных переменных. Программа, реализующая алгоритм, описываемый операторной функцией *SNTZ1*, приведена в библиотеке математического обеспечения под аналогичным наименованием.



Таблица 3.2 – Алгоритм синтеза размеров звеньев шарнирного четырехзвенного механизма по крайним положениям выходного звена и коэффициенту изменения его средней скорости k_{ω_3}

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $\beta = \pi(k_{\omega_3} - 1)/(k_{\omega_3} + 1)$ | Определение координат точек C_1 и C_2 крайних положений коромысла 3 по заданным значениям угловых координат и k_{ω_3} |
| 2 | $x_{C_1} = x_D + l_3 \cos \varphi_{31}; y_{C_1} = l_3 \sin \varphi_{31};$ $x_{C_2} = x_D + l_3 \cos \varphi_{32}; y_{C_2} = l_3 \sin \varphi_{32}$ | |
| 3 | $k_{C_1E} = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_{31} + \varphi_{32} - \beta}{2}\right)$ | Определение угловых коэффициентов прямой, проведенной через точку C_1 и C_2 под углом β |
| 4 | $k_{C_2E} = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_{31} + \varphi_{32} + \beta}{2}\right)$ | |
| 5 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} 1, -k_{C_2E} \\ 1, -k_{C_1E} \end{vmatrix}$ | Формирование массива определителя и столбика свободных членов системы линейных уравнений (2.6) |
| 6 | $C(2) = (-k_{C_2E}x_{C_2} + y_{C_2}, -k_{C_1E}x_{C_1} + y_{C_1})$ | |
| 7 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_E, x_E)$ | Определение координат точки E |

Окончание табл. 3.2

| 1 | 2 | 3 |
|---|--|--|
| 8 | $R = \sqrt{(x_E - x_{C_1})^2 + (y_E - y_{C_1})^2}$ | Определение радиуса окружности, проходящей через точки A , C_1 и C_2 |
| 9 | $x_A = x_E + \text{sign}\sqrt{R^2 - y_E^2}$ | Определение абсциссы центра вращения кривошипа |
| 10 | $l_1 = 0,5(\sqrt{(x_A - x_{C_1})^2 + (y_A - y_{C_1})^2} -$ $-\sqrt{(x_A - x_{C_2})^2 + (y_A - y_{C_2})^2});$ $l_2 = \sqrt{(x_A - x_{C_1})^2 + (y_A - y_{C_1})^2} - l_1;$ $l_0 = x_D - x_A .$ | Определение величин размеров звеньев механизма по результатам синтеза |
| $SNTZ1(k_{\omega 3}, \varphi_{31}, \varphi_{32}, l_3, x_D, q \# l_1, l_2, l_0)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncSNTZ1(KW3, FI31, FI32, L3, XD, Q, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|----------------|--|
| KW3 | $k_{\omega 3}$ | Коэффициент изменения средней скорости выходного звена |
| FI31 | φ_{31} | Первое положение выходного звена |
| FI32 | φ_{32} | Второе положение выходного звена |
| L3 | l_3 | Длина выходного звена |
| XD | x_D | Положение центра вращения выходного звена |
| Q | q | Условие сборки звеньев структурной группы |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|---|
| 1 | l_1 | Длина кривошипа |
| 2 | l_2 | Длина шатуна |
| 3 | l_0 | Расстояние между центрами вращения входного и выходного звеньев |



Если кроме соблюдения заданной величины коэффициента изменения средней скорости выходного звена при синтезе ставится условие обеспечения незаклинивания звеньев механизма, то к входным параметрам алгоритма и операторной функции добавляют дополнительный параметр – угол передачи движения $\gamma = \pi/2 - \alpha$, дополняющий угол давления α до величины $\pi/2$. Этот угол между шатуном и коромыслом (рис. 3.9) связан с величиной угловой координаты φ_1 кривошипа зависимостью, получаемой из рассмотрения треугольников $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$:

$$(BD)^2 = l_1^2 + l_0^2 - 2l_1l_0 \cos \varphi_1 = l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3 \cos \gamma.$$

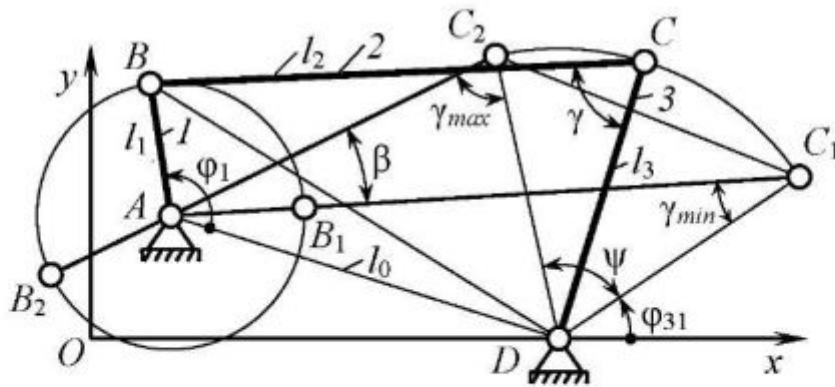


Рис. 3.9. К синтезу шарнирного четырехзвенного механизма по условию обеспечения незаклинивания его звеньев

Из рассмотрения $\triangle AC_2C_1$ получим

$$\angle C_2C_1A = (\pi - \psi)/2 - \gamma_{\min}; \quad \angle AC_2C_1 = \gamma_{\max} + (\pi - \psi)/2;$$

$$\beta = \pi - \angle C_2C_1A - \angle AC_2C_1 = \psi + \gamma_{\min} - \gamma_{\max}; \quad \psi = \beta + \gamma_{\max} - \gamma_{\min}.$$

Центр A вращательной кинематической пары кривошипа относительно стойки определится на пересечении прямых C_1A и C_2A , угловые коэффициенты которых соответственно имеют вид

$$k_1 = \operatorname{tg}(\varphi_{31} - \gamma_{\min}),$$

$$k_2 = \operatorname{tg}(\varphi_{31} + \psi - \gamma_{\max}).$$

Система уравнений прямых линий C_1A и C_2A , на пересечении которых будет находиться центр A вращательной кинематической пары, образованной кривошипом и стойкой, будет иметь вид

$$\begin{cases} -k_1x + y = y_{C_1} - k_1x_{C_1}; \\ -k_2x + y = y_{C_2} - k_2x_{C_2}. \end{cases} \quad (3.8)$$



Таблица 3.3 – Алгоритм синтеза размеров звеньев шарнирного четырехзвенного механизма для заданных значений: угловой координаты выходного звена, углов передачи движения для его крайних положений, коэффициента изменения его средней скорости $k_{\omega 3}$

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|--|
| 1 | $\beta = \pi(k_{\omega 3} - 1)/(k_{\omega 3} + 1);$ $\psi = \beta + \gamma_{\max} - \gamma_{\min};$ $x_{C_1} = x_D + l_3 \cos \varphi_3; y_{C_1} = l_3 \sin \varphi_3;$ $x_{C_2} = x_D + l_3 \cos \varphi_3; y_{C_2} = l_3 \sin \varphi_3.$ | Определение координат точек C_1 и C_2 крайних положений коромысла 3 по заданным значениям угловых координат и $k_{\omega 3}$ |
| 2 | $k_{C_1A} = \operatorname{tg}(\varphi_{31} - \gamma_{\min});$ $k_{C_2A} = \operatorname{tg}(\varphi_{31} + \psi - \gamma_{\max}).$ | Определение угловых коэффициентов прямых C_1A и C_2A |
| 3 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} -k_{C_1A}, 1 \\ -k_{C_2A}, 1 \end{vmatrix}$ | Формирование массива определителя и столбика свободных членов системы линейных уравнений (2.8) |
| 4 | $C(2) = (y_{C_1} - k_{C_1A}x_{C_1}, y_{C_2} - k_{C_2A}x_{C_2})$ | |
| 5 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_A, x_A)$ | Определение координат точки A |
| 6 | $l_1 = 0,5(\sqrt{(x_{C_1} - x_A)^2 + (y_{C_1} - y_A)^2} - \sqrt{(x_{C_2} - x_A)^2 + (y_{C_2} - y_A)^2});$ $l_2 = \sqrt{(x_{C_1} - x_A)^2 + (y_{C_1} - y_A)^2} - l_1;$ $l_0 = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + y_A^2}.$ | Определение величин размеров звеньев механизма по результатам синтеза |
| $SNTZ2(k_{\omega 3}, \varphi_3, l_3, x_D, \gamma_{\min}, \gamma_{\max} \# l_1, l_2, l_0)$ | | |



Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-----------------|--|
| KW3 | $k_{\omega 3}$ | Коэффициент изменения средней скорости выходного звена |
| FI3 | φ_3 | Угловая координата выходного звена для одного положения |
| L3 | l_3 | Длина выходного звена |
| XD | x_D | Положение центра вращения выходного звена |
| GMIN | γ_{\min} | Минимальное и максимальное значение угла передачи движения между шатуном и выходным звеном |
| GMAX | γ_{\max} | |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|---|
| 1 | l_1 | Длина кривошипа |
| 2 | l_2 | Длина шатуна |
| 3 | l_0 | Расстояние между центрами вращения входного и выходного звеньев |

После определения координат точки A размеры кривошипа, шатуна, и стойки определяются из геометрических соотношений. В табл. 3.3 приведена последовательность алгебраических зависимостей и операторных функций, реализующих указанные выше действия. В последней строке таблицы приведена операторная функция $SNTZ2$, формализующая алгоритм, с указанием перечня входных и выходных переменных. Программа, реализующая алгоритм, описываемый операторной функцией $SNTZ2$, приведена в библиотеке математического обеспечения под аналогичным наименованием.

Для некоторых типов механизмов главным являются положения, которые занимает шатун при повороте кривошипа на угол ψ_1 . Рассмотрим алгоритм синтеза механизма шарнирного четырехзвенника при заданных двух положениях шатуна 2 и направляющем угле α_i вектора скорости од-

ной из точек шатуна. Алгоритм синтеза будет проще, если в качестве этой точки рассматривать центр C вращательной кинематической пары, которую шатун образует с коромыслом 3 в одном из положений (рис. 3.10). Следовательно, при синтезе механизма будем считать заданным направляющий угол вектора скорости \vec{v}_{C_1} . Центры A и D вращения кривошипа 1 и коромысла 3 могут быть определены, как точки пересечения пар прямых: AB_1 , S_1A и C_1D , S_2D . Точки S_1 и S_2 , из которых восставляются перпендикуляры S_1A и S_2D , являются серединами отрезков, соединяющих точки B и C шатуна в двух его заданных положениях.

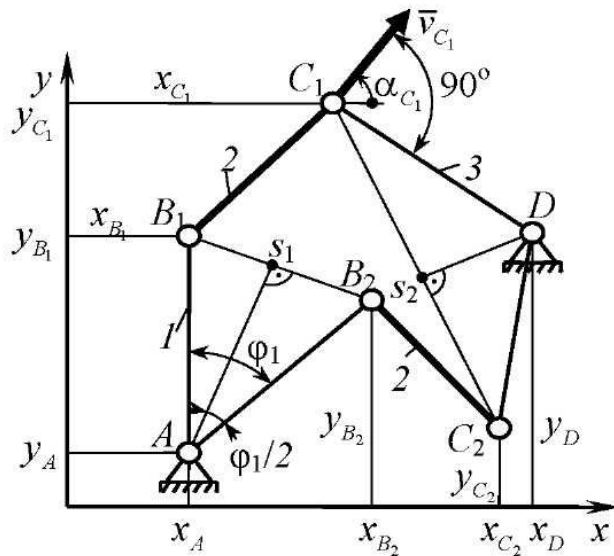


Рис. 3.10. К синтезу механизма шарнирного четырехзвенника при заданных двух положениях шатуна и направляющем угле вектора скорости одной из его точек

Системы линейных уравнений, решения которых определяют координаты центров вращения кривошипа A и коромысла D , будут иметь вид:
 – уравнения для определения координат x_A и y_A :

$$\begin{cases} -k_{B_1A}x + y = y_{B_1} - k_{B_1A}x_{B_1}; \\ -k_{S_1A}x + y = y_{S_1} - k_{S_1A}x_{S_1}. \end{cases} \quad (3.9)$$

– уравнения для определения координат x_D и y_D :

$$\begin{cases} -k_{C_1D}x + y = y_{C_1} - k_{C_1D}x_{C_1}; \\ -k_{S_2D}x + y = y_{S_2} - k_{S_2D}x_{S_2}. \end{cases} \quad (3.10)$$

В табл. 3.4 приведена последовательность алгебраических зависимостей и операторных функций, реализующих указанные выше действия. В последней строке таблицы приведена операторная функция $SNTZ3$, формализующая алгоритм, с указанием перечня входных и выходных переменных.



Таблица 3.4 – Алгоритм синтеза размеров звеньев шарнирного четырехзвенного механизма по заданным положениям шатуна и величине направляющего угла скорости одной из его точек

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|--|---|---|
| 1 | $UGL2(x_{B_1}, y_{B_1}, x_{B_2}, y_{B_2} \# \varphi_{B_1 B_2})$ $UGL2(x_{C_1}, y_{C_1}, x_{C_2}, y_{C_2} \# \varphi_{C_1 C_2})$ | Определение направляющих углов отрезков, соединяющих точки шатуна |
| 2 | $k_{S_1 A} = -1/tg\varphi_{B_1 B_2}$, $k_{S_2 D} = -1/tg\varphi_{C_1 C_2}$, $k_{B_1 A} = tg(\varphi_{B_1 B_2} - \pi/2 + \psi_1/2)$, $k_{C_1 D} = -1/tg\alpha_{C_1}$. | Определение угловых коэффициентов прямых $S_1 A$, $B_1 A$ и $S_2 D$, $C_1 D$, точки пересечения которых определяют центр $A I$ и центр D |
| 3 | $x_{S_1} = (x_{B_1} + x_{B_2})/2$; $y_{S_1} = (y_{B_1} + y_{B_2})/2$; $x_{S_2} = (x_{C_1} + x_{C_2})/2$; $y_{S_2} = (y_{C_1} + y_{C_2})/2$. | Определение координат середин отрезков, соединяющих точки, определяющие положение шатуна в заданных положениях |
| 4 | $A_1(2,2) = \begin{vmatrix} -k_{B_1 A}, 1 \\ -k_{S_1 A}, 1 \end{vmatrix}$ | Формирование массива определителя и столбика свободных членов системы линейных уравнений (2.9) |
| 5 | $C_1(2) = (y_{B_1} - k_{B_1 A} x_{B_1}, y_{S_1} - k_{S_1 A} x_{S_1})$ | |
| 6 | $A_1(2,2) = \begin{vmatrix} -k_{C_1 D}, 1 \\ -k_{S_2 D}, 1 \end{vmatrix}$ | Формирование массива определителя и столбика свободных членов системы линейных уравнений (2.10) |
| 7 | $C_1(2) = (y_{C_1} - k_{C_1 D} x_{C_1}, y_{S_2} - k_{S_2 D} x_{S_2})$ | |
| 8 | $SISTEMA(2, A_1(2,2), C_1(2) \# x_A, y_A)$ | Определение координат центра A вращения кривошипа I |
| 9 | $SISTEMA(2, A_2(2,2), C_2(2) \# x_D, y_D)$ | Определение координат центра D вращения шатуна 3 |
| 10 | $l_1 = \sqrt{(x_A - x_{B_1})^2 + (y_A - y_{B_1})^2}$ | Определение длины кривошипа механизма |
| 11 | $l_3 = \sqrt{(x_{C_1} - x_D)^2 + (y_{C_1} - y_D)^2}$ | Определение длины коромысла механизма |
| 12 | $l_0 = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$ | Определение длины стойки механизма |
| $SNTZ3(x_{B_1}, y_{B_1}, x_{B_2}, y_{B_2}, x_{C_1}, y_{C_1}, x_{C_2}, y_{C_2}, \psi_1, \alpha_{C_1} \# l_1, l_3, l_0)$ | | |



FuncSNTZ3(XB1, YB1, XB2, YB2, XC1, YC1, XC2, YC2, FI1, ALC1, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|---------------|---|---|
| XB1 | x_{B1} | Первое положение | Координаты точки контакта шатуна со входным звеном в первом положении |
| YB1 | y_{B1} | | |
| XB2 | x_{B2} | Второе положение | |
| YB2 | y_{B2} | | |
| XC1 | x_{C1} | Первое положение | Координаты точки контакта шатуна с выходным звеном |
| YC1 | y_{C1} | | |
| XC2 | x_{C2} | Второе положение | |
| YC2 | y_{C2} | | |
| FI1 | φ_1 | Угол поворота входного звена при переходе шатуна из первого положения во второе | |
| ALC1 | α_{C1} | Направляющий угол вектора скорости точки контакта шатуна с выходным звеном | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|---|
| 1 | l_1 | Длина кривошипа |
| 2 | l_2 | Длина шатуна |
| 3 | l_0 | Расстояние между центрами вращения входного и выходного звеньев |

Алгоритм операторной функции *SNTZ3* прост и для его понимания достаточно комментариев, приведенных в табл. 3.4. Программа, реализующая алгоритм, описываемый операторной функцией *SNTZ3*, приведена в библиотеке математического обеспечения под аналогичным наименованием.

алгоритмов синтеза размеров звеньев кривошипно-ползунного и шарнирного механизмов одинакова. Отличия имеют место лишь при описании входных и выходных параметров, – при синтезе размеров звеньев кривошипно-ползунного механизма трехмерными массивами задают размеры длины стойки $l_0(3)$, и одинаковые значения направляющего угла $\varphi_3(3)$ коромысла. В табл. 3.1 приведен алгоритм синтеза звеньев кривошипно-ползунного и шарнирного механизмов и его операторная функция.

3.4. Синтез кривошипно-кулисного механизма

При синтезе кулисных механизмов (рис. 3.12) размеры звеньев l_1, l_0, l_3 определяются при заданных значениях коэффициента k_{ω_3} изменения средней скорости кулисы 3 , хода кулисы s , и значении h ее конструктивного размера при реализации геометрических соотношений:

$$\beta = ((k_{\omega_3} - 1)/(k_{\omega_3} + 1))\pi/2;$$

$$\sin \beta = \begin{cases} \frac{l_1}{l_0} = \lambda, & l_1 < l_0; \\ \frac{l_0}{l_1} = \lambda, & l_1 > l_0; \end{cases}$$

$$l_3 = \begin{cases} \frac{s}{2}\lambda, & l_1 < l_0; \\ \frac{s}{2}, & l_1 > l_0; \end{cases}$$

$$l_0 = (l_3 - h)/(1 + \lambda); \quad l_1 = \lambda l_0.$$

Алгоритм включает параметр λ , который принимает значения в зависимости от значения параметра q , который является признаком наличия одного кривошипа ($q \neq 0$) (a) или двух ($q = 0$) (b).

В табл. 3.5 приведен алгоритм, а в библиотеке математического обеспечения приведена стандартная программа *SNIZK*.

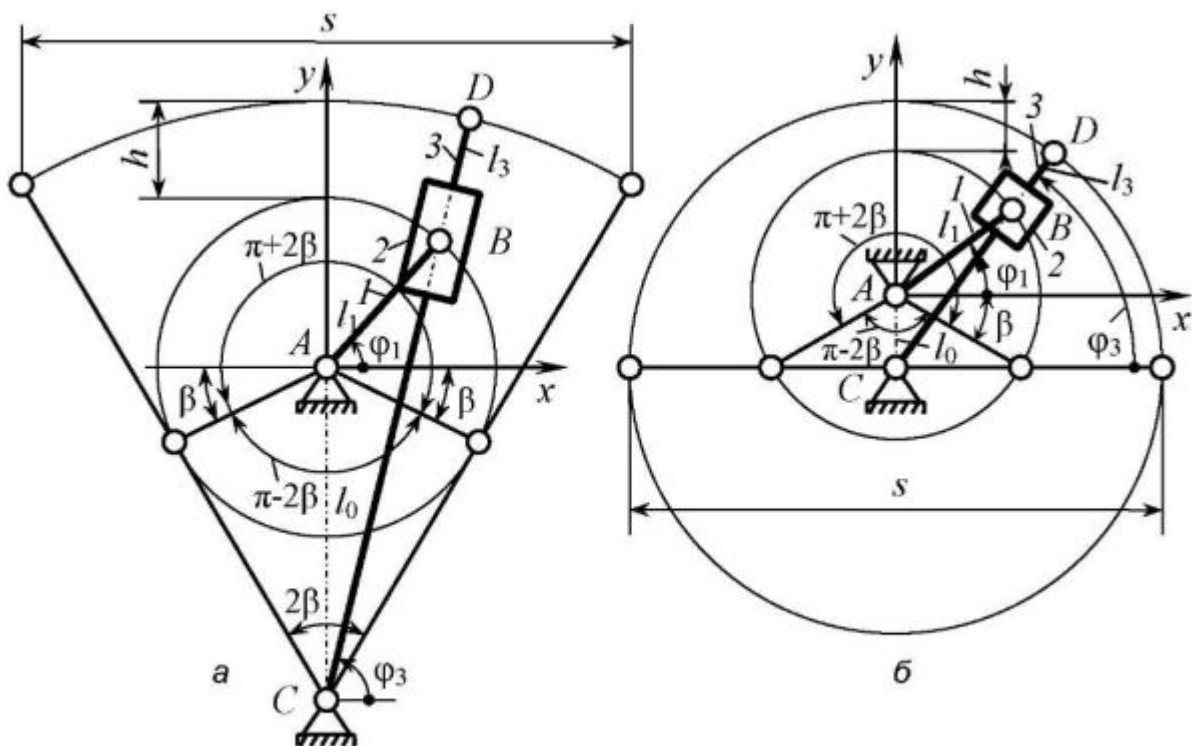


Рис. 3.12. К синтезу кривошипно-кулисного механизма



Таблица 3.5 – Алгоритм синтеза размеров звеньев кривошипно-кулисного механизма по значениям коэффициента изменения средней скорости $k_{\omega 3}$ кулисы 3, ее хода s , конструктивного размера h , условия сборки q

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|--|
| 1 | $\beta = (\pi/2)(k_{\omega 3} - 1)/(k_{\omega 3} + 1)$ | Определение угла качания кулисы по значениям $k_{\omega 3}$ |
| 2 | $\sin \beta = \begin{cases} l_1 / l_0 = \lambda, & l_1 < l_0; \\ l_0 / l_1 = \lambda, & l_1 > l_0; \end{cases}$ | Определение значения параметра λ с учетом условия сборки q |
| 3 | $l_3 = \begin{cases} s/2\lambda, & l_1 < l_0; \\ s/2, & l_1 > l_0; \end{cases}$ | Определение длины кулисы |
| 4 | $l_0 = (l_3 - h)/(1 + \lambda)$ | Определение длины стойки |
| 5 | $l_1 = \lambda l_0$ | Определение длины кривошипа |
| $SNTZK(k_{\omega 3}, s, h, q \# l_1, l_3, l_0)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncSNTZK(KW3, S, H, Q, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|----------------|---|
| KW3 | $k_{\omega 3}$ | Коэффициент изменения средней скорости кулисы |
| S | S | Ход кулисы |
| H | h | Запас хода ползуна |
| Q | q | Параметр кулисы ($q = 0$ – кулиса вращающаяся) |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|---|
| 1 | l_1 | Длина кривошипа |
| 2 | l_3 | Длина кулисы |
| 3 | l_0 | Расстояние между центрами вращения входного и выходного звеньев |

Глава 4. Формализация алгоритмов кинематического расчета шарнирных механизмов

4.1. Общие сведения о кинематике шарнирных механизмов

Движение звена шарнирного механизма на плоскости может быть задано: угловыми скоростями и ускорениями звена и координатами его мгновенных центров скоростей и ускорений; угловыми скоростями и ускорениями звена и векторами скорости и ускорения одной из его точек; векторами скорости и ускорения двух его точек. Когда мгновенные центры скоростей и ускорений звена совпадают и при работе механизма не меняют своего положения на плоскости, это соответствует вращательному движению звена (рис. 4.1). В других случаях кинематическое описание движения соответствует случаям плоскопараллельного или поступательного движений звена.

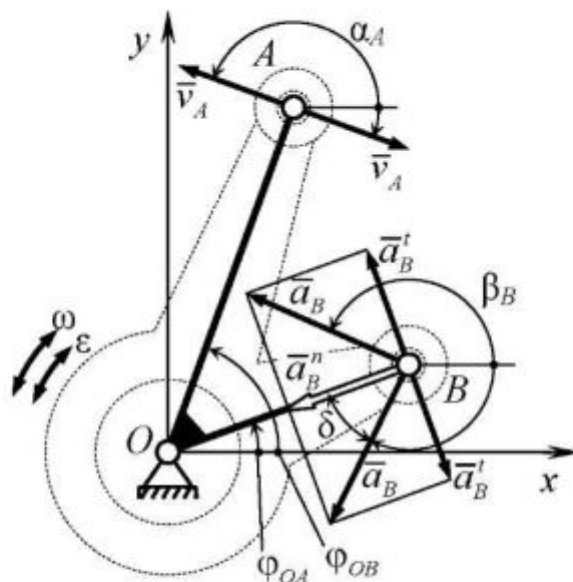


Рис. 4.1. К кинематике вращательного движения звена

При вращении звена с угловой скоростью ω и угловым ускорением ϵ величина вектора скорости его произвольной точки A определяется из условия $v_A = l_{OA}|\omega|$. Направление линии действия вектора скорости этой точки – перпендикулярно линии OA в направлении вращения звена. Вектор ускорения произвольной точки B звена определяется как геометрическая сумма нормальной \vec{a}_B^n и тангенциальной \vec{a}_B^t составляю-

щих вектора ускорения точки B . Величина вектора полного ускорения точки B в общем случае определится через заданные величины ω и ε как $a_B = l_{OB} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$.

Если движение звена задано угловыми скоростями и ускорениями звена и векторами скорости и ускорения одной из его точек, то оно совершает плоскопараллельное движение. Скорость и ускорение любой другой точки звена определяют с помощью теоремы о сложении движений, рассматриваемой в теоретической механике. Например, скорость движения точки B (рис. 4.2, а) определится по величине и направлению вектором

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA},$$

где \vec{v}_A – вектор скорости точки A , движущейся по своей траектории; \vec{v}_{BA} – вектор относительной скорости движения точки B относительно точки A звена.

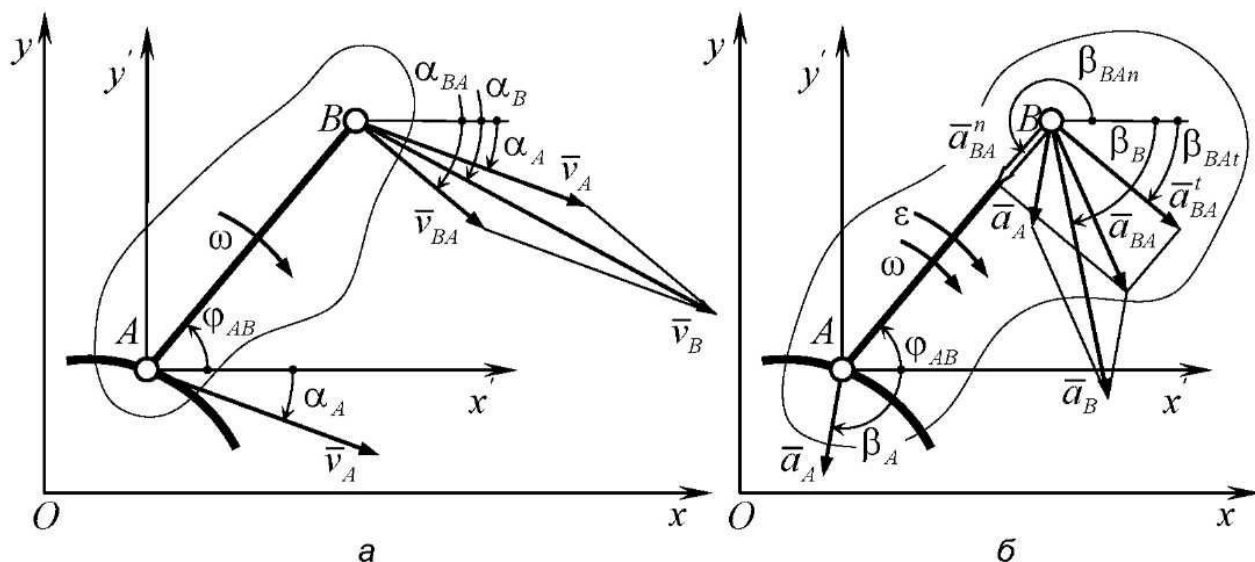


Рис. 4.2. К кинематике плоско-параллельного движения звена

При заданной угловой скорости ω величину вектора \vec{v}_{BA} определяют, как $v_{BA} = |\omega| l_{AB}$. Линия действия вектора \vec{v}_{BA} будет перпендикулярна линии AB при направлении вектора в сторону вращения звена. Ускорение движения точки B относительно точки A звена определится по величине и направлению вектором (рис. 4.2, б)

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t,$$

где величина нормальной и тангенциальной составляющих ускорения определяются из выражений: $a_{BA}^n = \omega^2 l_{AB}$, $a_{BA}^t = |\epsilon| l_{AB}$. Вектор тангенциального ускорения направлен перпендикулярно линии AB в сторону направления углового ускорения звена.

Если закон движения звена задается векторами скоростей и ускорений двух точек A и B , то целью расчета будет определение величин и направлений угловой скорости и углового ускорения звена. Векторы относительной скорости и составляющих относительного ускорения определяют из приведенных выше векторных уравнений, а величины угловой скорости



и углового ускорения соответственно будут равны: $\omega = v_{BA} / l_{AB}$ и $\epsilon = \sqrt{a_{BA}^2 - \omega^4 l_{AB}^2} / l_{AB}$. Направление угловой скорости звена определяется по направлению вектора относительной скорости, а углового ускорения звена – по направлению вектора тангенциального ускорения.

4.2. Кинематика звеньев, соединенных вращательной кинематической парой

При образовании звеньями 2 и 3 вращательной кинематической пары B (рис. 4.3) на их относительные движения налагаются ограничения, из-за которых каждое звено может совершать только вращательные движения либо относительно центра шарнира B , либо относительно мгновенных центров вращения звеньев.

При заданных векторах скоростей точек A и C звеньев 2 и 3 скорость точки B определится при рассмотрении векторного уравнения (см. рис. 4.3, б)

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA} = \bar{v}_C + \bar{v}_{BC}. \quad (4.1)$$

Здесь линии действия относительных скоростей движения точки B перпендикулярны линиям, проходящим через ось шарнира B и точки A и C соответственно для звеньев 2 и 3. Если угловые скорости звеньев не заданы, то их определяют по величинам и направлениям векторов \bar{v}_{BA} и \bar{v}_{BC} соответственно для звеньев 2 и 3. Если угловые скорости звеньев заданы, то уравнение (4.1) решают относительно векторов \bar{v}_{BA} и \bar{v}_{BC} .

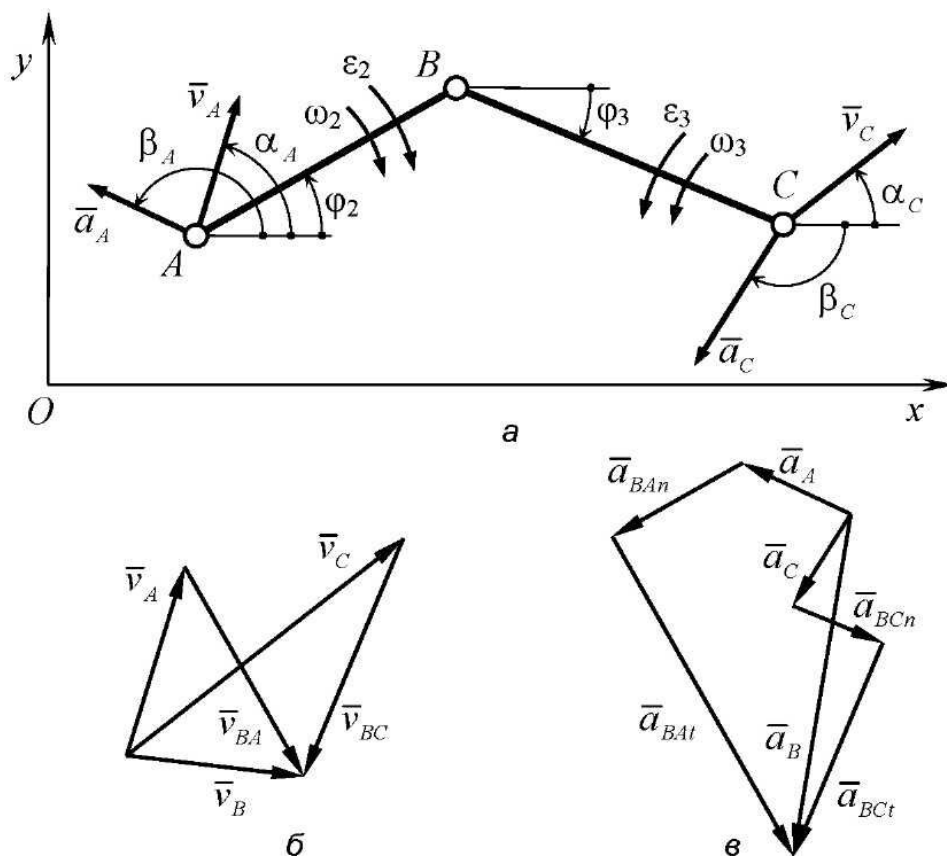


Рис. 4.3. К кинематике звеньев, соединенных вращательной кинематической парой

При заданных векторах ускорений точек A и C звеньев ускорение точки B определится при рассмотрении векторного уравнения (см. рис. 4.3, в)

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA_n} + \bar{a}_{BA_t} = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC_n} + \bar{a}_{BC_t}. \quad (4.2)$$

Здесь величины векторов нормальных ускорений определяют после определения угловых скоростей звеньев. Линии действия векторов тангенциальных ускорений направлены перпендикулярно векторам нормальных ускорений, а их величины находят из векторного многоугольника ускорений. После этого определяют величины и направления угловых ускорений.

Если угловые ускорения звеньев заданы, то уравнение (4.2) решается суммированием векторов для звена 2 или звена 3.

При графических решениях уравнений (4.1) и (4.2) следует применять правила векторной алгебры, по которым начала суммируемых векторов последовательно присоединяются к концам предыдущих векторов. Вектор суммы соединяет начало первого вектора с концом последнего.

4.3. Кинематика звеньев, соединенных поступательной кинематической парой

При образовании звеньями 2 и 3 поступательной кинематической пары в плоскости движения звеньев между ними нет жесткой кинематической связи. Их относительное движение может быть только поступательным (рис. 4.4). Так как угловые скорости ω и ускорения ε звеньев, образующих поступательную кинематическую пару, одинаковы, то целью кинематического расчета является определение линейных скоростей или ускорений точки одного из звеньев пары, при заданных кинематических характеристиках точки другого звена. В этом случае применяют теорему теоретической механики о сложном составном движении двух тел для скоростей или ускорений. Вектор скорости \vec{v}_{B_3} точки B_3 звена 3 при заданном векторе скорости \vec{v}_{B_2} точки B_2 звена 2 определится из решения векторного уравнения

$$\vec{v}_{B_3} = \vec{v}_{B_2} + \vec{v}_{B_3B_2}. \quad (4.3)$$

В уравнении (4.3) вектор $\vec{v}_{B_3B_2}$ является вектором относительной скорости движения звена 3 относительно звена 2, которое совершается

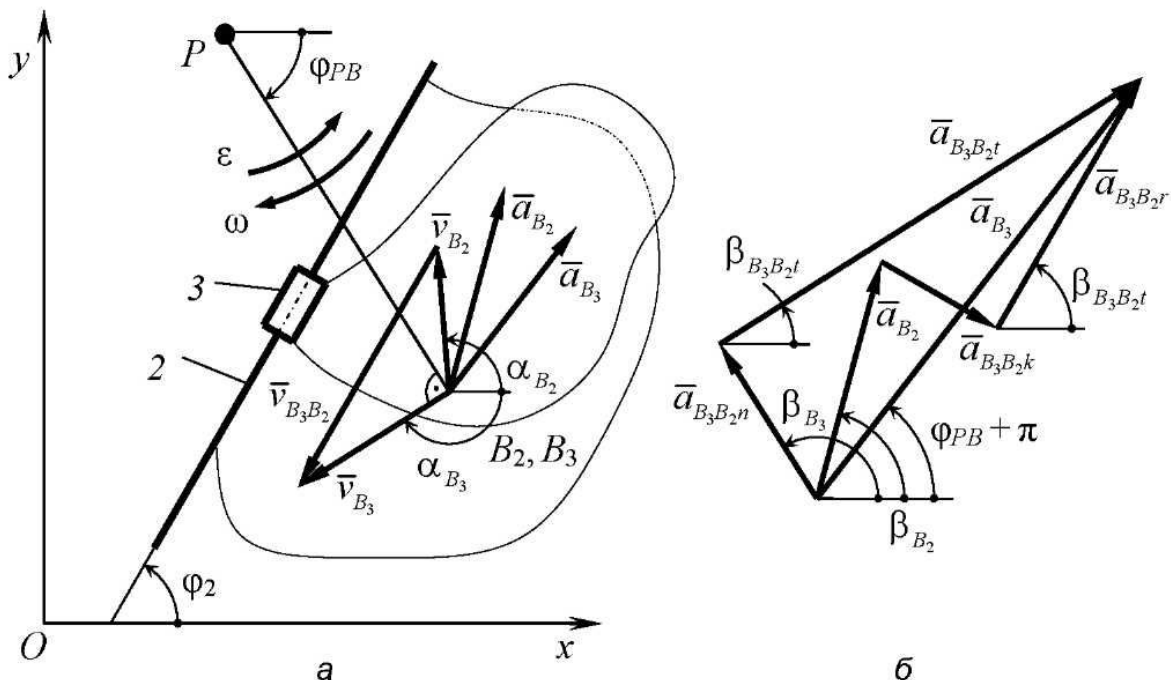


Рис. 4.4. К кинематике звеньев, соединенных поступательной кинематической парой

вдоль направляющей поступательной пары C . При решении этого уравнения следует иметь в виду, что вектор \bar{v}_{B_3} перпендикулярен радиус-вектору $P_a B_3$, соединяющему мгновенный центр скоростей звена 3 с точкой B_3 . Если звено 3 входит в кинематическую цепь механизма, то вектор \bar{v}_{B_3} определится из кинематики его звеньев. При любых вариантах заданных кинематических параметров, окончания векторов \bar{v}_{B_3} и \bar{v}_{B_2} будут находиться на линии, параллельной направляющей поступательной пары C . На рис. 4.4, а приведен многоугольник скоростей, соответствующий решению уравнения (4.3) при известном векторе \bar{v}_{B_2} . Так как линии действия векторов \bar{v}_{B_3} и $\bar{v}_{B_3 B_2}$ известны, то величины векторов определяются при их пересечении, а направления – по правилам векторной алгебры.

Ускорение \bar{a}_{B_3} точки B_3 определится из решения векторных уравнений, составленных в предположении, что задан вектор \bar{a}_{B_2} ускорения точки B_2 и известно положение мгновенного центра ускорений P_a :

$$\begin{aligned}\bar{a}_{B_3} &= \bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{B_3 B_2}^k + \bar{a}_{B_3 B_2}^r = \bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{23k} + \bar{a}_{23r}, \\ \bar{a}_{B_3} &= \bar{a}_{B_3 n} + \bar{a}_{B_3 t};\end{aligned}$$

или

$$\bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{32k} + \bar{a}_{32r} = \bar{a}_{B_3 n} + \bar{a}_{B_3 t}. \quad (4.4)$$

В уравнении (4.4) вектор \bar{a}_{32k} является вектором поворотного ускорения (ускорения Кориолиса). *Оно возникает при относительном поступательном движении рассматриваемого тела по вращающемуся телу. Величина вектора поворотного ускорения определяется, как $a_{32k} = 2|\omega|v_{B_3 B_2}$. Его направление определяется поворотом вектора относительной скорости на $\pi/2$ в сторону вращения переносной среды.* На рис. 4.4, б направление вектора \bar{a}_{32k} получено поворотом вектора $\bar{v}_{B_3 B_2}$ на $\pi/2$ в направлении угловой скорости звена ω . Линия действия вектора \bar{a}_{32r} совпадает с направляющей кинематической пары C . Векторы нормальной и тангенциальной составляющих ускорения движения точки B_3 относительно P_a определяются по зависимостям, рассмотренным в п. 4.1.

4.4. Алгоритмы определения линейных и угловых перемещений звеньев структурных групп второго класса

Для определения законов движения звеньев механизма необходимо определять их положения на координатной плоскости для любого положения входного звена. Если закон движения входного звена задан в виде функции изменения его обобщенной координаты, то, определяя для последовательности ее значений линейные или угловые координаты звеньев механизма, получим массивы чисел, соответствующих этой последовательности. Рассмотрим алгоритмы определения линейных и угловых координат звеньев структурных групп второго класса и соответствующие им операторные функции.

При выполнении кинематического расчета структурной группы первого вида известны координаты x_A, y_A, x_C, y_C центров шарниров A и C вращательных кинематических пар, которые звенья 2 и 3 образуют со звеньями кинематической цепи механизма (рис. 4.5). При изменении координат центров шарниров A и C будут изменяться направляющие углы φ_2 и φ_3 звеньев и координаты центра шарнира внутренней кинематической пары $B - x_B, y_B$. Алгоритм их определения и соответствующая ему операторная функция приведены в табл. 4.1.

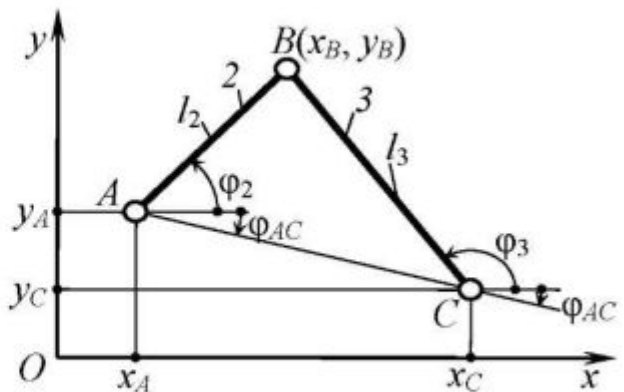


Рис. 4.5. Геометрические параметры структурной группы первого вида



Таблица 4.1 – Алгоритм определения направляющих углов звеньев и координат центра шарнира внутренней кинематической пары для структурной группы второго класса первого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $l_{AC} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$ | Определение расстояния AC между центрами шарниров присоединительных пар и его направляющего угла |
| 2 | $\varphi_{AC} = \arctg(y_C - y_A)/(x_C - x_A)$ | |

Окончание табл. 4.1

| 1 | 2 | 3 |
|---|--|---|
| 3 | $\angle BAC = \arccos\left(\frac{l_2^2 + l_{AC}^2 - l_3^2}{2l_2l_{AC}}\right)$ | Определение углов ΔABC , образованного контуром структурной группы |
| 4 | $\angle BCA = \arccos\left(\frac{l_3^2 + l_{AC}^2 - l_2^2}{2l_2l_{AC}}\right)$ | |
| 5 | $\varphi_2 = \varphi_{AC} - q < BAC$ | Определение направляющих углов φ_2 и φ_3 звеньев структурной группы |
| 6 | $\varphi_3 = \varphi_{AC} + q(< BAC - \pi)$ | |
| 7 | $x_B = x_A + l_2 \cos \varphi_2$ | Определение координат центра шарнира внутренней кинематической пары $B - x_B, y_B$ |
| 8 | $y_B = y_A + l_2 \sin \varphi_2$ | |
| $PRM1(x_A, y_A, x_C, y_C, l_2, l_3, q, \varphi_2, \varphi_3, x_B, y_B)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncPRM1(XA, YA, XC, YC, L2, L3, Q, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|---|---|
| XA | x_A | Координаты точки A | Координаты центров шарниров присоединительных вращательных кинематических пар |
| YA | y_A | | |
| XC | x_C | Координаты точки C | |
| YC | y_C | | |
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | Размеры звеньев |
| L3 | l_3 | Длина звена 3 | |
| Q | q | Условие сборки звеньев структурной группы | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|--|
| 1 | φ_2 | Угол наклона звена 2 |
| 2 | φ_3 | Угол наклона звена 3 |
| 3 | x_B | Координаты точки B – центра шарнира внутренней кинематической пары |
| 4 | y_B | |

При кинематическом расчете структурной группы второго вида известны координаты центра присоединительной вращательной кинематической пары $A(x_A, y_A)$ и определено положение направляющей 4 (рис. 4.6). Положение направляющей задают координатами произвольной точки $K(x_K, y_K)$, лежащей на ее оси, и направляющим углом φ_4 . При изменении положений звеньев 2 и 3 будут изменяться направляющий угол φ_2 звена 2 и координаты центра шарнира внутренней кинематической пары $B - x_B, y_B$. Алгоритм их определения и соответствующая ему операторная функция приведены в табл. 4.2.

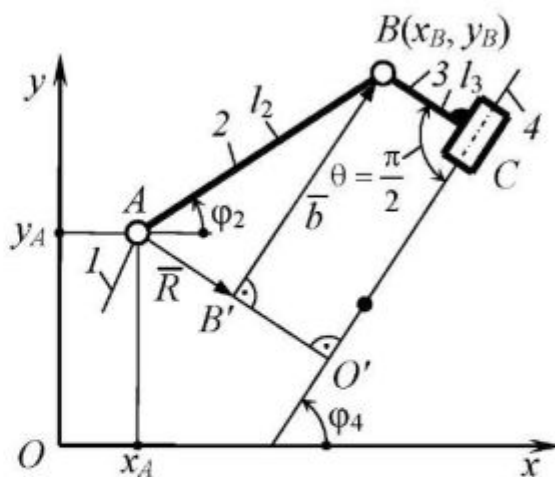


Рис. 4.6. Геометрические параметры структурной группы второго вида



Таблица 4.2 – Алгоритм определения направляющего угла шатуна и координат центра шарнира внутренней кинематической пары для структурной группы второго класса второго вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $k_1 = \operatorname{tg}\varphi_4; \quad k_2 = -1/k_1$ | Определение координат точки пересечения оси направляющей 4 и перпендикуляра к ней, проведенного через точку A |
| 2 | $x_{O'} = \frac{(x_A + k_1^2 x_K) - k_1(y_K - y_A)}{k_1^2 + 1}$ | |
| 3 | $y_{O'} = \frac{(y_K + k_1^2 y_A) - k_1(x_K - x_A)}{k_1^2 + 1}$ | |
| 4 | $R = \sqrt{(x_A - x_{O'})^2 + (y_A - y_{O'})^2} - l_3 \sin \theta$ | Вспомогательные параметры для определения φ_2 |
| 5 | $UGL2(x_A, y_A, x_{O'}, y_{O'}, \# \varphi_R)$ | |
| 6 | $b = \sqrt{l_2^2 - R^2}$ | |
| 7 | $l_x = R \cos \varphi_R + b \cos \varphi_4$ | Определение направляющего угла φ_2 звена 2 |
| 8 | $l_y = R \sin \varphi_R + b \sin \varphi_4$ | |
| 9 | $UGL5(l_x, l_y, \# \varphi_2)$ | |

Окончание табл. 4.2

| 1 | 2 | 3 |
|--|----------------------------------|---|
| 10 | $x_B = x_A + l_2 \cos \varphi_2$ | Определение координат центра шарнира внутренней кинематической пары B |
| 11 | $y_B = y_A + l_2 \sin \varphi_2$ | |
| $PRM2(x_A, y_A, x_K, y_K, \varphi_4, l_2, l_3, \theta, \varphi_2, x_B, y_B)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncPRM2(XA, YA, XK, YK, FI4, L2, L3, TETA, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|---|-----------------|
| XA | x_A | Координаты точки A – центра шарнира соединительной вращательной кинематической пары | |
| YA | y_A | | |
| XK | x_K | Координаты точки K , лежащей на направляющей | |
| YK | y_K | | |
| FI4 | φ_4 | Угол наклона направляющей | |
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | |
| L3 | l_3 | Длина звена 3 | Размеры звеньев |
| TETA | θ | Угловой размер звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|--|
| 1 | φ_2 | Угол наклона звена 2 |
| 2 | x_B | Координаты точки B – центра шарнира внутренней кинематической пары |
| 3 | y_B | |

При выполнении кинематического расчета структурной группы третьего вида известны координаты x_A, y_A, x_C, y_C центров шарниров A и C соединительных вращательных кинематических пар, которые звенья 2 и 3 образуют со звеньями кинематической цепи механизма (рис. 4.7). Кроме того, должен быть задан линейный размер l_2 длины поводка звена 2. Если при выполнении расчета не учитывается конструктивная форма звена 2, то за длину поводка можно принимать длину перпендикуляра, проведенного из центра шарнира A к оси направляющей звена 3. При изменении

положения на координатной плоскости центров шарниров A и C изменяется направляющий угол φ_3 звена 3. Алгоритм его определения приведен в табл. 4.3.

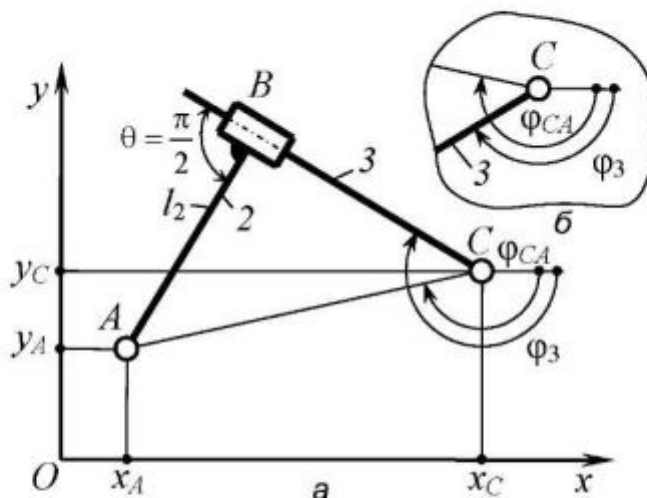


Рис. 4.7. Геометрические параметры структурной группы третьего вида



Таблица 4.3 – Алгоритм определения направляющего угла оси направляющей кулисы для структурной группы второго класса третьего вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|--|
| 1 | $l_{AC} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$ | Определение направленного отрезка l_{AC} с началом в точке A и его направляющего угла φ_{CA} |
| 2 | $UGL2(x_C, y_C, x_A, y_A \# \varphi_{CA})$ | |
| 3 | $\angle BCA = \arcsin(l_2 \sin \theta / l_{AC})$ | Определение угла $\angle BCA$ прямоугольного треугольника $\triangle ABC$ |
| 4 | $\varphi_3 = \varphi_{CA} + q(\angle BCA)$ | Определение направляющего угла φ_3 оси направляющей кулисы |
| $PRM3(x_A, y_A, x_C, y_C, l_2, \theta, q \# \varphi_3, \varphi_{CA}, l_{AC})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncPRM3(XA, YA, XC, YC, L2, TETA, Q, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|---|---|
| XA | x_A | Координаты точки A | Координаты центров шарниров присоединительных вращательных кинематических пар |
| YA | y_A | | |
| XC | x_C | Координаты точки C | |
| YC | y_C | | |
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | Размер звена |
| ТЕТА | θ | Угловой размер звена 2 | |
| Q | q | Условие сборки звеньев структурной группы | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|----------------|---------------------------------------|--|
| 1 | φ_3 | Угол наклона звена 3 | |
| 2 | l_{CA} | Длина направленного отрезка CA | |
| 3 | φ_{CA} | Угол наклона направленного отрезка CA | |

При выполнении кинематического расчета структурной группы четвертого вида (рис.4. 8) параметры, определяющие положения направляющих звеньев 1 и 4, с которыми звенья 2 и 3 образуют кинематические пары P и H, полностью характеризуют положения этих звеньев. Положения направляющих звеньев 1 и 4 на координатной плоскости задают углы наклона их осей к оси абсцисс и координатами точек, через которые проходят оси направляющих. Координаты x_B, y_B центра шарнира B внутренней кинематической пары могут быть определены, как координаты точки пересечения прямых, параллельных осям направляющих 1 и 4 и смещенных относительно них соответственно на величины $l_2 / \cos \varphi_1$ и $l_3 / \cos \varphi_4$. Для определения в дальнейшем скоростей и ускорений точек звеньев 2 и 3 необходимы значения расстояний от центра шарнира B до мгновенных точек вращения V_1 и V_4 направляющих. Зависимости для их определения включены в алгоритм расчета перемещений звеньев структурной группы четвертого вида, приведенный в табл. 4.4.

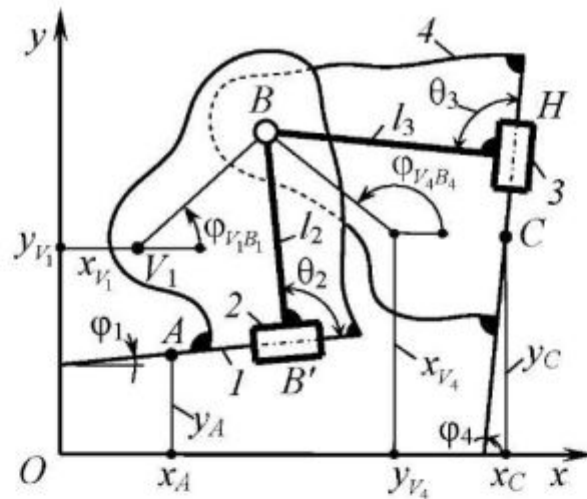


Рис. 4.8. Геометрические параметры структурной группы четвертого вида



Таблица 4.4 – Алгоритм определения перемещений звеньев и их точек для структурной группы второго класса четвертого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|--|---|---|
| 1 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} 1 & -tg\varphi_1 \\ 1 & -tg\varphi_4 \end{vmatrix}$ | Формирование определителя и столбика свободных членов для решения системы линейных уравнений для определения координат центра шарнира B . Операторная функция алгоритма решения системы уравнений |
| 2 | $C(2) = (y_A + l_2 \sin \theta_2 / \cos \varphi_1 - x_A tg\varphi_1, y_C + l_3 \sin \theta_3 / \cos \varphi_4 - x_C tg\varphi_4)$ | |
| 3 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# x_B, y_B)$ | |
| 4 | $l_{V_1B} = \sqrt{(x_B - x_{V_1})^2 + (y_B - y_{V_1})^2}$ | Определение расстояний от центра шарнира B до мгновенных точек вращения V_1 и V_4 направляющих |
| 5 | $l_{V_4B} = \sqrt{(x_B - x_{V_4})^2 + (y_B - y_{V_4})^2}$ | |
| 6 | $UGL2(x_{V_1}, y_{V_1}, x_B, y_B \# \varphi_{V_1B})$ | Определение направляющих углов радиус-векторов V_1B и V_4B |
| 7 | $UGL2(x_{V_4}, y_{V_4}, x_B, y_B \# \varphi_{V_4B})$ | |
| $PRM4(x_{V_1}, y_{V_1}, x_A, y_A, \varphi_1, x_{V_4}, y_{V_4}, x_C, y_C, \varphi_4, l_2, l_3, \theta_2, \theta_3 \# x_B, y_B, l_{V_1B}, \varphi_{V_1B}, l_{V_4B}, \varphi_{V_4B})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncPRM4(XV1, YV1, XA, YA, FI1, XV4, YV4, XC, YC, FI4, L2, L3, TETA2, TETA3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|---|-----------------|
| XV1 | x_{V1} | Координаты мгновенного центра вращения звена 2 с направляющей 1 | |
| YV1 | y_{V1} | | |
| XA | x_A | Координаты точки K – точки, лежащей на направляющей звена 2 | |
| YA | y_A | | |
| FI1 | ϕ_1 | Угол наклона направляющей звена 2 | |
| XV4 | x_{V4} | Координаты мгновенного центра вращения звена 3 с направляющей 4 | |
| YV4 | y_{V4} | | |
| XC | x_C | Координаты точки C – точки, лежащей на направляющей звена 3 | |
| YC | y_C | | |
| FI4 | ϕ_4 | Угол наклона направляющей звена 3 | |
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | Размеры звеньев |
| L3 | l_3 | Длина звена 3 | |
| TETA2 | θ_2 | Угловой размер звена 2 | |
| TETA3 | θ_3 | Угловой размер звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-----------------|--|--|
| 1 | x_B | Координаты точки B – центра шарнира внутренней кинематической пары | |
| 2 | y_B | | |
| 3 | $l_{V_1B_1}$ | Длина и направление отрезка, соединяющего мгновенный центр вращения звена 1 с точкой B | |
| 4 | $\phi_{V_1B_1}$ | | |
| 5 | $l_{V_4B_4}$ | Длина и направление отрезка, соединяющего мгновенный центр вращения звена 4 с точкой B | |
| 6 | $\phi_{V_4B_4}$ | | |

В структурной группе пятого вида (рис. 4.9) координаты центра присоединительной вращательной кинематической пары C и положение направляющей I на координатной плоскости полностью определяют линейные и угловые координаты звеньев группы.

В библиотеке математического обеспечения, прилагаемой к этой книге, программы реализации алгоритмов расчета линейных и угловых перемещений звеньев структурных групп имеют те же идентификаторы, что и соответствующие операторные функции.

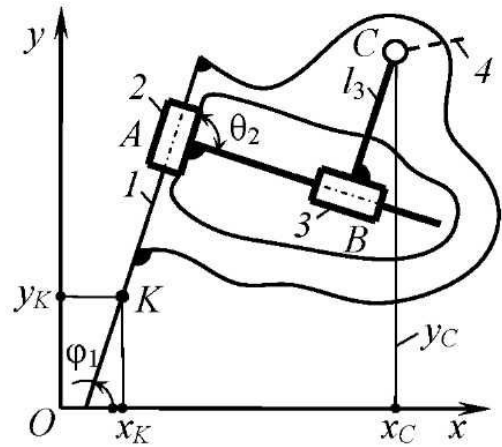


Рис. 4.9. Геометрические параметры структурной группы пятого вида

4.5. Алгоритмы определения угловых скоростей звеньев и линейных скоростей их характерных точек для структурных групп второго класса

При расчете скоростей звеньев структурных групп используют известные законы механики о сложном движении и сложном составном движении тел. В п. 4.2 и 4.3 приведены основные векторные соотношения, применяемые для определения скоростей звеньев структурных групп. Далее рассмотрим алгоритмы расчета скоростей звеньев структурных групп и соответствующие им операторные функции.

При расчетах скоростей для звеньев группы первого вида (рис. 4.10) кроме линейных и угловых координат звеньев необходимо задать векторы скоростей \vec{v}_A и \vec{v}_C центров шарниров присоединительных вращательных кинематических пар A и C . Целью расчета является определение вектора абсолютной скорости точки B , векторов относительных скоростей ее движения относительно центров шарниров присоединительных вращательных кинематических пар A и C , угловых скоростей звеньев группы. Для этого надо решить векторное уравнение (4.1) (рис. 4.10, б), которое приведем к виду

$$\vec{v}_{BA} - \vec{v}_{BC} = \vec{v}_C - \vec{v}_A. \quad (4.5)$$

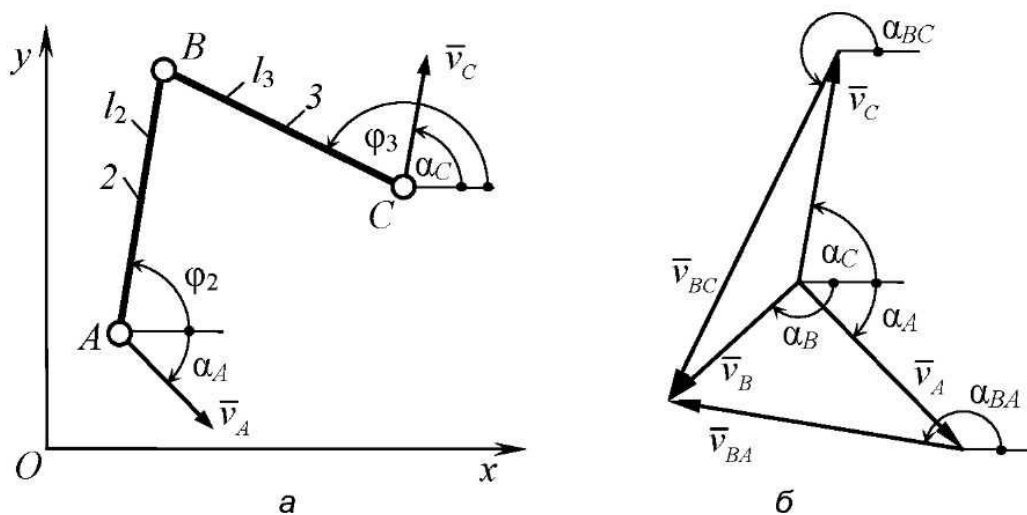


Рис. 4.10. Векторы скоростей структурной группы второго вида

Заменяя векторное равенство (4.5) системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули векторов относительных скоростей движения точки B относительно центров шарниров присоединительных вращательных кинематических пар A и C . При решении системы линейных уравнений предварительные направления векторов \bar{v}_{BA} и \bar{v}_{BC} определим через направляющие углы векторов $(\varphi_2 + \pi/2)$ и $(\varphi_3 + \pi/2)$ соответственно. Их истинные значения уточним после решения системы линейных уравнений. В табл. 4.5 приведен алгоритм расчета скоростей для звеньев группы первого вида и соответствующая ему операторная функция.

Таблица 4.5 – Алгоритм определения угловых скоростей звеньев и линейных скоростей их характерных точек для структурной группы первого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_2 + \pi/2) & -\cos(\varphi_3 + \pi/2) \\ \sin(\varphi_2 + \pi/2) & -\sin(\varphi_3 + \pi/2) \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.5) |
| 2 | $C(2) = (v_C \cos \alpha_C - v_A \cos \alpha_A, v_C \sin \alpha_C - v_A \sin \alpha_A)$ | |
| 3 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |

Окончание табл. 4.5

| 1 | 2 | 3 |
|--|--|--|
| 4 | $UGL3(\varphi_2, \pi/2, y_1 \# \alpha_{BA})$ | Определение модулей векторов относительных скоростей движения точки B и значений их направляющих углов |
| 5 | $UGL3(\varphi_3, \pi/2, y_2 \# \alpha_{BC})$ | |
| 6 | $v_{BA} = y_1 , \quad v_{BC} = y_2 $ | |
| 7 | $SMVKT(v_A, \alpha_A, v_{BA}, \alpha_{BA} \# v_B, \alpha_B)$ | Определение модуля и направляющего угла вектора абсолютной скорости точки B |
| 8 | $OMEGA(I_2, v_{BA}, (\alpha_{BA} - \varphi_2) \# \omega_2)$ | Определение угловых скоростей звеньев структурной группы |
| 9 | $OMEGA(I_3, v_{BC}, (\alpha_{BC} - \varphi_3) \# \omega_3)$ | |
| $SKORI(I_2, \varphi_2, I_3, \varphi_3, v_A, \alpha_A, v_C, \alpha_C \# v_{BA}, \alpha_{BA}, v_{BC}, \alpha_{BC}, v_B, \alpha_B, \omega_2, \omega_3)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncSKORI(L2, FI2, L3, FI3, VA, ALA, VC, ALC, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|----------------|----------------------|------------------------------|
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | Размеры и ориентация звена 2 |
| FI2 | φ_2 | Угол наклона звена 2 | |
| L3 | l_3 | Длина звена 3 | Размеры и ориентация звена 3 |
| FI3 | φ_3 | Угол наклона звена 3 | |
| VA | v_A | Модуль | Вектор скорости точки A |
| ALA | α_{v_A} | Направление | |
| VC | v_C | Модуль | |
| ALC | α_{v_C} | Направление | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|---------------|-------------|--|
| 1 | v_{BA} | Модуль | Вектор скорости точки B относительно точки A |
| 2 | α_{BA} | Направление | |
| 3 | v_{BC} | Модуль | Вектор скорости точки B относительно точки C |
| 4 | α_{BC} | Направление | |

| | | | |
|---|------------|--------------------------|---------------------------|
| 5 | v_B | Модуль | Вектор скорости точки B |
| 6 | α_B | Направление | |
| 7 | ω_2 | Угловая скорость звена 2 | |
| 8 | ω_3 | Угловая скорость звена 3 | |

При расчетах скоростей для звеньев группы второго вида (рис. 4.11) должен быть известен вектор \bar{v}_A скорости центра шарнира присоединительной вращательной кинематической пары A звена 2. Закон движения звена 3 определяется законом движения направляющей на звене 4, образующего со звеном 3 поступательную кинематическую пару C . Для характеристики движения направляющей звена 4 обычно определяют вектор скорости \bar{v}_{B_4} точки B_4 , расположенной на плоскости этого звена и геометрически совпадающей с центром шарнира внутренней вращательной кинематической пары B структурной группы.

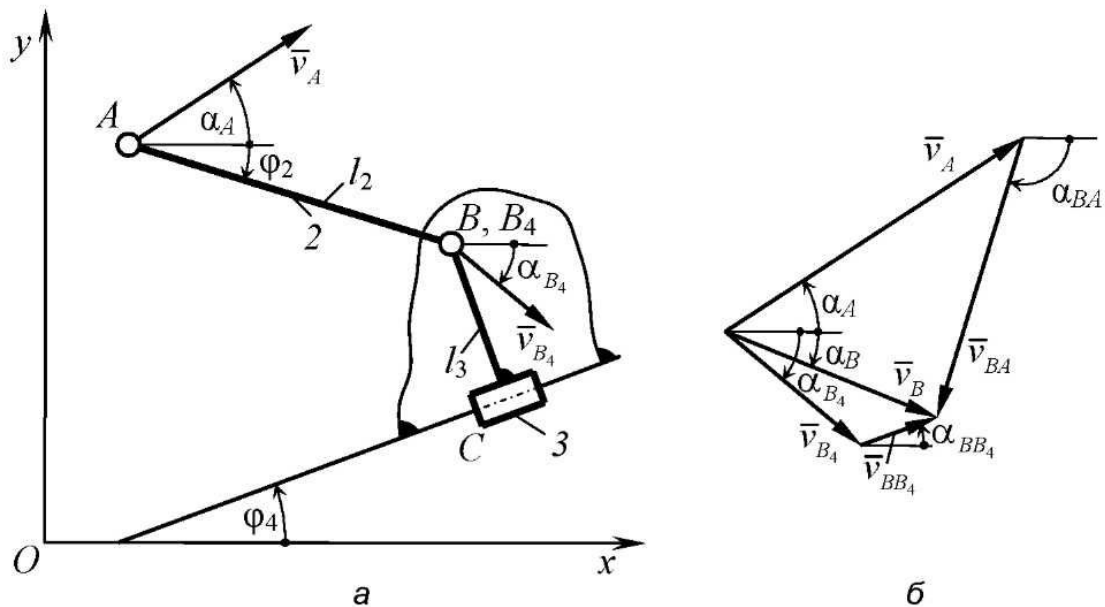


Рис. 4.11. Векторы скоростей структурной группы второго вида

Целью расчета является определение вектора абсолютной скорости точки B , векторов относительных скоростей ее движения относительно точек A и B_4 , угловой скорости звена 2. Для этого необходимо решить векторное уравнение (рис. 4.11, б)

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA} = \bar{v}_{B_4} + \bar{v}_{BB_4},$$

которое приведем к виду

$$\bar{v}_{BA} - \bar{v}_{BB_4} = \bar{v}_{B_4} - \bar{v}_A. \quad (4.6)$$

Заменяя векторное равенство (4.6) системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули векторов относительных скоростей движения точки B . При решении системы линейных уравнений выбирают предварительные направления векторов относительных скоростей точки B , которые уточняются после решения. В табл. 4.6 приведен алгоритм расчета скоростей для звеньев группы первого вида и соответствующая ему операторная функция.



Таблица 4.6 – Алгоритм определения угловых скоростей звеньев и линейных скоростей их характерных точек для структурной группы второго вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|---|
| 1 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_2 + \pi/2) & -\cos \varphi_4 \\ \sin(\varphi_2 + \pi/2) & -\sin \varphi_4 \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.6) |
| 2 | $C(2) = (v_{B_4} \cos \alpha_{B_4} - v_A \cos \alpha_A, v_{B_4} \sin \alpha_{B_4} - v_A \sin \alpha_A)$ | |
| 3 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |
| 4 | $UGL3(\varphi_2, \pi/2, y_1 \# \alpha_{BA})$ | Определение модулей векторов относительных скоростей движения точки B и значений их направляющих углов |
| 5 | $UGL4(\varphi_4, \pi, y_2 \# \alpha_{BB_4})$ | |
| 6 | $v_{BA} = y_1 , v_{BB_4} = y_2 $ | |
| 7 | $OMEGA(I_2, v_{BA}, (\alpha_{BA} - \varphi_2) \# \omega_2)$ | Определение угловой скорости звена 2 структурной группы |
| 8 | $SMVKT(v_A, \alpha_A, v_{BA}, \alpha_{BA} \# v_B, \alpha_B)$ | Определение модуля и направляющего угла вектора абсолютной скорости точки B |
| $SKOR2(I_2, \varphi_2, \varphi_4, v_A, \alpha_A, v_{B_4}, \alpha_{B_4} \# v_{BA}, \alpha_{BA}, v_{BB_4}, \alpha_{BB_4}, v_B, \alpha_B, \omega_2)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncSKOR2(L2, FI2, FI4, VA, ALA, VB4, ALB4, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|----------------|---------------------------|--------------------------------------|
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | Размеры и ориентация звена 2 |
| FI2 | φ_2 | Угол наклона звена 2 | |
| FI4 | φ_4 | Угол наклона направляющей | |
| VA | v_A | Модуль | Вектор скорости точки A |
| ALA | α_A | Направление | |
| VB4 | v_{B_4} | Модуль | Вектор скорости точки B ₄ |
| ALB4 | α_{B_4} | Направление | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-----------------|--------------------------|---|
| 1 | v_{BA} | Модуль | Вектор скорости точки B относительно точки A |
| 2 | α_{BA} | Направление | |
| 3 | v_{BB_4} | Модуль | Вектор скорости точки B относительно точки B ₄ |
| 4 | α_{BB_4} | Направление | |
| 5 | v_B | Модуль | Вектор скорости точки B |
| 6 | α_B | Направление | |
| 7 | ω_2 | Угловая скорость звена 2 | |

При расчетах скоростей для звеньев группы третьего вида (рис. 4.12) кроме линейных и угловых координат звеньев необходимо задать векторы скоростей \bar{v}_A и \bar{v}_C центров шарниров присоединительных вращательных кинематических пар A и C. Целью расчета является определение угловой скорости звена 3 и вектора относительной скорости поступательного движения звеньев 2 и 3. Задача решается при определении вектора \bar{v}_{A_3} абсолютной скорости движения точки A₃ звена 3, геометрически совпадающей с центром шарнира A звена 2. Для скорости движения точки A₃ запишем векторное уравнение типа (4.3), (см. рис. 4.12, б)

$$\bar{v}_{A_3} = \bar{v}_A + \bar{v}_{A_3A} = \bar{v}_C + \bar{v}_{A_3C},$$

которое приведем к виду

$$\bar{v}_{A_3A} - \bar{v}_{A_3C} = \bar{v}_C - \bar{v}_A, \quad (4.7)$$

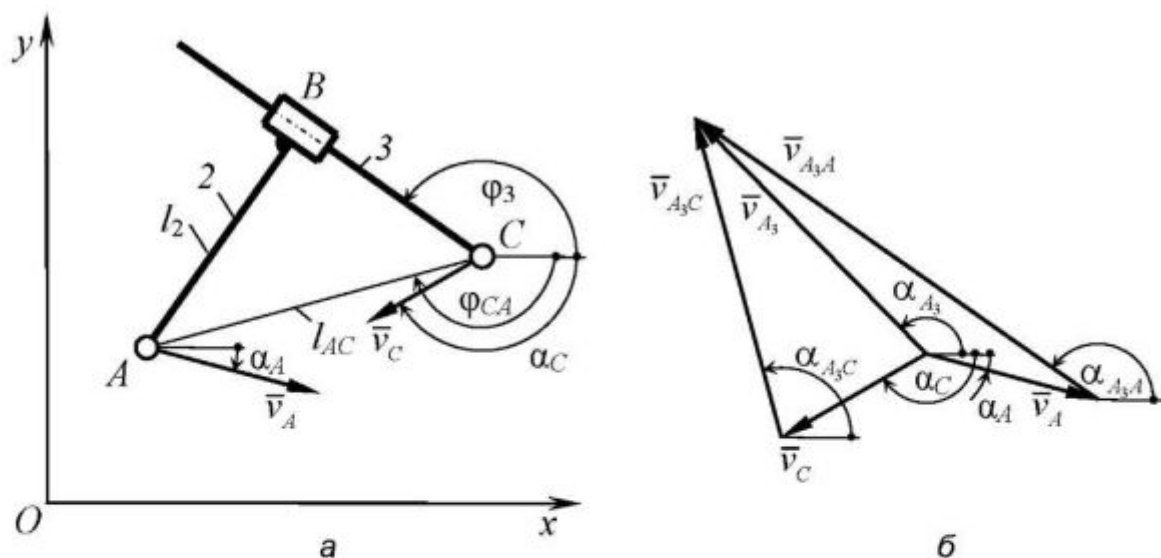


Рис. 4.12. Векторы скоростей структурной группы третьего вида

Заменяя векторное равенство (4.7) системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули векторов относительных скоростей движения точки A_3 . При решении системы линейных уравнений выбирают предварительные направления векторов относительных скоростей точки A_3 , которые уточняются после решения. В табл. 4.7 приведен алгоритм расчета скоростей для звеньев группы третьего вида и соответствующая ему операторная функция.



Таблица 4.7 – Алгоритм определения угловых скоростей звеньев и линейных скоростей их характерных точек для структурной группы третьего вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $l_{CA} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$ | Определение величины и направляющего угла направленного отрезка l_{CA} |
| 2 | $UGL2(x_C, y_C, x_A, y_A \# \varphi_{CA})$ | |
| 3 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos \varphi_3 & -\cos(\varphi_{CA} + \pi/2) \\ \sin \varphi_3 & -\sin(\varphi_{CA} + \pi/2) \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.8) |
| 4 | $C(2) = (v_C \cos \alpha_C - v_A \cos \alpha_A, v_C \sin \alpha_C - v_A \sin \alpha_A)$ | |
| 5 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |

Окончание табл. 4.7

| 1 | 2 | 3 |
|---|--|--|
| 6 | $UGL4(\varphi_3, \pi, y_1 \# \alpha_{A_3A})$ | Определение модулей векторов относительных скоростей движения точки A_3 и значений их направляющих углов |
| 7 | $UGL3(\varphi_{CA}, \pi/2, y_2 \# \alpha_{A_3C})$ | |
| 8 | $v_{A_3A} = y_1 , \quad v_{A_3C} = y_2 $ | |
| 9 | $OMEGA(l_{AC}, v_{A_3C}, (\alpha_{A_3C} - \varphi_3) \# \omega_3)$ | Определение угловой скорости звена 3 структурной группы |
| 10 | $SMVKT(v_A, \alpha_A, v_{A_3A}, \alpha_{A_3A} \# v_{A_3}, \alpha_{A_3})$ | Определение модуля и направляющего угла вектора абсолютной скорости точки A_3 |
| $SKOR3(x_A, y_A, x_C, y_C, v_A, \alpha_A, v_C, \alpha_C, \varphi_3 \# v_{A_3A}, \alpha_{A_3A}, v_{A_3C}, \alpha_{A_3C}, v_{A_3}, \alpha_{A_3}, \omega_3)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncSKOR3(XA, YA, XC, YC, VA, ALA, VC, ALC, FIZ, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|----------------|----------------------|---------------------------|
| XA | x_A | Координаты точки A | Вектор скорости точки A |
| YA | y_A | | |
| XC | x_C | Координаты точки C | |
| YC | y_C | | |
| VA | v_A | Модуль | |
| ALA | α_{v_A} | Направление | |
| VC | v_C | Модуль | Вектор скорости точки C |
| ALC | α_{v_C} | Направление | |
| FIZ | φ_3 | Угол наклона звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|---------------|-------------|--|
| 1 | v_{BA} | Модуль | Вектор скорости точки B относительно точки A |
| 2 | α_{BA} | Направление | |
| 3 | v_{BC} | Модуль | Вектор скорости точки B относительно точки C |
| 4 | α_{BC} | Направление | |

| | | | |
|---|------------|--------------------------------|---------------------------|
| 5 | v_B | Модуль | Вектор скорости точки B |
| 6 | α_B | Направление | |
| 7 | ω_3 | Угловая скорость звеньев 2 и 3 | |

Особенностью алгоритма расчета скоростей для звеньев структурной группы четвертого вида (рис. 4.13) является то, что угловые скорости звеньев группы равны угловым скоростям направляющих 1 и 4, с которыми они образуют кинематические пары A и C . Целью расчета является определение абсолютной скорости центра шарнира внутренней кинематической пары B . Для этого необходимо решить векторное уравнение (см. рис. 4.13, б)

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{B_1} + \vec{v}_{BB_1} = \vec{v}_{B_4} + \vec{v}_{BB_4},$$

которое приведем к виду

$$\vec{v}_{BB_1} - \vec{v}_{BB_4} = \vec{v}_{B_4} - \vec{v}_{B_1}. \quad (4.8)$$

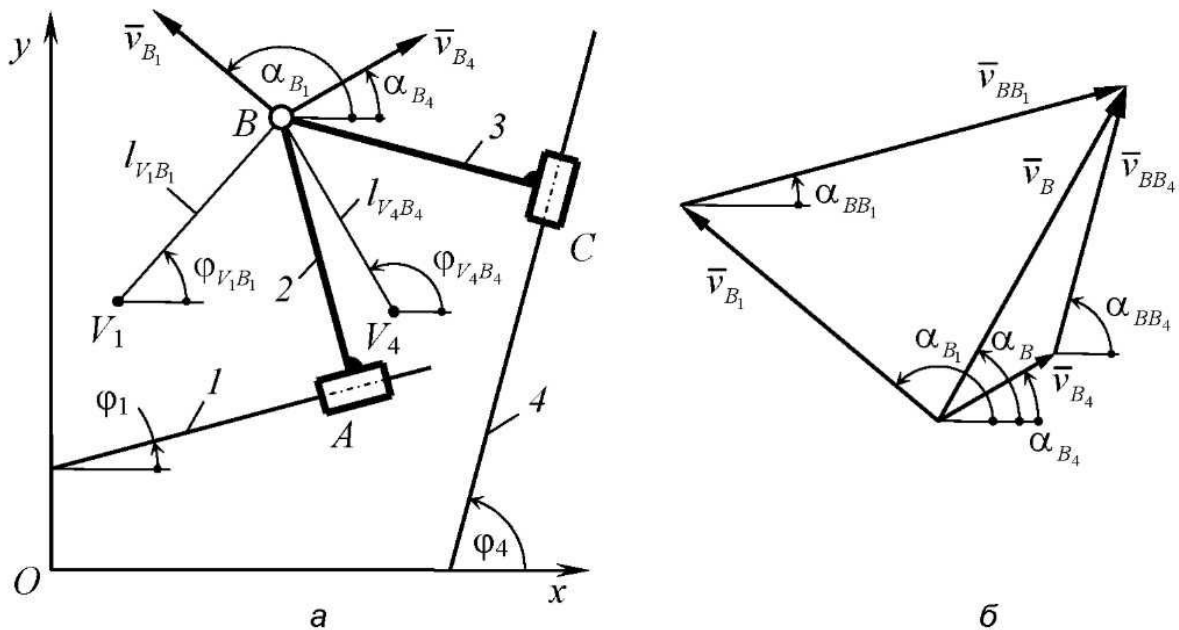


Рис. 4.13. Векторы скоростей структурной группы четвертого вида



Таблица 4.8 – Алгоритм определения линейных скоростей точек звеньев для структурной группы четвертого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|--|---|---|
| 1 | $v_{B_1} = \omega_1 l_{V_1B}; \quad v_{B_4} = \omega_4 l_{V_4B}$ | Определение модулей и направляющих углов векторов скоростей точек B_1 и B_4 звеньев I и 4 , совпадающих с центром шарнира B |
| 2 | $UGL3(\varphi_{V_1B}, \pi/2, \omega_1 \# \alpha_{B_1})$ | |
| 3 | $UGL3(\varphi_{V_4B}, \pi/2, \omega_4 \# \alpha_{B_4})$ | |
| 4 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\cos \varphi_4 \\ \sin \varphi_1 & -\sin \varphi_4 \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.8) |
| 5 | $C(2) = (v_{B_1} \cos \alpha_{B_4} - v_{B_4} \cos \alpha_{B_1}, v_{B_1} \sin \alpha_{B_4} - v_{B_4} \sin \alpha_{B_1})$ | |
| 6 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |
| 7 | $UGL4(\varphi_1, \pi, y_1 \# \alpha_{BB_1})$ | Определение модулей векторов относительных скоростей движения точки B и значений их направляющих углов |
| 8 | $UGL4(\varphi_4, \pi, y_2 \# \alpha_{BB_4})$ | |
| 9 | $v_{BB_1} = y_1 , \quad v_{BB_4} = y_2 $ | |
| 10 | $SMVKT(v_{B_1}, \alpha_{B_1}, v_{BB_1}, \alpha_{BB_1} \# v_B, \alpha_B)$ | Определение модуля и направляющего угла вектора абсолютной скорости точки B |
| $SKOR4(l_{V_1B}, \varphi_{V_1B}, \varphi_1, l_{V_4B}, \varphi_{V_4B}, \varphi_4, \omega_1, \omega_4 \# v_{BB_1}, \alpha_{BB_1}, v_{BB_4}, \alpha_{BB_4}, v_B, \alpha_B)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncSKOR4(LV1B1, FIV1B1, FI1, LV4B4, FIV4B4, FI4, W1, W4, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|--------------------|-------------------------------------|---|
| LV1B1 | $l_{V_1B_1}$ | Длина | Отрезок, соединяющий мгновенный центр вращения звена I с точкой B |
| FIV1B1 | $\varphi_{V_1B_1}$ | Направление | |
| FI1 | φ_1 | Угол наклона направляющей звена 2 | |
| LV4B4 | $l_{V_4B_4}$ | Длина | Отрезок, соединяющий мгновенный центр вращения звена 4 с точкой B |
| FIV4B4 | $\varphi_{V_4B_4}$ | Направление | |

| | | |
|-----|-------------|---------------------------------------|
| F14 | φ_4 | Угол наклона направляющей звена 3 |
| W1 | ω_1 | Угловая скорость направляющей звена 2 |
| W4 | ω_4 | Угловая скорость направляющей звена 3 |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-----------------|-------------|--|
| | | 1 | v_{BB_1} |
| 2 | α_{BB_1} | Направление | |
| 3 | v_{BB_4} | Модуль | Вектор скорости точки B относительно точки B_4 |
| 4 | α_{BB_4} | Направление | |
| 5 | v_B | Модуль | Вектор скорости точки B |
| 6 | α_B | Направление | |

Заменяя векторное равенство (4.8) системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули векторов относительных скоростей движения точки B . При решении этой системы выбирают предварительные направления векторов относительных скоростей точки B , которые уточняются после решения. В табл. 4.8 приведен алгоритм расчета скоростей для звеньев группы четвертого вида и соответствующая ему операторная функция.

