

## **ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ**

Учебное пособие для студентов специальности  
«Металлургия, машиностроение и металлообработка»

Изложены теоретические сведения по разделу «Теория механизмов и машин» курса «Механика», рассмотрены примеры решения задач и пример выполнения курсового проекта. Приведены задания для курсового проектирования.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 150000.62 «Металлургия, машиностроение и металлообработка».

## ВВЕДЕНИЕ

**Теория механизмов и машин (ТММ)** – это наука, изучающая общие методы структурного, кинематического и динамического анализа и синтеза различных механизмов.

*Курсовое проектирование по ТММ* имеет следующие цели:

- 1) способствовать систематическому и углубленному изучению физики, теоретической механики, теории механизмов и машин;
- 2) сформировать умения самостоятельно применять полученные знания к решению конкретных инженерных задач по исследованию и расчету механизмов;
- 3) сформировать необходимые навыки расчета и графических методов при проектировании машин.

**Объем и содержание курсового проекта.** Курсовой проект по ТММ состоит из расчетно-пояснительной записки объемом 25–30 страниц и графической части объемом пять листов чертежей.

Содержанием проекта является проектирование и исследование комплекса трех механизмов – рычажного, зубчатого и кулачкового.

*Задачи курсового проекта:*

- 1) кинематическое, кинетостатическое и динамическое исследование плоского рычажного механизма;
- 2) исследование и проектирование зубчатых передач и кулачковых механизмов.

Плоские рычажные механизмы являются рабочими машинами, выполняющими полезную работу. Зубчатые механизмы входят в привод как передаточные механизмы между двигателем и рабочей машиной, кулачковые механизмы применяются для автоматического управления некоторыми функциями машины.

В настоящем учебном пособии рассмотрена структура, кинематическое, силовое и динамическое исследование плоских рычажных механизмов аналитическими и графоаналитическими методами, а также проектирование кулачкового механизма. Кинематическое исследование и проектирование зубчатых механизмов представлено в учебном пособии [6].

Расчетно-пояснительная записка должна быть аккуратно и грамотно написана чернилами на одной стороне листов писчей бумаги формата А4 или напечатана шрифтом Times New Roman кеглем 14. Страницы должны быть пронумерованы и иметь поля: левое – 30 мм, правое – 15 мм, верхнее и нижнее – 20 мм.

Расчетно-пояснительная записка должна включать: титульный лист, задание, введение, основной текст, заключение, список литературы и оглавление.

*Титульный лист* (первая страница обложки) и задание оформляются в соответствии с СТП СФУ (см. прил. Е).

Во *введении* указывается назначение основного механизма и дается описание его работы. Отмечаются особенности работы данного механизма по сравнению с другими, предназначенными для выполнения того же технологического процесса.

*Основной текст* разбивают на главы и параграфы. В начале каждой главы формулируется задача, кратко характеризуются возможные методы ее решения, обосновывается выбор принятого метода решения, формулируются основные допущения и алгоритм решения при принятом методе. Далее последовательно излагается решение, сопровождаемое ссылками на графическую часть проекта, пояснениями, таблицами, иллюстрациями и выводами. Изложение ведется от первого лица множественного числа («определяем», «принимаем» и т. д.). Оно должно быть предельно кратким, но в то же время ясным. В записке можно употреблять только принятые в технической литературе обозначения и сокращения. При изложении расчетов необходимо прежде всего указать, из каких соображений определяется искомая величина.

Необходимые для расчета формулы сначала записывают в общем виде, затем расшифровывают буквенные обозначения всех величин с указанием размерности, далее вместо соответствующих букв и в том же порядке подставляют численные значения величин и записывают результат с указанием его размерности. Все промежуточные вычисления опускают.

Если определяют ряд значений одной и той же переменной (например, приведенной массы), то сначала в формулу подставляют постоянные величины, а затем преобразуют ее в удобный для подсчетов вид. Значения переменных величин, входящих в формулу, и результаты подсчетов представляют таблицей. Последовательность кинематического и силового расчетов плоского рычажного механизма поясняется на примере общего положения механизма.

Во всех случаях, когда на чертежах не представлены те или иные размеры или построения, необходимые для расчетов или логики изложения, в соответствующих местах текста записки должны быть приведены иллюстрации. Они могут быть выполнены карандашом или в каком-либо графическом редакторе и, если это необходимо для большей ясности, без соблюдения масштабов.

Все заимствования из литературы (методы, формулы, экспериментальные данные и пр.) должны быть отмечены ссылками на источники непосредственно в тексте в квадратных скобках. Ссылки могут быть сделаны только на опубликованные монографии или учебные пособия. Ссылки на конспекты лекций недопустимы.

*Заключение* составляется на основании результатов проектирования и исследования всех механизмов и должно отражать их особенности, достоинства и недостатки, а также намечать возможные пути их улучшения.

*Список литературы*, на которую даются ссылки, помещается в конце записки на отдельном листе под заголовком «Литература». По каждому источнику необходимо указать следующее: порядковый номер, фамилию, инициалы автора (или редактора), полное название источника, том, часть, выпуск; место издания, издательство, год издания.

В начале или в конце записки помещается оглавление, дата окончания работы и подпись студента проставляются в конце записки.

Оформление расчетно-пояснительной записки составляет примерно 15 % всего объема работы над проектом.

Графическая часть проекта выполняется на листах формата А1 в графическом редакторе «КОМПАС V10» или в других редакторах. Все вспомогательные построения сохраняют. У каждого отдельного чертежа или графика должны быть соответствующие надписи и проставлены масштабы. Для удобства пользования масштабы выбирают так, чтобы они выражались числами, кратными 1, 2 или 5, например:  $\mu_s = 0,005 \text{ м/мм}$ ;  $\mu_v = 0,2 \text{ м/(мм} \cdot \text{с)}$ .

Каждый лист должен иметь в правом нижнем углу штамп с указанием учебного заведения, факультета, учебной группы, фамилии исполнителя и руководителя, названия работы, номера листа и даты его выполнения (см. прил. Е).

Графическую часть проекта следует выполнять с соблюдением всех требований ГОСТов (стандартный размер листов, подписи шрифтом, стандартные условные обозначения и пр.).

Каждый лист с соответствующей частью расчетно-пояснительной записки должен предъявляться руководителю проекта в сроки, предусмотренные графиком учебной работы. Работа над курсовым проектом должна быть закончена за две недели до конца семестра. Предпоследняя неделя отводится на проверку проектов руководителем, на последней неделе организуется защита проектов.

При защите курсового проекта студент должен дать исчерпывающие объяснения по всем вопросам, связанным с анализом проектируемого механизма, показать, что он овладел методами исследования и приемами графических построений. Курсовой проект оценивается по пятибалльной системе. Знание студентом общих методов исследования и проектирования кинематических схем механизмов является необходимым условием для удовлетворительной оценки за проект.

# 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ И КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

## 1.1. Основные понятия и определения

Современные методы кинематического и динамического, в том числе кинетостатического (силового), исследования механизмов определяются строением этих механизмов, т. е. их структурой. Поэтому исследование (анализ) всякого механизма должно начинаться с изучения его структуры. Перед тем как приступить к изучению структур механизмов и их классификации, рассмотрим некоторые понятия и определения, встречающиеся в курсе ТММ.

*Механизмом* называется механическая система (совокупность тел), предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

Твердые тела, образующие механизм, называются *звеньями*. При этом имеются в виду как абсолютно твердые, так и деформируемые гибкие тела. Звено может состоять из одной или нескольких деталей, которые воспринимают движение как одно целое. В механизме имеются ведущие (входные) и ведомые (выходные) звенья. Звено механизма, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм, называется *ведомым*. *Ведущим (входным)* называется звено, которому движущими силами, передающимися от источников энергии (двигателя), сообщается движение, преобразуемое механизмом с помощью соединительных звеньев в требуемые движения ведомых звеньев. Движение этих звеньев исследуется по отношению к неподвижному звену, или *стойке*. В стационарных механизмах стойкой является вся система неподвижных деталей, а в транспортных машинах – детали, жестко связанные с корпусом машины.

Звенья механизма входят в соединения между собой так, что всегда имеет место движение одного звена относительно другого. Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой (КП)*. Поверхности, линии, точки звена, по которым оно может соприкоснуться с другим звеном, образуя кинематическую пару, называются *элементами кинематической пары*. Для того чтобы элементы пары были в постоянном контакте, она должна быть замкнута геометрическим (за счет конструкции звеньев) или силовым (пружиной и др.) способом.

Условные обозначения звеньев представляют собой прямые и ломаные линии, треугольники, прямоугольники и т. п.

## 1.2. Классификация кинематических пар

Для удобства структурного анализа механизмов кинематические пары классифицируются по различным признакам:

1) по числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев;

2) по характеру относительного движения звеньев;

3) по характеру соприкосновения звеньев.

**Условия связи.** Свободное твердое тело (звено) в пространстве обладает шестью степенями свободы, т. е. оно может совершать три независимых поступательных движения вдоль взаимно перпендикулярных осей и три вращательных движения вокруг тех же осей (рис. 1.1). Если же звено входит в кинематическую пару, то на его относительное движение, т. е. на движение по отношению ко второму звену, входящему в эту пару, накладываются определенные ограничения. Эти ограничения называются *условиями связи*.

По числу условий связи, накладываемых на относительные движения звеньев, пары подразделяют на классы. *Класс кинематической пары* соответствует числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев, входящих в эту пару.

В зависимости от способа соединения звеньев в кинематическую пару число условий связи может изменяться от одного до пяти. В противном случае кинематическая пара перестанет существовать. Поэтому все кинематические пары можно разделить на пять классов. К первому классу относятся пары, накладывающие на относительное движение звеньев одно условие связи (пятиподвижные пары), ко второму – пары, накладывающие два условия (четыреподвижные пары), к третьему – три (трехподвижные пары) и т. д.

В табл. 1.1 представлены некоторые виды кинематических пар всех пяти классов. Стрелками обозначены возможные относительные движения звеньев.

В табл. 1.1 показаны наиболее распространенные кинематические пары с их условными обозначениями по ГОСТ 2770–68, которые дополнены обозначениями, рекомендованными Международной организацией по стандартам ИСО ТК/10 ПК4 «Условные обозначения кинематических схем механизмов».

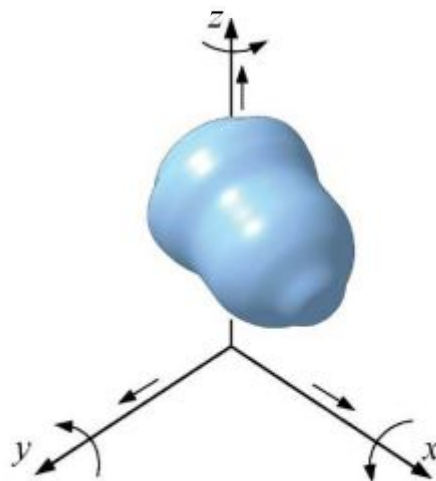
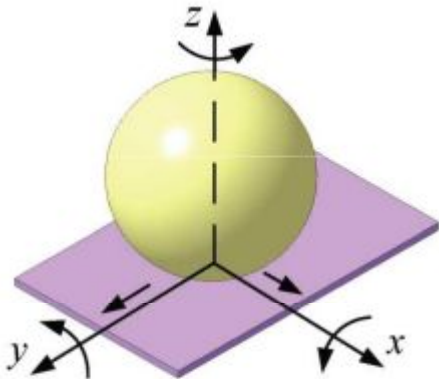

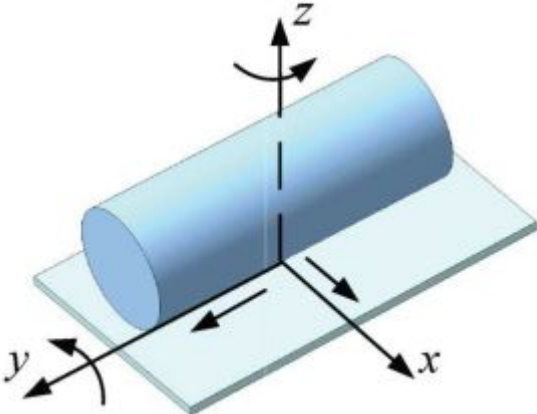

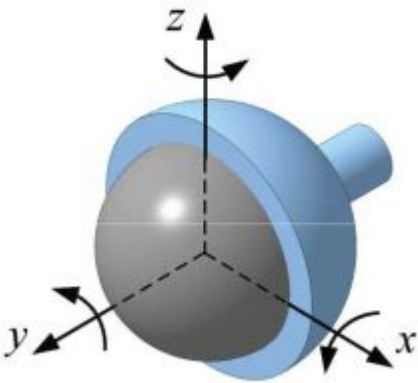

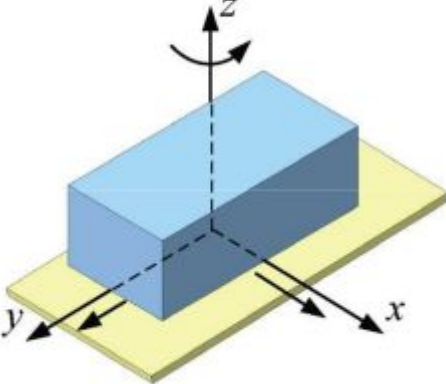
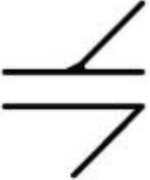
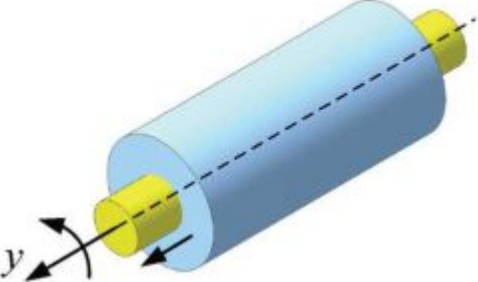

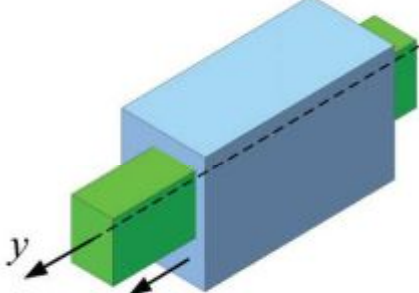

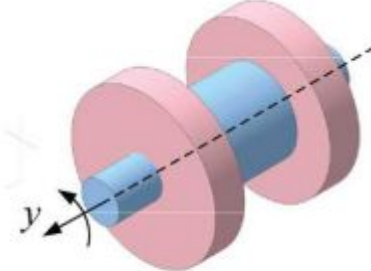
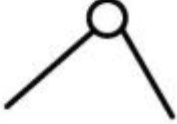


Рис. 1.1

Таблица 1.1

Класс КП	Число условий связи	Число степеней свободы	Кинематические пары	Условное изображение
1	2	3	4	5
1	1	5	 <p>Шар – плоскость</p>	
2	2	4	 <p>Цилиндр – плоскость</p>	
3	3	3	 <p>Сферический шарнир</p>	

1	2	3	4	5
3	3	3	 <p data-bbox="730 719 906 748">Плоскостная</p>	
4	4	2	 <p data-bbox="707 1122 930 1151">Цилиндрическая</p>	
5	5	1	 <p data-bbox="715 1525 922 1554">Поступательная</p>	
5	5	1	 <p data-bbox="722 1895 914 1924">Вращательная</p>	



**Характер относительного движения.** Кинематические пары по этому признаку подразделяются на пространственные и плоские. Если форма кинематической пары такова, что она определяет собою плоскопараллельное относительное движение звеньев, то такая пара называется *плоской*. В противном случае пара будет *пространственной*.