При расчете скоростей звеньев группы пятого вида (рис. 4.14) определяют векторы абсолютной скорости звена 2, входящего в две поступательные кинематические пары, и относительных скоростей движения звеньев 2 и 3 по направляющим. Из кинематики звеньев кинематической цепи механизма предварительно определяют угловую скорость ω_1 направляющей движения звена 2 и вектор скорости центра шарнира присоединительной вращательной кинематической пары C , которую звено 3 структурной группы образует со звеном механизма.

Рассматривая геометрически совпадающие с центром шарнира C точки C_1, C_2, C_3 , принадлежащие соответствующим звеньям, получим векторное уравнение для определения вектора абсолютной скорости звена 2 (см. рис. 4.14, б):

$$\vec{v}_{C_2} = \vec{v}_{C_3} + \vec{v}_{C_3C_2} = \vec{v}_{C_1} + \vec{v}_{C_2C_1}. \quad (4.9)$$

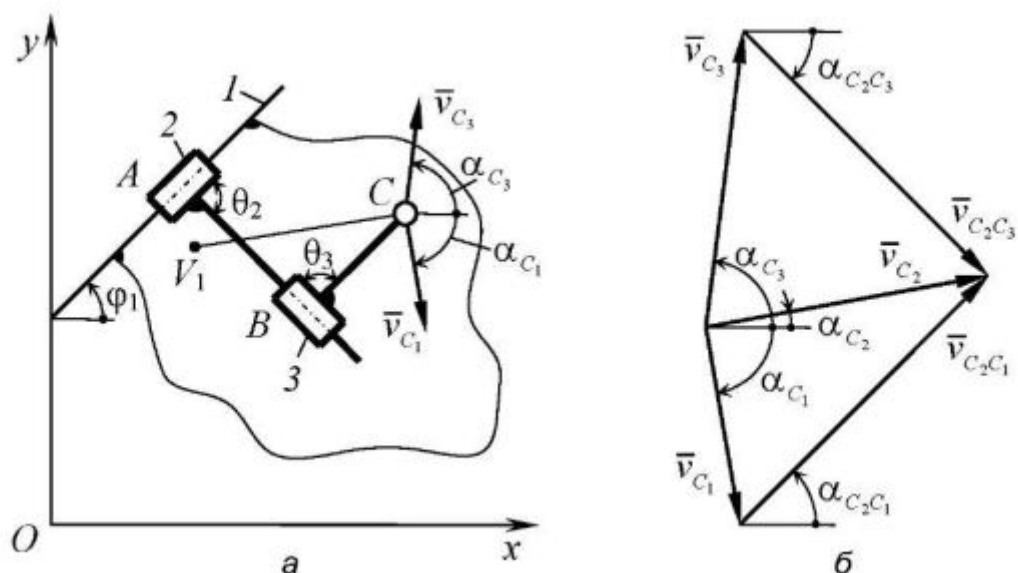


Рис. 4.14. Векторы скоростей структурной группы пятого вида

Вектор скорости точки C_1 определяется из кинематики движения звена I относительно своего мгновенного центра скоростей. Заменяя векторное равенство (4.9) системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули векторов относительных скоростей движения точки C_2 . При решении этой системы выбирают предварительные направления векторов относительных скоростей точки C_2 , которые уточняются после решения. В табл. 4.9 приведен алгоритм расчета скоростей для звеньев группы пятого вида и соответствующая ему операторная функция.



Таблица 4.9 – Алгоритм определения линейных скоростей характерных точек звеньев для структурной группы пятого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $v_{C_1} = \omega_1 \sqrt{(x_{C_1} - x_{V_1})^2 + (y_{C_1} - y_{V_1})^2}$ | Определение вектора скорости точки C_1 |
| 2 | $UGL3(UGL2(x_{V_1}, y_{V_1}, x_{C_2}, y_{C_2} \# \varphi_{CV_1}) \pi / 2, \omega_1 \# \alpha_{C_1})$ | |
| 3 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_1 + \theta_2) & -\cos \varphi_1 \\ \sin(\varphi_1 + \theta_2) & -\sin \varphi_1 \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений, соответствующей уравнению (4.9) |
| 4 | $C(2) = (v_{C_1} \cos \alpha_{C_1} - v_{C_3} \cos \alpha_{C_3}, v_{C_1} \sin \alpha_{C_1} - v_{C_3} \sin \alpha_{C_3})$ | |

Окончание табл. 4.9

| 1 | 2 | 3 |
|--|--|--|
| 5 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |
| 6 | $UGL4(\varphi_1 + \pi/2, \pi, y_1 \# \alpha_{C_2C_3})$ | Определение модулей векторов относительных скоростей движения точки C_2 и значений их направляющих углов |
| 7 | $UGL4(\varphi_1, \pi, y_2 \# \alpha_{C_2C_1})$ | |
| 8 | $v_{C_2C_3} = y_1; \quad v_{C_2C_1} = y_2$ | |
| 9 | $SMVKT(v_{C_3}, \alpha_{C_3}, v_{C_2C_3}, \alpha_{C_2C_3} \# v_{C_2}, \alpha_{C_2})$ | Определение модуля и направляющего угла вектора абсолютной скорости точки C_2 |
| $SKOR5(x_{C_3}, y_{C_3}, x_{V_1}, y_{V_1}, \varphi_1, \theta_2, \omega_1, v_{C_3}, \alpha_{C_3} \# v_{C_2C_3}, \alpha_{C_2C_3}, v_{C_2C_1}, \alpha_{C_2C_1}, v_{C_2}, \alpha_{C_2})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncSKOR5(XC3, YC3, XV1, YV1, FI1, TETA2, W1, VC3, ALC3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|----------------|---------------------------------------|-----------------------------|
| XC3 | x_{C_3} | Координаты точки C_3 | |
| YC3 | y_{C_3} | | |
| XV1 | x_{V_1} | Координаты точки V_1 | |
| YV1 | y_{V_1} | | |
| FI1 | φ_1 | Угол наклона направляющей звена 2 | |
| TETA2 | θ_2 | Угловой размер звена 2 | |
| W1 | ω_1 | Угловая скорость направляющей звена 2 | |
| VC3 | v_{C_3} | Модуль | Вектор скорости точки C_3 |
| ALC3 | α_{C_3} | Направление | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-------------------|-------------|--|
| 1 | $v_{C_2C_3}$ | Модуль | Вектор скорости точки C_2 относительно точки C_3 |
| 2 | $\alpha_{C_2C_3}$ | Направление | |
| 3 | $v_{C_2C_1}$ | Модуль | Вектор скорости точки C_2 относительно точки C_1 |
| 4 | $\alpha_{C_2C_1}$ | Направление | |
| 5 | v_{C_2} | Модуль | Вектор скорости точки C_2 |
| 6 | α_{C_2} | Направление | |

4.6. Алгоритмы определения угловых ускорений звеньев и линейных ускорений их характерных точек для структурных групп второго класса

При расчете ускорений звеньев структурных групп используют известные законы механики о сложном движении и сложном составном движении тел. В п. 4.2 и 4.3 приведены основные векторные соотношения, применяемые для определения ускорений звеньев структурных групп. Далее рассмотрим алгоритмы расчета ускорений звеньев структурных групп и соответствующие им операторные функции.

При расчетах ускорений звеньев и их точек для структурной группы первого вида (рис. 4.15) исходным будет уравнение (4.2) для векторов линейных ускорений точек звеньев 2 и 3 при переносном и относительном движениях (рис. 4.15, б)

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA_n} + \bar{a}_{BA_t} = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC_n} + \bar{a}_{BC_t}. \quad (4.10)$$

Векторы ускорений \bar{a}_A и \bar{a}_C центров шарниров присоединительных кинематических пар A и C определяют из кинематики звеньев механизма, а нормальные составляющие векторов относительных ускорений \bar{a}_{BA_n} и \bar{a}_{BC_n} – после определения скоростей для звеньев структурной группы. Линии действия векторов тангенциальных составляющих \bar{a}_{BA_t} и \bar{a}_{BC_t} относительных ускорений \bar{a}_{BA} и \bar{a}_{BC} перпендикулярны векторам нормальных составляющих.

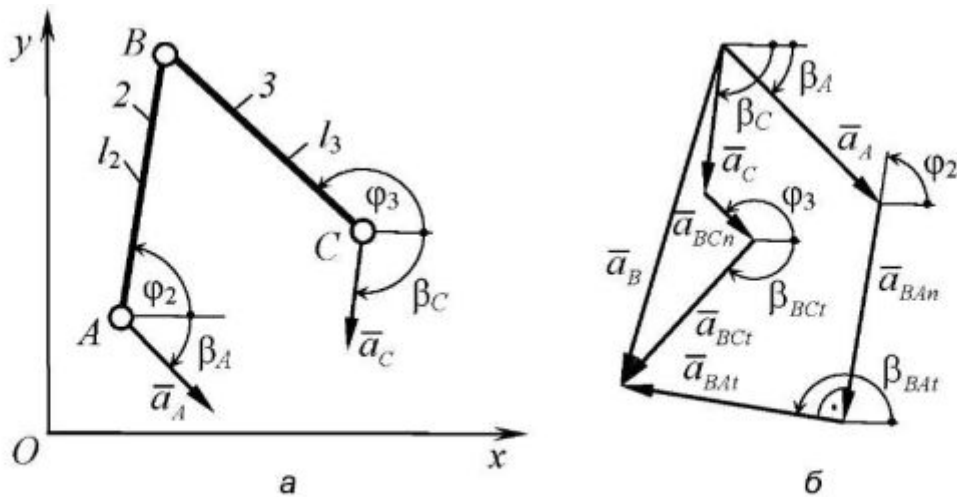


Рис. 4.15. Векторы ускорений структурной группы первого вида

Примем направления векторов тангенциальных составляющих ускорений, совпадающими с направлениями векторов относительных скоростей. Тогда приведем векторное равенство (4.10) к виду

$$\bar{a}_{BA\tau} - \bar{a}_{BC\tau} = \bar{a}_C + \bar{a}_{BCn} - \bar{a}_A - \bar{a}_{BA\eta} \quad (4.11)$$

Заменяв его системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули тангенциальных составляющих векторов относительных ускорений $\bar{a}_{BA\tau}$ и $\bar{a}_{BC\tau}$ движения точки B . После этого уточним направления векторов тангенциальных составляющих ускорений.



Таблица 4.10 – Алгоритм определения угловых ускорений звеньев и линейных ускорений их характерных точек для структурной группы первого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_2 + \pi/2) & -\cos(\varphi_3 + \pi/2) \\ \sin(\varphi_2 + \pi/2) & -\sin(\varphi_3 + \pi/2) \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.11) |
| 2 | $C(2) = ((a_C \cos \beta_C + \omega_3^2 l_3 \cos(\varphi_3 - \pi) - a_A \cos \beta_A - \omega_2^2 l_2 \cos(\varphi_2 - \pi)), (a_C \sin \beta_C + \omega_3^2 l_3 \sin(\varphi_3 - \pi) - a_A \sin \beta_A - \omega_2^2 l_2 \sin(\varphi_2 - \pi)))$ | |

Окончание табл. 4.10

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|--|
| 3 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |
| 4 | $UGL3(\varphi_2, \pi/2, y_1 \# \beta_{BAI})$ | Определение модулей векторов тангенциальных составляющих относительных ускорений движения точки B и значений их направляющих углов |
| 5 | $UGL3(\varphi_3, \pi/2, y_2 \# \beta_{BCI})$ | |
| 6 | $a_{BAI} = y_1 ; \quad a_{BAI} = y_2 $ | |
| 7 | $SMVKT(a_A, \beta_A, \omega^2 l_2, \varphi - \pi \# a, \beta)$ | Определение вектора абсолютного ускорения точки B в соответствии с уравнением (4.10) |
| 8 | $SMVKT(a, \beta, a_{BAI}, a_B, \beta_B \# a_B, \beta_B)$ | |
| 9 | $OMEGA(l_2, a_{BAI}, \beta_{BAI} - \varphi_2 \# \varepsilon_2)$ | Определение угловых ускорений звеньев 2 и 3 |
| 10 | $OMEGA(l_3, a_{BCI}, \beta_{BCI} - \varphi_3 \# \varepsilon_3)$ | |
| $USKRI(a_A, \beta_A, a_C, \beta_C, l_2, \varphi_2, l_3, \varphi_3, \omega_2, \omega_3 \# a_{BAI}, \beta_{BAI}, a_{BCI}, \beta_{BCI}, a_B, \beta_B, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncUSKRI(AA, BA, AC, BC, L2, FI2, L3, FI3, W2, W3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|--------------------------|------------------------------|
| AA | a_A | Модуль | Вектор ускорения точки A |
| BA | β_A | Направление | |
| AC | a_C | Модуль | Вектор ускорения точки C |
| BC | β_C | Направление | |
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | Размеры и ориентация звена 2 |
| FI2 | φ_2 | Угол наклона звена 2 | |
| L3 | l_3 | Длина звена 3 | Размеры и ориентация звена 3 |
| FI3 | φ_3 | Угол наклона звена 3 | |
| W2 | ω_2 | Угловая скорость звена 2 | |
| W3 | ω_3 | Угловая скорость звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-----------------|---------------------------|---|
| 1 | a'_{BA} | Модуль | Вектор тангенциального ускорения точки B относительно точки A |
| 2 | $\beta_{BA}t$ | Направление | |
| 3 | a'_{BC} | Модуль | Вектор тангенциального ускорения точки B относительно точки C |
| 4 | $\beta_{BC}t$ | Направление | |
| 5 | a_B | Модуль | Вектор ускорения точки B |
| 6 | β_B | Направление | |
| 7 | ε_2 | Угловое ускорение звена 2 | |
| 8 | ε_3 | Угловое ускорение звена 3 | |

Для звеньев структурной группы второго вида (рис. 4.16) при определении вектора абсолютного ускорения центра шарнира B соотношения между векторами линейных ускорений переносного и относительного движений звеньев описываются векторным уравнением (рис. 4.16, б)

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{B,An} + \bar{a}_{BA}t = \bar{a}_{B_4} + \bar{a}_{BB_4k} + \bar{a}_{BB_4r}. \quad (4.12)$$

Векторы ускорений \bar{a}_A и \bar{a}_{B_4} центра присоединительной кинематической пары A звена 2 и точки B_4 , расположенной на плоскости звена 4 и геометрически совпадающей с центром шарнира внутренней вращательной кинематической пары B структурной группы, определяют предварительно из кинематики звеньев механизма. Векторы нормального ускорения $\bar{a}_{B,An}$ движения точки B относительно центра шарнира A и поворотного ускорения \bar{a}_{BB_4k} движения точки B относительно точки B_4 определяют по результатам расчета скоростей звеньев структурной группы.

Приведем векторное равенство (4.12) к виду

$$\bar{a}_{BA}t - \bar{a}_{BB_4r} = \bar{a}_{B_4} + \bar{a}_{BB_4k} - \bar{a}_A - \bar{a}_{B,An} \quad (4.13)$$

и, заменив его системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули и направляющие углы векторов $\bar{a}_{BA}t$ и \bar{a}_{BB_4r} .

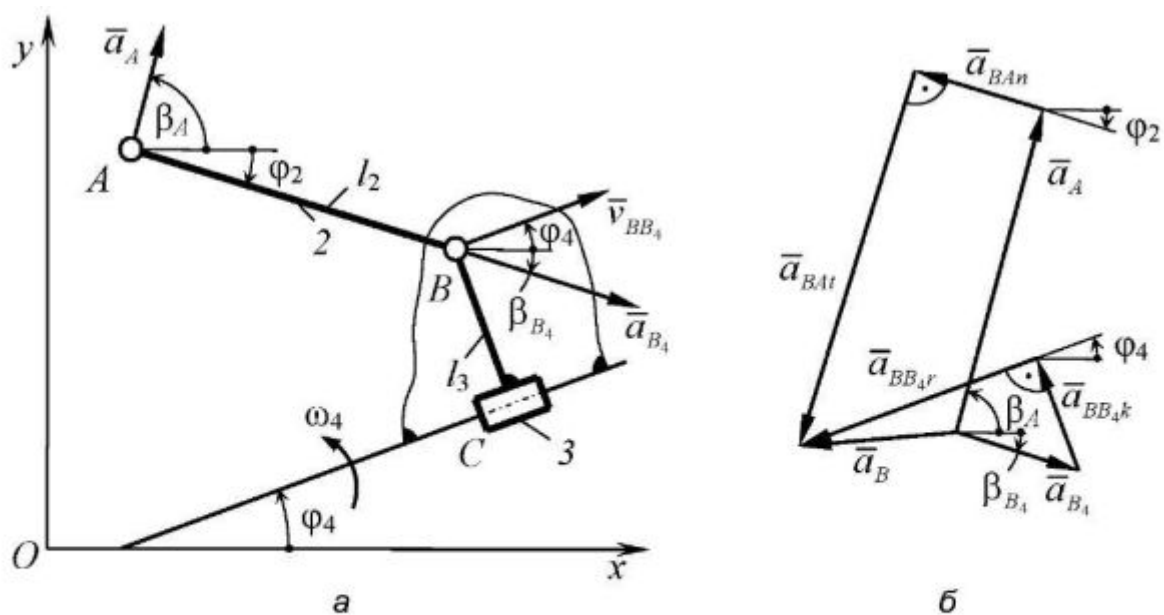


Рис. 4.16. Векторы ускорений структурной группы второго вида

В табл. 4.11 приведен алгоритм определения ускорений для звеньев структурной группы второго вида и соответствующая ему операторная функция.



Таблица 4.11 – Алгоритм определения угловых ускорений звеньев и линейных ускорений их характерных точек для структурной группы второго вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_2 + \pi/2) & -\cos \varphi_4 \\ \sin(\varphi_2 + \pi/2) & -\sin \varphi_4 \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.13) |
| 2 | $C(2) = ((a_{B_4} \cos \beta_{B_4} + a_{BB_4k} \cos \beta_k - a_A \cos \beta_A - \omega_2^2 l_2 \cos(\varphi_2 - \pi)), (a_{B_4} \sin \beta_{B_4} + a_{BB_4k} \sin \beta_k - a_A \sin \beta_A - \omega_2^2 l_2 \sin(\varphi_2 - \pi)))$ | |
| 3 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |

Окончание табл. 4.11

| 1 | 2 | 3 |
|--|---|---|
| 4 | $UGL3(\varphi_2, \pi/2, y_1 \# \beta_{BA1})$ | Определение модулей векторов тангенциальной составляющей относительного ускорения движения точки B и относительного ускорения поступательного движения и значений их направляющих углов |
| 5 | $UGL3(\varphi_4, \pi/2, y_2 \# \beta_{BB4r})$ | |
| 6 | $a_{BA1} = y_1 ; \quad a_{BB4r} = y_2 $ | |
| 7 | $OMEGA(l_2, a_{BA1}, \beta_{BA1} - \varphi_2 \# \varepsilon_2)$ | Определение углового ускорения звена 2 |
| 8 | $SMVKT(a_A, \beta_A, \omega^2 l_2, \varphi - \pi \# a, \beta)$ | Определение вектора абсолютного ускорения точки B в соответствии с уравнением (4.12) |
| 9 | $SMVKT(a, \beta, a_{BA1}, a_B, \beta_B \# a_B, \beta_B)$ | |
| $USKR2(a_A, \beta_A, a_{B4}, \beta_{B4}, a_{BB4k}, \beta_k, l_2, \varphi_2, \omega_2, \varphi_4 \# a_{BA1}, \beta_{BA1}, a_{BB4}, \beta_{BB4}, \varepsilon_2, a_B, \beta_B)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncUSKR2(AA, BA, AB4, BB4, ABB4K, BBB4K, L2, FI2, W2, FI4, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|--------------|---------------------------|---|
| AA | a_A | Модуль | Вектор ускорения точки A |
| BA | β_A | Направление | |
| AB4 | a_{B4} | Модуль | Вектор ускорения точки B_4 |
| BB4 | β_{B4} | Направление | |
| ABB4K | a_{BB4k} | Модуль | Вектор кориолисова ускорения точки B относительно точки B_4 |
| BBB4K | β_k | Направление | |
| L2 | l_2 | Длина звена 2 | Размеры и ориентация звена 2 |
| FI2 | φ_2 | Угол наклона звена 2 | |
| W2 | ω_2 | Угловая скорость звена 2 | |
| FI4 | φ_4 | Угол наклона направляющей | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-----------------|---------------------------|---|
| 1 | a_{BAr} | Модуль | Вектор тангенциального ускорения точки B относительно точки A |
| 2 | β_{BAr} | Направление | |
| 3 | a_{BB_4} | Модуль | Вектор ускорения точки B относительно точки B_4 |
| 4 | β_{BB_4} | Направление | |
| 5 | ε_2 | Угловое ускорение звена 2 | |
| 6 | a_B | Модуль | Вектор ускорения точки B |
| 7 | β_B | Направление | |

При расчетах скоростей для звеньев группы третьего вида (рис. 4.17) кроме линейных и угловых координат звеньев необходимо задать векторы ускорений \bar{a}_A и \bar{a}_C центров шарниров присоединительных вращательных кинематических пар A и C (см. рис. 4.17, *а*). Целью расчета является определение углового ускорения звена 3 и вектора относительной скорости поступательного движения звеньев 2 и 3. Задача решается при определении вектора \bar{a}_{A_3} абсолютного ускорения движения точки A_3 звена 3, геометрически совпадающей с центром шарнира A звена 2. Для вектора ускорения движения точки A_3 запишем векторное уравнение (рис. 4.17, *б*)

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_A + \bar{a}_{A_3Ak} + \bar{a}_{A_3Ar} = \bar{a}_C + \bar{a}_{A_3Cn} + \bar{a}_{A_3Cr}. \quad (4.14)$$

В этом уравнении векторы \bar{a}_A и \bar{a}_C определяются из кинематики звеньев механизма, с которыми звенья 2 и 3 образуют кинематические пары A и C , а векторы поворотного ускорения \bar{a}_{A_3Ak} и нормальной составляющей \bar{a}_{A_3Cn} вектора относительного ускорения точки A определяют по данным расчета скоростей. Приведем векторное равенство (4.14) к виду

$$\bar{a}_{A_3Ar} - \bar{a}_{A_3Ar} = \bar{a}_C + \bar{a}_{A_3Cn} - \bar{a}_A - \bar{a}_{A_3Ak} \quad (4.15)$$

и, заменив его системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули и направляющие углы векторов \bar{a}_{A_3Ar} и \bar{a}_{A_3At} . В табл. 4.12 приведен алгоритм определения ускорений для звеньев структурной группы третьего вида и соответствующая ему операторная функция.

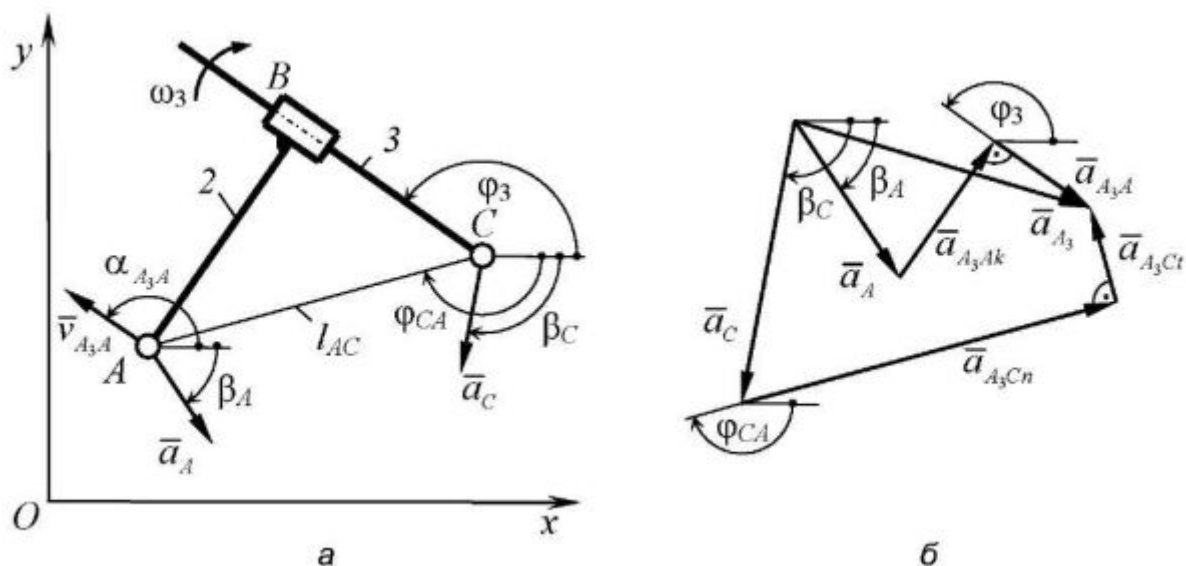


Рис. 4.17. Векторы ускорений структурной группы третьего вида



Таблица 4.12 – Алгоритм определения угловых ускорений звеньев и линейных ускорений их характерных точек для структурной группы третьего вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos \varphi_3 & -\cos(\varphi_{CA} + \pi/2) \\ \sin \varphi_3 & -\sin(\varphi_{CA} + \pi/2) \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.15) |
| 2 | $C(2) = ((a_C \cos \beta_C + \omega_3^2 l_{AC} \cos(\varphi_{CA} - \pi) - a_A \cos \beta_A - a_{A_3Ak} \cos \beta_k), (a_C \sin \beta_C + \omega_3^2 l_{AC} \sin(\varphi_{CA} - \pi) - a_A \sin \beta_A - \omega_3^2 l_{AC} \sin \beta_k))$ | |
| 3 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |
| 4 | $UGL4(\varphi_2, \pi, y_1 \# \beta_{A_3Ar})$ | Определение векторов относительного (релятивного) ускорения и тангенциальной составляющей относительного ускорения точки A_3 |
| 5 | $UGL3(\varphi_{CA}, \pi/2, y_2 \# \beta_{A_3Ct})$ | |
| 6 | $a_{A_3Ar} = y_1 ; \quad a_{A_3Ct} = y_2 $ | |

Окончание табл. 4.12

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|--|
| 7 | $OMEGA(l_{AC}, a_{A_3Ct}, \beta_{A_3Ct} - \varphi_{CA} \# \varepsilon_3)$ | Определение углового ускорения звена 3 |
| 8 | $SMVKT(a_C, \beta_C, \omega_3^2 l_{AC}, \varphi - \pi \# a, \beta)$ | Определение вектора абсолютного ускорения точки A_3 в соответствии с уравнением (4.14) |
| 9 | $SMVKT(a, \beta, a_{A_3Ct}, \beta_{A_3Ct} \# a_{A_3}, \beta_{A_3})$ | |
| $USKR3(a_A, \beta_A, a_C, \beta_C, \varphi_3, \omega, l_{AC}, \varphi_{CA}, a_{A_3Ak}, \beta_k \# a_{A_3Ak}, \beta_{A_3Ak}, a_{A_3Ak}, \beta_{A_3Ak}, \varepsilon_3, a_{A_3}, \beta_{A_3})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncUSKR3(AA, BA, AC, BC, FI3, W3, LCA, FICA, AA3AK, BA3AK, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|----------------|--------------------------|---|
| AA | a_A | Модуль | Вектор ускорения точки A |
| BA | β_A | Направление | |
| AC | a_C | Модуль | Вектор ускорения точки C |
| BC | β_C | Направление | |
| FI3 | φ_3 | Угол наклона звена 3 | |
| W2 | ω_2 | Угловая скорость звена 2 | |
| LCA | l_{CA} | Длина | Направленный отрезок CA |
| FICA | φ_{CA} | Направление | |
| AA3AK | a_{A_3Ak} | Модуль | Вектор кориолисова ускорения точки A_3 относительно точки A |
| BA3AK | β_k | Направление | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-----------------|-------------|---|
| 1 | a_{A_3Ar} | Модуль | Вектор релятивного ускорения точки A_3 относительно точки A |
| 2 | β_{A_3Ar} | Направление | |
| 3 | a_{A_3Ct} | Модуль | Вектор тангенциального ускорения точки A_3 относительно точки C |
| 4 | β_{A_3Ct} | Направление | |

| | | | |
|---|-----------------|---------------------------|------------------------------|
| 5 | ε_3 | Угловое ускорение звена 3 | |
| 6 | a_{A_3} | Модуль | Вектор ускорения точки A_3 |
| 7 | β_{A_3} | Направление | |

При расчете ускорений звеньев группы четвертого вида угловые ускорения звеньев группы равны угловым ускорениям направляющих 1 и 4, с которыми они образуют кинематические пары A и C (рис. 4.18). Целью расчета является определение абсолютной скорости центра шарнира внутренней кинематической пары B . Для этого необходимо решить векторное уравнение (рис. 4.18, б)

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{B_1} + \bar{a}_{BB_1k} + \bar{a}_{BB_1r} = \bar{a}_{B_4} + \bar{a}_{BB_4k} + \bar{a}_{BB_4r}. \quad (4.16)$$

В этом уравнении векторы \bar{a}_{B_1} и \bar{a}_{B_4} определяют исходя из законов движения центра внутренней кинематической пары B относительно мгновенных центров вращения V_1 и V_4 звеньев, на которых расположены направляющие 1 и 4, а векторы поворотных ускорений \bar{a}_{BB_1k} и \bar{a}_{BB_4k} – по данным расчета скоростей звеньев структурной группы.

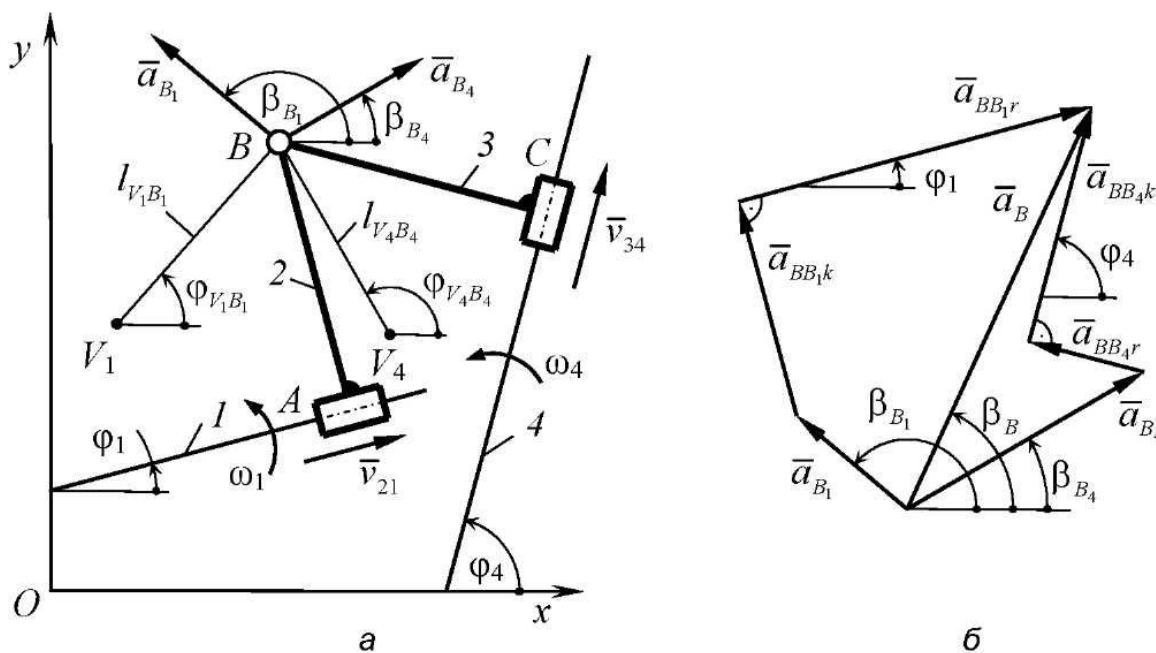


Рис. 4.18. Векторы ускорений структурной группы четвертого вида

Из решения векторного уравнения определяют векторы относительных ускорений \bar{a}_{BB_1r} и \bar{a}_{BB_4r} движения звеньев 2 и 3 по направляющим 1 и 4. Приведем векторное равенство (4.16) к виду

$$\bar{a}_{BB_1r} - \bar{a}_{BB_4r} = \bar{a}_{B_4} + \bar{a}_{BB_4k} - \bar{a}_{B_1} - \bar{a}_{BB_1k} \quad (4.17)$$

и, заменив его системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, определим модули и направляющие углы векторов \bar{a}_{BB_1r} и \bar{a}_{BB_4r} . В табл. 4.13 приведен алгоритм определения ускорений для звеньев структурной группы третьего вида и соответствующая ему операторная функция.



Таблица 4.13 – Алгоритм определения линейных ускорений для характерных точек звеньев структурной группы четвертого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|----|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $a_{B_1} = l_{V_1B} \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2}$ | Определение модулей векторов и направляющих углов ускорений движения центра внутренней кинематической пары B относительно точек V_1 и V_4 |
| 2 | $a_{B_4} = l_{V_4B} \sqrt{\omega_4^4 + \varepsilon_4^2}$ | |
| 3 | $UGL3(\varphi_{V_1B}, \pi/2 + \arctan(\omega_1^2 / \varepsilon_1 , \varepsilon_1 \# \beta_{B_1}))$ | |
| 4 | $UGL3(\varphi_{V_4B}, \pi/2 + \arctan(\omega_4^2 / \varepsilon_4 , \varepsilon_4 \# \beta_{B_4}))$ | |
| 5 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\cos \varphi_4 \\ \sin \varphi_1 & -\sin \varphi_4 \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.17) |
| 6 | $C(2) = ((a_{B_4} \cos \beta_{B_4} + a_{BB_4k} \cos \beta_{BB_4k} - a_{B_1} \cos \beta_{B_1} - a_{BB_1k} \cos \beta_{BB_1k}), (a_{B_4} \sin \beta_{B_4} + a_{BB_4k} \sin \beta_{BB_4k} - a_{B_1} \sin \beta_{B_1} - a_{BB_1k} \sin \beta_{BB_1k}))$ | |
| 7 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |
| 8 | $UGL4(\varphi_1, \pi, y_1 \# \beta_{BB_1r})$ | |
| 9 | $UGL4(\varphi_4, \pi, y_2 \# \beta_{BB_4r})$ | Определение векторов относительных ускорений поступательного движения точки B |
| 10 | $a_{BB_1r} = y_1 ; \quad a_{BB_4r} = y_2 $ | |

Окончание табл. 4.13

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|--|
| 11 | $SMVKT(a_{B_1}, \beta_{B_1}, a_{BB_1k}, \beta_{BB_1k} \# a, \beta)$ | Определение вектора абсолютного ускорения точки B в соответствии с уравнением (4.16) |
| 12 | $SMVKT(a, \beta, a_{BB_4}, \beta_{BB_4} \# a_B, \beta_B)$ | |
| $USKR4(l_{V_1B}, \varphi_{V_1B}, \varphi_1, l_{V_4B}, \varphi_{V_4B}, \varphi_4, \omega_1, \varepsilon_1, \omega_4, \varepsilon_4, a_{BB_1k}, \beta_{BB_1k}, a_{BB_4k}, \beta_{BB_4k} \# a_{BB_1r}, \beta_{BB_1r}, a_{BB_4r}, \beta_{BB_4r}, a_B, \beta_B)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncUSKR4(LV1B, FIV1B, FI1, LV4B, FIV4B, FI4, W1, E1, W4, E4, ABB1K, BBB1K, ABB4K, BBB4K, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|--------------------|--|---|
| | | LV1B | $l_{V_1B_1}$ |
| FIV1B | $\varphi_{V_1B_1}$ | Направление | |
| FI1 | φ_1 | Угол наклона направляющей звена 2 | |
| LV4B | $l_{V_4B_4}$ | Длина | Отрезок, соединяющий мгновенный центр вращения звена 4 с точкой B |
| FIV4B | $\varphi_{V_4B_4}$ | Направление | |
| FI4 | φ_4 | Угол наклона направляющей звена 3 | |
| W1 | ω_1 | Угловая скорость направляющей звена 2 | |
| E1 | ε_1 | Угловое ускорение направляющей звена 2 | |
| W4 | ω_4 | Угловая скорость направляющей звена 3 | |
| E4 | ε_4 | Угловое ускорение направляющей звена 3 | |
| ABB1K | a_{BB_1k} | Модуль | Вектор кориолисова ускорения точки B относительно точки B_1 |
| BBB1K | β_{BB_1k} | Направление | |
| ABB4K | a_{BB_4k} | Модуль | Вектор кориолисова ускорения точки B относительно точки B_4 |
| BBB4K | β_{BB_4k} | Направление | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-----------------|-------------|---|
| 1 | a_{BB_1r} | Модуль | Вектор релятивного ускорения точки B относительно точки B_1 |
| 2 | β_{BB_1r} | Направление | |
| 3 | a_{BB_4r} | Модуль | Вектор релятивного ускорения точки B относительно точки B_4 |
| 4 | β_{BB_4r} | Направление | |
| 5 | a_B | Модуль | Вектор ускорения точки B |
| 6 | β_B | Направление | |

При расчете ускорений звеньев группы пятого вида (рис. 4.19) определяют векторы абсолютного ускорения звена 2, входящего в две поступательные кинематические пары, и относительных скоростей движения звеньев 2 и 3 по направляющим. Из кинематики звеньев кинематической цепи механизма предварительно определяют угловую скорость ω_1 и угловое ускорение ϵ_1 направляющей движения звена 2 и вектор ускорения центра шарнира присоединительной вращательной кинематической пары C , которую звено 3 структурной группы образует со звеном механизма.

Рассматривая геометрически совпадающие с центром шарнира C точки C_1, C_2, C_3 , принадлежащие соответствующим звеньям, получим век-

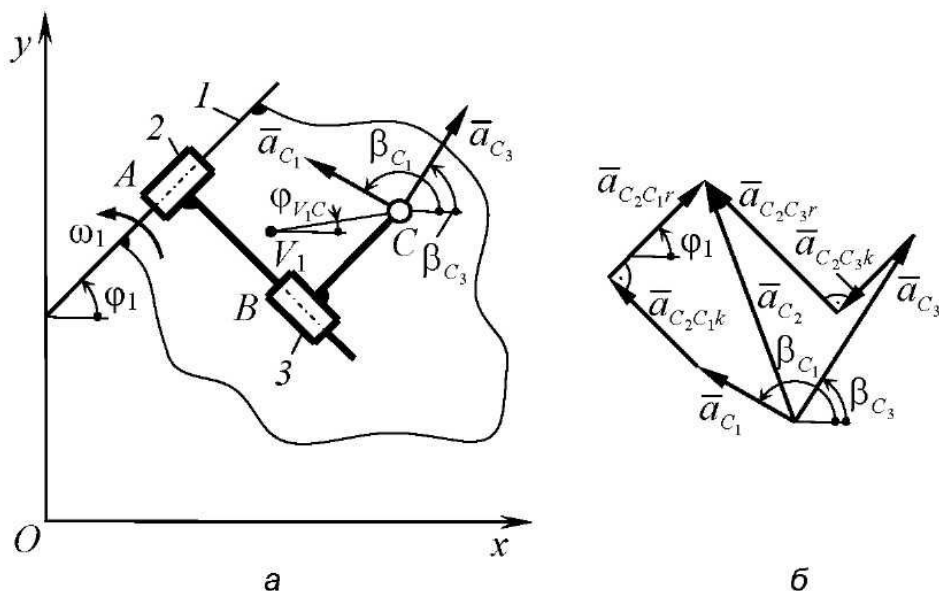


Рис. 4.19. Векторы ускорений структурной группы пятого вида

торное уравнение для определения вектора абсолютного ускорения звена 2 (рис. 4.19, б):

$$\bar{a}_{C_2} = \bar{a}_{C_3} + \bar{a}_{C_2C_3k} + \bar{a}_{C_2C_3r} = \bar{a}_{C_1} + \bar{a}_{C_2C_1k} + \bar{a}_{C_2C_1r}. \quad (4.18)$$

Вектор ускорения точки C_1 определяется из кинематики движения звена 1 относительно своего мгновенного центра ускорений. Заменяя векторное равенство (4.18) системой линейных уравнений проекций векторов на координатные оси

$$\bar{a}_{C_2C_3r} - \bar{a}_{C_2C_1r} = \bar{a}_{C_1} + \bar{a}_{C_2C_1k} - \bar{a}_{C_3} - \bar{a}_{C_2C_3k}, \quad (4.19)$$

определим модули векторов относительных ускорений движения точки C_2 . При решении этой системы выбирают предварительные направления векторов относительных ускорений точки C_2 , которые уточняются после решения. В табл. 4.14 приведен алгоритм расчета ускорений для звеньев группы пятого вида и соответствующая ему операторная функция.



Таблица 4.14 – Алгоритм определения линейных ускорений для характерных точек звеньев структурной группы пятого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $a_{C_1} = \sqrt{(x_{C_3} - x_{V_1})^2 + (y_{C_3} - y_{V_1})^2} \times \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2}$ | Определение модуля и направляющего угла вектора \bar{a}_{C_1} ускорения движения точки C_1 |
| 2 | $UGL3(UGL2(x_{V_1}, y_{V_1}, x_{C_3}, y_{C_3} \# \varphi_{V_1C}), \pi/2 + a \tan(\omega_1^2 / \varepsilon_1 , \varepsilon_1 \# \beta_{C_1}))$ | |
| 3 | $A(2,2) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_1 + \theta_2) & -\cos \varphi_1 \\ \sin(\varphi_1 + \theta_2) & -\sin \varphi_1 \end{vmatrix}$ | Решение системы линейных уравнений проекций векторов на координатные оси, соответствующей уравнению (4.19) |
| 4 | $C(2) = ((a_{C_1} \cos \beta_{C_1} + a_{C_2C_1k} \cos \beta_{C_2C_1k} - a_{C_1} \cos \beta_{C_1} - a_{C_2C_1k} \cos \beta_{C_2C_1k}), (a_{C_1} \sin \beta_{C_1} + a_{C_2C_1k} \sin \beta_{C_2C_1k} - a_{C_1} \sin \beta_{C_1} - a_{C_2C_1k} \sin \beta_{C_2C_1k}))$ | |
| 5 | $SISTEMA(2, A(2,2), C(2) \# y_1, y_2)$ | |

Окончание табл. 4.14

| 1 | 2 | 3 |
|--|---|--|
| 6 | $UGL4(\varphi_1 + \pi/2, \pi, y_1 \# \beta_{C_2C_3r})$ | Определение модулей векторов относительных ускорений поступательного движения точки C и значений их направляющих углов |
| 7 | $UGL4(\varphi_1, \pi, y_2 \# \beta_{C_2C_1r})$ | |
| 8 | $a_{C_2C_3r} = y_1 ; \quad a_{C_2C_1r} = y_2 $ | |
| 9 | $SMVKT(a_{C_3}, \beta_{C_3}, a_{C_2C_3k}, \beta_{C_2C_3k} \# a, \beta)$ | Определение вектора абсолютного ускорения точки C в соответствии с уравнением (4.18) |
| 10 | $SMVKT(a, \beta, a_{C_2C_3}, \beta_{C_2C_3r}, a_{C_2C_3r} \# a_{C_3}, \beta_{C_3})$ | |
| $USKR5(x_C, y_C, x_{V_1}, y_{V_1}, \varphi_1, \omega_1, \varepsilon_1, \theta_2, a_{C_3}, \beta_{C_3}, a_{C_2C_1k}, \beta_{C_2C_1k}, a_{C_2C_3k}, \beta_{C_2C_3k} \#$ $a_{C_2C_3r}, \beta_{C_2C_3r}, a_{C_2C_1r}, \beta_{C_2C_1r}, a_{C_2}, \beta_{C_2})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncUSKR5(XC3, YC3, XV1, YV1, FI1, W1, E1, TETA2, AC3, BC3, AC2C1K, BC2C1K, AC2C3K, BC2C3K, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-----------------|--|------------------------------|
| XC3 | x_{C_3} | Координаты точки C_3 | |
| YC3 | y_{C_3} | | |
| XV1 | x_{V_1} | Координаты точки V_1 | |
| YV1 | y_{V_1} | | |
| FI1 | φ_1 | Угол наклона направляющей звена 2 | |
| W1 | ω_1 | Угловая скорость направляющей звена 2 | |
| E1 | ε_1 | Угловое ускорение направляющей звена 2 | |
| TETA2 | θ_2 | Угловой размер звена 2 | |
| AC3 | a_{C_3} | Модуль | Вектор ускорения точки C_3 |
| BC3 | β_{C_3} | Направление | |

| | | | |
|--------|-------------------|----------------------|---|
| AC2C1K | $a_{C_2C_1k}$ | Модуль | Вектор кориолисова ускорения точки C_2 относительно точки C_1 |
| BC2C1K | $\beta_{C_2C_1k}$ | Направление | |
| AC2C3K | $a_{C_2C_3k}$ | Модуль | Вектор кориолисова ускорения точки C_2 относительно точки C_3 |
| BC2C3K | $\beta_{C_2C_3k}$ | Направление | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|-------------------|-------------|---|
| 1 | $a_{C_2C_3r}$ | Модуль | Вектор релятивного ускорения точки C_2 относительно точки C_3 |
| 2 | $\beta_{C_2C_3r}$ | Направление | |
| 3 | $a_{C_2C_1r}$ | Модуль | Вектор релятивного ускорения точки C_2 относительно точки C_1 |
| 4 | $\beta_{C_2C_1r}$ | Направление | |
| 5 | α_{C_2} | Модуль | Вектор ускорения точки C_2 |
| 6 | β_{C_2} | Направление | |

4.7. Пример составления алгоритма кинематического расчета многозвенного шарнирного механизма



СОВЕТ

Перед рассмотрением алгоритма расчета многозвенного механизма целесообразно прочитать пункты 4.1—4.3 данной главы.



Ниже приводится пример составления алгоритма кинематического расчета механизма, кинематическая схема которого (рис. 4.20) включает входное звено I , равномерно вращающееся вокруг центра шарнира O с угловой скоростью ω_1 , и звенья структурных групп второго класса пяти видов. Анализ приводимого ниже алгоритма позволит получить навыки по применению операторных функций базовых алгоритмов кинематического расчета структурных групп пяти видов и операторных функций вычислительных алгоритмов, разобранных во второй главе этой работы. Так как кинематическая схема любого механизма второго класса, которые составляют подавляющее большинство механизмов и машин, обычно включает входное звено и кинематические цепи нескольких структурных

групп разных видов, то этот пример позволит существенно облегчить составление алгоритма кинематического расчета конкретного механизма.

! В примере предполагается, что все линейные размеры звеньев механизма и координаты направляющих поступательных кинематических пар заданы. Кинематический расчет выполняется для заданного значения обобщенной координаты φ_1 . Центр координатной системы xOy помещен в центр шарнира O . В дальнейшем координаты точек всех звеньев механизма и их угловые координаты определяются в этой координатной системе.

Ниже приведен с необходимыми пояснениями алгоритм кинематического расчета механизма, кинематическая схема которого приведена на рис. 4.20. Каждая структурная составляющая алгоритма нумеруется для облегчения комментариев к его составлению.

К входному звену I механизма вращательной кинематической парой A присоединяется **структурная группа 2–3 первого вида** с внутренней вращательной кинематической парой B . Кинематическая пара F образована звеном 3 этой структурной группы и стойкой. Определим координаты центра шарнира A :

1. $x_A = l_{OA} \cos \varphi_1$.
2. $y_A = l_{OA} \sin \varphi_1$.

Для определения угловых координат звеньев 2 и 3 запишем операторную функцию $PRM1$, реализующую алгоритм определения направляющих углов φ_2 и φ_3 звеньев и координат центра шарнира внутренней кинематической пары $B - x_B, y_B$ для структурной группы второго класса первого вида. Используя формальный характер параметров операторной

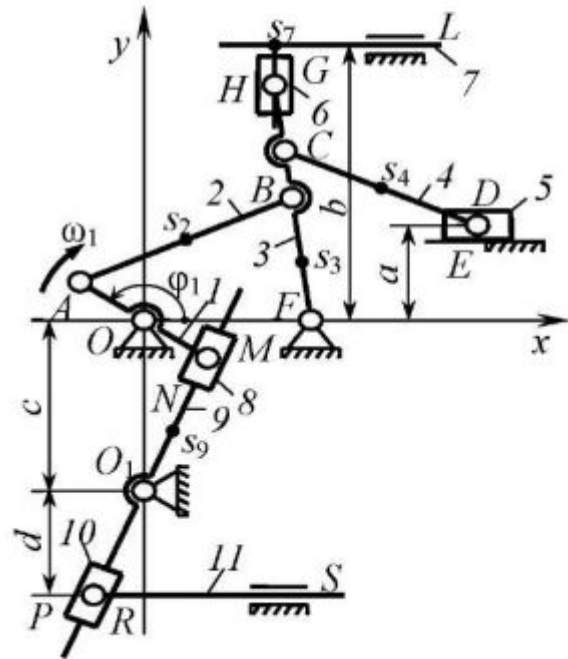


Рис. 4.20. Кинематическая схема механизма со структурными группами пяти видов, взятого в качестве примера для иллюстрации построения алгоритма кинематического расчета

функции будем помещать на места входных и выходных параметров их значения, соответствующие кинематической схеме механизма:

$$3. PRM1(x_A, y_A, l_{OF}, 0, l_{AB}, l_{FB}, -1 \# \varphi_2, \varphi_3, x_B, y_B).$$

Кинематическая пара C образована звеном 3 и звеном 4 *структурной группы 4–5 второго вида* с внутренней вращательной кинематической парой D и присоединительной поступательной кинематической парой E , образованной звеном 5 и стойкой. Координаты центра шарнира C будут равны:

$$4. x_C = l_{FC} \cos \varphi_3 + l_{OF}.$$

$$5. y_C = l_{FC} \sin \varphi_3.$$

Линейные и угловые координаты звеньев 4 и 5 определим, используя операторную функцию $PRM2$, реализующую алгоритм определения направляющего угла φ_4 , координат центра шарнира внутренней вращательной кинематической пары $B - x_B, y_B$ и ползуна 5 для структурной группы второго класса первого вида:

$$6. PRM2(x_C, y_C, 0, a, 0, l_{CD}, 0, 0 \# \varphi_4, x_D, y_D).$$

При записи операторной функции на место входных формальных параметров были помещены их числовые значения, соответствующие данному механизму: координаты точки на оси направляющей ползуна 5 $x_K = 0, y_K = a$ (принято, что точка K лежит на оси ординат Oy) и ее направляющий угол $\varphi_5 = 0$; размеры ползуна 5, – длина поводка $l_5 = 0$ и его угловой размер $\theta = 0$. При записи выходных формальных параметров операторной функции записан параметр y_D , хотя очевидно, что его значение равно a . Это сделано по правилам записи операторной функции, так как выходные параметры имеют формальный характер только по наименованию, но не по значению (см. п. 2.1).

Звенья 6–7 *структурной группы пятого вида*, образующие внутреннюю кинематическую пару G , присоединены к кинематической цепи механизма вращательной кинематической парой H , образованной звеньями 3–6 и поступательной кинематической парой I , образованной звеном 7 и стойкой.

Координаты центра шарнира H будут равны:

$$7. x_H = l_{FH} \cos \varphi_3 + l_{OF}.$$

$$8. y_H = l_{FH} \sin \varphi_3.$$

В структурной группе пятого вида координаты центра шарнира H и оси направляющей звена 7 позволяют полностью определить линейные и угловые координаты точек всех звеньев группы.

К входному звену 1 механизма вращательной кинематической парой M присоединен ползун 8 *структурной группы 8–9 третьего вида* с внутренней поступательной кинематической парой N , звено 9 которой образует вращательную кинематическую пару O_1 со стойкой. Координаты центра шарнира M определим из зависимостей, в которых угловая координата входного звена определяется углом $(\varphi_1 - \pi)$:

$$9. x_M = l_{OM} \cos \varphi(\varphi_1 + \pi).$$

$$10. y_M = l_{OM} \sin(\varphi_1 + \pi).$$

Направляющий угол φ_3 оси направляющей кулисы для структурной группы второго класса третьего вида определим, используя операторную функцию

$$11. PRM3(x_M, y_M, 0, -c, 0, 0, 1 \# \varphi_3, \varphi_{OM}, l_{OM}).$$

При записи операторной функции учтены фактические значения формальных параметров. Значение условия сборки может быть принято любое, так длина поводка ползуна и его угловой размер в данном механизме равны нулю.

Звено 10 *структурной группы четвертого вида 10–11* образует поступательную кинематическую пару R со звеном 9, а звено 11 – поступательную кинематическую пару S со стойкой. Так как центр шарнира O_1 , – мгновенный центр вращения звена 9, известен, а звено 11 движется поступательно, то координаты центра шарнира P определим, используя операторную функцию:

$$12. PRM4(0, -c, 0, -c, \varphi_3, \theta, 0, 0, -(c+d), 0, 0, 0, \pi/2, \pi/2 \# x_P, y_P, l_{OP}, \varphi_{OP}, R, \varphi).$$

Так как при неподвижной оси направляющей движения ползуна 11 расстояние от центра шарнира P до мгновенного центра вращения звена и соответствующий направляющий угол не имеют значения для дальнейших

расчетов, обозначим эти выходные параметры соответственно R и φ , выполняя правило обязательного обозначения переменными всех выходных параметров.

В том же порядке выполним расчет скоростей и ускорений звеньев структурных групп механизма, применяя соответствующие операторные функции.



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Следует иметь в виду, что из-за формального характера параметров операторной функции при записи алгоритмов расчета скоростей и ускорений звеньев структурных групп нет необходимости знать величины и знаки промежуточных значений скоростей и ускорений каких-либо точек и звеньев или других параметров.



СОВЕТ

При записи операторных функций алгоритмов расчета скоростей и ускорений для сокращения алгоритма расчета механизма целесообразно на позиции входных параметров помещать соответствующие алгебраические зависимости и операторные функции. Это приводит к сокращению программы реализации алгоритма. Если алгебраические зависимости и операторные функции для определения значений входных параметров выделять в отдельные пункты алгоритма, то он становится более громоздким, но в ряде случаев его анализ и проверка упрощаются.

Для *структурной группы 2–3 первого вида* сразу запишем операторную функцию, записывая при обращении на места входных параметров соответствующие им числовые значения или зависимости, позволяющие определить их величины:

$$13. SKOR1(I_{AB}, \varphi_2, I_{FB}, \varphi_3, |\omega_1| I_{OA}, \varphi_1 - \pi/2, 0, 0 \# v_{BA}, \alpha_{BA}, v_{BF}, \alpha_{BF}, v_B, \alpha_B, \omega_2, \omega_3).$$

Здесь направляющий угол вектора скорости точки A определен поворотом отрезка OA на угол $\pi/2$ в сторону вращения входного звена. Обращаем внимание, что входное звено механизма вращается по часовой стрелке, то есть его угловая скорость имеет отрицательное значение. Имея значения выходных параметров операторной функции $SKOR1$, определим модуль и направляющий угол вектора скорости точки C :

$$14. v_C = |\omega_3| I_{FC}.$$

$$15. UGL3(\varphi_3, \pi/2, \omega_3 \# \alpha_C).$$

Для определения скоростей звеньев *структурной группы 4–5 второго вида* запишем операторную функцию

$$16. SKOR2(I_{CD}, \varphi_4, o, v_C, \alpha_C, 0, 0 \# v_{DC}, \alpha_{DC}, v_{DE}, \alpha_{DE}, v_D, \alpha_D, \omega_4).$$

Для расчета скоростей звеньев *6–7 структурной группы пятого вида* значения всех параметров известны, что позволяет сразу записать операторную функцию, размещая на месте некоторых входных параметров алгебраические зависимости и операторные функции:

$$17. SKOR5(x_H, y_H, 0, 0, 0, \frac{\pi}{2}, 0 | \omega_3 | I_{FH}, UGL3 \left(\varphi_3, \frac{\pi}{2}, \omega_3 \# \alpha_{FH} \right) \# v_{GH}, \alpha_{GH}, v_{GL}, \alpha_{GL}, v_G, \alpha_G).$$

Для расчета скоростей звеньев *структурной группы 8–9 третьего вида* и *структурной группы 10–11 четвертого вида* запишем последовательно операторные функции:

$$18. SKOR3(x_M, y_M, 0, -c, v_A, |\omega_1 | I_{OM}, \varphi_1 + \frac{\pi}{2}, 0, 0, \varphi_3 \# v_{NM}, \alpha_{NM}, v_{NO_1}, \alpha_{NO_1}, v_N, \alpha_N, \omega_3).$$

$$19. SKOR4(I_{OP}, \varphi_{OP}, \varphi_9, R, \varphi, 0, \omega_9, 0 \# v_{PM}, \alpha_{PM}, v_{PN}, \alpha_{PN}, v_P, \alpha_P).$$

Обращаем внимание на формальное применение значений промежуточных параметров R и φ , определенных в п. 12 алгоритма.

Определяя ускорения точек и звеньев механизма, следует иметь в виду, что входное звено механизма вращается равномерно, так как его угловое ускорение не задано. Линейные и угловые ускорения других звеньев определяются операторными функциями и алгебраическими выражениями алгоритма. Ниже приведены пункты алгоритма определения ускорений механизма.



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Следует иметь в виду, что направления векторов поворотных и тангенциальных составляющих векторов относительных ускорений в общем случае не известны, что учитывается операторными функциями. Нормальные составляющие векторов относительных ускорений направлены от точки к центру вращения звена. Об этом надо помнить при анализе примера и рассмотрении кинематической схемы механизма.

Для *структурной группы 2–3 первого вида* сразу запишем операторную функцию, записывая при обращении на места входных параметров соответствующие им числовые значения или зависимости, позволяющие определить их величины:

$$20. USKR1(\omega_1^2 I_{OA}, \varphi_1 - \pi, 0, 0, I_{AB}, \varphi_2, I_{FB}, \varphi_3, \omega_2, \omega_3 \# a_{BAI}, \beta_{BAI}, a_{BFI}, \beta_{BFI}, a_B, \beta_B, \varepsilon_2, \varepsilon_3).$$

Полученные результаты позволяют определить модуль и направляющий угол вектора ускорения точки C :

$$21. a_C = l_{FC} \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}.$$

$$22. UGL3(\varphi_3, \pi - \arctan(|\varepsilon_3| / \omega_3^2), \varepsilon_3 \# \beta_C).$$

Для определения ускорений звеньев *структурной группы 4–5 второго вида* запишем операторную функцию

$$23. USKR2(a_C, \beta_C, 0, 0, 0, 0, l_{CD}, \varphi_4, \omega_4, 0 \# a_{DCI}, \beta_{DCI}, a_{DE}, \beta_{DE}, \varepsilon_4, a_D, \beta_D).$$

Для расчета ускорений звеньев *6–7 структурной группы пятого вида* значения всех параметров известны, тогда запишем операторную функцию, учитывая, что поворотные ускорения равны нулю, так как угловая скорость направляющих равна нулю, а направляющие углы векторов ускорений точек H и C равны, так как их модули – пропорциональные величины.

$$24. USKR5(x_{II}, y_{II}, 0, 0, 0, 0, \pi/2, l_{FH} \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}, \beta_C, 0, 0, 0, 0 \# a_{GH}, \beta_{GH}, a_{GL}, \beta_{GL}, a_G, \beta_G).$$

Ниже приводятся операторные функции для расчета ускорений звеньев *8–9 структурной группы третьего вида* и *10–11 структурной группы четвертого вида*:

$$25. USKR3(\omega_1^2 l_{OM}, \varphi_1, 0, 0, \varphi_9, \omega_9, l_{OM}, \varphi_{OM}, 2v_{NM} |\omega_9|, UGL3(\alpha_{NM}, \pi/2, \omega_9 \# \beta_k) \# a_{NM}, \beta_{NM}, a_{NOI}, \beta_{NOI}, \varepsilon_9, a_N, \beta_N).$$

$$26. USKR4(l_{OP}, \varphi_{OP}, \varphi_9, 0, 0, 0, \omega_9, \varepsilon_9, 0, 0, 2v_{PM} |\omega_9|, UGL3(\alpha_{PM}, \pi/2, \omega_9 \# \beta_k), 0, 0 \# a_{PR}, \beta_{PR}, a_{PS}, \beta_{PS}, a_P, \beta_P).$$

Глава 5. Формализация алгоритмов силового расчета шарнирных механизмов

5.1. Цель и задачи силового расчета механизмов

При проектировании механизмов необходимо определить размеры поперечных сечений деталей, звеньев и поверхностей элементов кинематических пар, оценить динамические характеристики механизмов, установить качественные характеристики механизмов при его совместной работе с двигателем в составе машинного агрегата. Решение этих задач возможно, если известны и количественно оценены системы внешних и внутренних сил, действующих на звенья механизма.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Под внутренними силами в работающем механизме понимают реакции связей, возникающие в кинематических парах.

Все остальные силы и моменты сил относят к системе внешних сил, действующих на звенья механизма. Действие внешних сил может носить различный характер, который определяется физической природой силовых факторов, и характером взаимодействия звеньев механизма со звеньями других агрегатов.

При контактировании звеньев в точке, их взаимодействие отображает сосредоточенная внешняя сила, имеющая величину, направление и точку приложения. При контактировании звеньев по поверхности, возникающее усилие распределяется по площади поверхности соприкосновения, а при линейчатом контакте – по линии их взаимодействия. В этих случаях оперируют понятиями нагрузки, распределенной по площади либо линии. При выполнении силовых расчетов механизмов распределенная нагрузка может быть заменена эквивалентной системой сил: сосредоточенной силой, парой сил, либо силой и парой сил. Такие замены систем сил проводят по правилам, рассматриваемым в теоретической механике.



В зависимости от источника внешнего силового воздействия на звенья механизма рассматривают *движущие силы и силы технологического сопротивления*. Движущие силы и моменты сил возникают при взаимодействии входных звеньев рассматриваемого механизма со звеньями *двигателей*, в которых происходит преобразование какого-либо вида энергии в кинетическую энергию движения. В тепловых двигателях (двигатели внутреннего сгорания, паровые машины и т.п.) в

кинетическую энергию движения преобразуется энергия сжигаемого топлива, в гидро- и пневмодвигателях – потенциальная энергия сжатой жидкости или газа, в электродвигателях – энергия вращающегося электромагнитного поля.

Тип двигателя определяет закон изменения движущей силы или момента в функции от скорости движения выходного звена двигателя, соединяемого с входным звеном механизма, – *механическую характеристику двигателя*. Механические характеристики двигателей являются их паспортными характеристиками и представляются функционально или графически в виде кривых, соответствующих величинам уровня потребляемой энергии. На рис. 5.1, а приведены типовые механические характеристики двигателей различных видов: 1 – асинхронного электродвигателя; 2, 3 – электродвигателей постоянного тока соответ-

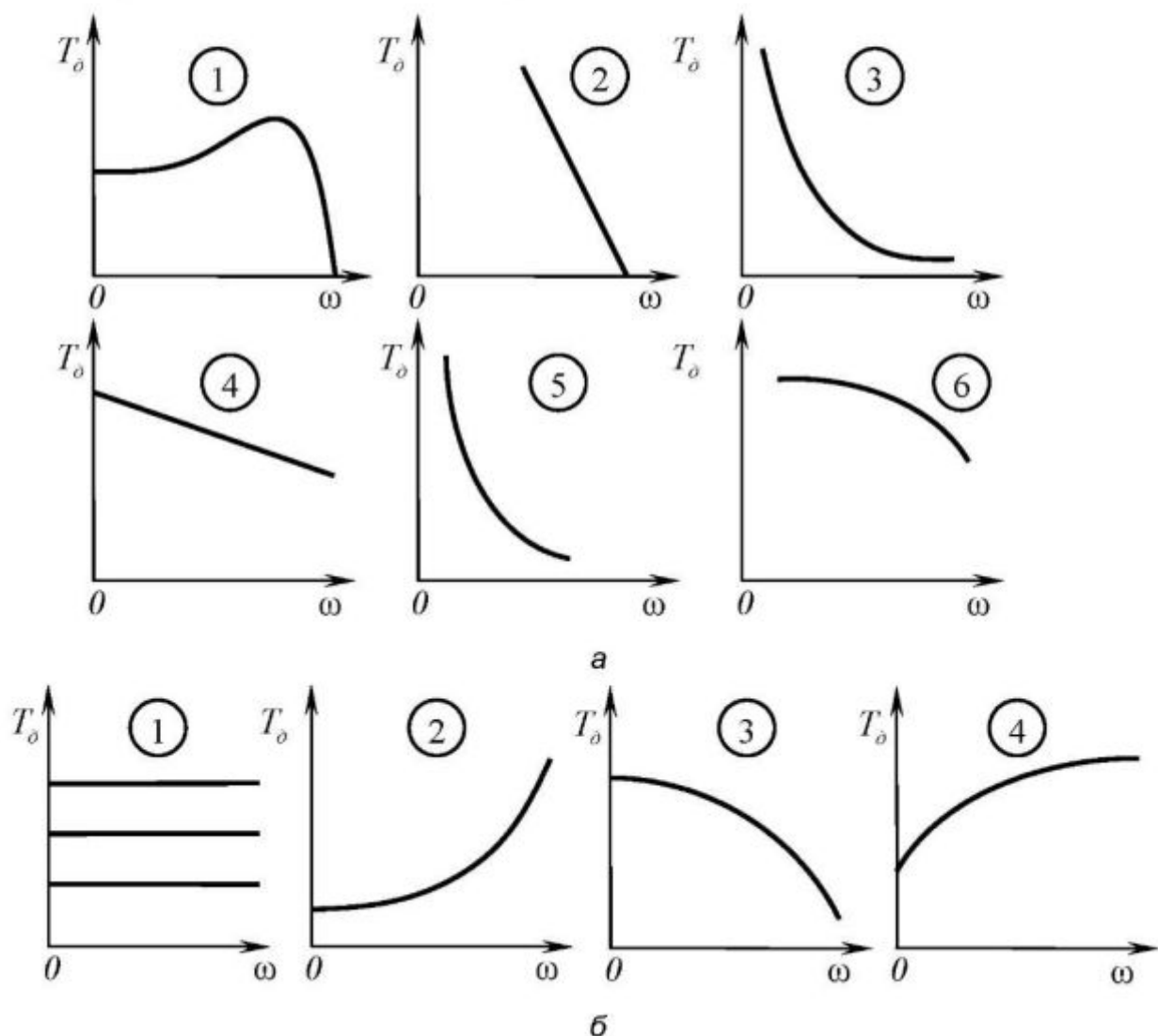


Рис. 5.1. Механические характеристики двигателей (а) и рабочих машин (б)

венно с параллельным и последовательным возбуждением; 4 – пружинного механического двигателя; 5 – паровой машины; 6 – двигателя внутреннего сгорания.


Силы и моменты сил технологического сопротивления возникают как результат взаимодействия выходных звеньев рассматриваемого механизма со звеньями исполнительных механизмов, выполняющих технологические операции по переработке либо транспортировке обрабатываемого изделия. В этих случаях происходит преобразование кинетической энергии движения выходного звена в какой-либо вид энергии, в зависимости от вида исполнительного механизма. Например, в компрессорных машинах она преобразуется в потенциальную энергию сжимаемого газа; в различных станках – в тепловую энергию при изменении формы обрабатываемой детали и т.п. Принято считать, что работа сил технологического сопротивления выходных звеньев имеет противоположный знак относительно работы движущих сил входных звеньев механизмов.

Силы и моменты сил технологического сопротивления также как и движущие силы и моменты зависят от кинематических параметров, что обычно выражается *механической характеристикой исполнительного механизма*, представляющей аналитическую или графическую зависимость сил или моментов сил от скорости рабочего звена. На рис. 5.1, б приведены механические характеристики некоторых рабочих машин: грузоподъемной машины – 1; центробежного насоса 2; лифта – 3; бетономешалки – 4.

Так как звенья реальных механизмов обладают массой, то при движении их звеньев из-за изменения положений и скоростей возникают силы инерции. В различных механизмах влияние сил инерции на нагрузки звеньев различно. В быстроходных механизмах – например, в двигателях внутреннего сгорания, компрессорах и др. – их влияние велико и соизмеримо с действием сил технологического сопротивления.

Учет сил инерции при силовых расчетах требует знания истинных законов движения звеньев. Однако их можно определить только после установления размеров звеньев, их геометрической формы, размеров и форм их поперечных сечений. Это, в свою очередь, требует учета реальной схемы нагружения звеньев, что невозможно без знания сил инерции и их моментов.

Поэтому практические инженерные силовые расчеты проводят в два этапа. Первоначально, силовые расчеты механизмов выполняют, учитывая действие сил инерции звеньев для конкретных положений входного звена механизма. В этом случае выполняют кинетостатический расчет ме-

ханизма, определяя реакции в кинематических парах в соответствии с  *принципом Даламбера: механическая система условно считается находящейся в равновесии, если к системе внешних сил добавлены силы инерции и их моменты.* Это дает возможность определить реакции в кинематических парах механизма, используя уравнения статики теоретической механики.




ПРИМЕЧАНИЕ

Следует помнить, что звенья реального механизма находятся в движении, и, следовательно, в действительности никакого равновесия нет. Силы инерции и их моменты только условно считают действующими на рассматриваемые звенья, чтобы сделать систему условно равновесной и получить возможность использовать уравнения статики. Поэтому применение принципа Даламбера следует рассматривать только как расчетный прием при определении реакций в кинематических парах.

После определения реакций в кинематических парах выполняют прочностные расчеты, проектируют детали и элементы кинематических пар, что позволяет установить их формы и размеры. Знание реальных размеров звеньев и деталей механизма позволяет решить уравнение его движения с целью установления истинного закона движения. После этого, при необходимости выполняют повторный силовой расчет с уточненными значениями сил и моментов сил инерции.

5.2. Определение силовых факторов системы внешних сил при расчетах механизмов

При силовом расчете звеньев механизма или кинематических цепей его структурных групп некоторые силовые факторы системы внешних сил определяют с учетом кинематических параметров движущихся звеньев или геометрических размеров элементов кинематических пар. В зависимости от величин ускорений центров масс и угловых ускорений звеньев при каждом значении координаты входного звена меняют свои значения соответственно главный вектор и главный момент сил инерции. Величины сил трения и их моментов, действующие в кинематических парах механизма, зависят от скоростей относительного движения звеньев и размеров элементов кинематических пар. Для определения динамических нагрузок, возникающих при колебаниях и вибрациях звеньев, необходимо знать характеристики жесткостей звеньев, зависящих от их размеров. Ниже рассмотрим определение некоторых из указанных силовых факторов.


 Силы инерции и моменты сил инерции движущихся звеньев могут быть определены тогда, когда заданы масса и момент инерции звена и определены вектор линейной скорости центра масс и угловое ускорение звена. Для звена, совершающего неравномерное плоскопараллельное движение (рис. 5.2), система его внешних сил приводится к главному вектору \bar{F}_u и главному моменту M_u сил инерции:

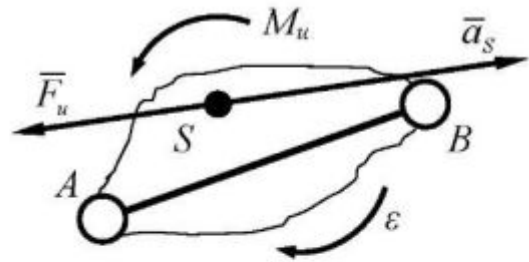



Рис. 5.2. Инерционные силовые факторы в движущемся звене

$$\bar{F}_u = -m\bar{a}_S, \quad M_u = -I_S\epsilon. \quad (5.1)$$

В зависимостях (5.1): S – центр масс звена, массой m и моментом инерции I_S относительно центра масс; знак минус показывает, что сила инерции направлена противоположно вектору ускорения центра масс, а момент силы инерции – противоположно угловому ускорению звена. Если звено движется поступательно, то угловое ускорение звена $\epsilon = 0$, тогда $M_u = 0$, и силы инерции приводятся только к главному вектору сил инерции \bar{F}_u . Если звено вращается вокруг точки, совпадающей с центром масс S , то силы инерции приводятся только к главному моменту сил инерции M_u .

В элементах кинематических пар при относительных перемещениях звеньев возникают силы непроизводительного сопротивления, всегда препятствующие движению – *силы трения скольжения*. Природа трения, как физического явления сопротивления относительному перемещению тел, рассматривается в курсе физики. В технических системах ко всем факторам, определяющим физическую сущность процесса трения, при определении сил трения учитывают влияние на силы трения наличия смазки, состояния трущихся поверхностей и конструкций элементов кинематических пар.

При выполнении силовых расчетов силы трения обычно учитывают на втором этапе расчета, когда известны размеры элементов кинематических пар. В практических инженерных расчетах сила трения скольжения


 F_T определяется через коэффициент трения скольжения f и величину нормальной силы F_n , действующей на поверхность трения (рис. 5.3):

$$F_T = fF_n. \quad (5.2)$$

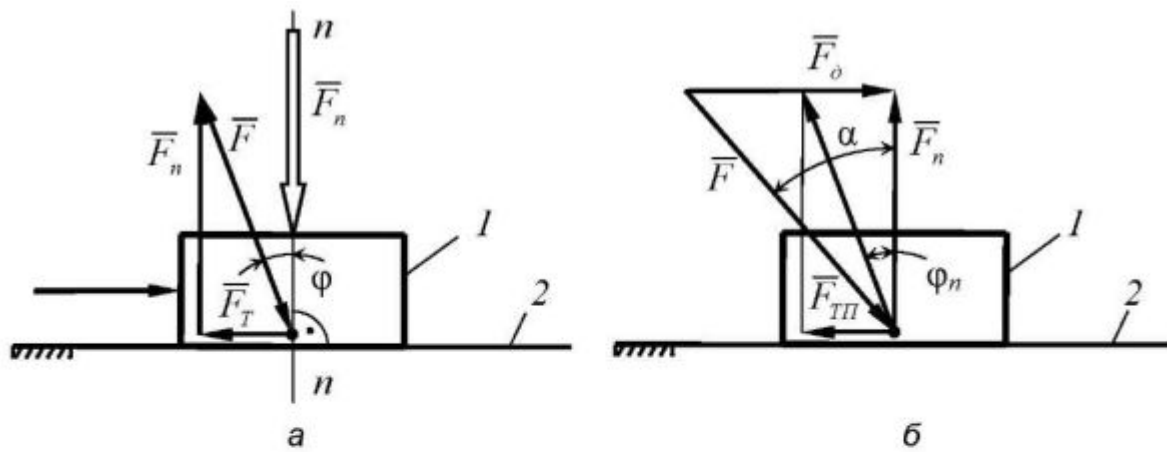



Рис. 5.3. Внешние силы и сила трения скольжения при взаимодействии звеньев по поверхности трения

Из схемы на рис. 5.3 следует зависимость коэффициента трения от действующих сил:

$$f = F_T / F_n = \operatorname{tg} \varphi. \quad (5.3)$$

 Угол φ называют *углом трения*. Величина коэффициента трения f определяется экспериментально для различных сочетаний материалов трущихся поверхностей, условий их обработки и смазывания. Тогда из зависимости (5.3) определяется сила трения скольжения, препятствующая относительно перемещению звеньев. Если на звено 1 будет действовать движущая сила F_δ , приложенная под углом α к нормали (рис. 5.3), то, выражая нормальную силу через F_δ , получим условие начала движения:

$$F_\delta \sin \alpha \geq f F_\delta \cos \alpha.$$

Из этого следует, что движение возможно при $\operatorname{tg} \alpha \geq f$. Следовательно, элементы поступательной пары должны быть так спроектированы, чтобы угол приложения движущей силы был бы больше угла трения.

В справочной литературе по машиностроению часто различают коэффициенты трения покоя $f_{\text{П}}$ и движения f_δ . Для материалов общемашиностроительного применения диапазоны их изменения без учета смазывания примерно равны: $f_{\text{П}} = 0,1 \dots 0,4$; $f_\delta = 0,05 \dots 0,2$. Меньшие границы диапазонов относятся к цветным металлам и их сплавам.

В высших кинематических парах при взаимодействии звеньев возникает явление сопротивления перекачиванию звеньев, которое называет-



ся трением качения. Природа этого явления совершенно другая, чем у трения скольжения, но такое название сложилось исторически. Сущность его заключается в следующем. Если звенья кинематической пары находятся в состоянии покоя, то внешняя сила F и реакция $F_n = F$ располагаются на одной линии и уравниваются, а зона деформирования будет относительно ее симметричной (рис. 5.4, а).

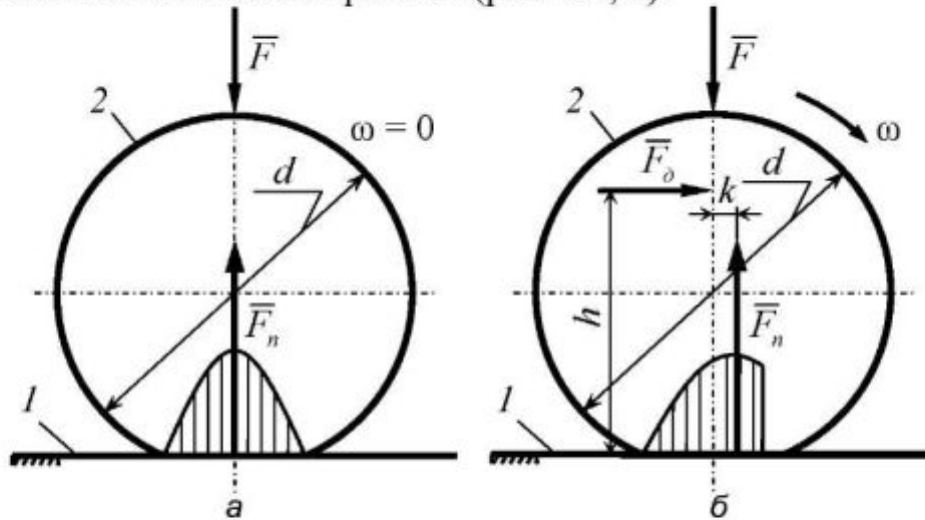


Рис. 5.4. Физическая схема, поясняющая природу сопротивления качению звеньев

При перекачивании звена 1 по звену 2 под действием силы F_0 зона деформирования становится несимметричной, а реакция F_n смещается на расстояние k так, что создается момент сопротивления качению (рис.5.4, б)

$$M_T = kF_n. \quad (5.4)$$



Величина k в зависимости (5.4) называется *коэффициентом трения качения*. Его величина имеет линейную размерность. В зависимости от сочетания материалов высшей кинематической пары и состояния их поверхностей значения величины k меняются в широких пределах. Например, для стальных деталей ориентировочно $k = 0,01 \dots 0,05$ мм.