**Характер соприкосновения звеньев.** По данному признаку различают кинематические пары низшие и высшие. *Низшими* кинематическими парами называются такие, в которых звенья соприкасаются по поверхности. В *высших* парах звенья соприкасаются в точке или по линии.

К плоским низшим парам относятся следующие пары пятого класса:

1) вращательная (шарнир), которая допускает только вращательное движение одного звена относительно другого вокруг оси шарнира (рис. 1.2, а);

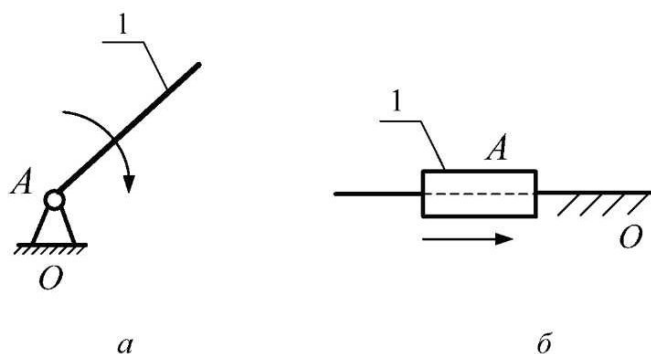


Рис. 1.2

2) поступательная (ползун в прямолинейных направляющих), в которой одно звено может двигаться относительно другого только поступательно вдоль оси направляющей (рис. 1.2, б).

К плоским высшим парам относятся пары четвертого класса.

### 1.3. Кинематические цепи

Систему звеньев, соединенных друг с другом посредством кинематических пар, называют *кинематической цепью*.

Кинематическая цепь может быть *открытой*, если в ней есть звенья, входящие только в одну кинематическую пару (рис. 1.3, а, в), и *замкнутой*, если все ее звенья входят не менее чем в две кинематические пары (рис. 1.3, б, г).

Кинематические цепи подразделяются на простые и сложные. *Простой* называется такая кинематическая цепь, у которой каждое звено вхо-

дит не более чем в две кинематические пары (рис. 1.3, а, в). Сложной кинематической цепью называется цепь, в которой имеется хотя бы одно звено, входящее более чем в две кинематические пары (рис. 1.3, б, г).

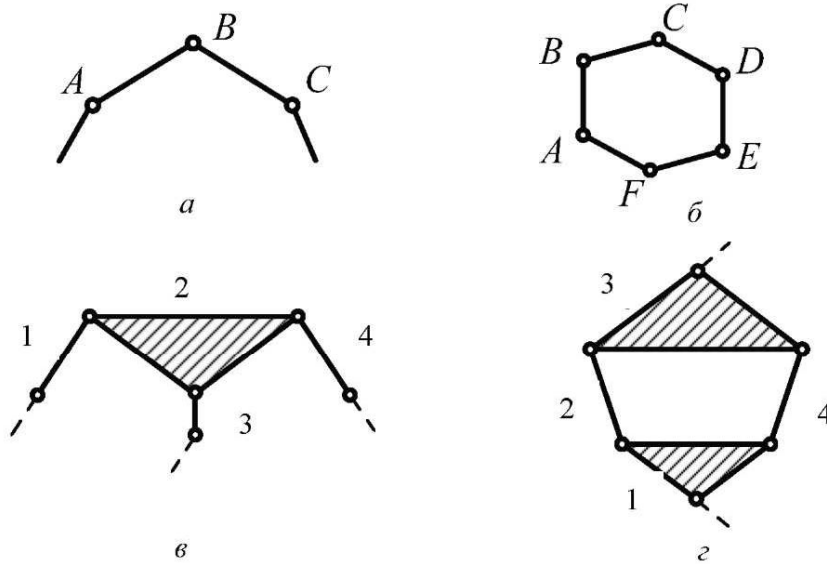


Рис. 1.3

Кинематические цепи бывают пространственные и плоские. В *плоских* кинематических цепях все звенья совершают движения в одной или параллельных плоскостях, остальные кинематические цепи являются *пространственными*.

#### 1.4. Степень подвижности кинематической цепи

Составим пространственную кинематическую цепь из отдельных подвижных звеньев, соединив их между собой кинематическими парами всех классов. Тогда число ее степеней подвижности определяется по формуле

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (1.1)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;  $p_5$  – количество кинематических пар пятого класса;  $p_4$  – количество кинематических пар четвертого класса;  $p_3$  – количество кинематических пар третьего класса;  $p_2$  – количество кинематических пар второго класса;  $p_1$  – количество кинематических пар первого класса.

Поскольку свободное твердое тело имеет шесть степеней свободы, то число условий связи  $S$  можно определить по формуле

$$S = 6 - H, \quad (1.2)$$

где  $H$  – число степеней свободы звена.

При соединении пар в кинематическую цепь каждая из них отнимает число  $(6 - H)$  степеней свободы. Например, пара первого класса отнимет пять степеней свободы. Все подвижные звенья  $n$  обладают  $6n$  степенями свободы. Таким образом, на долю пространственной цепи останется  $W$  степеней свободы, определяемое по формуле Малышева – Сомова (1.1).

Для плоской кинематической цепи, в которой все точки движутся в одной или в параллельных плоскостях, накладываются три общих ограничения: невозможность движения относительно оси  $z$  и вращений вокруг осей  $x$  и  $y$ . Поэтому формулу для определения степени подвижности плоской кинематической цепи получим из (1.1), вычитая число 3 из каждого слагаемого. Получим формулу Чебышева

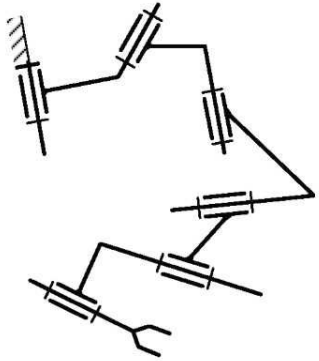
$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.3)$$

В механизме с открытой кинематической цепью (манипулятор) число степеней свободы равно сумме степеней подвижности кинематических пар, входящих в его состав, и определяется формулой

$$W = 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1. \quad (1.4)$$

Таблица 1.2

Число степеней свободы $W$	Число подвижных звеньев $n$	Число кинематических пар		Схема
		$p_5$	$p_3$	
1	2	3	4	5
3	3	3	–	
7	3	1	2	

1	2	3	4	5
6	6	6	—	

В табл. 1.2 приведены некоторые структурные схемы манипуляторов. На последнем звене, которое входит только в одну кинематическую пару, условно показан схват — устройство, позволяющее захватить перемещаемый предмет.

### 1.5. Замена высших пар низшими в плоском механизме

В плоских механизмах высшую пару условно можно заменить низшими кинематическими парами. Это делают для удобства структурного или кинематического расчета.

Рассмотрим схему плоского механизма с высшей кинематической парой (рис. 1.4, а). В точке  $K$  звенья 1 и 2 образуют высшую кинематическую пару. Для замены высшей пары низшими необходимо соблюсти два условия: сохранить ту же степень подвижности механизма и характер мгновенного относительного движения звеньев.

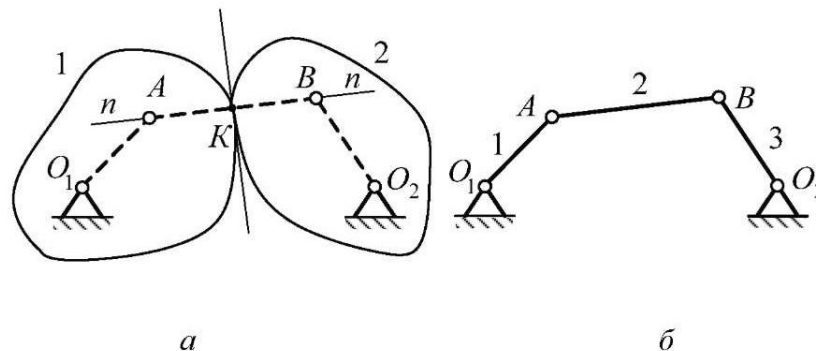


Рис. 1.4

Алгоритм замены высших кинематических пар низшими:

1. Из точки касания  $K$  провести общую нормаль к кривым элементам кинематических пар (рис. 1.4, *a*).
2. Определить положение центров кривизны  $A$  и  $B$  кривых в данной точке  $K$ .
3. В центрах кривизны  $A$  и  $B$  поместить вращательные пары.
4. Соединить центры  $A$  и  $B$  прямой и получить отрезок  $AB$ , который явится фиктивным звеном.
5. Соединить центры  $A$  и  $B$  с центрами (осями) вращения звеньев  $1$  и  $2$  (рис. 1.4, *б*).

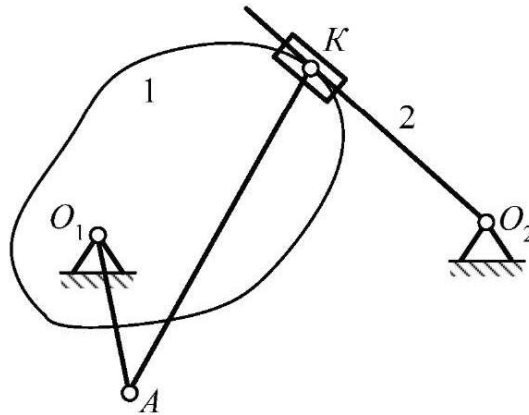


Рис. 1.5

Таким образом, вместо механизма, представленного на рис. 1.4, *a*, получим заменяющий механизм, приведенный на рис. 1.4, *б*. Одна высшая пара заменяется группой, состоящей из одного фиктивного звена и двух низших пар. Данная замена справедлива только для заданного положения механизма.

В случае если один элемент кинематической пары плоский (линия), то центр кривизны такого элемента находится в бесконечности. Тогда в точке касания  $K$  (рис. 1.5) помещается поступательная пара.

## 1.6. Принцип образования плоских механизмов (по Ассур)

В 1914 году профессор Петроградского политехнического института Л. В. Ассур (1878–1920) предложил все кинематические цепи разбить на две группы:

- 1) кинематические цепи с одним подвижным звеном и стойкой;
- 2) кинематические цепи с нулевой степенью подвижности.

Представим характеристику цепи с одним подвижным звеном и стойкой (рис. 1.6):

- а) звено  $l$ , представленное на рис. 1.6,  $a$ , совершает простейшее вращательное движение, на рис. 1.6,  $b$  – поступательное;
- б) степень подвижности этой цепи равна единице;
- в) задан закон движения звена:  $\varphi = \varphi(t)$ ,  $S = S(t)$ .

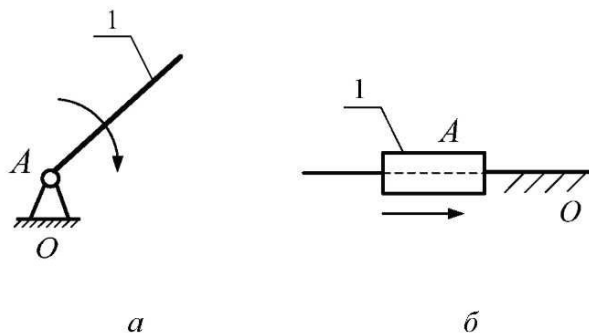


Рис. 1.6

Кинематическая цепь на рис. 1.6 называется *механизмом первого класса*. Первое звено чаще всего бывает ведущим. Независимую координату, определяющую положение этого звена, называют *обобщенной координатой*. В механизме может быть несколько таких звеньев, называемых *группой начальных звеньев*.

Используя возможность замены высших пар низшими, перепишем формулу Чебышева (1.3) в виде

$$W = 3n - 2p_5,$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;  $p_5$  – число пар пятого класса.

Для группы Ассур получим уравнение

$$3n - 2p_5 = 0,$$

из которого определим соотношение между числом звеньев и числом кинематических пар в группе Ассур:

$$p_5 = \frac{3n}{2}. \quad (1.5)$$

Из формулы (1.5) видно, что если  $p_5$  и  $n$  – целые числа, то  $n$  может быть только четным числом.

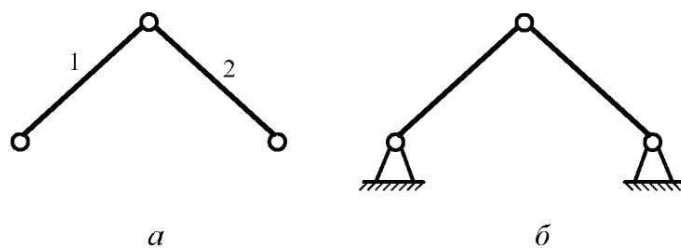


Рис. 1.7

Представим другую характеристику кинематической цепи с нулевой степенью подвижности – *группы Ассура*, представленной на рис. 1.7, *а*:

а) степень подвижности группы равна нулю ( $W = 0$ );

б) при присоединении группы Ассура к стойке образуется неподвижное соединение – ферма (рис. 1.7, *б*);

в) в цепи должно быть обеспечено определенное соотношение между числом подвижных звеньев и числом кинематических пар (см. формулу (1.4)).

## 1.7. Классификация групп Ассура

Группа Ассура имеет класс, который определяется максимальным числом кинематических пар, входящих в замкнутый контур. Порядок группы определяется числом незамкнутых кинематических пар, с помощью которых группа присоединяется к другим звеньям, ведущему звену и стойке. В табл. 1.3 представлены группы Ассура различных классов. Класс механизма определяется наивысшим классом групп Ассура, входящих в него.

По Ассуру, любой механизм можно образовать присоединением групп Ассура (кинематических цепей с нулевой степенью подвижности) к начальному звену (или группе начальных звеньев) и стойке.