В зоне контакта двух звеньев возникает и сила трения скольжения F_T . Ее предельное значение равно $F_T = fF = F_0$. Качение звеньев будет иметь место при равенстве величин моментов $F_0h = kF_n = fh$. Тогда при $f > k/h$ возможно равномерное качение, а при $f < k/h$ – звенья будут скользить.

На каждое звено реального механизма в общем случае действует разное число сил и моментов сил. Для удобства формализации алгоритмов

силового расчета при их реализации на персональных компьютерах целесообразно систему внешних силовых факторов сводить к эквивалентной системе сил, – одной силе и одной паре сил. Для этого переносят все силы параллельно линиям их действия в одну из точек звена, называемой точкой приведения, и определяют их главный вектор. За точку приведения рационально принимать ту точку звена, для которой определяются скорость и ускорение, в ходе кинематического расчета механизма. Такой точкой целесообразнее всего выбирать центр масс звена, так как его скорость и ускорение используют при динамическом расчете механизма. Чтобы равновесие звена при переносе векторов не нарушилось, необходимо при переносе каждой силы добавить к внешним силовым факторам пару сил, момент которой равен моменту переносимой силы относительно точки приведения. Главный момент системы внешних сил определяется как сумма моментов внешних сил и моментов переносимых сил относительно точки приведения.

Рассмотрим определения эквивалентной системы сил на примере звена, нагруженного внешними силовыми факторами – моментом M_1 , силой F_{21} , действующей со стороны звена 2 механизма, и силой технологического сопротивления F_c (рис. 5.5, а). За точку приведения примем точку S – центр масс звена, на который действуют сила тяжести F_g и сила инерции F_u звена. Главный вектор системы внешних сил звена определится из векторного равенства:

$$\bar{F} = \bar{F}_c + \bar{F}_{21} + \bar{F}_u + \bar{F}_g, \quad (5.5)$$

решение которого проиллюстрировано графически на рис. 5.5, б.

В формализованном виде численное решение векторного равенства (5.5) для нахождения модуля и направляющего угла вектора \bar{F} будет вы-

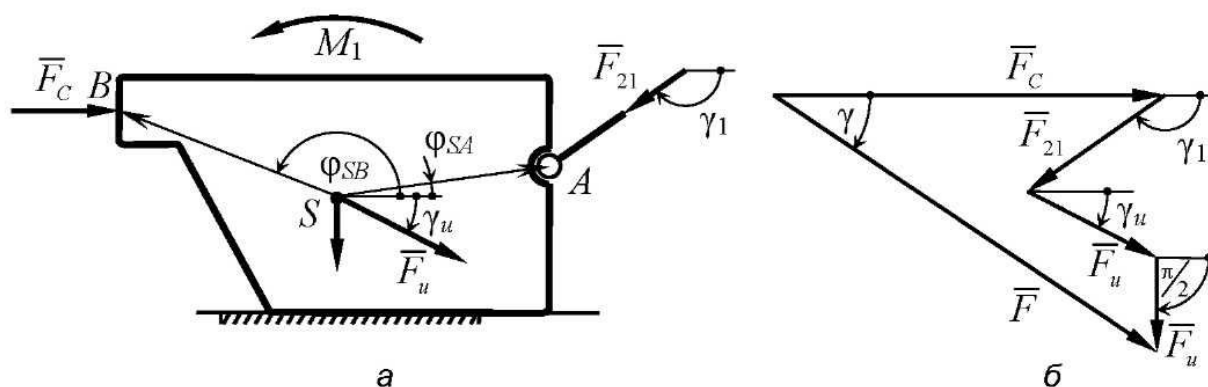


Рис. 5.5. К вопросу определения эквивалентной системы сил звена

ражаться последовательной записью операторных функций:

$$\begin{aligned} &SMVKT(F_c, 0, F_{21}, \gamma_{21} \# G, \psi), \\ &SMVKT(G, \psi, F_u, \gamma_u \# G, \psi), \\ &SMVKT(G, \psi, F_s, \pi/2 \# F, \gamma), \end{aligned}$$

где G и ψ – значения промежуточных параметров, которые не нужны для последующего расчета.

Определим моменты от сил F_{21} и F_c , которые добавятся при переносе их векторов в точку приведения, используя для этого оператор $MOMNT$ (см. гл. 2):

$$\begin{aligned} &MOMNT(SA, \varphi_{SA}, F_{21}, \gamma_{21} \# M_S(F_{21})), \\ &MOMNT(SB, \varphi_{SB}, F_c, \gamma_c \# M_S(F_c)). \end{aligned}$$

Тогда получим главный момент системы сил звена I :

$$M = M_1 + M_S(F_{21}) + M_S(F_c). \quad (5.6)$$

5.3. Особенности определения реакций связей в кинематических парах шарнирных механизмов

Реакции связей в кинематических парах возникают как результат силового взаимодействия звеньев. Во вращательной кинематической паре (рис. 5.6) усилия распределяются по цилиндрическим поверхностям элементов. Когда потери на трение малы, равнодействующая распределенной по поверхности силы реакции пройдет через центр шарнира, так как на любом бесконечно малом участке поверхности элементарная сила будет направлена по нормали к поверхности, то есть по ее радиусу (рис. 5.6, а). Если при определении реакций силы трения учитывают, то равнодействующая распределенной по поверхности силы реакции будет касаться окружности с радиусом трения $\rho = fr$ (рис. 5.6, б).



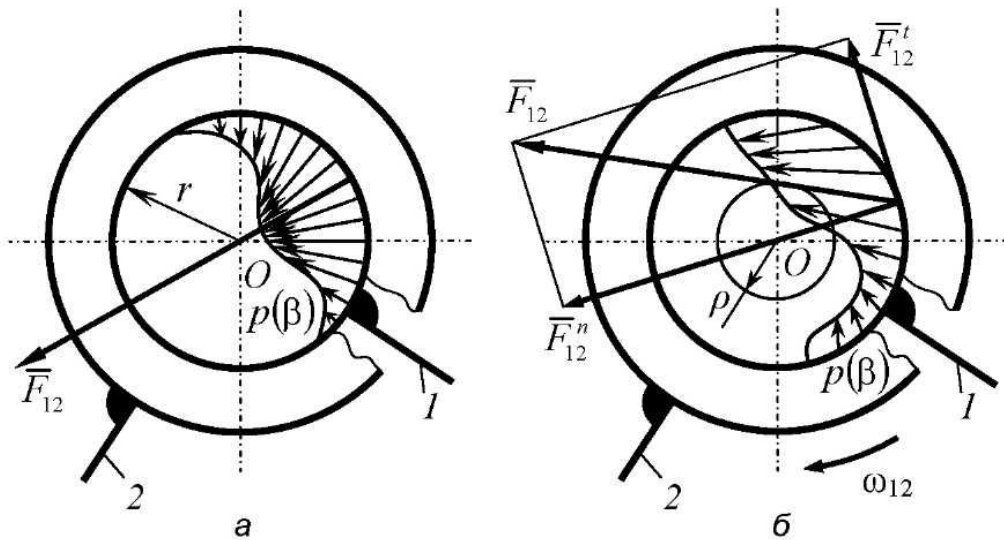


Рис. 5.6. К вопросу определения реакции во вращательной кинематической паре

В плоской поступательной кинематической паре (рис. 5.7) усилие взаимодействия звеньев распределяется по длине ее элементов с удельным давлением $p(x)$. Реакция F_{12} будет направлена либо по нормали к направляющей кинематической пары, если потери на трение малы, либо под углом трения φ к ней, если силы трения учитываются при определении реакций. Точка приложения реакции F_{12} в общем случае неизвестна, так как зависит от вида функции распределения удельных давлений $p(x)$, которая, в свою очередь зависит от систем внешних нагрузок, действующих на звенья 1 и 2.

Из рассмотренных выше расчетных схем следует, что при определении реакции в каждой кинематической паре необходимо находить две неизвестных величины. Для вращательной кинематической пары – это величина и направляющий угол вектора реактивной силы, для поступатель-

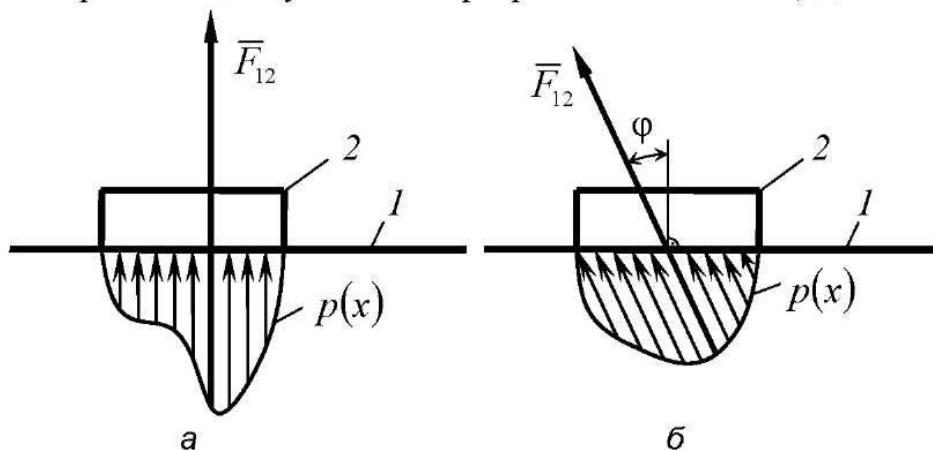



Рис. 5.7. К вопросу определения реакции в поступательной кинематической паре

ной кинематической пары – это величина и координата точки приложения реактивной силы.

При рассмотрении условий равновесия плоского тела в общем случае можно составить три уравнения. Следовательно, если кинематическая цепь механизма включает n звеньев, то для них можно составить $3n$ уравнений равновесия. В кинематических цепях шарнирных механизмах n звеньев соединяются числом p_5 кинематических пар. Количество неизвестных при определении реакций, следовательно, будет $2p_5$. Тогда, для того, чтобы уравнения равновесия имели определенные решения, необходимо соблюдение равенства $3n = 2p_5$, или

$$p_5 = 3n/2. \quad (5.7)$$

 Выражение (5.7) является условием существования структурной группы [1]. Следовательно, можно сделать вывод, что структурные группы являются статически определяемыми системами. Тогда, применяя принцип Даламбера при определении реакций в кинематических парах можно использовать уравнения равновесия статики.



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Возможность применения уравнений статики для определения реакций в кинематических парах структурных групп механизмов не означает, что это – единственный метод силового расчета. Существуют и другие методы определения реакций в кинематических парах механизмов, кинематические цепи которых образованы не только структурными группами. Иначе также определяют усилия в механизмах, которые включают в себя упругие звенья, в механизмах, в которых замыкание кинематических цепей осуществляется немеханическим способом и т.п.

5.4. Принципы построения алгоритмов определения сил реакций в кинематических парах структурных групп

При рассмотрении алгоритмов определения реакций в кинематических парах будем считать, что системы внешних сил, действующих на звенья групп, заменены эквивалентными системами, состоящими из главного вектора и главного момента систем сил. Структура алгоритмов силового расчета в этом случае зависит от типа присоединительных кинематических пар – вращательной или поступательной. На примере алгоритма расчета структурной группы второго вида, имеющей вращательную и поступа-

тельную присоединительные кинематические пары, рассмотрим принципы построения алгоритмов силового расчета структурных групп пяти видов.



ВНИМАНИЕ

При разборе алгоритма следует иметь в виду, что расстояния от точек приведения звеньев до центра кинематической пары B должны быть определены по результатам кинематического расчета механизма до начала силового расчета структурной группы.

Для звеньев структурной группы второго вида (рис. 5.8, a) условие равновесия будет иметь вид

$$\bar{F}_{12} + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{43} = 0. \quad (5.8)$$

В этом выражении векторы \bar{F}_{12} и \bar{F}_{43} – реакции в присоединительных кинематических парах A и C , а векторы \bar{F}_2 и \bar{F}_3 – главные векторы систем внешних сил звеньев 2 и 3. Для вектора \bar{F}_{12} известна точка приложения, – центр шарнира A , а для вектора \bar{F}_{43} – линия его действия, перпендикулярная оси направляющей 4.

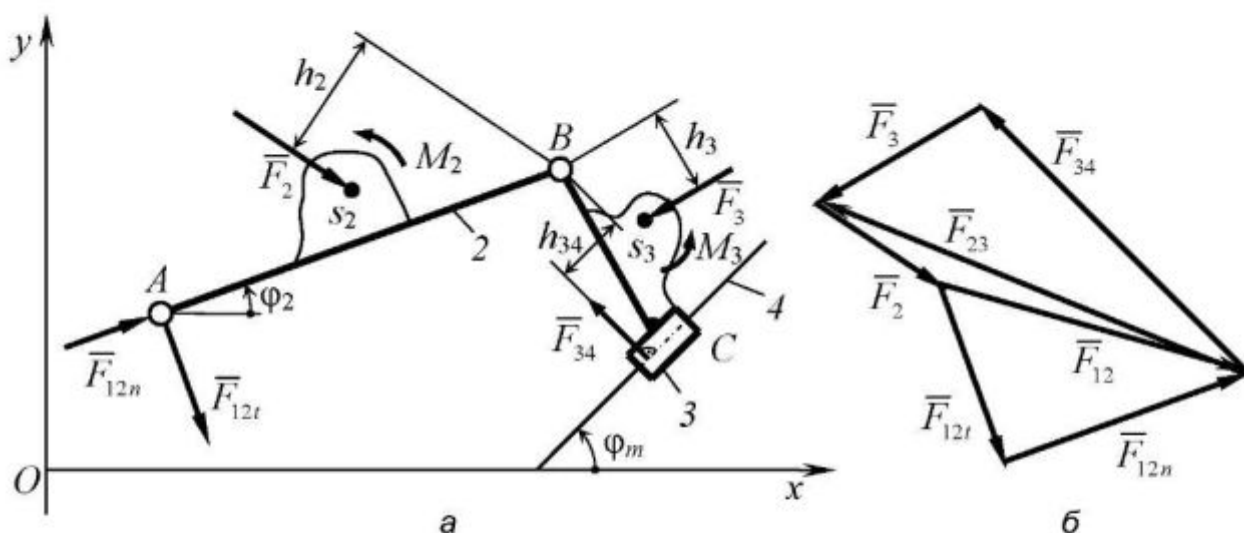


Рис. 5.8. К вопросу определения реакций в кинематических парах структурной группы второго вида при графических расчетах

Далее уравнение (5.8) может решаться графически или численно. При графическом методе решения, который описан в работах многих авторов – в том числе и в работе [1], реакция в шарнире A раскладывается на перпендикулярные составляющие – нормальную F_{12n} , направленную по линии, соединяющей центры шарниров A и B , и тангенциальную F_{12t} . После определения величины тангенциальной составляющей из уравнения

моментов, составленного относительно точки B при рассмотрении равновесия звена 2, строится векторный многоугольник в выбранном масштабе (рис. 5.8, б), из которого определяются модули неизвестных векторов.

При численном методе решения уравнения (5.8), который целесообразно применять при компьютерных расчетах, алгоритм расчета строится на использовании свойств проекций векторов на различные оси и определения модулей и направляющих углов векторов с использованием операторных функций. Рассмотрим его структуру с необходимыми пояснениями и комментариями.

Разложим вектор \bar{F}_{12} на взаимно перпендикулярные составляющие: вектор \bar{F}_{12m} , параллельный оси направляющей m , и \bar{F}_{12nm} (рис 5.9). Рассматривая равновесие звеньев 2 и 3, из уравнения проекций всех сил на ось m определим модуль и направляющий угол составляющей \bar{F}_{12m} :

$$\begin{cases} F_{12m} = -(F_2 \cos(\gamma_2 - \varphi_m) + F_3 \cos(\gamma_3 - \varphi_m)); \\ UGL4(\varphi_m, \pi, F_{12m} \# \gamma_{12m}). \end{cases} \quad (5.9)$$

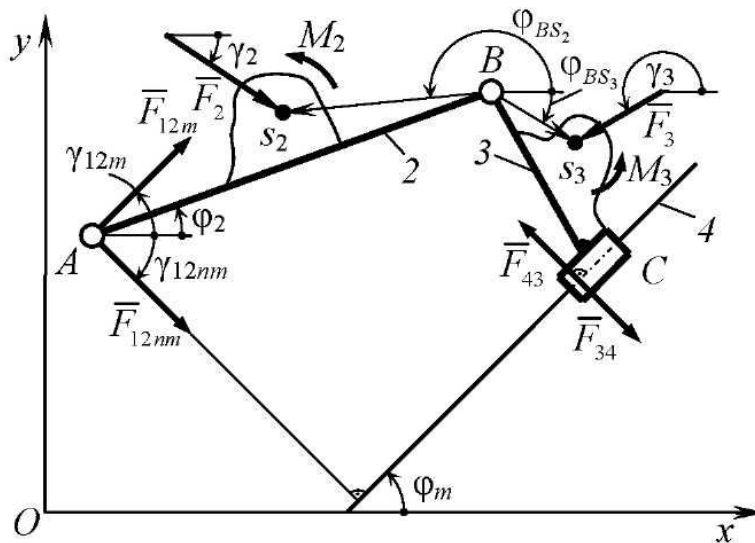


Рис. 5.9. К вопросу определения реакций в кинематических парах структурной группы второго вида при численных расчетах

Для определения модуля и направляющего угла вектора составляющей \bar{F}_{12nm} рассмотрим равновесие звена 2 и уравнение моментов действующих на него сил относительно точки B :

$$M_B(\overline{F}_{12nm}) + M_B(\overline{F}_{12m}) + M_2 + M_B(\overline{F}_2) = 0. \quad (5.10)$$

Момент любой силы \overline{F} приложенной к точке, радиус вектор которой равен \overline{r} , относительно точки вычисления момента равен (направляющие углы равны соответственно γ и φ):

$$M(\overline{F}) = \overline{r} \times \overline{F} = r_x F_y - r_y F_x = rf \cos \varphi \sin \gamma - rf \sin \varphi \cos \gamma = rF \sin(\gamma - \varphi).$$

Тогда модуль и направляющий угол составляющей \overline{F}_{12nm} определятся из зависимостей:

$$\begin{cases} F_{12nm} = -\frac{M_2 + F_2 l_{BS_2} \sin(\gamma_2 - \varphi_{BS_2}) + F_{12m} l_{BA} \sin(\gamma_{12m} - \varphi_{BA})}{l_{BA} \sin(\varphi_m - \varphi_{BA} + \pi/2)}; \\ UGL3(\varphi_m, \pi/2, F_{12nm} \# \gamma_{12nm}). \end{cases} \quad (5.11)$$

Теперь можно определить модуль и направляющий угол вектора реакции в кинематической паре A как геометрическую сумму векторов составляющих, используя операторную функцию

$$SMVKT(|F_{12m}|, \gamma_{12m}, |F_{12nm}|, \gamma_{12nm} \# F_{12}, \gamma_{12}). \quad (5.12)$$

После определения реакции в кинематической паре A реакция в шарнире B определится из решения векторного уравнения при рассмотрении равновесия звена 2 - $\overline{F}_{12} + \overline{F}_2 + \overline{F}_{32} = 0$, откуда следует $\overline{F}_{32} = -\overline{F}_{23}$. Тогда $\overline{F}_{23} = \overline{F}_{12} + \overline{F}_2$, или модуль и направляющий угол вектора реакции в шарнире B получим, используя операторную функцию

$$SMVKT(|F_{12}|, \gamma_{12}, |F_2|, \gamma_2 \# F_{23}, \gamma_{23}). \quad (5.13)$$

Вектор реакции в поступательной кинематической паре C определится из решения векторного уравнения при рассмотрении равновесия звена 3 - $\overline{F}_{23} + \overline{F}_3 + \overline{F}_{43} = 0$, или, учитывая, что $\overline{F}_{43} = -\overline{F}_{34}$, получим модуль и направляющий угол вектора реакции:

$$SMVKT(|F_{23}|, \gamma_{23}, |F_3|, \gamma_3 \# F_{34}, \gamma_{34}). \quad (5.14)$$

Координата h_{34} точки приложения вектора реакции в поступательной кинематической паре C определяется из рассмотрения уравнения моментов сил относительно центра шарнира B , составленного при рассмотрении равновесия звена 3:

$$M_3 + M_B(\overline{F}_3) + M_B(\overline{F}_{34}) = 0.$$

Из решения этого уравнения получим

$$h_{34} = (F_3 l_{BS_3} \sin(\gamma_3 - \varphi_{BS_3}) + M_3) / F_{34}. \quad (5.15)$$

5.5. Алгоритмы определения сил реакций в кинематических парах структурных групп

Алгоритмы силового расчета структурных групп второго класса, приведенные ниже, в своей основе используют численные методы решения уравнений равновесия звеньев. Они построены на использовании свойств проекций векторов на различные оси и определении модулей векторов с помощью уравнений моментов сил. В структуры алгоритмов включены зависимости, необходимые для определения нужных геометрических размеров, которые используются в расчетах. Обозначения линейных и угловых координат звеньев соответствуют принятой системе обозначений в алгоритмах кинематических расчетов структурных групп. Алгоритмы приведены в таблицах, в которых даны необходимые комментарии.



ПРИМЕЧАНИЕ

Выходные параметры операторных функций силового расчета структурных групп записаны таким образом, что обозначают действие реакций звеньев группы на звенья кинематической цепи механизма. Это упрощает структуру алгоритмов силового расчета многозвенных механизмов, так как дает возможность включать эти реакции в систему внешних нагрузок звеньев других структурных групп.

Алгоритмы силового расчета структурных групп первого, второго и четвертого вида имеют одинаковую структуру, так как их кинематические цепи имеют внутреннюю вращательную кинематическую пару. Это дает возможность использовать центр шарнира этой пары как точку, относительно которой составляются уравнения моментов при рассмотрении рав-

новесия звеньев. Ниже приведены расчетные схемы кинематических цепей структурных групп соответственно второго, первого и четвертого вида. Звенья 2 и 3 структурных групп нагружены системами внешних сил, сведенными соответственно к эквивалентным системам \bar{F}_2, M_2 и \bar{F}_3, M_3 .

Векторное уравнение равновесия для звеньев структурной группы первого вида (рис. 5.10) будет иметь вид

$$\bar{F}_{12n} + \bar{F}_{12t} + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{34} = 0. \quad (5.16)$$

В уравнении (5.16) для взаимно перпендикулярных векторов составляющих \bar{F}_{12n} и \bar{F}_{12t} известны направления, – ось вектора \bar{F}_{12n} направлена по линии центров шарниров A и B . Это дает возможность определить модуль вектора \bar{F}_{12t} из уравнения моментов сил относительно точки B при рассмотрении равновесия звена 2, а модуль вектора \bar{F}_{12n} – из уравнения моментов сил относительно точки C при рассмотрении равновесия звеньев всей группы. Направляющие углы этих векторов уточняются после решения уравнений моментов соответствующими операторными функциями. В табл. 5.1 приведен алгоритм определения реакций в кинематических парах структурной группы первого вида.

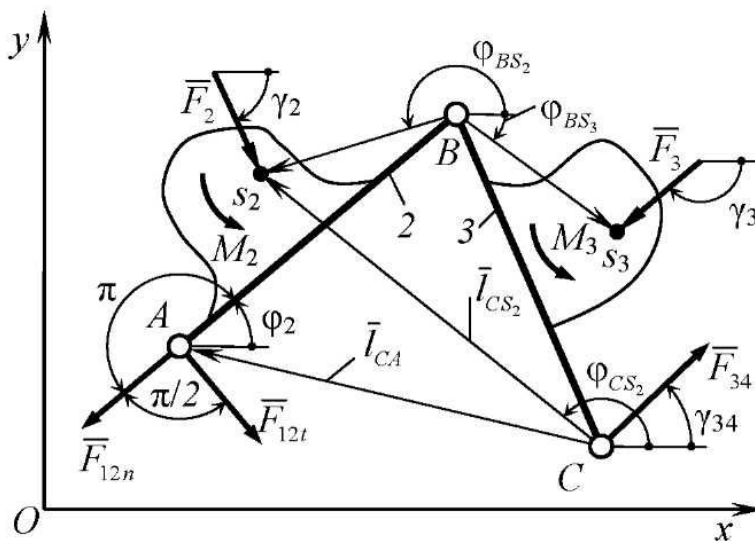


Рис. 5.10. К алгоритму определения реакций в кинематических парах структурной группы первого вида



Таблица 5.1 – Алгоритм определения реакций в кинематических парах структурной группы первого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|--|
| 1 | $VKT(x_B, y_B, x_{S_2}, y_{S_2} \# I_{BS_2}, \varphi_{BS_2})$ | Определение величин радиус-векторов и их направляющих углов между центрами шарниров и точками приведения звеньев |
| 2 | $VKT(x_C, y_C, x_{S_2}, y_{S_2} \# I_{CS_2}, \varphi_{CS_2})$ | |
| 3 | $VKT(x_C, y_C, x_{S_3}, y_{S_3} \# I_{CS_3}, \varphi_{CS_3})$ | |
| 4 | $VKT(x_C, y_C, x_A, y_A \# I_{CA}, \varphi_{CA})$ | |
| 5 | $VKT(x_A, y_A, x_B, y_B \# I_{AB}, \varphi_2)$ | |
| 6 | $F_{12t} = -(I_{BS_2} F_2 \sin(\gamma_2 - \varphi_{BS_2}) + M_2) / I_{AB};$ $UGL4(\varphi_2 - \pi/2, -\pi, F_{12t} \# \gamma_{12t}).$ | Определение модуля и направляющего угла составляющей F_{12t} |
| 7 | $F_{12n} = -(F_{12t} I_{CA} \sin(\gamma_{12t} - \varphi_{CA}) + M_2 + M_3 + F_2 I_{CS_2} \sin(\gamma_2 - \varphi_{CS_2}) + F_3 I_{CS_3} \sin(\gamma_3 - \varphi_{CS_3})) / (I_{CA} \sin(\varphi_2 - \varphi_{CA}));$ $UGL4(\varphi_2, \pi, F_{12n} \# \gamma_{12n}).$ | Определение модуля и направляющего угла составляющей F_{12n} |
| 8 | $SMVKT(F_{12t} , \gamma_{12t}, F_{12n} , \gamma_{12n} \# F_{21}, \gamma_{21});$ $\gamma_{21} = \gamma_{12} - \pi.$ | Определение модуля и направляющего угла вектора \bar{F}_{21} |
| 9 | $SMVKT(F_{21}, \gamma_{21}, F_2, \gamma_2 \# F_{23}, \gamma_{23});$ $SMVKT(F_{23}, \gamma_{23}, F_3, \gamma_3 \# F_{34}, \gamma_{34}).$ | Определение модуля и направляющего угла векторов \bar{F}_{23} и \bar{F}_{34} |
| $DNMAF1(x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, x_{S_2}, y_{S_2}, F_2, \gamma_2, x_{S_3}, y_{S_3}, F_3, \gamma_3, M_2, M_3 \# F_{21}, \gamma_{21}, F_{23}, \gamma_{23}, F_{34}, \gamma_{34})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncDNMAF1(XA, YA, XB, YB, XC, YC, XS2, YS2, F2, G2, XS3, YS3, F3, G3, M2, M3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|------------------------------------|---|
| XA | x_A | Координаты точки A | Центры шарниров присоединительных вращательных кинематических пар |
| YA | y_A | | |
| XC | x_C | Координаты точки C | |
| YC | y_C | | |
| XB | x_B | Координаты точки B | Центр шарнира внутренней кинематической пары |
| YB | y_B | | |
| XS2 | x_{S_2} | Координаты точки S_2 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 2 |
| YS2 | y_{S_2} | | |
| F2 | F_2 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 2 |
| G2 | γ_2 | Направление | |
| XS3 | x_{S_3} | Координаты точки S_3 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 3 |
| YS3 | y_{S_3} | | |
| F3 | F_3 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 3 |
| G3 | γ_3 | Направление | |
| M2 | M_2 | Главный момент системы сил звена 2 | |
| M3 | M_3 | Главный момент системы сил звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|---------------|-------------|---|
| 1 | F_{21} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 1 |
| 2 | γ_{21} | Направление | |
| 3 | F_{23} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 3 |
| 4 | γ_{23} | Направление | |
| 5 | F_{34} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 3 со стороны звена 4 |
| 6 | γ_{34} | Направление | |

Алгоритм силового расчета кинематической цепи структурной группы второго вида (рис. 5.9) был подробно рассмотрен в п. 5.4. При численном решении уравнения равновесия звеньев структурной группы (5.8) вектор \overline{F}_{12} раскладывается на взаимно перпендикулярные составляющие \overline{F}_{12m} , параллельную оси направляющей m , и \overline{F}_{12nm} . Это дает возможность определить модуль вектора \overline{F}_{12nm} из уравнения моментов сил относитель-

но точки B при рассмотрении равновесия звена 2. Дальнейшая структура алгоритма аналогична структуре алгоритма силового расчета структурной группы первого вида. Алгоритм приведен в табл. 5.2 с добавлением зависимостей, необходимых для определения расстояний от центра шарнира B до точек приведения звеньев.



Таблица 5.2 – Алгоритм определения реакций в кинематических парах структурной группы второго вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|--|
| 1 | $VKT(x_B, y_B, x_{S_2}, y_{S_2} \# l_{BS_2}, \varphi_{BS_2})$ | Определение величин радиус-векторов и их направляющих углов между центрами шарниров и точками приведения звеньев |
| 2 | $VKT(x_B, y_B, x_A, y_A, \# l_{BA}, \varphi_{BA})$ | |
| 3 | $F_{12m} = -(F_2 \cos(\gamma_2 - \varphi_m) + F_3 \cos(\gamma_3 - \varphi_n))$ $UGL4(\varphi_m, \pi, F_{12m} \# \gamma_{12m})$ | Определение модулей и направляющих углов векторов составляющих F_{12m} и F_{12nm} |
| 4 | $F_{12nm} = -M_2 + F_2 l_{BS_2} \sin(\gamma_2 - \varphi_{BS_2}) + F_{12m} l_{BA} \times$ $\times \sin(\gamma_{12m} - \varphi_{BA}) / l_{BA} \sin(\varphi_m - \varphi_{BA} + \pi / 2);$ $UGL3(\varphi_m, \pi / 2, F_{12nm} \# \gamma_{12nm})$ | |
| 5 | $SMVKT(F_{12m} , \gamma_{12m}, F_{12nm} , \gamma_{12nm} \# F_{21}, \gamma_{12});$ $\gamma_{21} = \gamma_{12} - \pi.$ | Определение модуля и направляющего угла вектора \bar{F}_{21} |
| 6 | $SMVKT(F_{21}, \gamma_{21}, F_2, \gamma_2 \# F_{23}, \gamma_{23});$ $SMVKT(F_{23}, \gamma_{23}, F_3, \gamma_3 \# F_{34}, \gamma_{34}).$ | Определение модуля и направляющего угла векторов \bar{F}_{23} и \bar{F}_{34} |
| 7 | $VKT(x_B, y_B, x_{S_3}, y_{S_3} \# l_{BS_3}, \varphi_{BS_3})$ | Определение координаты точки приложения реакции F_{34} |
| 8 | $h_{34} = -(F_3 l_{BS_3} \sin(\gamma_3 - \varphi_{BS_3}) + M_3) / F_{34}$ | |
| $DNMAF2(x_A, y_A, x_B, y_B, \varphi_m, x_{S_2}, y_{S_2}, F_2, \gamma_2, x_{S_3}, y_{S_3}, F_3, \gamma_3, M_2, M_3 \#$ $F_{21}, \gamma_{21}, F_{23}, \gamma_{23}, F_{34}, \gamma_{34}, h_{34})$ | | |



FuncDNMAF2(XA, YA, XB, YB, FIM, XS2, YS2, F2, G2, XS3, S3, F3, G3, M2, M3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | | |
|---------------|-------------|------------------------------------|---|---|
| XA | x_A | Координаты точки A | Центры шарниров присоединительных вращательных кинематических пар | |
| YA | y_A | | | |
| XB | x_B | Координаты точки B | | |
| YB | y_B | | | |
| FIM | φ_m | Угол наклона направляющей | | |
| XS2 | x_{s_2} | Координаты точки S_2 | | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 2 |
| YS2 | y_{s_2} | | | |
| F2 | F_2 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 2 | |
| G2 | γ_2 | Направление | | |
| XS3 | x_{s_3} | Координаты точки S_3 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 3 | |
| YS3 | y_{s_3} | | | |
| F3 | F_3 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 3 | |
| G3 | γ_3 | Направление | | |
| M2 | M_2 | Главный момент системы сил звена 2 | | |
| M3 | M_3 | Главный момент системы сил звена 3 | | |
| N | n | Управляющий параметр | | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|---------------|--|---|
| 1 | F_{21} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 1 |
| 2 | γ_{21} | Направление | |
| 3 | F_{23} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 3 |
| 4 | γ_{23} | Направление | |
| 5 | F_{34} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 3 со стороны звена 4 |
| 6 | γ_{34} | Направление | |
| 7 | h_{34} | Плечо вектора силы F_{34} относительно точки B | |

В векторном уравнении равновесия звеньев структурной группы четвертого вида (рис. 5.11)

$$\bar{F}_{12} + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{43} = 0 \quad (5.17)$$

линии действия векторов реакций \bar{F}_{12} и \bar{F}_{43} перпендикулярны осям направляющих движения звеньев 2 и 3. Это позволяет сразу рассматривать уравнения проекций векторов уравнения равновесия (5.17) на одну из осей направляющих. Дальнейшая структура алгоритма аналогична структуре алгоритма силового расчета структурных групп первого и второго видов. В табл. 5.3 приведен алгоритм силового расчета структурной группы четвертого вида



Таблица 5.3 – Алгоритм определения реакций в кинематических парах структурной группы четвертого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|--|--|---|
| 1 | $VKT(x_B, y_B, x_{S_2}, y_{S_2}, \#l_{BS_2}, \varphi_{BS_2})$ | Определение величин радиус-векторов и их направляющих углов между центрами шарнира B и точками приведения звеньев |
| 2 | $VKT(x_B, y_B, x_{S_3}, y_{S_3}, \#l_{BS_3}, \varphi_{BS_3})$ | |
| 3 | $F_{12} = -(F_2 \cos(\gamma_2 - \varphi_m) + F_3 \cos(\gamma_3 - \varphi_n)) / \cos(\varphi_m + \pi/2 - \varphi_n);$ $UGL3(\varphi_m, \pi/2, F_{12}, \# \gamma_{12});$ $\gamma_{21} = \gamma_{12} - \pi, F_{21} = F_{12} .$ $SMVKT(F_{12} , \gamma_{12}, F_2 , \gamma_2, \# F_{23}, \gamma_{23});$ $SMVKT(F_{23}, \gamma_{23}, F_3, \gamma_3, \# F_{34}, \gamma_{34}).$ | Определение модулей и направляющих углов векторов \bar{F}_{21} , \bar{F}_{23} и \bar{F}_{34} |
| 4 | $h_{21} = -(F_2 l_{BS_2} \sin(\gamma_2 - \varphi_{BS_2}) + M_2) / F_{12} $ | Определение координат точек приложения векторов реакций \bar{F}_{12} и \bar{F}_{34} |
| 5 | $h_{34} = -(F_3 l_{BS_3} \sin(\gamma_3 - \varphi_{BS_3}) + M_3) / F_{34} $ | |
| $DNMAF4(\varphi_m, \varphi_n, x_B, y_B, x_{S_2}, y_{S_2}, F_2, \gamma_2, x_{S_3}, y_{S_3}, F_3, \gamma_3, M_2, M_3, \# F_{21}, \gamma_{21}, F_{23}, \gamma_{23}, F_{34}, \gamma_{34}, h_{34})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncDNMAF4(FIM, FIN, XB, YB, XS2, YS2, F2, G2, XS3, YS3, F3, G3, M2, M3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|------------------------------------|---|
| FIM | φ_m | Угол наклона направляющей звена 2 | |
| FIN | φ_n | Угол наклона направляющей звена 3 | |
| XB | x_B | Координаты точки B | Центр шарнира внутренней кинематической пары |
| YB | y_B | | |
| XS2 | x_{S_2} | Координаты точки S_2 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 2 |
| YS2 | y_{S_2} | | |
| F2 | F_2 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 2 |
| G2 | γ_2 | Направление | |
| XS3 | x_{S_3} | Координаты точки S_3 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 3 |
| YS3 | y_{S_3} | | |
| F3 | F_3 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 3 |
| G3 | γ_3 | Направление | |
| M2 | M_2 | Главный момент системы сил звена 2 | |
| M3 | M_3 | Главный момент системы сил звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|---------------|--|---|
| 1 | F_{21} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 1 |
| 2 | γ_{21} | Направление | |
| 3 | h_{21} | Плечо вектора силы F_{21} относительно точки B | |
| 4 | F_{23} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 3 |
| 5 | γ_{23} | Направление | |
| 6 | F_{34} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 3 со стороны звена 4 |
| 7 | γ_{34} | Направление | |
| 8 | h_{34} | Плечо вектора силы F_{34} относительно точки B | |

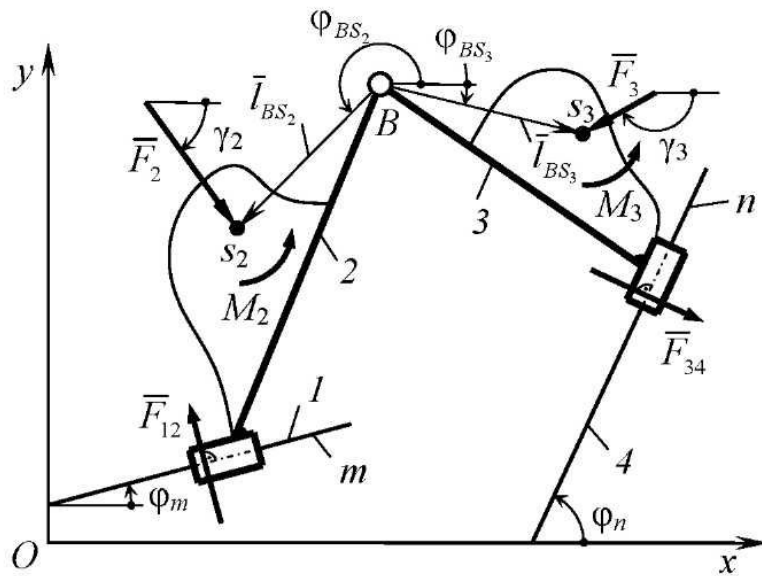


Рис. 5.11. К алгоритму определения реакций в кинематических парах структурной группы четвертого вида

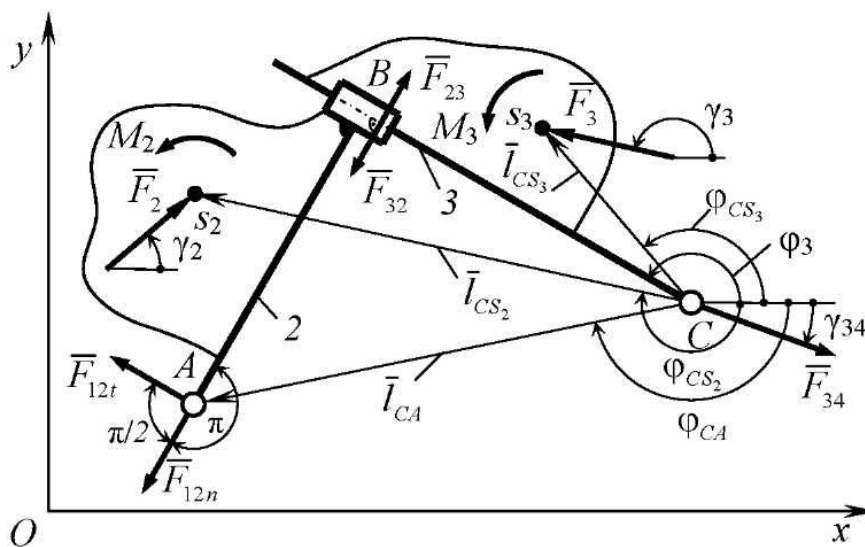


Рис. 5.12. К алгоритму определения реакций в кинематических парах структурной группы третьего вида

Алгоритмы силового расчета структурных групп третьего и пятого видов имеют несколько отличную структуру, чем рассмотренные выше алгоритмы расчета групп других видов. Это объясняется тем, что во внутренней поступательной кинематической паре нельзя выделить точку с известными координатами, относительно которой, при рассмотрении равновесия звеньев, можно составить разрешимое уравнение моментов. Поэтому уравнения моментов для группы третьего вида (рис. 5.12) составляют от-

носителем центра одного из шарниров присоединительных вращательных кинематических пар. Вектор неизвестной реакции в другом шарнире раскладывают на взаимно перпендикулярные составляющие так, что одна из них, $-\bar{F}_{12n}$, имеет линию действия перпендикулярную оси направляющей звена 3. В табл. 5.4 приведен алгоритм расчета этой структурной группы.



Таблица 5.4 – Алгоритм определения реакций в кинематических парах структурной группы третьего вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|--|---|---|
| 1 | $F_{12t} = -F_2 \cos(\gamma_2 - \varphi_3)$ | Определение модуля и направляющего угла вектора составляющей \bar{F}_{12t} |
| 2 | $UGL4(\varphi_3, \pi, F_{12t} \# \gamma_{12t})$ | |
| 3 | $VKT(x_C, y_C, x_A, y_A, \#l_{CA}, \varphi_{CA})$ | Определение модулей радиус-векторов между центрами шарнира C , шарнира A и точками приведения звеньев и их направляющих углов |
| 4 | $VKT(x_C, y_C, x_{S_2}, y_{S_2}, \#l_{CS_2}, \varphi_{CS_2})$ | |
| 5 | $VKT(x_C, y_C, x_{S_3}, y_{S_3}, \#l_{CS_3}, \varphi_{CS_3})$ | |
| 6 | $F_{12n} = -(l_{CA} F_{12t} \sin(\gamma_{12t} - \varphi_{CA}) + l_{CS_2} F_2 \sin(\gamma_2 - \varphi_{CS_2}) + l_{CS_3} F_3 \sin(\gamma_3 - \varphi_{CS_3}) + M_2 + M_3) / (l_{CA} \sin(\varphi_3 + \pi/2 - \varphi_{CA}));$ $UGL3(\varphi_3, \pi/2, F_{12n} \# \gamma_{12n})$ | Определение модуля и направляющего угла вектора составляющей \bar{F}_{12n} |
| 7 | $SMVKT(F_{12t} , \gamma_{12t}, F_{12n} , \gamma_{12n} \# F_{12}, \gamma_{12});$ $\gamma_{21} = \gamma_{12} - \pi, F_{21} = F_{12} $ | Определение модулей и направляющих углов векторов реакций \bar{F}_{12} и \bar{F}_{21} |
| 8 | $SMVKT(F_{12} , \gamma_{12}, F_2 , \gamma_2 \# F_{23}, \gamma_{23});$ $SMVKT(F_{23} , \gamma_{23}, F_3 , \gamma_3 \# F_{34}, \gamma_{34})$ | Определение модулей и направляющих углов векторов реакций \bar{F}_{23} и \bar{F}_{34} |
| 9 | $h_{23} = -(F_3 l_{CS_3} \sin(\gamma_3 - \varphi_{CS_3}) + M_3) / F_{23} $ | Определение координаты точки приложения вектора реакции \bar{F}_{23} |
| $DNMAF3(x_A, y_A, x_C, y_C, \varphi_3, x_{S_2}, y_{S_2}, F_2, \gamma_2, x_{S_3}, y_{S_3}, F_3, \gamma_3, M_2, M_3 \# F_{21}, \gamma_{21}, F_{23}, \gamma_{23}, h_{23}, F_{34}, \gamma_{34})$ | | |



FuncDNMAF3(XA, YA, XC, YC, FI3, XS2, YS2, F2, G2, XS3, YS3, F3, G3, M2, M3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|------------------------------------|---|
| XA | x_A | Координаты точки A | Центры шарниров присоединительных вращательных кинематических пар |
| YA | y_A | | |
| XC | x_C | Координаты точки C | |
| YC | y_C | | |
| FI3 | φ_3 | Угол наклона звена 3 | |
| XS2 | x_{s_2} | Координаты точки S_2 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 2 |
| YS2 | y_{s_2} | | |
| F2 | F_2 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 2 |
| G2 | γ_2 | Направление | |
| XS3 | x_{s_3} | Координаты точки S_3 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 3 |
| YS3 | y_{s_3} | | |
| F3 | F_3 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 3 |
| G3 | γ_3 | Направление | |
| M2 | M_2 | Главный момент системы сил звена 2 | |
| M3 | M_3 | Главный момент системы сил звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|---------------|--|---|
| 1 | F_{21} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 1 |
| 2 | γ_{21} | Направление | |
| 3 | F_{23} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 3 |
| 4 | γ_{23} | Направление | |
| 5 | h_{23} | Плечо вектора силы F_{23} относительно точки C | |
| 6 | F_{34} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 3 со стороны звена 4 |
| 7 | γ_{34} | Направление | |

При выполнении силового расчета структурной группы пятого вида (рис. 5.13) сначала определяют реакции в кинематических парах звена 3, так как линии действия векторов реакций в парах C и B известны, они направлены перпендикулярно осям направляющих движения ползунков. Далее определяют модуль и направляющий угол вектора реакции в кинематической паре A . В табл. 5.5 приведен алгоритм расчета этой структурной группы.

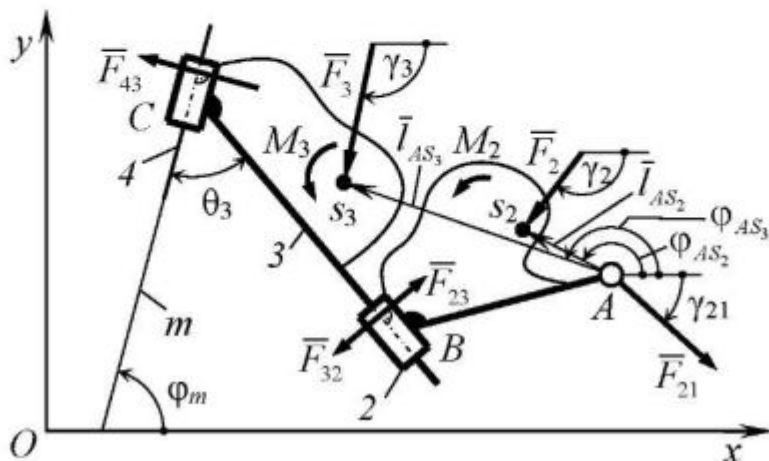


Рис. 5.13. К алгоритму определения реакций в кинематических парах структурной группы пятого вида



Таблица 5.5 – Алгоритм определения реакций в кинематических парах структурной группы пятого вида

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $VKT(x_A, y_A, x_{S_2}, y_{S_2} \# l_{AS_2}, \varphi_{AS_2})$ | Определение модулей радиус-векторов между центрами шарнира A звеньев и их направляющих углов |
| 2 | $VKT(x_A, y_A, x_{S_3}, y_{S_3} \# l_{AS_3}, \varphi_{AS_3})$ | |
| 3 | $F_{43} = -F_2 \cos(\gamma_3 - \theta_3 - \varphi_m) / \cos(\pi/2 - \theta_3);$ $UGL3(\varphi_m, \pi/2, F_{43} \# \gamma_{43});$ $\gamma_{34} = \gamma_{43} - \pi; \quad F_{34} = F_{43} .$ | Определение модуля и направляющего угла вектора реакции \bar{F}_{34} |
| 4 | $SMVKT(F_{43}, \gamma_{43}, F_3, \gamma_3 \# F_{32}, \gamma_{32});$ $SMVKT(F_{32}, \gamma_{32}, F_2, \gamma_2 \# F_{21}, \gamma_{21}).$ | Определение модулей и направляющих углов векторов реакций \bar{F}_{32} и \bar{F}_{21} |

Окончание табл. 5.5

| 1 | 2 | 3 |
|---|--|---|
| 5 | $h_{34} = -(M_2 + M_3 + l_{AS_3} F_3 \sin(\gamma_3 - \varphi_{AS_3}) + l_{AS_2} F_2 \sin(\gamma_2 - \varphi_{AS_2})) / F_{34};$ $h_{32} = -(M_2 + l_{AS_2} F_2 \sin(\gamma_2 - \varphi_{AS_2})) / F_{32}.$ | Определение координат точек приложения векторов реакций \bar{F}_{34} и \bar{F}_{32} |
| $DNMAF5(x_A, y_A, \varphi_m, \theta_3, x_{S_2}, y_{S_2}, F_2, \gamma_2, x_{S_3}, y_{S_3}, F_3, \gamma_3, M_2, M_3, \# F_{21}, \gamma_{21}, F_{32}, \gamma_{32}, h_{32}, F_{34}, \gamma_{34}, h_{34})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncDNMAF5(XA, YA, FIM, TETA3, XS2, YS2, F2, G2, XS3, YS3, F3, G3, M2, M3, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание | |
|---------------|-------------|------------------------------------|---|
| XA | x_A | Координаты точки A | Центр шарнира присоединительной вращательной пары |
| YA | y_A | | |
| FIM | φ_m | Угол наклона направляющей звена 2 | |
| TETA3 | θ_3 | Угловой размер звена 3 | |
| XS2 | x_{S_2} | Координаты точки S_2 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 2 |
| YS2 | y_{S_2} | | |
| F2 | F_2 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 2 |
| G2 | γ_2 | Направление | |
| XS3 | x_{S_3} | Координаты точки S_3 | Точка приложения равнодействующей системы сил звена 3 |
| YS3 | y_{S_3} | | |
| F3 | F_3 | Модуль | Вектор равнодействующей системы сил звена 3 |
| G3 | γ_3 | Направление | |
| M2 | M_2 | Главный момент системы сил звена 2 | |
| M3 | M_3 | Главный момент системы сил звена 3 | |
| N | n | Управляющий параметр | |

| Параметр N | Обозначение | Описание | |
|------------|---------------|--|---|
| | | | |
| 1 | F_{21} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 1 |
| 2 | γ_{21} | Направление | |
| 3 | F_{23} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 2 со стороны звена 3 |
| 4 | γ_{23} | Направление | |
| 5 | h_{23} | Плечо вектора силы F_{23} относительно точки A | |
| 6 | F_{34} | Модуль | Вектор реактивной силы, действующей на звено 3 со стороны звена 4 |
| 7 | γ_{34} | Направление | |
| 8 | h_{34} | Плечо вектора силы F_{34} относительно точки A | |

5.6. Силовой расчет входных звеньев

При рассмотрении равновесия входного звена можно использовать три уравнения статики. Целью силового расчета, в зависимости от типа механизма первого класса, является определение модуля и направляющего угла вектора реакции \bar{F}_{01} во вращательной кинематической паре (рис. 5.14, а), модуля и точки приложения реакции \bar{F}_{01} в поступательной кинематической паре (рис. 5.14, б).

Так как число уравнений равновесия больше числа неизвестных, то это указывает на наличие множества решений. Все силовые факторы, действующие на звенья механизма, преодолеваются движущими силами и моментами, действующими на входное звено со стороны двигателя. Можно считать, что с учетом инерционности звеньев, входное звено уравновешивается движущими силами или моментами. Поэтому указанного множества решений при расчете реального механизма не будет, если приложить к входному звену уравновешивающую силу или ее момент. Для этого необходимо учесть конст-

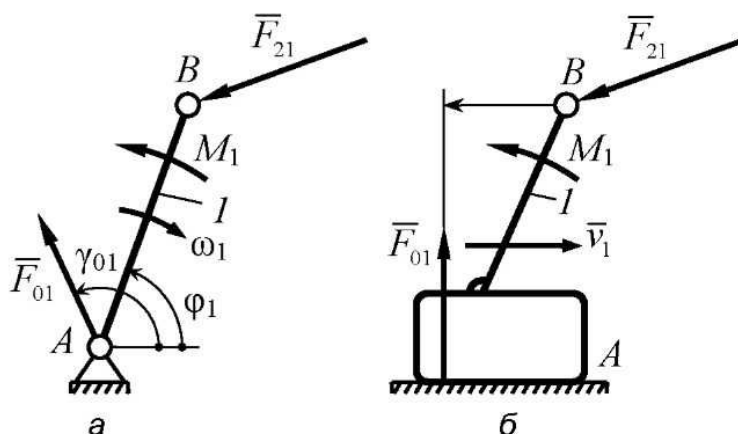


Рис. 5.14. К силовому расчету входных звеньев

рукцию выходного звена двигателя или передаточного механизма (рис. 5.15).

При одинаковой механической сущности решения задачи способы проведения расчета входного звена зависят от размеров выходного звена двигателя или передаточного механизма и класса кинематической пары, которая образована этими звеньями. Уравновешивающий момент, действующий на звено l , может быть определен из рассмотрения уравнения равновесия – равенства нулю моментов сил, действующих на звено l , относительно центра вращения A входного звена. Для общего случая нагружения получим

$$M_y + M_A(\bar{F}_1) + M_A(\bar{F}_{21}) = 0, \quad (5.18)$$

где $M_A(\bar{F}_1) = \bar{r} \times \bar{F}_1$; $M_A(\bar{F}_{21}) = \bar{l}_{AB} \times \bar{F}_{21}$.

Уравновешивающий момент может создаваться непосредственно двигателем либо уравновешивающей силой. Точка приложения уравнове-

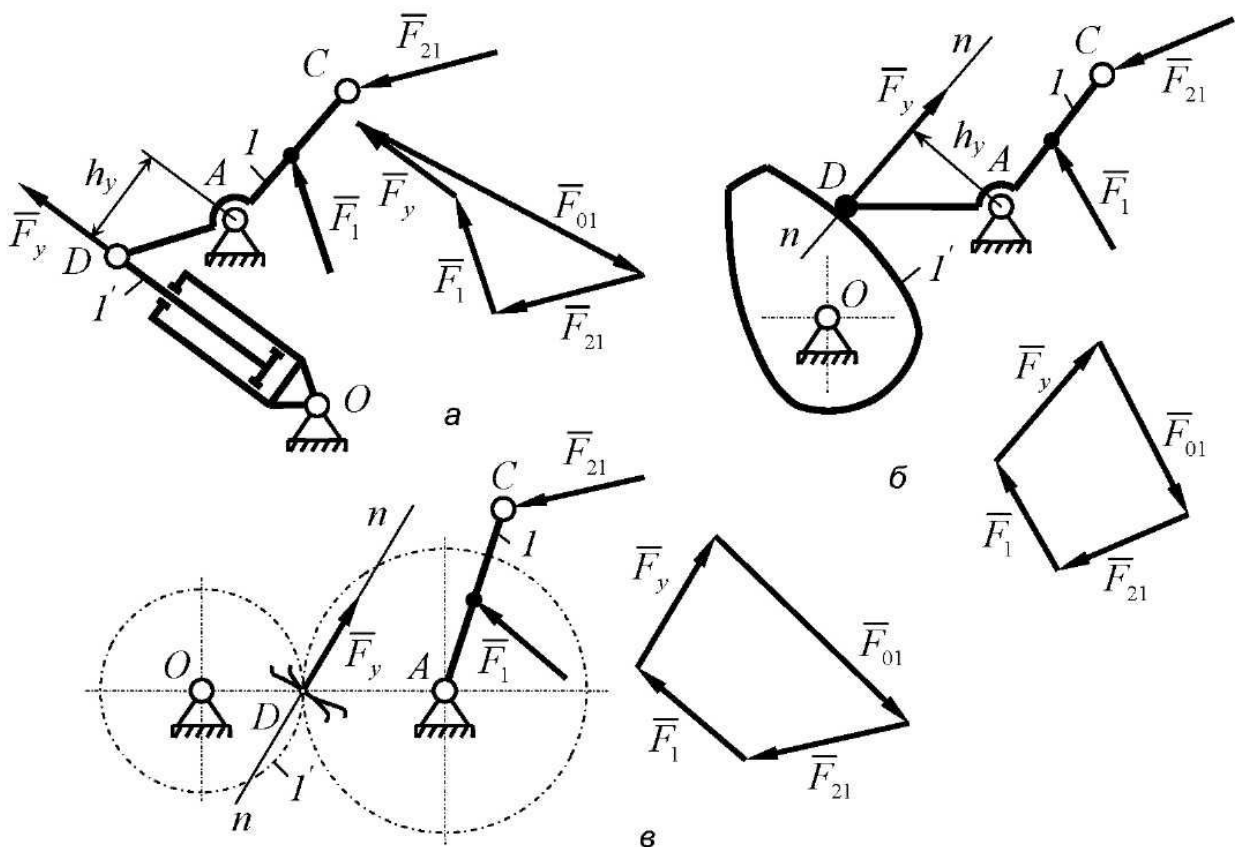



Рис. 5.15. Влияние конструкции входного звена на силовой расчет входных звеньев

шивающей силы определяется из рассмотрения конструкции выходного звена передаточного механизма.

Если обозначить плечо уравновешивающей силы h_y , то величина ее вектора $-F_y = M_y/h_y$, линия действия определится из рассмотрения конструкции выходного звена, а векторное уравнение равновесия входного звена будет иметь вид

$$\bar{F}_y + \bar{F}_{21} + \bar{F}_1 + \bar{F}_{01} = 0. \quad (5.19)$$

Решение этого уравнения проиллюстрировано для разных конструкций выходного звена на рис. 5.15. При рассмотрении примеров необходимо помнить, что при точечном касании звеньев линия действия реакции находится на нормали к поверхностям звеньев, проведенной в точке их касания.

 Таким образом, из разобранных материалов следует, что входное звено может быть рассчитано только тогда, когда известны точка приложения уравновешивающей силы и конструктивные элементы кинематической пары, в которой она возникает.

5.7. Пример составления алгоритма силового расчета многозвенного шарнирного механизма



СОВЕТ

Перед рассмотрением алгоритма расчета многозвенного механизма целесообразно прочитать п. 5.1—5.5 данной главы.



Рассмотренные в данной главе операторные функции алгоритмов силового расчета структурных групп позволяют предельно формализовать составление алгоритмов силового расчета многозвенных механизмов. Алгоритм расчета механизма сводится к последовательному обращению к операторным функциям, реализующим алгоритмы расчета структурных групп соответствующих видов с предварительным определением их входных параметров. Трудоемкость составления алгоритма силового расчета практически не зависит от количества звеньев механизма, так как все действия предельно формализованы.

Рассмотрим алгоритм силового расчета механизма, включающего структурные группы всех пяти видов (рис. 5.16).



Кинематический расчет этого механизма был выполнен в п. 4.7. При составлении алгоритма силового расчета будут использованы обозначения переменных из алгоритма кинематического расчета.

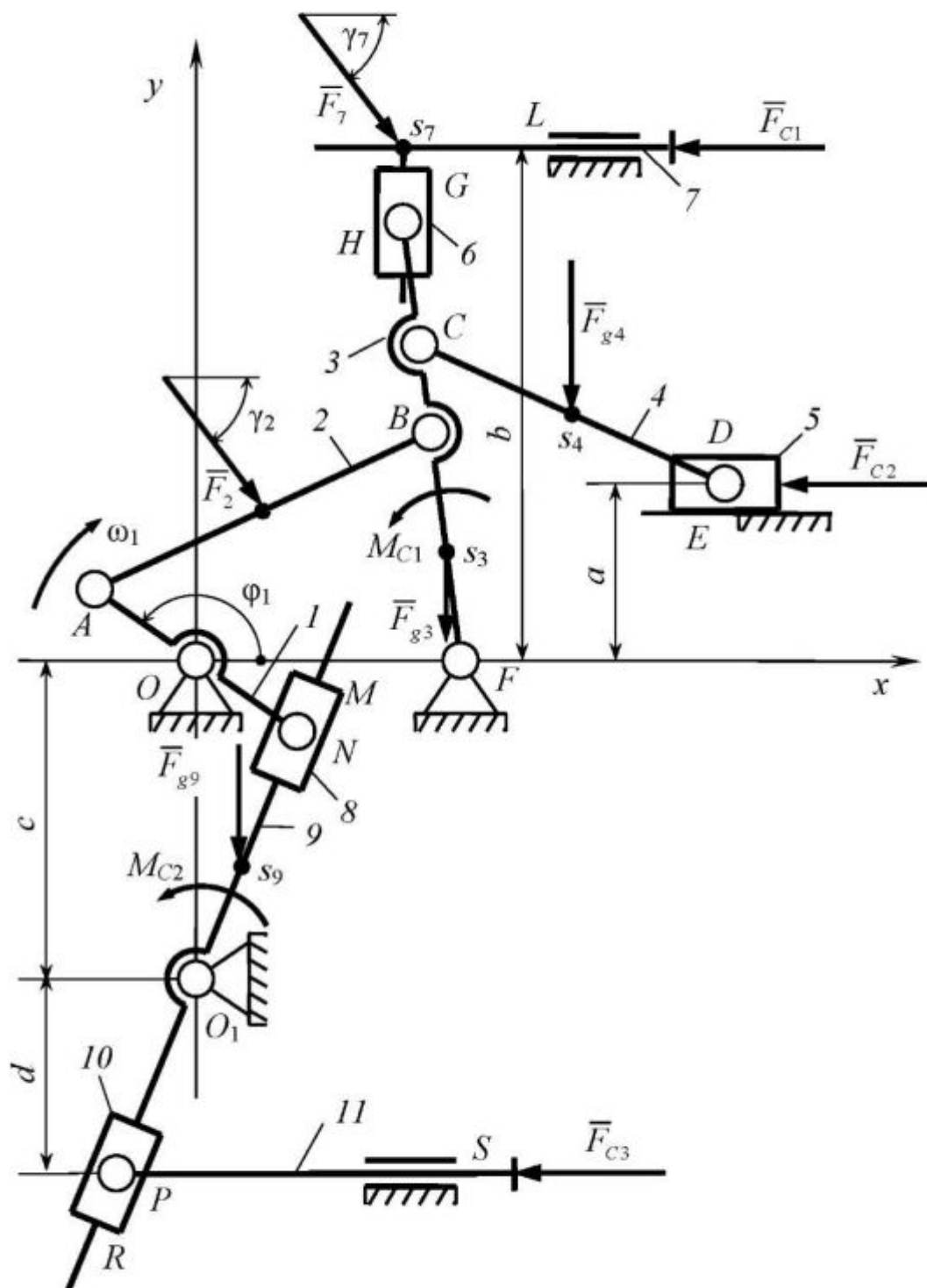


Рис. 5.16. Кинематическая схема механизма со структурными группами пяти видов, взятого в качестве примера для иллюстрации построения алгоритма силового расчета

К исполнительным звеньям 7, 5, II механизма приложены силы производственного сопротивления и моменты внешних сил, величины которых меняются в соответствии со следующими зависимостями:

$$1. F_{c1} = \begin{cases} F_1^i, \omega_3 < 0; \\ 0, \omega_3 \geq 0. \end{cases} \quad 2. F_{c2} = \begin{cases} F_2^i, \omega_3 < 0; \\ 0, \omega_3 \geq 0. \end{cases} \quad 3. F_{c3} = \begin{cases} F_3^i, \omega_9 > 0; \\ 0, \omega_9 \leq 0. \end{cases}$$

$$4. M_{c1} = \begin{cases} M_{c1}, \omega_3 < 0; \\ 0, \omega_3 \geq 0. \end{cases} \quad 5. M_{c2} = \begin{cases} M_{c2}, \omega_9 < 0; \\ 0, \omega_9 \geq 0. \end{cases}$$

Некоторые звенья механизма (рис. 5.16) нагружены внешними силами и моментами. Внешние силовые факторы имеют идентификаторы: силы тяжести звеньев – F_{gi}^i , внешние усилия – F_i^i , моменты внешних сил – M_i , где i – номер звена в кинематической схеме механизма.

На звено 7 структурной группы пятого вида 7, 6 действуют две силы F_{c1}^i и F_7^i , главный вектор которых определим из операторной функции

$$6. SMVKT(F_{c1}^i, \pi, F_7^i, \gamma_7 \# F_7^i, \gamma_7).$$

Реакции в кинематических парах H, G, I определим, обратившись к операторной функции:

$$7. DNMAF5(x_H, y_H, 0, \pi/2, x_H, y_H, 0, 0, x_{S_7}, y_{S_7}, F_7^i, \gamma_7, 0, 0 \# F_{63}^i, \gamma_{63}, F_{76}^i, \gamma_{76}, h_{76}, F_{70}^i, \gamma_{70}, h_{70}).$$

Переходим к силовому расчету структурной группы второго вида 4–5. В системе внешних сил звеньев этой группы действует по одной силе. Реакции в кинематических парах C, D, E определим, обратившись к операторной функции

$$8. DNMAF2(x_C, y_C, x_D, a, 0, x_{S_4}, y_{S_4}, F_{g4}^i, -\pi/2, x_D, a, F_{c2}^i, \pi, 0, 0 \# F_{43}^i, \gamma_{43}, F_{45}^i, \gamma_{45}, F_{50}^i, \gamma_{50}, h_{50}).$$

Прежде чем приступить к расчету структурной группы первого вида 2–3 проанализируем системы внешних сил, действующих на звенья группы. На звено 3 действуют силы $F_{63}^i, F_{43}^i, F_{g3}^i$ и момент M_3 . Определим

главный вектор внешних сил звена 3, принимая за точку приведения центр масс звена S_3 :

$$9. \text{SMVKT}(F_{63}, \gamma_{63}, F_{43}, \gamma_{43} \# F_3, \gamma).$$

$$10. \text{SMVKT}(F_3, \gamma, F_{g3}, -\pi/2 \# F_3, \gamma_3).$$

Определим моменты пар сил, возникших при переносе векторов \overline{F}_{63} и \overline{F}_{43} в точку приведения, и определим главный момент внешних сил звена 3:

$$11. \text{MOMNT}(I_{FH} - I_{FS_3}, \varphi_3, F_{63}, \gamma_{63} \# M_{S_3}(\overline{F}_{63})).$$

$$12. \text{MOMNT}(I_{FC} - I_{FS_3}, \varphi_3, F_{43}, \gamma_{43} \# M_{S_3}(\overline{F}_{43})).$$

$$13. M_3 = M_{S_3}(\overline{F}_{63}) + M_{S_3}(\overline{F}_{43}) + M_{C_1}.$$

Реакции в кинематических парах A, B, I определим, обратившись к операторной функции:

$$14. \text{DNMAI}(x_A, y_A, x_B, y_B, I_{OI}, 0, x_{S_2}, y_{S_2}, F_2, \gamma_2, x_{S_3}, y_{S_3}, F_3, \gamma_3, 0, M_3 \# F_{21}, \gamma_{21}, F_{23}, \gamma_{23}, F_{30}, \gamma_{30}).$$

Реакции в кинематических парах P, R, S структурной группы 10–11 могут быть определены обращением к операторной функции, так как из внешних силовых факторов задана только сила F_{c3} , приложенная к звену 11:

$$15. \text{DNMAF4}(\varphi_9, 0, x_P, y_P, 0, 0, 0, 0, x_P, y_P, F_{c3}, \pi, 0, 0 \# F_{10,9}, \gamma_{10,9}, F_{10,11}, \gamma_{10,11}, F_{11,0}, \gamma_{11,0}, h_{11,0}).$$

Перед силовым расчетом структурной группы 8–9 определим главный вектор и главный момент системы внешних сил звена 9. Модуль и направляющий угол вектора \overline{F}_9 получим

$$16. \text{SMVKT}(F_{10,9}, \gamma_{10,9}, F_{g9}, -\pi/2 \# F_9, \gamma_9).$$

Главный момент системы внешних сил звена 9 определим как сумму момента сопротивления движению M_{c2} и момента пары сил, возникающей при переносе вектора $\bar{F}_{10,9}$, определяемого оператором:

$$17. M_9 - M_{c2} + MOMNT(I_{O_1P} + I_{O_1S_9}, \varphi_{O_1P}, F_{10,9}, \gamma_{10,9} \# M_{S_9}(\bar{F}_{10,9})).$$


Реакции в кинематических парах N, M, O_1 структурной группы 8–9 определим обращением к операторной функции

$$18. DNMAF3(x_M, y_M, 0, -c, \varphi_9, x_M, y_M, 0, 0, x_{S_9}, y_{S_9}, F_9, \gamma_9, 0, M_9 \# F_{81}, \gamma_{81}, F_{89}, \gamma_{89}, h_{89}, F_{90}, \gamma_{90}).$$


Таким образом, алгоритм силового расчета кинематической цепи механизма представлен последовательностью алгебраических зависимостей и операторных функций. Входное звено I механизма нагружено силами \bar{F}_{21} и \bar{F}_{81} , приложенных соответственно в центрах шарниров A и M , и уравновешивающим моментом, величина которого может быть определена, если известна конструкция звена I и способ приведения его в движение.

Глава 6. Анализ и синтез кулачковых механизмов


6.1. Основные характеристики и параметры

 Основными характеристиками для кулачковых механизмов являются законы движения ведомого звена. В зависимости от их типа выбирают форму ведущего звена – *кулачка*, конструкции выходных звеньев, – *толкателей*. Кулачковые механизмы *по назначению* могут быть разделены на две группы.


К одной группе относят механизмы, для которых при синтезе задают только величину хода толкателя. Для них необходимо подобрать кулачок, который обеспечивает реализацию этого параметра. При синтезе таких механизмов не учитывают законы изменения перемещений, скоростей, ускорений толкателя, усилий в кинематических парах. Примерами подоб-

 ных механизмов являются механизмы разного рода выключателей, управления клапанами компрессоров и т.п.

К другой группе относят механизмы, для которых законы изменения перемещений, скоростей, ускорений толкателя, усилий в кинематических парах определяют качество выполнения технологических операций – перемещение толкателя с заданной скоростью, остановки толкателя на определенной фазе вращения кулачка и т.п. К таким механизмам относят механизмы, встроенные в автоматические и роторные линии, узлы полиграфических машин, механизмы машин силикатной промышленности, обеспечивающие изготовление изделий определенного профиля (фасонная черепица, кирпич и т.п.).

 Для реализации законов движения толкателей кулачковых механизмов необходимо задать необходимые значения *их основным параметрам, к которым относят конструктивные размеры механизмов, некоторые геометрические и кинематические величины*. Рассмотрим основные параметры механизмов с разными видами толкателей, которые используют для синтеза геометрических размеров, описания законов движения толкателя, при кинематическом анализе и силовом расчете механизмов.

В механизме с поступательно движущимся толкателем при вращении кулачка толкатель перемещается вверх, вниз или не двигается в зависимости от того, с каким участком профиля кулачка взаимодействует

 толкатель (рис. 6.1). Участку профиля кулачка с постоянным *минимальным радиусом кривизны r_0 – радиус кулачковой шайбы –*

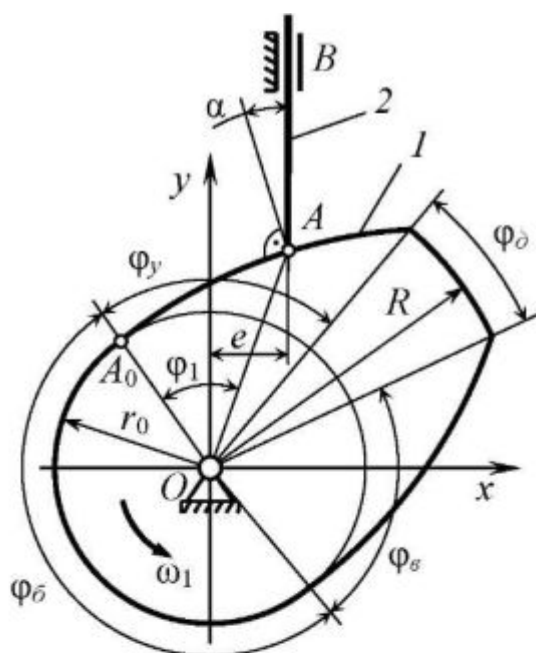


Рис. 6.1. Основные параметры кулачковых механизмов с поступательно движущимся толкателем

соответствует *фазовый угол ближнего стояния* $\varphi_{\bar{b}}$. Когда острие толкателя находится на этом участке, он не перемещается, находясь в крайнем нижнем положении. *Фазовый угол удаления* $\varphi_{\bar{y}}$ соответствует участку профиля кулачка, взаимодействие которого с толкателем приводит к его подъему. *Угол дальнего стояния* $\varphi_{\bar{d}}$ определяет участок *максимального радиуса кулачка* R и соответствует неподвижному состоянию толкателя в верхнем положении. *Фазовый угол возвращения* $\varphi_{\bar{v}}$ соответствует участку профиля кулачка, взаимодействие которого с толкателем приводит к его опусканию. В плоских кулачках сумма фазовых углов равна 2π . В зависимости от назначения механизма в кулачке могут быть равны нулю те или иные фазовые углы. Параметр e – *эксцентриситет* – определяет расстояние от оси вращения кулачка до оси толкателя.

Кинематические и динамические свойства рассматриваемого механизма и механизмов с толкателями других типов характеризуются *углом давления* α , который равен величине угла между нормалью $n - n$, проведенной в точке кулачка и толкателя, и вектором скорости движения острия толкателя. В механизмах с качающимся толкателем – *коромыслом*, – кроме фазовых углов и радиусов кулачка используют понятия *межцентрового расстояния* l , *угла качания коромысла* φ_2 (рис. 6.2). Для этих механизмов отсутствует понятие эксцентриситета.

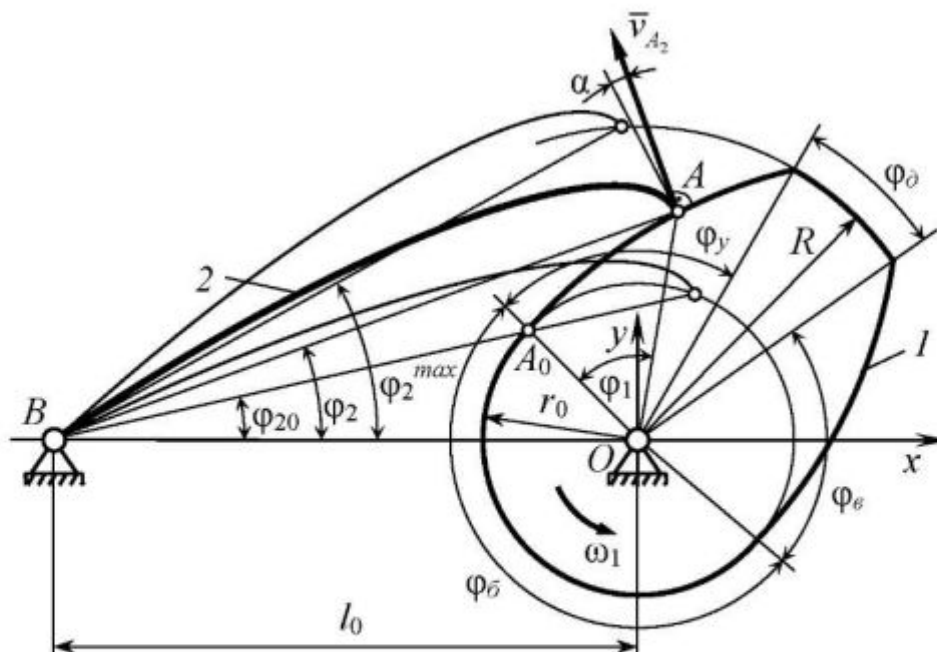


Рис. 6.2. Основные параметры кулачковых механизмов с качающимся толкателем

Кроме остроконечных толкателей применяют толкатели с роликом (рис. 6.3, *а*), плоские и криволинейные толкатели (рис. 6.3, *б* и *в*). Роликовые толкатели позволяют снизить потери на трение, а плоские и криволинейные толкатели применяют, когда необходимо обеспечить постоянство углов давления.

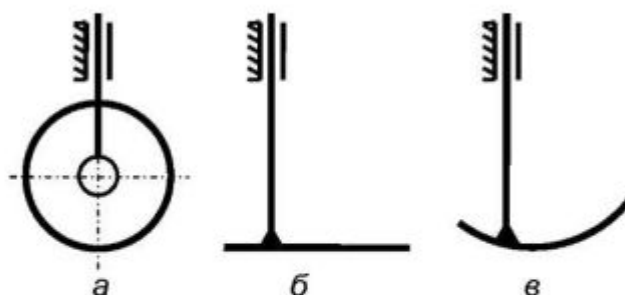


Рис. 6.3. Основные конструктивные схемы толкателей

Важной качественной характеристикой кулачкового механизма является *радиус кривизны профиля кулачка*. От его величины зависит контактная прочность поверхности кулачка. В общем случае радиус кривизны кулачка в его произвольной форме определяется по зависимости, определенной по правилам дифференциальной геометрии:

$$\rho_K = (r_K^2 + \dot{r}_K^2)^{-2/3} \cdot (r_K^2 + 2\dot{r}_K^2 - r_K\ddot{r}_K), \quad (6.1)$$

где $r_K, \dot{r}_K, \ddot{r}_K$ – функция радиус-вектора кулачка от угла его поворота φ_1 для произвольной точки K профиля кулачка и, соответственно, первая и вторая производные этой функции.

6.2. Определение законов движения толкателей

Геометрические размеры кулачковых механизмов, для которых закон движения толкателя определяется технологической операцией, подбирают в соответствии со значениями его параметров. В случаях, когда задают только величину хода толкателя, закон его движения должен отвечать ряду требований. Он должен быть таким, чтобы динамические усилия, возникающие при работе механизма, не сказывались на точности работы механизма и долговечности его деталей. Это требование относится к фазам удаления и возвращения толкателя. Если при его движении возникают резкие изменения скорости, что имеет место при разрыве непрерывности функции скорости, то возрастают ударные нагрузки при взаимодействии толкателя с кулачком. Плохо сказываются на характере движения толкателя и скачки ускорений при его движении, что приводит к возрастанию сил инерции и динамических нагрузок. Указанные явления проявляются в точках пересопряжения профиля кулачка, в которых один фазовый угол переходит в другой.

Рассмотрим на примере механизма с поступательно движущимся толкателем (рис. 6.1) необходимые условия, которые следует соблюдать при выборе законов его движения, для предотвращения указанных явлений. Толкатель начинает свое движение при положении кулачка, характеризующимся углом поворота $\varphi_1 = 0$, соответствующего нахождению острия толкателя в точке пересопряжения между фазами его ближнего стояния и удаления. Для этого значения φ_1 перемещение толкателя – $s_2 = s_{2min}$, его скорость – $v_2 = 0$. Для того чтобы толкатель после поворота кулачка на угол удаления $\varphi_1 = \varphi_y$, переместившись до значения $s_2 = s_{2max}$, соприкоснулся с кулачком без удара, необходимо чтобы после завершения поворота скорость толкателя также равнялась бы нулю, то есть $v_2 = 0$. То есть, ограничения на функцию, описывающую закон движения толкателя, будут выражаться зависимостями:

$$\begin{cases} \varphi_1 = 0; s_2(\varphi_1) = s_{\min}; v_2(\varphi_1) = 0; \\ \varphi_1 = \varphi_y; s_2(\varphi_1) = s_{\max}; v_2(\varphi_1) = 0. \end{cases} \quad (6.2)$$

Условия, требующие равенства нулю скоростей в начале и в конце фазового угла, налагают ограничения на функцию ускорения движения толкателя, являющейся производной от функции скорости. Следовательно, при угловой скорости кулачка ω_1 получим

$$dv_2(t) = a(\varphi_1)dt = (1/\omega_1)a(\varphi_1)d\varphi_1,$$

откуда следует

$$v_2 = \frac{1}{\omega_1} \int_0^{\varphi_y} a(\varphi_1) d\varphi_1 = 0. \quad (6.3)$$

Так как определенный интеграл – это число, то из зависимостей (6.2) и (6.3) следует, что в диапазоне $0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_y$ среднее интегральное значение функции $v_2(\varphi_1)$ равняется нулю. Это возможно в тех случаях, когда график функции ускорений отсекает на координатной плоскости относительно оси абсцисс равные площади в системе координат $\varphi_1 Oa$ (рис. 6.4,



a). Таким образом, для уменьшения динамических нагрузок во время взаимодействия кулачка и толкателя целесообразно принимать законы изменения ускорений, удовлетворяющие зависимости (6.1) и (6.2). На рис. 6.4, *б, в, г* приведены примеры графиков некоторых законов изменения ускорений толкателя, отвечающие этой зависимости.