**Пример 1.1.** Имеем кинематические цепи: начальное звено (рис. 1.8, *а*), две группы Ассура (рис. 1.8, *б*, *в*).

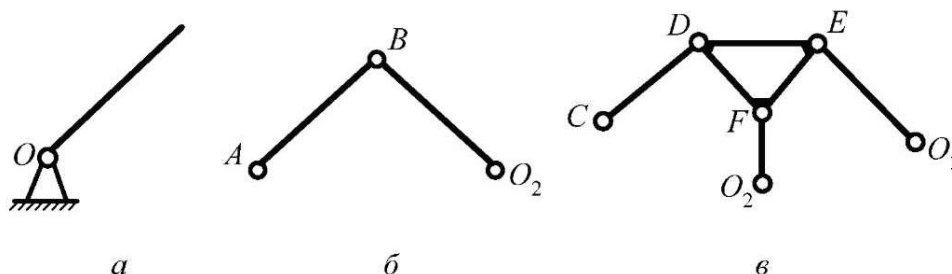
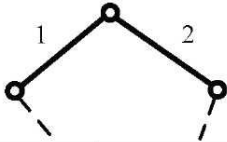
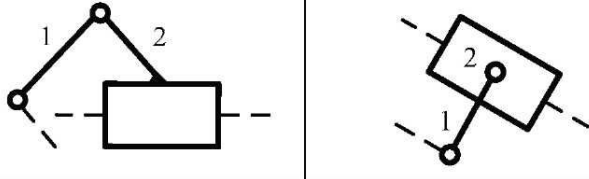
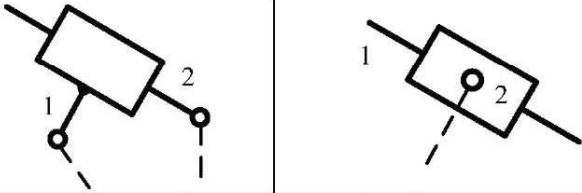
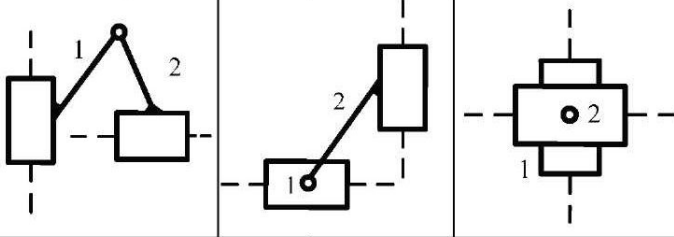
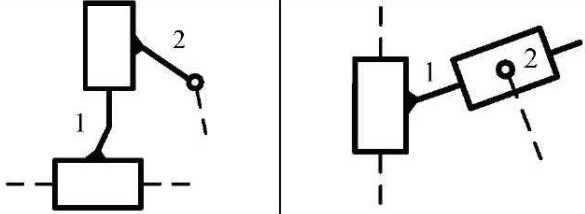
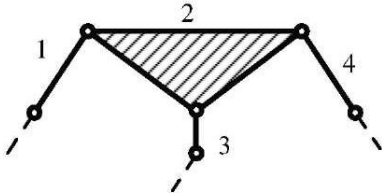
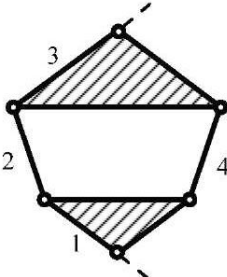


Рис. 1.8

Таблица 1.3

Класс и вид группы	Схематическое изображение группы	Состав и способ получения группы
II класс Вид 1		<p>Имеет два звена и три вращательные пары. Двухповодковая</p>
II класс Вид 2		<p>Группы II класса видов 2–5 образуются путем замены отдельных вращательных пар парами поступательными.</p>
II класс Вид 3		<p>Заменив все три вращательные пары поступательными нельзя, так как в этом случае группа получает одну степень подвижности и превращается в механизм</p>
II класс Вид 4		
II класс Вид 5		
III класс		<p>Образует незамкнутую кинематическую цепь из четырех звеньев и шести вращательных кинематических пар. Трехповодковая</p>
IV класс		<p>Образует замкнутую кинематическую цепь из четырех звеньев и шести кинематических пар. Группы, в состав которых входят четырехсторонние замкнутые контуры, относятся к группам IV класса</p>



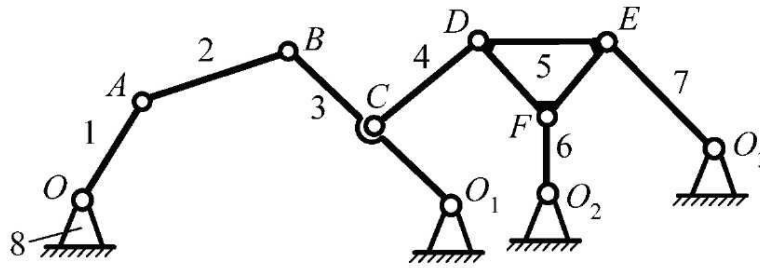


Рис. 1.9

Структурную схему механизма (рис. 1.9) получим следующим образом (один из вариантов). Сначала присоединим к начальному звену (рис. 1.8, *a*) и стойке одну группу Ассур (рис. 1.8, *б*), затем к звену этой группы и стойке присоединим группу Ассур, изображенную на рис. 1.8, *в*.

Определим степень подвижности этого механизма по формуле (1.3):

число подвижных звеньев  $n = 7$ ;

число кинематических пар пятого класса  $p_5 = 10$ .

Вычислим степень подвижности:

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = 1.$$

Степень подвижности равна числу ведущих звеньев.

**Пример 1.2.** Рассмотрим обратную задачу.

Разложим механизм, приведенный на рис. 1.9, на группу начальных звеньев и группы Ассур. Разложение начинаем со звеньев, наиболее удаленных от ведущего звена, методом проб.

1. Выделяем группу Ассур II класса. Если оставшаяся кинематическая цепь замкнута, можно переходить к дальнейшему разложению; если нет, то необходимо вместо группы II класса выделить группу следующего класса и так далее.

2. Выделение групп Ассур производим до тех пор, пока не останется группа начальных звеньев (см. рис. 1.8, *a*).

**Пример 1.3.** Рассмотрим принцип образования механизмов.

Возьмем начальное звено (рис. 1.10, *a*) и группу Ассур I класса и посмотрим, как влияет вид групп (замена отдельных вращательных пар поступательными) на структуру и функциональное назначение механизмов.

1. Группа Ассур имеет три вращательные пары (рис. 1.10, *б*). При присоединении ее к начальному звену получим шарнирный четырехзвеновик (рис. 1.10, *в*), в котором первое звено совершает вращательное движение (кривошип), а второе – плоскопараллельное (шатун). Третье звено совершает возвратно-вращательное движение вокруг оси *C* и называется *коромыслом*.

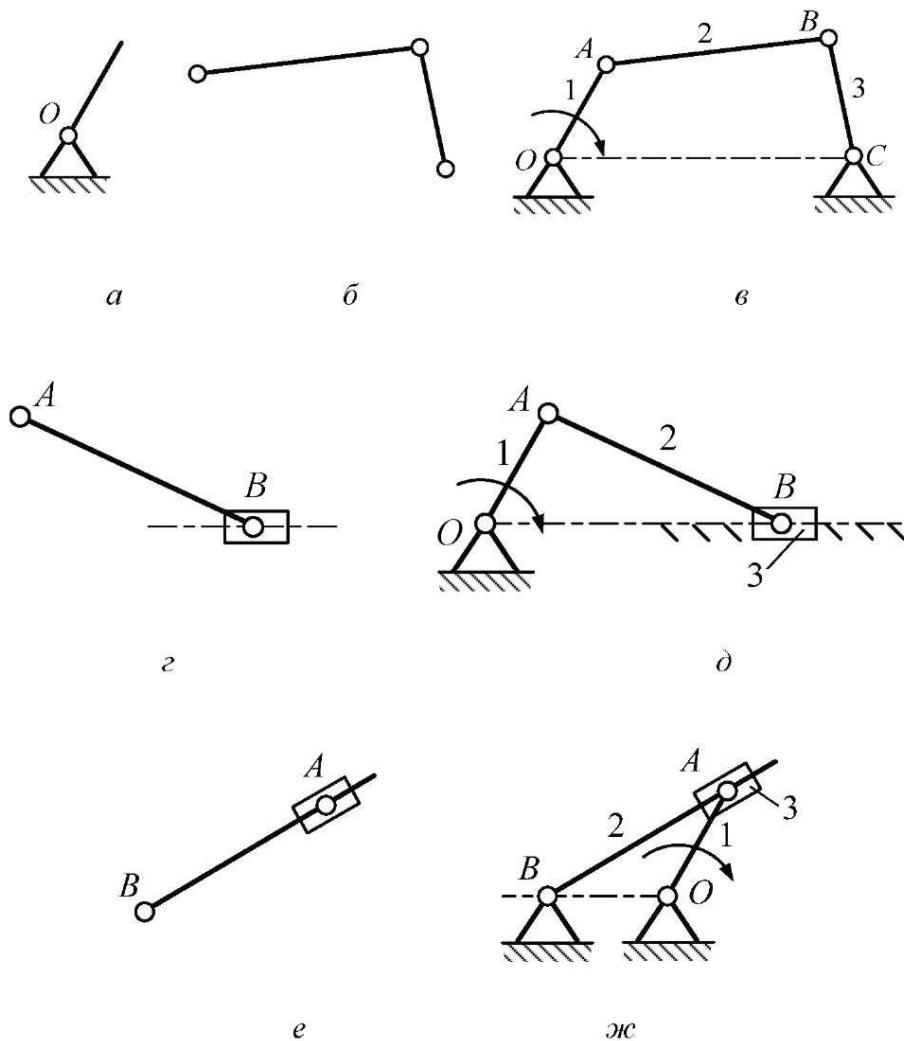


Рис. 1.10

2. Группа Ассура имеет две вращательные пары и одну поступательную (рис. 10, *z*). При присоединении ее к начальному звену получаем кривошипно-ползунный (кривошипно-шатунный) механизм (рис. 10, *д*). Здесь первое звено – кривошип, второе – шатун, третье – *ползун* – звено, которое совершает поступательное движение относительно неподвижных направляющих.

3. Группа Ассура имеет две вращательные пары и одну поступательную. В отличие от случая 2, поступательная пара занимает промежуточное положение (рис. 10, *e*). При присоединении ее к начальному звену получаем кулисный механизм (рис. 10, *ж*). Здесь первое звено – кривошип, второе звено – *кулиса* – совершает плоскопараллельное движение, скользит в подвижных направляющих. *Кулисный камень* – звено 3 – совершает вращательное движение и является подвижной направляющей для кулисы.

## 1.8. Структурный анализ плоского рычажного шестизвенного механизма с качающейся кулисой

Кинематическая схема рычажного механизма представлена на рис. 1.11.

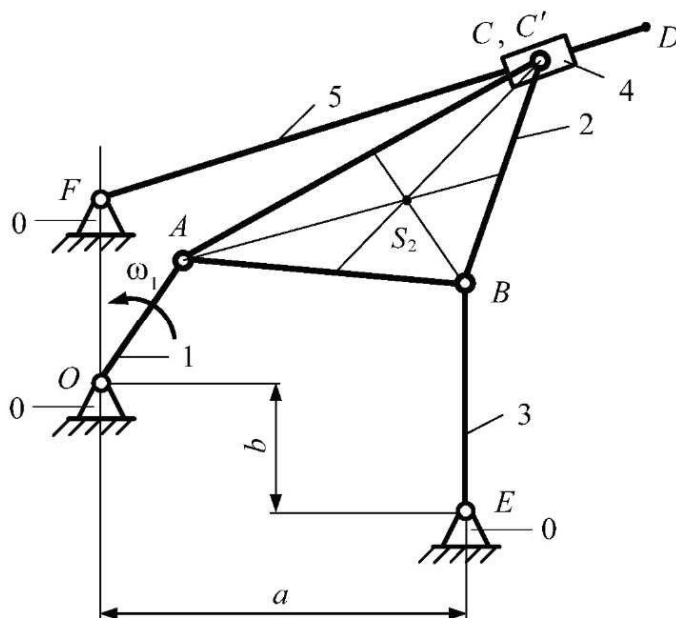


Рис. 1.11

Исходные данные:

$$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_a = 0,3 \text{ м};$$

$$l_{AB} = l_{BE} = 0,25 \text{ м}; \angle ABC = 90^\circ;$$

$$l_{BC} = l_{FO} = l_b = 0,2 \text{ м}; n_1 = 250 \text{ об/мин};$$

$$l_{FD} = 0,4 \text{ м}.$$

### 1.8.1. Количество и названия звеньев механизма

Определим звенья, входящие в механизм:

1 – кривошип (совершает вращательное движение, полный оборот);

2 – шатун (совершает плоскопараллельное движение);

3 – коромысло (совершает вращательное движение, неполный оборот);

4 – кулисный камень (совершает относительное поступательное движение вдоль кулисы);

5 – кулиса (совершает вращательное движение);

0 – стойка (неподвижные части механизма).

### 1.8.2. Количество и характер кинематических пар

В данном механизме (рис. 1.11) все пары низшие, пятого класса. Введем обозначения: низшие вращательные пары – НВП, низшие поступательные пары – НПП.

$O$  – НВП звеньев  $0-1$ ;

$A$  – НВП звеньев  $1-2$ ;

$B$  – НВП звеньев  $2-3$ ;

$E$  – НВП звеньев  $3-0$ ;

$C$  – НВП звеньев  $2-4$ ;

$C'$  – НПП звеньев  $4-5$ ;

$F$  – НПП звеньев  $5-0$ .

Степень подвижности механизма определим по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где  $n = 5$ ;  $p_5 = 7$ ;  $p_4 = 0$ .

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Степень подвижности механизма равна единице. Это значит, что механизм имеет одно ведущее звено.

### 1.8.3. Разложение механизма на группы Ассур

Начнем разложение механизма на группы Ассур с последних звеньев.

Данная группа (рис. 1.12) состоит из звеньев  $4$  и  $5$ . Это структурная группа II класса, 2-го порядка (двухповодковая), вида 3. Данная группа имеет  $n = 2$ ,  $p_5 = 3$ ,  $W = 0$ .

Выделим из механизма вторую структурную группу (рис. 1.13), которая состоит из звеньев  $2$  и  $3$ . Это структурная группа II класса, 2-го порядка, вида 1. Данная группа имеет  $n = 2$ ,  $p_5 = 3$ ,  $W = 0$ .

Нулевое звено (стойка) вместе с первым (ведущим) звеном образуют ведущий механизм I класса (рис. 1.14), который имеет  $n = 1$ ;  $p_5 = 1$ ,  $W = 1$ .

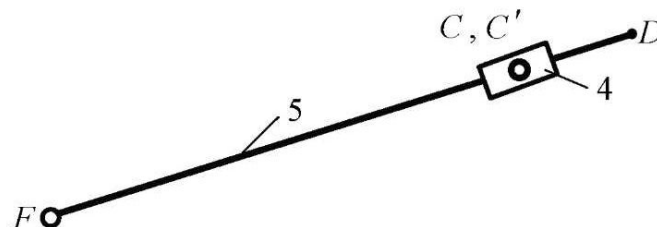


Рис. 1.12

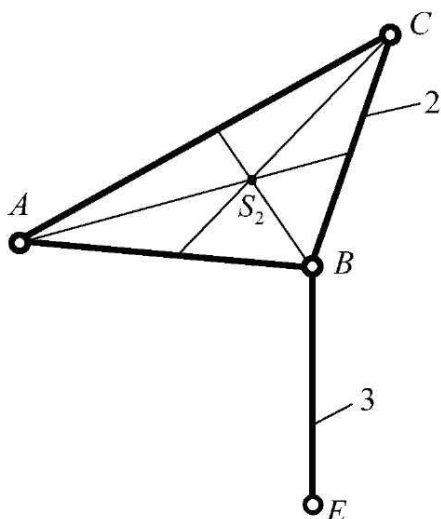


Рис. 1.13

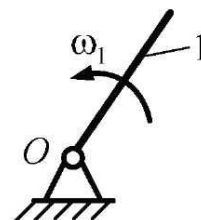


Рис. 1.14

*Вывод:* рассматриваемый механизм является механизмом *второго класса*. Формула его построения имеет вид

$$I(0,1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(3,4),$$

где римскими цифрами указан класс групп звеньев.

## 2. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

### 2.1. Аналитический метод кинематического исследования

Одним из наиболее широко применяемых аналитических методов кинематического исследования является *метод векторных контуров*, предложенный В. А. Зиновьевым. Звенья механизма представляют в виде векторов. Поскольку механизм замкнут, эти векторы образуют замкнутые контуры. Векторные уравнения замкнутых контуров проектируют на оси координат и получают системы алгебраических уравнений для определения кинематических параметров, характеризующих положение звеньев механизма: углов поворота и перемещений. Последовательно дифференцируя эти зависимости, получают уравнения для определения скоростей и ускорений. Уравнения относительно углов поворота звеньев, полученные методом векторных контуров, нелинейные. Для нахождения искомых углов можно применить стандартные методы приближенного решения таких уравнений, например метод Ньютона. Однако любой приближенный метод

требует задания начальных приближений искомым величинам, что в данном случае привело бы к необходимости предварительных графических построений. Поэтому в предлагаемой реализации выведены точные аналитические зависимости для всех рассматриваемых механизмов.

### 2.1.1. Четырехзвенный механизм со структурной группой второго вида (шатун – ползун)

Четырехзвенный механизм со структурной группой второго вида (шатун – ползун), представленный на рис. 2.1, включает шатун 2 и ползун 3; звено 1 – ведущее. Введем неподвижную правую систему координат  $XOY$ , ось  $X$  которой направлена параллельно траектории центра шарнира  $B$  в направлении к точке  $B$ .