Если кулачковый механизм спроектирован таким образом, что при его работе выполняются зависимости (6.2) и (6.3), то при проектировании выполнен *принцип безударной работы толкателя*, – в точках *пересопряжения толкатель соприкасается с профилем кулачка со скоростью, равной нулю*. Естественно, его применяют и для фазы возвращения толкателя. При проектировании кулачковых механизмов с качающимся толкателем также применяют принцип безударной работы толкателя. *Следует иметь в виду, что для механизмов с полнооборотными кулачками суммарная площадь под графиками функций ускорений на фазе удаления и возвращения должна быть равна нулю*. В соответствии с принципом безударной работы при проектировании механизма задают максимально возможное при работе механизма значением a_0 ускорения толкателя, принимают закон изменения ускорений

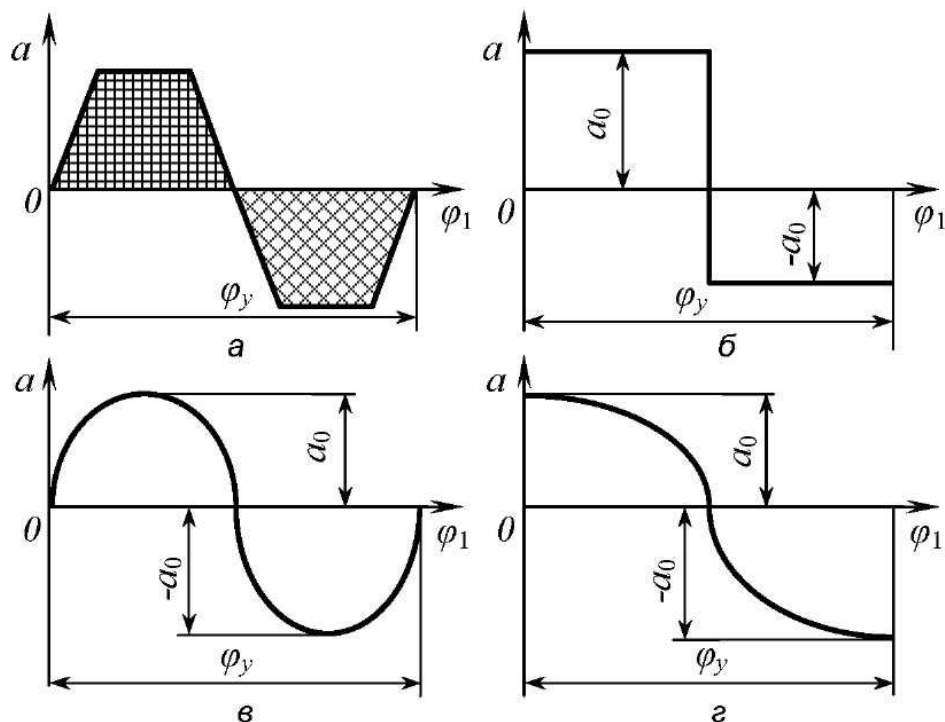


Рис. 6.4. Примеры графиков некоторых законов изменения ускорений толкателя, отвечающие принципу его безударной работы

толкателя, отвечающий этому принципу, после чего интегрированием функции изменения ускорений толкателя получают функции изменения его скоростей и перемещений.

Например, если закон изменения ускорений толкателя на фазе удаления описывается функцией $a(\varphi_1) = a_0 \cos(\varphi_1/k_y)$, где $k_y = \varphi_y/\pi$ (период для косинусоиды равен π), получим функции изменения скоростей и перемещений:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2(\varphi_1) = (a_0/\omega_1) \int_0^{\varphi_1} \cos(\varphi_1/k_y) d\varphi_1 = (ak_y/\omega_1) \sin(\varphi_1/k_y), \\ s_{2\max} - s_{2\min} = \int_0^{\varphi_1} (ak_y/\omega_1) \sin(\varphi_1/k_y) d\varphi_1 = (ak_y^2/\omega_1^2) (1 - \cos(\varphi_1/k_y)). \end{array} \right.$$

Для фазы возвращения интегрирование выполняется аналогично, но при этом следует помнить, что величина a_0 для этой фазы имеет противоположный знак относительно фазы удаления, меняются пределы интегрирования для функций скоростей и перемещений.

Если функция ускорений задается в неинтегрируемом виде, то для определения функций скоростей и перемещений толкателя применяют численные методы интегрирования, операторные функции алгоритмов которых рассмотрены в п. 2.3. Рассмотрим пример, когда закон изменения ускорений толкателя задан графиком функции $a_2 = a_2(\varphi_1)$ на фазе его удаления $\varphi_y = 3\psi$ (рис. 6.5), где $a'' = a'$, математическое выражение которой будет иметь вид

$$a_2(\varphi_1) = \begin{cases} (2a'/\psi)\varphi_1, & 0 \leq \varphi_1 \leq \psi/2; \\ a', & 0,5\psi < \varphi_1 \leq 1,5\psi; \\ a' - (-2a'/\psi)\varphi_1, & 1,5\psi < \varphi_1 \leq 2\psi; \\ -(8a'/\psi), & 2\psi < \varphi_1 \leq 2,75\psi; \\ -2a', & 2,25\psi < \varphi_1 \leq 2,75\psi; \\ -2a' + 8a'/\psi, & 2,75\psi < \varphi_1 \leq 3\psi. \end{cases} \quad (6.4)$$

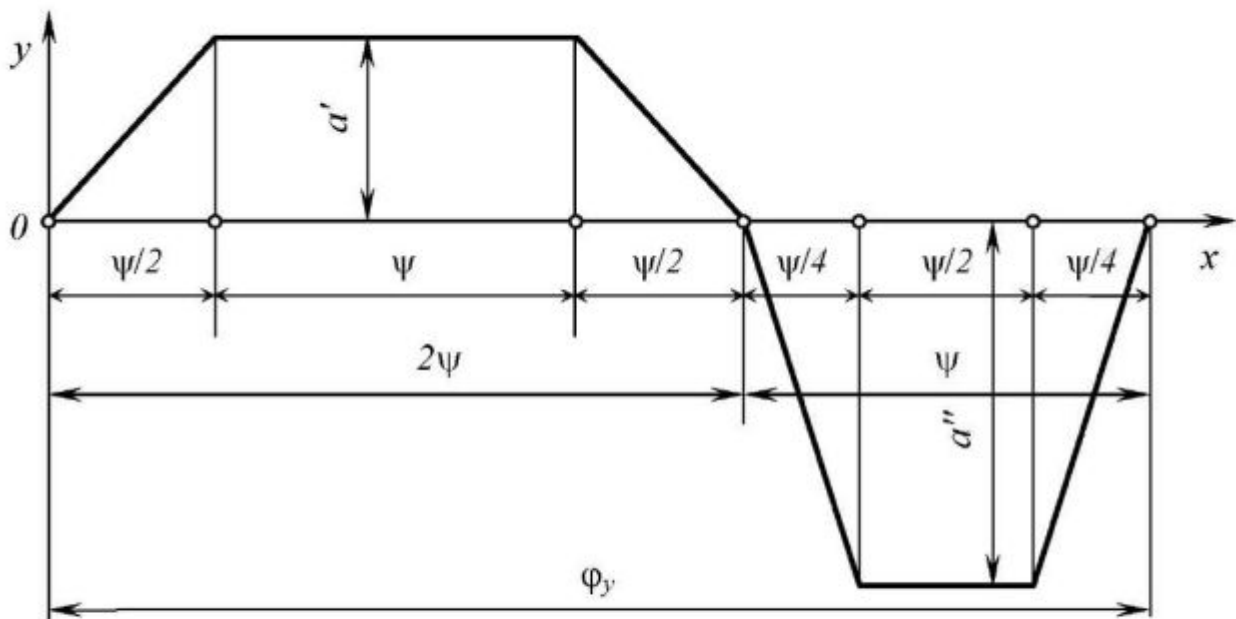


Рис. 6.5. Пример графика закона изменения ускорений толкателя на фазе удаления, заданного неинтегрируемой функцией

Принимая шаг $\Delta\varphi_1$ изменения угла поворота кулачка φ_1 , соответствующий количеству требуемых значений функций ускорений, скоростей и перемещений толкателя $n = \varphi_y / \Delta\varphi_1$, определим по зависимости (6.4) массив численных значений ускорений $a_2(\varphi_1)(n)$ для каждого значения φ_1 .

Используя операторную функцию *INTGRI* (см. п. 2.3), для значений $\varphi_1 = 0 \dots \Delta\varphi_1 n$ получим массивы численных значений скоростей и перемещений толкателя:

$$INTGRI(a_2(\varphi_1), \Delta\varphi_1, 2, \#v_2(\varphi_1)); \quad (6.5)$$

$$INTGRI(a_2(\varphi_1), \Delta\varphi_1, 2, \#s_2(\varphi_1)). \quad (6.6)$$

При записи операторной функции *INTGRI* значение параметра *NOMER* в третьей позиции принято равным 2, что означает использование метода трапеций при численном интегрировании.

При кинематическом анализе кулачковых механизмов известны координаты профиля кулачка. Тогда значения функции перемещения $s_2(\varphi_1)$ могут быть вычислены для любого типа толкателя (зависимости приведены ниже). Значения функций скоростей и ускорений толкателя в функции угла поворота кулачка φ_1 могут быть определены при помощи операторной функции *DFRNCL* (рис. 2.5):

$$DFRNCL(s_2(\varphi_1), \Delta\varphi_1, \#v_2(\varphi_1)); \quad (6.7)$$

$$DFRNCL(v_2(\varphi_1), \Delta\varphi_1, \#a_2(\varphi_1)). \quad (6.8)$$

6.3. Определение основных размеров кулачковых механизмов и координат профилей кулачков

При проектировании кулачковых механизмов в первую очередь определяют их *основные размеры*. К ним относят размеры, связывающие законы движения толкателя, конструктивные размеры звеньев механизма – радиус кулачковой шайбы, эксцентриситет и др. Величина, связывающая конструктивные размеры звеньев механизма с характеристиками законов движения толкателя является углом давления, определение которого приведено выше. Установим зависимость между этими параметрами для механизмов с толкателями разных типов.

6.3.1. Механизм с поступательно движущимся остроконечным толкателем. Векторы скоростей в кинематической паре кулачок – толкатель (рис. 6.6) определим из решения векторного уравнения:

$$\vec{v}_{A_2} = \vec{v}_{A_1} + \vec{v}_{A_2A_1},$$

где $\vec{v}_{A_2A_1}$ – перпендикулярный нормали $n-n$ вектор относительной скорости скольжения толкателя по кулачку, а векторы \vec{v}_{A_1} и \vec{v}_{A_2} являются векторами скоростей точек звеньев, образующих высшую кинематическую пару A .

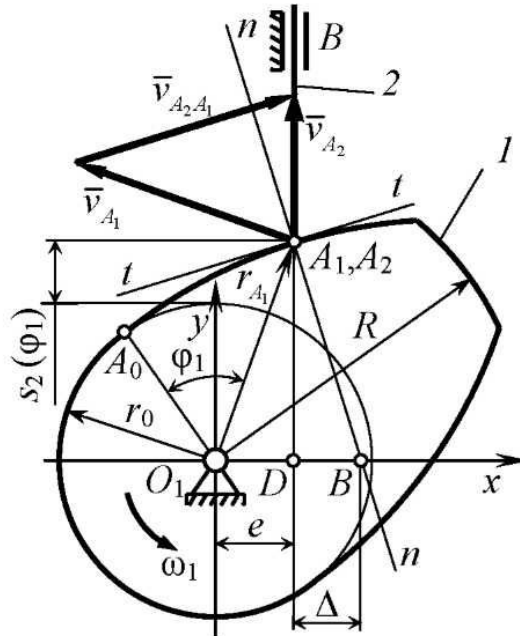


Рис. 6.6. К определению основных размеров механизма с поступательно движущимся остроконечным толкателем

Из подобия векторного треугольника и треугольника O_1AB следует:

$$\vec{v}_{A_2} / \vec{v}_{A_1} = O_1B / O_1A = ds_2(t) / dt / (\omega_1 OA).$$

Тогда мгновенное значение передаточной функции для фиксированного значения φ_1

$$(ds_2(t) / dt) / \omega_1 = ds_2(\varphi_1) / d\varphi_1 = O_1B \quad (6.9)$$

будет равно численному значению отрезка O_1B для этого значения угловой координаты кулачка. Выражая угол давления α через геометрические размеры механизма, получим, с учетом зависимости (6.9):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta}{r_0 + s_2(\varphi_1)} = \frac{ds_2(\varphi_1) / d\varphi_1 - e}{r_0 + s_2(\varphi_1)}. \quad (6.10)$$



Анализ зависимости (6.10) показывает, что угол давления является параметром, связывающим конструктивные размеры механизма r_0 , е со значениями функции положения $s_2(\varphi_1)$ механизма и передаточной функции толкателя $i_{21} = ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1$. В процессе проектирования кулачковых механизмов обычно задают допустимые значения углов давления $\alpha_{д}$, значения которых часто увязывают с материалами пары кулачок – толкатель, так как угол давления и угол трения существенно влияют на распределение усилий в механизме.

Для обеспечения работоспособности механизма и улучшения его эксплуатационных характеристик во многих конструкциях толкатель взаимодействует с кулачком через ролик (рис.6.3, а). В этом случае при конструировании деталей механизма необходимо внимательно относиться к соотношению размеров элементов кинематической пары кулачок – толкатель. Если неправильно выбрать соотношение между величинами радиусов кривизны кулачка и ролика, то ролик не будет вращаться, а его введение в кинематическую цепь механизма не приведет к снижению потерь на трение.

В кинематической паре кулачок – толкатель радиус кривизны $R_{кр}$ теоретического профиля кулачка и его кривизна Ω при известных законах изменения перемещений $s_2(\varphi_1)$, скоростей $v_2(\varphi_1)$ и ускорений $a_2(\varphi_1)$ толкателя определяется из зависимостей:

$$\begin{cases} c = r_0 + s_2(\varphi_1); \\ \Omega = (c \cos \alpha(k) + s_2'(\varphi_1) \sin \alpha(k) \cos^2 \alpha(k) - s_2''(\varphi_1) \cos^3 \alpha(k)) / c^2; \\ R_{кр} = 1/\Omega. \end{cases} \quad (6.11)$$

Радиус кривизны практического профиля при наличии ролика определяется для кривой, эквидистантной кривой теоретического профиля (рис. 6.7, а). При выборе размера радиуса ролика r_p следует иметь в виду, что на участке наибольшей кривизны профиля недопустимо соотношение размеров $r_p \geq R_{кр \min}$, так как теоретически получается двойной профиль, а практически материал кулачка срезается при его изготовлении на станке. В этом случае действительный профиль кулачка не соответствует расчетному профилю, а в предельном случае он становится заостренным. Обычно рекомендуется соотношение $r_p \leq 0,7R_{кр \min}$. Это же условие необходимо выдерживать с профилем двоякой кривизны (рис. 6.7, б).

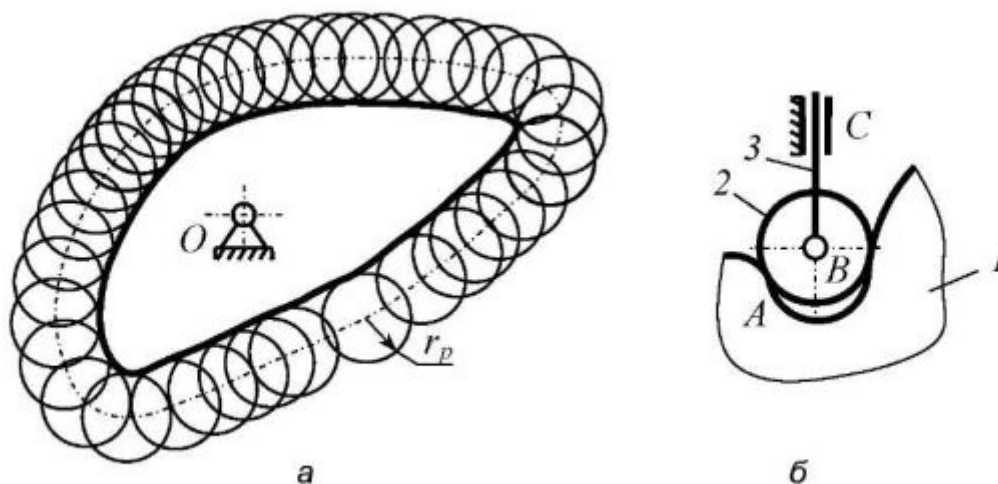


Рис. 6.7. Влияние ролика на радиус кривизны практического профиля кулачка

В дальнейшем при определении размеров r_0 и e зависимость (6.10) реализуется следующим образом (рис. 6.8). Строится или аналитически описывается *передаточная диаграмма*, по оси абсцисс которой откладываются для текущих значений φ_1 значения передаточной функции, а по оси ординат – значения функции положения. Фазе удаления соответствует правая ветвь, а фазе возвращения – левая ветвь диаграммы, так как в этих фазах передаточная функция имеет противоположные знаки из-за разного направления скорости движения толкателя. Каждой точке передаточной диаграммы соответствует определенный угол поворота кулачка, а, следовательно, и угол давления. Если к правой и левой ветвям передаточной диаграммы провести касательные I и II под углом α_0 , то точка их пересечения O определит минимальные значения основных размеров механизма – r_0 , e . Если расположить центр вращения кулачка в точке O или ниже касательных I и II (на рис. 6.8 эта зона заштрихована), всегда угол давления будет меньше допустимого.

Если центр вращения кулачка расположить в точке O_1 , то получим *центральный кулачковый механизм*, для которого эксцентриситет равен нулю. Минимальный радиус кулачка, исходя только из фазы удаления (в технологических механизмах именно в этой фазе действуют силы производственного сопротивления), будет находиться в точке O' пересечения линии AO_1 и перпендикуляра к ней, опущенного из точки A_0 . Однако в этом случае возрастают углы давления на фазе возвращения, что при действии трения может привести к разрыву контакта звеньев. Поэтому в практических инженерных расчетах часто задают угол $\beta = 0,6 \dots 0,75\alpha_0$,

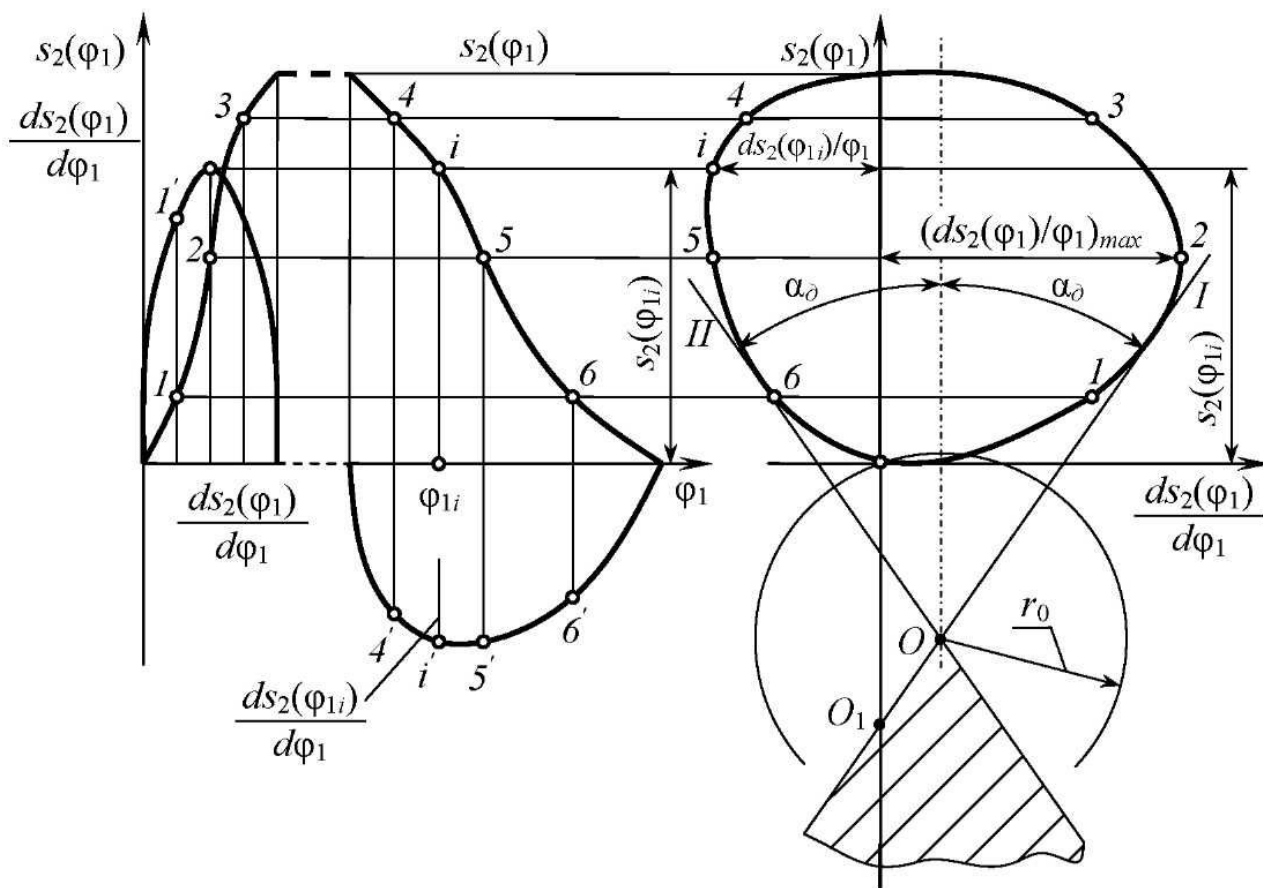


Рис. 6.8. График передаточной диаграммы для кулачковых механизмов с поступательно движущимся толкателем

который позволяет выбрать центр кулачка на линии AO_1 , получив оптимальные размеры механизма.

При аналитическом либо численном описании функции, график которой соответствует передаточной диаграмме, определение координат точек, через которые проводят касательные, требует применения специальных математических методов. С допустимой для инженерных расчетов погрешностью прямые I и II можно проводить через точки диаграммы, соответствующие максимальным и минимальным значениям координат передаточной функции (рис. 6.8). Погрешность в этом случае невелика, а ее влияние на размеры мало, так как центр вращения кулачка выбирается в заштрихованной зоне. Рассмотренные действия реализуются алгоритмом, приведенным в табл. 6.1.



Таблица 6.1 – Алгоритм определения основных размеров механизма с поступательно движущимся остроконечным толкателем

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|--|--|--|
| 1 | $i_{21\max} = \text{MAX} \left(\frac{\text{skr}_2(k)}{\omega_1} \right), k = 1 \dots n.$ $j = k_{i_{21\max}}.$ | Определение максимального значения передаточной функции i_{21} из массива $i_{21}(n)$ |
| 2 | $p_{2\max} = \text{prm}_2(j).$ | Определение величины перемещения толкателя, соответствующего максимальному значению передаточной функции $i_{21}(k)$ |
| 3 | $\varphi_{20} = i_{21\max} / \tan \alpha_\delta - p_{2\max}$ | Определение начального угла коромысла |
| 4 | $r_0 = \begin{cases} \frac{\left(\frac{i_{21\max}}{\tan \alpha_\delta} - p_{2\max} \right) \sin \alpha_\delta}{\sin(\alpha_\delta + \beta)}, \text{ при } i = 1; \\ l \sqrt{1 + \left(\frac{r_2}{l} \right)^2 - 2 \left(\frac{r_2}{l} \right) \cos(\varphi_{20})}, \text{ при } i = 2. \end{cases}$ | Определение минимального радиуса кулачковой шайбы |
| 5 | $e = r_0 \sin \beta.$ | Определение эксцентриситета |
| $KLCHK(i, \omega_1, \text{prm}_2(n), \text{skr}_2(n), \alpha_\delta, \beta, l, r_2 \# r_0, e, \varphi_{20})$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncKLCHK(I, W1, PRM2, SKR2, ALD, BETA, L, R2, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|--|
| I | i | Управляющий параметр 1: $i = 1$ – толкатель движется поступательно; $i = 2$ – толкатель качается |

| | | | |
|------|-----------------|---|--|
| W1 | ω_1 | Угловая скорость кулачка | |
| PRM2 | $prm_2(n)$ | Массив значений перемещений толкателя | |
| SKR2 | $skr_2(n)$ | Массив значений скоростей толкателя | |
| ALD | α_δ | Допустимый угол давления | |
| BETA | β | Угол, принимаемый из условия незаклинивания толкателя (для центрального механизма равен нулю) | |
| L | l | Межцентровое расстояние | для механизмов с качающимся толкателем |
| R2 | r_2 | Длина толкателя | |
| N | n | Управляющий параметр 2 | |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|----------------|---|
| 1 | r_0 | Минимальный радиус кулачка |
| 2 | e | Эксцентриситет кулачка (при $i = 1$) |
| | φ_{20} | Начальный угол коромысла (при $i = 2$) |

Координаты профилей кулачков различных механизмов определяют аналитическим либо численным методами. Графические методы профилирования кулачков применяют в качестве иллюстраций либо в учебно-методических разработках. Рассмотрим определение координат профиля кулачка.

Применим к механизму с остроконечным толкателем (рис. 6.9) метод обращения движения. Придадим плоскости xO_1y угловую скорость $\omega = -\omega_1$. Тогда поворот кулачка на угол φ_1 эквивалентен повороту в противоположном направлении на угол φ_1 вокруг неподвижного кулачка системы координат с толкателем. В этом случае толкатель переместится вдоль оси направляющей на величину $s_2(\varphi_1)$, точка контакта кулачка и толкателя перейдет из положения A_0 в положение A_1 . Радиус-вектор $\vec{O_1A_1}$ точки A_1 при этом будет равен углу δ . Для любого значения φ_1 будет справедливо векторное равенство, $\vec{O_1A} = \vec{O_1C} + \vec{CA}$, из которого получим:

$$\vec{r}_1 = \vec{e} + \left(\sqrt{r_0^2 - e^2} + s_2(\varphi_1) \right). \quad (6.12)$$

Заменяя векторное уравнение (6.12) уравнениями проекций векторов и определив проекции вектора \vec{r}_1 на координатные оси, получим координаты профиля кулачка для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 .

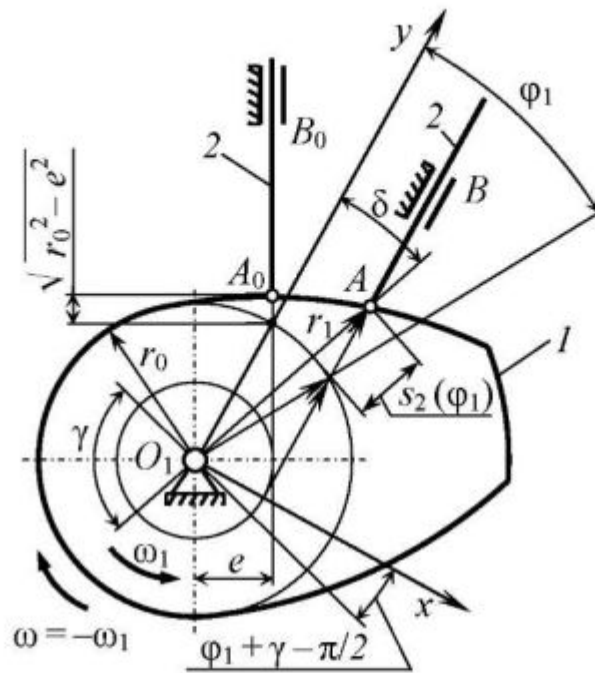


Рис. 6.9. К алгоритму определения основных размеров механизма с поступательно движущимся остроконечным толкателем

В табл. 6.2 приведен алгоритм определения координат профиля кулачка в декартовых и полярных координатах, а также углов давления и радиуса кривизны кулачка для текущих значений угла поворота кулачка φ_1 . К рассмотренным зависимостям в ней добавлены выражения для определения углов давления и радиусов кривизны профиля кулачка.



Таблица 6.2 – Алгоритм определения координат, углов давления и радиусов кривизны профиля кулачка механизма с поступательно движущимся остроконечным толкателем

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $(ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)(k) = v_2(k)/\omega_1; k = 1 \dots n.$ $s_2'(\varphi_1) = (ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)(k).$ | Определение значений первой и второй производной функции движения толкателя по параметру φ_1 для заданных функций скорости и ускорения его движения |
| 2 | $(d^2s_2(\varphi_1)/d\varphi_1^2)(k) = a_2(k)/\omega_1^2; k = 1 \dots n.$ $s_2''(\varphi_1) = (d^2s_2(\varphi_1)/d\varphi_1^2)(k).$ | |

Заключения табл. 6.2

| 1 | 2 | 3 |
|--|---|---|
| 3 | $x_A = e \sin((\varphi_1 + \gamma) - \pi/2) + (\sqrt{r_0^2 - l^2} + s_2(\varphi_1)) \sin((\varphi_1 + \gamma) - \pi/2);$ $y_A = e \cos((\varphi_1 + \gamma) - \pi/2) + (\sqrt{r_0^2 - l^2} + s_2(\varphi_1)) \cos((\varphi_1 + \gamma) - \pi/2).$ | Определение координат точки касания кулачка и толкателя для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 (рис. 6.8) в декартовой системе координат |
| 4 | $r_1 = \sqrt{x_A^2 + y_A^2};$ $\delta_1 = \arctan(x_A / y_A).$ | Определение координат точки касания кулачка и толкателя для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 (рис. 6.8) в полярной системе координат |
| 5 | $\alpha(k) = \arctan((s_2'(\varphi_1) - e) / (r_0 + s_2(\varphi_1))).$ | Определение значений углов давления для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 (рис. 6.8) |
| 6 | $c = r_0 + s_2(\varphi_1);$ $\Omega = (c \cos \alpha(k) + s_2'(\varphi_1) \sin \alpha(k) \times \cos^2 \alpha(k) - s_2''(\varphi_1) \cos^3 \alpha(k)) / c^2;$ $r_{кр} = 1/\Omega.$ | Определение значений кривизны Ω и радиуса кривизны $r_{кр}$ для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 |
| $PRFLP(r_0, e, \omega_1, \varphi_1(n), a_2(n), v_2(n), s_2(n) \# x_A(n), y_A(n), r_1(n), \delta(n), r_{кр}(n), \alpha(n))$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncPRFLP(R0, E, W1, FI1, A2, V2, S2, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|----------------|--|
| R0 | r_0 | Радиус кулачковой шайбы |
| E | e | Эксцентриситет |
| W1 | ω_1 | Угловая скорость кулачка |
| FI1 | $\varphi_1(n)$ | Массив значений углов поворота кулачка |
| A2 | $a_2(n)$ | Массив значений ускорений толкателя |
| V2 | $v_2(n)$ | Массив значений скоростей толкателя |
| S2 | $s_2(n)$ | Массив значений перемещений толкателя |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|---------------|--|
| 1 | $x_A(n)$ | Массивы координат профиля кулачка в декартовых координатах |
| 2 | $y_A(n)$ | |
| 3 | $r_1(n)$ | Массивы координат профиля кулачка в полярных координатах |
| 4 | $\delta(n)$ | |
| 5 | $r_{кр}(n)$ | Массив радиусов кривизны профиля кулачка |
| 6 | $\alpha_o(n)$ | Массив углов давления |



ПРИМЕЧАНИЕ

Во входные параметры операторной функции алгоритма в табл. 6.2 кроме идентификаторов основных размеров механизма включены идентификаторы ускорений, скоростей и перемещений толкателя, позволяющие определить для заданного числа n значений величины угла поворота φ_1 кулачка, вращающегося с угловой скоростью ω_1 , определить значения функции положения толкателя и ее производных функций.

6.3.2. Механизм с плоским толкателем. У механизмов этого типа угол давления постоянен. Он равен нулю, если рабочая плоскость толкателя перпендикулярна к направлению его движения, или равен $\alpha = \pi/2 - \beta$, если эта плоскость составляет с направлением движения угол β (рис. 6.10). Применение эксцентриситета в механизмах с плоским толкателем нецелесообразно.

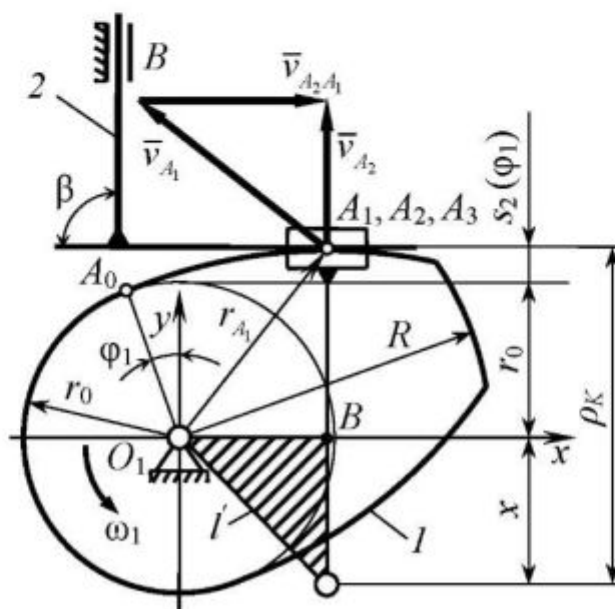


Рис. 6.10. К алгоритму определения основных размеров механизма с поступательно движущимся плоским толкателем

Алгоритм определения параметров механизма с плоским толкателем построен на использовании условия выпуклости профиля кулачка, так как для такого механизма нельзя использовать профиль кулачка двойкой кривизны (рис. 6.11). Для произвольной точки A_1 условие выпуклости профиля кулачка можно записать в виде

$$\rho_k = s_2(\varphi_1) + r_0 + x \geq 0, \quad (6.13)$$

где ρ_k – радиус кривизны профиля кулачка в этой точке; $s_2(\varphi_1)$ – значение функции перемещения толкателя для текущего угла поворота кулачка; x – составляющая ρ_k . Для определения величины x рассмотрим заменяющий механизм, структурно эквивалентный кинематической паре A , и многоугольник ускорений для него (см. рис. 6.10).

Векторное уравнение для ускорения точки A_2 , будет иметь вид $\vec{a}_{A_2} = \vec{a}_{O'} + \vec{a}_{A_2O'}^n + \vec{a}_{A_2O'}^t$. Нормальная составляющая ускорения точки A_2 равна нулю, так как кинематическая пара A – поступательная. При масштабе построения $\mu_a = a_{O'}/O'O_1$ повернутого на угол π плана ускорений, соответствующий приведенному векторному уравнению, будет соответствовать заштрихованному на (рис. 6.10) треугольнику $\Delta O_1CO'$. Из этого следует, что:

$$x = O'C = a_{A_2} / \mu_a = (d^2 s_2(t) / dt^2) / \omega_1^2 = d^2 s_2(\varphi_1) / d\varphi_1^2.$$

Следовательно, отрезок $O'C$ численно равен значению второй производной функции закона движения толкателя. Из изложенного выше материала, получим

$$r_{kp} = s_2(\varphi_1) + r_0 + d^2 s_2(\varphi_1) / d\varphi_1^2 \geq 0, \quad (6.14)$$

Из выражения (6.14) получим после преобразований, что

$$-(d^2 s_2(\varphi_1) / d\varphi_1^2) / (r_0 + s_2(\varphi_1)) \leq 1 = \operatorname{tg}(\pi/4). \quad (6.15)$$

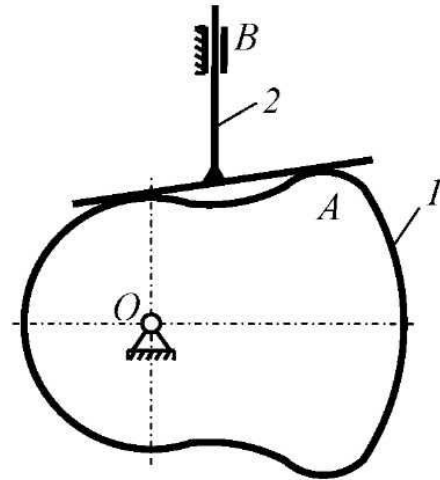


Рис. 6.11. Иллюстрация невозможности использования профиля кулачка двойкой кривизны при плоском толкателе

Реализация выражения (6.15) заключается в совместном решении уравнения второй производной функции положения и уравнения касательной линии, проведенной под углом $\pi/4$ к отрицательной ветви графика функции (рис. 6.12). После получения величины A_0O' принимают необходимое значение радиуса кулачковой шайбы $r_0 > A_0O'$. Эти действия выполняются графическим, аналитическим или численным решением указанных уравнений. В практических расчетах для определения r_0 задают величину проектировочного угла $\gamma > \pi/4$.

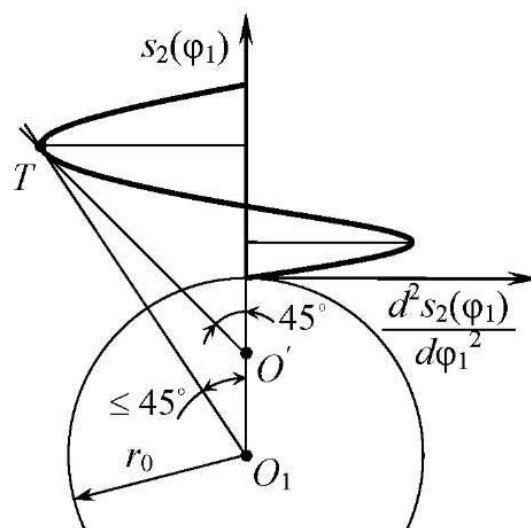


Рис. 6.12. К определению радиуса кулачковой шайбы механизма с плоским толкателем

Радиус-вектор \bar{r}_1 точки касания A кулачка плоского толкателя и кулачка (рис. 6.13) будет равен:

$$\bar{r}_1 = \overline{O_1A} = \overline{O_1E} + \overline{EA}. \quad (6.16)$$

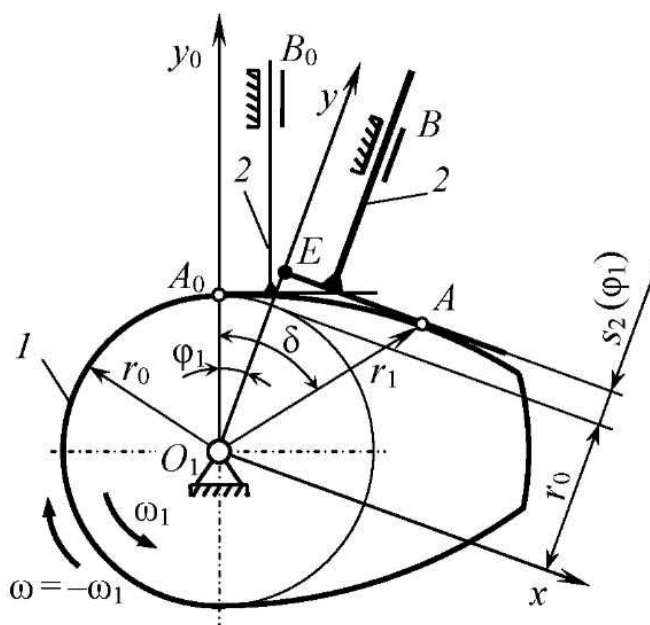


Рис. 6.13. К определению основных размеров механизма с поступательно движущимся плоским толкателем

Модуль вектора $\overline{O_1E}$ равен $(r_0 + s_2(\varphi_1))$; вектор \overline{EA} определим, рассматривая подобие треугольника векторов скоростей, построенных для точки касания A кулачка и толкателя, и треугольника ΔO_1EA :

$$v_{A_1}/v_{A_2} = O_1A/EA, \quad EA = O_1A \cdot v_{A_1}/v_{A_2} = r_1(ds_2(\varphi_1)/dt)/(\omega_1 r_1) = ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1.$$

Проецируя векторы уравнения (6.15) на оси координат, получим:

$$\begin{cases} x_A = (r_0 + s_2(\varphi_1))\sin \varphi_1 + (ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)\cos \varphi_1; \\ y_A = (r_0 + s_2(\varphi_1))\cos \varphi_1 - (ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)\sin \varphi_1. \end{cases} \quad (6.17)$$

Алгоритм определения радиуса кулачка механизма с плоским толкателем и координат его профиля приведен в табл. 6.3.



Таблица 6.3 – Алгоритм определения координат, радиуса кулачковой шайбы и радиуса кривизны профиля кулачка механизма с поступательно движущимся плоским толкателем

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $a(j) = \text{MIN}(a_2(k)), k = 1 \dots n.$ $j = k_{a_2(t)\text{min}}.$ | Определение минимального значения функции ускорения толкателя |
| 2 | $d^2s_2(\varphi_1)/d\varphi_1^2 = a/\omega_1^2.$ $r_0 = \left - (d^2s_2(\varphi_1)/d\varphi_1^2) / \tan \gamma + s_2(j) \right .$ | Определение минимального радиуса кулачковой шайбы |
| 3 | $(ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)(k) = v_2(k)/\omega_1; k = 1 \dots n.$ | Определение значений первой и второй производной функции движения толкателя по параметру φ_1 для функций скорости и ускорения |
| 4 | $(d^2s_2(\varphi_1)/d\varphi_1^2)(k) = a_2(k)/\omega_1^2; k = 1 \dots n.$ | |
| 5 | $x_A = (r_0 + s_2(\varphi_1))\sin \varphi_1 + (ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)\cos \varphi_1;$ $y_A = (r_0 + s_2(\varphi_1))\cos \varphi_1 - (ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)\sin \varphi_1.$ $r_1(k) = \sqrt{(r_0 + s_2(\varphi_1))^2 + (ds_2(\varphi_1)/d\varphi_1)^2};$ $\delta(k) = \arctan(x_A / y_A).$ | Определение координат точки касания кулачка и толкатели для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 (рис. 6.13) в декартовой и полярной системе координат |

Окончание табл. 6.3

| 1 | 2 | 3 |
|--|--|---|
| 6 | $r_{кр}(k) = s_2(\varphi_1)(k) + r_0 + (d^2 s_2(\varphi_1)/d\varphi_1^2)(k)$. | Определение значений радиуса кривизны $r_{кр}$ для текущего значения угла φ_1 |
| $PRFPL(\gamma, \omega_1, \varphi_1(n), a_2(n), v_2(n), s_2(n) \# x_A(n), y_A(n), r_1(n), \delta(n), r_{кр}(n), r_0)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncPRFPL(GAMMA, W1, FI1, A2, V2, S2, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|----------------|--|
| GAMMA | γ | Проектировочный угол, меньший $\pi/4$ |
| W1 | ω_1 | Угловая скорость кулачка |
| FI1 | $\varphi_1(n)$ | Массив значений углов поворота кулачка |
| A2 | $a_2(n)$ | Массив значений ускорений толкателя |
| V2 | $v_2(n)$ | Массив значений скоростей толкателя |
| S2 | $s_2(n)$ | Массив значений перемещений толкателя |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|--|
| 1 | $x_A(n)$ | Массивы координат профиля кулачка в декартовых координатах |
| 2 | $y_A(n)$ | |
| 3 | $r_1(n)$ | Массивы координат профиля кулачка в полярных координатах |
| 4 | $\delta(n)$ | |
| 5 | $r_{кр}(n)$ | Массив радиусов кривизны профиля кулачка |
| 6 | r_0 | Радиус кулачковой шайбы |

6.3.3. Кулачковый механизм с коромыслом. Основные размеры в механизме с коромыслом (качающимся толкателем) (рис. 6.14) определяют по той же схеме, как и для механизма с поступательнодвигающимся толкателем. Рассмотрим подобие векторного треугольника скоростей $\bar{v}_{A_2} = \bar{v}_{A_1} + \bar{v}_{A_2A_1}$, построенного для точки A_2 , и треугольника, образованного перпендикулярами к векторам скоростей. Обозначим $\lambda = r_1/r_2$.

максимально. Тогда для начального значения угла положения коромысла φ_{20} и максимального значения передаточной функции полный угол его поворота будет равен:

$$\varphi_{2\max} = \varphi_{20} + \Delta\varphi_{2\max} = i_{21\max} / \operatorname{tg}\alpha_{\delta},$$

откуда получим

$$\varphi_{20} = i_{21\max} / \operatorname{tg}\alpha_{\delta} - \Delta\varphi_{2\max}.$$

Рассматривая $\Delta O_1 A_0 O_2$ (рис. 6.14) по теореме косинусов получим

$$O_1 A_0 = r_0 = l \sqrt{1 + (r_2/l)^2 - 2(r_2/l)\cos\varphi_{20}},$$

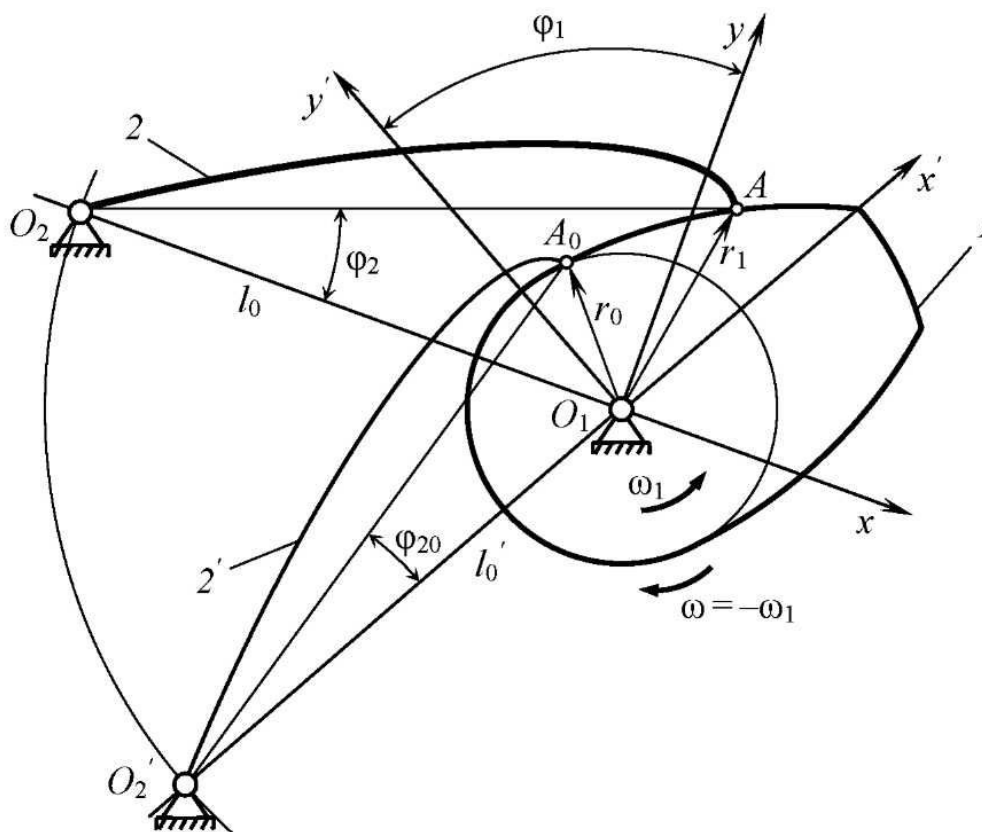


Рис. 6.16. К определению основных размеров механизма с качающимся толкателем

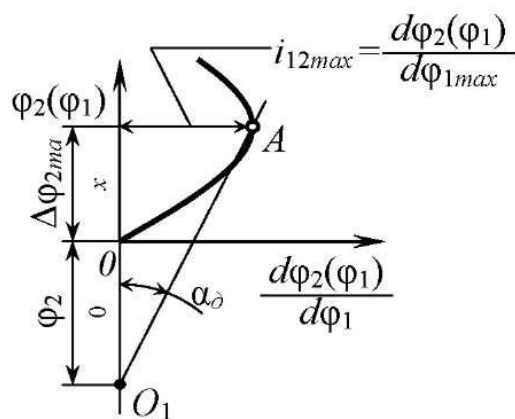


Рис. 6.15. График передаточной диаграммы для кулачковых механизмов с качающимся толкателем

но $r_2/l = \cos \varphi_{2\max}$, поэтому

$$r_0 = l\sqrt{1 + \cos \varphi_{2\max} (\cos \varphi_{2\max} - 2 \cos \varphi_{20})}. \quad (6.19)$$

В механизме с коромыслом (рис. 6.16) поворот кулачка на угол φ_1 , при котором положение коромысла характеризуется углом – в соответствии с принципом обращения движения – равносильно перемещению центра вращения коромысла O_2 в положение O_2' . Тогда получим:

$$\overline{O_1A} = \overline{O_1O_2'} + \overline{O_2'A}.$$

В координатной системе xO_1y , жестко связанной с кулачком, координаты точки A определяются из выражений:

$$\begin{cases} x_A = l \cos \varphi_1 - r_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2); \\ y_A = l \sin \varphi_1 - r_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2). \end{cases} \quad (6.20)$$

В табл. 6.4 приведен алгоритм определения координат, радиуса кулачковой шайбы и радиусов кривизны профиля кулачка механизма с коромыслом.



Таблица 6.4 – Алгоритм определения координат, радиуса кулачковой шайбы и радиусов кривизны профиля кулачка механизма с коромыслом

| № | Алгебраическое выражение или операторная функция | Комментарий |
|---|--|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $(d\varphi_2/d\varphi_1)(k) = \omega_2(k)/\omega_1;$ $k = 1 \dots n.$ $(d^2\varphi_2/d\varphi_1^2)(k) = \omega_2(k)/\omega_1^2;$ $k = 1 \dots n.$ | Определение значений первой и второй производной функции движения коромысла по параметру φ_1 для функций скорости и ускорения |
| 2 | $x_A = l \cos \varphi_1 - r_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_{20});$ $y_A = l \sin \varphi_1 - r_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_{20}).$ $r_1(k) = \sqrt{l^2 + r_2^2 - 2lr_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_{20})};$ $\delta(k) = \arctan(x_A / y_A).$ | Определение координат точки касания кулачка и коромысла для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 (рис. 6.16) в декартовой и полярной системе координат |

Окончание табл. 6.4

| 1 | 2 | 3 |
|--|---|---|
| 3 | $\alpha(k) = \arctan(r_2(1 + d\varphi_2 / d\varphi_1) / l / \sin(\varphi_2 + \varphi_{20}) - 1 / \tan(\varphi_2 + \varphi_{20})).$ | Определение значений углов давления для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 (рис. 6.14) |
| 4 | $C_1 = (l^2 + r_2^2(1 + d^2\varphi_2 / d\varphi_1^2)^2 - 2lr_2(1 + \varphi_2) \cos(\varphi_2 + \varphi_{20})^{3/2};$ $C_2 = (l^2 + r_2^2(1 + d\varphi_2 / d\varphi_1)^3 - lr_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_{20})(1 + d\varphi_2 / d\varphi_1)(2 + d\varphi_2 / d\varphi_1) + (d^2\varphi_2 / d\varphi_1^2) \sin(\varphi_2 + \varphi_{20}));$ $r_{кр} = C_1 / C_2.$ | Определение значений радиуса кривизны $r_{кр}$ для текущего значения угла поворота кулачка φ_1 |
| $PRFLK(r_0, \varphi_{20}, r_2, l, \omega_1, \varphi_1(n), \varepsilon_2(n), \omega_2(n), \varphi_2(n), x_A(n), y_A(n), r_1(n), \delta(n), r_{кр}(n), \alpha(n))$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncPRFLK(R0, FI20, R2, L, W1, FI1, E2, W2, FI2, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|--------------------|---|
| R0 | r_0 | Радиус кулачковой шайбы |
| FI20 | φ_{20} | Начальное положение коромысла |
| R2 | r_2 | Длина коромысла |
| L | l_0 | Межосевое расстояние |
| W1 | ω_1 | Угловая скорость кулачка |
| FI1 | $\varphi_1(n)$ | Массив значений углов поворота кулачка |
| E2 | $\varepsilon_2(n)$ | Массив значений угловых ускорений коромысла |
| W2 | $\omega_2(n)$ | Массив значений угловых скоростей коромысла |
| FI2 | $\varphi_2(n)$ | Массив значений угловых перемещений коромысла |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

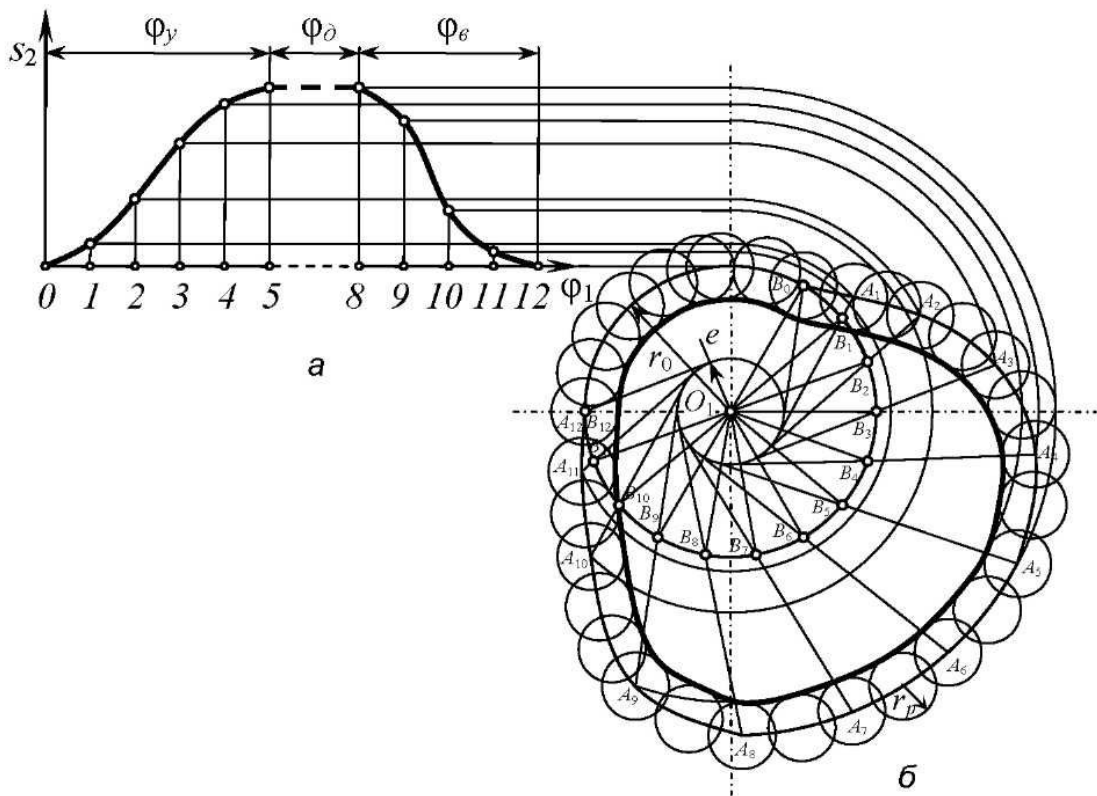
| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|--|
| 1 | $x_A(n)$ | Массивы координат профиля кулачка в декартовых координатах |
| 2 | $y_A(n)$ | |
| 3 | $r_1(n)$ | Массивы координат профиля кулачка в полярных координатах |
| 4 | $\delta(n)$ | |
| 5 | $r_{ок}(n)$ | Массив радиусов кривизны профиля кулачка |
| 6 | $\alpha(n)$ | Массив углов давления |

6.4. Графический синтез профилей кулачков при известных законах движения толкателей и основных размерах механизма

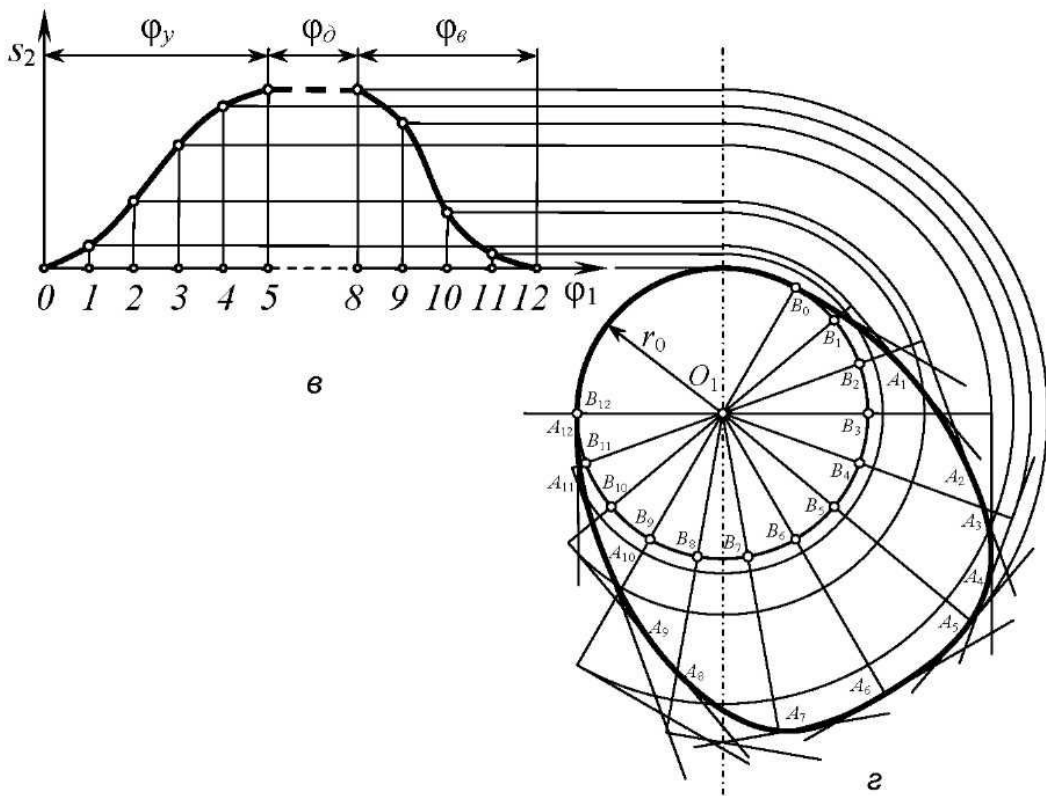
В ряде случаев применяют графические методы синтеза профиля кулачка кулачкового механизма. В этих случаях предполагаются известными функция перемещения толкателя и его основные размеры.

Основным методом, используемым при графическом определении координат точек профиля кулачка, является метод обращения движения. Если механизм вращается со скоростью $(-\omega_1)$, то кулачок будет неподвижен, а плоскость с толкателем будет вращаться. Фазовые углы кулачка разбивают на равные части, а дальнейшие действия сводятся к элементарным графическим построениям, проиллюстрированным на рис. 6.17 и рис. 6.18.

Ординаты, соответствующие значениям функции положения, переносятся дугами окружностей до пересечения с линией действия толкателя для рассматриваемого положения (рис. 6.17, а, в). Геометрическое место точек пересечений дуг окружностей и линий действия толкателя образуют профиль кулачка – штрих пунктирную линию (рис. 6.17, б). Если толкатель имеет ролик, то профиль кулачка получают как огибающую линию, касающуюся окружностей с центрами на штрих пунктирной линии (рис. 6.17, б), либо – при плоском толкателе – как огибающую линию, касающуюся линий действия плоскости толкателя (рис. 6.17, г).



а



б

Рис. 6.17. К графическому синтезу механизма с поступательно движущимся остроконечным (а) и плоским (б) толкателем

Аналогичные по смыслу построения выполняют при графическом определении координат точек профиля кулачка механизма с коромыслом (рис. 6.18). Для этого типа механизмов угол качания коромысла разбивают на то же самое количество частей, что и угол поворота кулачка. Точки, фиксирующие положение коромысла на дуге, переносят дугами окружностей до пересечения с линией, фиксирующей положение соответствующего углу поворота радиуса кулачка.

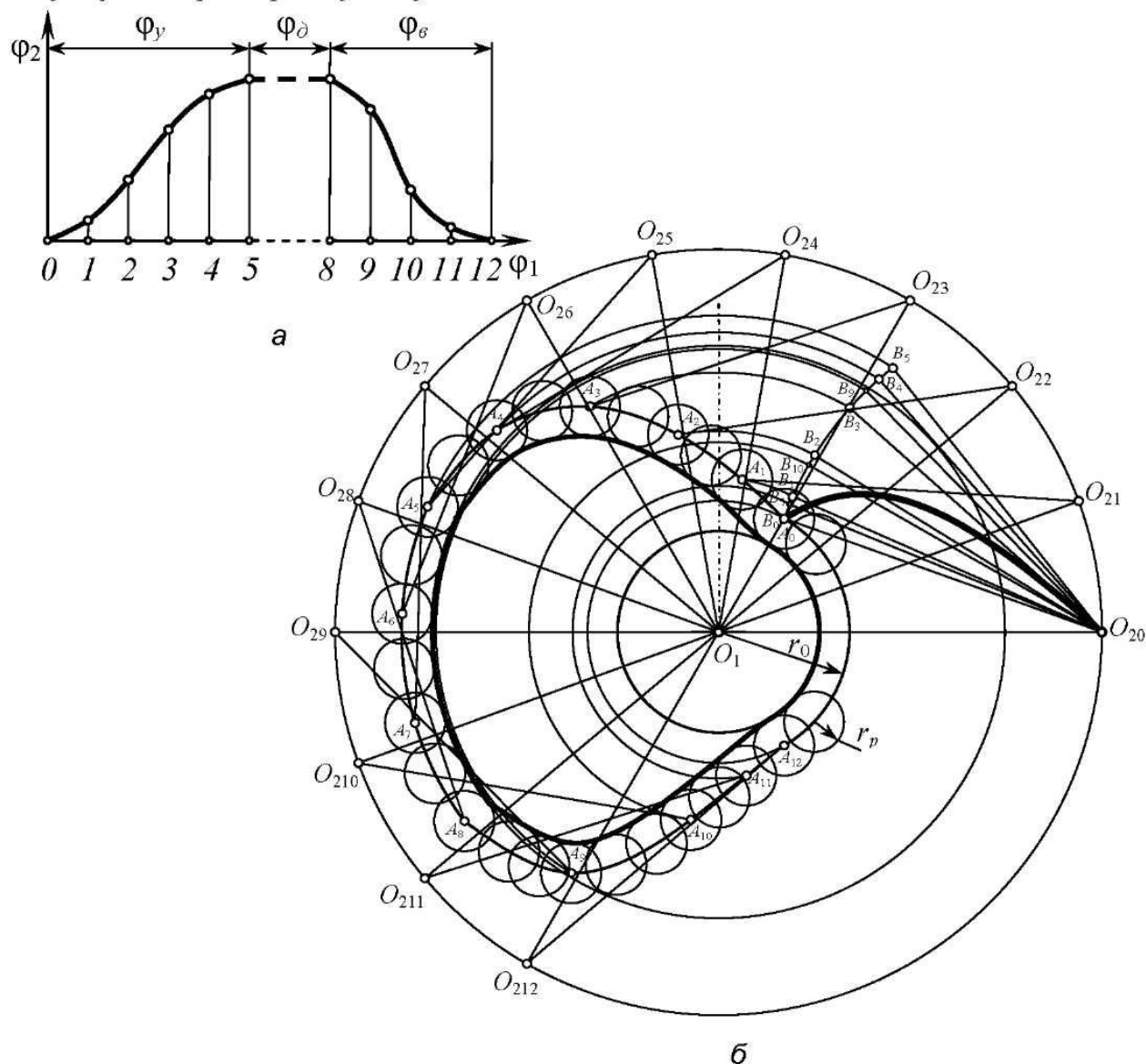


Рис. 6.18. К графическому синтезу механизма с качающимся толкателем

Глава 7. Анализ, кинематика зубчатых механизмов и синтез зацеплений зубчатых колес

7.1. Общая характеристика алгоритмов кинематического расчета зубчатых механизмов и геометрического расчета зацеплений зубчатых колес

Звенья зубчатых механизмов, являющихся одними из самых сложных механизмов по геометрической форме звеньев, имеют относительно простую кинематику. *Кинематический анализ зубчатых механизмов сводится к определению передаточных отношений между валами, на которых смонтированы зубчатые колеса.* Эти расчеты при известных кинематических схемах механизмов выполняются по простым формулам и не требуют сложных алгоритмов. При синтезе зубчатых механизмов в задании на проектирование задают передаточные отношения механизмов или их ступеней и граничные условия, которые необходимо обеспечить при проектировании: габаритные размеры зубчатых колес, массу и т.п. Кроме того, при проектировании необходимо выдержать требования, связанные с технологией изготовления зубчатых колес, — обеспечение стандартных межосевых расстояний, вписывание в ряд рекомендуемых передаточных отношений и др. Следовательно, *задача синтеза зубчатых механизмов является многовариантной даже без учета прочности звеньев.* В этом случае целесообразно применять алгоритмы автоматизированного проектирования. Их использование позволяет решать задачи оптимального синтеза механизмов.

Из-за сложности формы зубьев зубчатых колес и особенностей геометрии зуборезного инструмента геометрические расчеты зубчатых колес весьма трудоемки. Для зубчатых колес всех типов форма зубьев и их геометрические размеры зависят от параметров *зуборезного инструмента.* В ряде случаев они требуют использования специальных таблиц и графиков, приводимых в справочной литературе. Трудоемкость этих расчетов привела к предельной их формализации — обычно геометрические расчеты выполняются на специальных бланках, определяемые размеры зацепления регламентированы стандартами или нормами. Трудоемкость геометрических расчетов зубчатых зацеплений делает целесообразным разработку и применение соответствующих алгоритмов автоматизированного расчета.

7.2. Основная теорема зацепления

Все кинематические соотношения в зубчатых механизмах выводятся на основании теоремы о соотношении скоростей в высшей кинематической паре, образованной поверхностями зацепляющихся зубьев зубчатых колес. Эта теорема, известная в теории механизмов и машин как *основная теорема зацепления*, формулируется следующим образом:



ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Поверхности элементов высшей кинематической пары будут сопряженными, если в любой точке контакта общая нормаль к ним будет перпендикулярна вектору скорости их относительного движения.

В дальнейшем под сопряженными поверхностями будем понимать поверхности элементов звеньев, формы которых – *профили* – отвечают заданной передаточной функции, реализуемой звеньями.

Пусть звенья 1 и 2 (рис. 7.1) плоской высшей кинематической пары, соприкасаясь в точке K , вращаются вокруг центров вращения O_1 и O_2 с уг-



ловыми скоростями ω_1 и ω_2 . Геометрические места точек касания каждого из звеньев образуют контактные линии. Применим к звеньям 1 и 2 принцип обращения движения, придав плоскости, в которой они вращаются, угловую скорость $(\omega = -\omega_2)$ (рис. 7.1, а, б). Тогда звено 2 станет неподвижным, а звено 1 – будет участвовать в двух движениях: с угловой скоростью ω_1 вокруг точки O_1 и угловой скоростью ω_2 вокруг точки O_2 . Угловую скорость Ω вращения звеньев относительно мгновенного центра вращения W получим: для рис. 7.1, а $\Omega = \omega_1 - \omega_2$; для рис. 7.1, б $\Omega =$



$\omega_1 + \omega_2$. Мгновенный центр вращения W (*полюс*) находится на линии центров O_1O_2 и делит ее на отрезки пропорциональные угловым скоростям:

$$\frac{O_2W}{O_1W} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{12} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}}. \quad (7.1)$$

Из рассмотрения рис. 7.1, а, б следует, что, если звенья вращаются в противоположных направлениях, полюс W находится на линии O_1O_2 между центрами вращения, а когда в одном – на линии центров вне отрезка O_1O_2 . Величина относительной скорости точки касания каждого элемента кинематической пары K , будет равна:

$$v_{12} = \Omega \cdot (WK), \quad (7.2)$$

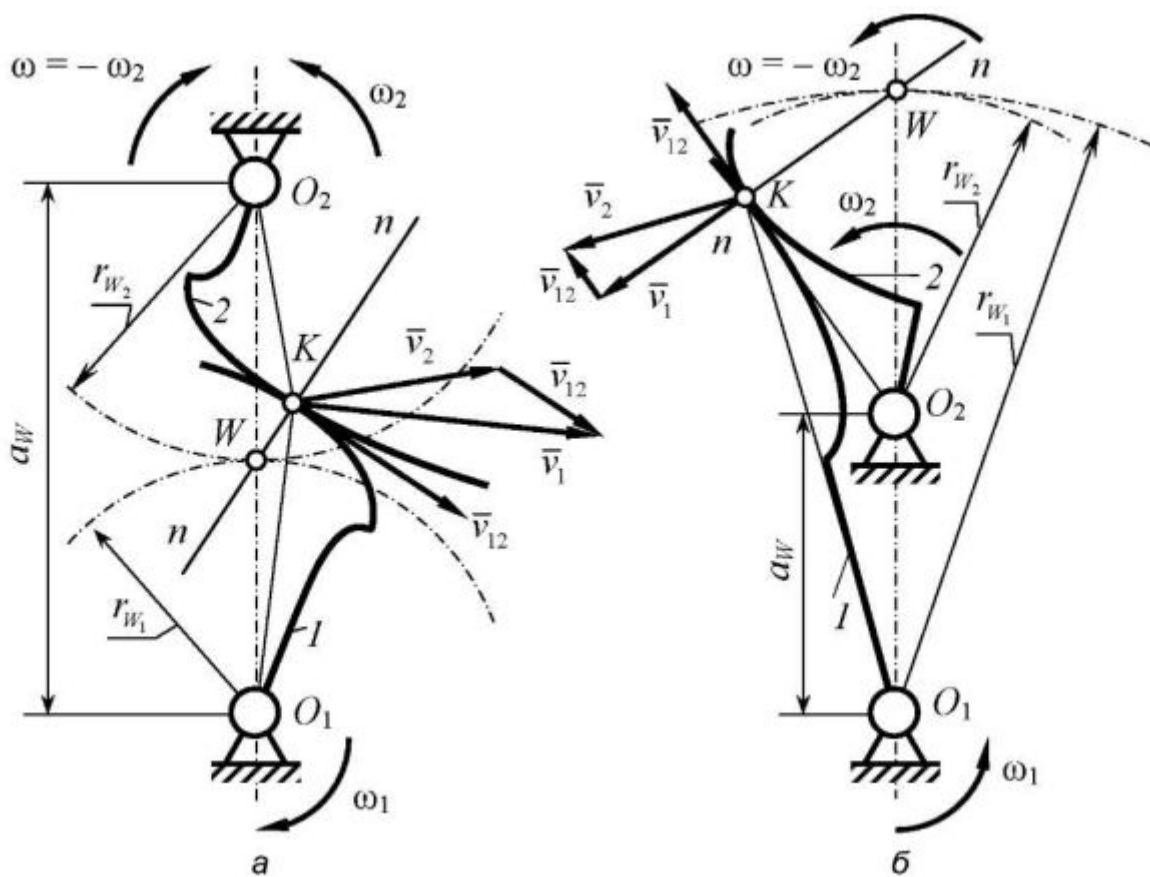


Рис. 7.1. К основной теореме зацепления для плоской высшей кинематической пары

а ее вектор направлен в сторону, определяемую направлением Ω . Лежать этот вектор может только на касательной к профилям звеньев 1 и 2 , так как в противном случае профили либо разойдутся, либо внедрятся друг в друга. Отсюда следует, что отрезок WK лежит на общей нормали к профилям звеньев 1 и 2 .

Тогда выражение (7.2) является математической записью следствия из основной теоремы зацепления для плоской высшей кинематической пары: **общая нормаль в точке контакта профилей двух звеньев делит линию, на которой расположены центры их вращения, на части, обратно пропорциональные их угловым скоростям.**

В общем случае зацепления звеньев величины их угловых скоростей переменны. Следовательно, в соответствии с зависимостью (7.2) передаточная функция переменна, и радиусы r_{W1} и r_{W2} имеют переменные значения, а полюс W будет менять свое положение на линии центров. Геометрические места мгновенных центров вращения – полюсов W – связанных со звеньями 1 и 2 образуют центроидные кривые. Если передаточная функция постоянна, то есть $i_{12} = const$, то центроидные кривые будут ок-

ружностями (рис. 7.1, а, б). Все механизмы с высшими кинематическими парами по характеру передаточной функции делятся на две большие группы – механизмы с постоянным и переменным передаточным отношением. Зубчатые механизмы с круглыми колесами являются примером механизмов с постоянным передаточным отношением, а кулачковые механизмы – механизмов с переменным передаточным отношением.

7.3. Кинематика зубчатых механизмов

Как было показано при рассмотрении основной теоремы зацепления окружности, проходящие через полюс зацепления W , перекатываются друг по другу без скольжения, так как они являются центроидами при рассмотрении относительного движения звеньев. В соответствии с выражением (7.1) передаточное отношение двух зацепляющихся колес равно (рис. 7.1)

$$\frac{O_2W}{O_1W} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{12} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}}. \quad (7.3)$$

Окружности, проходящие через полюс зацепления, в теории зацепления называют *поллоидными* или *начальными*. Так как они существуют только теоретически, то в практических кинематических расчетах ими пользоваться неудобно. Поэтому на практике для определения передаточного отношения зацепляющихся зубчатых колес пользуются соотношением их чисел зубьев. Его получают умножением числителя и знаменателя в зависимости (7.3) на 2π . Так как зубья на зубчатых колесах размещаются равномерно по начальным окружностям, то получим

$$i_{12} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}} \cdot \frac{2\pi}{2\pi} = \frac{P_W z_2}{P_W z_1} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (7.4)$$

В выражении (7.4) P_W – шаги зубьев по начальным окружностям зацепляющихся зубчатых колес, а z_1 и z_2 – числа зубьев колес. Очевидно, что шаги зубьев колес по начальным окружностям равны, так как иначе зацепление невозможно.

Таким образом, *передаточное отношение зацепляющихся зубчатых колес обратно пропорционально отношению их чисел зубьев.*



ПРИМЕЧАНИЕ

Следует помнить, что знаки передаточных отношений определяют через отношения угловых скоростей зацепляющихся зубчатых колес: передаточное отношение положительное, если колеса вращаются в одном направлении (внутреннее зацепление), и отрицательное, если колеса вращаются в противоположных направлениях (наружное зацепление) (рис. 7.1). Такое же правило знаков применяют при определении передаточных отношений не зацепляющихся зубчатых колес, вращающихся в параллельных плоскостях.

Обычно для передачи вращения применяют не одну пару зубчатых колес, а несколько колес. Это объясняется тем, что с ростом передаточного отношения растут и радиусы колес, что неудобно в реальных конструкциях из-за роста их габаритов и материалоемкости. Если механизм состоит из зубчатых колес, служащих для уменьшения угловых скоростей выходных звеньев,



то в машиностроении его называют *редуктором*, если для увеличения угловых скоростей выходных звеньев – *мультипликатором*.

Рассмотрим определение передаточного отношения механизмов, в которых применяются зубчатые колеса с неподвижными осями вращения.



Такие зубчатые механизмы называют *рядовыми*. Определим передаточное отношение i_{14} между звеньями 1 и 4 для механизма, схема которого приведена на рис. 7.2.

Общее передаточное отношение механизма будет равно $i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4}$.

Определим его величину через значения чисел зубьев колес. Для колес z_1 и z_2 получим $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}$. Знак минус указывает на внешний характер за-

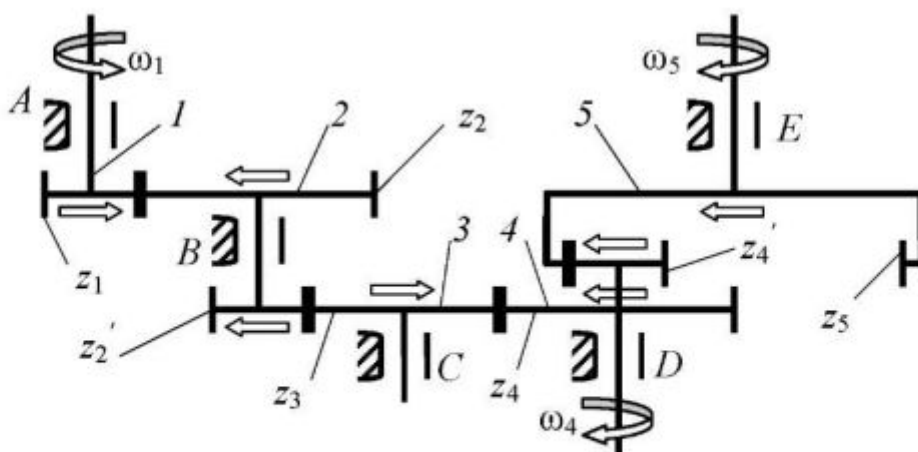


Рис. 7.2. Пример определения передаточного отношения для рядового зубчатого механизма


цепления. Тогда $\omega_2 = \omega_1 / i_{12}$. Соответственно получим для пар колес $z_2 - z_3$ и $z_3 - z_4$:


$$i_{2'3} = \frac{\omega_{2'}}{\omega_3} = -\frac{z_3}{z_{2'}}, \quad \omega_3 = \omega_{2'} / i_{2'3} = \omega_1 / i_{12} \cdot i_{2'3},$$

$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = i_{12} \cdot i_{2'3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_{2'}}\right);$$

$$i_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_3}; \quad \omega_4 = \omega_3 / i_{34}; \quad \omega_3 = \omega_{2'} / i_{2'3};$$


$$i_{2'4} = \frac{\omega_{2'}}{\omega_4} = \frac{\omega_{2'}}{\omega_3} i_{34} = \frac{\omega_{2'}}{\omega_2} i_{2'3} i_{34} = i_{2'3} i_{34} = \left(-\frac{z_3}{z_{2'}}\right) \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = \frac{z_4}{z_{2'}}.$$


 Из полученного выражения следует, что если зубчатое колесо участвует в зацеплении с другими колесами, то число его зубьев не влияет на величину передаточного отношения между этими колесами, а влияет только на его знак. В нашем примере на величину $i_{2'4}$ не влияет

 число зубьев колеса 3. Такие зубчатые колеса, которые не меняют величину передаточного отношения, а только меняют его знак, в машиностроении называют паразитными. Это термин технического жаргона и не отражает того, что паразитные зубчатые колеса широко применяют для передачи вращения на больших расстояниях – в прокатных станках, конвейерах, в коробках переключения скоростей и т.п.

Тогда получим для всего механизма в целом

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_3} i_{34} = \frac{\omega_1}{\omega_2} i_{2'3} i_{34} = i_{12} i_{2'3} i_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \frac{z_4}{z_3}.$$

 Следовательно, из рассмотренного выше можно сделать вывод, что передаточное отношение рядового зубчатого механизма равно произведению передаточных отношений пар зацепляющихся зубчатых колес.

 Для сложных кинематических схем знак передаточного отношения определяют с помощью "правила стрелок". Если пометить стрелкой направление движения точки на поверхности зубчатого колеса наружного зацепления (рис. 7.2), то на зацепляющемся с ним колесе анало-


гичная точка будет перемещаться в противоположном направлении. При внутреннем зацеплении зубьев колес помеченные точки будут перемещаться в том же направлении. Расставив, таким образом, стрелки можно определить направления вращения выходного звена относительно входного. Если к кинематической цепи механизма добавить пару зубчатых колес $4' - 5$ внутреннего зацепления, то величина передаточного отношения i_{15} будет равна:

$$i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = i_{12} i_{2'3} i_{34} i_{4'5} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \frac{z_4 z_5}{z_3 z_4'}$$

Направление же вращения выходного звена останется таким же, так как для внутреннего зацепления зубчатых колес знак передаточного отношения между колесами положительный.

В пространственных рядовых зубчатых механизмах величина передаточного отношения определяется аналогичным способом, а направления вращения колес устанавливаются с применением правила стрелок. Для механизма, схема которого приведена на рис. 7.3, передаточное отношение i_{14} получим из выражения

$$i_{14} = \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_2' z_3'}$$

 Направление вращения колеса 4 установлено с применением правила стрелок и показано на рис. 7.3.

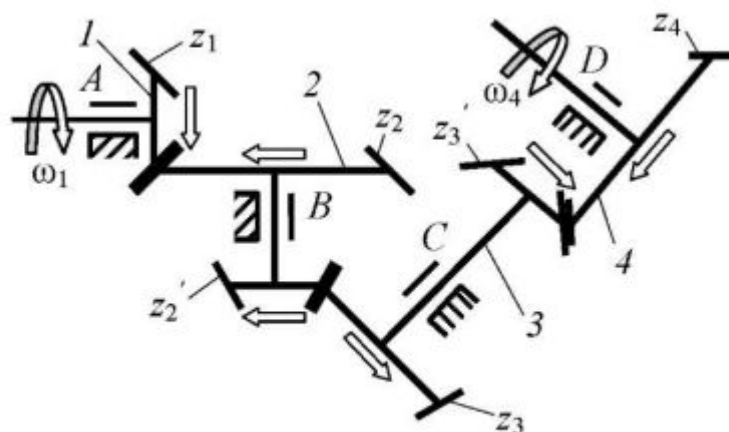



Рис. 7.3. Применение "правила стрелок" для пространственного зубчатого механизма


Обобщая изложенный материал по определению передаточного отношения в рядовых зубчатых механизмах, можно записать общую формулу для его определения в виде

$$i_{1n} = (-1)^k \prod_{j=2}^n \frac{z_j}{z_{j-1}}. \quad (7.5)$$

В зависимости (7.5): n – число находящихся в зацеплении зубчатых колес, *кратное двум*; j – номер ведомого зубчатого колеса в зацепляющейся паре колес; k – число наружных зацеплений зубчатых колес.