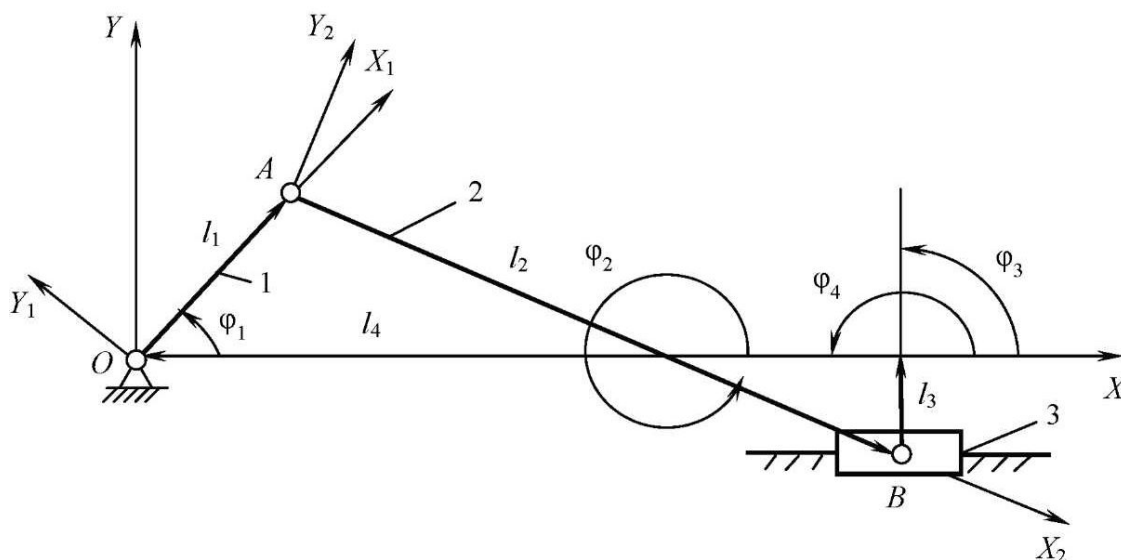


Рис. 2.1

Уравнение замкнутого векторного контура рассматриваемого механизма

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 + \bar{l}_4 = 0, \quad (2.1)$$

где  $\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{l}_3$  – векторы, представляющие соответственно звено  $OA$ , шатун  $AB$  и смещение траектории точки  $B$  от оси  $X$ ;  $\bar{l}_4$  – вектор, характеризующий абсциссу точки  $B$  для данного положения механизма, т. е.  $l_4 = x_B$ .

Проецируя уравнение (2.1) на оси координат, получим

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 = 0; \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_4 = 0, \end{cases} \quad (2.2)$$

где  $\varphi_i$  – углы, которые в данном положении механизма составляют векторы  $\vec{l}_i$  с осью  $X$ ; отсчитываются от положительного направления оси  $X$  до положительного направления вектора  $\vec{l}_i$  против часовой стрелки.

Угол  $\varphi_4 = 180^\circ = \text{const}$ ; угол  $\varphi_3$  также не меняется, но зависит от направления смещения точки  $B$  от оси  $X$ :  $\varphi_3 = 90^\circ$  (рис. 2.1). С учетом углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$  систему (2.2) запишем в виде

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 - l_4 = 0; \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 = 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

Так как при заданных кинематических параметрах движения ведущего звена  $OA$  угол  $\varphi_1$  известен, то система (2.3) разрешается относительно неизвестных  $\varphi_2$  и  $l_4$ :

$$\varphi_2 = \arcsin \left( -\frac{l_3 + y_A}{l_2} \right), \quad (2.4)$$

$$l_4 = x_A + l_2 \cos \varphi_2,$$

где  $y_A = l_1 \sin \varphi_1$ ;  $x_A = l_1 \cos \varphi_1$ .

Последовательно дважды дифференцируя систему (2.3) по времени, получим

$$\begin{cases} -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2 - v_B = 0; \\ l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2 \cos \varphi_2 = 0; \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\begin{cases} -l_1 \varepsilon_1 \sin \varphi_1 - l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2 - l_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 - a_B = 0; \\ l_1 \varepsilon_1 \cos \varphi_1 - l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_2 \varepsilon_2 \cos \varphi_2 - l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 = 0, \end{cases} \quad (2.6)$$

где  $\omega_1, \omega_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  – угловые скорости и ускорения ведущего звена  $l$  и шатуна 2 соответственно;  $v_B$  и  $a_B$  – линейные скорость и ускорение ползуна 3.

Величины  $\omega_1$  и  $\varepsilon_1$  в каждый момент времени известны. Первые члены в уравнениях систем (2.5) и (2.6) представляют собой проекции скорости точки  $A$  –  $v_{Ax}, v_{Ay}$  и проекции ее ускорения:

$$\begin{aligned} a_{Ax} &= -l_1 \varepsilon_1 \sin \varphi_1 - l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1; \\ a_{Ay} &= l_1 \varepsilon_1 \cos \varphi_1 - l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

С учетом (2.7) получим искомые скорости и ускорения:

$$\omega_2 = -v_{Ay} / (l_2 \cos \varphi_2); \quad v_B = v_{Ax} - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2; \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_2 = (l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 - a_{Ay}) / (l_2 \cos \varphi_2); \quad (2.9)$$

$$a_B = a_{Ax} - l_2 (\varepsilon_2 \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2).$$

### 2.1.2. Четырехшарнирный механизм

Механизм состоит из ведущего звена  $OA$  и структурной группы первого вида с тремя вращательными кинематическими парами  $A, B, C$  (рис. 2.2). Уравнение замкнутого векторного контура

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 + \bar{l}_4 = 0.$$

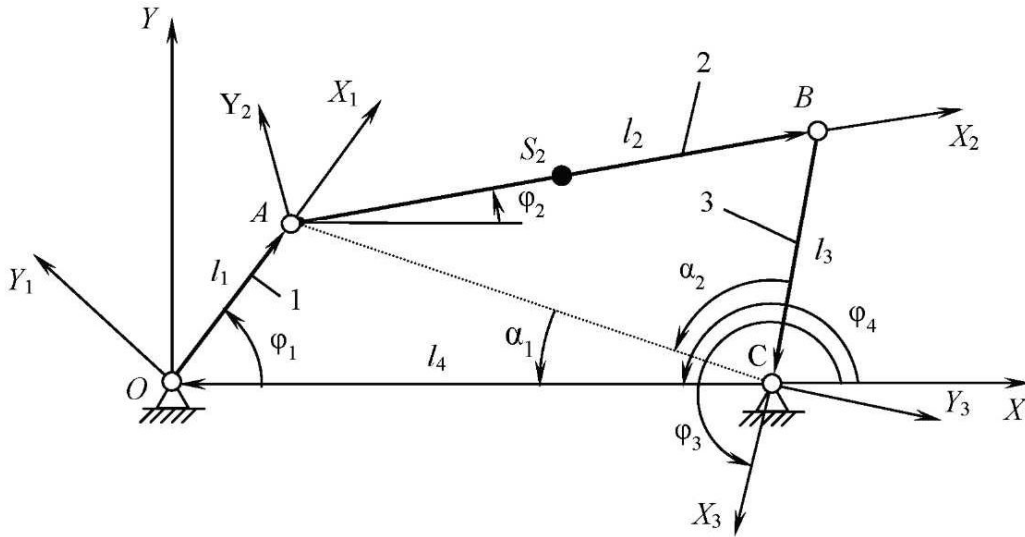


Рис. 2.2

Проецируя его на оси неподвижной системы координат  $XOY$  и учитывая, что  $\varphi_4 = 180^\circ = \text{const}$ , получим

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 - l_4 = 0; \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 = 0. \end{cases} \quad (2.10)$$

Чтобы получить явное решение, рассмотрим треугольники  $OAC$  и  $ABC$  (рис. 2.2):

$$\alpha_1 = \begin{cases} \text{arctg}(y_A / (l_4 - x_A)), & l_4 \neq x_A; \\ 0,5\pi, & l_4 = x_A, y_A > 0; \\ 3\pi/2, & l_4 = x_A, y_A < 0; \\ 0, & l_4 = x_A, y_A = 0; \end{cases} \quad (2.11)$$

$$l_{AC} = \begin{cases} y_A / \sin \alpha_1, & \alpha_1 \neq 0; \\ l_4 - x_A, & \alpha_1 = 0; \end{cases} \quad (2.11a)$$



$$\alpha_2 = \arccos \frac{l_{AC}^2 + l_3^2 - l_2^2}{2l_{AC}l_3}. \quad (2.12)$$

Угол  $\varphi_3$  найдем как

$$\varphi_3 = 2\pi - (\alpha_1 + \alpha_2). \quad (2.13)$$

Угол  $\varphi_2$  вычислим через координаты точек  $A$  и  $B$  ( $x_B = l_4 - l_3 \cos \varphi_3$ ;  $y_B = -l_3 \sin \varphi_3$ ):

$$\varphi_2 = \begin{cases} \arctg((y_B - y_A)/(x_B - x_A)), & x_B > x_A; \\ \pi + \arctg((y_B - y_A)/(x_B - x_A)), & x_B < x_A; \\ \pi/2, & x_B = x_A. \end{cases} \quad (2.14)$$

Для определения скоростей продифференцируем систему (2.10) по времени:

$$\begin{cases} -l_1\omega_1 \sin \varphi_1 - l_2\omega_2 \sin \varphi_2 - l_3\omega_3 \sin \varphi_3 = 0; \\ l_1\omega_1 \cos \varphi_1 + l_2\omega_2 \cos \varphi_2 + l_3\omega_3 \sin \varphi_3 = 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

Система (2.15) линейна относительно  $\omega_2, \omega_3$ , т. е. легко разрешима, например, по формулам Крамера. Первые члены в уравнениях (2.15) представляют собой проекции скорости точки  $A$  –  $v_{Ax}, v_{Ay}$  на оси неподвижной системы координат  $XOY$ .

Дифференцируя (2.15) по времени, получим

$$\begin{cases} -l_1\varepsilon_1 \sin \varphi_1 - l_1\omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_2\varepsilon_2 \sin \varphi_2 - l_2\omega_2^2 \cos \varphi_2 - l_3\varepsilon_3 \sin \varphi_3 - l_3\omega_3^2 \cos \varphi_3 = 0; \\ l_1\varepsilon_1 \cos \varphi_1 - l_1\omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_2\varepsilon_2 \cos \varphi_2 - l_2\omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_3\varepsilon_3 \sin \varphi_3 - l_3\omega_3^2 \cos \varphi_3 = 0. \end{cases} \quad (2.16)$$

Система (2.16) также линейна относительно неизвестных  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ . Первые два члена в уравнениях (2.16) – проекции ускорения точки  $A$  на оси неподвижной системы координат (см. выражение (2.7)).

### 2.1.3. Кулисный механизм

Если пронумеровать звенья так, как показано на рис. 2.3, то уравнение замкнутого векторного контура механизма примет вид

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_3 + \vec{l}_4 = 0.$$

Проецируя его на оси неподвижной системы координат  $XOY$  и учитывая, что  $\varphi_4 = 90^\circ = \text{const}$ , получим систему уравнений относительно неизвестных  $\vec{l}_3$  и  $\varphi_3$  – угла поворота вектора  $\vec{l}_3$ :

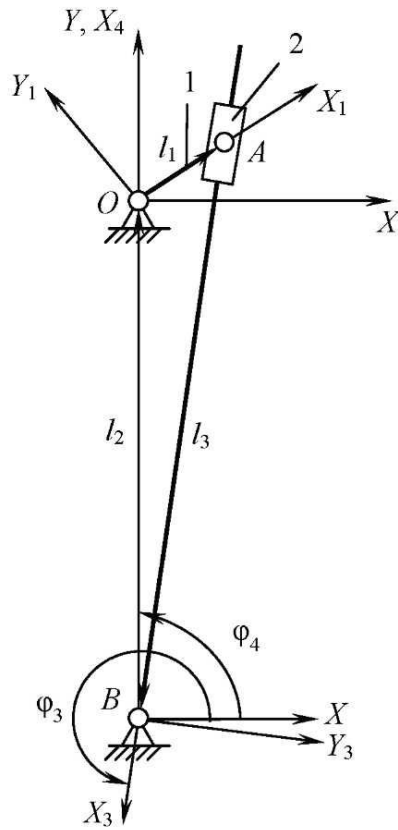


Рис. 2.3

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_3 \cos \varphi_3 = 0; \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_3 \sin \varphi_3 + l_4 = 0, \end{cases} \quad (2.17)$$

откуда, учитывая, что  $l_1 \cos \varphi_1 = x_A$ ,  $l_1 \sin \varphi_1 = y_A -$  координаты точки  $A$ , получим

$$\begin{cases} x_A = -l_3 \cos \varphi_3; \\ y_A + l_4 = -l_3 \sin \varphi_3; \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\varphi = \begin{cases} \pi + \arctg((y_A + l_4)/x_A), & -y_A < l_4; \\ \arctg((y_A + l_4)/x_A), & -y_A > l_4; \\ \pi, & -y_A = l_4, x_A > 0; \\ 0, & -y_A = l_4, x_A < 0; \end{cases}$$

$$l_3 = \begin{cases} -x_A / \cos \varphi_3, & \varphi_3 \neq 3\pi/2; \\ l_4 + y_A, & \varphi_3 = 3\pi/2. \end{cases}$$

Отметим, что при вычислении по формулам (2.18) результат  $l_3 = 0$  – признак неработоспособности механизма (если в процессе движения ведущее звено должно проходить положение  $\varphi_1 = 3\pi/2$ ,  $x_A = 0$ ,  $y_A = -l_4$ ).

Последовательно дифференцируя систему (2.17) по времени, получим уравнения для определения скоростей и ускорений:

$$\begin{cases} -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 + v_3 \cos \varphi_3 - l_3 \omega_3 \sin \varphi_3 = 0; \\ l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + v_3 \sin \varphi_3 + l_3 \omega_3 \cos \varphi_3 = 0; \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} -l_1 \varepsilon_1 \sin \varphi_1 - l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 + a_3 \cos \varphi_3 - 2v_3 \omega_3 \sin \varphi_3 - \\ -l_3 \varepsilon_3 \sin \varphi_3 - l_3 \omega_3^2 \cos \varphi_3 = 0; \\ l_1 \varepsilon_1 \cos \varphi_1 - l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + a_3 \sin \varphi_3 + 2v_3 \omega_3 \cos \varphi_3 + \\ + l_3 \varepsilon_3 \cos \varphi_3 - l_3 \omega_3^2 \sin \varphi_3 = 0, \end{cases} \quad (2.20)$$

где  $\omega_3$  и  $\varepsilon_3$  – угловые скорость и ускорение вращения вектора  $\vec{l}_3$ ;

$$v_3 = dl_3/dt; \quad a_3 = dv_3/dt.$$

При известных величинах  $\omega_1$  и  $\varepsilon_1$  системы (2.19), (2.20) решаются относительно неизвестных  $(v_3, \omega_3)$  и  $(a_3, \varepsilon_3)$  по формулам Крамера.

## 2.2. Метод графического исследования

### 2.2.1. Задачи и порядок выполнения кинематического исследования

#### **Задачи кинематического исследования рычажного механизма:**

- а) нахождение крайних положений ведомого звена;
- б) определение положений звеньев механизма и отдельных точек;
- в) определение скоростей и ускорений всех обозначенных на схеме точек, а также угловых скоростей и угловых ускорений всех звеньев механизма;
- г) построение диаграмм перемещений, скоростей и ускорений ведомого звена.

#### **Порядок выполнения кинематического исследования механизма:**

1. Вычертить в масштабе тонкими линиями схему заданного механизма в произвольном положении и определить степень его подвижности.
2. Методом засечек или из рассмотрения геометрии механизма найти одно крайнее положение ведомого звена и соответствующие ему положения всех остальных звеньев механизма.
3. Положение ведущего звена, при котором ведомое звено занимает крайнее положение, принять за начальное положение.
4. Построить 12 совмещенных положений механизма, для чего окружность, описываемую концом ведущего звена (кривошипа) разбить на 12 равных частей, взяв за начало отсчета начальное положение кривошипа, определяемое по п. 3.
5. Пронумеровать положения ведущего и ведомого звеньев в направлении движения этих звеньев, начиная с их начального (крайнего) положения.
6. Построить траекторию точки, указанной в задании, предварительно определив положения этой точки в каждом из 12 известных положений механизма.
7. Построить в масштабе 12 планов скоростей механизма, соответствующих 12 известным положениям механизма, и по ним найти скорости всех обозначенных на схеме точек.
8. Используя планы скоростей механизма, определить величины и направления угловых скоростей всех звеньев механизма.
9. Значения скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма для 12 его положений свести в таблицу.
10. Построить в масштабе планы ускорений механизмов для двух положений:

- положения, соответствующего крайнему положению ведомого звена;
- положения, соответствующего положению ведущего звена, находящегося под некоторым углом к своему начальному положению.

11. По планам ускорений найти ускорения всех обозначенных на схеме точек.

12. Используя планы ускорений механизма, определить величины и направления угловых ускорений всех звеньев механизма.

13. Построить график перемещения ведомого звена в зависимости от времени или угла поворота ведущего звена (кривошипа). Для построения графика использовать 12 совмещенных положений механизма, взяв за начало отсчета перемещений ведомого звена его крайнее положение.

14. Графически проинтегрировать график перемещений и построить график скоростей или аналога скоростей ведомого звена.

15. Графически проинтегрировав график аналога скоростей, построить график ускорений или аналога ускорений ведомого звена.

16. Сравнить значения скоростей ведомого звена, полученные по планам скоростей и по графику скоростей.

17. Сравнить значения ускорений ведомого звена, полученные по планам ускорений и по графику ускорений.

### 2.2.2. Нахождение крайних положений ведомого звена механизма

При известных размерах звеньев механизма крайние положения ведомого звена находят в общем случае методом последовательных приближений. В некоторых случаях крайние положения ведомого звена можно найти более простым способом, используя законы геометрии при рассмотрении структуры механизма.

**Пример 2.1.** Найти крайние положения ведомого звена (звена  $BC$ ) механизма, приведенного на рис. 2.4. Ведущим звеном механизма является звено  $OA$ .

*Решение.* Рассматривая геометрическую структуру механизма, нетрудно заметить, что ведомое звено  $BC$  при вращении ведущего звена  $OA$  будет то приближаться к точке  $O$ , то удаляться от нее.

Максимальное удаление звена  $BC$  от точки  $O$  будет в таком положении механизма, когда звено  $OA$  станет перпендикулярным звену  $BC$  (см. рис. 2.4). Это положение ведомого звена  $BC$ , являющееся его крайним положением, нетрудно построить, если провести от центра  $O$  окружность радиусом  $OA$ , а затем из центра  $B$  – прямую  $BC$ , касательную к этой окружности.

Таких положений, при которых звено  $BC$  находится на максимальном расстоянии от центра  $O$ , будет два: крайнее правое и крайнее левое.

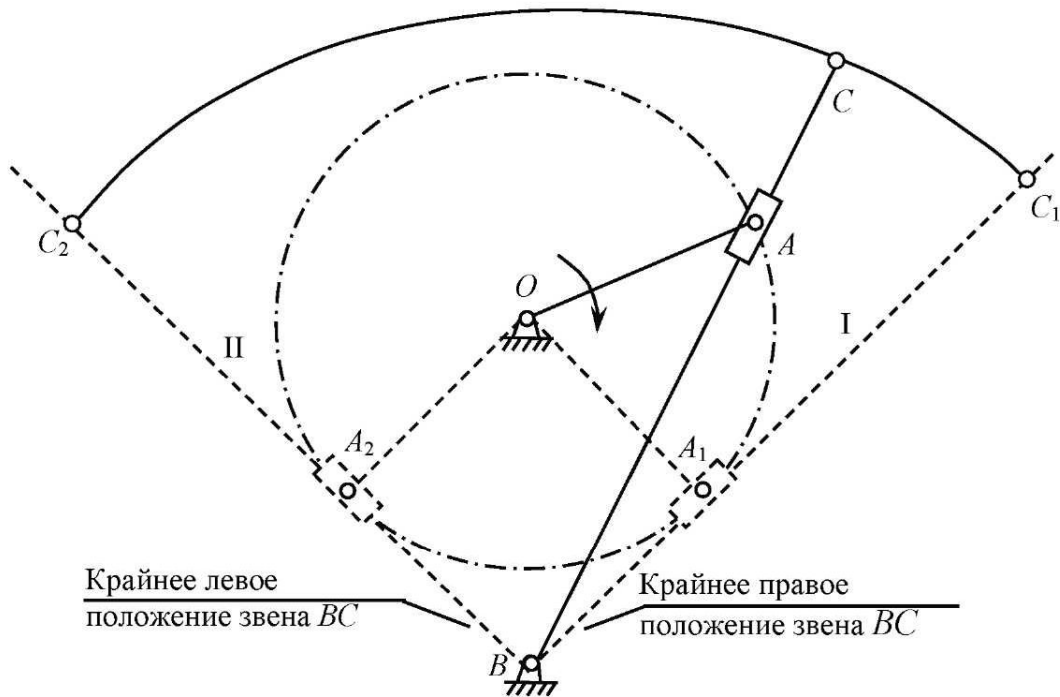


Рис. 2.4

**Пример 2.2.** Найти крайнее положение ведомого звена (звена  $E$ ) механизма, показанного на рис. 2.5. Ведущим звеном является кривошип  $AB$ .

*Решение.* Рассмотрев геометрическую структуру механизма, заметим,

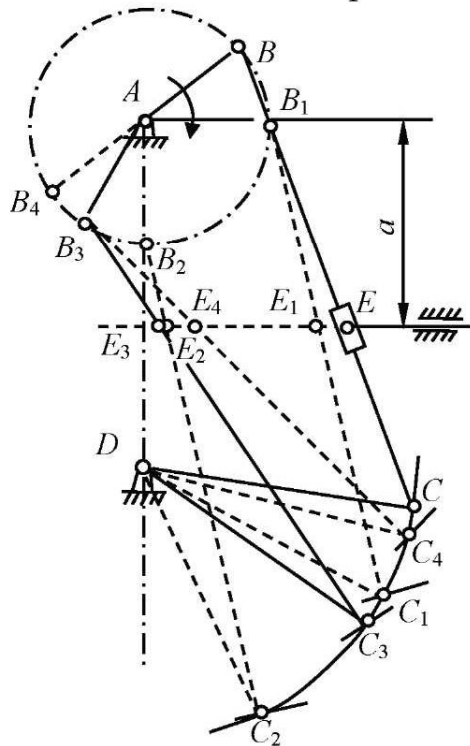


Рис. 2.5

что определить с помощью законов геометрии крайние положения точки  $E$  ведомого звена, совершающего поступательное горизонтальное движение, довольно сложно. Воспользуемся поэтому общим методом определения крайнего положения звеньев механизма – методом последовательных приближений. Для этого вычертим схему механизма в произвольном положении, например в положении  $ABCD$ .

Выберем направление вращения кривошипа, например по часовой стрелке. Задаваясь далее новым произвольным положением кривошипа  $AB_1$  в направлении его вращения, определим новое положение  $E_1$  ведомого звена.

Аналогичным образом, задавшись произвольными положениями  $AB_2$  и  $AB_4$  кривошипа, получим соответственно точки  $E_2$  и  $E_4$ .

При одном направлении вращения кривошипа  $AB$  точка  $E$  ведомого звена сначала перемещается влево, проходя последовательно положения  $E_1, E_2$ , а затем начинает перемещаться вправо, занимая положение  $E_4$ , и т. д.

Очевидно, где-то между точками  $E_2$  и  $E_4$  существует такая точка  $E_3$ , которая определяет крайнее левое положение ведомого звена  $E$ . Найти это положение можно приблизительно. Для этого разделим дугу  $B_2B_1$  пополам. Получим точку  $B_3$ . Положение кривошипа при этом будет  $AB_3$ . Положению кривошипа  $AB_3$  соответствует точка  $E_3$ .

Если точка  $E_3$  окажется лежащей левее точки  $E_2$ , то это положение  $E_3$  можно взять за крайнее положение ведомого звена  $E$  (как в нашем случае). Если же точка  $E_3$  окажется правее точки  $E_2$ , то следует продолжить приближение. Для этого дугу  $B_2B_3$  нужно разделить пополам и далее действовать аналогично вышеописанному способу определения точки  $E_3$ .

### 2.2.3. Построение траекторий движения точек звеньев механизма

Для нахождения траекторий точек звеньев механизма необходимо построить 12 совмещенных положений механизма и определить для каждого положения местонахождение исследуемой точки. Соединив затем последовательно полученные точки, получим траекторию этой точки (рис. 2.6).

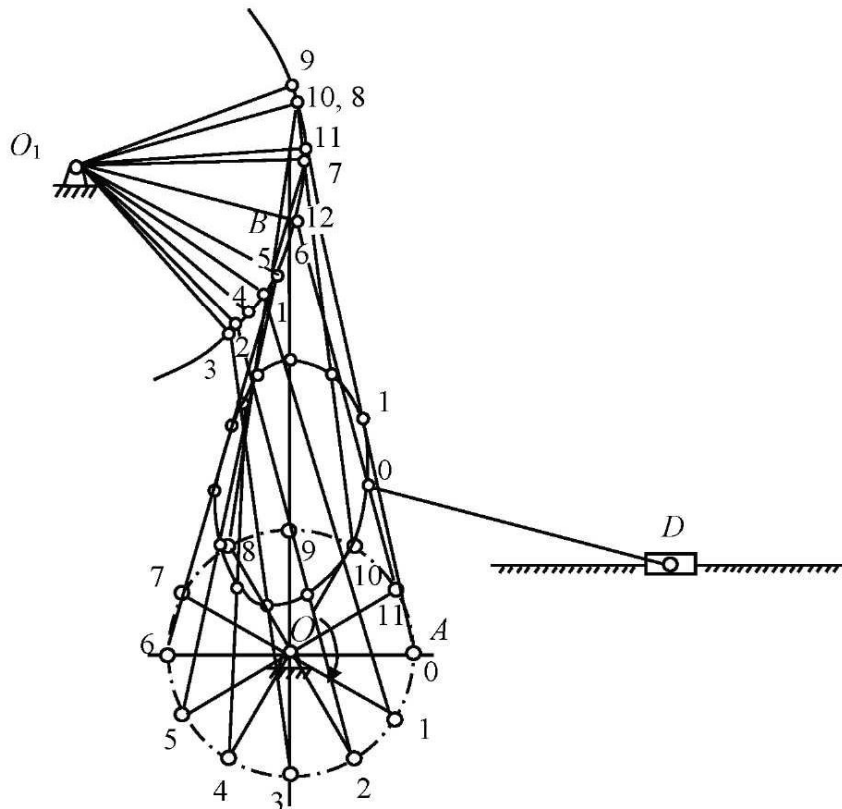


Рис. 2.6

### 2.2.4. Построение графиков перемещений, скоростей и ускорений ведомого звена

График перемещений ведомого звена нетрудно построить по известным 12 положениям этого звена, взяв за начало отсчета перемещений одно из крайних положений ведомого звена механизма.

График перемещений ведомого звена обычно строят в зависимости от угла поворота  $\varphi$  ведущего звена. При этом если ведомое звено  $B$  совершает поступательное движение (рис. 2.7, *a*), то график перемещений звена  $B$  изображает зависимость линейного перемещения этого звена от угла поворота ведущего звена, т. е.  $s = f(\varphi)$  (рис. 2.7, *б*). Если ведомое звено  $BC$  совершает вращательное движение (рис. 2.8, *a*), то график перемещений звена  $BC$  изображает зависимость углового перемещения этого звена от угла поворота ведущего звена, т. е.  $\Psi = f(\varphi)$  (рис. 2.8, *б*).

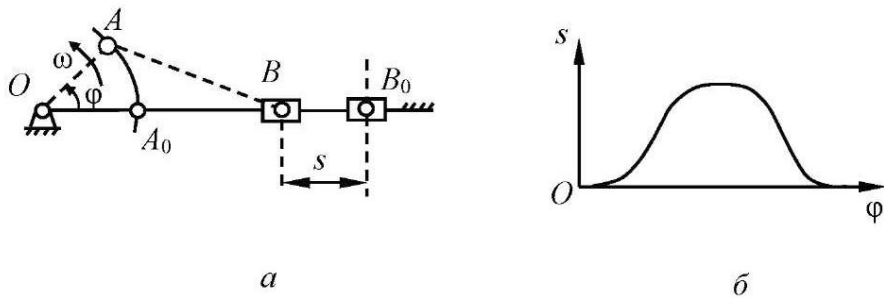


Рис. 2.7

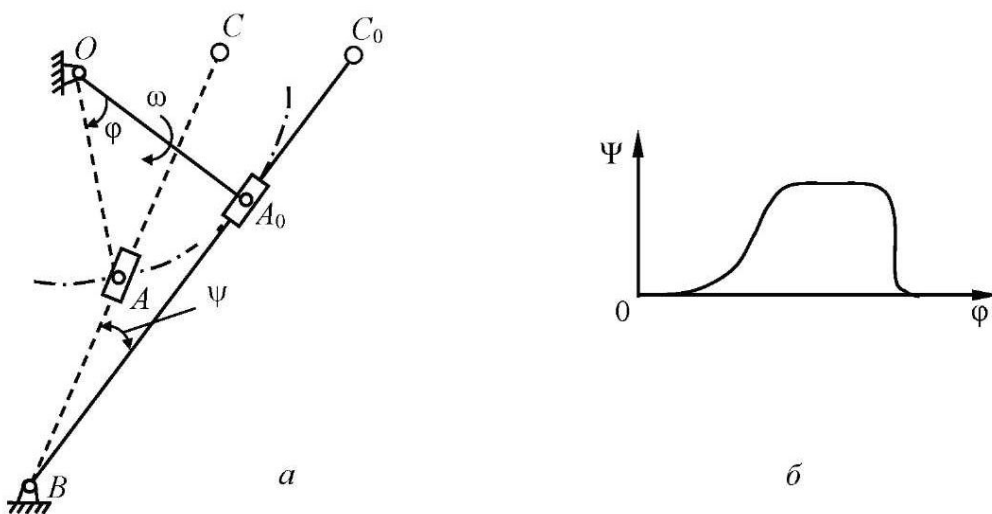


Рис. 2.8

График перемещений строят в масштабе. Масштабный коэффициент при этом принимают отдельно как для угла  $\varphi$ , откладываемого по оси абсцисс, так и для перемещений  $s$  или  $\Psi$ , откладываемых по оси ординат (рис. 2.7, б).

*Масштабным коэффициентом* называется отношение действительной величины к длине отрезка, изображающего эту величину. Так, например, если угол  $\varphi$ , равный  $2\pi$  рад, отложить на оси абсцисс в виде отрезка 62,8 мм, то масштабный коэффициент при этом будет

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{62,8} = \frac{2 \cdot 3,14}{62,8} = 0,1 \text{ рад/мм.}$$

Это значит, что 1 мм отрезка на оси абсцисс соответствует углу 0,1 рад.

Масштабный коэффициент должен выражаться числом с одной значащей цифрой, например: 0,02; 0,2; 2,0; 20 и т. д.