 В машиностроении нашли широкое применение *зубчатые механизмы, в которых оси некоторых зубчатых колес перемещаются, вращаясь вокруг оси одного из звеньев. Эти механизмы имеют такие кинематические характеристики, которые позволяют, при малом количестве зубчатых колес в механизме, получить широкий диапазон изменения его передаточного отношения. Они получили название сателлитных или планетарных зубчатых механизмов.*

На рис. 7.4 приведена схема простейшего сателлитного механизма. Рассмотрим его кинематику. Колесо 2 вращается вокруг своей оси, образуя со звеном 3 кинематическую пару O_3 , и совместно с ним вокруг оси вращения звена 3, образующего со стойкой кинематическую пару O_2 .

 Колесо 2 в механизмах такого типа называют *сателлитом*, поддерживающее его звено 3 – *водилом или этциклом* (на схемах его обычно обозначают буквой h).

Колесо 1, вокруг которого вращается сателлит, называют *солнечным*. Если солнечное колесо имеет внутреннее зацепление с сателлитом, то его часто называют *корончатым*.

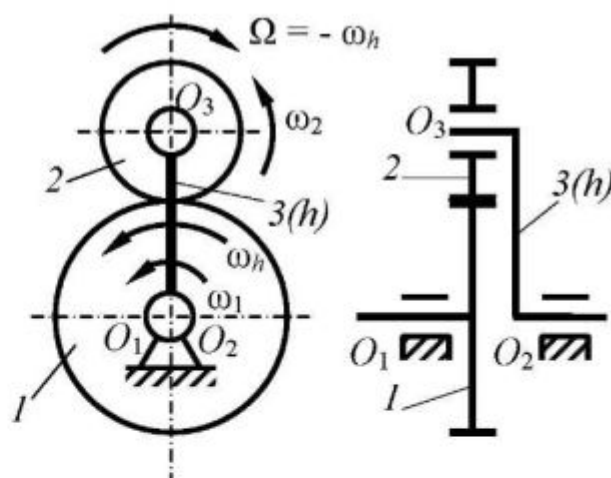


Рис. 7.4. Простейший сателлитный механизм

При рассмотрении основной теоремы зацепления, оси зацепляющихся звеньев полагались неподвижными (см. рис. 7.1). Поэтому зависимости для определения передаточного отношения в рядовых зубчатых механизмах непригодны для кинематических расчетов сателлитных механизмов. Соответствующие зависимости для сателлитных механизмов можно получить, используя принцип обращения движения.


Придадим плоскости, в которой работает механизм, угловую скорость $\Omega = -\omega_h$. Тогда, рассматривая движения звеньев в неподвижной координатной системе, получим скорости вращения звеньев обращенного механизма алгебраическим суммированием угловых скоростей: колеса 1 – $(\omega_1 - \omega_h)$; колеса 2 – $(\omega_2 - \omega_h)$; водила $h - (\omega_h - \omega_h) = 0$. Так как водило в обращенном механизме неподвижно, то условия зацепления колес 1 и 2 теперь соответствуют рис. 7.1, поэтому можно величину передаточного отношения для обращенного механизма записать в виде


$$i_{12}^h = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_2 - \omega_h}. \quad (7.6)$$

В зависимости (7.6) верхний индекс "h" при величине передаточного отношения между зубчатыми колесами является признаком обращенного механизма. Его наличие говорит, что рассматривается не реальный механизм, а механизм, получаемый из действительного *условной остановкой водила*. Формула (7.6) известна в теории зацепления как *формула Виллиса*. Если скорость водила равна нулю, то величина i_{12}^h определяется по правилам для рядовых зубчатых механизмов, то есть получим

$$i_{12}^h = -\frac{z_2}{z_1}.$$

Рассматриваемый механизм имеет величину степени подвижности $W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$. Следовательно, в нем два звена могут быть входными, и независимо приводиться в движение двигателями или звеньями других механизмов. Например, если заданы угловые скорости колеса 1 и водила h , то угловая скорость сателлита 2 определится после определения i_{12}^h из зависимости (7.6) решением уравнения относительно ω_2 .

 Сателлитные механизмы с двумя входными звеньями называют *дифференциальными*.

 Рассмотрим пример кинематического расчета многозвенного сателлитного дифференциального механизма (рис. 7.5), с двумя входными звеньями 1 и 3. Запишем формулу Виллиса для колес 1 и 3, угловые скорости которых заданы.

$$i_{13}^h = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_3 - \omega_h}. \quad (7.7)$$

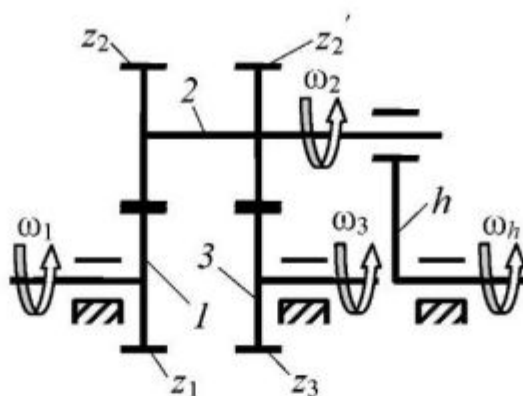


Рис. 7.5. Кинематическая схема многозвенного сателлитного дифференциального механизма



СОВЕТ

Для приобретения навыков расчета передаточных отношений в сателлитных механизмах рекомендуется применять следующий порядок действий при использовании формулы Виллиса.



АЛГОРИТМ – Использование формулы Виллиса

1. Записывается "заготовка" формулы без простановки индексов

$$i^h = \frac{\omega - \omega_h}{\omega - \omega_h}.$$

2. После анализа схемы механизма проставляют индексы колес в такой последовательности: записывают индекс колеса (в нашем примере – 1), для которого надо определить передаточное отношение с водилом;

формула приобретает вид $i_1^h = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega - \omega_h}.$

3. Записывают индекс колеса, для которого известна угловая скорость (в

нашем примере – 3); формула приобретает вид $i_{13}^h = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_3 - \omega_h}.$

4. После определения величины i_{13}^h выполняют преобразование формулы, решая выражение относительно передаточного отношения i_{1h} между колесом 1 и водилом h .

Передаточное отношение обращенного механизма получим через числа зубьев зубчатых колес:

$$i_{13}^h = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2} \right).$$

Решая уравнение (7.7) относительно ω_h , получим величину угловой скорости водила.

Если затормозить колесо 3, – то есть $\omega_3 = 0$, то механизм перестает быть дифференциальным. Тогда выражение (6.9) примет вид


$$i_{13}^h = \frac{\omega_1 - \omega_h}{-\omega_h} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2} \right), \quad i_{1h} = 1 - i_{13}^h. \quad (7.8)$$


Такие сателлитные механизмы позволяют реализовать практически любое передаточное отношение для реальных механизмов путем подбора зубьев. Например, задаваясь числами зубьев зубчатых колес $z_1 = 100$, $z_2 = 101$, $z_2' = 100$, $z_3 = 99$, получим


$$i_{13}^h = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2'} \right) = \frac{101 \cdot 99}{100 \cdot 100} = \frac{9999}{10000}.$$

Поделив числитель на знаменатель в выражении (7.8), получим

$$i_{13}^h = \frac{\omega_1 - \omega_h}{-\omega_h} = 1 - i_{1h}, \quad i_{1h} = 1 - i_{13}^h = 1 - \frac{9999}{10000} = \frac{1}{10000}.$$


 Следовательно, колесо 1 будет вращаться в 10000 раз медленнее водила h. Для получения такого передаточного отношения в рядовом зубчатом механизме потребуется несколько пар зубчатых колес, и он будет иметь большие габаритные размеры.

 Из формулы (7.8) следует, что в сателлитных механизмах с одним входным звеном из формулы Виллиса можно получить зависимость для определения передаточного отношения между любым колесом и водилом. Для определения передаточного отношения между зацепляющимися колесами механизма нельзя воспользоваться просто отношением их чисел зубьев, так как оси колес подвижны. В этом случае необходимо предварительно определить передаточное отношение между каждым колесом и водилом, а затем – передаточное отношение между колесами.


 Например, если требуется определить передаточное отношение i_{12} , то следует выполнить следующие преобразования:


$$i_{13}^h = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_3 - \omega_h} = \frac{\omega_1 - \omega_h}{-\omega_h} = 1 - i_{1h}; \quad i_{1h} = \frac{\omega_1}{\omega_h} = 1 - i_{13}^h = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2'} \right);$$


$$i_{23}^h = \frac{\omega_2 - \omega_h}{\omega_3 - \omega_h} = \frac{\omega_2 - \omega_h}{-\omega_h} = 1 - i_{2h}^h; \quad i_{2h}^h = \frac{\omega_2}{\omega_h} = 1 - i_{23}^h = \left(-\frac{z_3}{z_2} \right).$$


 Тогда $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\omega_h i_{1h}}{\omega_h i_{2h}} = \frac{i_{1h}}{i_{2h}}$, то есть в сателлитном механизме передаточное отношение между различными колесами равно отношению передаточных отношений между этими колесами и водилом.

7.4. Эвольвентное зубчатое зацепление

 Наиболее распространенным видом зацепления зубчатых колес в машиностроении является эвольвентное зацепление. Профили зубьев эвольвентных зубчатых колес имеют форму кривой – эвольвенты окружности. Кроме того, в некоторых отраслях машиностроения применяют зацепление Новикова, циклоидальное зацепление и другие виды зацеплений, в которых профили зубьев имеют форму других кривых.

 В аналитической и дифференциальной геометрии используют понятия эвольвенты и эволюты. Под эвольвентой понимают кривую, которую описывает любая точка прямой, совершающей плоскопараллельное движение. Под эволютой понимают геометрическое место центров кривизны эвольвенты. Если существует эвольвента, то ей всегда соответствует эволюта. Из зависимости (7.3) следует, что в механизмах с постоянным передаточным отношением в полюсе зацепления W перекатываются без скольжения centroидные окружности. Из теоретической механики известно, что centroида – это кривая, являющаяся геометрическим местом мгновенных центров вращения тела, то есть – эволютой. Следовательно, эволютам – centroидным окружностям – должны соответствовать кривые, образующие профили звеньев – эвольвенты этих окружностей. Рассмотрим свойства эвольвентных поверхностей.

 Каждая точка прямой $t - t$, перекатываясь без скольжения по окружности радиуса r_b , называемой основной, описывает эвольвенту, эволютой которой является эта окружность (рис. 7.6). При перекатывании прямой $t - t$ по окружности радиуса r_b мгновенные центры скоростей ее точек будут лежать на этой окружности, и являться центрами

 кривизны эвольвенты. Из этого следует основное свойство эвольвенты: нормаль к эвольвенте является касательной к

эволюте.

Так как производящая прямая $t-t$ перекатывается по окружности без скольжения, то второе свойство эвольвенты окружности

☑ заключается в том, что *радиус кривизны эвольвенты в какой-либо точке равен длине дуги окружности от этой точки до точки начала эвольвенты*. Следовательно, $CD = \overset{\frown}{AD}$; $CD = r_b \operatorname{tg} \alpha_c = r_b v = r_b (\alpha_c + \theta_c)$.

☑ Отсюда следует, что *эвольвентный угол θ_c выражается через профильный угол α_c* . Угол v называется *углом развернутости эвольвенты*. Тогда зависимость между ними для общего случая при угле развернутости эвольвенты v_x будет иметь вид

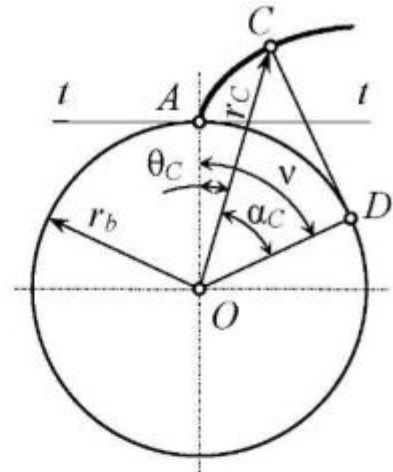


Рис. 7.6. К свойствам эвольвенты окружности

$$\theta_x = \operatorname{tg} \alpha_x - \alpha_x = \operatorname{inv} \alpha_x. \quad (7.9)$$

☑ Выражение (7.9) в теории зацепления *называют эвольвентной функцией*. Оно является уравнением эвольвенты в полярных координатах. Так как в эвольвентную функцию из всех параметров, определяющих ее форму и приведенных на рис. 7.6, не входит радиус основной окружности r_b , то это означает, что эвольвента полностью определена его величиной.

Рассмотрим зацепление двух эвольвентных профилей (рис. 7.7), же-

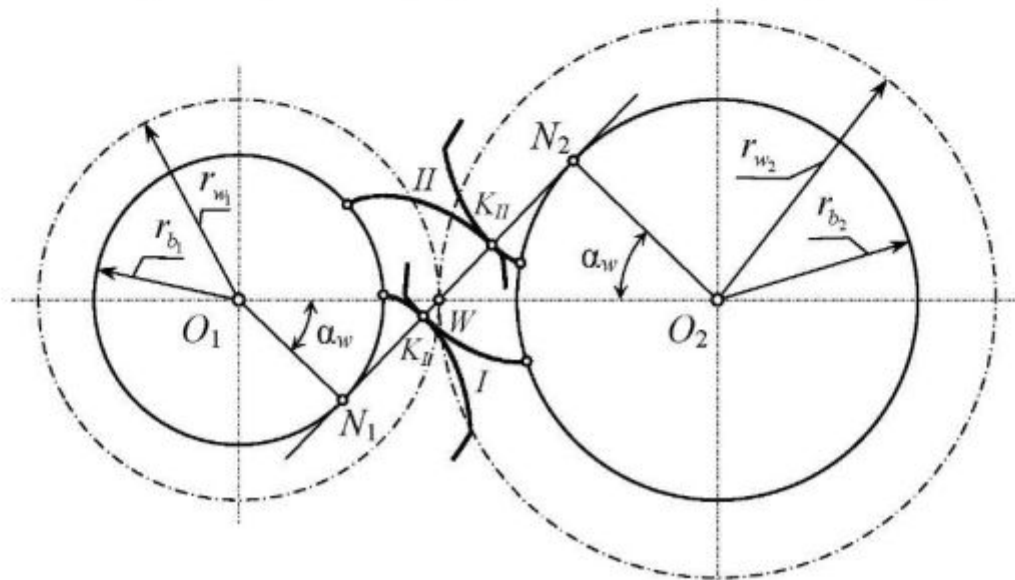



Рис. 7.7. Зацепление двух эвольвентных профилей


ство связанных с дисками, радиусы которых равны радиусам основных окружностей эвольвент. Пусть эвольвентные профили зацепляются в точке K_I . Нормаль, проведенная в этой точке, будет общей для двух эвольвент, и по свойству эвольвенты окружности должна касаться двух эволют – основных окружностей радиусов r_{b1} и r_{b2} . Если диск с эвольвентой I повернется на некоторый угол, эвольвентные профили будут зацепляться в точке K_{II} . Общая нормаль к профилям, проведенная в этой точке, будет также касаться двух эволют. Таким образом, общая нормаль, проведенная в точке контакта двух эвольвентных профилей, будет касаться основных окружностей, и пересекать линию центров в одной и той же точке – полюсе зацепления W . Общая нормаль N_1N_2 к основным окружностям является геометрическим местом точек касания эвольвентных профилей.

 Отсюда следует вывод: передаточное отношение между звеньями, имеющими профили эвольвент окружностей, теоретически является постоянным и обратно пропорционально радиусам начальных окружностей:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{r_{W2}}{r_{W1}}.$$

Это свойство эвольвент окружностей отметил еще Л. Эйлер, который и предложил использовать эвольвентные профили для изготовления зубьев зубчатых колес.

Предположим, что межцентровое расстояние a_W изменилось на некоторую величину. Тогда, для существования высшей кинематической пары необходимо повернуть эвольвентные профили до их соприкосновения. Рассмотренное выше свойство эвольвентного зацепления сохранится. Следовательно, отсюда следует важное технологическое преимущество эволь-

 вентного зацепления: *колебание межцентрового расстояния эвольвентных зубчатых колес не отражается на постоянстве передаточного отношения эвольвентного зацепления.*

Эвольвентные профили зубьев зубчатых колес формируются на их боковых поверхностях в плоскости, перпендикулярной осям вращения колес, равномерно с определенным шагом P_W по начальным окружностям. Из подобия треугольников ΔO_1WN_1 и ΔO_2WN_2 (см. рис. 7.7) следует: $i_{12} = \omega_1/\omega_2 = r_{W2}/r_{W1} = r_{b2}/r_{b1}$. Тогда шаг зубьев по основной окружности связан с шагом зубьев по начальной окружности зависимостью

$$P_b = P_W \cos \alpha_W, \quad (7.10)$$

где α_M – угол зацепления эвольвентных колес.

Если на рис.7.7 радиус основной окружности r_{b2} будет стремиться к бесконечности, то ее эвольвента будет вырождаться в прямую линию, сохраняя свои свойства. Следовательно, в случае зацепления эвольвенты окружности с прямой линией сохраняется свойство постоянства передаточного отношения. Это свойство эвольвенты окружности используется в технологии изготовления зубчатых колес.

7.5. Образование зубьев при изготовлении зубчатых колес стандартной инструментальной зубчатой рейкой

Эвольвентный профиль формируется точкой производящей прямой, когда она перекачивается по основной окружности. Если по основному цилиндру, радиус которого равен r_b , перекачивается производящая плоскость, то любая кривая на этой плоскости будет формировать пространственную эвольвентную поверхность (рис. 7.8). Таким способом изготавливают пространственные эвольвентные зубчатые колеса, применяя для формирования поверхностей различные технологические методы и станочное оборудование.

Если образующая основного цилиндра параллельна производящей прямой линии, то формируется эвольвентная цилиндрическая поверхность зубьев 1. Такие зубчатые колеса называют прямозубыми. Форма профилей их зубьев одинакова по ширине колес. Если образующая основного цилиндра расположена под углом β к производящей прямой линии, то формируется эвольвентная винтовая поверхность 2 зубьев. Такие зубчатые колеса называют косозубыми. Форма зубьев косозубых зубчатых колес различна в нормальном к образующей сечении и в торцовом сечении. Разновидностью косозубых колес являются шевронные зубчатые колеса. У них эвольвентную поверхность формирует ломаная линия. На рис. 7.9 а, б, в приведены примеры прямозубых, косозубых и шевронных колес. Если эвольвентную поверхность формирует кривая, то зубья таких зубчатых колес называют криволинейными. Все зубчатые колеса, кроме прямозубых колес, относят к пространственным колесам. Если производящая плоскость перекачивается по основному конусу, то аналогичным образом формируются пространственные эвольвентные конические поверхности зубьев зубчатых колес.

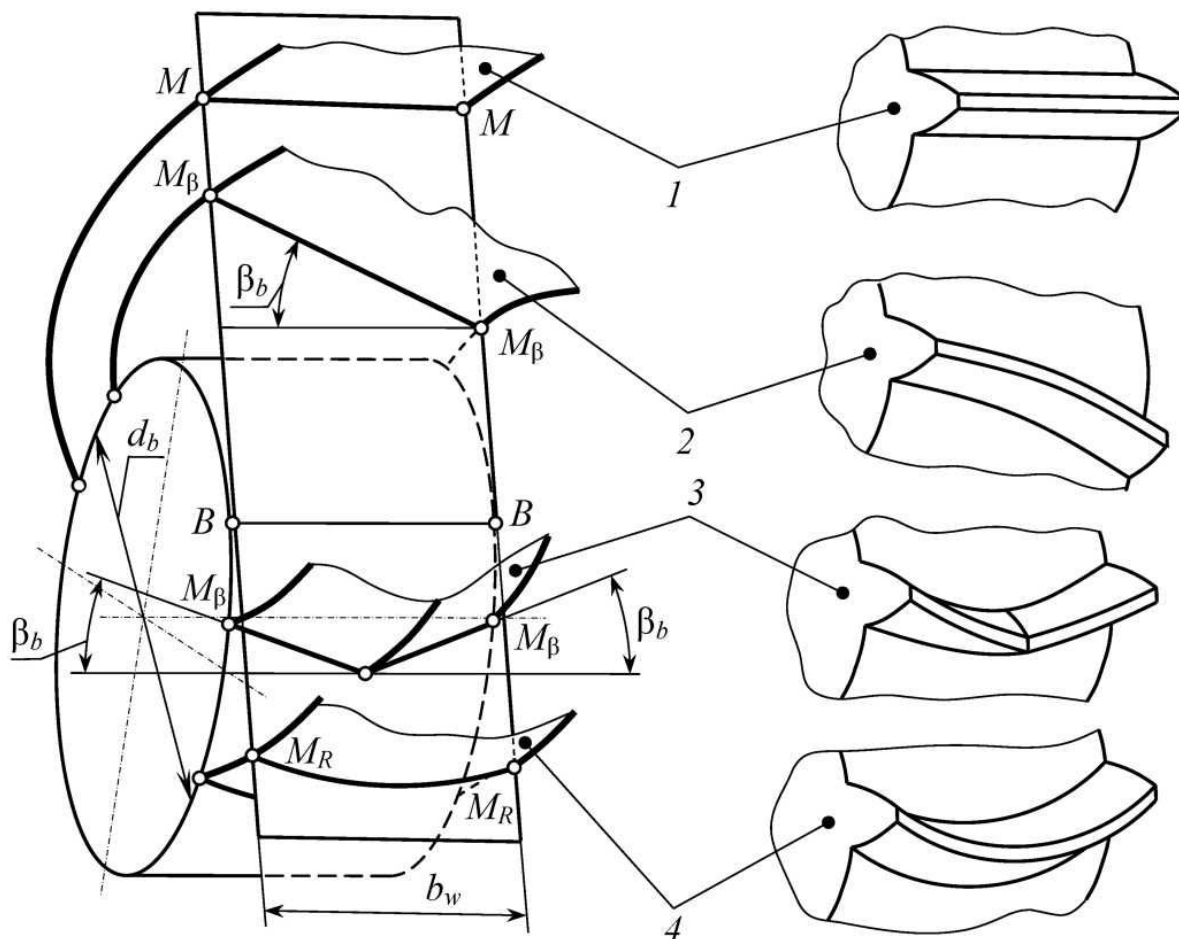


Рис. 7.8. К образованию пространственных эвольвентных поверхностей.
 Эвольвентные поверхности зубьев:
 1 – прямозубая; 2 – косозубая; 3 – шевронная; 4 – криволинейная

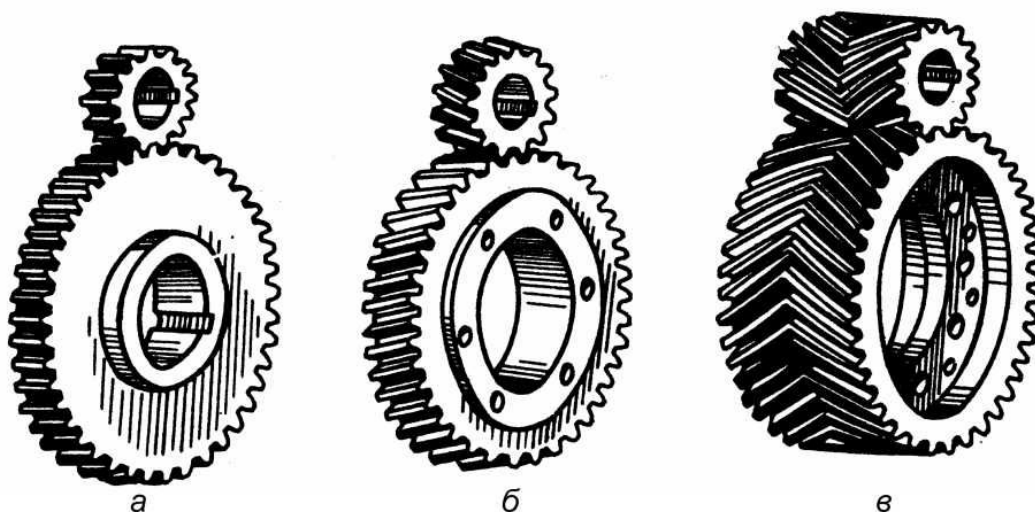


Рис. 7.9. Эвольвентные прямозубые, косозубые и косозубые шевронные зубчатые колеса

Для изготовления зубчатых колес применяют рабочие контуры режущих инструментов, соответствующие общепринятым международным стандартам. Рассмотрим рабочий контур стандартной инструментальной зубчатой рейки (рис. 7.10) и определение размеров нарезаемых ею зубчатых колес. Инструментальная зубчатая рейка представляет собой трапецевидную гребенку с режущими кромками, перемещающуюся на зуборезном станке в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа. Прямолinéйные грани инструментальной рейки расположены на расстоянии шага рейки $P = \pi t$. Так как π – число иррациональное, то это создает трудности при изготовлении и контрольных измерениях зубчатых колес. Поэтому в теории зацепления используют понятие модуля зацепления $t = P/\pi$. Все размеры инструментальной рейки выражают в долях модуля.

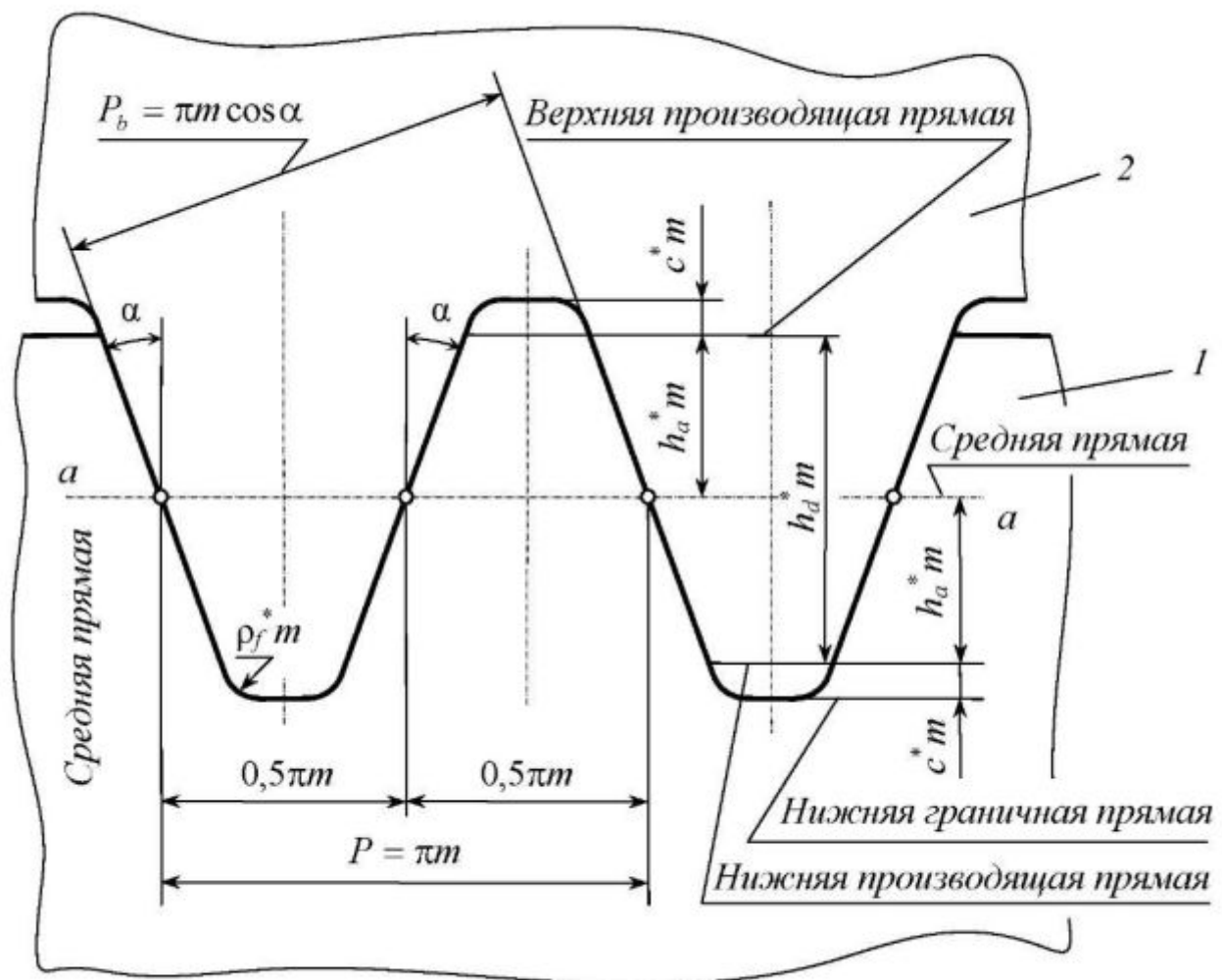


Рис. 7.10. Рабочий контур стандартной инструментальной зубчатой рейки



Режущие грани ограничиваются *верхней и нижней производящими прямыми*, которые отстоят от *средней прямой* на величину h_a^*m , где h_a^* – коэффициент высоты головки (ножки) зуба. На расстоянии c^*m от нижней производящей прямой режущая кромка с радиусом ρ_f^*m переходит в *нижнюю граничную прямую*. Угол наклона α режущих граней называют *профильным углом*.

В машиностроении кроме государственных стандартов существуют и отраслевые стандарты, в которых профильному углу и безразмерным коэффициентам придают различные значения. Для стран с метрической системой измерения принимают $\alpha = 20^\circ$, а для стран с дюймовой системой измерения – $\alpha = 15^\circ$. В государственных машиностроительных стандартах приняты следующие значения безразмерных коэффициентов, выражающих размеры рейки в долях модуля: $h_a^* = 1$; $c^* = 0,25$; $\rho_f^* = 0,38$.

На основе соотношений размеров элементов инструментальной рейки применяют режущие инструменты для изготовления зубчатых колес на разном станочном зуборезном оборудовании. Сюда относят фрезы для нарезания зубьев зубчатых колес методом копирования; червячные фрезы, обеспечивающие безостановочное нарезание зубьев зубчатых колес и представляющие в осевом сечении копию инструментальной рейки; долбки для изготовления внутренних зубьев зубчатых колес и др.

В отраслевых стандартах машиностроения значения безразмерных коэффициентов, выражающих размеры рейки в долях модуля зуборезного инструмента, могут отличаться от значений в государственном стандарте. Например, в тракторостроении коэффициент высоты головки (ножки) зуба принимают меньше, чем $h_a^* = 1$. Это приводит к укорачиванию зубьев, что повышает их изгибную прочность. В самолетостроении в ряде конструкций повышают значение h_a^* , что позволяет передавать нагрузку несколькими парами зубьев.



Для определения размеров при изготовлении зубчатых колес этими способами рассматривают *станочное зацепление инструментальной рейки с заготовкой зубчатого колеса*. Рассмотрим процесс нарезания эвольвентных зубьев в станочном зацеплении режущего инструмента с заготовкой.

В зуборезных станках режущий инструмент в зацеплении с заготовкой зубчатого колеса имитирует зацепление зубчатой рейки с прямолинейными режущими гранями с эвольвентным зубчатым колесом (рис. 7.11). Инструмент совершает плоскопараллельное движение относительно вращающейся заготовки колеса, одновременно двигаясь возвратно-поступательно относительно его плоскости. При направлении движения

Прямолинейная режущая грань инструмента, касаясь будущей эвольвенты зуба колеса в точке K , формирует одну ее точку. Последовательно формируя точки эвольвенты, режущие грани зубчатой рейки формируют и профили зубьев. Нормаль, проведенная в точке K рейки, пересекает линию центров в точке W , которая будет полюсом в станочном зацеплении. Окружность колеса, проходящая через полюс (начальная окружность), перекачивается без скольжения по прямой линии, касающейся ее в точке W (начальной прямой). В станочном зацеплении их называют *делительной окружностью и делительной прямой*.



ПРИМЕЧАНИЕ

Следует помнить, что делительная окружность существует только в станочном зацеплении и не имеет физического выражения.

Так как шаг рейки постоянен по ее высоте, то он равен шагу зубьев по делительной окружности. Следовательно, модуль инструмента соответствует модулю нарезаемого зубчатого колеса. Тогда для радиуса делительной окружности запишем $2\pi r = Pz$, откуда

$$r = \frac{Pz}{2\pi} = \frac{mz}{2}. \quad (7.11)$$

Угол зацепления α_W в станочном зацеплении равен стандартному профильному углу инструмента α . Тогда радиус основной окружности, которой соответствуют эвольвентные профили нарезаемых зубьев, определится из зависимости:

$$r_b = r \cos \alpha = \frac{mz}{2} \cos \alpha. \quad (7.12)$$

Эвольвентный профиль зуба формируется только прямолинейной режущей гранью, что следует из свойств эвольвентного зацепления. Формирование эвольвенты завершается после окончания зацепления точки, расположенной на нижней производящей прямой режущей грани, с эвольвентой нарезаемого колеса. Криволинейные участки инструмента, расположенные ниже нижней производящей прямой, формируют *переходные кривые галтелей зубьев и впадины между зубьями*. Радиус окружности впадин r_f :



$$r_f = r + xm - h_a^* m - c^* m = \frac{mz}{2} + xm - (h_a^* + c^*) m. \quad (7.13)$$

В зависимости (7.13) xm – смещение инструментальной рейки, из-за которого делительная окружность не совпадает с начальной окружностью колеса. Безразмерная величина x – коэффициент смещения – назначается для придания зубчатым колесам определенных эксплуатационных качеств, о чем будет сказано ниже.

Радиус окружности произвольного радиуса r_x может быть определен, если известен соответствующий ему эвольвентный угол α_x :

$$r_x = \frac{r_b}{\cos \alpha_x} = \frac{mz}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_x}. \quad (7.14)$$

Толщина зуба по средней прямой линии рейки будет равна половине шага ее зубьев. Толщину зуба по делительной окружности определим из геометрических соображений (рис.7.11):

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2xmtg\alpha. \quad (7.15)$$

Толщину зуба по окружности произвольного радиуса r_x определим из следующих соображений (рис. 7.12) Каждой окружности определенного радиуса соответствует дуга по толщине зуба и ее центральный угол. Используя понятие эвольвентной функции (7.1) для произвольного угла ψ_x можно записать

$$\psi_x = \psi + inv\alpha - inv\alpha_x,$$

где ψ – угловая толщина зуба по делительной окружности; $inv\alpha$ – эвольвентная функция на участке формирования эвольвенты профиля до делительной окружности; $inv\alpha_x$ – эвольвентная функция для угла α_x .

Центральный угол, соответствующий половине толщины зуба по делительной окружности, равен:

$$\psi = s / 2r = (0,5mz + 2xmtg\alpha) / mz = \pi / 2z + (2xtg\alpha) / z. \quad (7.16)$$

Учитывая, что $s_x = r_x \psi_x$, после преобразований получим выражение для толщины зуба по окружности радиуса r_x :

$$s_x = 2r_x (\pi / 2z + 2xtg\alpha / z + inv\alpha - inv\alpha_x). \quad (7.17)$$

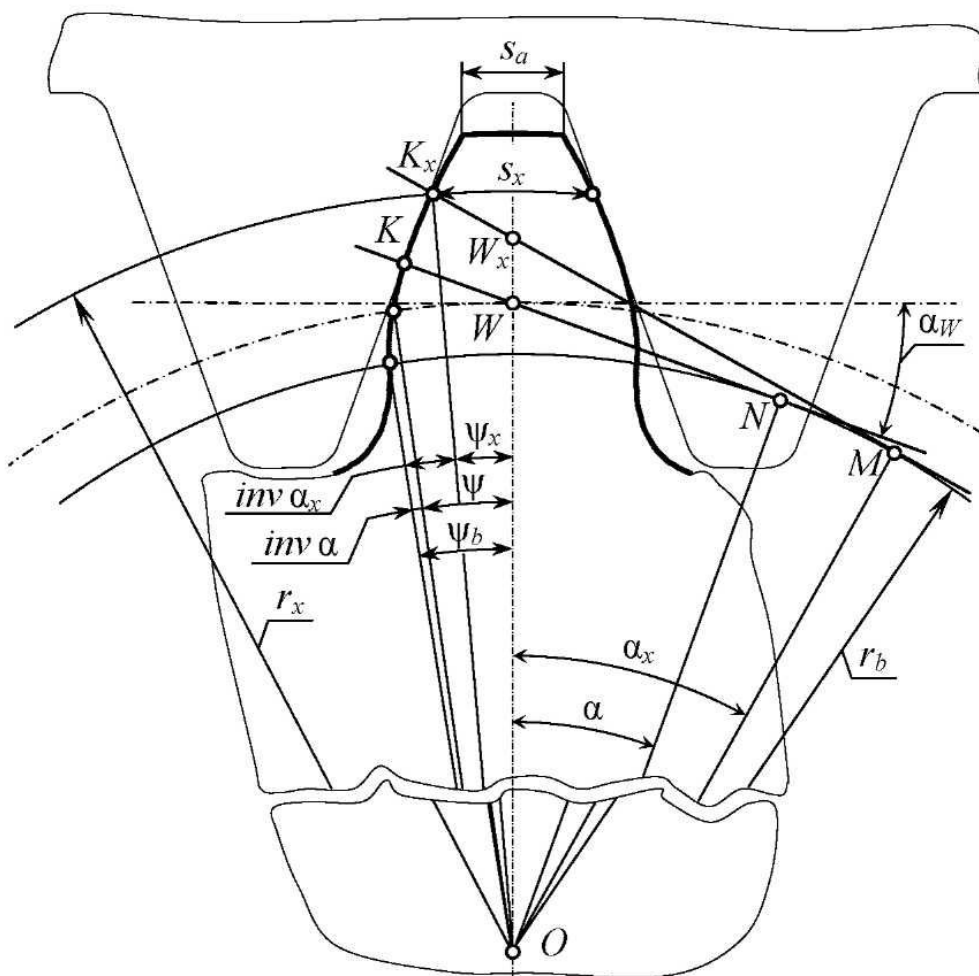


Рис. 7.12. К определению толщины зуба по окружностям разных радиусов

Угол профиля α_x для окружности радиуса r_x будет равен:

$$\alpha_x = \arccos(r_b / r_x). \quad (7.18)$$

Диаметр окружности вершин зубчатых колес (диаметр заготовки) устанавливается после определения межцентрового расстояния a_w между ними.

Глава 8. Качественные характеристики эвольвентного зацепления и алгоритмы геометрического расчета зубчатых колес

8.1. Зацепление эвольвентных зубчатых колес

Рассмотрим схему зацепления эвольвентных зубчатых колес (рис. 8.1). Эвольвентные профили их зубьев образуют высшую кинематическую пару. В соответствии со свойствами эвольвенты общая нормаль к профилям будет касаться основных окружностей колес в точках N_1 и N_2

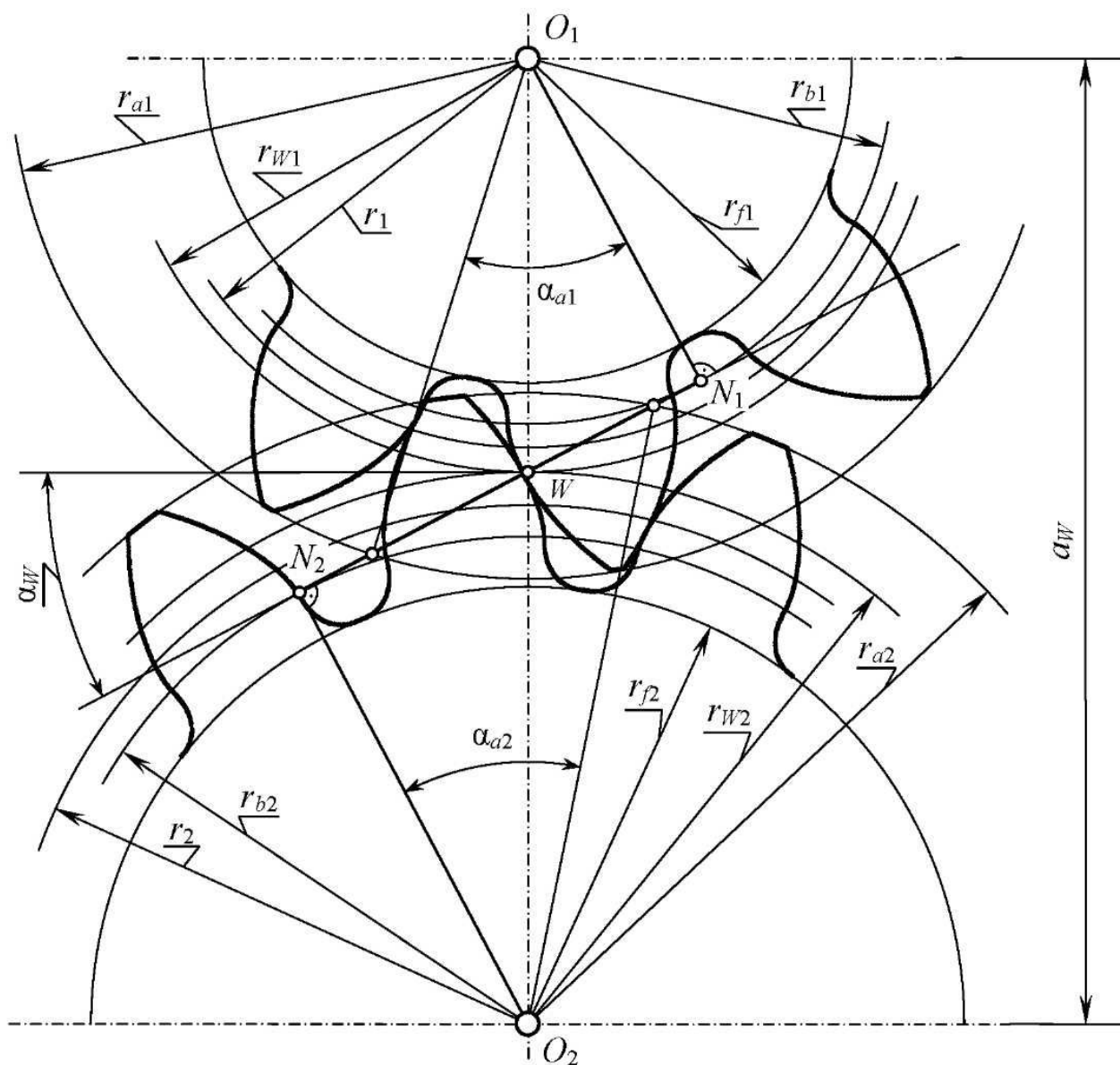


Рис. 8.1. Зацепление эвольвентных зубчатых колес наружного зацепления

соответственно. Угол зацепления α_W зубчатых колес не будет в общем случае равным профильному углу α . При рассмотрении рис. 7.7 было показано, что *передаточное отношение зубчатых колес определяется отношением радиусов их основных окружностей. Следовательно, оно не зависит от межцентрового расстояния зубчатых колес.*

Если предположить, что зубчатые колеса по начальным окружностям зацепляются без зазора между зубьями, то толщина зуба одного колеса будет равна ширине впадины между зубьями другого колеса. То есть шаг зубьев по начальным окружностям любого из колес равен сумме толщин зубьев колес по дугам своих начальных окружностей. В соответствии с зависимостью (7.17) получим выражения для определения толщины зубьев по начальным окружностям, с учетом, что $P_W z/\pi = 2r_W$:

$$\begin{aligned} s_{W1} &= P_{W1} \left(\pi/2 + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha / z_1 + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_W \right), \\ s_{W2} &= P_{W2} \left(\pi/2 + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha / z_2 + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_W \right). \end{aligned}$$

Так как $P_{W1} = P_{W2} = s_{W1} + s_{W2}$, то зависимость для определения величины угла зацепления через эвольвентную функцию будет иметь вид:

$$\operatorname{inv} \alpha_W = \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2} + \operatorname{inv} \alpha. \quad (8.1)$$

Из рассмотрения треугольников $\Delta O_1 N_1 W$ и $\Delta O_2 N_2 W$ следует, что величина межосевого расстояния a_W будет равна

$$\begin{aligned} a_W &= O_1 W + O_2 W = O_1 N_1 / \cos \alpha_W + O_2 N_2 / \cos \alpha_W = \\ &= (m z_1 \cos \alpha / 2 \cos \alpha_W + m z_2 \cos \alpha / 2 \cos \alpha_W), \end{aligned}$$

откуда получим

$$a_W = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_W}. \quad (8.2)$$

Выражения (8.1) и (8.2) получены для наружного зацепления зубчатых колес. Для зубчатых колес с внутренним зацеплением они получаются аналогичным образом с учетом того, что в этом случае межосевое расстояние равно разности радиусов начальных окружностей (рис. 8.2).

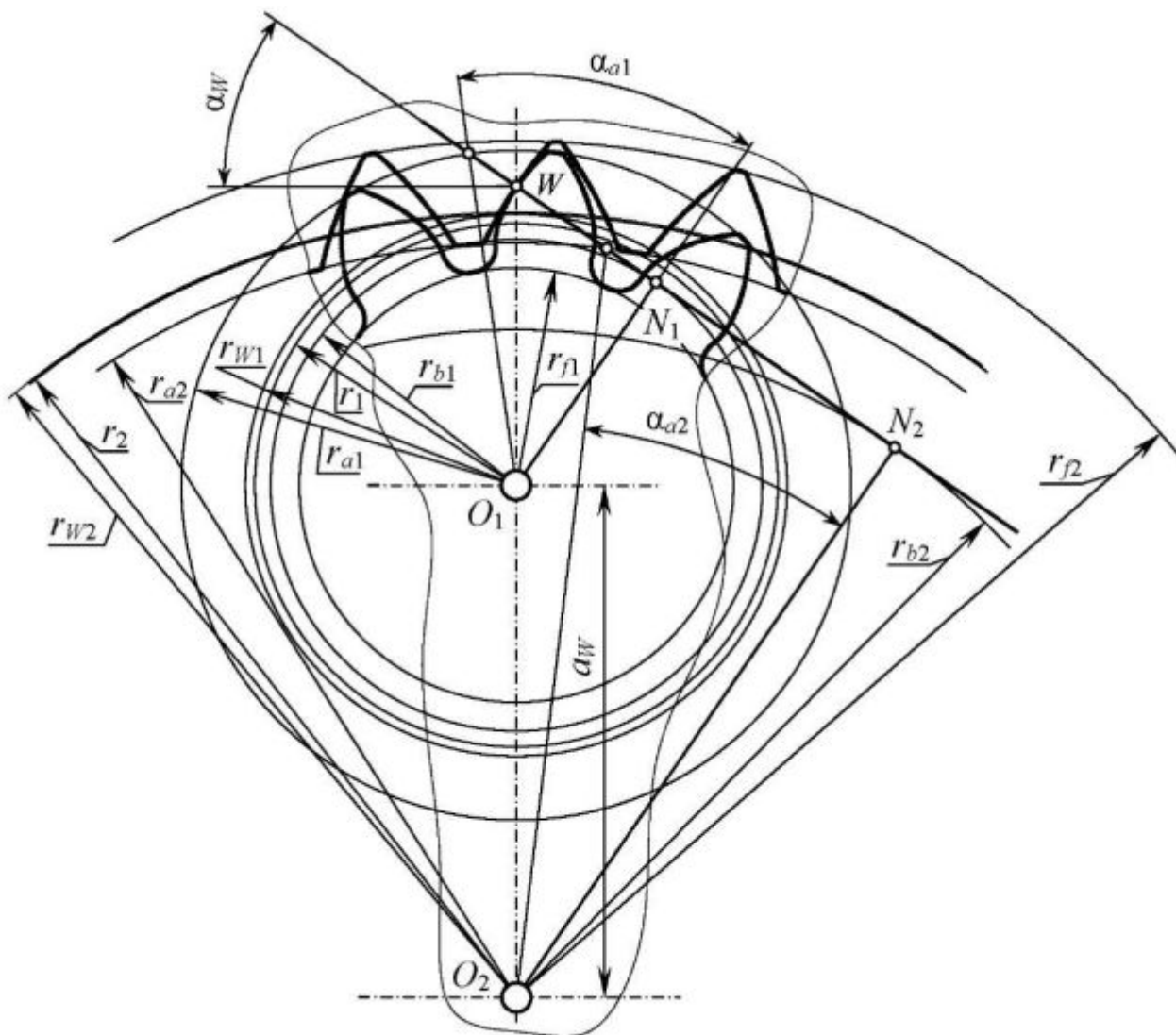


Рис. 8.2. Зацепление эвольвентных зубчатых колес внутреннего зацепления



ПРИМЕЧАНИЕ

Для внутреннего зацепления зубчатых колес в формулах (8.1) и (8.2) суммарное число зубьев будет равно $(z_2 - z_1)$, где z_2 – число зубьев колеса с внутренним зацеплением.

После определения межосевого расстояния можно определить радиусы окружностей вершин зубчатых колес из зависимостей (см. рис. 8.1):

$$r_{a1} = a_w - r_{f2} - c^* m, \quad (8.3)$$

$$r_{a2} = a_w - r_{f1} - c^* m. \quad (8.4)$$

Величины межосевых расстояний передачи со смещением a_w и без смещения a отличаются между собой на размер воспринимаемого смеще-

ния mu , где $y = (a_W - a)/m$ — коэффициент воспринимаемого смещения (см. рис. 8.1). Угол зацепления для заданного межосевого расстояния α_W может быть определен следующим образом:

$$\alpha_W = \arccos\left(\frac{r_{b_1} + r_{b_2}}{a_W}\right) = \arccos\left(\frac{0,5(z_1 + z_2)\cos\alpha}{y + 0,5(z_1 + z_2)}\right). \quad (8.5)$$

где r_{b_1} и r_{b_2} — радиусы основных окружностей колес 1 и 2.

Формулы (8.5) и (8.2) дают одинаковый результат при определении межосевого расстояния α_W . Их применяют в зависимости от того, какие данные о зацеплении известны при его геометрическом расчете.

8.2. Качественные характеристики эвольвентного зацепления

Очень часто в конструкторской практике коэффициенты смещения назначают при необходимости вписать передачу стандартного модуля m в требуемое межосевое расстояние α_W , величина которого зачастую также стандартизована. Из рассмотрения геометрии эвольвентного зацепления и зависимости (8.1) следует, что коэффициент суммарного смещения $x_\Sigma = (x_1 + x_2)$ связан с углом зацепления α_W зависимостью


$$x_\Sigma = (z_1 + z_2) \cdot (\operatorname{inv}\alpha_W - \operatorname{inv}\alpha) / 2\operatorname{tg}\alpha, \quad (8.6)$$

где inv — обозначение эвольвентной функции $\operatorname{inv}x = \operatorname{tg}x - x$.

Коэффициент суммарного смещения, определенный для воспринимаемого смещения, обеспечивает вписывание в требуемое межосевое расстояние α_W . Величина x_Σ может быть распределена между x_1 и x_2 , в общем, произвольно из условия $x_\Sigma = (x_1 + x_2)$.

На качество зацепления оказывает влияние форма зуба: изгибная прочность зуба повышается при увеличении толщины ножки зуба и снижается при ее уменьшении. Особенно резко изгибная прочность зуба снижается при *подрезе зуба*. Подрез зубьев наблюдается при изготовлении колес с малым числом зубьев по следующим причинам. *Эвольвентный профиль зуба формируется только прямолинейной режущей гранью инструмента, которая заканчивается на нижней производящей прямой инструментальной рейки (рис. 7.10). Все режущие грани ниже этой пря-*



мой эвольвенту не формируют. Следовательно, если точка B пересечения нижней производящей прямой с основной окружностью окажется ниже точки N касания линии станочного зацепления с основной окружностью, то зуб будет иметь характерную форму с укороченным эвольвентным профилем и подрезанной ножкой. Материал заготовки колеса ниже производящей прямой будет удален инструментом при нарезании зубьев из-за не сопряженности эвольвентного профиля зуба с переходной кривой режущего инструмента. Это явление называют *подрезом зуба*.
 Граничное условие, отсутствия подреза зуба, имеет вид

$$WN = WB; \quad 0,5mz \cdot \sin \alpha = (h_a^* - x)m / \sin \alpha.$$



ПРИМЕЧАНИЕ

Следует помнить, что эвольвенты внутри основной окружности не существуют. Материал заготовки зубчатого колеса внутри его основной окружности будет просто удален режущими поверхностями инструмента.

Из этого выражения получим величину коэффициента смещения инструментальной рейки при нарезании зубьев колеса, при котором отсутствует подрез зуба:

$$x_{\min} = h_a^* - \frac{z \sin^2 \alpha}{2}. \quad (8.7)$$

Отсюда минимальное число зубьев без подрезанной ножки для колес, нарезаемых стандартной инструментальной рейкой, равно:

$$z_{\min} = \frac{2(h_a^* - x)}{\sin^2 \alpha}. \quad (8.8)$$

При величине коэффициента смещения инструмента $x = 0$, $h_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$, получим $z_{\min} = 17$. Если зубчатое колесо нарезается без смещения с меньшим числом зубьев, то ножки его зубьев будут подрезаны у основания. На рис. 8.3 и рис. 8.4 показаны зубья зубчатого колеса с $z = 12$, изготовленного без подреза (*a*) и с подрезом (*b* и *в*) ножки зуба режущим инструментом в процессе нарезания зубьев. Величина коэффициента смещения для инструмента стандартного исходного контура, при котором отсутствует подрез, определится из зависимостей

– прямозубое колесо: $x > x_{II} = 1 - 0,5z^2 \sin^2 \alpha$; (8.9)

– косозубое колесо: $x > x_{II} = 1 - z / (2 \cos \beta (\cos^2 \beta \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1))$. (8.10)

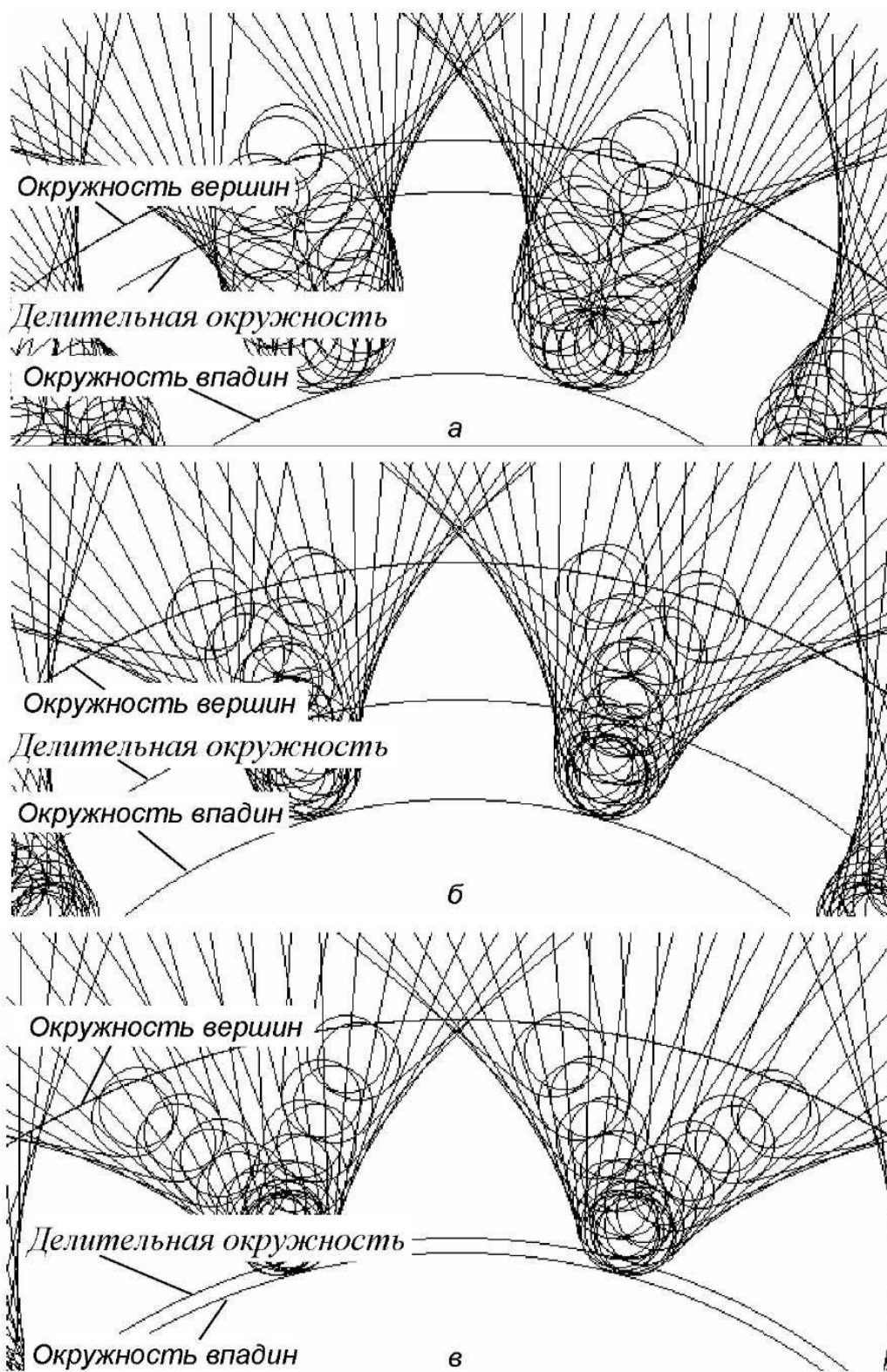


Рис. 8.3. Зуб эвольвентного колеса с параметрами $m = 5$ мм, $z = 12$:
 а – коэффициент смещения $x = -0,5$; б – коэффициент смещения $x = 0,3$;
 в – коэффициент смещения $x = 0,8$

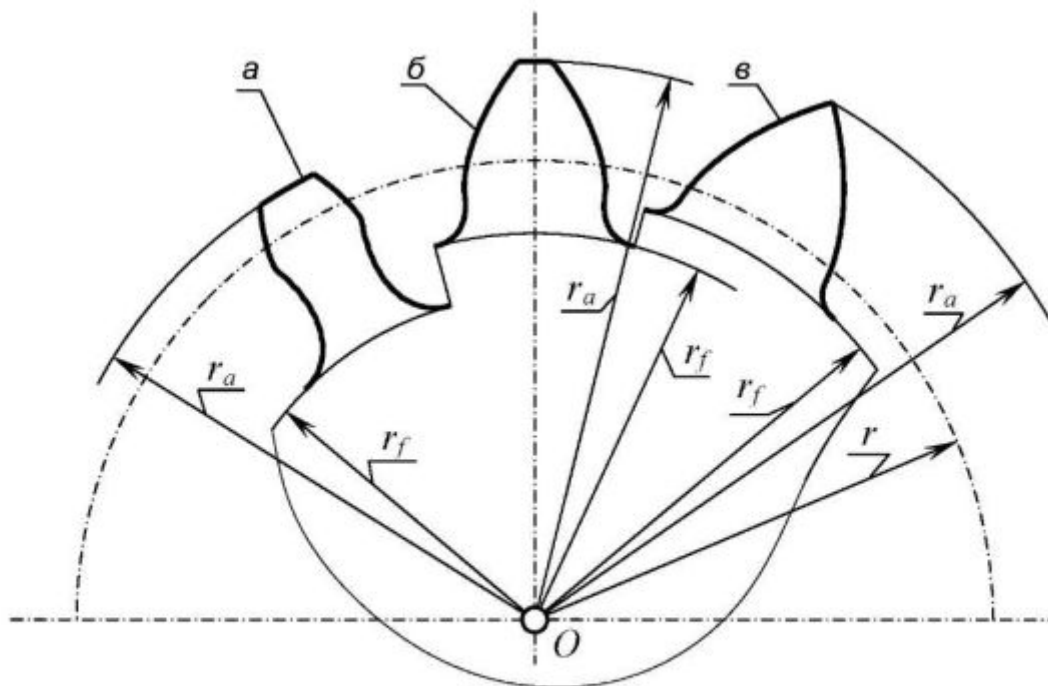


Рис. 8.4. Зуб эвольвентного колеса с параметрами $m = 5$ мм, $z = 12$:
 а – коэффициент смещения $x = -0,5$; б – коэффициент смещения $x = 0,3$;
 в – коэффициент смещения $x = 0,8$

Вместо выражения (8.9) часто используют вытекающую из нее формулу, учитывающую, что число зубьев колеса может быть только целым:

$$x > x_{II} \cong (17 - z)/17. \quad (8.11)$$

Смещение инструментальной рейки от центра заготовки принято считать положительным, к центру – отрицательным. Из формулы (8.11) следует, что для того, чтобы избежать подреза зуба, инструменту следует придать положительное смещение. Однако при больших положительных смещениях инструментальной рейки эвольвенты профилей зуба могут пересечься до окружности вершин на окружности меньшего радиуса. В этих случаях имеет место заострение зуба (рис. 8.3, в и рис. 8.4, в). Предельный коэффициент смещения x_s , при котором толщина зуба на окружности вершин равна нулю, определится из выражения, вытекающего из рассмотрения рис. 7.11 и зависимости (7.17):

$$x_s = (2z(\operatorname{inv}\alpha_{at} \pm \operatorname{inv}\alpha_t) - \pi)/(4\operatorname{tg}\alpha). \quad (8.12)$$


где α – профильный угол инструмента; $\alpha_i = \arctg(tg\alpha/\cos\beta)$ – профильный угол для косозубого колеса, который при $\beta = 0$ равен профильному углу α инструмента; $\alpha_{at} = \arccos(mz \cos\alpha/d_a)$ – угол зацепления, соответствующий диаметру d_a окружности вершин прямозубого колеса или в торцовом сечении косозубого колеса; знак "минус" применяется для наружного зацепления.

Для прямозубых колес, полученных стандартным инструментом, может быть использована приближенная зависимость [2], [6]

$$x_s = 0,15z^{0,7}. \quad (8.13)$$

Из вышеизложенного следует, что назначаемые коэффициенты смещения должны выбираться из диапазона значений:

$$x_{II} < x < x_s. \quad (8.14)$$

Величина смещения инструмента определяет форму зубьев колес и условия их зацепления. Из основной теоремы зацепления следует, что чистое качение профилей, образующих высшую кинематическую пару, имеет место только при контакте звеньев в полюсе W . Если зубья контактируют в какой-либо точке K на линии зацепления $N - N$, то векторы скоростей точек K_1 и K_2 зубьев колес 1 и 2 могут быть разложены на составляющие (рис. 8.5): \bar{v}_{nK} , общую для обоих векторов и направленную по линии зацепления, и тангенциальные составляющие \bar{v}_{iK1} , \bar{v}_{iK2} , направленные перпендикулярно линии зацепления. Величина скорости скольжения профилей в точке K определится как разность величин тангенциальных составляющих $v_{12} = v_{iK1} - v_{iK2}$.  *Характеристикой степени скольжения профилей зубьев является коэффициент удельного скольжения λ – отношение скорости скольжения в данной точке к тангенциальной составляющей скорости соответствующего профиля.*

Для обоих колес получим зависимости:

$$\lambda_1 = \frac{v_{iK1} - v_{iK2}}{v_{iK1}}, \quad \lambda_2 = \frac{v_{iK2} - v_{iK1}}{v_{iK2}}. \quad (8.15)$$

Из графиков для функций изменения коэффициентов удельного скольжения эвольвентных профилей зубчатых колес 1 и 2 (рис. 8.5, б) в

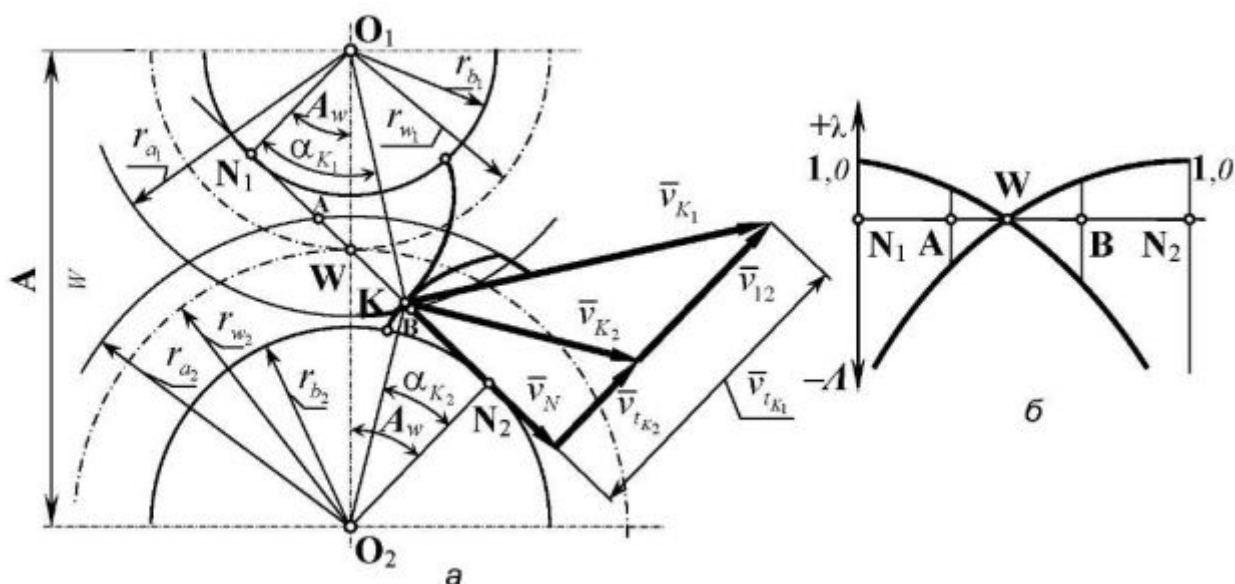


Рис. 8.5. К определению скоростей скольжения профилей зубьев и коэффициентов удельного скольжения

зависимости от длины линии зацепления видно, что в полюсе W скольжение отсутствует. Коэффициент удельного скольжения для каждого профиля равен единице в начале теоретического зацепления эвольвент, и стремится к бесконечной величине в конце зацепления. Так как форма зубьев определяет положение точки их контакта на линии зацепления, то величины коэффициентов удельного скольжения эвольвентных профилей зависят от коэффициентов смещений колес. *Практическая часть линии зацепления ограничена точками a и b ее пересечения с окружностями вершин зубчатых колес, что и отражено на графиках удельного скольжения.*



СОВЕТ

Если зубчатые колеса работают в условиях интенсивного изнашивания поверхностей зубьев, то рекомендуется выбирать коэффициенты смещений при изготовлении колес таким образом, чтобы в пределах практической линии зацепления величины коэффициентов удельного скольжения мало изменялись. Такие рекомендации есть в специальной и учебной литературе.

Важной эксплуатационной характеристикой эвольвентного зацепления зубчатых колес является *коэффициент торцового перекрытия зубьев, который определяют как отношение длины практической части линии зацепления к величине шага зубьев по основной окружности*

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{ab}{\pi m \cos \alpha}. \quad (8.16)$$

Так как, в соответствии со свойствами эвольвенты окружности, длина дуги AD основной окружности, по которой перекачивается производящая прямая CD (рис. 7.6), равна длине прямой CD , то на линии зацепления $N - N$ теоретически будут расположены эвольвенты нескольких зубьев. В соответствии с зависимостью (7.10) расстояния между ними равны шагу зубьев по основной окружности.

Коэффициент торцового перекрытия для прямозубых колес показывает, какую часть времени зацепления зубьев в зацеплении находится одна или две пары зубьев. Из рассмотрения рис. 8.5, a следует, что $ab = N_1b + N_2a - N_1N_2$. Тогда выражение (8.16) получим в виде

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_W \cos \alpha_W}{\pi m \cos \alpha}. \quad (8.17)$$

Из анализа этого выражения следует, что коэффициент торцового перекрытия может быть выражен через величины геометрических размеров зацепления эвольвентных зубчатых колес. Так как на значения величин параметров $r_{a1}, r_{a2}, a_W, \alpha_W$ оказывают влияние коэффициенты смещения инструмента при изготовлении колес, то, следовательно, назначая разные значения x_1 и x_2 можно получить различные значения ε_α . Для прямозубых колес диапазон изменения значений коэффициента перекрытия равен: $1 < \varepsilon_\alpha < 2$.

8.3. Алгоритмы для определения величин коэффициентов смещений зубчатых колес с заданными эксплуатационными свойствами

Важнейшим способом управления качеством зацепления является назначение таких значений коэффициентов смещения зуборезного инструмента при изготовлении зубчатых колес, при которых оно обладает необходимыми свойствами. Существуют различные системы назначения коэффициентов смещения, позволяющие как вписать зубчатые колеса в требуемые габаритные размеры передачи, так и обеспечить равномерное изнашивание профилей зубьев, увеличить контактную или изгибную прочность зубьев. Рассмотрим некоторые принципы назначения коэффициентов смещения, применяемые для управления качеством зацепления, обоб-

щая сведения, приведенные в литературе по зубчатым передачам и механизмам [6], [18], [28].

Если задача вписывания в требуемое межосевое расстояние не ставится, то коэффициенты смещения назначают из соображений повышения качества зацепления. С целью повышения сопротивляемости рабочих поверхностей разрушению от заедания зубьев и контактных напряжений рекомендуется назначать коэффициенты смещения x_1 и x_2 из условия

$$\begin{cases} x_1 = (x_\Sigma - y(z_2 - z_1)/(z_2 + z_1))/2; \\ x_2 = x_\Sigma - x_1. \end{cases} \quad (8.18)$$

Из этого диапазона значения x назначают с целью повышения прочности и износостойкости рабочих поверхностей. Например, для повышения контактной прочности зубьев могут быть назначены такие коэффициенты смещения, при которых полюс зацепления всегда находится в зоне двухпарного зацепления:

$$\begin{cases} x_1 = \begin{cases} 1/(1 + 0,086(z_1 - 19)^2), & z_1 \leq 19; \\ 0 & , z_1 > 19; \end{cases} \\ x_2 = -x_1. \end{cases} \quad (8.19)$$

Для повышения износостойкости рабочих поверхностей зубьев коэффициенты смещения могут быть назначены таким образом, чтобы выровнять коэффициенты удельных скольжений профилей зубьев на ножках зубьев шестерни и колеса:

$$\begin{cases} x_1 = (z_2 - 17)/(2,05z_2 - 7,3) + \Delta; \\ x_2 = -x_1, \end{cases} \quad (8.20)$$

где

$$\Delta = \begin{cases} -0,025(z_1 - 17), & z_1 \leq 17; \\ -0,015(z_1 - 17), & z_1 > 17. \end{cases} \quad (8.21)$$

Кроме указанных могут быть применены и другие системы назначения смещений. Рассмотренные системы могут быть объединены в общий алгоритм, схема которого приведена на рис. 8.6.

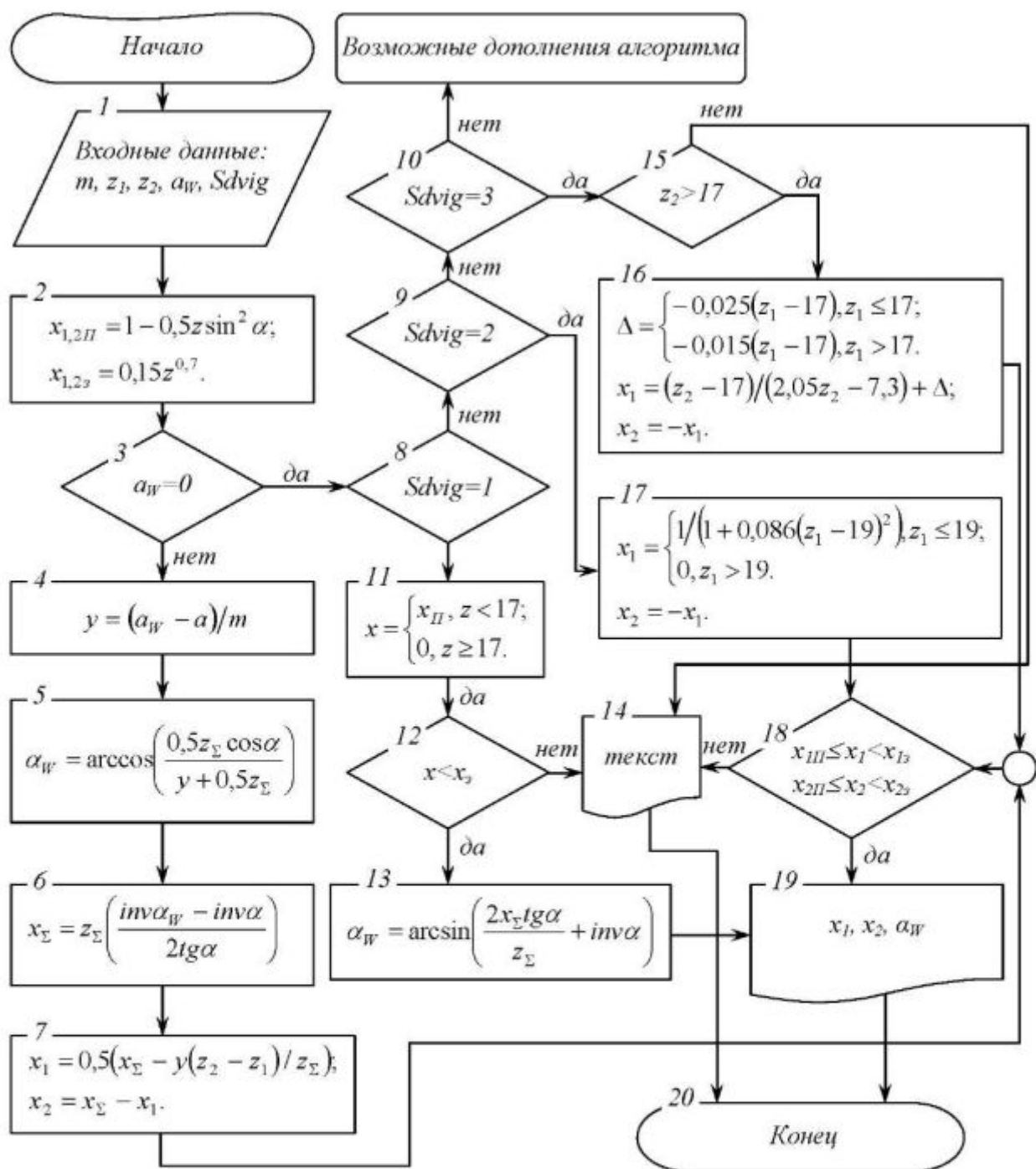


Рис. 8.6. Блок-схема алгоритма выбора коэффициентов смещений по различным критериям при изготовлении зубчатых колес (операторная функция KRKT)



Алгоритм имеет следующую структуру. В исходные данные кроме значений модуля m и чисел зубьев колес z_1 и z_2 входят значения переменных a_W и $SDVIG$, по которым выбирается система назначения ко-

коэффициентов смещения инструмента. В блоке 2 вводятся обозначения переменных, соответствующие предельным случаям процесса нарезания зубьев – подрезу ножек и заострению головок зубьев. Если $a_W \neq 0$ (блок 3), коэффициенты смещения выбираются из условия вписывания передачи в требуемое межосевое расстояние (последовательно переходя к зависимостям блоков 4–7, 18, 19, 20). Если $a_W = 0$ (блок 3), – управление алгоритмом передается для выбора таких коэффициентов смещения, при которых зацепление обладает требуемыми конструктором свойствами. Системам выбора коэффициентов смещения поставлены в соответствие значения переменной *SDVIG*. В зависимости от значений переменной *SDVIG* величины коэффициентов смещения выбирают по зависимостям, соответствующих определенным качественным требованиям к зацеплению. При значении переменной *SDVIG* = 1 величины коэффициентов смещения выбирают только из условия проверки граничных значений диапазона (7.33) (блоки 8, 11, 12, 13, 19, 20). При *SDVIG* = 2 их выбирают из условия повышения контактной прочности зубьев (блоки 9, 17, 18, 19, 20), а при *SDVIG* = 3 – из условия повышения износостойкости зубьев (блоки 10, 15, 16, 18, 19, 20). Придавая другие значения этой переменной, можно дополнить алгоритм другими системами назначения коэффициентов x_1 и x_2 . При невыполнении условий назначения коэффициентов смещения x_1 и x_2 по определенным критериям управление передается на блок 14 с выводом соответствующей информации.

Функция *KRKT*, приведенная в библиотеке программного обеспечения, реализует рассматриваемый алгоритм. Правила обращения с ней приведены в комментариях.



Синтаксис функции в Excel:

FuncKRKT(M, Z1, Z2, AW, SDVIG, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|------------------------|
| M | m | Модуль зацепления |
| Z1 | z_1 | Числа зубьев колес |
| Z2 | z_2 | |
| AW | a_W | Межосевое расстояние |
| SDVIG | $Sdvig$ | Управляющий параметр 1 |
| N | n | Управляющий параметр 2 |

Коэффициенты смещения выбираются:

1. Из условия вписывания в заданное межцентровое расстояние, в этом случае в исходных данных $\alpha_{ш}$ не равно нулю.
2. Из условий обеспечения требуемых качественных свойств зубчатого зацепления. В этом случае $\alpha_{ш}$ принимается равным нулю, а управление выбором системы коэффициентов смещения осуществляется управляющей переменной $Sdvig$.
 - 2.1. $Sdvig = 1$ – x_1 и x_2 назначаются из условия отсутствия подрезания и заострения зубьев.
 - 2.2. $Sdvig = 2$ – x_1 и x_2 назначаются из условия обеспечения нахождения полюса в зоне двухпарного зацепления (зубья в этом случае обладают повышенной контактной прочностью).
 - 2.3. $Sdvig = 3$ – x_1 и x_2 назначаются для обеспечения равенства коэффициентов удельных скольжений на ножках зубьев колес (поверхности зубьев в этом случае обладают повышенной износостойкостью).

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|--------------|--|
| 1 | x_1 | Коэффициенты смещения инструментальной рейки для колес 1 и 2 |
| 2 | x_2 | |
| 3 | $\alpha_{ш}$ | Угол зацепления передачи |

Для работы с подпрограммой *KRKT* необходимо получить зависимости для определения угла зацепления $\alpha_{ш}$ по значению его эвольвентной функции $inv\alpha_{ш}$. Для этого требуется решить трансцендентное уравнение

$$invx = \operatorname{tg}x - x. \quad (8.22)$$

Решают это уравнение методом итераций. Из выражения (8.22) следует:

$$x = \operatorname{arctg}(x + invx). \quad (8.23)$$

Принимая в правой части выражения (8.23) $x = x_i$, определим величину x_{i+1} . Задаваясь точностью δ определения x_{i+1} , проверим $(x_{i+1} - x_i) \leq \delta$. Если неравенство не выполняется, вычисляем новое значение x_{i+1} , если выполняется, – расчеты прекращаются. Для диапазона углов зацепления эвольвентных колес начальное значение x принимают в диапазоне $0 < x < \pi/2$, так как при $x = \pi/2$ функция $y = \operatorname{tg}x$ имеет разрыв. Подпрограмма *UGINV* реализует указанный алгоритм определения $\alpha_{ш}$ по значению $inv\alpha_{ш}$.