Если графически продифференцируем график перемещения ведомого звена по углу поворота  $\varphi$  ведущего звена, то получим график, называемый *графиком аналога скорости ведомого звена*. По значению аналога скорости нетрудно найти скорость ведомого звена:

$$\frac{ds}{d\varphi} = \frac{ds}{\omega_1 dt} = \frac{1}{\omega_1} \frac{ds}{dt}.$$

Отсюда

$$\frac{ds}{dt} = \omega_1 \frac{ds}{d\varphi},$$

или

$$V_{\text{вед}} = \omega_1 \frac{ds}{d\varphi}, \quad (2.21)$$

где  $V_{\text{вед}}$  – скорость ведомого звена;  $\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена.

Аналогично для углового перемещения ведомого звена имеем

$$\frac{d\Psi}{d\varphi} = \frac{d\Psi}{\omega_1 dt} = \frac{1}{\omega_1} \frac{d\Psi}{dt}.$$

Отсюда

$$\frac{d\Psi}{dt} = \omega_1 \frac{d\Psi}{d\varphi},$$

или

$$\omega_{\text{вед}} = \omega_1 \frac{d\Psi}{d\varphi}. \quad (2.22)$$



Зависимости (2.21) и (2.22) показывают, что скорость ведомого звена, совершающего поступательное или вращательное движение, равна произведению аналога скорости этого звена на угловую скорость ведущего звена.

Для нахождения аналога ускорения ведомого звена  $d^2s/d\varphi^2$  следует графически продифференцировать график аналога скорости этого звена по углу поворота  $\varphi$  ведущего звена.

В случае равномерного вращения ведущего звена ( $\omega_1 = \text{const}$ ) по значению аналога ускорения ведомого звена нетрудно найти ускорение этого звена. Для поступательного перемещения ведомого звена получим

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{ds}{d\varphi} \right) = \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{ds}{\omega_1 dt} \right) = \frac{1}{\omega_1} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{ds}{dt} \right) = \frac{1}{\omega_1} \frac{dV}{\omega_1 dt} = \frac{1}{\omega_1^2} \frac{dV}{dt},$$

отсюда

$$\frac{dV}{dt} = \omega_1^2 \frac{d^2s}{d\varphi^2},$$

или

$$a_{\text{вед}} = \omega_1^2 \frac{d^2s}{d\varphi^2}. \quad (2.23)$$

Аналогично для углового перемещения ведомого звена

$$\frac{d^2\Psi}{d\varphi^2} = \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{d\Psi}{d\varphi} \right) = \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{d\Psi}{\omega_1 dt} \right) = \frac{1}{\omega_1} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{d\Psi}{dt} \right) = \frac{1}{\omega_1} \frac{d}{\omega_1 dt} \left( \frac{d\Psi}{dt} \right) = \frac{1}{\omega_1^2} \frac{d^2\Psi}{dt^2},$$

отсюда

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} = \omega_1^2 \frac{d^2\Psi}{d\varphi^2},$$

или

$$\varepsilon_{\text{вед}} = \omega_1^2 \frac{d^2\Psi}{d\varphi^2}. \quad (2.24)$$

Зависимости (2.23) и (2.24) показывают, что при равномерном вращении ведущего звена ( $\omega_1 = \text{const}$ ) ускорение ведомого звена, совершающего поступательное или вращательное движение, равно произведению аналога ускорения этого звена на квадрат угловой скорости ведущего звена.

Графическое дифференцирование обычно проводят двумя методами: методом хорд и методом касательных.

Рассмотрим метод хорд на примере графического дифференцирования графика перемещений.

Пусть задан график перемещений ведомого звена  $s = f(\varphi)$  (рис. 2.9, а). Масштабные коэффициенты  $\mu_\varphi$  (по оси абсцисс) и  $\mu_s$  (по оси ординат) известны. Разобьем ось абсцисс (ось  $\varphi$ ) на ряд одинаковых отрезков, например на 12. Под графиком перемещений проведем оси координат, в которых будем строить график аналога скорости ведомого звена. На каждом отрезке кривую графика заменим ее хордой. На оси абсцисс этой системы координат влево от оси ординат отложим произвольный отрезок  $H_1$ , который назовем *полюсным расстоянием*, и затем из начальной точки  $O_1$  этого отрезка (см. рис. 2.9, б) проведем прямые, параллельные хордам графика перемещений. Эти прямые пересекут ось ординат в точках 1–12. Из точек 1–12 проведем горизонтальные прямые на соответствующих участках I, II, III. Горизонтальный отрезок 1–1' на участке I разделим точкой А на равные части, так же поступим и с горизонтальным отрезком 2'–2'' на участке II. Получим точку В.

Аналогично определим точки и для всех остальных участков. Соединив плавной кривой точки А, В и т. д., получим график аналога скорости ведомого звена (рис. 2.9, б). Ось абсцисс этого графика представляет собой ось углов поворота ведущего звена, а ось ординат – ось аналога скорости ведомого звена. Масштабный коэффициент для оси абсцисс равен  $\mu_\varphi$ , а для оси ординат –  $\mu_{ds/d\varphi}$ .

Для графика перемещений известны масштабные коэффициенты:  $\mu_\varphi$  – для углов  $\varphi$ ;  $\mu_s$  – для перемещений  $S$ . После графического дифференцирования графика перемещений масштабный коэффициент для оси абсцисс  $\mu_\varphi$  остается без изменения, а масштабный коэффициент для оси ординат (оси аналога скорости)  $\mu_{ds/d\varphi}$  определим по формуле

$$\mu_{ds/d\varphi} = \frac{\mu_s}{H_1 \mu_\varphi}. \quad (2.25)$$

При угловом перемещении ведомого звена масштабный коэффициент для оси аналога скорости

$$\mu_{d\psi/d\varphi} = \frac{\mu_\psi}{H_1 \mu_\varphi}. \quad (2.26)$$

Для получения масштабного коэффициента  $\mu_{ds/d\varphi}$  или  $\mu_{d\psi/d\varphi}$  в виде числа с одной значащей цифрой необходимо подобрать соответствующее полюсное расстояние  $H_1$  в формулах (2.25), (2.26).

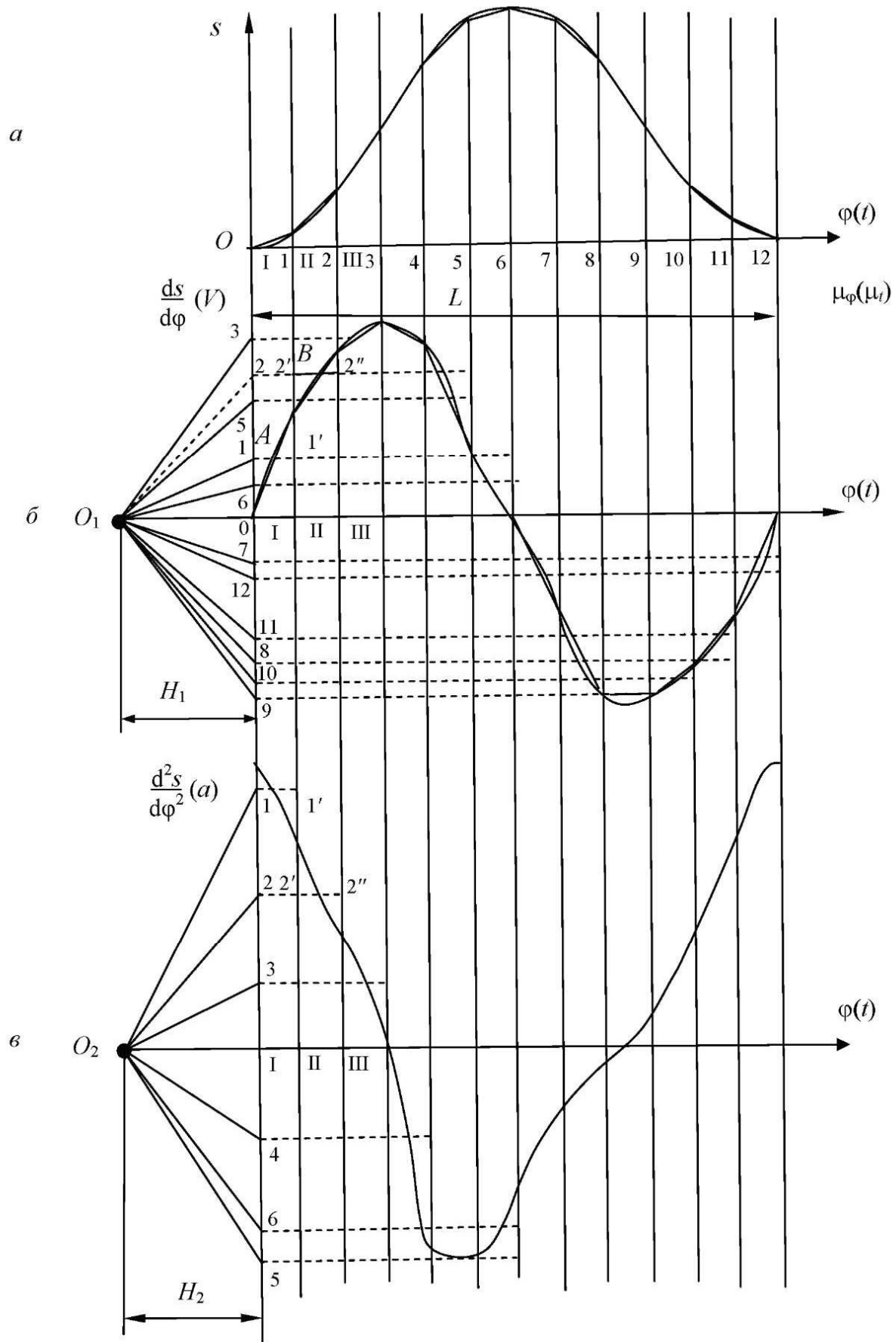


Рис. 2.9

Продифференцировав график аналога скорости по методу хорд (рис. 2.9, б), получим график аналога ускорения ведомого звена (рис. 2.9, в). Масштабный коэффициент для оси ординат полученного графика (оси аналога ускорения) определим по формулам:

а) для линейного перемещения ведомого звена

$$\mu_{d^2s/d\varphi^2} = \frac{\mu_{ds/d\varphi}}{H_2 \mu_\varphi}; \quad (2.27)$$

б) для углового перемещения ведомого звена

$$\mu_{d^2\psi/d\varphi^2} = \frac{\mu_{d\psi/d\varphi}}{H_2 \mu_\varphi}. \quad (2.28)$$

Так как графики  $s$ ,  $ds/d\varphi$  и  $ds^2/d\varphi^2$  связаны между собой дифференциальной зависимостью, то к ним применимы все закономерности, существующие между функцией и ее производной. Приведем некоторые из этих закономерностей:

- 1) если функция возрастает, то ее первая производная положительна;
- 2) если первая производная непрерывной функции в какой-либо точке равна нулю, то в этой точке функция имеет экстремумы;

3) если непрерывная функция имеет точки перегиба, то первая производная этой функции в данных точках имеет экстремумы, а вторая производная равна нулю;

4) если для непрерывной функции значение первой производной в данной точке больше, чем значение производной в другой точке, то кривая функции в первой точке более крутая, чем во второй, так как  $\operatorname{tg} \alpha_1 > \operatorname{tg} \alpha_2$ ;

5) если функция непрерывна и не имеет скачков, то ее первая производная – плавная кривая.

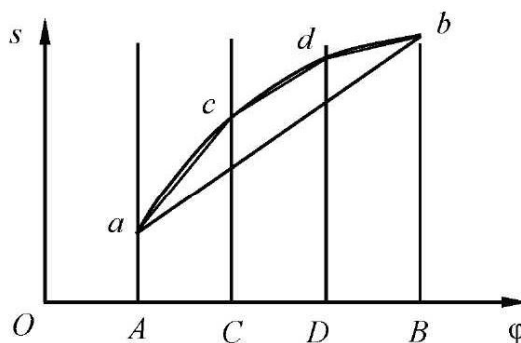


Рис. 2.10

При графическом дифференцировании, в результате замены кривой функции ступенчатой ломаной линией, появляется погрешность в построении производных функций. Для уменьшения этой погрешности необходимо, чтобы хорды, которыми заменяются на своих отрезках кривые функции, незначительно отличались от этих кривых. С этой целью тот участок  $AB$  (рис. 2.10), где хорда  $ab$  существенно отличается от кривой  $ab$ , необходимо разбить на более мелкие участки ( $AC$ ,  $CD$ ,  $DB$ ), в которых хорды и кривые имеют незначительные отличия.

**Пример 2.3.** Найти масштабные коэффициенты для аналога скорости  $ds/d\varphi$  и аналога ускорения  $d^2s/d\varphi^2$  ведомого звена, если известны  $\mu_\varphi = 0,04$  рад/мм,  $\mu_s = 0,002$  м/мм,  $H_1 = 30$  мм,  $H_2 = 40$  мм.

*Решение.* Используя формулу (2.25), найдем масштабный коэффициент аналога скорости:

$$\mu_{ds/d\varphi} = \frac{\mu_s}{H_1 \mu_\varphi} = \frac{0,002}{30 \cdot 0,04} = 0,0017 \text{ м/мм.}$$

По формуле (2.27) найдем масштабный коэффициент аналога ускорения:

$$\mu_{d^2s/d\varphi^2} = \frac{\mu_{ds/d\varphi}}{H_2 \mu_\varphi} = \frac{0,0017}{40 \cdot 0,04} = 0,0011 \text{ м/мм.}$$

**Пример 2.4.** Найти значения полюсных расстояний  $H_1$  и  $H_2$  для получения масштабных коэффициентов  $\mu_{ds/d\varphi} = 0,002$  м/мм и  $\mu_{d^2s/d\varphi^2} = 0,001$  м/мм, если известны  $\mu_\varphi = 0,04$  рад/мм и  $\mu_s = 0,02$  м/мм.

*Решение.* Воспользовавшись формулой (2.25), найдем  $H_1$ :

$$H_1 = \frac{\mu_s}{\mu_{ds/d\varphi} \mu_\varphi} = \frac{0,02}{0,002 \cdot 0,04} = 25 \text{ мм.}$$

Используя формулу (2.27), определим  $H_2$ :

$$H_2 = \frac{\mu_{ds/d\varphi}}{\mu_{d^2s/d\varphi^2} \mu_\varphi} = \frac{0,002}{0,001 \cdot 0,04} = 50 \text{ мм.}$$

**Пример 2.5.** Определить скорость и ускорение ведомого звена, совершающего поступательное движение, если известны в данный момент времени аналог скорости и аналог ускорения этого звена:

$$\frac{ds}{d\varphi} = 0,08 \text{ м/мм, } \frac{d^2s}{d\varphi^2} = 0,002 \text{ м/рад.}$$

Угловая скорость ведущего звена  $\omega_1 = \text{const} = 100 \text{ с}^{-1}$ .

*Решение.* По зависимости (2.21) найдем скорость ведомого звена:

$$V_{\text{вед}} = \omega_1 \frac{ds}{d\varphi} = 100 \cdot 0,08 = 8 \text{ м/с.}$$

По зависимости (2.23) определим ускорение ведомого звена:

$$a_{\text{вед}} = \omega_1^2 \frac{d^2 s}{d\varphi^2} = 100^2 \cdot 0,002 = 20 \text{ м/с}^2.$$

Если на оси абсцисс вместо угла поворота откладывается время  $t$ , то при графическом дифференцировании получим графики скорости  $V = ds/dt$  и ускорения  $a = d^2s/dt^2$ . Для определения масштабного коэффициента  $\mu_t$  необходимо определить сначала период  $T$  – время одного полного оборота, с:

$$T = \frac{60}{n},$$

где  $n$  – частота вращения ведущего звена, об/мин.

Тогда масштабный коэффициент, с/мм,

$$\mu_t = \frac{T}{L},$$

где  $L$  – длина отрезка, на котором отложено время, равное периоду  $T$ .

### 2.2.5. Определение скоростей и ускорений точек механизма, угловых скоростей и угловых ускорений звеньев механизма

При определении скоростей и ускорений точек механизма следует использовать зависимости между скоростями и ускорениями точек звеньев механизма. Эти зависимости определяются видом движения звена.

**Поступательное движение тела** – это движение тела, при котором любая прямая этого тела перемещается параллельно самой себе.

При поступательном движении тела скорости всех его точек одинаковы ( $\vec{V}_A = \vec{V}_B = \vec{V}_C$ ), одинаковы и ускорения точек ( $\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C$ ) (рис. 2.11).

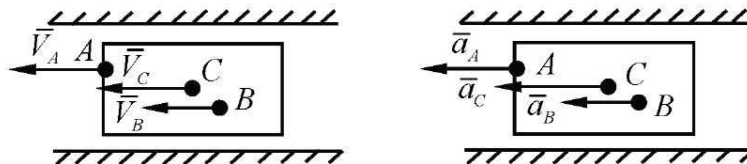


Рис. 2.11

**Вращательное движение тела** – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, перпендикулярным прямой, называемой *осью вращения* (рис. 2.12).

При вращательном движении тела скорость любой точки  $A$  этого тела направлена перпендикулярно радиусу ее вращения и вычисляется по формуле

$$V_A = \omega R,$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения тела;  $R$  – радиус вращения точки  $A$  (расстояние от точки  $A$  до оси вращения  $O$ ).

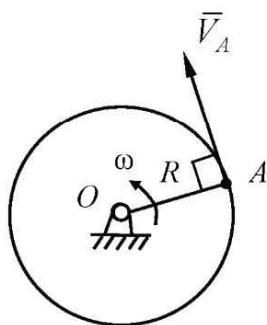


Рис. 2.12

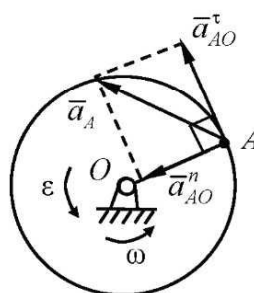


Рис. 2.13

Ускорение любой точки  $A$  вращающегося тела представляется в виде двух составляющих:

- нормального ускорения  $\bar{a}_{AO}^n$ , направленного к оси вращения (рис. 2.13):

$$a_{AO}^n = \omega^2 R = \frac{V_A^2}{R};$$

- касательного ускорения  $\bar{a}_{AO}^\tau$ , направленного перпендикулярно радиусу вращения точки (рис. 2.13):

$$a_{AO}^\tau = \varepsilon R,$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение звена.

Полное ускорение любой точки вращающегося тела, например точки  $A$ ,

$$\bar{a}_A = \bar{a}_{AO}^n + \bar{a}_{AO}^\tau .$$

**Плоскопараллельное движение тела** – это движение тела, которое можно представить состоящим из двух одновременно происходящих в одной плоскости движений:

- поступательного движения тела со скоростью какой-либо его точки, называемой *полюсом*;
- вращательного движения тела вокруг полюса.

Для определения скорости и ускорения любой точки тела, совершающего плоскопараллельное движение, необходимо знать скорость и ускорение полюса.

Тогда, согласно определению плоскопараллельного движения тела, скорость любой точки этого тела (например, точки  $B$ ) будет определяться через скорость полюса (пусть им будет, например, точка  $A$ ) следующим образом (рис. 2.14):

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad (2.29)$$

где  $\vec{V}_B$  – скорость точки  $B$ ;  $\vec{V}_A$  – скорость точки  $A$ , взятой за полюс;  $\vec{V}_{BA}$  – скорость вращения точки  $B$  вокруг точки  $A$ .

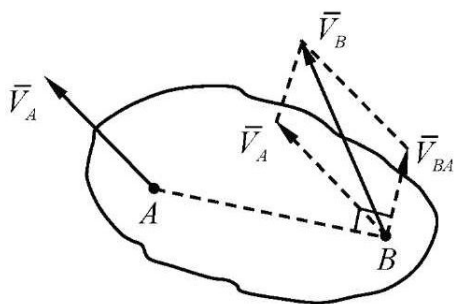


Рис. 2.14

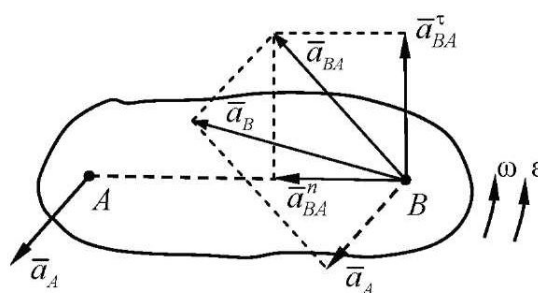


Рис. 2.15

Так как  $\vec{V}_{BA}$  – скорость вращения точки  $B$  вокруг точки  $A$ , то можно записать

$$V_{BA} = \omega l_{AB}.$$

Скорость  $\vec{V}_{BA}$  направлена перпендикулярно радиусу вращения точки  $B$ , т. е. перпендикулярно  $AB$ .

Аналогично записывается и ускорение любой точки плоскодвижущегося тела (например, точки  $B$ ), выраженное через ускорение полюса (точки  $A$ ) (рис. 2.15):

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}, \quad (2.30)$$

где  $\vec{a}_{BA}$  – ускорение точки  $B$  при ее вращении вокруг точки  $A$ .

Ускорение  $\vec{a}_{BA}$  можно представить в виде

$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau, \quad (2.31)$$



где  $\bar{a}_{BA}^n$  – нормальное ускорение точки  $B$  при ее вращении вокруг точки  $A$ , направленное к точке  $A$ ;

$$a_{BA}^n = \omega^2 l_{AB};$$

$\bar{a}_{BA}^\tau$  – тангенциальное ускорение точки  $B$  при ее вращении вокруг точки  $A$ , направленное перпендикулярно радиусу вращения  $AB$ ;

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon l_{AB}.$$

Полное ускорение точки  $B$  с учетом выражения (2.31) можно записать и как

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (2.32)$$

**Сложное движение точки** – это движение, при котором точка одновременно участвует в двух или более движениях.

Движение точки по подвижному телу называется *относительным движением точки*.

Движение тела, по которому перемещается точка, называется *переносным движением точки*.

Движение точки относительно неподвижной системы отсчета, связанной со стойкой, называется *абсолютным движением точки*.

Рассмотрим кулисный механизм (рис. 2.16, *а*), состоящий из трех подвижных тел: кривошипа  $OA_1$ , кулисы  $O_1B$  и камня кулисы  $A_1$ .

На кулисе  $O_1B$  под точкой  $A_1$  будет находиться точка  $A_3$  (рис. 2.16, *б*), принадлежащая звену. При вращении кулисы  $O_1B$  точка  $A_1$  камня кулисы перемещается вдоль кулисы. Точно так же будет изменять свое положение на кулисе и точка  $A_3$ , все время находясь под точкой  $A_1$ .

О движении точки  $A_1$  камня кулисы по кулисе  $O_1B$  можно говорить как о движении точки  $A_1$  относительно точки  $A_3$  кулисы. Поэтому скорость и ускорение движения точки  $A_1$  по кулисе записывают как  $\bar{V}_{A_1A_3}$  и  $\bar{a}_{A_1A_3}$ .

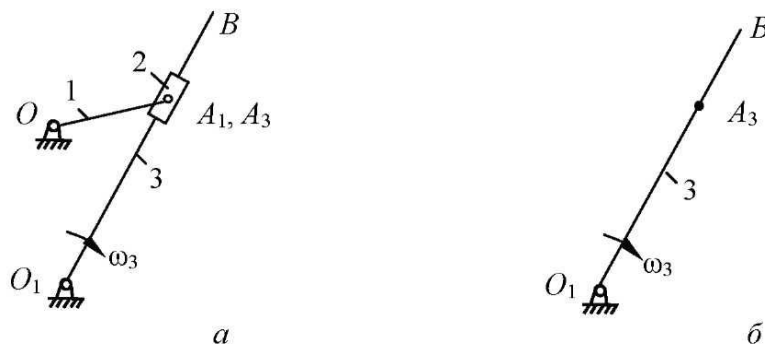


Рис. 2.16

Точка  $A_1$  изображенного на рис. 2.16, *a* механизма принадлежит одновременно и кривошипу 1, и камню кулисы 2.

Расчленим механизм на отдельные части (рис. 2.17). Рассмотрим движение точки  $A_1$  звена 1 относительно неподвижной оси  $O$  – это абсолютное движение точки  $A_1$ , принадлежащей звену 1 (рис. 2.17, *a*) и звену 2 (рис. 2.17, *б*).

Вращательное движение точки  $A_1$  звена 1 относительно неподвижной оси  $O$  – это абсолютное движение точки  $A_1$  со скоростью  $\vec{V}_{A_1}^{abc}$ .

Движение точки  $A_3$  звена 3 (рис. 2.17, *б*) является движением сложным, состоящим из относительного (поступательного) движения точки  $A_3$  по кулисе  $O_1B$  (со скоростью  $\vec{V}_{A_3A_1}$ ) и переносного (вращательного) движения точки  $A_1$  вместе с кривошипом  $OA$  вокруг оси  $O$  (со скоростью  $\vec{V}_{A_1}$ ). План скоростей представлен на рис. 2.17, *в*.

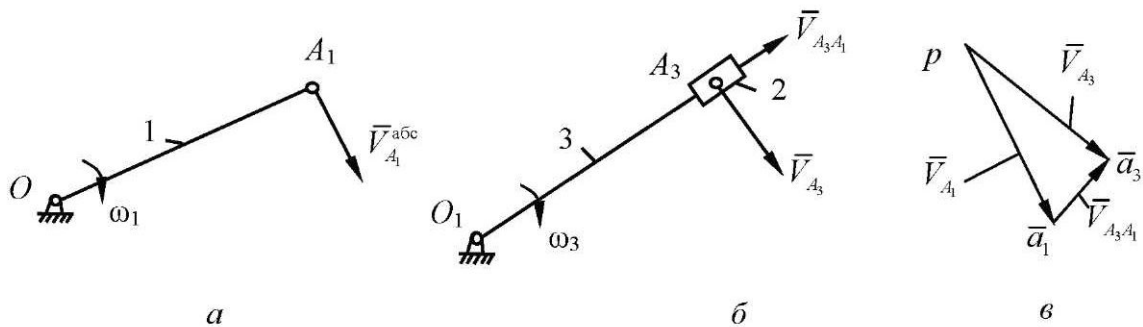


Рис. 2.17

Как известно из курса теоретической механики, при сложном движении точки ее абсолютную скорость и ускорение вычисляют по формулам

$$\vec{V}_{abc} = \vec{V}_{пер} + \vec{V}_{отн}, \quad (2.33)$$

$$\vec{a}_{abc} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}^k + \vec{a}_{отн}. \quad (2.34)$$

Для механизма, изображенного на рис. 2.16, зависимости (2.33) и (2.34) имеют вид

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_1} + \vec{a}_{A_3A_1}^k + \vec{a}_{A_3A_1}^r, \quad \vec{V}_{A_3} = \vec{V}_{A_1} + \vec{V}_{A_3A_1},$$

где  $\vec{a}_{A_3A_1}^k$  – ускорение Кориолиса;  $\vec{a}_{A_3A_1}^r$  – относительное ускорение точки  $A_3$  при движении ее вдоль кулисы  $O_1B$ .

Для плоских механизмов величину ускорения Кориолиса определяют по зависимости

$$a^k = 2\omega_{\text{пер}} V_{\text{отн}}.$$

Для нахождения направления ускорения Кориолиса вектор относительной скорости нужно повернуть в плоскости механизма на  $90^\circ$  в сторону переносного вращения. Для механизма, изображенного на рис. 2.18, *а*, покажем направление ускорения Кориолиса точки  $A_3$  и запишем выражение для определения величины этого ускорения:

$$a_{A_3A_1}^k = 2\omega_3 V_{A_3A_1}. \quad (2.35)$$

На рис. 2.18, *а* показано, как определяется ускорение Кориолиса  $\bar{a}_{A_3A_1}^k$ , на рис. 2.18, *б* – ускорения этой точки, на рис. 2.18, *в* – план ускорений.

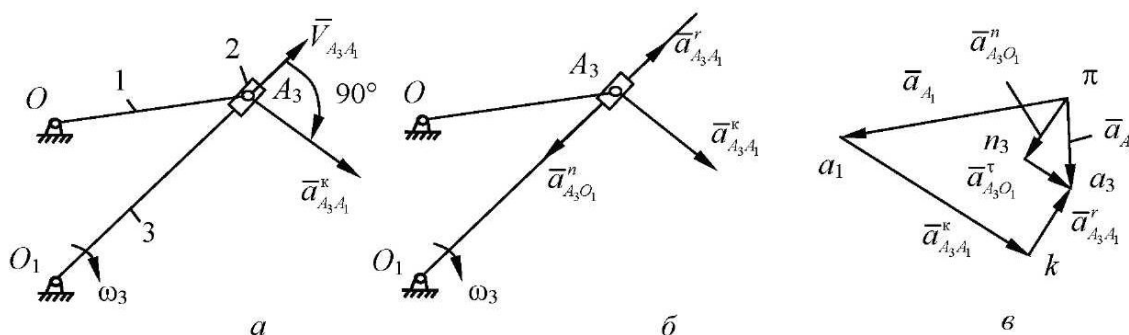


Рис. 2.18

Таким образом, скорость точки  $A_3$  определяется по формуле

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_3A_1}, \quad (2.36)$$

где  $\bar{V}_{A_3}$  – абсолютная скорость точки  $A_3$ , направленная перпендикулярно звену  $OB_1$ ;  $\bar{V}_{A_1}$  – переносная скорость точки  $A_1$ , вращающейся вместе с кривошипом вокруг оси  $O$ ;  $\bar{V}_{A_3A_1}$  – относительная скорость движения точки  $A_3$  по кулисе  $O_1B$  (см. рис. 2.17, *в*).

Из рис. 2.18, *б* следует

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_3A_1}^k + \bar{a}_{A_3A_1}^r, \quad (2.37)$$

где  $\bar{a}_{A_3}$  – абсолютное ускорение точки  $A_3$ , полученное путем геометрического сложения слагаемых векторов;  $\bar{a}_{A_1}$  – переносное ускорение точки  $A_1$ ,

вращающейся вместе с кривошипом  $OA$  вокруг оси  $O$ ;  $\bar{a}_{A_3A_1}^k$  – ускорение Кориолиса точки  $A_3$ ;  $\bar{a}_{A_3A_1}^r$  – относительное ускорение точки  $A_3$  при движении ее вдоль кулисы  $O_1B$ .

### 2.3. Кинематическое исследование шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой аналитическим методом

Схема шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой представлена на рис. 2.19.