FuncUGLINV(INVX, X, D)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|---|
| INVX | inv x | Значение инволюты определяемого угла |
| X | x | Начальное значение угла при численном решении уравнения итерационным методом |
| D | δ | Задаваемая точность определения угла (точность до секунды обеспечивается при $\delta = 0,00001$) |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|--|
| α_W | Угол зацепления по значению его инволюты |

8.4. Пространственные зубчатые механизмы



В п. 7.6 и на рис. 7.8 показано, что если образующая основного цилиндра расположена под углом β к производящей прямой линии, то формируется *винтовая эвольвентная поверхность* зубьев. Такие зубчатые колеса называют *косозубыми* (рис. 8.7). Механизмы с косозубыми колесами относят к пространственным механизмам. Это связано с тем, что шаги зубьев, их толщины и профили зубьев в разных сечениях различны, в отличие от прямозубых колес. Если косозубую зубчатую рейку рассечь плоскостями в нормальном $n - n$, торцовом $s - s$, и осевом $a - a$ направлениях (рис. 8.8), то получим шаги зубьев в этих направлениях. Процесс нарезания зубьев прямозубых и косозубых колес одинаков и при их изготовлении используют стандартный зуборезный инструмент. Поэтому величины шагов зубьев P_n и модулей m_n в нормальных к эвольвентным поверхностям сечениях одинаковы. Из геометрических соотношений получим выражения для значений величин шагов и модулей в других сечениях:

$$\begin{cases} P_s = P_n / \cos \beta; & m_s = m_n / \cos \beta; \\ P_a = P_n / \sin \beta; & m_a = m_n / \sin \beta. \end{cases} \quad (8.24)$$

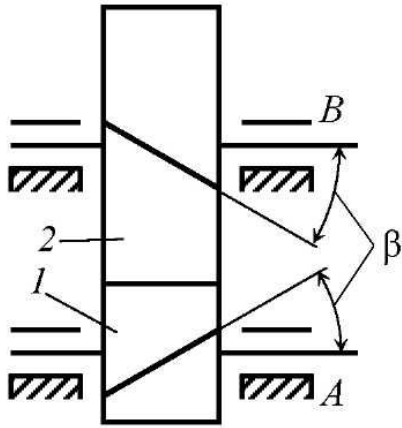


Рис. 8.7. Иллюстрация зацепления косозубых зубчатых колес

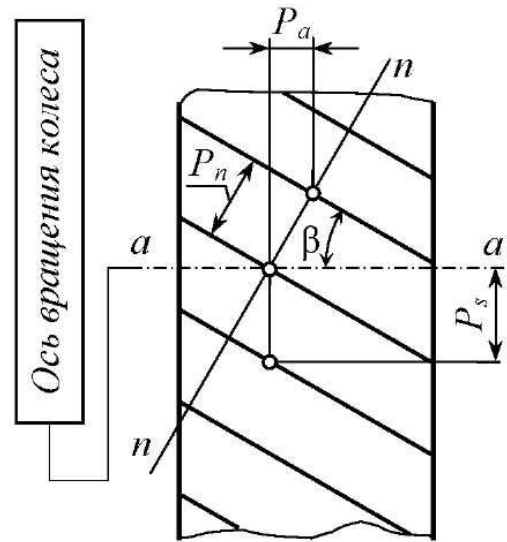


Рис. 8.8. Схема расположения зубьев на косозубой зубчатой рейке

В зависимостях (8.24) под углом β понимается угол наклона образующей зубьев к производящей линии по делительному цилиндру зубчатого колеса. Размеры зубьев прямозубых и косозубых колес в нормальном сечении полностью совпадают. Однако в практических расчетах размеры косозубых колес определяют в торцовом сечении. Из рис. 8.8 и зависимостей (8.24) следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha_s = \operatorname{tg} \alpha / \cos \beta. \quad (8.25)$$

Следовательно, геометрические размеры косозубых зубчатых колес могут быть определены по формулам для соответствующих размеров прямозубых зубчатых колес. Для этого необходимо подставлять в расчетные формулы вместо: $m = m_n$ – величину m_s ; α – величину α_s . По формулам для прямозубых зубчатых колес определяют размеры и для элементов зацепления косозубых зубчатых колес.

Длина дуги зацепления по основной окружности в косозубых зубчатых колесах равна длине активной части линии зацепления, – как и в прямозубых зубчатых колесах – только в торцевой плоскости. Если учитывать ширину колеса b_w , то полная длина дуги зацепления по основному цилиндру радиуса r_b будет равна (рис. 8.9):

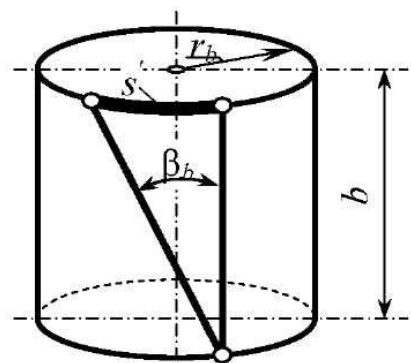


Рис. 8.9. Определение полной длины дуги зацепления по основному цилиндру косозубого зубчатого колеса


$$s = s_s + s', \quad (8.26)$$


где s_s – длина дуги зацепления в торцевой плоскости косозубого зубчатого колеса; $s' = b_W \cdot \operatorname{tg}\beta_b$ – приращение дуги зацепления из-за поворота торцов косозубого зубчатого колеса по его ширине b_W .

Тогда коэффициент перекрытия ε для зацепления косозубых зубчатых колес получим, разделив величины в зависимости (8.26) на величину шага по основной окружности:

$$\varepsilon = \frac{s_s + s'}{P_b} = \varepsilon_s + \frac{b_W \cdot \operatorname{tg}\beta_b}{\pi m_s \cos \alpha_s} = \varepsilon_s + \frac{b_W \cdot \operatorname{tg}\beta}{\pi m_s}. \quad (8.27)$$

Из этой зависимости следует, что коэффициент перекрытия для косозубых зубчатых колес зависит от ширины колеса и величины угла наклона зубьев.


 Следовательно, при прочих равных условиях в зацеплении косозубых зубчатых колес участвует большее число пар зубьев, чем в прямозубых зубчатых колесах, поэтому они способны передать большую мощность, чем прямозубые колеса. Например, в турбозубчатых агрегатах,

 применяемых в судовых силовых установках быстроходных кораблей, в приводах прокатных станков и т.п. машинах, ширина косозубых зубчатых колес достигает 2500 мм, при модуле зацепления $m = 5 \dots 8$ мм, при углах наклона зубьев $\beta = 45^\circ$. В таких случаях в передаче нагрузки участвуют до 40 пар зубьев. Так как зубья косозубых зубчатых колес постепенно входят в зацепление, то работу механизмов с косозубыми колесами отличает плавность движения, более низкий, по сравнению с механизмами с прямозубыми зубчатыми колесами, уровень динамических нагрузок, меньший шум. Поэтому косозубые зубчатые колеса применяют в приводах большой мощности.

ПРИМЕЧАНИЕ

Косозубые колеса применяют вместо прямозубых колес и при малой ширине колес. Это имеет место в приводах, где необходимо снизить шум при работе механизмов и повысить плавность движения. При этом с точки зрения изготовления трудоемкость изготовления прямозубых и косозубых зубчатых колес одинаковой ширины одинакова.

В механизмах с прямозубыми и косозубыми зубчатыми колесами геометрические оси колес параллельны. На практике широко применяют

 зубчатые механизмы со скрещивающимися и пересекающимися осями. Существует много разновидностей таких механизмов, в которых зубья зубчатых колес формируются коническими и цилиндрическими поверхностями, по которым перекачиваются производящие плоско-

сти с линиями разной формы, образующие эвольвентные винтовые поверхности. Зачастую эти механизмы применяют для воспроизведения специальных характеристик зацепления. Зубья таких зубчатых колес имеют сложную геометрию. Для их изготовления применяют специальные зуборезные станки с программным управлением. Свойства таких механизмов (гиперболоидных, гипоидных, спироидных и т.п.) изучают в специальной литературе. Мы рассмотрим свойства наиболее часто применяемых в машиностроении и приборостроении зубчатых механизмов со скрещающимися и пересекающимися осями.

В зацеплении зубьев зубчатых колес со скрещающимися осями их поверхности контактируют таким образом, что зубья соприкасаются в точке. Профильные поверхности зубьев изготавливают так, чтобы при передаче нагрузки образовывалось *пятно контакта*, по которому и распределяется передаваемая зубьями нагрузка. Вследствие этого передаваемое усилие распределяется по поверхности пятна контакта. Поэтому механизмы со скрещающимися осями зубчатых колес при теоретически точечном контакте зубьев могут иметь более высокую несущую способность по сравнению с механизмами с зубчатыми колесами с параллельными осями, – прямозубыми и косозубыми.

В связи с особенностями геометрии при точечном контакте винтовых эвольвентных поверхностей в теории зацепления вводится в рассмотрение понятие *начальных окружностей или цилиндров*, под которыми понимают окружности или цилиндры, проходящие через точки касания поверхностей зубьев. Это дает возможность в инженерных расчетах при определении размеров зубчатых колес не рассматривать строгие и сложные по структуре математические зависимости, вытекающие из теорем начертательной и дифференциальной геометрий, а использовать простые зависимости, вытекающие из теоремы зацепления.

Рассмотрим взаимодействие двух начальных цилиндров 1 и 2 , оси которых скрещаются под углом Δ , соприкасающихся между собой в точке W , (рис. 8.10). Проведем через образующие начальных цилиндров общую плоскость, на которой будет находиться и точка их касания. Проведем на этой плоскости через точку W линию $t-t$, которая составит с образующими цилиндров 1 и 2 углы β_1 и β_2 соответственно. Очевидно, что угол скрещивания осей колес равен: $\delta = \beta_1 + \beta_2$.

При перекатывании производящей плоскости по начальным цилиндрам 1 и 2 прямая линия $t-t$ образует соответственно правую и левую винтовые поверхности, с углами наклона к образующим цилиндров 1 и 2 равным β_1 и β_2 . Зубчатые колеса, зубья которых образованы этими вин-

товыми поверхностями, образуют **винтовую зубчатую передачу** с начальными цилиндрами 1 и 2. Каждое из зубчатых колес винтовой передачи ничем не отличается от косозубого колеса с соответствующим углом наклона зубьев. Векторы скоростей точек W_1 и W_2 направлены по касательным к начальным цилиндрам, и связаны векторным уравнением

$$\bar{v}_1 = \bar{v}_2 + \bar{v}_{12}. \quad (8.28)$$

В выражении (8.28) вектор \bar{v}_{12} является вектором скорости скольжения зубьев колес. Линия его действия совпадает с линией $t-t$. Рассматривая векторный треугольник (см. рис. 8.10), получим

$$\begin{aligned} v_1 / \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right) &= v_2 / \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right); \\ v_1 / \cos\beta_2 &= v_2 / \cos\beta_1, \end{aligned}$$

откуда следует

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}. \quad (8.29)$$

Винтовые зубчатые колеса обычно изготавливают без смещения инструмента, поэтому делительные и начальные цилиндры колес совпадают. Так как нормаль перпендикулярна к образующей винтовой линии зубьев колес, то модули зацепления колес в нормальном сечении равны: $m_{n1} = m_{n2} = m_n$.

В общем случае углы наклона зубьев колес β_1 и β_2 не одинаковы, поэтому торцовые модули зубчатых колес будут различны: $m_{s1} = m_n / \cos\beta_1$; $m_{s2} = m_n / \cos\beta_2$. Все размеры винтовых колес определяются по формулам для косозубых зубчатых колес. На рис. 8.11 показано зацепление пары винтовых колес.

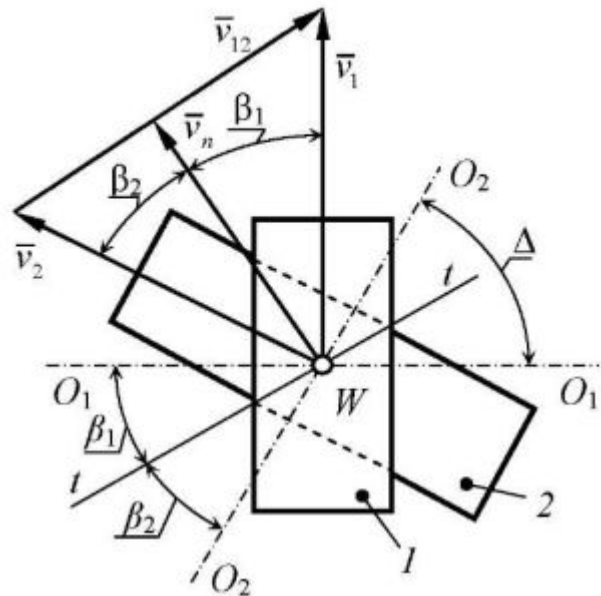


Рис. 8.10. Взаимодействие двух начальных цилиндров со скрещивающимися осями



Рис. 8.11. Винтовые зубчатые колеса

Передаточное отношение винтовой передачи равно

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1 r_2}{r_1 v_2} \quad \text{или} \quad i_{12} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}. \quad (8.30)$$

Из формулы (8.30) видно, что у винтовых колес передаточное отношение не равняется обратному соотношению радиусов начальных окружностей. Предполагая, что винтовые зубчатые колеса изготовлены без смещения, получим

$$i_{12} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} = \frac{m_n z_2}{2 \cos \beta_2} \cdot \frac{2 \cos \beta_1}{m_n z_1} \cdot \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (8.31)$$

Следовательно, у винтовых колес, как и у других зубчатых колес, передаточное отношение равно обратному отношению чисел зубьев колес. Однако, меняя углы наклона зубьев на начальных цилиндрах можно регулировать величины скоростей скольжения, добиваясь уменьшения износа поверхностей зубьев. Из-за наличия значительной скорости скольжения зубьев в точке контакта поверхности зубьев винтовых колес сильно изнашиваются, что ограничивает их применение при передаче больших мощностей. Поэтому винтовые передачи наибольшее применение нашли в приборостроении – особенно в радиотехнике, – где отсутствуют большие моменты сопротивления движению звеньев.

Наибольшее распространение из винтовых передач в машиностроении получили **червячные передачи**. Червячная передача является разновидностью винтовой передачи, у которой угол скрещивания осей колес равен $\pi/2$, число зубьев одного из колес – червяка – принимается очень малым – обычно в диапазоне $z_q = 1 \dots 4$. Из-за этого угол наклона зубьев червяка становится большим – β_q может достигать 87° при нарезании зубьев стандартным инструментом. Малое число зубьев червяка позволяет достигнуть в приводе механизма в соответствии с зави-

симостью (8.31) больших передаточных отношений применением только одной пары зубчатых колес.

На рис. 8.12 *а, б* приведены кинематические схемы червячных механизмов. Начальные цилиндры червяка и червячного колеса касаются в

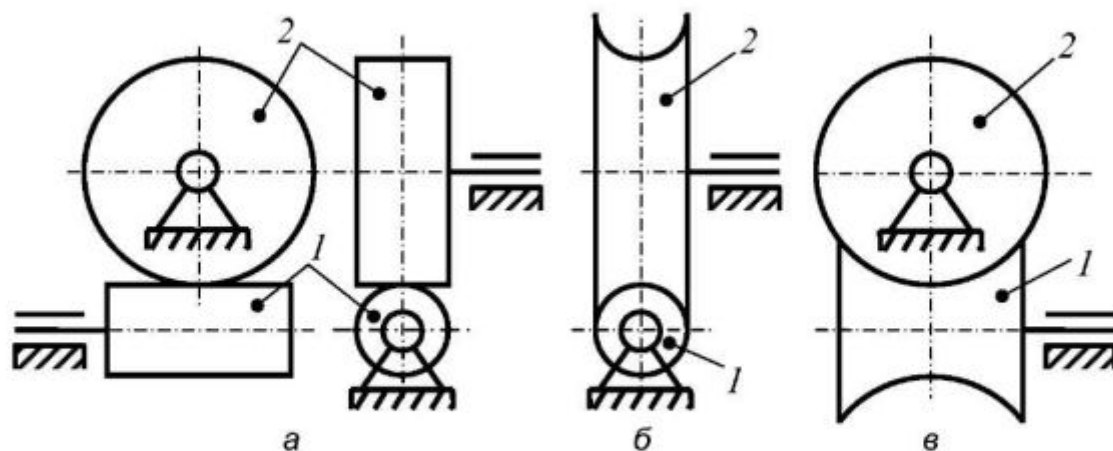


Рис. 8.12. Кинематические схемы червячных механизмов

точке (*а*). Для увеличения угла обхвата червяка зубьями червячного колеса поверхности его окружности впадин придаетcя специальная форма при изготовлении на зубофрезерных станках с фрезами, выполненными по форме сопрягаемых с червячным колесом червяков (*б*). В этом случае контакт начальных поверхностей получается линейчатым, что улучшает эксплуатационные характеристики зацепления. Для еще большего увеличения дуги обхвата применяют *глобоидные червяки* (*в*), начальная поверхность которых имеет форму гиперboloида.

Обычно в червячных передачах ведущим звеном является *червяк*. Для определения геометрических размеров колес червячных передач принято использовать не угол наклона зубьев червяка $\beta_{\text{ч}}$, а дополняющий его до $\pi/2$ угол подъема винтовой линии λ . Число зубьев червяка называют *числом заходов*. Оно равно числу винтовых поверхностей, образующих поверхности зубьев червяка. В зависимости от способа изготовления червяка профили его зубьев в осевом и торцовом сечениях могут быть разными: прямолинейными, эвольвентными и др. Это зависит от того, какими эксплуатационными свойствами должна обладать передача.

Для червячной передачи справедливы все соотношения полученные для винтовых колес. Однако для них приняты некоторые особенности при определении геометрических размеров, которые охвачены стандартами. Так как угол скрещивания осей колес равен $\delta = \pi/2$, то угол подъема винтовой линии червяка будет равен:

$$\lambda_1 = \pi/2 - \beta_1 = \beta_2.$$

Тогда торцевые модули червяка и колеса будут равны:

$$m_{s1} = m_n / \sin \lambda_1, \quad m_{s2} = m_n / \cos \lambda_1. \quad (8.32)$$

Торцевой модуль червячного колеса называют модулем червячной передачи и обозначают просто m . Он является расчетным модулем, через который определяют все размеры зацепления. Следует помнить, что в червячной передаче, как и в винтовой, только нормальные модули колес равны друг другу. При $\delta = \pi/2$: $m_{a1} = m_{s2} = m$, $m_{s1} = m_{a2}$. Тогда получим для торцевого модуля червяка:

$$m_{s1} = m_n / \sin \lambda_1 = m_{s2} \cos \lambda_1 / \sin \lambda_1 = m / \operatorname{tg} \lambda_1. \quad (8.33)$$

Диаметры делительных окружностей червяка и червячного колеса получим (рис. 8.13):

$$\begin{cases} d_1 = m_{s1} \cdot z_1 = m z_1 / \operatorname{tg} \lambda_1; \\ d_2 = m z_2. \end{cases} \quad (8.34)$$

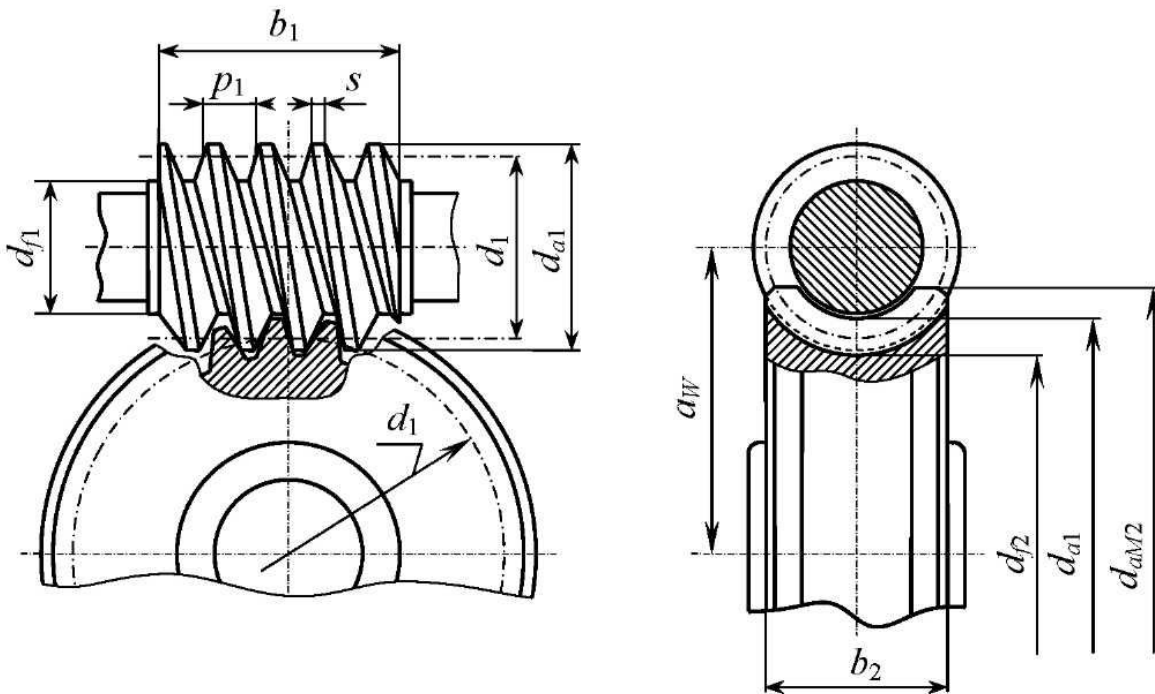


Рис. 8.13. Основные параметры механизма червячной передачи

Выражение $z_1/tg\lambda_1$ принято обозначать через число q . Его значения стандартизованы для общего ряда червячных редукторов общемашиностроительного применения. В машиностроительных приводах обычно применяют диапазон изменения $q = 8...13$. Следовательно, диаметр делительной окружности червяка равен

$$d_1 = mq. \quad (8.35)$$



Поэтому под q обычно понимают диаметр делительной окружности червяка, выраженный в модулях.

Диаметры окружностей впадин и вершин окружностей червяка и червячного колеса определяют по таким же формулам, как и для косозубых колес, учитывая, что смещения инструмента при изготовлении червяка и колеса не применяют. Межцентровое расстояние для червячной передачи определяют по формуле

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(q + z_2)}{2}. \quad (8.36)$$

Как и для всех винтовых передач, для червячных передач важным эксплуатационным показателем является величина скорости скольжения. Величину скорости скольжения, учитывая угол подъема винтовой линии червяка, получим (см. рис. 8.10)

$$v_{ск} = v_{12} = \frac{v_1}{\cos \lambda_1},$$

где v_1 – окружная скорость на делительном цилиндре червяка. Развернув винтовую поверхность, образующую зуб червяка, получим (рис. 8.14)

$$\cos \lambda_1 = \frac{\pi m q}{\pi m \sqrt{z_1^2 + q^2}} = \frac{q}{\sqrt{z_1^2 + q^2}}. \quad (8.37)$$

Тогда величину скорости скольжения определим из выражения

$$v_{ск} = \frac{v_1}{\cos \lambda_1} = \frac{v_1}{q} \sqrt{z_1^2 + q^2}.$$

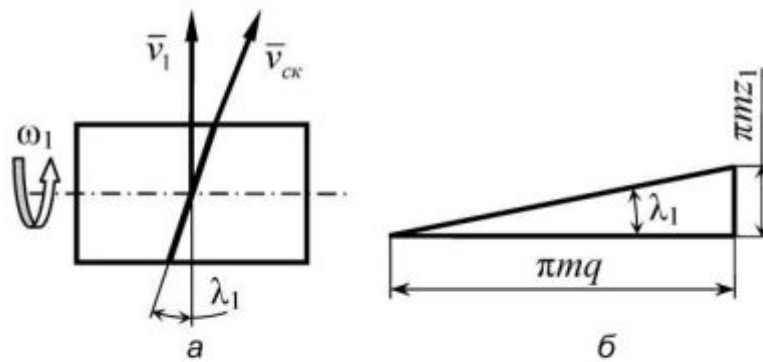


Рис. 8.14. К определению скорости скольжения в зацеплении зубьев червячной передачи

Выражая окружную скорость через угловую скорость и геометрические размеры червяка, получим

$$v_{ск} = \frac{\omega_1 m}{2} \sqrt{z_1^2 + q^2} . \quad (8.38)$$

Червячные передачи применяют для значительного снижения угловой скорости колеса по сравнению со скоростью червяка. Обычно червяк соединяется муфтой с валом электродвигателя. Поэтому, как следует из зависимости (8.38), величины скорости скольжения достигают больших значений. Это вызывает сильный износ рабочих поверхностей зубьев, поэтому обод червячного колеса изготавливают из материалов с высокими антифрикционными свойствами (обычно – из оловянистых бронз). Работа червячной передачи сопровождается большим выделением тепла, что требует применения специальной конструкции корпуса передачи и обильной смазки. На рис. 8.15 приведены примеры конструктивных схем червячной и глобоидной передач.

Для передачи вращения между пересекающимися осями применяют **конические передачи**, у зубчатых колес которых эвольвентные поверхности зубьев образованы перекатыванием производящих плоскостей по основным конусам. В зависимости от типа линии на производящей плоскости,

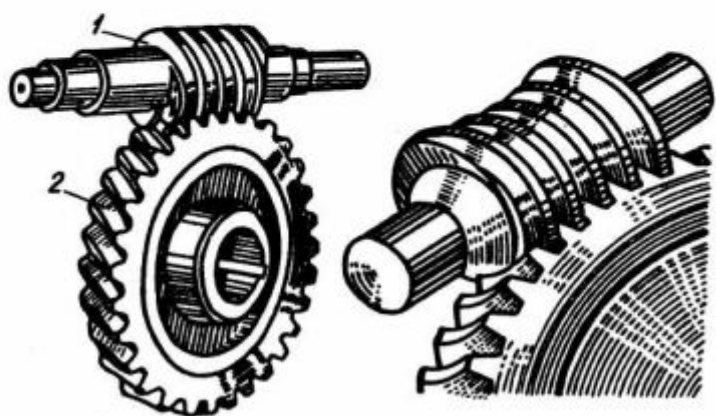



Рис. 8.15. Червячная и глобоидная передачи

при перекачивании которой по основным конусам формируются эвольвентные поверхности зубьев разной формы – прямые, косые, круговые и т.п. Наибольшее распространение в машиностроении получили прямозубые конические зубчатые передачи. Это объясняется простотой их изготовления, широким распространением зуборезных станков для изготовления конических зубчатых колес с прямыми зубьями. Следует иметь в виду, что зуборезные станки для изготовления конических зубчатых колес с другими формами зубьев имеют очень сложные кинематические схемы и конструкции, высокую стоимость. Конические зубчатые колеса с непрямым зубом стоят на порядок дороже, чем прямозубые колеса того же модуля.

На рис. 8.16 показаны начальные конусы 1 и 2, перекачиваемые друг по другу. Прямозубые конические колеса будут контактировать по общей образующей начальных конусов OW .

 Расстояние $L = OW$ называют конусным расстоянием, практическое значение b которого равно длине соприкасающихся образующих усеченных начальных конусов реальных зубчатых колес, а величину b/L называют степенью полноты конических зубчатых колес, диапазон изменения которой обычно для машиностроения равен $0,25 \dots 0,5$.

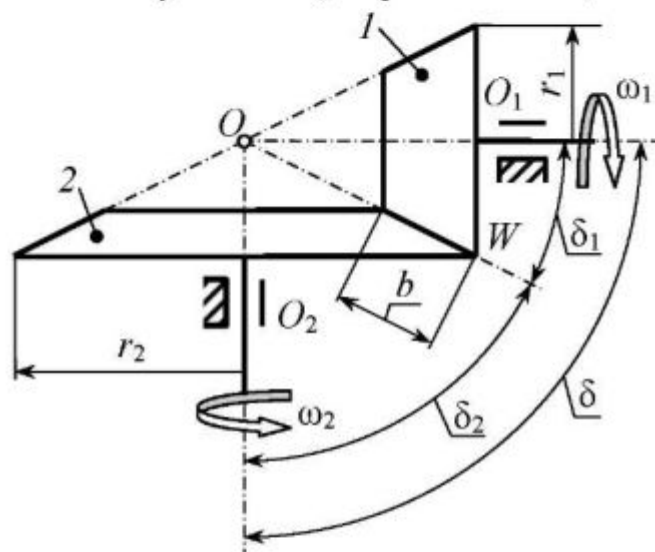


Рис. 8.16. Зацепление конических зубчатых колес

Расстояния $O_1W = r_1$ и $O_2W = r_2$, называют радиусами начальных окружностей, которые принято измерять по наибольшим основаниям начальных конусов. Также рассматривают средние радиусы начальных конусов, замеряемые по серединам усеченных конусов. Кинематика начальных конусов ничем не отличается от кинематики конических катков и передаточное отношение для них может быть записано:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}, \quad (8.39)$$

где $\delta = \delta_1 + \delta_2$.

Из геометрии прямоугольных треугольников ΔOO_1W и ΔOO_2W получим выражения для определения величин средних радиусов начальных конусов:

$$\begin{cases} r_{cpl} = r_1 \cdot \frac{L-b/2}{L} = r_1 \left(1 - \frac{b}{2L}\right); \\ r_{cpl} = r_1 \cdot \frac{L-b/2}{L} = r_1 \left(1 - \frac{b}{2L}\right). \end{cases} \quad (8.40)$$

Стандартным модулем для конических зубчатых колес является модуль, соответствующий шагу зубьев по начальным окружностям. При расчетах зубьев конических зубчатых колес на прочность используют *средний модуль зацепления*, величина которого, в соответствии с зависимостью (8.40) определится (8.40):



$$m_{cp} = m(1 - b/2L). \quad (8.41)$$

Из зависимости (8.15) получим, используя геометрические преобразования:

$$i_{12} = \frac{\sin(\delta - \delta_1)}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \delta \cdot \cos \delta_1 - \cos \delta \cdot \sin \delta_1}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \delta_1} - \cos \delta. \quad (8.41)$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \sin \delta / i_{12} + \cos \delta. \quad (8.42)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = i_{12} \cdot \sin \delta / 1 + i_{12} \cdot \cos \delta. \quad (8.43)$$

Для случая, когда $\delta = \pi/2$, из формул (8.42) и (8.43) получим

$$\operatorname{tg} \delta_1 = 1/i_{12}; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = i_{12}. \quad (8.44)$$

Формулы для определения геометрических размеров конических зубчатых колес по своей структуре сложнее формул для цилиндрических зубчатых колес. Это объясняется тем, что они учитывают форму эвольвентной поверхности и способы изготовления зубчатых колес, так как от характера станочного зацепления инструмента с заготовкой зависят размеры элементов зубьев. При геометрических расчетах конических зубчатых колес целесообразно пользоваться справочной литературой. Если размеры зубьев необходимы для выполнения их прочностного расчета, то можно пользоваться приближенными зависимостями, приводимыми в книгах и учебниках по расчету деталей машин.

На рис. 8.17 приведены примеры прямозубой (см. рис. 8.17, а), козозубой (см. рис. 8.17, б) конических передач и конической передачи со скрещивающимися осями и криволинейными зубьями (см. рис. 8.17, в).

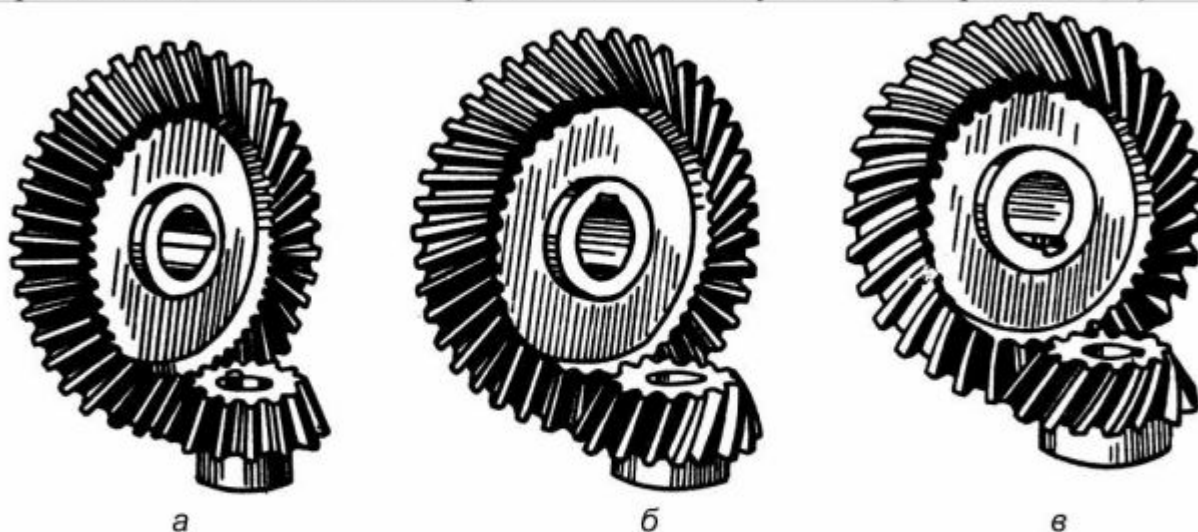



Рис. 8.17. Конические зубчатые колеса с зубьями разной формы

8.5. Алгоритмы геометрических расчетов передач зацеплением

Геометрические расчеты выполняют в соответствии с формулами, полученными для различных способов зацепления зубчатых колес.

 Зубчатые колеса наружного зацепления (см. рис. 8.1) чаще всего нарезают инструментом реечного типа – зубчатой рейкой или червячной фрезой. Зубчатые колеса внутреннего зацепления (см. рис. 8.2) нарезают долбьяками [1, 6]. В зависимости от задач расчета определению подлежат различные размеры зубчатых колес. В табл. 8.1 приведены зависимости для определения основных размеров зубчатых колес наружного зацепления, необходимые для выполнения кинематических и прочностных расчетов. Эти зависимости реализуются операторной функцией *GMTZK*, входные и выходные параметры которой приведены в нижней строке таблицы.

На рис. 8.18 приведены результаты вычислений по алгоритму, реализуемому операторной функцией *GMTZK* при разных коэффициентах смещения.

Таблица 8.1 – Основные размеры зубчатых колес наружного зацепления

| № | Параметр | Формула |
|--|-------------|---|
| Диаметры окружностей: | | |
| 1 | Делительная | $d = mz / \cos \beta$ |
| 2 | Основная | $d_b = d \cos \alpha$ |
| 3 | Впадин | $d_f = d - 2m(h_a^* + c^* - x)$ |
| 4 | Вершин | $d_a = d + 2m(h_a^* + x)$ |
| Толщина зубьев на окружностях: | | |
| 5 | Делительная | $s = \pi m / 2 + 2xmtg\alpha$ |
| 6 | Основная | $s_b = d_b(s/d + inv\alpha)$ |
| 7 | Вершин | $s_a = d_b(s/d + inv\alpha - \alpha_a)$ |
| $GMTZK(m, z, \beta, x, d, s, d_b, s_b, d_a, s_a, d_f)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncGMTZK(M, Z, BETA, X, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|----------------------|
| M | m | Модуль зацепления |
| Z | z | Число зубьев |
| BETA | β | Угол наклона зубьев |
| X | x | Коэффициент смещения |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|--|
| 1 | d | Диаметр делительной окружности |
| 2 | s | Толщина зуба по делительной окружности |
| 3 | d_b | Диаметр основной окружности |
| 4 | s_b | Толщина зуба по основной окружности |
| 5 | d_a | Диаметр окружности вершин |
| 6 | s_a | Толщина зуба по окружности вершин |
| 7 | d_f | Диаметр окружности впадин |

| Исходные данные 1 | | |
|--|--------------------|-----------------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 4,000 |
| Число зубьев | z | 20,000 |
| Угол наклона зубьев | β | 0,000 |
| Кэффициент смещения | x | 0,000 |
| Результат расчета 1 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Диаметр делительной окружности | d | 80,000 |
| Толщина зуба по делительной окружности | s | 6,283 |
| Диаметр основной окружности | d_b | 75,175 |
| Толщина зуба по основной окружности | s_b | 7,025 |
| Диаметр окружности вершин | d_a | 88,000 |
| Толщина зуба по окружности вершин | s_a | 2,780 |
| Диаметр окружности впадин | d_f | 70,000 |

a

| Исходные данные 2 | | |
|--|--------------------|-----------------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 4,000 |
| Число зубьев | z | 20,000 |
| Угол наклона зубьев | β | 0,175 |
| Кэффициент смещения | x | 0,000 |
| Результат расчета 2 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Диаметр делительной окружности | d | 81,234 |
| Толщина зуба по делительной окружности | s | 6,283 |
| Диаметр основной окружности | d_b | 76,196 |
| Толщина зуба по основной окружности | s_b | 7,171 |
| Диаметр окружности вершин | d_a | 88,000 |
| Толщина зуба по окружности вершин | s_a | 3,542 |
| Диаметр окружности впадин | d_f | 71,234 |

б

| Исходные данные 3 | | |
|--|-------------|----------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 4,000 |
| Число зубьев | z | 20,000 |
| Угол наклона зубьев | β | 0,175 |
| Кэффициент смещения | x | 1,000 |
| Результат расчета 3 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Диаметр делительной окружности | d | 81,234 |
| Толщина зуба по делительной окружности | s | 9,240 |
| Диаметр основной окружности | d_b | 76,196 |
| Толщина зуба по основной окружности | s_b | 9,987 |
| Диаметр окружности вершин | d_a | 96,000 |
| Толщина зуба по окружности вершин | s_a | 1,784 |
| Диаметр окружности впадин | d_f | 79,234 |

6

| Исходные данные 4 | | |
|--|-------------|----------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 4,000 |
| Число зубьев | z | 20,000 |
| Угол наклона зубьев | β | 0,175 |
| Кэффициент смещения | x | -1,000 |
| Результат расчета 4 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Диаметр делительной окружности | d | 81,234 |
| Толщина зуба по делительной окружности | s | 3,327 |
| Диаметр основной окружности | d_b | 76,196 |
| Толщина зуба по основной окружности | s_b | 4,355 |
| Диаметр окружности вершин | d_a | 80,000 |
| Толщина зуба по окружности вершин | s_a | 3,749 |
| Диаметр окружности впадин | d_f | 63,234 |

2

Рис. 8.18. Результаты определений размеров зубчатых колес при разных коэффициентах смещения при обращении к операторной функции GMTZK

Для колес, находящихся в наружном зацеплении, необходимо определить ряд параметров, характеризующих качество зацепления. Формулы для их определения приведены в табл. 8.2. Там же приведена операторная функция *GMZPC*, реализующая эти зависимости.

Таблица 8.2 – Основные размеры эвольвентного наружного зацепления

| № | Параметр | Формула |
|--|--------------------------------------|--|
| 1 | Угол профиля | $\alpha_t = \arctg(\operatorname{tg}\alpha / \cos\beta)$ |
| 2 | Делительное межосевое расстояние | $a = m(z_1 + z_2)/(2 \cos\beta)$ |
| 3 | Коэффициент суммарного смещения | $x_\Sigma = x_1 + x_2$ |
| 4 | Угол зацепления | $\operatorname{inv}\alpha_w = 2x_\Sigma \operatorname{tg}\alpha / (z_1 + z_2) + \operatorname{inv}\alpha_t$ |
| 5 | Межосевое расстояние | $a_w = ((z_1 + z_2)m \cos\alpha_t) / (2 \cos\beta \cos\alpha_w)$ |
| 6 | Коэффициент воспринимаемого смещения | $y = (a_w - a) / m$ |
| 7 | Коэффициент уравнивающего смещения | $x_{yp} = x_\Sigma - y$ |
| 8 | Коэффициент перекрытия | $\varepsilon = \frac{z_1 \operatorname{tg}\alpha_{a1} + z_2 \operatorname{tg}\alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \operatorname{tg}\alpha_w}{2\pi} + \frac{b \sin\beta}{\pi m}$ |
| $GMZPC(m, z_1, z_2, \beta, x_1, x_2, b \# \alpha_t, a, x_\Sigma, \alpha_w, a_w, y, x_{yp}, \varepsilon)$ | | |



Синтаксис функции в Excel:

FuncGMZPC(M, Z1, Z2, BETA, X1, X2, BW, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|--------------------------------|
| M | m | Модуль зацепления |
| Z1 | z_1 | Числа зубьев колес |
| Z2 | z_2 | |
| BETA | β | Угол наклона зубьев |
| X1 | x_1 | Коэффициенты смещения |
| X2 | x_2 | |
| BW | b_w | Рабочая ширина зубчатого венца |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|---------------|--------------------------------------|
| 1 | α_t | Угол профиля |
| 2 | a | Делительное межосевое расстояние |
| 3 | x_Σ | Коэффициент суммарного смещения |
| 4 | α_W | Угол зацепления |
| 5 | a_W | Межосевое расстояние |
| 6 | y | Коэффициент воспринимаемого смещения |
| 7 | x_{yp} | Коэффициент уравнивающего смещения |
| 8 | ε | Коэффициент перекрытия |



На рис. 8.19 приведены результаты вычислений геометрических размеров при следующих обращениях к операторной функции *GMZPC*:

$$GMZPC(5.0,11.0,26.0,0.0,0.0,0.0,30.0\#\alpha_t, a, x_\Sigma, \alpha_W, a_W, y, x_{yp}, \varepsilon);$$

$$GMZPC(7.0,18.0,60.0,(\pi/180 \cdot 16),0.0,0.0,100.0\#\alpha_t, a, x_\Sigma, \alpha_W, a_W, y, x_{yp}, \varepsilon).$$

Операторная функция *GMZVN*, реализующая зависимости для геометрического расчета колес внутреннего эвольвентного зацепления (см. рис. 8.2), реализует зависимости для определения размеров колес и параметры эвольвентного зацепления их зубьев, приведенные в табл. 8.3.

Формулы учитывают особенности нарезания внутренних зубьев долбяком, – специальным зуборезным инструментом, имеющим форму зубчатого колеса. Геометрические параметры станочного зацепления колеса с внутренними зубьями и долбяка приведены в табл. 8.4.

| Исходные данные 1 | | |
|-------------------------------------|----------------------|----------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 5,000 |
| Число зубьев шестерни | z_1 | 11,000 |
| Число зубьев колеса | z_2 | 26,000 |
| Угол наклона зубьев | β | 0,000 |
| Кэффициент смещения шестерни | x_1 | 0,500 |
| Кэффициент смещения колеса | x_2 | 0,500 |
| Рабочая ширина зубчатого венца | b_w | 30,000 |
| Результат расчета 1 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Угол профиля | α_r | 0,349 |
| Делительное межосевое расстояние | a | 92,500 |
| Кэффициент суммарного смещения | x_Σ | 1,000 |
| Угол зацепления | α_w | 0,456 |
| Межосевое расстояние | a_w | 96,832 |
| Кэффициент воспринимаемого смещения | y | 0,866 |
| Кэффициент уравнивающего смещения | Δy | 0,134 |
| Кэффициент перекрытия | ε_α | 1,201 |

a

| Исходные данные 2 | | |
|-------------------------------------|----------------------|----------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 7,000 |
| Число зубьев шестерни | z_1 | 18,000 |
| Число зубьев колеса | z_2 | 60,000 |
| Угол наклона зубьев | β | 0,279 |
| Кэффициент смещения шестерни | x_1 | 0,000 |
| Кэффициент смещения колеса | x_2 | 0,000 |
| Рабочая ширина зубчатого венца | b_w | 100,000 |
| Результат расчета 2 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Угол профиля | α_r | 0,362 |
| Делительное межосевое расстояние | a | 284,002 |
| Кэффициент суммарного смещения | x_Σ | 0,000 |
| Угол зацепления | α_w | 0,362 |
| Межосевое расстояние | a_w | 283,995 |
| Кэффициент воспринимаемого смещения | y | -0,001 |
| Кэффициент уравнивающего смещения | Δy | 0,001 |
| Кэффициент перекрытия | ε_α | 2,728 |

b

Рис. 8.19. Результаты вычислений геометрических размеров зубчатых колес наружного зацепления при обращении к операторной функции GMZPC

Таблица 8.3 – Основные размеры зубчатых колес при эвольвентном внутреннем зацеплении

| № | Параметр | Формула |
|--|---------------------------------------|---|
| 1 | Делительное межосевое расстояние | $a = m(z_2 - z_1)/2$ |
| 2 | Коэффициент суммарного смещения | $x_\Sigma = x_2 - x_1$ |
| 3 | Угол зацепления | $inv\alpha_W = 2x_\Sigma tg\alpha / (z_2 - z_1) + inv\alpha$ |
| 4 | Межосевое расстояние | $a_W = a \cos\alpha / \cos\alpha_W$ |
| 5 | Коэффициент воспринимаемого смещения | $y = (a_W - a)/m$ |
| 6 | Коэффициент уравнивающего смещения | $x_{yp} = x_\Sigma - y$ |
| Диаметры окружностей: | | |
| 7 | Делительных | $d_{1,2} = mz_{1,2}$ |
| 8 | Вершин зубьев шестерни | $d_{a1} = d_1 + 2m(h_a^* + x_1 + y - y_0)$ |
| 9 | Вершин зубьев колеса | $d_{a2} = d_2 - 2m(h_a^* - x_2 + y - k_2)$ |
| 10 | Впадин зубьев шестерни | $d_{f1} = d_1 - 2m(h_a^* + c^* - x_1)$ |
| 11 | Впадин зубьев колеса | $d_{f2} = 2d_{W02} + d_{a0}$ |
| 12 | Высота зубьев: | |
| | шестерни | $h_1 = (d_{a1} - d_{f2})/2$ |
| | колеса | $h_2 = (d_{f2} - d_{a2})/2$ |
| 13 | Профильный угол на окружностях вершин | $\alpha_{a1,a2} = \arccos(mz_{1,2} \cos\alpha / d_{a1,a2})$ |
| 14 | Толщины зубьев по окружностям вершин | $s_{a1,a2} = d_{a1,a2} (\pi/2 \pm 2x_{1,2} tg\alpha) z_{1,2} \pm inv\alpha_W \mp inv\alpha_{a01,2}$ |
| 15 | Коэффициент перекрытия | $\epsilon_\alpha = (z_1 tg\alpha_{a1} - z_2 tg\alpha_{a2}) + (z_2 - z_1) tg\alpha_W / 2\pi$ |
| $GMZVN(m, z_1, z_2, x_1, x_2, z_{02}, d_0, x_0, d_{a0} \# a, x_\Sigma, \alpha_W, a_W, d_1, d_2, y, x_{yp}, d_{a1}, d_{a2}, d_{f1}, d_{f2}, h_1, h_2, s_{a1}, s_{a2}, \epsilon_\alpha)$ | | |



FuncGMZVN(M, Z1, Z2, X1, X2, Z02, D0, X0, DA0, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|--|
| M | m | Модуль зацепления |
| Z1 | z_1 | Числа зубьев колес |
| Z2 | z_2 | |
| X1 | x_1 | Коэффициенты смещения |
| X2 | x_2 | |
| Z02 | z_{02} | Число зубьев долбяка |
| D0 | d_0 | Делительный диаметр долбяка |
| X0 | x_0 | Коэффициент смещения исходного контура |
| DA0 | d_{a0} | Диаметр вершин долбяка |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|------------------------|---|
| 1 | a | Делительное межосевое расстояние |
| 2 | x_{Σ} | Коэффициент разности смещений |
| 3 | α_W | Угол зацепления |
| 4 | a_W | Межосевое расстояние |
| 5 | d_1 | Делительные диаметры колес 1 и 2 |
| 6 | d_2 | |
| 7 | y | Коэффициент воспринимаемого смещения |
| 8 | $x_{вр}$ | Коэффициент уравнивающего смещения |
| 9 | d_{a1} | Диаметры вершин зубьев колес 1 и 2 |
| 10 | d_{a2} | |
| 11 | d_{f1} | Диаметры впадин зубьев колес 1 и 2 |
| 12 | d_{f2} | |
| 13 | h_1 | Высота зуба колес 1 и 2 |
| 14 | h_2 | |
| 15 | s_{a1} | Толщина зубьев колес 1 и 2 по окружности вершин |
| 16 | s_{a2} | |
| 17 | ε_{α} | Коэффициент перекрытия |

Таблица 8.4 – Геометрические параметры станочного зацепления колеса с внутренними зубьями и долбяка

| № | Параметр | Формула |
|---|---|--|
| 1 | Угол станочного зацепления колеса и долбяка | $inv\alpha_{02} = 2(x_2 - x_0)tg\alpha / (z_2 - z_{02}) + inv\alpha$ |
| 2 | Межосевое расстояние в станочном зацеплении | $a_{w02} = (z_2 - z_{02})m \cos\alpha / 2 \cos\alpha_{02}$ |
| 3 | Коэффициент воспринимаемого смещения | $y_{02} = a_{w02} / m - (z_2 - z_{02}) / 2$ |
| 4 | Коэффициент уравнивающего смещения | $\Delta y_{02} = x_2 - x_{02} - y_{02}$ |
| 5 | Вспомогательный параметр | $k_2 = 0,25 - 0,125x_2$ |



На рис. 8.20 приведены результаты расчета колес с внутренним зацеплением реализацией операторной функции *GMZVN* для следующих значений входных параметров:

$$GMZVN(3.0,16,51,0.25,0.25,25,75,0.17,83.8\#$$

$$a, x_{\Sigma}, \alpha_w, a_w, d_1, d_2, y, x_{yp}, d_{a1}, d_{a2}, d_{f1}, d_{f2}, h_1, h_2, s_{a1}, s_{a2}, \varepsilon_{\alpha});$$

$$GMZVN(3.0,25,31,0.17,0.17,0.25,75,0.17,83.8\#$$

$$a, x_{\Sigma}, \alpha_w, a_w, d_1, d_2, y, x_{yp}, d_{a1}, d_{a2}, d_{f1}, d_{f2}, h_1, h_2, s_{a1}, s_{a2}, \varepsilon_{\alpha}).$$

При наличии в кинематической цепи механизма червячной передачи (рис. 8.21) геометрический расчет элементов зацепления червячных колес выполняют по зависимостям, приведенным в табл. 8.5. На рис. 8.22



приведены результаты геометрического расчета элементов червячного зацепления с использованием операторной функции *CHRVC*:

$$CHRVC(8.0,10,2,39,200.0\#x, d_1, d_2, d_w, \gamma, \gamma_w, h_1, h_{a1}, d_{a1}, d_{a2}, d_{aM2}, b_1, b_2, R)$$

| Исходные данные 1 | | |
|--|----------------------|----------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 3,000 |
| Число зубьев шестерни | z_1 | 16,000 |
| Число зубьев колеса | z_2 | 51,000 |
| Коэффициент смещения шестерни | x_1 | 0,250 |
| Коэффициент смещения колеса | x_2 | 0,250 |
| Число зубьев долбяка | z_{02} | 25,000 |
| Делительный диаметр долбяка | d_0 | 75,000 |
| Коэффициент смещения исходного контура | x_0 | 0,170 |
| Диаметр вершин | b_w | 83,800 |
| Результат расчета 1 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Делительное межосевое расстояние | a | 52,5000 |
| Коэффициент разности смещений | x_a | 0,0000 |
| Угол зацепления | α_w | 0,3490 |
| Межосевое расстояние | a_w | 52,4986 |
| Делительный диаметр шестерни | d_1 | 48,0000 |
| Делительный диаметр колеса | d_2 | 153,0000 |
| Коэффициент воспринимаемого смещения | y | -0,0005 |
| Коэффициент уравнивающего смещения | Δy | 0,0005 |
| Диаметр вершин зубьев шестерни | d_{a1} | 55,4905 |
| Диаметр вершин зубьев колеса | d_{a2} | 149,8097 |
| Диаметр впадин зубьев шестерни | d_{f1} | 42,0000 |
| Диаметр впадин зубьев колеса | d_{f2} | 162,2676 |
| Высота зуба шестерни | h_1 | 6,7452 |
| Высота зуба колеса | h_2 | 6,2290 |
| Толщина зуба шестерни по окружности вершин | s_{a1} | 1,6446 |
| Толщина зуба колеса по окружности вершин | s_{a2} | 3,0396 |
| Коэффициент перекрытия | ε_α | 1,4751 |

a

| Исходные данные 2 | | |
|--|-------------------|----------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 3,000 |
| Число зубьев шестерни | z_1 | 25,000 |
| Число зубьев колеса | z_2 | 31,000 |
| Кэффициент смещения шестерни | x_1 | 0,170 |
| Кэффициент смещения колеса | x_2 | 1,200 |
| Число зубьев долбяка | z_{02} | 25,000 |
| Делительный диаметр долбяка | d_0 | 75,000 |
| Кэффициент смещения исходного контура | x_0 | 0,170 |
| Диаметр вершин | b_w | 83,800 |
| Результат расчета 2 | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Делительное межосевое расстояние | a | 9,0000 |
| Кэффициент разности смещений | x_a | 1,0300 |
| Угол зацепления | α_w | 0,6966 |
| Межосевое расстояние | a_w | 11,0255 |
| Делительный диаметр шестерни | d_1 | 75,0000 |
| Делительный диаметр колеса | d_2 | 93,0000 |
| Кэффициент воспринимаемого смещения | y | 0,6752 |
| Кэффициент уравнивающего смещения | Δy | 0,3548 |
| Диаметр вершин зубьев шестерни | d_{a1} | 82,0200 |
| Диаметр вершин зубьев колеса | d_{a2} | 92,6711 |
| Диаметр впадин зубьев шестерни | d_{f1} | 68,5200 |
| Диаметр впадин зубьев колеса | d_{f2} | 105,8511 |
| Высота зуба шестерни | h_1 | 6,7500 |
| Высота зуба колеса | h_2 | 6,5900 |
| Толщина зуба шестерни по окружности вершин | s_{a1} | 1,9964 |
| Толщина зуба колеса по окружности вершин | s_{a2} | 1,9667 |
| Кэффициент перекрытия | ϵ_α | 1,4267 |

б

Рис. 8.20. Результаты вычислений геометрических размеров зубчатых колес с внутренним зацеплением при обращении к операторной функции GMZVN

| Исходные данные | | |
|---|-------------|----------|
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Модуль зацепления | m | 8,000 |
| Коэффициент диаметра червяка | q | 10,000 |
| Число зубьев червяка | z_1 | 2,000 |
| Число зубьев червячного колеса | z_2 | 39,000 |
| Межосевое расстояние | a_w | 200,000 |
| Результат расчета | | |
| Наименование | Обозначение | Величина |
| Коэффициент смещения червяка | x | 0,5000 |
| Делительный диаметр червяка | d_1 | 80,0000 |
| Делительный диаметр червячного колеса | d_2 | 312,0000 |
| Начальный диаметр червяка | d_{w1} | 88,0000 |
| Делительный угол подъема | γ | 0,1974 |
| Начальный угол подъема | γ_w | 0,1799 |
| Высота витка червяка | h_1 | 17,6000 |
| Высота головки червяка | h_{a1} | 8,0000 |
| Диаметр вершин червяка | d_{a1} | 96,0000 |
| Диаметр вершин червячного колеса | d_{a2} | 336,0000 |
| Наибольший диаметр червячного колеса | d_{am2} | 348,0000 |
| Длина нарезанной части червяка | b_1 | 119,2000 |
| Ширина венца червячного колеса | b_2 | 72,0000 |
| Радиус выемки поверхности вершин зубьев червячного колеса | r_a | 32,0000 |

Рис. 8.21. Результаты геометрического расчета геометрических размеров червячного зацепления с использованием операторной функции CHRVC

Таблица 8.5 – Основные геометрические параметры червячной передачи с цилиндрическим червяком

| № | Параметр | Формула |
|---|---|--------------------------------------|
| 1 | Коэффициент смещения червяка | $x = a_w / m - 0,5(z_2 + q)$ |
| 2 | Делительные диаметры: | |
| | червяка | $d_1 = qm$ |
| | червячного колеса | $d_2 = z_2 m$ |
| 3 | Начальный диаметр червяка | $d_{w_1} = (q + 2x)m$ |
| 4 | Угол подъема винтовой линии: | |
| | делительный | $\gamma = \arctg(z_1 / q)$ |
| | начальный | $\gamma_w = \arctg(z_1 m / d_{w_1})$ |
| 5 | Высота витка червяка | $h_1 = h^* m$ |
| 6 | Высота головки витка червяка | $h_{a1} = h_a^* m$ |
| 7 | Диаметр вершин: | |
| | червяка | $d_{a1} = d_1 + 2h_a^* m$ |
| | червячного колеса | $d_{a2} = d_2 + 2(h_a^* + x)m$ |
| 8 | Наибольший диаметр червячного колеса | $d_{aM2} = d_{a2} + 6m / (z_1 + 2)$ |
| 9 | Длина нарезанной части червяка | $b_1 = (11 + 0,1z_2)m$ |
| 10 | Ширина венца червячного колеса | $b_2 = 0,75d_{a1}$ |
| 11 | Радиус выемки поверхности вершин зубьев червячного колеса | $R = 0,5d_1 - mh_a^*$ |
| $CHRVС(m, q, z_1, z_2, a_w, x, d_1, d_2, d_{w_1}, \gamma, \gamma_w, h_1, h_{a1}, d_{a1}, d_{a2}, d_{aM2}, b_1, b_2, R)$ | | |



FuncCHRVC(M, Q, Z1, Z2, AW, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-------------|--------------------------------|
| M | m | Модуль зацепления |
| Q | q | Коэффициент диаметра червяка |
| Z1 | z_1 | Число витков червяка |
| Z2 | z_2 | Число зубьев червячного колеса |
| AW | a_w | Межосевое расстояние |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|-------------|---|
| 1 | x | Коэффициент смещения червяка |
| 2 | d_1 | Делительные диаметры червяка и червячного колеса |
| 3 | d_2 | |
| 4 | d_{w1} | Начальный диаметр червяка |
| 5 | γ | Делительный угол подъема |
| 6 | γ_w | Начальный угол подъема |
| 7 | h_1 | Высота витка червяка |
| 8 | h_{a1} | Высота головки червяка |
| 9 | d_{a1} | Диаметры вершин зубьев червяка и червячного колеса |
| 10 | d_{a2} | |
| 11 | d_{aM2} | Наибольший диаметр червячного колеса |
| 12 | b_1 | Длина нарезанной части червяка |
| 13 | b_2 | Ширина венца червячного колеса |
| 14 | R | Радиус выемки поверхности вершин зубьев червячного колеса |

Глава 9. Динамика машинных агрегатов

9.1. Цель и задачи динамического расчета машинного агрегата

Закономерности движения звеньев реальных механизмов могут быть установлены только при рассмотрении энергетических процессов, протекающих при работе машинного агрегата, включающего двигатель, передаточные и исполнительные механизмы. Для преодоления при движении звеньев сил производственных и непроизводственных сопротивлений необходима определенная механическая работа, для совершения которой звенья должны обладать соответствующей кинетической энергией. Источником энергии движущихся звеньев является двигатель машины, в котором, в зависимости от вида двигателя, в энергию механического движения преобразуется электрическая энергия, тепловая энергия сжигаемого топлива, потенциальная энергия сжатого газа и т.п.

Движение звеньев механизма происходит под влиянием действующих на них сил. Величины этих сил, характер их воздействия и точки приложения циклически изменяются при работе механизма. Это объясняется тремя основными причинами: изменением нагрузок сопротивления движению звеньев, как на рабочем органе, так и в самом механизме; изменением движущих сил, обусловленных процессами, происходящими в двигателе машины, и изменением положений звеньев за цикл работы механизма. Совокупное изменение условий нагружения приводит к появлению ускорений при движениях звеньев, что вызывает инерционные воздействия на них, а как следствие – изменение их скоростей. Следовательно, кинематические параметры звеньев являются функцией внешних сил и зависят от масс звеньев и их распределения по ним с учетом конкретной формы и размеров. *Задача определения закона движения звеньев конкретной*



формы, размеров и массы при известных внешних силах и моментах сил и законах их изменения называется динамическим расчетом.

Роль динамического расчета очень велика при проектировании или исследовании механизма. Только динамический расчет может выявить истинную картину взаимодействия звеньев механизма и законы их движения. Почти всегда, и особенно в скоростных машинах, картина силового взаимодействия звеньев механизмов резко различается при оценке схемы статическими и динамическими методами. Если механизм, входящий в какой-либо агрегат, спроектирован без учета динамических факторов, его надежность будет низкой, снизится точность и производительность работы.

Динамический расчет включает запись уравнения движения машины в одной из принятых форм, определение значений его параметров, определение законов движения звеньев механизма в результате решения уравнения. Если ставится задача достижения требуемой степени равномерности движения звеньев, то определяется момент инерции маховика или рассчитываются параметры регулятора скорости.

9.2. Формы записи дифференциальных уравнений движения механизма с использованием приведенных величин

Если известен закон движения одного из звеньев, то методами кинематики можно найти закон движения любого другого звена. Поэтому вместо исследования движения всего механизма под действием общей системы сил, можно исследовать движение лишь одного из звеньев механизма, которое называют *звеном приведения*. В качестве звена приведения обычно принимают звено, совершающее вращательное или поступательное движение, что позволяет упростить расчетные зависимости. При этом необходимо соблюсти *условие эквивалентности звена приведения всей системе звеньев механизма по работе и энергии*. Звено приведения должно иметь такую условную массу и на него должны действовать такие условные нагрузки, чтобы в каждом положении механизма соблюдалось указанное условие эквивалентности. Нагрузки, условно прикладываемые к звену приведения, называют соответственно *приведенной силой* или *моментом приведенной силы* (для вращающегося звена), а его условные масса или момент инерции — *его приведенной массой* или *приведенным моментом инерции*.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Приведенная сила F_{np} (момент приведенной силы M_{np}) — это такая условная сила (момент), которая, будучи приложена в какой-либо точке звена приведения, совершает в рассматриваемом положении входного звена в единицу времени механическую работу, численно равную сумме работ всех сил и моментов сил, действующих на звенья механизма.

Так как речь идет об условных силовых факторах, то обычно за точку приложения приведенной силы выбирают точку, скорость которой известна, и направление ее вектора принимают, совпадающим с направлением вектора скорости точки приведения.

Из определения для приведенной силы и ее момента вытекают зависимости для определения их величин, в которых учтено, что механическая работа в единицу времени равна мощности:

$$\begin{cases} F_{np} = \sum_{i=1}^n (F_i \cos(\vec{F}_i \wedge \vec{v}_i) + M_i \omega_i) / v_{np}; \\ M_{np} = \sum_{i=1}^n (F_i \cos(\vec{F}_i \wedge \vec{v}_i) + M_i \omega_i) / \omega_{np}. \end{cases} \quad (9.1)$$



ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Приведенной массой m_{np} (приведенным моментом инерции J_{np}) механизма называют такую условную массу (приведенный момент инерции), которая, будучи сосредоточена в какой-либо точке звена приведения, обладает кинетической энергией, численно равной кинетической энергии всех звеньев механизма в рассматриваемом положении входного звена.

Из определения приведенной массы и приведенного момента инерции следует, что их величины определяются из зависимостей:

$$\begin{cases} m_{np} = \sum_{i=1}^n (m_i v_{Si}^2 + J_{Si}^2 \omega_i^2) / \omega_{np}^2; \\ J_{np} = \sum_{i=1}^n (m_i v_{Si}^2 + J_{Si}^2 \omega_i^2) / \omega_{np}^2. \end{cases} \quad (9.2)$$

В формулах (9.1) и (9.2) i – текущий номер звена механизма, а S_i – центр масс звена i . Анализ зависимостей (9.1) и (9.2) показывает, что значения приведенной силы и ее момента, приведенной массы и приведенного момента инерции зависят только от отношения скоростей звеньев и их точек к скорости звена приведения или какой-либо его точки.



ПРИМЕЧАНИЕ

Так как значения приведенной силы и приведенного момента сил, приведенной массы и приведенного момента инерции зависят только от отношения скоростей звеньев механизма и звена приведения, то значения приведенных величин могут быть найдены без знания истинных скоростей звеньев.

Из кинематики механизмов известно, что отношения скоростей звеньев и точек определяются передаточной функцией и не зависят от абсолютных значений кинематических факторов. Поэтому в динамических

расчетах шарнирных механизмов отношения скоростей для реализации зависимостей (9.1) и (9.2) определяют для единичных значений скоростей входных звеньев механизмов, а в зубчатых механизмах – через величины передаточных отношений.

Так как приращение кинетической энергии массы равно элементарной работе силы, то получим для вращательного движения звена приведения $d(J_{np} \omega_{np}^2 / 2) / d\varphi = M_{np}(\varphi)$, а для поступательного – $d(m_{np} v_{np}^2 / 2) / dx = F_{np}(x)$. Но $\omega_{np} = d\varphi / dt$, $v_{np} = dx / dt$. Поэтому движение звена приведения (рис. 9.1) в общем случае может быть описано дифференциальными уравнениями:

– при вращательном движении (рис. 9.1, а):

$$J(\varphi)(d^2\varphi/dt^2) + 0,5(d\varphi/dt)^2(dJ(\varphi)/d\varphi) = M_{np}; \quad (9.3)$$

– при поступательном движении (рис. 9.1, б):

$$m(x)(d^2x/dt^2) + 0,5(dx/dt)^2(dm(x)/dx) = F_{np}. \quad (9.4)$$

В зависимостях (9.3) и (9.4) $J(\varphi) = J_{np}$ и $m(x) = m_{np}$ – соответственно приведенный момент инерции и приведенная масса звена приведения в функции обобщенной координаты; F_{np} и M_{np} – приведенная сила и приведенный момент сил.

Выражениями (9.3) и (9.4) удобно пользоваться, когда определяют динамические характеристики механизмов с постоянными приведенными массами и моментами инерции звеньев. В теоретической механике эти выражения известны как

 дифференциальные уравнения движения Лагранжа второго рода. Если определяются законы движения реальных механизмов, когда функции приведенных величин зачастую не могут быть выражены аналитическими выражениями, выражения (9.3) и (9.4) применять неудобно. Это

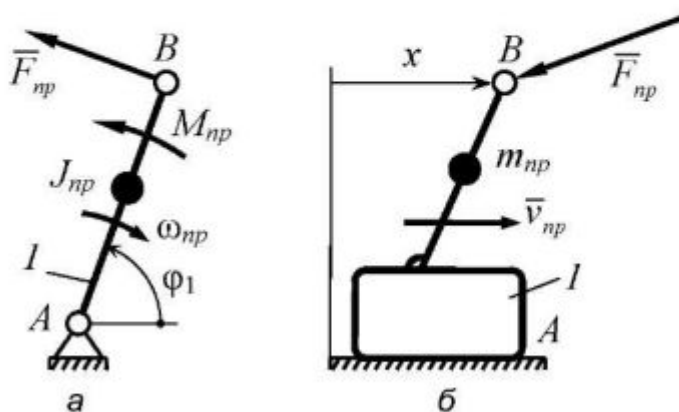


Рис. 9.1. Звенья приведения для разных видов движения

связано с их неинтегрируемостью в общем случае. В этих случаях применяют численные методы интегрирования дифференциальных уравнений с применением ЭВМ и приближенные зависимости, вытекающие из них.

Например, при решении дифференциального уравнения (9.3) (в дальнейшем все зависимости будем рассматривать для вращательного движения звена приведения) угол поворота φ звена приведения разбиваем на n малых интервалов при условии $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi_3 - \varphi_2 = \dots = \varphi_{i+1} - \varphi_i$. На интервале $(\varphi_i \dots \varphi_{i+1})$ получим: $d\omega/d\varphi = (\omega_{i+1} - \omega_i)/\Delta\varphi$; $dJ_{np}/d\varphi = (J_{np_{i+1}} - J_{np_i})/\Delta\varphi$. Так как $\varepsilon = (d\omega/d\varphi)\omega$, то получим

$$J_{np_i} \omega_i (\omega_{i+1} - \omega_i) / \Delta\varphi + 0,5 \omega_i^2 (J_{np_{i+1}} - J_{np_i}) / \Delta\varphi,$$



откуда следует, что

$$\omega_{i+1} = \omega_i \left(3J_{np_i} - J_{np_{i+1}} \right) / 2J_{np_i} + M_{np_i} \Delta\varphi / (\omega_i J_{np_i}). \quad (9.5)$$

Принимая в уравнении (9.5) $i = 1, 2, \dots, (n - 1)$ можно последовательно определить закон изменения угловой скорости звена приведения в численной форме.

Это уравнение при всей своей простоте применимо только в том случае, если возможно для фиксированного φ_i определить значение ω_i для одного из положений звена приведения.

Если для механизма можно принять, что моменты движущих сил и моменты сил сопротивления зависят только от положения звена приведения, то есть, $M_c = M_c(\varphi)$, $M_o = M_o(\varphi)$, $M_{np} = M_{np}(\varphi)$, то после интегрирования уравнения (9.3) и преобразований получим

$$\omega(\varphi) = \sqrt{(2/J(\varphi)) \int_{\varphi_0}^{\varphi} (M_o(\varphi) - M_c(\varphi)) d\varphi - \omega_0^2 (J_0/J(\varphi))}, \quad (9.6)$$

где φ_0 — угловая координата звена приведения в начальном положении на диапазоне интегрирования от φ_0 до φ ; J_0 и ω_0 — значения $J(\varphi)$ и $\omega(\varphi)$ при



$\varphi = \varphi_0$. Выражение (9.6) применимо для случая, когда известны начальные параметры. Например, при пуске двигателя механизма равны нулю начальные параметры: $\varphi_0 = 0$, $\omega_0 = 0$. Тогда, при заданных функциях $M_c = M_c(\varphi)$, $M_o = M_o(\varphi)$, можно получить аналитическую зависимость для функции $\omega(\varphi)$. При численном задании функций

$M_c = M_c(\varphi), M_o = M_o(\varphi)$ для текущих значений $j = 1, 2, \dots, n$ можно вычислить значения ω_j для каждого значения обобщенной координаты.

Если механизм приводится в движение электродвигателем, то момент движущей силы определяется с учетом его механической характеристики $M_o(\omega)$. На рис. 9.2 приведена типовая механическая характеристика асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, имеющая характерные точки: A – с координатами $\omega_0 = 0, M_{II}$ (M_{II} – начальный пусковой момент двигателя при $\omega_0 = 0$); B – с координатами ω_{min}, M_{max} (ω_{min} – минимальная угловая скорость ротора двигателя, при которой допускается его устойчивая работа при нагрузке M_{max}); C – с координатами ω_n, M_n ; (ω_n – номинальная угловая скорость ротора при работе двигателя с номинальным моментом); D – с координатами $\omega_c, 0$; (ω_c – синхронная угловая скорость ротора, то есть скорость вращения электромагнитного поля, при которой

момент $M = 0$). Аппроксимируя рабочий участок CD механической характеристики прямой линией, уравнение которой

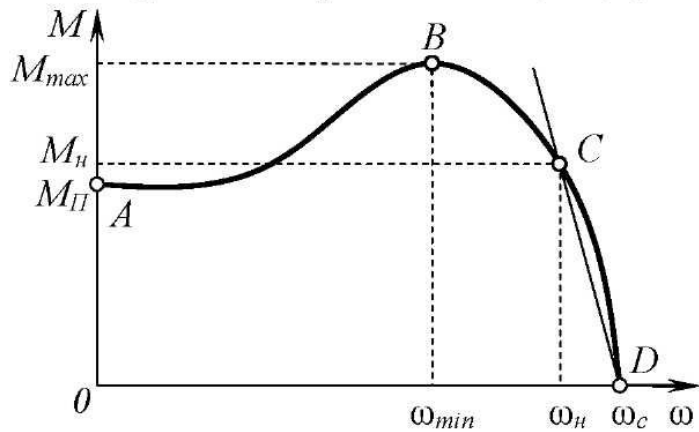


Рис. 9.2. Типовая механическая характеристика асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором

$$(M - M_n)/M_n = (\omega - \omega_c)/(\omega_c - \omega_n),$$

получим выражение для определения момента движущей силы:

$$M_o(\omega) = M_n \omega_c / (\omega_c - \omega_n) - \omega M_n / (\omega_c - \omega_n) = a - b\omega. \quad (9.7)$$

Тогда уравнение (9.3) примет вид

$$J(\varphi)(d^2\varphi/dt^2) + 0,5\omega^2(dJ(\varphi)/d\varphi) = a - b\omega - M_c(\varphi). \quad (9.8)$$

При постоянном или мало изменяющемся приведенном моменте инерции можно принять $J(\varphi) = J$. Принимая $M_c(\varphi) = M_c(t) = c + d \sin kt$ и интегрируя уравнение (9.8), после преобразований получим

$$\omega(t) = \alpha/\lambda - \alpha/(\lambda e^{\lambda t}) - (\lambda \sin kt - k \cos kt - k/e^{\lambda t})\beta/(\lambda^2 + k^2). \quad (9.9)$$

В выражении (9.9) приняты обозначения:

$$\lambda = b/J = M_n / (J(\omega_c - \omega_n)); \alpha = (a - c)/J = (M_n \omega_c / (\omega_c - \omega_n) - c)/J; \beta = d/J.$$

Зависимость (9.9) является функциональным выражением для закона движения звена приведения механизма со времени пуска двигателя. При $t \rightarrow \infty$ движение становится установившимся. Для этого периода можно принять

$$\omega(t) = \alpha/\lambda - (\lambda \sin kt - k \cos kt)\beta/(\lambda^2 + k^2). \quad (9.10)$$

На рис. 9.3 приведен пример реализации зависимости (9.9).

Другие типы двигателей могут иметь нелинейные механические характеристики на рабочем участке. Нелинейные механические характеристики имеют электродвигатели постоянного тока с последовательным возбуждением, крановые асинхронные электродвигатели с фазовым ротором, а также неэлектрические двигатели: внутреннего сгорания, гидродвигатели и др. В этом случае для аналитического решения уравнения движения (9.1) характеристику можно аппроксимировать кривой второго или более высокого порядка (рис. 9.4).

Если движущий момент аппроксимировать отрезком параболы, то при постоянном приведенном моменте инерции $J = const$, $\omega = \omega(t)$ уравнение движения будет иметь вид

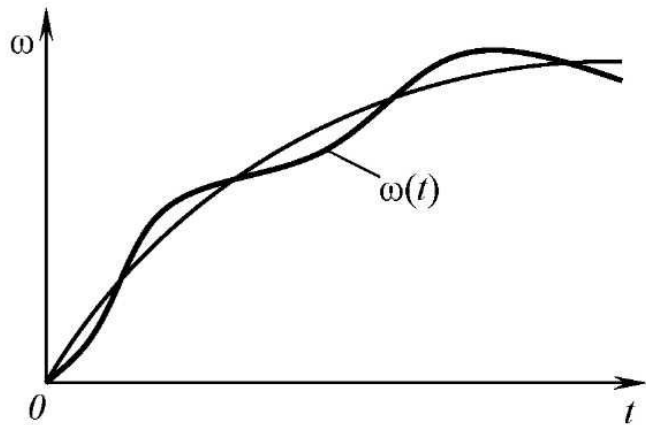


Рис. 9.3. Пример реализации зависимости функционального выражения для закона движения звена приведения механизма со времени пуска двигателя

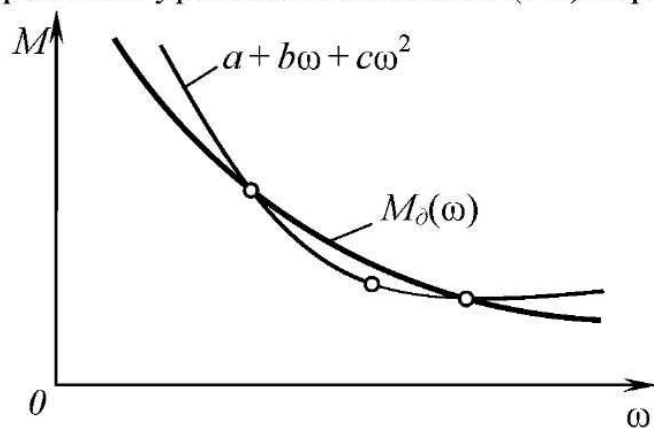


Рис. 9.4. Аппроксимация кривой второго или более высокого порядка нелинейной механической характеристики двигателя

$$a + b\omega + c\omega^2 - M_c = J(d\omega/dt),$$

где a, b, c – числовые коэффициенты, полученные при аппроксимации механической характеристики параболой. Обозначив $A = a - M_c$, при переменном во времени моменте сопротивления движению $M_c = M_c(t)$ выражение

$$A + b\omega + c\omega^2 - M_c = J(d\omega/dt) \quad (9.11)$$

проинтегрируем, разделяя переменные:

$$t - t_j = J \int_{\omega_j}^{\omega} d\omega / (A + b\omega + c\omega^2).$$

Вид решения для интеграла данного типа зависит от знака выражения $(4Ac - b^2)$.

При $(4Ac - b^2) > 0$ получим решение

$$t - t_j = 2J / \sqrt{(4Ac - b^2)} \left| \operatorname{arctg} \frac{2c\omega + b}{\sqrt{(4Ac - b^2)}} \right|_{\omega_j}^{\omega}. \quad (9.12)$$

При $(4Ac - b^2) < 0$ получим решение

$$t - t_j = J \left| \ln \frac{2c\omega + b - \sqrt{b^2 - 4Ac}}{2c\omega + b + \sqrt{b^2 - 4Ac}} \right|_{\omega_j}^{\omega} / \sqrt{b^2 - 4Ac}. \quad (9.13)$$

Зная значения угловой скорости звена приведения ω_j для момента времени t_j можно определить закон движения звена приведения для установившегося движения в численной форме.

Если значения момента сопротивления движению $M_c = M_c(\varphi)$ зависят от положения звеньев, то уравнение (9.11) можно переписать в виде


$$A + b\omega + c\omega^2 - M_c = J\omega(d\omega/d\varphi), \quad (9.14)$$

интегрируя которое, получим

$$\varphi - \varphi_j = J \int_{\omega_j}^{\omega} \omega d\omega / (A + b\omega + c\omega^2), \quad (9.15)$$

где φ_j и ω_j – начальные значения угла поворота и угловой скорости звена приведения. Вид решения зависит от знака выражения $(4ac - b^2)$, а аналитические зависимости получаются весьма громоздкими. Поэтому и в этом случае предпочтительнее применять численные методы решения уравнения движения.

Из приведенного анализа различных форм записи уравнения движения механизма (9.3) и способов их решения для частных задач следует, что аналитические методы решения весьма трудоемки. Зачастую они дают возможность произвести только качественную оценку динамических процессов, а получить инженерное решение – численное – можно только при определенных допущениях. Интегрируют уравнения движения в настоящее время численными методами с применением математического обеспечения персональных компьютеров. Для реализации зависимости (9.5) необходимо из частных допущений определить ω_j для значения обобщенной координаты φ_j при неизвестной функции $\omega(\varphi)$. Зависимость (9.7) может быть реализована только при известных начальных параметрах для φ_0 ; зависимости (9.8)–(9.15), характеризующие динамические свойства машины с учетом динамики двигателя, получены из предположения незначительного изменения приведенного момента инерции механизма $J(\varphi)$. Применение этих зависимостей для других условий приведет к существенным погрешностям расчета.

 Из сказанного можно сделать вывод, что для уменьшения трудоемкости расчета и повышения его точности более пригодны численные методы определения закона звена приведения. Численные методы решения дифференциальных уравнений являются приближенными по своей сути. Однако при решении реальных задач они позволяют получить часто и большую точность по сравнению с аналитическими методами, так как при их применении минимально количество допущений, связанных с механикой движения механизмов.

9.3. Уравнения движения механизма в интегральной форме с использованием приведенных величин

Так как дифференциальные уравнения движения Лагранжа второго рода, описывающие законы движения звена приведения, для реальных механизмов – в большинстве случаев – не интегрируют, а решают численно, то в инженерной практике при проведении динамических расчетов более широко применяют интегральную форму представления законов движения. Исходным условием, из которого определяют закон движения звеньев механизма, является равенство работ внешних сил и моментов сил и кинетической энергии движущихся звеньев. При записи в общем виде оно имеет вид:

$$\sum_{i=1}^n \left(\int_{s_{i0}}^{s_i} F_i \cos(\overline{F_i} \cdot \overline{ds_i}) ds_i + \int_{\varphi_{i0}}^{\varphi_i} M_i d\varphi_i \right) = \sum_{i=1}^n (0,5m_i v_{Si}^2 + 0,5J_{Si} \omega_i^2) - E_0, \quad (9.16)$$

где F_i и M_i – силы и моменты сил, действующие на звено i механизма; m_i и J_{Si} – масса и момент инерции звена i ; ω_i и v_{Si} – угловые скорости звеньев механизма и линейные скорости центров масс на них; ds_i и $d\varphi_i$ – соответствующие элементарные перемещения точек приложения сил и звеньев при рассмотрении их перемещений из исходных положений в рассматриваемые; E_0 – кинетическая энергия механизма в начальном положении входного звена.

Используя уравнение (9.16) можно для каждого положения входного звена определить действительные скорости звеньев, если известны кинематические и динамические характеристики механизма. Однако его решение на практике вызывает трудности, так как для многозвенных механизмов определение этих характеристик затруднено и зависит, как раз, от динамических факторов. Поэтому в практических расчетах вместо зависимости (9.16) используют эквивалентное по физическому смыслу уравнение для произвольного i -го положения входного звена, использующие приведенные величины:

$$E_c + E_v - E_0 = \Sigma A, \quad (9.17)$$

где $E_c = 0,5J_c \omega^2$ – кинетическая энергия звеньев с постоянным приведенным моментом инерции J_c ; $E_v = 0,5J_v \omega^2$ – кинетическая энергия звеньев с переменным приведенным моментом инерции J_v ; E_0 – кинетическая энер-

гия механизма при начальной скорости звена приведения ω_0 ; ΣA – суммарная работа сил движущих и сил сопротивления, приведенных к звену приведения, при перемещении его из положения φ_0 в текущее положение φ_j . В дальнейшем все зависимости будут получены для вращательного движения звена приведения при любом способе задания функций моментов приведенных движущих сил $M_o(\varphi)$ и сил сопротивления $M_c(\varphi)$. Аналогично может быть получено решение для поступательно движущегося звена приведения.

Величина ΣA для любого положения может быть найдена интегрированием функций $M_o(\varphi)$ и $M_c(\varphi)$ и их алгебраическим суммированием (рис. 9.5). Функция изменения кинетической энергии может быть получена, если известны кинематические характеристики звеньев с переменным приведенным моментом инерции. Тогда

$$E_c + E_v = \Sigma A - E_0, \quad E_c = \Sigma A - E_v + E_0.$$

Графически величину $(E_c - E_0)$ получают алгебраическим суммированием функций ΣA и E_v . Так как E_0 – величина постоянная для рассматриваемого механизма, то при графической интерпретации функций

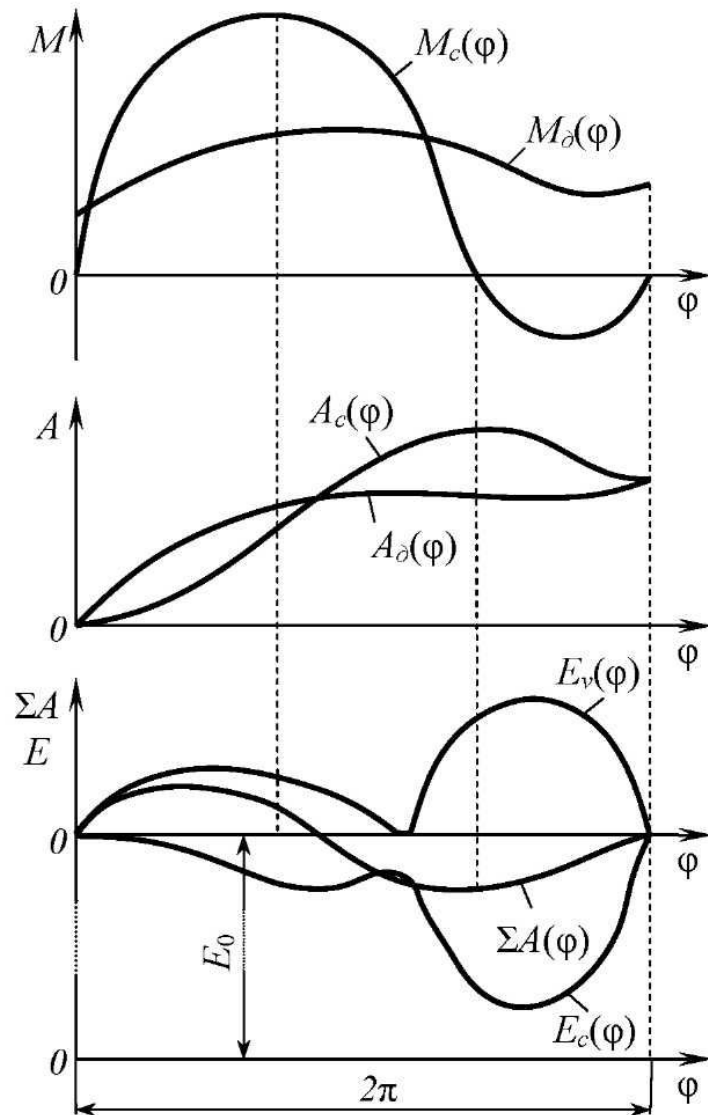


Рис. 9.5. К решению уравнения движения машины в интегральной форме

график для E_c и $(E_c - E_0)$ один и тот же, только ось абсцисс для графика изменения E_c сдвигается на величину E_0 относительно графика $\Sigma A(\varphi)$.

Так как величина J_c постоянна по принятому выше условию, то кинетическая энергия E_c меняется при вращении звена приведения только за счет изменения его скорости. Следовательно, величины E_c и угловой скорости ω звена приведения пропорциональны. Это означает, что график функции $E_c(\varphi)$ соответствует графику функции угловой скорости звена приведения в другом масштабе. Поэтому изменения E_c полностью определяют колебания скорости звена приведения относительно начального значения (рис. 9.6). Тогда по функции $E_c(\varphi)$ можно определить функцию закона движения звена приведения. Принимая, что все функции заданы численно, определим выражение, позволяющее вычислить значение угловой скорости звена приведения для его произвольного j -го положения. Изменение $\Delta E'_{cj}$ величины E_{cj} относительно ее начального значения E_{c1} :

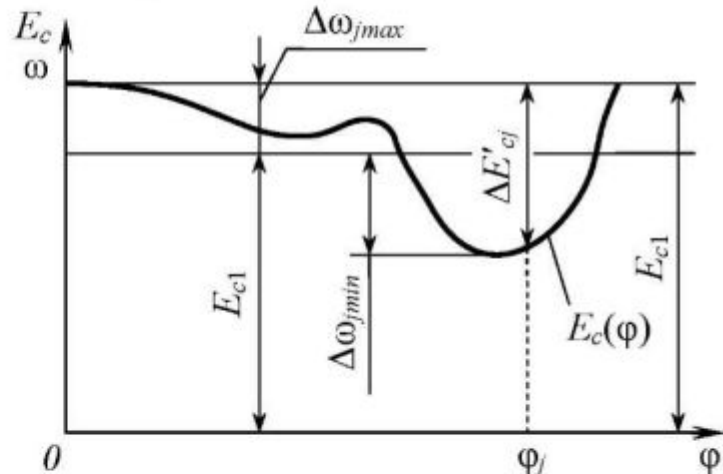


Рис. 9.6. К вопросу колебания скорости звена приведения относительно ее начального значения при установившемся движении

$$\Delta E'_{cj} = E_{cj} - E_{c1}. \quad (9.18)$$

Графически это равносильно определению ординат графика E_c относительно оси абсцисс, проведенной через начальную его точку E_{c1} (рис. 9.6). Тогда

$$\Delta E'_{cj} = E_{cj} - E_{c1} = 0,5J_c\omega_j^2 - 0,5J_c\omega^2 = 0,5J_c(\omega_j + \omega) \cdot (\omega_j - \omega). \quad (9.19)$$

При установившемся движении угловая скорость колеблется в определенном диапазоне. Если эти колебания невелики, то $(\omega_j + \omega)/2 \cong \omega_{cp}$. Тогда, обозначив $(\omega_j - \omega) = \Delta\omega'_j$, получим

$$\Delta E'_{cj} = J_c\omega_{cp}\Delta\omega'_j. \quad (9.20)$$

Так как J_c и ω_{cp} – величины постоянные, то график $\Delta E'_{cj}$ определяет в другом масштабе и график изменения $\Delta\omega'_j$ (рис. 9.6). Средняя угловая скорость звена приведения равна:

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$$

и на графике ей будет соответствовать линия, лежащая от оси абсцисс на расстоянии

$$\Delta\omega_0 = \left(\Delta\omega_{j\max} - |\Delta\omega_{j\min}| \right) / 2. \quad (9.21)$$

Отклонения скорости ω_j от ее среднего значения в этом случае составят

$$\Delta\omega_j = \Delta\omega'_j - \Delta\omega_0. \quad (9.22)$$

Тогда, для произвольного положения звена приведения, определяемого углом ϕ_j , получим

$$\omega_j = \omega_{cp} + \frac{\Delta E'_{cj}}{J_c \omega_{cp}} - \frac{\Delta\omega_{j\max} - \Delta\omega_{j\min}}{2}, \quad (9.23)$$

где $\Delta\omega_{j\max}$ и $\Delta\omega_{j\min}$ – максимальное и минимальное отклонения приращения угловой скорости относительно ее среднего значения. Третье слагаемое в выражении (9.23) при установившемся движении весьма мало и в инженерных расчетах часто применяют зависимость

$$\omega_j = \omega_{cp} + \frac{\Delta E'_{cj}}{J_c \omega_{cp}}. \quad (9.24)$$

С допустимой для реальных механизмов погрешностью можно принимать $\Delta E'_{cj} = \Delta E_{cj}$. После определения массива числовых значений для $j = 1, 2, \dots, n$, используя операторную функцию *DFRNCL*, получим массив числовых значений угловых ускорений ε_j .



На рис. 9.7 приведена блок-схема алгоритма численного решения уравнения движения механизма. Исходными данными для расчета являются: n – количество элементов в массивах; ω_{cp} – средняя угловая скорость звена приведения; J_c – постоянная составляющая момента инерции звена приведения; $J_{np}(n)$ – переменная составляющая момента инерции

звена приведения, заданная массивом n значений; $M_{np}(n)$ – массив n значений момента приведенной силы.

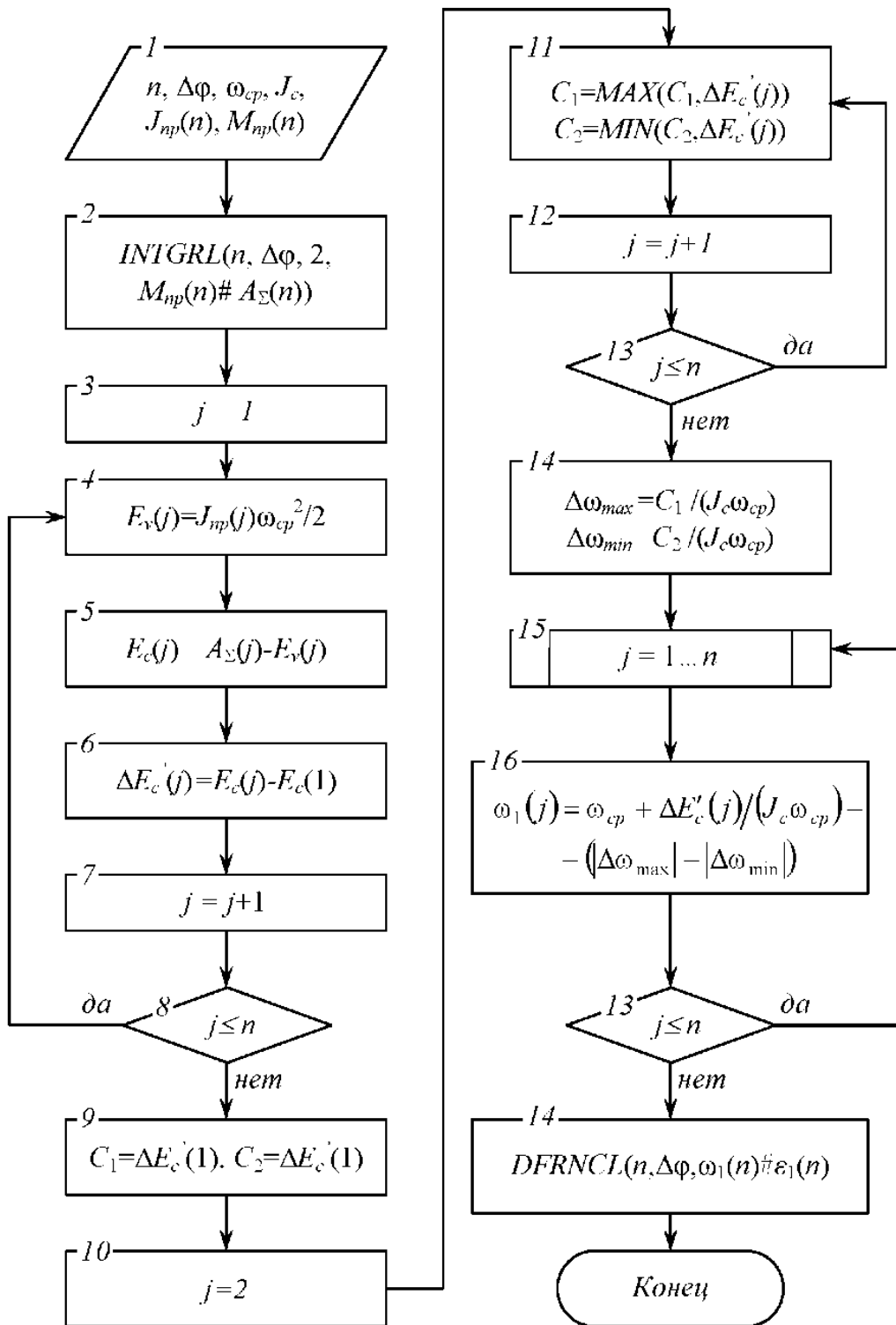


Рис. 9.7. Блок-схема алгоритма численного решения уравнения движения механизма

В блоке 2 с применением операторной функции *INTGR* вычисляются значения $A_{\Sigma}(n)$ массива переменной работы приведенной силы. По значениям $J_{np}(j)$ в блоках 3—8 определяем значения кинетической энергии $E_v(j)$ звеньев с переменным приведенным моментом инерции, а затем – кинетической энергии $E_c(j)$ звеньев с постоянным приведенным моментом инерции, и ее приращения $\Delta E'_c(j)$. Блок 8 управляет циклическим процессом вычислений. Зависимости блоков 9—14 позволяют выделить максимальные и минимальные значения изменения кинетической энергии $E'_c(j)$ из массива $\Delta E'_c(j)$ с последующим определением соответствующих им значений максимальных и минимальных отклонений угловой скорости от ее среднего значения. Остальные блоки реализуют зависимости для определения закона движения звена приведения: функции изменения угловой скорости и углового ускорения.

Рассмотренная блок-схема соответствует алгоритму, в исходных данных к которому момент приведенной силы определен для каждого значения обобщенной координаты суммированием моментов движущих сил M_o и моментов сил сопротивления M_c . Этот алгоритм может быть дополнен зависимостями, учитывающими особенности определения функций изменения M_o и M_c . Для случая, когда не учитываются особенности механической характеристики двигателя механизма, составлена операторная функция алгоритма блок-схемы рис. 9.7:

$$ZKNDV(\omega_{cp}, J_c, M_{np}(n), J_{np}(n) \# A_c(n), A_{\Sigma}(n), E_v(n), \Delta E_c(n), \omega_1(n), \varepsilon_1(n)). \quad (9.25)$$



Синтаксис функции в Excel:

FuncZKNDV(WSR, JC, MPR, JPR, N)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|---------------|--|
| WSR | ω_{cp} | Средняя угловая скорость звена приведения |
| JC | J_c | Постоянная составляющая приведенного момента инерции механизма |
| MPR | $M_{np}(n)$ | Массив значений приведенного момента сил сопротивления |
| JPR | $J_{np}(n)$ | Массив значений приведенного момента инерции |
| N | n | Управляющий параметр |

Возвращаемая функцией величина

| Параметр N | Обозначение | Описание |
|------------|--------------------|--|
| 1 | $A_c(n)$ | Массив значений работы момента сил сопротивления |
| 2 | $A_{\Sigma}(n)$ | Массив значений суммарной работы |
| 3 | $E_v(n)$ | Массив значений кинетической энергии звеньев с переменным приведенным моментом инерции |
| 4 | $\Delta E_c(n)$ | Массив значений изменения кинетической энергии механизма |
| 5 | $\omega_1(n)$ | Массив значений угловой скорости привода |
| 6 | $\varepsilon_1(n)$ | Массив значений углового ускорения звена привода |



ПРИМЕЧАНИЕ

Все массивы, передаваемые в функцию, и все массивы, возвращаемые функцией, являются одномерными (столбцами).

В операторной функции (9.25) закон движения звена привода определяется массивами значений угловой скорости $\omega_1(n)$ и углового ускорения $\varepsilon_1(n)$ звена привода.

9.4. Регулирование равномерности движения звеньев механизмов

Анализ уравнений движения звеньев привода (9.3), (9.4) и (9.16) показывает, что в общем случае их скорости не остаются постоянными, а меняются, периодически принимая одинаковые значения. Это объясняется периодичностью изменения значений приведенных величин. Величины их значений определяются положениями входных звеньев. Если входное звено совершает вращательное движение, то период изменения значений приведенных величин и скоростей звеньев привода равен 2π .

Любая машина от момента ее пуска до остановки проходит три стадии (рис. 9.8): разгон, установившееся движение, торможение, продолжительность которых

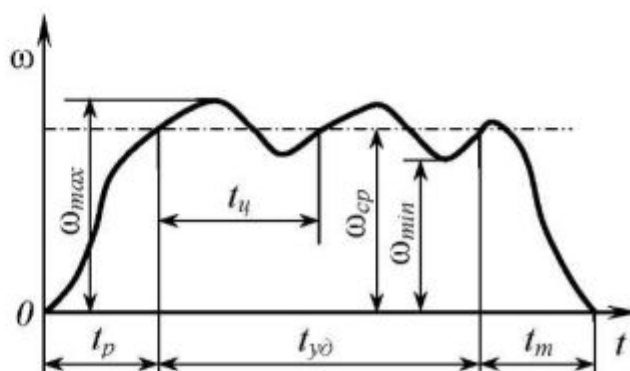




Рис. 9.8. Типичные периоды работы машины: разгон, установившееся движение, торможение

определяется видом механических характеристик машины. Эксплуатация машины в большинстве случаев связана с периодом установившегося движения, так как разгон и торможение занимает относительно непродолжительное время и определяется типом двигателя и тормозного устройства.

 Следовательно, скорость установившегося движения, равная средней скорости ω_{cp} , является интегральной характеристикой движения звена привода. Относительно нее определяют отклонения мгновенных значений скоростей для j – го положения звена привода.

 Для оценки величины этих отклонений используют *коэффициент неравномерности движения механизма*

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}, \quad (9.26)$$


где


$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (9.27)$$

Решая совместно уравнения (9.26) и (9.27), получим

$$\begin{cases} \omega_{\max} = \omega_{cp} (1 + \delta/2); \\ \omega_{\min} = \omega_{cp} (1 - \delta/2). \end{cases} \quad (9.28)$$

При большой разнице в максимальном и минимальном значениях угловых скоростей в машине возрастают динамические нагрузки, что приводит к уменьшению надежности и долговечности ее работы. Практикой эксплуатации машин установлены оптимальные значения коэффициентов неравномерности движения для машин различного назначения (средние значения): $\delta = 0,04$ – для сельскохозяйственных машин; $\delta = 0,01$ – для металлообрабатывающих станков; $\delta = 0,005$ – для роторных двигателей. Чем меньше величина δ , тем выше эксплуатационные свойства машины.

 Следует иметь в виду, что коэффициент неравномерности движения не характеризует динамику движения звена привода внутри цикла установившегося движения. При одних и тех же значениях δ при разных законах движения звена привода динамические свойства механизма могут быть различны. При проектировочных расчетах механизмов и

 синтезе их кинематических цепей принято оценивать динамические свойства механизмов *коэффициентом динамичности*

$$k_{\delta} = \varepsilon_{\max} / \omega_{cp}^2,$$

где ε_{\max} – максимальное угловое ускорение звена приведения за цикл установившегося движения.

Для большинства машин и приборов колебания скоростей звеньев механизмов допустимы только в пределах, определяемых величинами коэффициентов неравномерности движения δ , то есть в границах значений, определенных по зависимостям (9.28). Для обеспечения соблюдения границ этого диапазона при эксплуатации машин регулируют колебания скоростей. Выше было показано, что колебания скоростей звеньев механизмов в период их установившегося движения носят периодический характер. Регулирование непериодических колебаний скоростей выполняют с помощью специальных устройств – *регуляторов скорости*. Принципы их работы обычно рассматривают при изучении профилирующих дисциплин.

Рассмотрим регулирование периодических колебаний скоростей звеньев механизмов без учета механической характеристики двигателя машины. Для ограничения колебаний угловой скорости звена приведения необходимо так подобрать массы и моменты инерции его звеньев, чтобы они соответствовали системам движущих сил и сил сопротивления. Эта задача решается установкой дополнительной маховой массы на одном из звеньев. Конструктивно ее оформляют в виде маховика – массивного диска или кольца со спицами. Маховик накапливает кинетическую энергию в те периоды цикла установившегося движения, когда приведенный момент движущих сил больше приведенного момента сил сопротивления и скорость звена возрастает. В периоды цикла, когда имеет место обратное соотношение между моментами сил, накопленная кинетическая энергия маховика расходуется, препятствуя снижению скорости. Следовательно,



маховик является аккумулятором кинетической энергии и способствует уменьшению колебаний скорости звеньев механизма.

На рис. 9.5 приведены графики функций $E_c(\varphi)$ и $E_v(\varphi)$, полученные соответственно для звеньев с постоянными и переменными приведенными моментами инерции J_c и J_v . Так как $J_{np} = J_c + J_v(\varphi)$, $E_c(\varphi) = 0,5J_c\omega(\varphi)^2$, то график функции $E_c(\varphi)$ в другом масштабе является графиком функции $\omega(\varphi)$. Пересчитаем ординаты графика функции и построим график функции $\Delta E = \Phi(J_{np})$ в системе координат $J_{np} O \Delta E$, исключив обобщенную координату φ (рис. 9.9). Графическая интерпретация этой функции известна в машиноведении как *диаграмма энергомасс* (*диаграмма Ф. Виттенбауэра*). Диаграмма будет представлять замкнутую кривую, форма которой определяется значениями функций



этой функции известна в машиноведении как диаграмма энергомасс (диаграмма Ф. Виттенбауэра).

Диаграмма будет представлять замкнутую кривую, форма которой определяется значениями функций

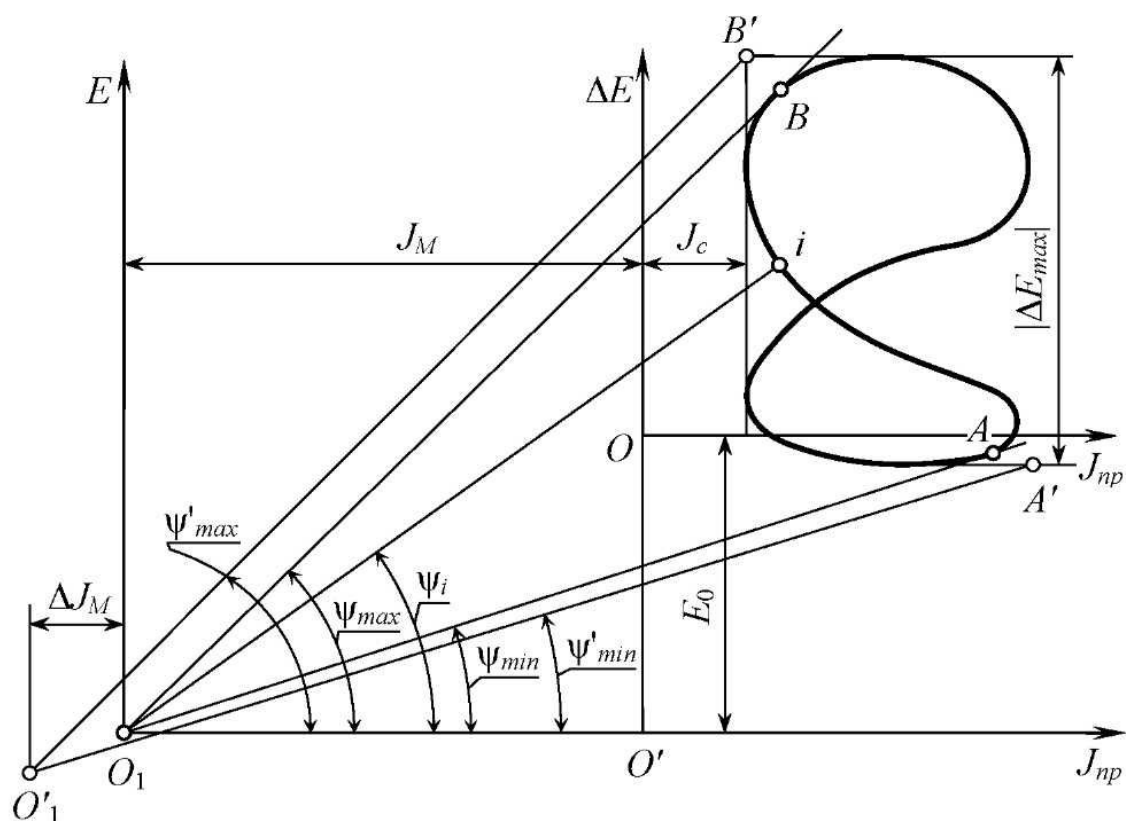


Рис. 9.9. Диаграмма энергомасс (диаграмма Ф. Виттенбауэра), отображающая изменение кинетической энергии звеньев машинного агрегата в зависимости от приведенного момента инерции звена приведения

$J_{np} = J_c + J_v(\varphi)$ и $\Delta E = \Phi(J_{np})$. Если диаграмму сместить вверх на величину E_0 (это равносильно смещению оси абсцисс вниз на расстояние E_0), то получим график функции, соответствующий уравнению (9.17).

Диаграмма энергомасс отображает изменение кинетической энергии звеньев машинного агрегата в зависимости от приведенного момента инерции звена приведения. В соответствии с выражениями (9.5) и (9.23) колебания угловой скорости определяются соотношением величин J_c и J_v . Амплитуда этих колебаний определяется коэффициентом δ .

В соответствии с зависимостью (9.20) отклонения угловой скорости звена приведения от величины ω_{cp} для его произвольного j -го положения определяются величиной постоянной составляющей приведенного момента инерции J_c и величиной ΔE_c . Следовательно, если амплитуды колебания угловой скорости звена приведения выходят за пределы диапазона, определяемого зависимостями (9.28), то необходимо увеличить величину J_c . На практике это достигается добавлением к звеньям механизма с моментом инерции J_c маховой массы, обладающей приведенным моментом инерции

J_M . При графической интерпретации добавление маховой массы соответствует сдвигу оси ординат на рис. 9.8 влево на величину J_M . В полученной таким образом координатной системе $J_{np}O_1E$ для любой точки i диаграммы будет справедливо равенство $E_i/J_{np} = \omega_i^2/2$, а угловой коэффициент прямой O_1i будет $\operatorname{tg}\psi_i = \omega_i^2/2$.

Угол Ψ_i будет менять свои значения в диапазоне от Ψ_{min} до Ψ_{max} , которым соответствуют касательные O_1A и O_1B . Эти касательные проведены из начала координат к нижней и верхней ветви диаграммы. Их угловые коэффициенты будут равны:

$$\begin{cases} k_1 = 0,5(1 + \delta/2)^2 \omega_{cp}^2; \\ k_2 = 0,5(1 - \delta/2)^2 \omega_{cp}^2. \end{cases} \quad (9.29)$$

Уравнения касательных O_1A и O_1B в системе координат $J_{np}O_1E$ запишем в виде

$$\begin{cases} E - E_A = k_1(J_{np} - J_A), \\ E - E_B = k_2(J_{np} - J_B), \end{cases} \quad (9.30)$$

где J_A и J_B , – координаты точек A и B касания с диаграммой энергомасс прямых с угловыми коэффициентами k_1 и k_2 . Решение системы уравнений (9.30) относительно J_{np} определит момент инерции маховой массы, при величине которого колебания угловой скорости звена приведения относительно ω_{cp} ограничены диапазоном от минимального до максимального ее значения, определяемым по зависимостям (9.28).

Решая систему уравнений (9.30) и принимая $\Delta E_{max} \cong E_B - E_A$, получим, принимая, что значения $(J_{np} - J_B)$ и $(J_{np} - J_A)$ практически мало отличаются от J_{np} :

$$-\Delta E_{max} = 0,5\omega_{cp}^2 \left((J_{np} - J_B) \left(1 - \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) - (J_{np} - J_A) \left(1 + \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) \right) = -J_{np} \omega_{cp}^2 \delta.$$

Тогда получим

$$J_{np} = J_M + J_c = \frac{\Delta E_{max}}{\omega_{cp}^2 \delta},$$

откуда формула для определения момента инерции маховика примет вид

$$J_M = \frac{\Delta E_{\max}}{\omega_{cp}^2 \delta} - J_c. \quad (9.31)$$

Аналогичное выражение может быть получено и преобразованиями выражения (9.23). Так как функции $\omega(\varphi)$ и $\Delta E_c(\varphi)$ пропорциональны, то экстремальные значения функции $\Delta E_c(\varphi)$ соответствуют экстремальным значениям функции $\omega(\varphi)$. Тогда при установке маховой массы получим

$$\Delta E_{c\max} = 0,5(J_M - J_c)(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = 0,5(J_M - J_c)(\omega_{\max} + \omega_{\min})(\omega_{\max} - \omega_{\min}).$$

Вводя в приведенное выше выражение множитель $(\omega_{cp}/\omega_{cp})$ и, учитывая зависимости (9.27) и (9.28), получим, считая $\Delta E_{c\max} \cong \Delta E_{\max}$:

$$J_M = \frac{\Delta E_{\max}}{\omega_{cp}^2 \delta} - J_c.$$

Алгоритм определения момента инерции маховика, включающий приведенные выше зависимости, реализуется операторной функцией

$$MHVK(\delta, J_c, \omega_{cp}, \Delta E_c(n) \# J_M). \quad (9.32)$$



Синтаксис функции в Excel:

FuncMHVK(DELTA, JC, WSR, DEC)

Аргументы функции

| Идентификатор | Обозначение | Описание |
|---------------|-----------------|--|
| DELTA | δ | Коэффициент неравномерности хода машины |
| JC | J_c | Постоянная составляющая приведенного момента инерции механизма |
| WSR | ω_{cp} | Средняя угловая скорость звена приведения |
| DEC | $\Delta E_v(n)$ | Массив значений изменения кинетической энергии механизма |

Возвращаемая функцией величина

| Обозначение | Описание |
|-------------|-----------------------------------|
| J_M | Величина момента инерции маховика |

Для более точного определения момента инерции маховика следует учитывать механическую характеристику двигателя. Если участок рабочей характеристики двигателя аппроксимировать отрезком прямой, что допустимо для двигателей многих типов, то график $M_{\delta}(\omega)$ будет иметь вид, представленный на рис. 9.10. Тогда при скорости звена приведения $\omega = \omega_{cp}$ из числовых значений функции $M_{\delta}(\omega)$ получим среднее значение момента движущей силы $M_{\delta_{cp}}$ и примем его равным среднему моменту сил сопротивления M_{cp} . Амплитуды колебаний угловой скорости звена приведения могут быть установлены либо через коэффициент δ , либо интегрированием дифференциального уравнения движения механизма с двигателем. Определив значения ω_{max} и ω_{min} по рабочей характеристике двигателя, найдем соответствующие им значения движущего момента $M_{\delta_{min}}$ и $M_{\delta_{max}}$.

Так как при экстремальных значениях угловой скорости звена приведения его угловое ускорение равно нулю, то приведенные моменты движущих сил и сил сопротивления равны. Следовательно, в точках пересечения графика функции $M_c(\varphi)$ с горизонталями для $M_{\delta_{min}}$ и $M_{\delta_{max}}$ имеем $M_c = M_{\delta}$. На интервалах $1'-3'$, $3'-1''$, $1''-3''$ между точками пересечения

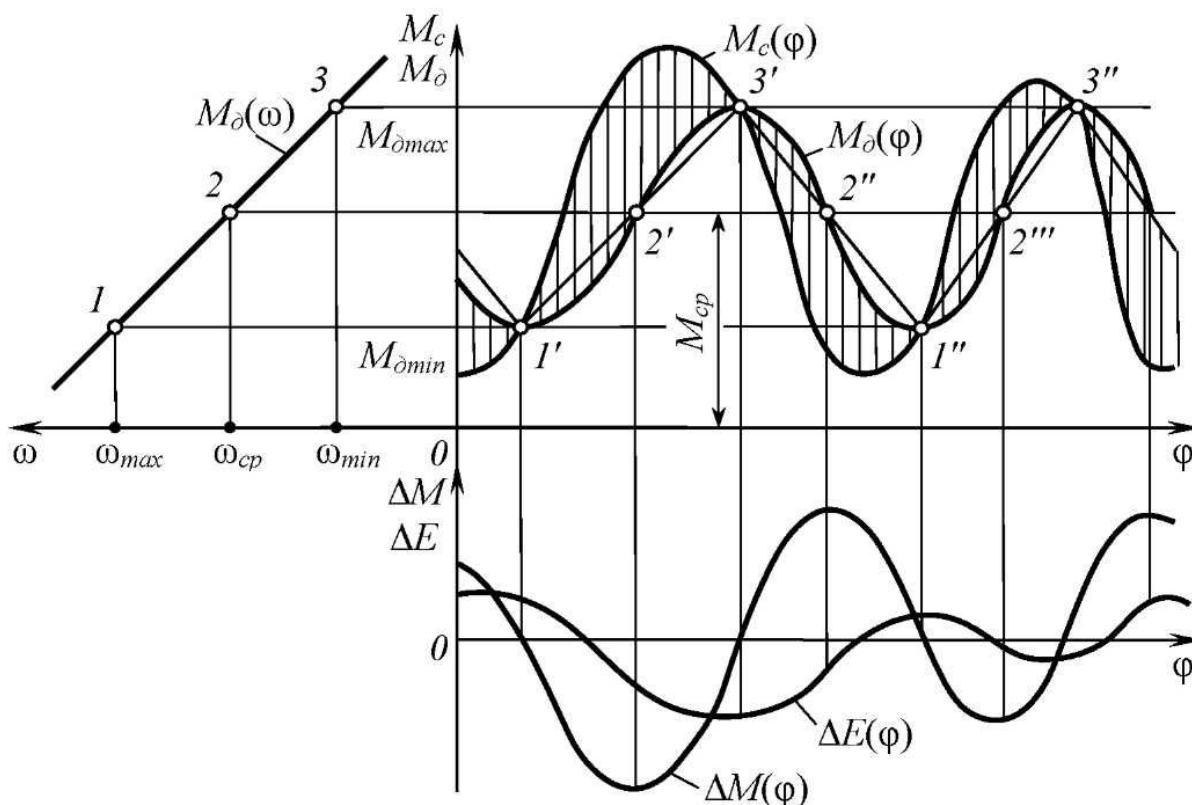


Рис.9.10. К решению уравнения движения машинного агрегата с учетом механической характеристики двигателя

функция $M_o(\varphi)$ будет иметь точки перегиба и ее истинный характер может быть установлен подстановкой значений $\omega(\varphi)$ в уравнение характеристики двигателя. Тогда функция избыточной работы определится интегрированием функции $\Delta M(\varphi) = M_o(\varphi) - M_e(\varphi)$. Дальнейший ход решения рассматриваемой задачи аналогичен случаю, когда не учитывается характеристика двигателя и момент инерции маховика может быть определен по зависимостям (9.31).

9.5. Определение размеров маховика и выбор места его установки

Маховые массы обычно выполняют в виде маховиков, конструкции которых могут быть весьма разнообразными. Обычно маховики изготавливают из стали или чугуна. Конструктивно маховики оформляют в виде дисков или колец со спицами и ступицей (рис. 9.11, *а, б*). Часто применяют в качестве маховиков диски тормозов, диски полумуфт и других вращающихся деталей. В этих случаях их размеры увеличивают до получения требуемого момента инерции.

Для дисковых маховиков осевой момент инерции равен:

$$J_M = mD^2/8. \quad (9.33)$$

Если массу маховика m выразить через объем диска и плотность материала ρ , то диаметр маховика вычисляется по формуле

$$D = \sqrt[3]{32J_M/\pi b\rho}. \quad (9.34)$$

Для маховика в виде кольца (*б*) момент инерции без учета спиц и ступицы определяется из зависимости

$$J_M = mD^2/4. \quad (9.35)$$

Если массу m выразить через объем кольца шириной b и толщиной h и плотность материала ρ , то получим

$$D = \sqrt[3]{4J_M/\pi bh\rho}. \quad (9.36)$$

Анализ выражений (9.33) и (9.35) показывает, что материалоемкость маховиков обратно пропорциональна их диаметрам, и при одинако-

вых значениях диаметра и ширины масса дискового маховика примерно в два раза больше массы маховика со спицами.

Из зависимости (9.31) следует, что момент инерции маховика обратно пропорционален квадрату угловой скорости звена привода. Для уменьшения его размеров и материалоемкости целесообразно устанавливать маховик на самом быстроходном валу механизма. Однако при этом необходимо учитывать назначение машины, режим ее работы, условия нагружения звеньев и двигателя (рис. 9.12).

Если вращение к рабочей машине передается от двигателя D через передаточный механизм, например зубчатый, а рабочая машина не испытывает переменных режимов нагружения со стороны исполнительного звена, то маховик M_1 устанавливают на валу двигателя. Если рабочая машина работает в переменном режиме нагружения (поршневые машины, прессы, молоты), то маховик M_3 устанавливают на валу 3 этой машины, разгружая редуктор и двигатель от резкого изменения нагрузки, хотя размеры маховика M_3 будут больше, чем маховика M_1 . В этом случае редуктор и двигатель не будут испытывать пиковых нагрузок при разгоне или замедлении вращения маховика. Разгружающий эффект от действия маховика для двигателя и редуктора сохранится, если маховик M_4 установить на валу 4, соединив его с колесом редуктора повышающей передачи. В этом случае момент инерции маховика, значительно уменьшается, так как $J_{M_4} = J_M (\omega_{np} / \omega_4)^2$.

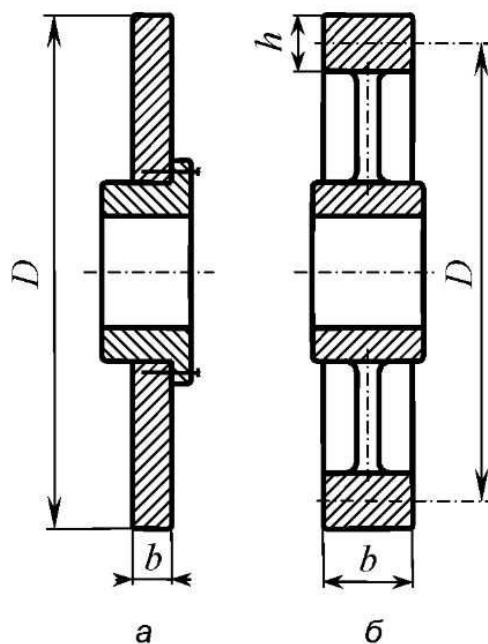


Рис. 9.11. Конструктивные схемы маховиков

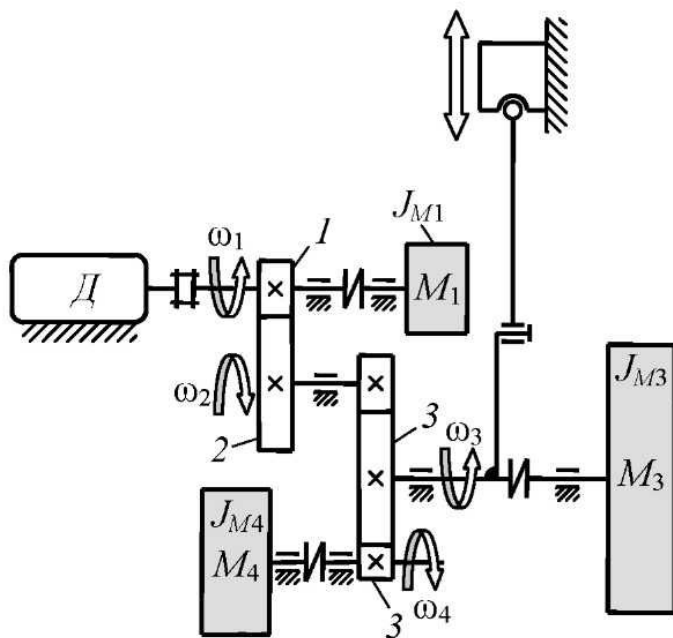


Рис. 9.12. К выбору места установки маховика в машинах разного назначения

Раздел третий

Выполнение расчетов при проектировании механизмов и машин

Глава 10. Методические указания к выполнению расчетов

10.1. Применение системы автоматизированных расчетов при проектировании механизмов и машин

Система автоматизированных расчетов при проектировании механизмов и машин представляет собой комплекс программ реализации вычислительных и базовых алгоритмов, приведенных в данной работе, и служебных программ, позволяющих работать с ними.

Операторные функции реализации алгоритмов сведены в библиотеку, которая представляет собой надстройку *Excel*. В табл. 10.1 приведен перечень операторных функций, образующих библиотеку. Каждая операторная функция имеет идентификатор и список формальных параметров. Идентификаторы функций выбраны таким образом, чтобы они соответствовали наименованию расчета. Идентификаторы переменных, обозначающих формальные параметры, подбирались по возможности в соответствии с рекомендациями, приведенными в первой главе. Обращение к операторным функциям алгоритмов расчета механизма осуществляется по правилам работы в системе *Excel*. Каждой операторной функции соответствует программа ее реализации. На прилагаемом к этой книге *CD* приведены библиотеки операторных функций и соответствующих программ их реализации.

Операторные функции вычислительных и базовых алгоритмов построены таким образом, чтобы избежать структуры проекта, при которой расчетчик только вводит в персональный компьютер исходные данные и получает результаты, не понимая при этом сущности расчета. Для составления алгоритма необходимы знания основных положений механики машин, способов расчета и особенностей механизмов. Поэтому алгоритм расчета, помимо операторных функций, должен содержать промежуточные зависимости, логические соотношения, представление информации в виде диаграмм и т.п.

Таблица 10.1 – Библиотека операторных функций автоматизированных расчетов в проектировании механизмов и машин

| № | Идентификатор функции | Область применения | Стр. |
|----|-----------------------|--|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | <i>INTGRL</i> | Численное интегрирование массивов данных для получения числовых значений первообразной функции | 37 |
| 2 | <i>DFRNCL</i> | Численное дифференцирование массивов данных для получения числовых значений производной функции | 38 |
| 3 | <i>UGL1</i> | Определение направляющих углов направленных отрезков (векторов) в зависимости от различных признаков, определяющих их свойства | 41 |
| 4 | <i>UGL2</i> | | 41 |
| 5 | <i>UGL3</i> | | 43 |
| 6 | <i>UGL4</i> | | 43 |
| 7 | <i>UGL5</i> | | 31 |
| 8 | <i>UGOL</i> | | 46 |
| 9 | <i>VKT</i> | Определение модуля и направляющего угла направленного отрезка по координатам его начальной и конечной точек | 44 |
| 10 | <i>SMVKT</i> | Определение модуля и направляющего угла вектора геометрической суммы двух векторов | 33 |
| 11 | <i>OMEGA</i> | Определение угловой скорости или углового ускорения по параметрам радиуса вектора точки и ее кинематической характеристики | 46 |
| 12 | <i>MOMNT</i> | Определение момента силы относительно точки по правилам векторного произведения | 45 |
| 13 | <i>SNTZR</i> | Синтез геометрических размеров звеньев простейших рычажных механизмов по некоторым параметрам эксплуатационных характеристик | 65 |
| 14 | <i>SNTZ1</i> | | 69 |
| 15 | <i>SNTZ2</i> | | 72 |
| 16 | <i>SNTZ3</i> | | 75 |
| 17 | <i>SNTZK</i> | | 79 |
| 18 | <i>PRM1</i> | Определение линейных и угловых координат звеньев структурных групп второго класса 1—4 видов | 87 |
| 19 | <i>PRM2</i> | | 89 |
| 20 | <i>PRM3</i> | | 90 |
| 21 | <i>PRM4</i> | | 93 |

Продолжение табл. 10.1

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|----|---------------|--|-----|
| 22 | <i>SKOR1</i> | Определение линейных и угловых скоростей звеньев и характерных точек структурных групп второго класса 1—5 видов | 96 |
| 23 | <i>SKOR2</i> | | 98 |
| 24 | <i>SKOR3</i> | | 101 |
| 25 | <i>SKOR4</i> | | 103 |
| 26 | <i>SKOR5</i> | | 106 |
| 27 | <i>USKR1</i> | Определение линейных и угловых ускорений звеньев и характерных точек структурных групп второго класса 1—5 видов | 109 |
| 28 | <i>USKR2</i> | | 112 |
| 29 | <i>USKR3</i> | | 115 |
| 30 | <i>USKR4</i> | | 118 |
| 31 | <i>USKR5</i> | | 121 |
| 32 | <i>KLCHK</i> | Определение основных размеров кулачкового механизма по законам изменения перемещений, скоростей и перемещений толкателя | 175 |
| 33 | <i>PRFLP</i> | Определение координат профиля кулачка механизма с поступательно движущимся толкателем. Координаты определяются в декартовой и полярной координатной системах | 178 |
| 34 | <i>PRFPL</i> | Определение координат профиля кулачка механизма с поступательно движущимся плоским толкателем | 183 |
| 35 | <i>PRFLK</i> | Определение координат профиля кулачка механизма с качающимся толкателем | 187 |
| 36 | <i>KRKT</i> | Определение значений коэффициентов смещения зубчатых колес и угла зацепления | 225 |
| 37 | <i>UGLINV</i> | Определение угла зацепления по значению его инволюты | 227 |
| 38 | <i>GMIZK</i> | Определение геометрических размеров зубчатого колеса | 240 |
| 39 | <i>GMZPC</i> | Геометрический расчет наружного эвольвентного зацепления | 243 |
| 40 | <i>GMZVN</i> | Геометрический расчет внутреннего эвольвентного зацепления | 247 |
| 41 | <i>CHRVC</i> | Геометрический расчет червячной передачи с цилиндрическим червяком | 253 |

Окончание табл. 10.1

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|----|---------------|--|-----|
| 42 | <i>DNMAF1</i> | Определение реакций в кинематических парах структурных групп второго класса методом проекций | 145 |
| 43 | <i>DNMAF2</i> | | 148 |
| 44 | <i>DNMAF3</i> | | 153 |
| 45 | <i>DNMAF4</i> | | 150 |
| 46 | <i>DNMAF5</i> | | 155 |
| 47 | <i>ZKNDV</i> | Решение уравнения движения машины в интегральной форме численным методом | 268 |
| 48 | <i>MHVK</i> | Определение момента инерции маховика по экстремальным значениям функции изменения кинетической энергии звеньев механизма | 274 |

Библиотека операторных функций, приведенная в данной работе, содержит только необходимый минимум стандартных подпрограмм. В случае необходимости библиотека может быть дополнена программами расчета механизмов и узлов, типичных для конструкций машин, с которыми будет сталкиваться расчетчик. Эти программы следует составлять на базе стандартных программ данной библиотеки.

10.2. Рекомендации по проведению расчетов геометрического синтеза механизмов

10.2.1. Определение размеров звеньев.

1. По заданной кинематической схеме устанавливается класс кинематических пар, определяется степень подвижности механизма, устанавливается число избыточных связей и подвижностей. В схеме следует выполнить необходимые преобразования по избавлению от избыточных связей, то есть заменить кинематические пары заданного механизма парами других классов, удалить пассивные связи и т.п.

2. Выполняется структурный анализ механизма с целью выделения структурных групп и установления их класса и вида.

3. Используя исходные данные, определяют недостающие размеры звеньев. Для этого применяют операторные функции и соответствующие им подпрограммы (п. 13—17 табл. 10.1) при синтезе механизмов со структурными группами первого, второго и третьего видов (см. гл. 3). Для

структурных групп четвертого и пятого видов специальные подпрограммы не используют из-за простоты вычислений. В случае отсутствия в исходных данных к проекту необходимых введений для синтеза (коэффициентов производительности, допустимых значений углов давлений, функций положения и т. п.) их определяют по справочной литературе.

В зависимости от типа механизма синтез проводят последовательно для структурных групп, начиная с группы, включающей выходное звено, либо с группы, звенья которой соединяются с входным звеном.

4. После определения размеров звеньев схему механизма вычерчивают в масштабе и определяют линейные и угловые координаты звеньев для характерных положений входного звена. В случае необходимости оцениваются ошибки положения или перемещения звеньев.

10.2.2. Синтез зубчатых механизмов и зацеплений.

1. По заданным значениям угловых скоростей устанавливают передаточное отношение зубчатого механизма. Если заданная схема этого требует, то выполняется разбивка передаточного отношения по ступеням.

2. При наличии в механизме планетарной ступени выполняют синтез чисел зубьев ее колес. Для получения оптимального решения задачи целесообразно рассчитать, варьируя количество блоков сателлитов, несколько вариантов и выбрать тот, который обеспечивает меньшие габариты (см. гл. 7).

3. Для получения чисел зубьев колес определяют коэффициенты смещения, обеспечивающие получение эксплуатационных характеристик зацепления, согласованных с руководителем проекта. Расчет коэффициентов выполняется с помощью функции *KRKT* (п. 36 табл. 10.1).

4. Геометрические размеры зубчатых колес определяют с помощью соответствующих функций (см. гл. 8). По этим данным вычерчивают схемы зацепления колес.

10.2.3. Синтез кулачковых механизмов.

1. По результатам геометрического синтеза или в соответствии с исходными данными принимают фазовые углы кулачкового механизма.

2. На основании исходных данных выбирают законы изменения ускорений толкателя для разных фаз вращения кулачка. Законы изменения скоростей и перемещений толкателя определяют интегрированием законов изменения ускорений. Если последние определены функционально, интегрирование выполняют аналитически, если численно, то с помощью функции *INTGRL*.

3. По полученным результатам вычерчивают графики изменения ускорений, скоростей и перемещений при движении толкателя.

4. По полученным законам движения толкателя и допустимому значению угла давления определяют основные размеры кулачкового механизма: минимальный радиус кулачка и эксцентриситет для поступательно движущегося остроконечного толкателя; минимальный радиус кулачка для случая поступательно движущегося плоского толкателя; минимальный радиус кулачка и межцентровое расстояние для механизма с качающимся толкателем. Для определения основных размеров используется функция *KLCHK* (п. 32 табл. 10.1).

5. По основным размерам механизма с учетом законов движения толкателя определяют координаты профиля кулачка с помощью одной из функций *PRFLP*, *PRFPL*, *PRFLK* (см. п. 33—35 табл. 10.1), соответствующей типу механизма.

6. Вычерчивают в масштабе кулачок и основные размеры механизма. Если механизм имеет ролик, то строят действительный профиль кулачка.

7. Строят графики законов изменения углов давления и радиусов кривизны кулачка.

10.3. Рекомендации по проведению расчетов при кинематическом анализе рычажного механизма

1. На основании результатов структурного анализа схемы и геометрического синтеза механизма определяют необходимые для расчетов операторные функции вычислительных алгоритмов и алгоритмов структурных групп.

2. Выбирают начало и направления осей системы координат.

3. Считая известным закон движения входного звена, составляют алгоритм кинематического расчета.

4. Для одного или двух положений входного звена выполняют кинематический расчет механизма в соответствии с алгоритмом. При этом реализацию сложных операторных функций заменяют графическими или графоаналитическими решениями соответствующих векторных уравнений. Результаты расчетов сводят в таблицу.

5. Реализуют алгоритм расчета в системе *Excel*. При этом следует помнить, что операторная функция и соответствующая ей программа – совершенно разные по смыслу и назначению понятия, поэтому обращения к

подпрограммам необходимо осуществлять по правилам *Excel*. Следует также постоянно иметь в виду, что формальные параметры подпрограмм не определены, а соответствующие им фактические параметры должны быть описаны в расчете до их применения. Соблюдение этих двух правил позволит избежать наиболее часто встречающихся ошибок при выполнении автоматизированных расчетов.

6. Результаты расчета сравниваются с результатами ручной проверки алгоритма для характерных положений входного звена механизма.

7. По результатам расчета строят диаграммы изменения кинематических параметров звеньев – перемещений, скоростей, ускорений – в функции от обобщенной координаты входного звена.

8. На основании результатов кинематического расчета может быть более глубоко проанализирована кинематика движения некоторых звеньев и характерных точек: установлены траектория и закон движения по ней, возможность "рывков" звеньев, оценка динамических нагрузок и т.п.

10.4. Рекомендации по проведению силовых расчетов рычажных механизмов

Силовой расчет зубчатых и кулачковых механизмов проводится по простым зависимостям и не требует применения библиотеки функций в полном объеме. При силовом расчете рычажных механизмов применяют операторные функции *DNMAF* и используемые в них операторные функции и соответствующие им программы из библиотеки. Рекомендуется следующий порядок работы.

1. На основании результатов кинематического расчета устанавливают характер действия на звенья механизма систем внешних сил, куда входят силы и пары сил производственных сопротивлений, силы тяжести, силы инерции и т.п.

2. Составление алгоритма силового расчета начинают со структурных групп, имеющих звенья, на которые действуют силы производственных сопротивлений. Перед обращением к операторным функциям силового расчета структурных групп необходимо с помощью операторных функций *SMVKT* и *MOMNT* привести системы сил звеньев к одной силе и одной паре сил. За точки приведения рекомендуется принимать центры масс звеньев.

3. Для положений входного звена, для которых при проведении кинематического расчета выполнялся расчет без ЭВМ, проводят силовой расчет, используя аналитические либо графоаналитические методы. Результаты сводят в таблицу.

4. Реализуют алгоритм силового расчета в системе *Excel* как дополнение к кинематическому расчету, используя те же обозначения переменных.

5. Результаты расчета реакций в кинематических парах сравнивают с результатами расчета без ЭВМ. При совпадении результатов строят диаграммы изменения реакций. Для вращательных кинематических пар целесообразно строить диаграммы в полярных координатах – годографы реакций. Для поступательных кинематических пар целесообразно строить график изменения реакции от обобщенной координаты входного звена.

10.5. Рекомендации по проведению динамического расчета механизма

1. На основании данных кинематического расчета механизма определяют скорости точек приведения масс, закон изменения приведенного момента инерции. За звено приведения целесообразно принимать входное звено механизма.

2. На основании результатов силового расчета без учета сил инерции звеньев определяют изменение момента сил, действующих на входное звено механизма.

3. Выбирают способ решения уравнения движения механизма в зависимости от необходимости учета характеристики двигателя.

4. Реализуют в системе *Excel* алгоритм решения уравнения движения механизма, используя зависимости, приведенные в девятой главе. Если входные данные соответствуют условиям функции *ZKNDV*, то ее можно использовать в виде соответствующей функции.

5. Принимают место установки маховика в приводе механизма и с помощью функции *MHVK* определяют его момент инерции.

6. Строят диаграммы изменения энергетических характеристик и чертеж маховика.

7. Строят графики изменения закона движения звена приведения до и после установки маховика.

Глава 11. Пример выполнения расчетов механизмов машин в системе Microsoft Excel

11.1. Анализ исходных данных для расчета

Для иллюстрации использования операторных функций, алгоритмов и реализующих их программ, рассмотрим пример расчета проекта. Выполним геометрический, кинематический, силовой и динамический расчеты механизма, кинематическая схема которого приведена на рис. 11.1. Далее приведены исходные данные для проектирования, содержащие описание работы механизма питателя конвейера. Питатель состоит из шарнирно-рычажного механизма манипулятора, зубчатого передаточного механизма редуктора и кулачкового механизма управления бункером питателя.

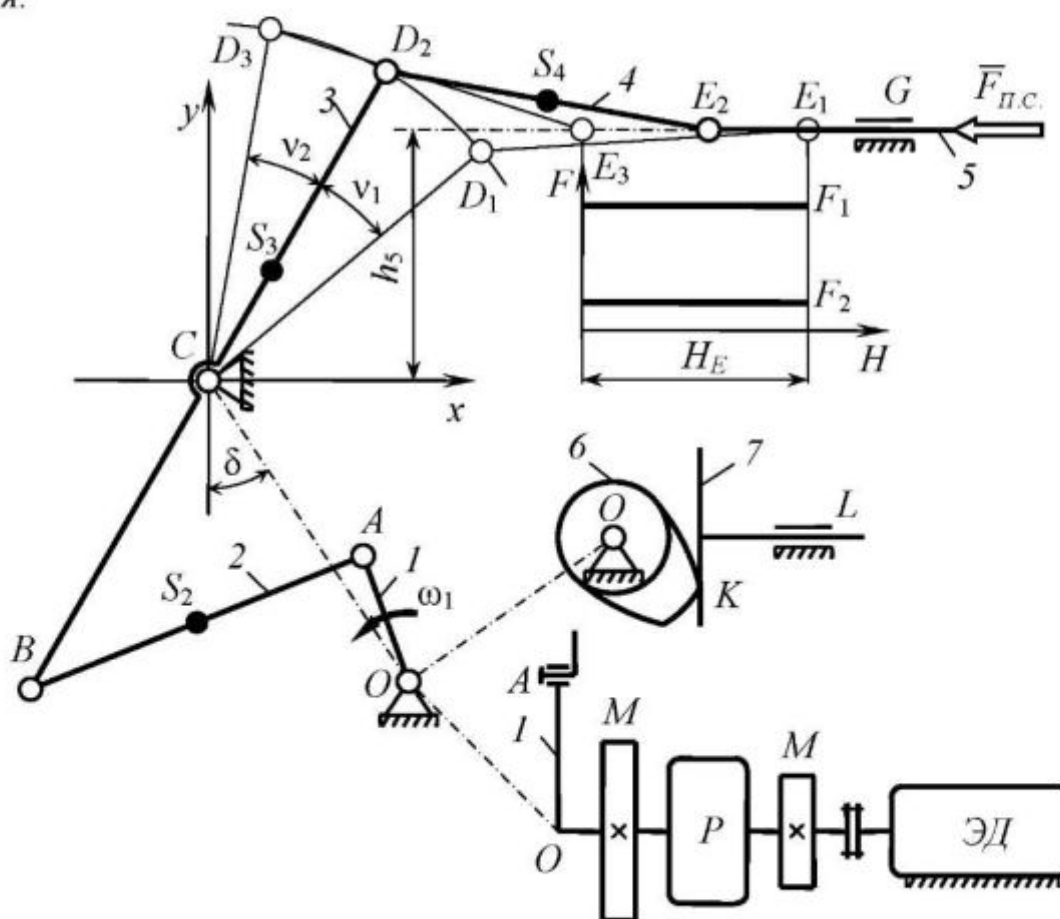


Рис. 11.1. Кинематическая схема механизма подачи деталей на конвейер

Задание на проектирование.

Название устройства – "Механизм подачи деталей на конвейер".

1. Геометрические параметры механизма манипулятора:

$$h = 0,06 \text{ м}; H_E = 0,40 \text{ м}; \delta = 40^\circ; \nu_1 = \nu_2 = 20^\circ; k_{\omega_3} = 1,1; l_{CD} = l_{CB},$$

$$l_{DS} / l_{DE} = 0,3; l_{AS_2} = l_{BS_2}; l_{CS_3} / l_{CD} = 0,15.$$

2. Значения функции положения звена 5, соответствующие положениям точек D_1, D_2, D_3 : $x_{E1} = 0,82 \text{ м}, x_{E2} = 0,62 \text{ м}, x_{E3} = 0,42 \text{ м}.$

3. Данные к синтезу схемы зубчатого редуктора назначаются преподавателем. $\omega_{\partial} = 150 \text{ с}^{-1}; \omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}.$

4. Данные к синтезу кулачкового механизма: толкатель – плоский; ход толкателя $\Delta s_{max} = 0,06 \text{ м}$; закон изменения ускорения – косинусоидальный; $\varphi_y = \varphi_a = 0,4\varphi_{раб}$; $\varphi_{\dot{a}} = 0,4\varphi_{раб}.$

5. Сила сопротивления:

$$\text{рабочий ход} - F_c = F_1 = 2000 \text{ Н}; \text{ холостой ход} - F_c = F_2 = 400 \text{ Н}.$$

6. Массы звеньев определяются умножением их длин на погонную массу $m_l = 50 \text{ кг/м}$. Масса ползуна 5 равна удвоенной массе звена 4.

6. Моменты инерции звеньев вычислить по формуле $J_{Si} = m_i l_i^2.$

Проектирование и исследование механизма подачи конвейера.

Механизм подачи конвейера предназначен для подачи на конвейер деталей после завершения их очистки и обрубки после отливки. Рабочее звено 5 механизма совершает поворотно-поступательное движение при равномерном движении входного звена 1 механизма. При повороте звена 1 на угол $\varphi_1 = \varphi_{1раб}$ звено 5 совершает рабочий ход, перемещая деталь на конвейер, преодолевая при этом силу сопротивления $\bar{F}_c = \bar{F}_1$. Для обеспечения равномерности движения при рабочем ходе необходимо обеспечить соответствие значений координаты x_E точки рабочего звена значениям угловой координаты φ_1 входного звена для трех положений.

После перемещения детали, звено 5 возвращается в исходное положение, преодолевая при этом силу сопротивления $\bar{F}_c = \bar{F}_2$. Этому движению соответствует поворот входного звена механизма на угол холостого хода $\varphi_1 = \varphi_{1хол}$. При совершении холостого хода через кулачковый механизм включается система подачи готовых деталей из бункера (механизм управления бункером на схеме не показан). Угол ближнего выстоя φ_{δ} кулачкового механизма соответствует $\varphi_{1раб}$, а остальные фазовые углы свя-

заны со значением угла холостого хода $\varphi_{1хол} = \varphi_y + \varphi_\partial + \varphi_\alpha$. Принять $\omega_\partial = 150 \text{ с}^{-1}$, $\omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}$.

Требуется.

1. Определить необходимые линейные размеры звеньев манипулятора механизма.
2. Определить передаточное отношение зубчатого механизма, числа зубьев и геометрические размеры зубчатых колес для заданных значений модулей зацепления (при отсутствии исходных данных значения модулей задаются преподавателем).
3. Определить геометрические размеры и профиль кулачка, принимая закон движения толкателя по согласованию с преподавателем – косинусоидальный.
4. Определить законы движения звеньев манипулятора.
5. Определить законы изменения усилий в кинематических парах манипулятора.
6. Определить размеры и место установки маховика (варианты показаны на схеме), обеспечивающие движение входного звена, с коэффициентом неравномерности хода $\delta = 0,02$.

Исходные данные к расчету шарнирно-рычажного механизма включают постоянные геометрические параметры h_5 , δ , соотношения геометрических размеров звеньев, ход H_E рабочего звена 5 и значения его функции положения x_E . Необходимо определить геометрические размеры звеньев манипулятора, после чего становится возможным выполнение кинематического расчета: определение линейных и угловых перемещений, скоростей и ускорений звеньев и характерных их точек.

По данным кинематического расчета можно определить усилия в кинематических парах и выполнить динамический расчет механизма; решить уравнение движения механизма; рассчитать момент инерции маховика; определить истинный закон движения звена приведения (входного звена 1) без установки маховика и с разными вариантами его установки. Динамический расчет может и предшествовать кинематическому расчету механизма. Это позволит последний выполнять из предположения известного момента инерции маховика и места его установки и истинного закона движения входного звена. Следует отметить, что, при выполнении расчетов с применением персонального компьютера, последовательность выполнения кинематического и динамического расчетов потеряла актуальность, так как быстрое выполнение расчетов позволяет получить результаты независимо от последовательности расчетных операций.

Данные к расчету зубчатого механизма (редуктора) включают угловые скорости входного и выходного валов, модули зацепления и рекомендуемые схемы. Прежде чем определить геометрические размеры зубчатых колес, необходимо определить числа их зубьев и количество сателлитов. Так как эта задача многовариантна, то целесообразно исходить из какого-либо критерия оптимальности (например, из минимального диаметрального размера редуктора). Если задача оптимизации не решается, то кинематическая схема редуктора задается из конструктивных соображений.

Расчет кулачкового механизма может быть выполнен только после геометрического синтеза механизма манипулятора, так как рабочий угол поворота кулачка равен углу холостого хода звена I манипулятора.



В примере все линейные размеры звеньев манипулятора и координаты определяются в *метрах*, угловые координаты – в *радианах*, размеры зубчатых колес – в *миллиметрах*.

11.2. Определение геометрических размеров звеньев механизма манипулятора



Механизм манипулятора включает входное звено I и звенья $2, 3, 4, 5$. Звенья 2 и 3 образуют структурную группу второго класса первого вида с внутренней кинематической парой B и внешними кинематическими парами A и C . Звенья 4 и 5 образуют структурную группу второго класса второго вида с внутренней кинематической парой E и внешними кинематическими парами D и G . Так как заданы значения x_E функции положения звена 5 , то определение размеров звеньев начнем со структурной группы $4-5$, звенья которой со звеном 3 образуют кривошипно-ползунный механизм (рис. 11.2).

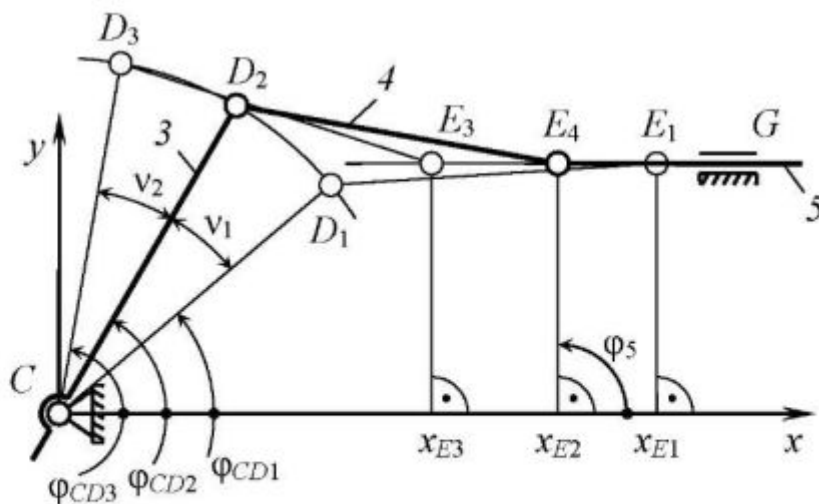


Рис. 11.2. К синтезу размеров звеньев 3 и 4 шарнирного механизма в примере

Применим для синтеза операторную

функцию $SNTZR$ (см. гл. 3), реализующую алгоритм синтеза кривошипно-ползунного механизма по трем положениям ползуна. При изменении угловой координаты φ_{CD} относительно исходного значения φ_{CD1} на величину $\nu = \nu_1 = \nu_2 = 20^\circ = 0,349 \text{ рад}$ абсцисса точки E звена 5 $x_E = x_5$ будет принимать значения: 0,82; 0,62; 0,42. Принимая значения угла $\varphi_5 = 90^\circ = 1,57 \text{ рад}$, запишем обращение к операторной функции:

1. $SNTZR(x_5(0,82; 0,62; 0,42), h_5, \varphi_{CD}(0; 0,349; 0,698), \varphi_5(1,57; 1,57; 1,57) \# l_{CD}, l_{DE}, \varphi_{CD1})$,

где l_{CD}, l_{DE} – обозначения размеров звеньев; φ_{CD1} – исходное значение угловой координаты звена CD , соответствующее $x_5 = 0,82 \text{ м}$.

После вычисления φ_{CD1} определим крайние положения звена 3, которые оно занимает при совершении кривошипом 1 полного оборота (рис. 11.3). В системе координат x_1, y_1 угловые координаты для этих положений равны:

2. $\varphi_{CB1} = \varphi_{CD1} + \pi - (\pi/2 + \delta)$.

3. $\varphi_{CB2} = \varphi_{CB1} + 2 \cdot \nu$.

Кроме двух положений звена 3 известен коэффициент $k_{\omega 3}$ изменения его средней скорости, что отвечает условиям синтеза с использованием операторной функции i $SNTZI$.

Принимая по правилам обращения к операторной функции $SNTZI$ (гл. 3) расстояние $l_0 = O_1C = 0,7 \text{ м}$, вариант сборки при $q = -1$, соответствующий расположению точки O между O_1 и C , запишем обращение в виде

4. $SNTZI(k_{\omega 3}, \varphi_{CB1}, \varphi_{CB2}, l_{CB}, l_0, q \# l_{OA}, l_{AB}, l_{OC})$.

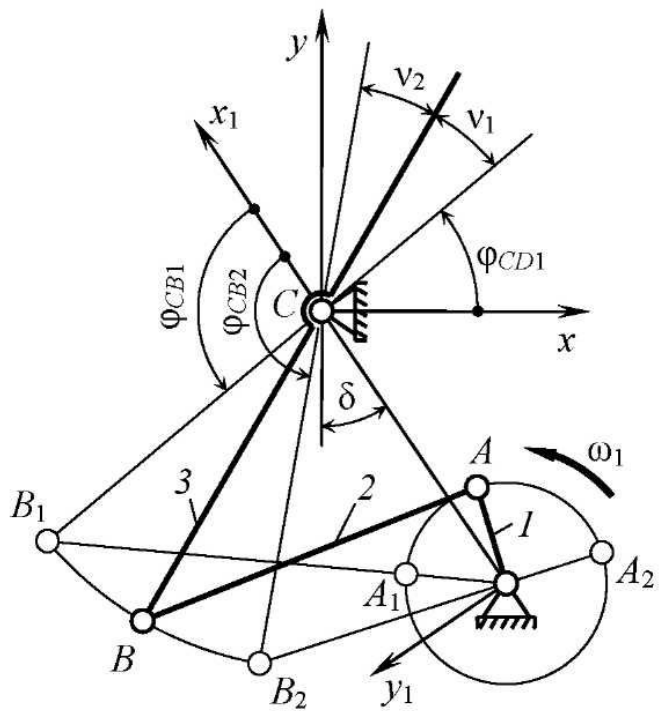


Рис. 11.3. К синтезу размеров звеньев 1, 2 и l_0 шарнирного механизма в примере

здесь l_{OA}, l_{AB}, l_{OC} – Здесь l_{OA}, l_{AB}, l_{OC} – обозначения длин соответствующих звеньев. Реализация на ЭВМ п. 1–4 алгоритма позволит определить линейные размеры звеньев манипулятора.

Реализация рассмотренного алгоритма синтеза в системе *Excel* приведена ниже, результаты расчета представлены на рис. 11.4.

| Исходные данные | | | | | |
|-----------------|----------------------------|---------|--------------------|----------------------------|---------|
| Положение | Угловая координата звена 3 | | Координата точки E | Угловая координата звена 5 | |
| | $\varphi_{с0}$ | | x_E | φ_5 | |
| | градусы | радианы | м | градусы | радианы |
| 1 | 0 | 0,0000 | 0,82 | 90 | 1,5708 |
| 2 | 20 | 0,3491 | 0,62 | 90 | 1,5708 |
| 3 | 40 | 0,6981 | 0,42 | 90 | 1,5708 |


| Результаты расчета по функции <i>SNTZR</i> | | |
|--|---------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Длина звена CD | $l_{с0}, м$ | 0,5787 |
| Длина звена DE | $l_{сE}, м$ | 0,7010 |
| Начальная углов. координата звена 3 | $\varphi_{с0}, рад$ | 1,3566 |
| | градусы | 77,7249 |

| Промежуточный расчет | | |
|-------------------------------|---------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Крайнее положение № 1 звена 3 | $\varphi_{св}, рад$ | 2,2292 |
| | градусы | 127,7249 |
| Крайнее положение № 2 звена 3 | $\varphi_{св}, рад$ | 2,9274 |
| | градусы | 167,7249 |

| Результаты расчета по функции <i>SNTZ1</i> | | |
|--|-------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Длина звена OA | $l_{OA}, м$ | 0,1969 |
| Длина звена AB | $l_{AB}, м$ | 0,3286 |
| Длина звена OC | $l_{OC}, м$ | 0,6123 |

Рис. 11.4. Результаты расчетов по синтезу размеров звеньев шарнирного механизма

11.3. Геометрический расчет зубчатых колес

 При выполнении расчета примем, что кинематическая схема зубчатого редуктора назначается из конструктивных соображений. Из исходных данных следует, что передаточное отношение редуктора оп-

ределится из выражения: $i_p = \omega_o / \omega_1 = 150/3 = 50$. Для рассматриваемого примера более предпочтителен вариант компоновки привода по схеме рис. 11.5, если ставится условие минимальной стоимости изготовления редуктора. Это объясняется тем, что такие редукторы выпускаются серийно с передаточным отношением из стандартного ряда предпочтительных чисел. Соответствующее передаточное отношение i_{1h_2} получают последовательным соединением стандартных редукторов и подбором зубчатых колес 1 и 2 при стандартном межосевом расстоянии a_{w12} . Однако, если ограничивается габаритный осевой размер от электродвигателя ЭД до звена 1 манипулятора, этот вариант может оказаться неприемлемым и следует отдать предпочтение другому варианту компоновки сателлитных ступеней и применения рядовых ступеней. Рассматриваем в дальнейшем случай компоновки зубчатого механизма по схеме рис. 11.5.

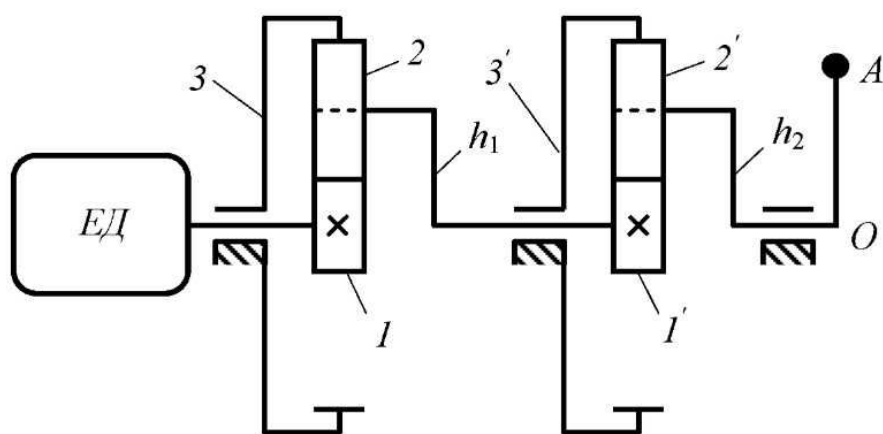


Рис. 11.5. Принятая кинематическая схема зубчатого редуктора привода входного звена шарнирного механизма

Приступим к синтезу зубчатых зацеплений редуктора. Коэффициенты смещения для колес 1 и 2 выберем из условия обеспечения повышенной износостойкости рабочих поверхностей зубьев колес. Обращение к операторной функции $KRKT$ для этого случая будет иметь вид

$$5. KRKT(3, 20, 51, 0, 3 \# x_1, x_2, \alpha_{12}).$$

Геометрические размеры колес и параметры зацепления определим обращением к соответствующим операторным функциям:

$$6. GMTZK(3, 20, 0, x_1 \# d_1, s_1, d_{b1}, s_{b1}, d_{a1}, s_{a1}, d_{f1}).$$

7. $GMZK(3, 51, 0, x_2 \# d_2, s_2, d_{b2}, s_{b2}, d_{a2}, s_{a2}, d_{f2})$.
8. $GMZPC(3, 20, 51, 0, x_1, x_2, 30 \# a_{12}, x_{\Sigma}, \alpha_{w12}, a_{w12}, \Delta y_{12}, x_y, \varepsilon_{12})$.
9. $GMZVN(3, z_2, z_3, x_2, 0, z_{02}, d_0, x_0, d_{a0} \# a_{23}, x_d, \alpha_{w23}, a_{w23}, d_1, d_2, \Delta y_{23}, x_{y23}, d_{a1}, d_{a2}, d_{f1}, d_{f2}, h_1, h_2, s_{a1}, s_{a2}, \varepsilon_{23})$.

Обозначения параметров в операторных функциях соответствуют принятым выше в данной работе. Реализация рассмотренного алгоритма расчета в системе *Excel* приведена выше. На рис. 11.6 приведены исходные данные к расчетам параметров зубчатых зацеплений, на рис. 11.7, – результаты расчетов по выбору коэффициентов смещения для колес 1 и 2, на рис. 11.8 *a, б*, – геометрические параметры зубчатых колес 1 и 2.

На рис. 11.9 приведены параметры зацепления зубчатых колес 1 и 2. На рис. 11.10 приведены геометрические параметры зубчатых колес 2 и 3 внутреннего зацепления, а на рис. 11.11, – параметры внутреннего зацепления зубчатых колес 2 и 3.

| Исходные данные | | |
|--|---------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Модуль зацепления | $m, \text{мм}$ | 3 |
| Число зубьев колеса 1 | z_1 | 20 |
| Число зубьев колеса 2 | z_2 | 51 |
| Число зубьев колеса 3 | z_3 | 122 |
| Межосевое расстояние | a_w | 0 |
| Управляющий параметр | $Schng$ | 3 |
| Угол наклона зубьев | $\beta, \text{рад}$ | 0 |
| Рабочая ширина зубчатого венца | $b_w, \text{мм}$ | 30 |
| Число зубьев долбяка | z_{02} | 25 |
| Делительный диаметр долбяка | d_0 | 75 |
| Коэффициент смещения исходного контура | x_0 | 0,17 |
| Диаметр вершин | b_w | 63,8 |

Рис. 11.6. Исходные данные к расчету зубчатых зацеплений редуктора

| Результаты расчета по функции <i>KRKT</i> | | |
|---|---------------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Коэффициент смещения колеса 1 | x_1 | 0,305 |
| Коэффициент смещения колеса 2 | x_2 | -0,305 |
| Угол зацепления | $\alpha_{12}, \text{рад}$ | 0,349 |
| | градусы | 20,000 |

Рис. 11.7. Определение коэффициентов смещения зубчатых колес

| Результаты расчета колеса 1 по функции GMTZK | | |
|--|---------------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Диаметр делительной окружности | $d_1, \text{мм}$ | 60,000 |
| Толщина зуба по делительной окружности | $s_1, \text{мм}$ | 5,378 |
| Диаметр основной окружности | $d_{\delta 1}, \text{мм}$ | 56,382 |
| Толщина зуба по основной окружности | $s_{\delta 1}, \text{мм}$ | 5,894 |
| Диаметр окружности вершин | $d_{a1}, \text{мм}$ | 67,828 |
| Толщина зуба по окружности вершин | $s_{a1}, \text{мм}$ | 1,711 |
| Диаметр окружности впадин | $d_{f1}, \text{мм}$ | 54,328 |

а

| Результаты расчета колеса 2 по функции GMTZK | | |
|--|---------------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Диаметр делительной окружности | $d_2, \text{мм}$ | 153,000 |
| Толщина зуба по делительной окружности | $s_2, \text{мм}$ | 4,047 |
| Диаметр основной окружности | $d_{\delta 2}, \text{мм}$ | 143,773 |
| Толщина зуба по основной окружности | $s_{\delta 2}, \text{мм}$ | 5,946 |
| Диаметр окружности вершин | $d_{a2}, \text{мм}$ | 157,172 |
| Толщина зуба по окружности вершин | $s_{a2}, \text{мм}$ | 2,450 |
| Диаметр окружности впадин | $d_{f2}, \text{мм}$ | 143,672 |

б

Рис. 11.8. Определение геометрических размеров зубчатых колес 1 и 2

| Результаты расчета по функции GMZPC | | |
|-------------------------------------|------------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Угол профиля | $\alpha_t, \text{рад}$ | 0,3491 |
| | градусы | 20,0000 |
| Делительное межосевое расстояние | $a, \text{мм}$ | 106,5000 |
| Кэффициент суммарного смещения | x_{Σ} | 0,0000 |
| Угол зацепления | $\alpha_w, \text{рад}$ | 0,3490 |
| | градусы | 19,9957 |
| Межосевое расстояние | $a_w, \text{мм}$ | 106,4971 |
| Кэффициент воспринимаемого смещения | y | -0,0010 |
| Кэффициент уравнительного смещения | Δy | 0,0010 |
| Кэффициент перекрытия | ε_a | 1,6005 |

Рис. 11.9. Определение параметров зацепления зубчатых колес 1 и 2

| Результаты расчета по функции GMZVN | | |
|--|------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Делительное межосевое расстояние | a , мм | 106,5000 |
| Коэффициент разности смещений | x_a | 0,3046 |
| Угол зацепления | α_w , рад | 0,3710 |
| Межосевое расстояние | a_w , мм | 107,3843 |
| Делительный диаметр колеса 2 | d_2 , мм | 153,0000 |
| Делительный диаметр колеса 3 | d_3 , мм | 366,0000 |
| Коэффициент воспринимаемого смещения | y | 0,2948 |
| Коэффициент уравнивающего смещения | Δy | 0,0098 |
| Диаметр вершин зубьев колеса 2 | d_{a2} , мм | 157,2093 |
| Диаметр вершин зубьев колеса 3 | d_{a3} , мм | 361,4410 |
| Диаметр впадин зубьев колеса 2 | d_{f2} , мм | 143,6723 |
| Диаметр впадин зубьев колеса 3 | d_{f3} , мм | 373,7580 |
| Высота зуба колеса 2 | h_2 , мм | 6,7685 |
| Высота зуба колеса 3 | h_3 , мм | 6,1585 |
| Толщина зуба колеса 2 по окружности вершин | s_{a2} , мм | 2,4345 |
| Толщина зуба колеса 3 по окружности вершин | s_{a3} , мм | 3,0957 |
| Коэффициент перекрытия | ε_a | 1,7116 |

Рис. 11.10. Определение геометрических размеров и параметров зацепления зубчатых колес 2 и 3

| Расчет параметров | | |
|----------------------------------|--------------------------|----------|
| Наименование параметра | Обознач. | Величина |
| Конструктивный параметр | β , рад | 0,1496 |
| | градусы | 8,571 |
| Рабочий угол кулачка | φ_{pk} , рад | 2,991993 |
| | градусы | 171,429 |
| Фазовый угол удаления | φ_y , рад | 1,196797 |
| | градусы | 68,571 |
| Фазовый угол возвращения | φ_z , рад | 1,196797 |
| | градусы | 68,571 |
| Фазовый угол дальнего стояния | φ_d , рад | 0,598399 |
| | градусы | 34,286 |
| Фазовый коэффициент | k_φ | 0,380952 |
| Максимальное ускорение толкателя | a_0 , м/с ² | 1,860469 |

Рис. 11.11. Исходные данные к расчету кулачкового механизма

11.4. Определение геометрических размеров кулачкового механизма



Рабочий угол кулачка $\varphi_{p.k.}$ соответствует углу поворота входного звена манипулятора при совершении звеном 5 манипулятора холостого хода. При заданном значении коэффициента неравномерности вращения $k_{\omega 3}$ получим (см. гл. 3):

$$10. \beta = \pi(k_{\omega 3} - 1)/(k_{\omega 3} + 1).$$

$$11. \varphi_{p.k.} = \pi - \beta.$$

Фазовые углы кулачка определим в соответствии с заданием на проектирование:

$$12. \varphi_y = \varphi_a = 0,4 \cdot \varphi_{p.k.}$$

$$13. \varphi_d = 0,2 \cdot \varphi_{p.k.}$$

В задании на проектирование задан косинусоидальный закон движения толкателя. При косинусоидальном законе движения толкателя максимальное ускорение определяется в зависимости от заданного максимального перемещения Δs_{\max} толкателя:

$$14. a_0 = \Delta s_{\max} \omega_1^2 / 2k_\varphi.$$

Следовательно, закон изменения ускорений толкателя будет описываться функцией

$$15. \quad a(\varphi_k) = \begin{cases} a_0 \cos(\varphi_k / k_\varphi) & 0 \leq \varphi_k < \varphi_y; \\ 0, & \varphi_y \leq \varphi_k \leq \varphi_y + \varphi_d; \\ a_0 \cos((\varphi_k - \varphi_d) / k_\varphi) & \varphi_y + \varphi_d < \varphi_k \leq \varphi_y + \varphi_d + \varphi_a. \end{cases} \quad (11.1)$$

В этом выражении a_0 – максимальное ускорение толкателя; φ_k – угол поворота кулачка; $k_\varphi = \varphi_y / \pi$ – фазовый коэффициент.

Закон изменения скоростей толкателя определим интегрированием функции (11.1):

$$16. \quad v(\varphi_k) = \begin{cases} (a_0 k_\varphi / \omega_1) \sin(\varphi_k / k_\varphi), & 0 \leq \varphi_k < \varphi_y; \\ 0, & \varphi_y \leq \varphi_k \leq \varphi_y + \varphi_o; \\ (a_0 k_\varphi / \omega_1) \sin((\varphi_k - \varphi_o) / k_\varphi), & \varphi_y + \varphi_o < \varphi_k \leq \varphi_y + \varphi_o + \varphi_e. \end{cases} \quad (11.2)$$

а закон изменения перемещений толкателя, – интегрированием функции (11.2) по переменной φ_k с учетом областей существования функций:

$$17. \quad s(\varphi_k) = \begin{cases} (a_0 k_\varphi^2 / \omega_1^2) (1 - \cos(\varphi_k / k_\varphi)), & 0 \leq \varphi_k < \varphi_y; \\ \Delta s_{\max}, & \varphi_y \leq \varphi_k \leq \varphi_y + \varphi_o; \\ (a_0 k_\varphi^2 / \omega_1^2) (1 - \cos((\varphi_k - \varphi_o) / k_\varphi)), & \varphi_y + \varphi_o < \varphi_k \leq \varphi_y + \varphi_o + \varphi_e. \end{cases} \quad (11.3)$$

На рис. 11.12 приведены результаты вычислений по формулам (11.1)—(11.3), а на рис. 11.13, – графики функций изменения ускорений, скоростей и перемещений толкателя.

Кинематические характеристики толкателя для повышения точности расчета и улучшения их графической интерпретации будем определять для шага угла поворота кулачка $\Delta\varphi_k = 1^\circ$ в диапазоне $0 \leq \varphi_k \leq 360^\circ$. Поворот кулачка в диапазоне $0 \leq \varphi_k \leq \varphi_y + \varphi_o + \varphi_e$ соответствует рабочему углу $\varphi_{p.k.}$. Координаты профиля кулачка в декартовых и полярных координатных системах, радиусы кривизны профиля кулачка, а также радиус кулачковой шайбы определим, обратившись к операторной функции *PRFPL* (см. гл. 6):

$$18. \quad PRFPL(26, \pi/3, \omega_1, \varphi_k(26), a(26), v(26), s(26) \# x(26), y(26), r_k(26), \delta_x(26), \rho_k(26), r_0).$$

Реализация рассмотренного алгоритма расчета кулачкового механизма в системе *Excel* приведена ниже, результаты расчета представлены на рис. 11.14, а на рис. 11.15 по результатам расчетов построен профиль кулачка.

| Кинематические характеристики движения толкателя | | | | | |
|--|-----------------------------------|----------|------------------|----------------|----------------|
| № положения | Угловая координата входного звена | | Ускорение | Скорость | Перемещение |
| | φ_k | | $a(\varphi_k)$ | $v(\varphi_k)$ | $s(\varphi_k)$ |
| | градусы | радианы | м/с ² | м/с | м |
| 0 | 0 | 0,000000 | 1,860469 | 0,000000 | 0,000000 |
| 1 | 10 | 0,174533 | 1,868604 | 0,104491 | 0,003094 |
| 2 | 20 | 0,349066 | 1,132582 | 0,187430 | 0,011737 |
| 3 | 30 | 0,523599 | 0,362959 | 0,231711 | 0,024147 |
| 4 | 40 | 0,698132 | -0,481525 | 0,228200 | 0,037765 |
| 5 | 50 | 0,872665 | -1,226692 | 0,177622 | 0,049780 |
| 6 | 60 | 1,047198 | -1,718849 | 0,090409 | 0,057716 |
| 7 | 70 | 1,221730 | 0,000000 | 0,000000 | 0,060000 |
| 8 | 80 | 1,396263 | 0,000000 | 0,000000 | 0,060000 |
| 9 | 90 | 1,570796 | 0,000000 | 0,000000 | 0,060000 |
| 10 | 100 | 1,745329 | 0,000000 | 0,000000 | 0,060000 |
| 11 | 110 | 1,919862 | -1,761734 | -0,075940 | 0,058408 |
| 12 | 120 | 2,094395 | -1,315550 | -0,167054 | 0,051213 |
| 13 | 130 | 2,268928 | -0,598028 | -0,223712 | 0,039643 |
| 14 | 140 | 2,443461 | 0,242840 | -0,234229 | 0,026084 |
| 15 | 150 | 2,617994 | 1,033621 | -0,196435 | 0,013333 |
| 16 | 160 | 2,792527 | 1,611213 | -0,118125 | 0,004019 |
| 17 | 170 | 2,967060 | 1,856485 | -0,015451 | 0,000064 |
| 18 | 180 | 3,141593 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 19 | 190 | 3,316126 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 20 | 200 | 3,490659 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 21 | 210 | 3,665191 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 22 | 220 | 3,839724 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 23 | 230 | 4,014257 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 24 | 240 | 4,188790 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 25 | 250 | 4,363323 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 26 | 260 | 4,537856 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 27 | 270 | 4,712389 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 28 | 280 | 4,886922 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 29 | 290 | 5,061455 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 30 | 300 | 5,235988 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 31 | 310 | 5,410521 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 32 | 320 | 5,585054 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 33 | 330 | 5,759587 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 34 | 340 | 5,934119 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 35 | 350 | 6,108652 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 36 | 360 | 6,283185 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |

Рис. 11.12. Результаты кинематического расчета толкателя

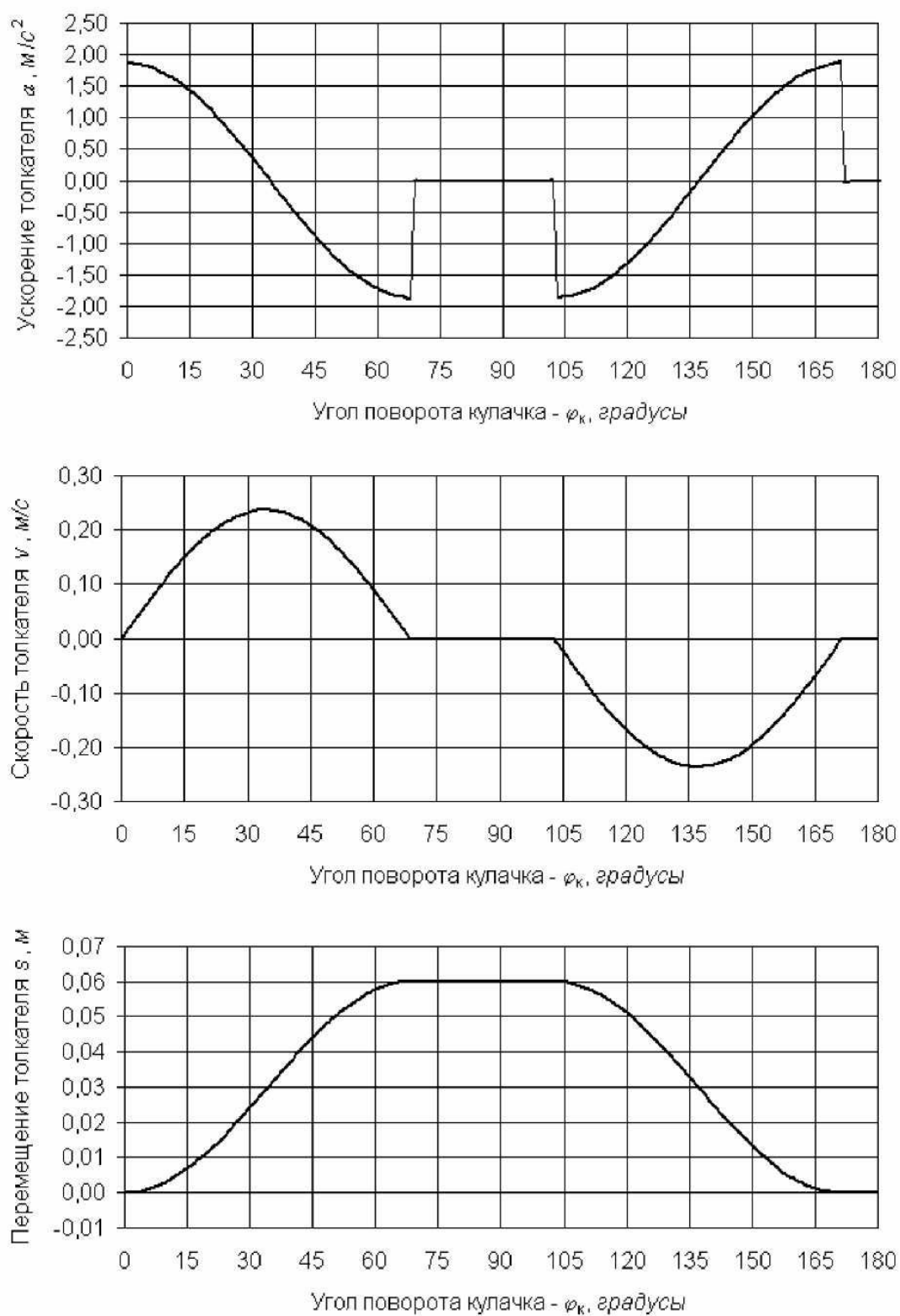


Рис. 11.13. Графики функций, полученных при кинематическом расчете толкателя

| Характеристики профиля кулачка | | | | | | | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|----------|-----------------------------------|----------------|----------------------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|
| № положения | Угловая координата входного звена | | Линейные координаты точек профиля | | Угловые координаты точек профиля | | Радиус кривизны профиля | Радиус кулачковой шайбы |
| | φ_k | | $x(\varphi_k)$ | $y(\varphi_k)$ | $r_x(\varphi_k)$ | $\delta_k(\varphi_k)$ | $R_k(\varphi_k)$ | r_0 |
| | градусы | радианы | м | м | м | рад | м | м |
| 0 | 0 | 0,000000 | 0,000000 | 0,146715 | 0,146715 | 1,570796 | 0,363434 | 0,146715 |
| 1 | 10 | 0,174533 | 0,060315 | 0,141485 | 0,153804 | 1,167824 | 0,335209 | |
| 2 | 20 | 0,349066 | 0,112903 | 0,127528 | 0,170324 | 0,846154 | 0,284295 | |
| 3 | 30 | 0,523599 | 0,152320 | 0,109353 | 0,187509 | 0,622647 | 0,211191 | |
| 4 | 40 | 0,698132 | 0,176852 | 0,092425 | 0,199547 | 0,481573 | 0,130977 | |
| 5 | 50 | 0,872665 | 0,188582 | 0,080949 | 0,205222 | 0,405467 | 0,060196 | |
| 6 | 60 | 1,047198 | 0,192111 | 0,076117 | 0,206641 | 0,377238 | 0,013448 | |
| 7 | 70 | 1,221730 | 0,194249 | 0,070701 | 0,206715 | 0,349066 | 0,206715 | |
| 8 | 80 | 1,396263 | 0,203575 | 0,035896 | 0,206715 | 0,174533 | 0,206715 | |
| 9 | 90 | 1,570796 | 0,206715 | 0,000000 | 0,206715 | 6,283185 | 0,206715 | |
| 10 | 100 | 1,745329 | 0,203575 | -0,035896 | 0,206715 | 6,108652 | 0,206715 | |
| 11 | 110 | 1,919862 | 0,201410 | -0,046369 | 0,206679 | 6,056905 | 0,009375 | |
| 12 | 120 | 2,094395 | 0,199253 | -0,050740 | 0,205612 | 6,033835 | 0,051756 | |
| 13 | 130 | 2,268928 | 0,190692 | -0,062664 | 0,200724 | 5,965687 | 0,119911 | |
| 14 | 140 | 2,443461 | 0,170883 | -0,082185 | 0,189619 | 5,834897 | 0,199781 | |
| 15 | 150 | 2,617994 | 0,136730 | -0,105866 | 0,172924 | 5,624328 | 0,274895 | |
| 16 | 160 | 2,792527 | 0,088555 | -0,128177 | 0,155792 | 5,316967 | 0,329758 | |
| 17 | 170 | 2,967060 | 0,030560 | -0,143655 | 0,146870 | 4,921998 | 0,353055 | |
| 18 | 180 | 3,141593 | 0,000000 | -0,146715 | 0,146715 | 4,712389 | 0,146715 | |
| 19 | 190 | 3,316126 | -0,025477 | -0,144486 | 0,146715 | 4,537856 | 0,146715 | |
| 20 | 200 | 3,490659 | -0,050179 | -0,137867 | 0,146715 | 4,363323 | 0,146715 | |
| 21 | 210 | 3,665191 | -0,073357 | -0,127059 | 0,146715 | 4,188790 | 0,146715 | |
| 22 | 220 | 3,839724 | -0,094307 | -0,112390 | 0,146715 | 4,014257 | 0,146715 | |
| 23 | 230 | 4,014257 | -0,112390 | -0,094307 | 0,146715 | 3,839724 | 0,146715 | |
| 24 | 240 | 4,188790 | -0,127059 | -0,073357 | 0,146715 | 3,665191 | 0,146715 | |
| 25 | 250 | 4,363323 | -0,137867 | -0,050179 | 0,146715 | 3,490659 | 0,146715 | |
| 26 | 260 | 4,537856 | -0,144486 | -0,025477 | 0,146715 | 3,316126 | 0,146715 | |
| 27 | 270 | 4,712389 | -0,146715 | 0,000000 | 0,146715 | 3,141593 | 0,146715 | |
| 28 | 280 | 4,886922 | -0,144486 | 0,025477 | 0,146715 | 2,967060 | 0,146715 | |
| 29 | 290 | 5,061455 | -0,137867 | 0,050179 | 0,146715 | 2,792527 | 0,146715 | |
| 30 | 300 | 5,235988 | -0,127059 | 0,073357 | 0,146715 | 2,617994 | 0,146715 | |
| 31 | 310 | 5,410521 | -0,112390 | 0,094307 | 0,146715 | 2,443461 | 0,146715 | |
| 32 | 320 | 5,585054 | -0,094307 | 0,112390 | 0,146715 | 2,268928 | 0,146715 | |
| 33 | 330 | 5,759587 | -0,073357 | 0,127059 | 0,146715 | 2,094395 | 0,146715 | |
| 34 | 340 | 5,934119 | -0,050179 | 0,137867 | 0,146715 | 1,919862 | 0,146715 | |
| 35 | 350 | 6,108652 | -0,025477 | 0,144486 | 0,146715 | 1,745329 | 0,146715 | |
| 36 | 360 | 6,283185 | 0,000000 | 0,146715 | 0,146715 | 1,570796 | 0,146715 | |

Рис. 11.14. Результаты расчетов по синтезу профиля кулачка

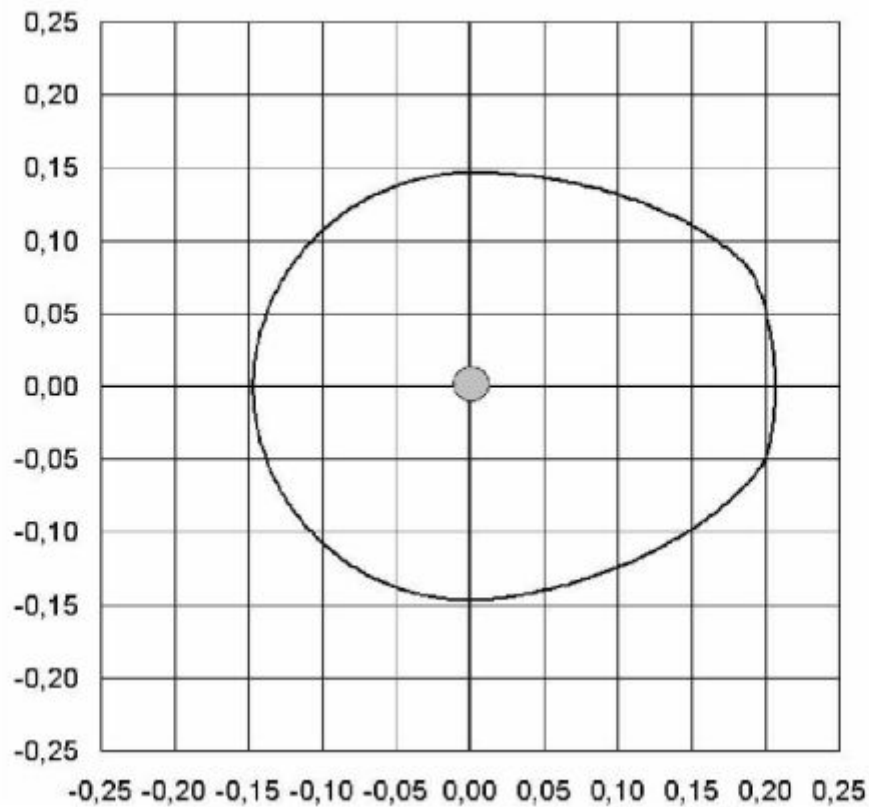



Рис. 11.15. Синтезированный профиль кулачка

11.5. Кинематический расчет механизма манипулятора

 Выполним кинематический расчет манипулятора, включающий определение перемещений звеньев, их скоростей и ускорений. Поместим в точку O центр координатной системы xOy (рис. 11.16). Отметим координаты центров и осей неподвижных элементов кинематических пар, образуемых звеньями со стойкой механизма. Нанесем линии действия векторов скоростей и ускорений точек звеньев, подлежащих определению при использовании операторных функций.

Направляющие углы векторов скоростей будем обозначать буквой α , а ускорений – β с соответствующими индексами (см. гл. 2).

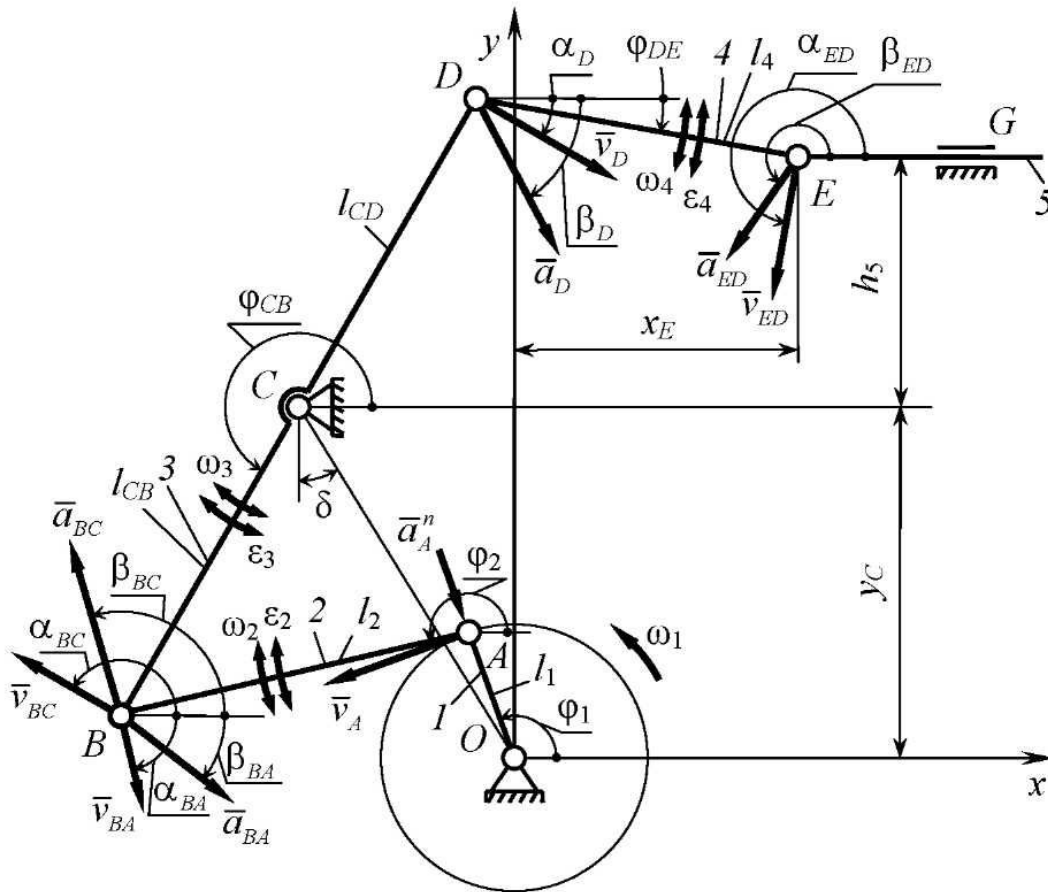


Рис. 11.16. К кинематическому расчету механизма манипулятора

Координаты центров шарниров A и C , которыми группа 2—3 присоединяется к кинематической цепи механизма, определим из зависимостей:

$$19. x_C = -l_{OC} \sin \delta; y_C = l_{OC} \cos \delta;$$

$$20. x_A = l_{OA} \cos \varphi_1; y_A = l_{OA} \sin \varphi_1.$$

Координаты центра шарнира B и угловые координаты звеньев 2 и 5 определим для условия сборки $q = -1$ через операторную функцию:

$$21. PRMI(x_A, y_A, x_C, y_C, l_2, l_{CB}, -1 \# \varphi_2, \varphi_{CB}, x_B, y_B).$$

Для структурной группы 4—5 внешними кинематическими парами будут D и C . Координаты центра шарнира D определим из зависимостей:

$$22. x_D = x_C + l_{CD} \cos(\varphi_{CB} + \pi); y_D = y_C + l_{CD} \sin(\varphi_{CB} + \pi).$$

Направляющая кинематической пары G может быть задана положением ее оси – координатами $(0, h_5 + y_C)$ точки G' , лежащей на ней, и углом $\varphi_G = 0$. Тогда обращением к операторной функции:

$$23. PRM2(x_D, y_D, 0, h_5 + y_C, 0, l_{DE}, 0, \pi/2 \# \varphi_{DE}, x_E, y_E)$$

определим координаты точки E и направляющий угол φ_{DE} звена 4.

Координаты центров масс звеньев 2, 3, 4 определим из зависимостей:

$$24. x_{S2} = x_A + 0,5l_2 \cos \varphi_2; y_{S2} = y_A + 0,5l_2 \sin \varphi_2.$$

$$25. x_{S3} = x_C + l_{CS3} \cos(\varphi_{CB} + \pi); y_{S3} = y_C + l_{CS3} \sin(\varphi_{CB} + \pi).$$

$$26. x_{S4} = x_D + l_{DS4} \cos \varphi_{DE}; y_{S4} = y_D + l_{DS4} \sin \varphi_{DE}.$$

Далее перейдем к определению скоростей звеньев. Шарнир C неподвижен, центр шарнира A движется со скоростью \bar{v}_A , вектор которой определится по величине и направлению при обращении к операторной функции:

$$27. v_A = |\omega_1| \cdot l_{OA}, \alpha_A = \varphi_1 + \pi/2.$$

Скорости точки E относительно точек A и C , угловые скорости звеньев 2 и 3 определяются через операторную функцию:

$$28. SKORI(l_2, \varphi_2, l_{CB}, \varphi_{CB}, v_A, \alpha_A, 0, 0 \# v_{BA}, \alpha_{BA}, v_{CB}, \alpha_{CB}, v_B, \alpha_C, \omega_2, \omega_3).$$

Вектор скорости центра шарнира D , соединяющего звенья 3 и 4, определим по величине и направлению:

$$29. v_D = l_{CD} |\omega_3|, UGL3(\varphi_{CB} + \pi, \pi/2, \omega_3 \# \alpha_D).$$

Скорость точки E , угловая скорость звена 4 и линейная скорость звена 5 определяется через операторную функцию

$$30. SKOR2 (l_{DE}, \varphi_{DE}, 0, v_D, \alpha_D, 0, 0 \# v_{ED}, \alpha_{ED}, v_{EG}, \alpha_{EG}, v_E, \alpha_E, \omega_4).$$

Найдем векторы скоростей центров масс звеньев 2 и 4:

$$31. SMVKT (v_D, \alpha_D, |\omega_4| \cdot 0,3l_{ED}, \alpha_{ED} \# v_{S4}, \alpha_{S4});$$

$$32. SMVKT (v_A, \alpha_A, |\omega_2| \cdot 0,5l_2, \alpha_{BA} \# v_{S2}, \alpha_{S2});$$

В такой же последовательности произведем расчет ускорений звеньев манипулятора:

$$33. a_A^n = \omega_1^2 l_{OA}, \beta_A = \varphi_1 + \pi.$$

$$34. USKRI(a_A, \beta_A, 0, 0, l_2, \varphi_2, l_{CB}, \varphi_{CB}, \omega_2, \omega_3 \# a_{BA}^t, \beta_{BA}^t, a_{BC}^t, \beta_{BC}^t, \alpha_B, \beta_B, \varepsilon_2, \varepsilon_3).$$

$$35. a_D = l_{CD} \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}, UGL3 (\varphi_{CB} + \pi, \pi - \arctan(|\varepsilon_3|/\omega_3^2), \varepsilon_3 \# \beta_D).$$

$$36. USKR2 (a_D, \beta_D, 0, 0, 0, 0, l_{DE}, \varphi_{DE}, \omega_2, 0 \# a_{ED}^t, \beta_{ED}^t, a_{EG}, \beta_{EG}, \varepsilon_4, \alpha_E, \beta_E).$$

На рис. 11.16, иллюстрирующем алгоритм кинематического расчета, не показаны нормальные и тангенциальные составляющие векторов относительных ускорений точек B и E . Направления векторов скоростей и ускорений точек показаны условно на линиях действия.

Реализация рассмотренного алгоритма кинематического расчета манипулятора в системе *Excel* в виде графиков законов движения звеньев механизма представлены на рис. 11.17—11.20.

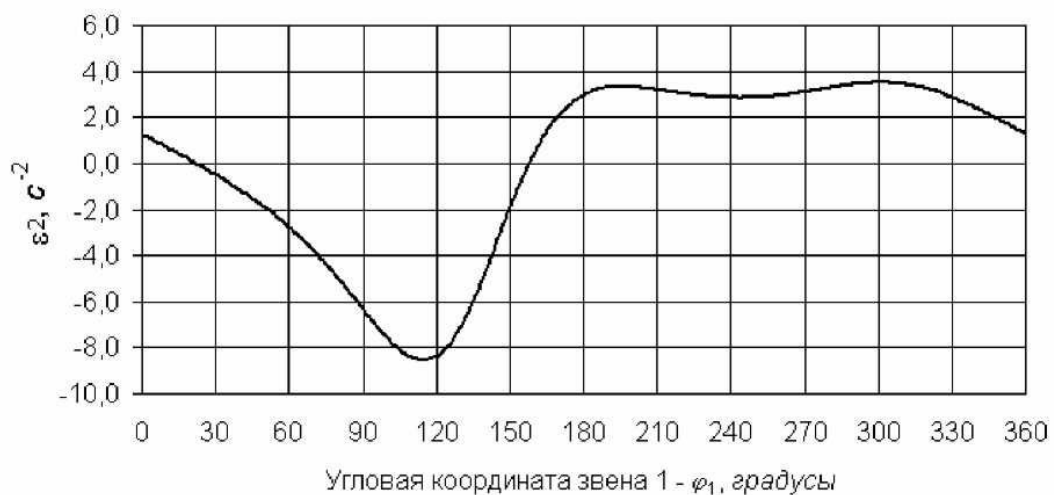
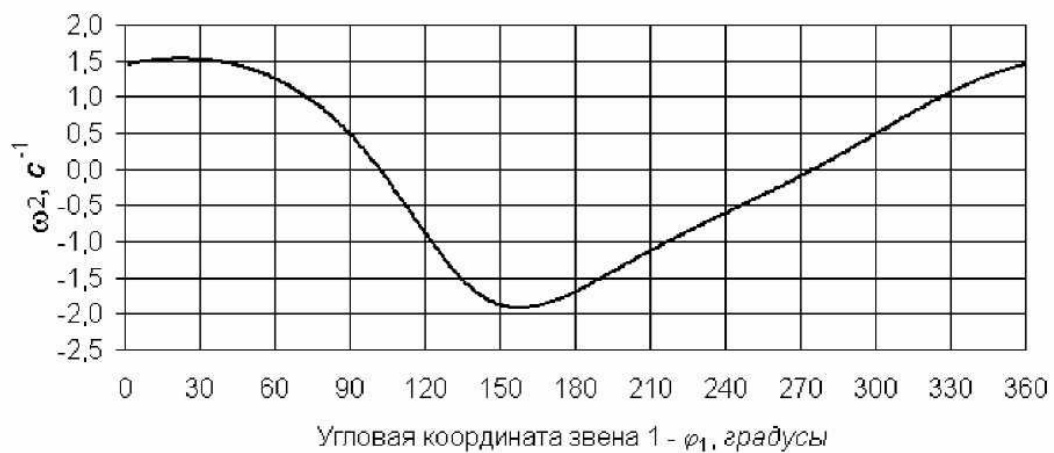
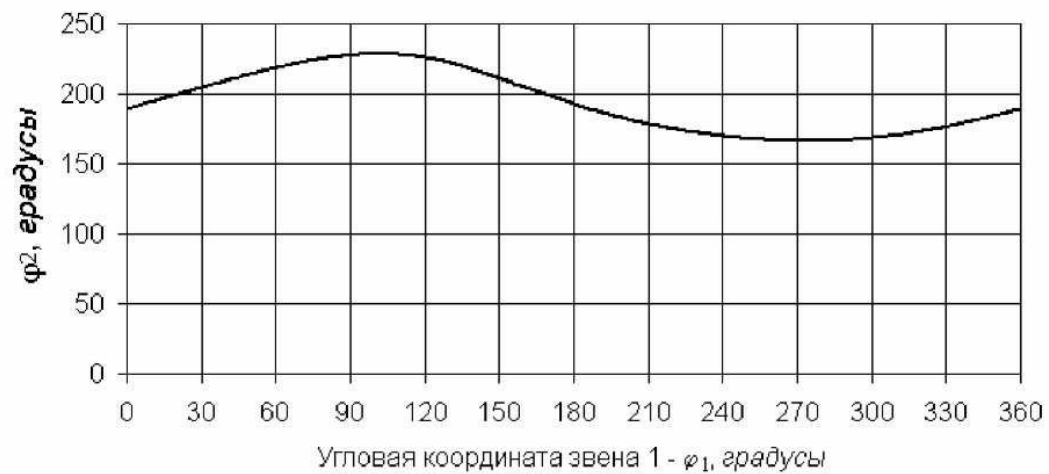


Рис. 11.17. Законы движения звеньев механизма, полученные по результатам кинематического расчета манипулятора

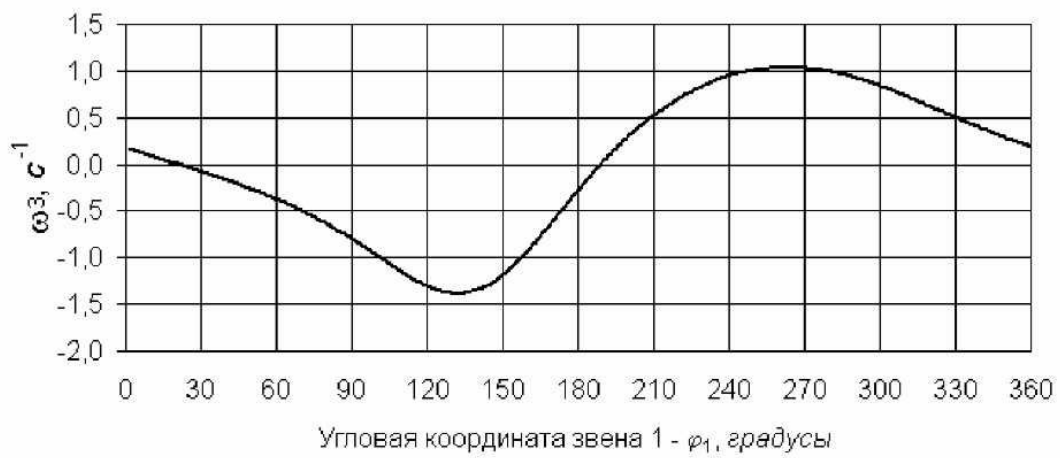
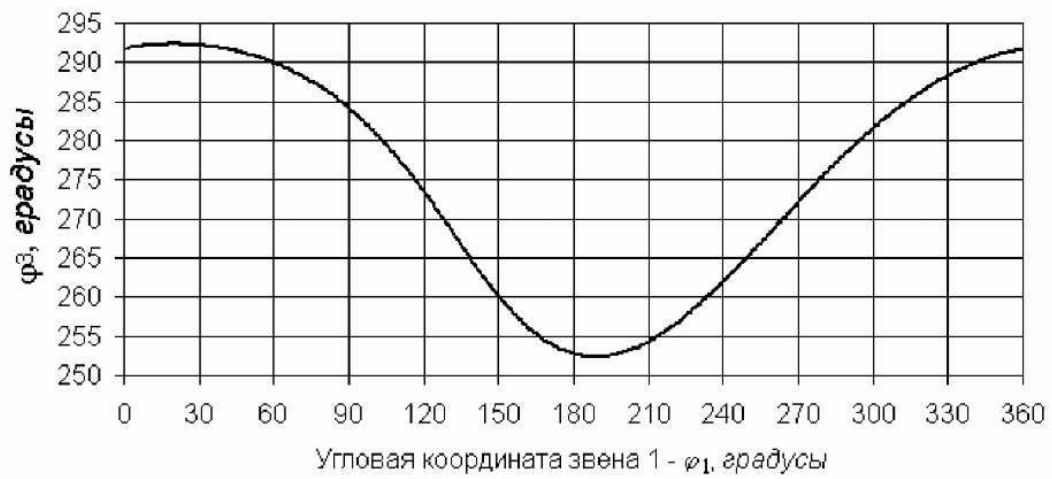


Рис. 11.18. Законы движения звеньев механизма, полученные по результатам кинематического расчета манипулятора

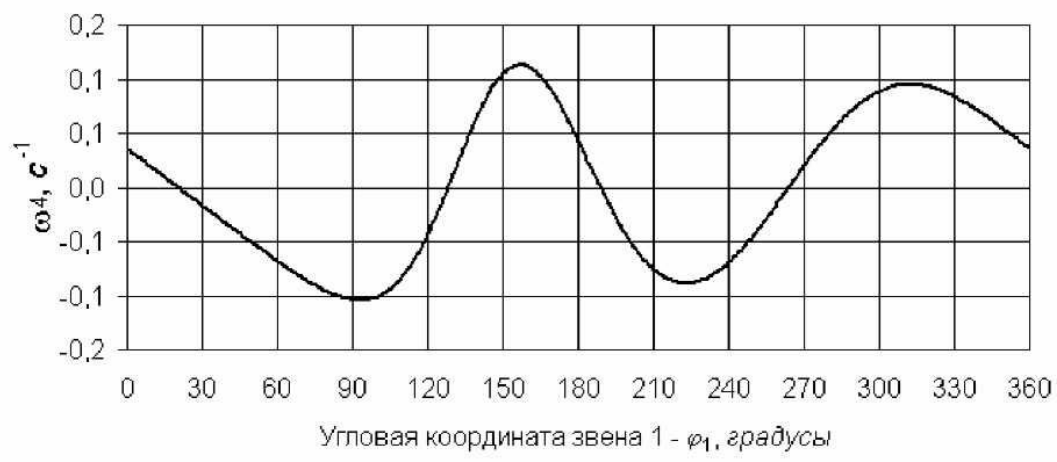
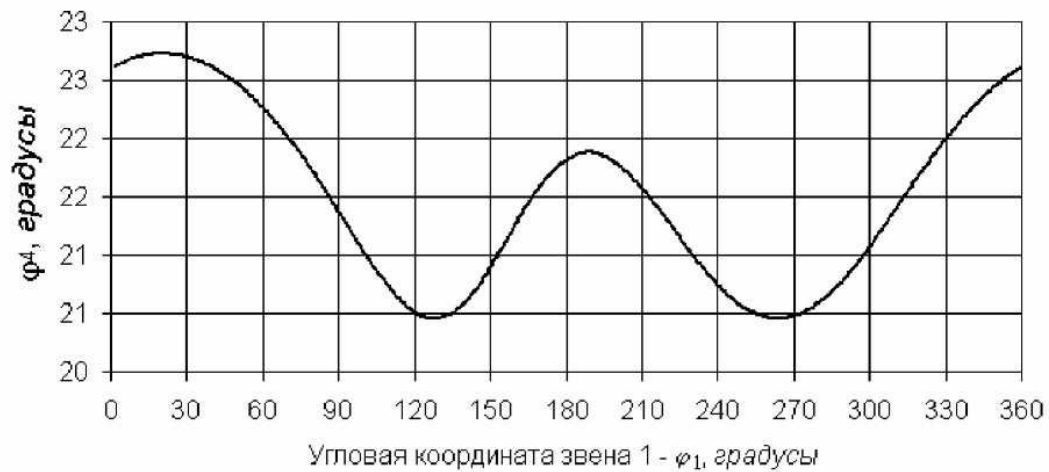


Рис. 11.19. Законы движения звеньев механизма, полученные по результатам кинематического расчета манипулятора

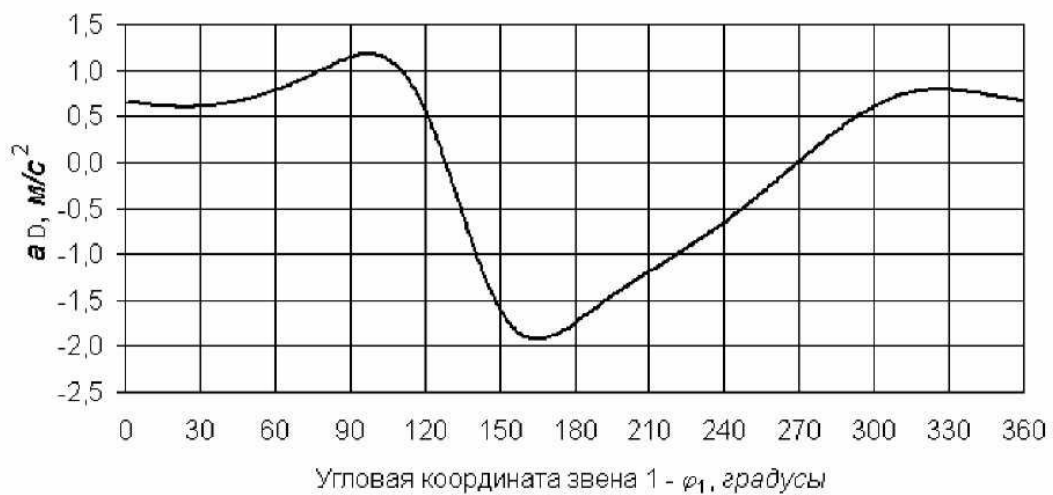
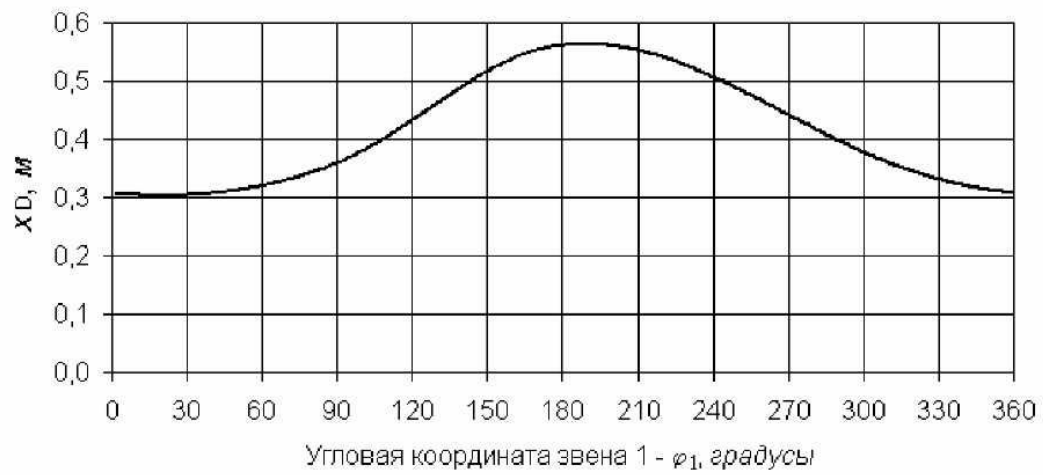



Рис. 11.20. Законы движения звеньев механизма, полученные по результатам кинематического расчета манипулятора

11.6. Определение реакций в кинематических парах механизма манипулятора

 Силовой расчет механизма начинаем со структурной группы 4—5, так как к звену 5 приложена сила производственного сопротивления, которая зависит от того, совершает звено 5 рабочий ход ($v_E < 0$) или холостой ($v_E \geq 0$) (рис. 11.21):

$$37. F_c = \begin{cases} 2000H, & v_E < 0; \\ 400H, & v_E \geq 0. \end{cases}$$

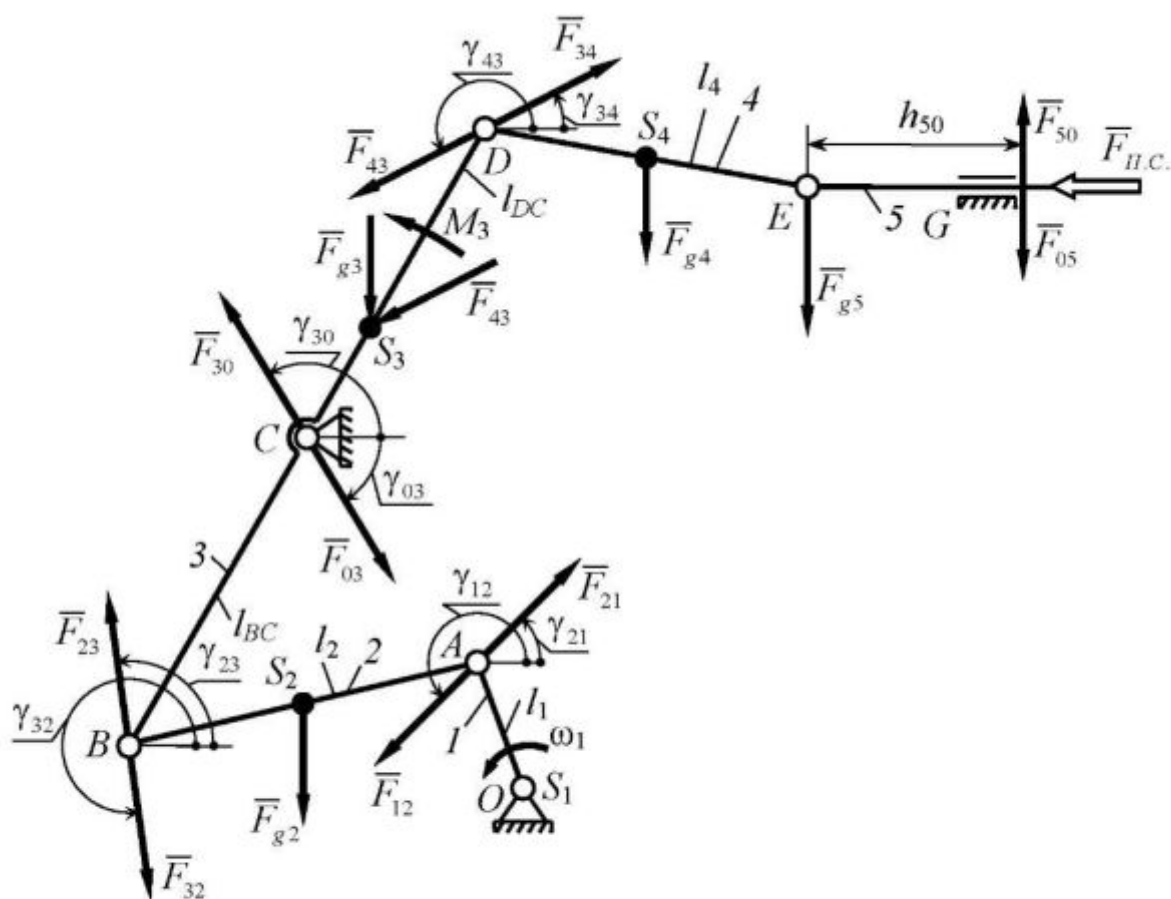


Рис. 11.21. К силовому расчету механизма манипулятора

Массы и моменты инерции звеньев манипулятора определим в соответствии с заданием на проектирование по погонной массе:

$$38. m_4 = m_1 l_{DE}, J_{S4} = m_4 l_{DE}^2; m_3 = 2m_1 l_{CD}, J_{S3} = m_3 (2l_{CD})^2; m_2 = m_1 l_2, J_{S2} = m_2 l_2^2; m_5 = 2m_4, J_{S1} = m_1 l_{O4} l_{O4}^2.$$

Перед обращением к операторной функции силового расчета структурной группы второго класса второго вида приведем все силы, действующие на ее звенья, к эквивалентным системам сил. На звено 5 (рис. 11.21) действуют силы сопротивления \bar{F}_c и сила тяжести \bar{F}_{g5} , линии действия векторов которых пересекаются в центре масс S_5 звена 5. Принимая S_5 за точку приведения, получим равнодействующую сил \bar{F}_c и \bar{F}_{g5} :

$$39. SMVKT(F_c, \pi, m_5 g, -\pi/2 \# F_5, \gamma_5),$$

где g – ускорение свободного падения, $\pi/2$ – направляющий угол векторов сил тяжести.

Так как на звено 4 действует только сила тяжести \bar{F}_{g4} , то можно записать операторную функцию для расчета реакций в кинематических парах D, E, G :

$$40. DNMAF2(x_D, y_D, x_E, y_E, 0, x_{S4}, y_{S4}, m_4 g, -\pi/2, x_E, y_E, F_5, \gamma_5, 0, 0 \# F_{43}, \gamma_{43}, F_{45}, \gamma_{45}, F_{50}, \gamma_{50}, h_{50}).$$

Цифровые индексы обозначают, между какими звеньями возникает реакции в кинематических парах: \bar{F}_{43} – в центре шарнира D ; \bar{F}_{45} – в центре шарнира E ; \bar{F}_{05} – в точке на расстоянии h_{50} от центра шарнира E по оси кинематической пары G . Эти же индексы используют для обозначения координат точек приложения реактивных сил. Перед обращением к операторной функции для силового расчета группы 2—3 приведем силы, действующие на звено 3, к эквивалентной системе сил. Примем за точку приведения сил центр масс S_3 звена 3. Перенесем в эту точку вектор силы \bar{F}_{43} , приложив для сохранения равновесия момент M_3 , равный:

$$41. MOMNT(0,85l_{CD}, \varphi_{CB} + \pi, F_{43}, \gamma_{43} \# M_3).$$

Равнодействующая сил, действующих на звено 3:

$$42. \text{SMVKT}(F_{43}, \gamma_{43}, m_3 g, -\pi/2 \# F_3, \gamma_3).$$

Реакции в кинематических парах A, B, C определим, используя операторную функцию:

$$43. \text{DNMAFI}(x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, x_{S2}, y_{S2}, m_2 g, -\pi/2, x_{S3}, y_{S3}, F_3, \gamma_3, 0, M_3 \# F_{21}, \gamma_{21}, F_{23}, \gamma_{23}, F_{30}, \gamma_{30}).$$

В этом выражении на места формальных параметров, определяющих координаты точек приведения, подставлены соответствующие выражения.

Момент, действующий на звено I , определим из выражения

$$44. \text{MOMNT}(I_1, \phi_1, F_{21}, \gamma_{21} \# M_1).$$

Реализация описанных выше пунктов алгоритма силового расчета манипулятора в системе *Excel* приведена ниже, результаты расчета представлены на рис. 11.22 и 11.23 в виде таблиц результатов расчетов.

| № | φ_1 | F_C | F_{43} | γ_{43} | F_{45} | γ_{45} | F_{50} | γ_{50} |
|----|-------------|--------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|
| | градусы | H | H | градусы | H | градусы | H | градусы |
| 0 | 0,0 | 2000,0 | 2359,4 | -148,0 | 2184,3 | 23,7 | 131,4 | 90,0 |
| 1 | 10,0 | 2000,0 | 2361,7 | -147,9 | 2186,1 | 23,8 | 135,7 | 90,0 |
| 2 | 20,0 | 400,0 | 710,4 | -124,3 | 453,5 | 28,1 | 533,2 | 270,0 |
| 3 | 30,0 | 400,0 | 709,9 | -124,3 | 453,2 | 28,0 | 533,8 | 270,0 |
| 4 | 40,0 | 400,0 | 708,5 | -124,4 | 452,4 | 27,9 | 535,5 | 270,0 |
| 5 | 50,0 | 400,0 | 706,2 | -124,5 | 451,1 | 27,5 | 538,3 | 270,0 |
| 6 | 60,0 | 400,0 | 703,0 | -124,7 | 449,3 | 27,1 | 542,2 | 270,0 |
| 7 | 70,0 | 400,0 | 698,7 | -124,9 | 447,0 | 26,5 | 547,4 | 270,0 |
| 8 | 80,0 | 400,0 | 693,5 | -125,2 | 444,1 | 25,8 | 553,8 | 270,0 |
| 9 | 90,0 | 400,0 | 687,1 | -125,6 | 440,8 | 24,9 | 561,6 | 270,0 |
| 10 | 100,0 | 400,0 | 679,8 | -126,0 | 437,1 | 23,8 | 570,6 | 270,0 |
| 11 | 110,0 | 400,0 | 671,8 | -126,5 | 433,2 | 22,6 | 580,6 | 270,0 |
| 12 | 120,0 | 400,0 | 663,6 | -127,1 | 429,3 | 21,3 | 590,9 | 270,0 |
| 13 | 130,0 | 400,0 | 655,8 | -127,6 | 425,9 | 20,1 | 600,6 | 270,0 |
| 14 | 140,0 | 400,0 | 649,3 | -128,0 | 423,1 | 19,0 | 608,9 | 270,0 |
| 15 | 150,0 | 400,0 | 644,4 | -128,4 | 421,1 | 18,2 | 615,1 | 270,0 |
| 16 | 160,0 | 400,0 | 641,2 | -128,6 | 419,9 | 17,7 | 619,2 | 270,0 |
| 17 | 170,0 | 400,0 | 639,3 | -128,7 | 419,2 | 17,4 | 621,5 | 270,0 |
| 18 | 180,0 | 400,0 | 638,5 | -128,8 | 418,8 | 17,3 | 622,6 | 270,0 |
| 19 | 190,0 | 2000,0 | 2302,0 | -150,3 | 2141,8 | 21,0 | 19,6 | 90,0 |
| 20 | 200,0 | 2000,0 | 2300,6 | -150,4 | 2140,8 | 20,9 | 16,6 | 90,0 |
| 21 | 210,0 | 2000,0 | 2297,7 | -150,5 | 2138,7 | 20,7 | 10,8 | 90,0 |
| 22 | 220,0 | 2000,0 | 2294,3 | -150,7 | 2136,3 | 20,6 | 3,9 | 90,0 |
| 23 | 230,0 | 2000,0 | 2291,3 | -150,8 | 2134,1 | 20,4 | 2,3 | 270,0 |
| 24 | 240,0 | 2000,0 | 2289,4 | -150,9 | 2132,8 | 20,3 | 6,1 | 270,0 |
| 25 | 250,0 | 2000,0 | 2289,2 | -150,9 | 2132,6 | 20,3 | 6,5 | 270,0 |
| 26 | 260,0 | 2000,0 | 2291,1 | -150,8 | 2134,0 | 20,4 | 2,7 | 270,0 |
| 27 | 270,0 | 2000,0 | 2295,1 | -150,6 | 2136,8 | 20,6 | 5,5 | 90,0 |
| 28 | 280,0 | 2000,0 | 2301,0 | -150,4 | 2141,1 | 20,9 | 17,5 | 90,0 |
| 29 | 290,0 | 2000,0 | 2308,6 | -150,0 | 2146,6 | 21,3 | 32,7 | 90,0 |
| 30 | 300,0 | 2000,0 | 2317,2 | -149,7 | 2152,9 | 21,7 | 49,9 | 90,0 |
| 31 | 310,0 | 2000,0 | 2326,2 | -149,3 | 2159,5 | 22,2 | 67,7 | 90,0 |
| 32 | 320,0 | 2000,0 | 2335,1 | -148,9 | 2166,1 | 22,6 | 84,9 | 90,0 |
| 33 | 330,0 | 2000,0 | 2343,1 | -148,6 | 2172,1 | 23,0 | 100,5 | 90,0 |
| 34 | 340,0 | 2000,0 | 2350,0 | -148,3 | 2177,3 | 23,3 | 113,7 | 90,0 |
| 35 | 350,0 | 2000,0 | 2355,5 | -148,1 | 2181,4 | 23,5 | 124,0 | 90,0 |
| 36 | 360,0 | 2000,0 | 2359,4 | -148,0 | 2184,3 | 23,7 | 131,4 | 90,0 |

Рис. 11.22. Результаты силового расчета механизма манипулятора

| № | | F_{21} | γ_{21} | F_{23} | γ_{23} | F_{30} | γ_{30} | M_1 |
|----|---------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|-------------|
| | градусы | H | градусы | H | градусы | H | градусы | $H \cdot m$ |
| 0 | 0,0 | 2523,8 | 8,2 | 2544,0 | 190,9 | 4590,7 | 203,9 | -45,5 |
| 1 | 10,0 | 2488,8 | 13,2 | 2519,2 | 195,9 | 4612,2 | 206,6 | -17,3 |
| 2 | 20,0 | 547,4 | 13,6 | 587,9 | 205,2 | 976,0 | 223,4 | 7,7 |
| 3 | 30,0 | 540,8 | 18,8 | 591,3 | 210,0 | 993,8 | 226,1 | 13,2 |
| 4 | 40,0 | 537,3 | 24,0 | 597,1 | 214,7 | 1011,4 | 229,7 | 18,7 |
| 5 | 50,0 | 537,0 | 29,0 | 605,4 | 219,1 | 1028,7 | 231,1 | 24,2 |
| 6 | 60,0 | 540,1 | 33,7 | 615,8 | 223,2 | 1045,6 | 233,3 | 30,2 |
| 7 | 70,0 | 545,6 | 37,9 | 627,5 | 226,6 | 1061,0 | 235,1 | 36,6 |
| 8 | 80,0 | 552,0 | 41,2 | 638,6 | 229,4 | 1073,5 | 236,6 | 43,6 |
| 9 | 90,0 | 556,6 | 43,4 | 646,1 | 231,3 | 1080,4 | 237,5 | 51,0 |
| 10 | 100,0 | 555,2 | 44,3 | 645,9 | 232,0 | 1077,5 | 237,9 | 57,8 |
| 11 | 110,0 | 543,0 | 43,5 | 632,7 | 231,5 | 1060,0 | 237,5 | 62,8 |
| 12 | 120,0 | 515,7 | 40,8 | 602,0 | 229,5 | 1023,6 | 236,4 | 63,9 |
| 13 | 130,0 | 472,9 | 36,1 | 553,2 | 226,3 | 967,6 | 234,8 | 59,5 |
| 14 | 140,0 | 419,3 | 29,7 | 491,0 | 222,1 | 897,4 | 233,0 | 49,6 |
| 15 | 150,0 | 364,0 | 22,1 | 424,8 | 217,4 | 823,0 | 231,4 | 36,2 |
| 16 | 160,0 | 315,9 | 13,8 | 364,5 | 212,7 | 755,1 | 230,2 | 22,2 |
| 17 | 170,0 | 280,4 | 5,8 | 316,6 | 208,2 | 700,5 | 229,4 | 9,6 |
| 18 | 180,0 | 259,1 | -1,4 | 283,4 | 204,0 | 661,0 | 228,8 | -0,8 |
| 19 | 190,0 | 1810,9 | 4,7 | 1824,8 | 188,5 | 3847,6 | 203,9 | -21,2 |
| 20 | 200,0 | 1774,0 | 0,0 | 1778,2 | 183,9 | 3761,0 | 202,0 | -76,5 |
| 21 | 210,0 | 1778,8 | -4,0 | 1774,5 | 179,9 | 3716,1 | 200,2 | -125,4 |
| 22 | 220,0 | 1817,0 | -7,3 | 1805,6 | 176,5 | 3705,9 | 198,4 | -168,4 |
| 23 | 230,0 | 1881,4 | -10,0 | 1864,1 | 173,7 | 3724,5 | 196,7 | -205,5 |
| 24 | 240,0 | 1966,0 | -12,1 | 1944,1 | 171,4 | 3767,3 | 195,1 | -236,0 |
| 25 | 250,0 | 2065,4 | -13,7 | 2040,1 | 169,6 | 3830,4 | 193,6 | -258,9 |
| 26 | 260,0 | 2174,4 | -14,7 | 2146,8 | 168,4 | 3910,3 | 192,4 | -273,3 |
| 27 | 270,0 | 2286,9 | -15,2 | 2258,1 | 167,8 | 4002,9 | 191,6 | -278,4 |
| 28 | 280,0 | 2395,6 | -15,0 | 2367,0 | 167,8 | 4103,2 | 191,1 | -273,8 |
| 29 | 290,0 | 2492,1 | -14,3 | 2465,1 | 168,5 | 4204,8 | 191,1 | -259,8 |
| 30 | 300,0 | 2568,2 | -12,8 | 2544,0 | 169,8 | 4300,7 | 191,6 | -237,5 |
| 31 | 310,0 | 2617,4 | -10,8 | 2597,4 | 171,9 | 4384,6 | 192,6 | -208,8 |
| 32 | 320,0 | 2637,1 | -8,0 | 2622,9 | 174,6 | 4452,5 | 194,2 | -176,1 |
| 33 | 330,0 | 2630,1 | -4,7 | 2622,9 | 178,0 | 4503,9 | 196,2 | -141,8 |
| 34 | 340,0 | 2602,8 | -0,8 | 2603,9 | 181,9 | 4541,1 | 198,6 | -107,9 |
| 35 | 350,0 | 2564,4 | 3,5 | 2574,7 | 186,2 | 4568,4 | 201,2 | -75,6 |
| 36 | 360,0 | 2523,8 | 8,2 | 2544,0 | 190,9 | 4590,7 | 203,9 | -45,5 |

Рис. 11.23. Результаты силового расчета механизма манипулятора

11.7. Динамический расчет механизма



Для решения уравнения движения механизма необходимо определить приведенный момент инерции J_{np} звена приведения, за кото-

рое удобно принять звено I . Выражение, определяющее J_{npi} для произвольного значения φ_{1i} , запишем для угловой скорости входного звена $\omega_1 = 1$. Тогда получим

$$45. J_{npi} = (m_5 v_{Ei}^2 + m_4 v_{S4i}^2 + J_{S4} \omega_{4i}^2 + m_3 v_{S3i}^2 + m_3 J_{CS3}^2 \omega_{3i}^2 + m_2 v_{S2i}^2 + J_{S2} \omega_{2i}^2).$$

Выражение для J_{npi} будем реализовывать для тех же значений координаты φ_1 входного звена, для которых выполнялся кинематический и силовой расчет. Для этих же условий запишем операторную функцию реализации алгоритма решения уравнения движения механизма:

$$46. ZKNDV(\omega_1, J_{S1}, M_1(n), J_{np}(n) \# A_c(n), A_\Sigma(n), E_v(n), \Delta E_c(n), \omega_{np}(n), \varepsilon_{np}(n)),$$

В этом выражении n – целое число, соответствующее количеству значений координаты φ_1 входного звена; входные и выходные индексные переменные этой функции (см. гл. 8) определяются для n значений переменной φ_1 . Полученные значения угловой скорости ω_{npi} и углового ускорения ε_{npi} звена приведения определяют закон его движения в численной форме. Для того чтобы колебания скоростей звеньев находились в требуемых пределах, определим необходимый момент инерции J_M маховика. Считая, что маховик установлен на оси звена приведения, и принимая коэффициент неравномерности хода механизма равным $\delta = 0,02$, запишем операторную функцию

$$47. MHVK(\delta, J_{S1}, \omega_1, \Delta E_c(n) \# J_M).$$

Закон движения звена приведения после установки маховика определим решением уравнения движения механизма для этих условий:

$$48. ZKNDV(\omega_1, J_{S1} + J_M, M_1(n), J_{np}(n) \# A_c(n), A_\Sigma(n), E_v(n), \Delta E_c(n), \omega_{np}(n), \varepsilon_{np}(n)).$$

Реализация описанных выше пунктов алгоритма динамического расчета механизма манипулятора в системе *Excel* в виде графиков функций приведена на рис. 11.24 и 11.25, результаты расчета в виде таблиц результатов представлены на рис. 11.26.

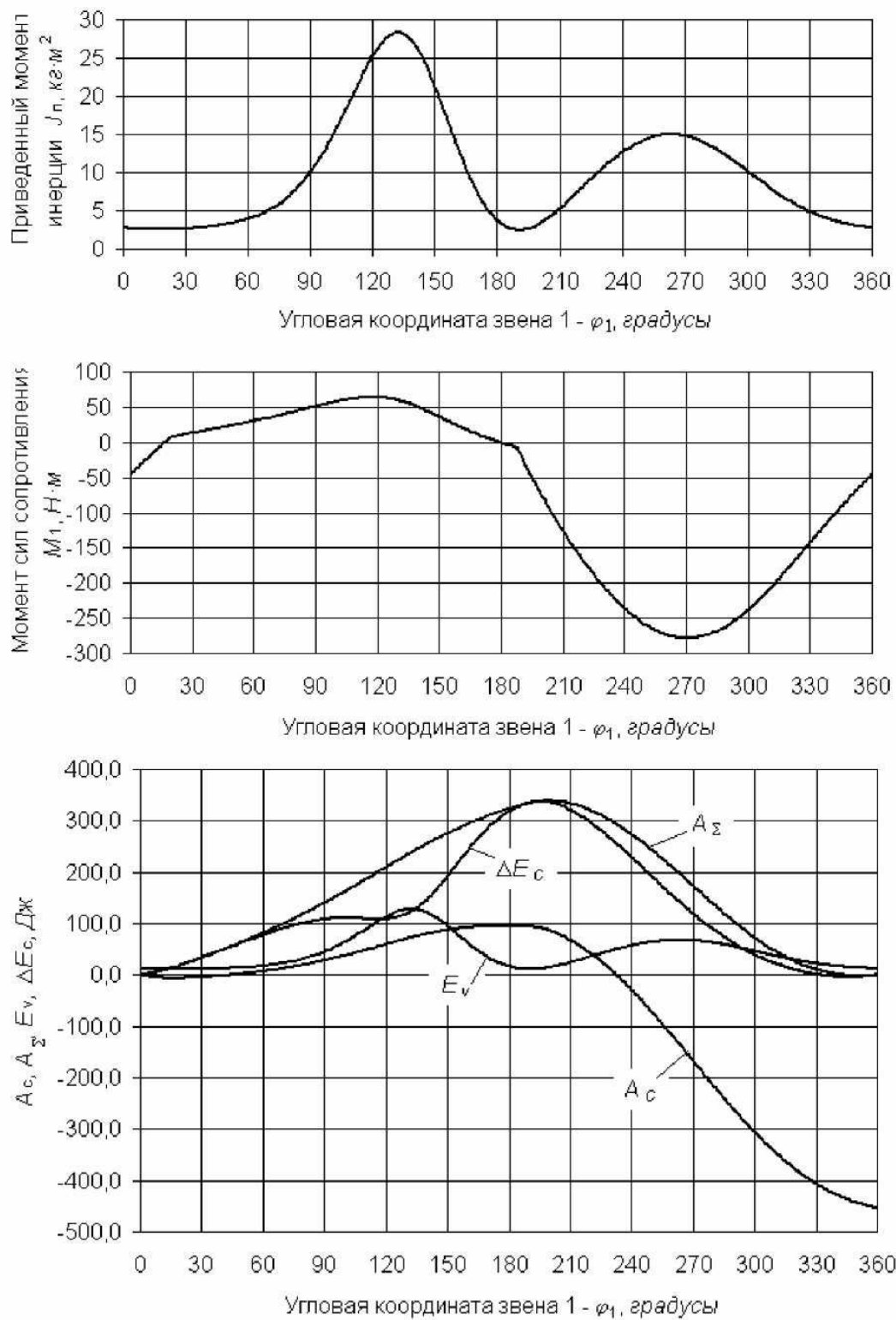


Рис. 11.24. Графики функций, полученные в результате динамического расчета машинного агрегата

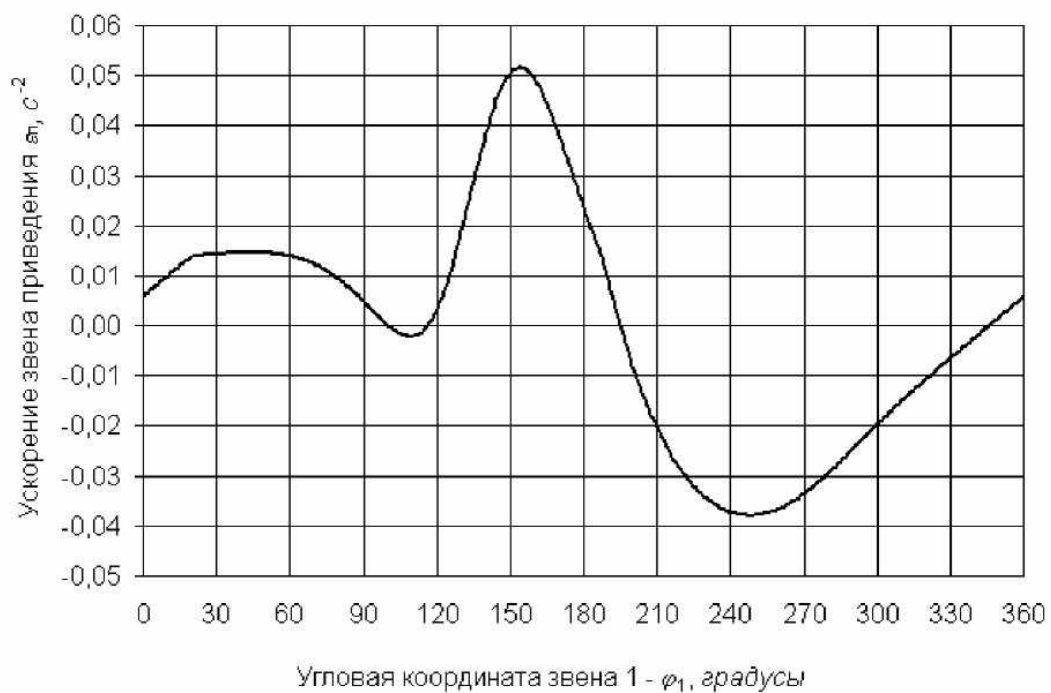
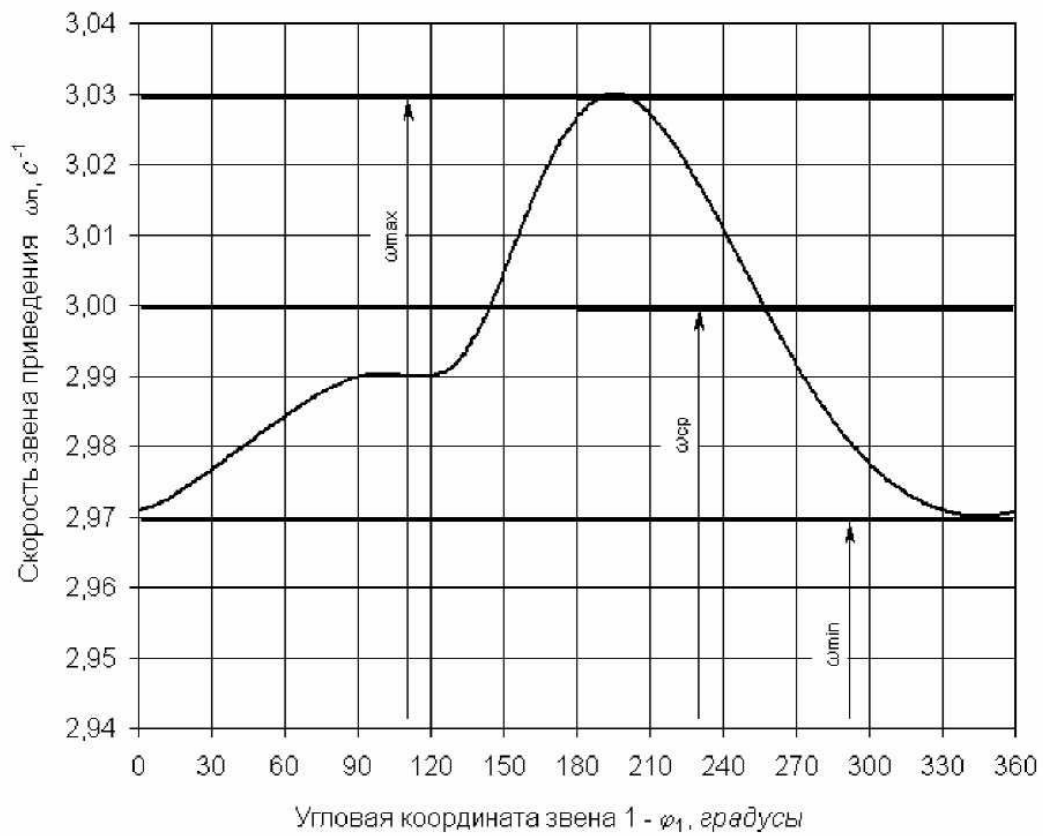


Рис. 11.25. Графики функций, полученные в результате динамического расчета машинного агрегата

| | φ_1 | J_n | A_o | A_z | E_o | ΔE_o | J_M | ω_n | ε_n |
|----|-------------|-------------------|---------|---------|--------|--------------|-------------------|-----------------|-----------------|
| № | градусы | кг·м ² | Дж | Дж | Дж | Дж | кг·м ² | с ⁻¹ | с ⁻² |
| 0 | 0,000 | 2,750 | 0,000 | 0,000 | 12,374 | 0,000 | 350,658 | 3,018 | -0,038 |
| 1 | 10,000 | 2,723 | -7,478 | -6,791 | 12,254 | -6,672 | | 3,012 | -0,036 |
| 2 | 20,000 | 2,699 | -14,466 | -13,092 | 12,144 | -12,862 | | 3,006 | -0,033 |
| 3 | 30,000 | 2,676 | -20,966 | -18,905 | 12,042 | -18,574 | | 3,001 | -0,031 |
| 4 | 40,000 | 2,655 | -26,982 | -24,235 | 11,949 | -23,810 | | 2,996 | -0,028 |
| 5 | 50,000 | 2,636 | -32,518 | -29,083 | 11,864 | -28,573 | | 2,991 | -0,025 |
| 6 | 60,000 | 2,619 | -37,575 | -33,454 | 11,787 | -32,867 | | 2,987 | -0,023 |
| 7 | 70,000 | 2,604 | -42,158 | -37,360 | 11,717 | -36,693 | | 2,983 | -0,020 |
| 8 | 80,000 | 2,590 | -46,268 | -40,773 | 11,656 | -40,055 | | 2,980 | -0,018 |
| 9 | 90,000 | 2,578 | -49,909 | -43,727 | 11,600 | -42,954 | | 2,977 | -0,015 |
| 10 | 100,000 | 2,567 | -53,083 | -46,214 | 11,552 | -45,393 | | 2,975 | -0,012 |
| 11 | 110,000 | 2,558 | -55,792 | -48,237 | 11,511 | -47,374 | | 2,973 | -0,010 |
| 12 | 120,000 | 2,550 | -58,040 | -49,797 | 11,476 | -48,900 | | 2,972 | -0,007 |
| 13 | 130,000 | 2,544 | -59,827 | -50,898 | 11,448 | -49,972 | | 2,971 | -0,005 |
| 14 | 140,000 | 2,539 | -61,157 | -51,541 | 11,426 | -50,592 | | 2,970 | -0,002 |
| 15 | 150,000 | 2,535 | -62,031 | -51,728 | 11,409 | -50,763 | | 2,970 | 0,000 |
| 16 | 160,000 | 2,533 | -62,450 | -51,460 | 11,398 | -50,485 | | 2,970 | 0,003 |
| 17 | 170,000 | 2,532 | -62,417 | -50,741 | 11,393 | -49,760 | | 2,971 | 0,006 |
| 18 | 180,000 | 2,532 | -61,933 | -49,570 | 11,394 | -48,589 | | 2,972 | 0,008 |
| 19 | 190,000 | 2,533 | -60,999 | -47,949 | 11,400 | -46,975 | | 2,974 | 0,010 |
| 20 | 200,000 | 2,536 | -59,765 | -46,028 | 11,411 | -45,065 | | 2,975 | 0,011 |
| 21 | 210,000 | 2,539 | -58,408 | -43,984 | 11,428 | -43,038 | | 2,977 | 0,012 |
| 22 | 220,000 | 2,544 | -56,956 | -41,845 | 11,450 | -40,921 | | 2,979 | 0,012 |
| 23 | 230,000 | 2,550 | -55,409 | -39,611 | 11,477 | -38,714 | | 2,981 | 0,013 |
| 24 | 240,000 | 2,558 | -53,767 | -37,282 | 11,509 | -36,418 | | 2,984 | 0,013 |
| 25 | 250,000 | 2,566 | -52,032 | -34,860 | 11,547 | -34,034 | | 2,986 | 0,014 |
| 26 | 260,000 | 2,576 | -50,203 | -32,344 | 11,590 | -31,561 | | 2,988 | 0,014 |
| 27 | 270,000 | 2,586 | -48,280 | -29,735 | 11,639 | -29,000 | | 2,991 | 0,015 |
| 28 | 280,000 | 2,598 | -46,265 | -27,032 | 11,692 | -26,351 | | 2,993 | 0,015 |
| 29 | 290,000 | 2,611 | -44,156 | -24,237 | 11,751 | -23,615 | | 2,996 | 0,016 |
| 30 | 300,000 | 2,626 | -41,956 | -21,360 | 11,816 | -20,792 | | 2,998 | 0,016 |
| 31 | 310,000 | 2,641 | -39,662 | -18,370 | 11,887 | -17,883 | | 3,001 | 0,016 |
| 32 | 320,000 | 2,658 | -37,277 | -15,297 | 11,963 | -14,886 | | 3,004 | 0,017 |
| 33 | 330,000 | 2,677 | -34,799 | -12,133 | 12,045 | -11,804 | | 3,007 | 0,017 |
| 34 | 340,000 | 2,696 | -32,230 | -8,876 | 12,133 | -8,636 | | 3,010 | 0,020 |
| 35 | 350,000 | 2,717 | -29,568 | -5,528 | 12,228 | -5,382 | | 3,013 | 0,011 |
| 36 | 360,000 | 2,740 | -26,814 | -2,087 | 12,329 | -2,042 | | 3,016 | 0,048 |

Рис.11.26. Результаты динамического расчета машинного агрегата

Список литературы

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 638 с.
2. Белоконев И.М. Механика машин. Расчеты с применением ЭЦВМ. – К.: Вища школа, 1978. – 231 с.
3. Белоконев И.М. Теория механизмов и машин. Конспект лекций. – Одесса: ОГПУ, 1993. – Ч.1. – 65 с.
4. Белоконев И.М. Теория механизмов и машин. Конспект лекций. – Одесса: ОГПУ, 1993. – Ч.2. – 61 с.
5. Белоконев И.М. Теория механизмов и машин. Конспект лекций. – Одесса: ОГПУ, 1993. – Ч.3. – 37 с.
6. Белоконев И.М. Теория механизмов и машин. Методы автоматизированного проектирования. – К.: Вища шк., 1990. – 208 с.
7. Белоконев И.М., Балан С.А. Шарнирные механизмы. Одесса: Астропринт, 1998. – 186 с.
8. Білоконеv І.М., Балан С.О., Білоконеv К.І. Теорія механізмів і машин. Конспект лекцій: Навчальний посібник. – Одеса: Астропринт, 2001. – 153 с.
9. Белоконев И.М., Балан С.А., Белоконев К.И. Теория механизмов и машин. Конспект лекций. – М.: Дрофа, 2004. – 230 с.
10. Белоконев И.М., Вяликов А.С. Основные положения машиноведения. Механика машинных агрегатов. Одесса: Черноморье, 1997. – 188 с.
11. Белоконев И.М., Свинарев Ю.Н. Автоматизация выбора оптимальных конструкций при структурном синтезе пространственных рычажных

- механизмов. // Труды Междунар. научно–технической конф. "Автоматизация проектирования". – Могилев: ММИ. – 1996.
12. Белоконев И.М., Свиначев Ю.Н. Идентификация кинематических пар в кинематических цепях // Труды Одесского политехнического университета. – Одесса. – 1997. – Вып. 1. – С. 46—48.
 13. Белоконев И.М., Свиначев Ю.Н. Идентификация кинематических цепей при структурном синтезе пространственных механизмов // Труды Одесского политехнического университета. – Одесса. – 1997. – Вып. 1. – С. 49—52.
 14. Белоконев И.М., Свиначев Ю.Н., Козарезов Е.Б. Автоматизированные кинематические и динамические расчеты пространственных механизмов с применением операторных функций // Труды Междунар. научно–технической конф. "Современные направления развития производственных технологий и робототехника" – Могилев: ММИ. – 1999.
 15. Белоконев И.М., Свиначев Ю.Н., Козарезов Е.Б. Формализация алгоритмов кинематических и динамических расчетов пространственных механизмов // Труды Одесского политехнического университета. – Одесса. – 1999. – Вып. 1(7). – С. 24—28.
 16. Дашенко О.Ф., Білоконев І.М., Іоргачов Д.В., Свінар'юв Ю.М. Інженерна механіка. Автоматизовані розрахунки механізмів та машин в системі *Microsoft Excel*. Підручник. – Одеса: ТЕС, 2004. – 320 с.
 17. Дашенко А.Ф., Кириллов В.Х., Коломиец Л.В., Оробей В.Ф. МАТЛАБ в научных и инженерных расчетах. – Одесса: Астропринт, 2003. – 210 с.
 18. Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин. – К.: Вища шк., 1989. – 375 с.

19. Иоргачев Д.В., Яглинский В.П. Моделирование динамических процессов автоматизированного производства. – Одесса: Астропринт, 2004. – 210 с.
20. Киницкий Я.Т. Шарнирные механизмы Чебышева с выстоем выходного звена. – К.: Вища шк., 1990. – 231 с.
21. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1973. – 502 с.
22. Кожевников С.Н., Есипенко Я.И., Раскин Я.М. Механизмы. М.: Машиностроение, 1976. – 784 с.
23. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. – М.: Высшая шк., 1985. – 279 с.
24. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. – М.: Высшая шк., 2002. – 411 с.
25. Свиначев Ю.Н. Кинематические расчеты пространственных механизмов численными методами / Под. ред. И.М. Белоконева. – Одесса: ТЭС, 2004. – 130 с.: ил.
26. Свиначев Ю.Н. Синтез кинематических цепей структурных групп пространственных механизмов // Труды Одесского политехнического университета. – Одесса. – 1999. – Вып. 2(9). – С. 48—50.
27. Сур'янінов М.Г., Дащенко О.Ф., Білоус П.О. Теоретичні основи динаміки машин. – Одеса: Наука і техніка, 2004. – 290 с.
28. Фролов К.В. и др. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая шк., 1999. – 496 с.