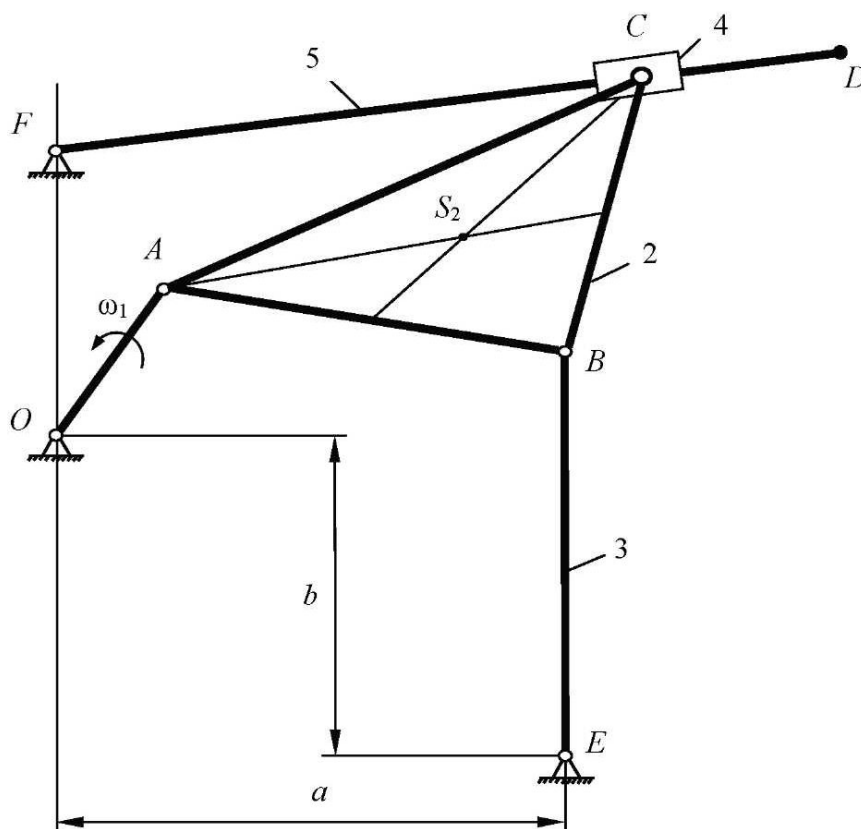


Рис. 2.19

Исходные данные:

$$l_{OA} = 0,1 \text{ м}; l_a = 0,3 \text{ м};$$

$$l_{AB} = l_{BE} = 0,25 \text{ м}; \angle ABC = 90^\circ;$$

$$l_{BC} = l_{FO} = l_b = 0,2 \text{ м}; n_1 = 250 \text{ об/мин};$$

$$l_{FD} = 0,4 \text{ м}.$$

### 2.3.1. Аналитическое определение положений механизма

Выделяем в механизме (рис. 2.20) два замкнутых векторных контура I ( $OABEO$ ) и II ( $OCFO$ ) и записываем уравнение замкнутого векторного контура I:

$$\overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EO} = 0,$$

где

$$\overline{EO} = \bar{a} + \bar{b};$$

$$l_{EO} = \sqrt{l_a^2 + l_b^2} = \sqrt{0,3^2 + 0,2^2} = 0,36 \text{ м.}$$

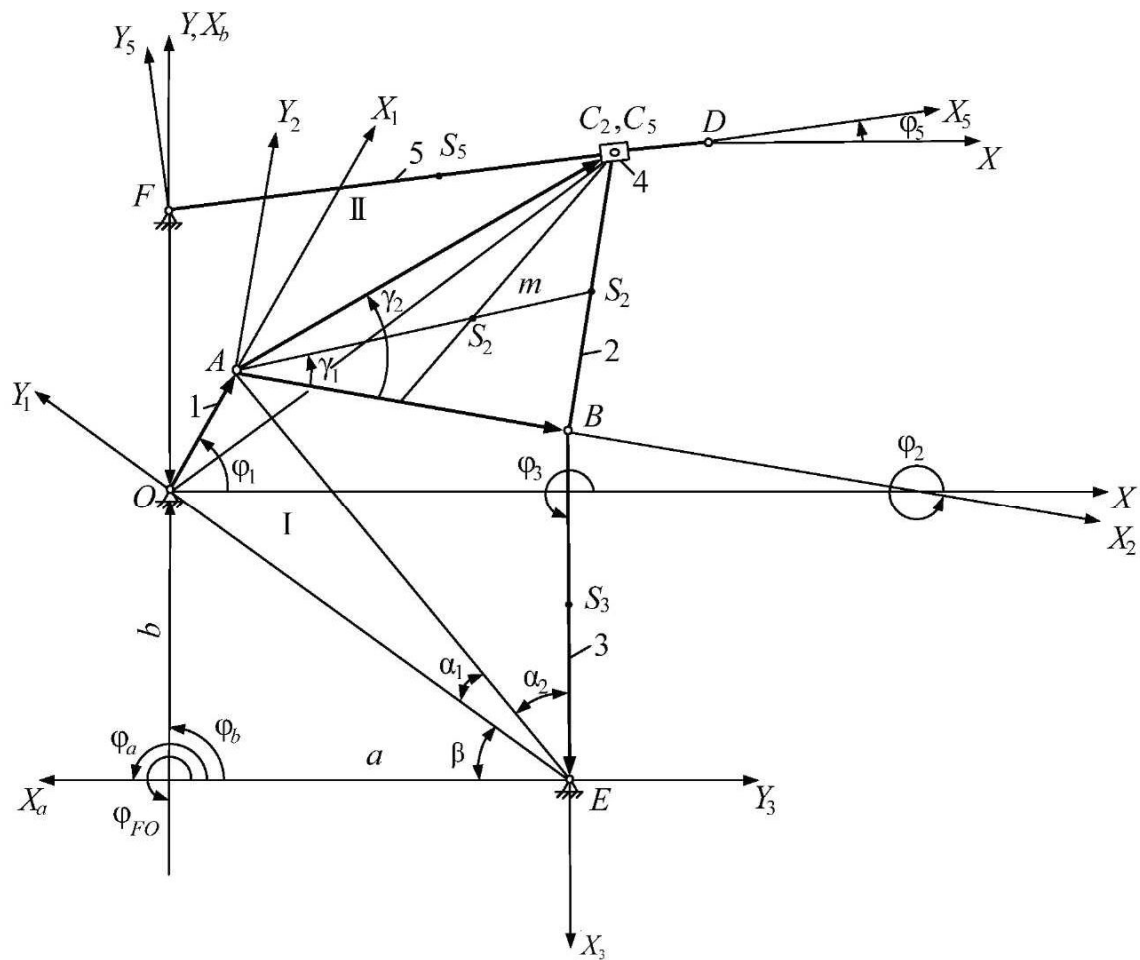


Рис. 2.20

Проецируя это уравнение на оси неподвижной системы координат  $XOY$ , получаем

$$\begin{cases} l_{OA} \cos \varphi_1 + l_{AB} \cos \varphi_2 + l_{BE} \cos \varphi_3 + l_a \cos \varphi_a + l_b \cos \varphi_b = 0; \\ l_{OA} \sin \varphi_1 + l_{AB} \sin \varphi_2 + l_{BE} \sin \varphi_3 + l_a \sin \varphi_a + l_b \sin \varphi_b = 0. \end{cases}$$

Здесь  $\varphi_a = 180^\circ$ ,  $\varphi_b = 90^\circ$ , значит, уравнения записываем в следующем виде:

$$\begin{cases} l_{OA} \cos \varphi_1 + l_{AB} \cos \varphi_2 + l_{BE} \cos \varphi_3 - l_a = 0; \\ l_{OA} \sin \varphi_1 + l_{AB} \sin \varphi_2 + l_{BE} \sin \varphi_3 + l_b = 0. \end{cases} \quad (2.38)$$

Численный расчет в качестве примера выполняем для угла  $\varphi_1 = 90^\circ$ . В курсовом проекте необходимо произвести расчет для 12 положений кривошипа за его один полный оборот, начиная с  $0^\circ$  с шагом  $30^\circ$ .

Для определения угла  $\varphi_3$  находим углы  $\beta$ ,  $\alpha_1, \alpha_2$  (рис. 2.20), при этом рассматриваем треугольники  $\triangle OAE$  и  $\triangle ABE$ :

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} = \operatorname{arctg} \frac{0,2}{0,3} = 33,69^\circ;$$

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{l_{OA} \sin(\varphi_1 + \beta)}{l_{OE} - l_{OA} \cos(\varphi_1 + \beta)} = \operatorname{arctg} \frac{0,1 \sin(90^\circ + 33,69^\circ)}{0,36 - 0,1 \cos(90^\circ + 33,69^\circ)} = 11,324^\circ;$$

$$l_{AE} = \frac{l_{OA} \sin(\varphi_1 + \beta)}{\sin \alpha_1} = \frac{0,1 \sin(90^\circ + 33,69^\circ)}{\sin 11,324^\circ} = 0,424 \text{ м};$$

$$\alpha_2 = \arccos \frac{l_{AE}^2 + l_{BE}^2 - l_{AB}^2}{2l_{AE}l_{BE}} = \arccos \frac{0,424^2 + 0,25^2 - 0,25^2}{2 \cdot 0,424 \cdot 0,25} = 32^\circ.$$

Тогда угол  $\varphi_3$  определяем по формуле

$$\varphi_3 = 360^\circ - (\beta + \alpha_1 + \alpha_2) = 360^\circ - (33,69^\circ + 11,324^\circ + 32^\circ) = 282,91^\circ.$$

Определяем координаты центра тяжести звена 3 точки  $S_3$ :

$$x_{S_3} = l_a - \frac{1}{2} l_{BE} \cos \varphi_3 = 0,3 - \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cos 282,91^\circ = 0,272 \text{ м},$$

$$y_{S_3} = -l_b - \frac{1}{2} l_{BE} \sin \varphi_3 = -0,2 - \frac{1}{2} \cdot 0,25 \sin 282,91^\circ = -0,078 \text{ м}.$$

Величина угла  $\varphi_2$  определяется по координатам точек  $A$  и  $B$ :

$$x_A = l_{OA} \cos \varphi_1 = 0,1 \cos 90^\circ = 0;$$

$$y_A = l_{OA} \sin \varphi_1 = 0,1 \sin 90^\circ = 0,1;$$

$$x_B = l_a - l_{BE} \cos \varphi_3 = 0,3 - 0,25 \cos 282,91^\circ = 0,244 \text{ м};$$

$$y_B = -l_b - l_{BE} \sin \varphi_3 = -0,2 - 0,25 \sin 282,91^\circ = 0,044 \text{ м}.$$

Отсюда

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \operatorname{arctg} \frac{0,044 - 0,1}{0,244 - 0} = -12,99^\circ,$$

где знак « $-$ » означает, что угол отсчитывается против положительного направления вращения, т. е. по часовой стрелке. Соответственно за положительное направление взят поворот против часовой стрелки.

Для определения положений точек  $S_2$  и  $C$  звена 2 рассмотрим прямоугольный треугольник  $\Delta ABC$ , где точка  $S_2$  (центр тяжести звена) является точкой пересечения медиан. Определяем величины углов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  и медианы  $m$ :

$$\gamma_2 = \operatorname{arctg} \frac{l_{BC}}{l_{AB}} = \operatorname{arctg} \frac{0,2}{0,25} = 38,66^\circ;$$

$$m = \frac{1}{2} \sqrt{l_{AC}^2 + l_{AB}^2 + 2l_{AB} l_{AC} \cos \gamma_2} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{0,32^2 + 0,25^2 + 2 \cdot 0,32 \cdot 0,25 \cdot \cos 38,66^\circ} = 0,27 \text{ м},$$

где  $l_{AC} = \sqrt{l_{AB}^2 + l_{BC}^2} = \sqrt{0,25^2 + 0,2^2} = 0,32 \text{ м};$

$$\gamma_1 = \arccos \frac{l_{AB}^2 + m^2 - \left(\frac{1}{2} l_{BC}\right)^2}{2l_{AB} m} = \arccos \frac{0,25^2 + 0,27^2 - 0,1^2}{2 \cdot 0,25 \cdot 0,27} = 21,74^\circ.$$

На основании найденных величин можем определить координаты точек  $C$  и  $S_2$ :

$$x_C = x_A + l_{AC} \cos(\varphi_2 + \gamma_2) = 0 + 0,32 \cos(-12,99^\circ + 38,66^\circ) = 0,288 \text{ м}; \quad (2.39)$$

$$y_C = y_A + l_{AC} \sin(\varphi_2 + \gamma_2) = 0,1 + 0,32 \sin(-12,99^\circ + 38,66^\circ) = 0,239 \text{ м}; \quad (2.40)$$

$$x_{S_2} = x_A + \frac{2}{3}m \cos(\varphi_2 + \gamma_1) = 0 + \frac{2}{3}0,27 \cos(-12,99^\circ + 21,74^\circ) = 0,178 \text{ м}; \quad (2.41)$$

$$y_{S_2} = y_A + \frac{2}{3}m \sin(\varphi_2 + \gamma_1) = 0,1 + \frac{2}{3}0,27 \sin(-12,99^\circ + 21,74^\circ) = 0,127 \text{ м}. \quad (2.42)$$

Записываем уравнение замкнутого векторного контура II:

$$\overline{OC} - \overline{FC} + \overline{FO} = 0.$$

Проецируя его на оси неподвижной системы координат  $XOY$ , получаем

$$\begin{cases} x_C - l_{FC} \cos \varphi_5 = 0; \\ y_C - l_{FC} \sin \varphi_5 - l_{FO} = 0, \end{cases} \quad (2.43)$$

где  $\varphi_{FO} = 270^\circ$ , поэтому  $l_{FO} \cos \varphi_{FO} = 0$  и  $l_{FO} \sin \varphi_{FO} = -l_{FO}$ .

Система решается относительно неизвестных  $l_{FC}$  и  $\varphi_5$  следующим образом:

$$\begin{cases} x_C = l_{FC} \cos \varphi_5; \\ y_C - l_{FO} = l_{FC} \sin \varphi_5. \end{cases}$$

Разделив второе уравнение на первое, получим

$$\begin{cases} x_C = l_{FC} \cos \varphi_5; \\ \frac{y_C - l_{FO}}{x_C} = \operatorname{tg} \varphi_5, \end{cases}$$

откуда

$$\varphi_5 = \operatorname{arctg} \frac{y_C - l_{FO}}{x_C} = \operatorname{arctg} \frac{0,239 - 0,2}{0,288} = 7,63^\circ;$$

$$l_{FC} = \frac{x_C}{\cos \varphi_5} = \frac{0,288}{\cos 7,63^\circ} = 0,291 \text{ м}.$$

Далее определяем координаты точек  $D$  и  $S_5$ :

$$x_D = l_{DF} \cos \varphi_5 = 0,4 \cos 7,63^\circ = 0,396 \text{ м}, \quad (2.44)$$

$$y_D = l_{DF} \sin \varphi_5 = 0,4 \sin 7,63^\circ = 0,253 \text{ м}, \quad (2.45)$$

$$x_{S_5} = l_{FS_5} \cos \varphi_5 = 0,2 \cos 7,63^\circ = 0,198 \text{ м}, \quad (2.46)$$

$$y_{S_5} = l_{OF} + l_{FS_5} \sin \varphi_5 = 0,2 + 0,2 \sin 7,63^\circ = 0,227 \text{ м}. \quad (2.47)$$



### 2.3.2. Аналитическое определение скоростей

Продифференцируем уравнения системы (2.38) векторного контура I:

$$\begin{cases} -l_{OA}\omega_1 \sin \varphi_1 - l_{AB}\omega_2 \sin \varphi_2 - l_{BE}\omega_3 \sin \varphi_3 = 0; \\ l_{OA}\omega_1 \cos \varphi_1 + l_{AB}\omega_2 \cos \varphi_2 + l_{BE}\omega_3 \cos \varphi_3 = 0, \end{cases} \quad (2.48)$$

где проекции скорости точки  $A$  на оси системы  $XOY$

$$V_{AX} = -l_{OA}\omega_1 \sin \varphi_1 = -0,1 \cdot 26,17 \sin 90^\circ = -2,617 \text{ м/с},$$

$$V_{AY} = l_{OA}\omega_1 \cos \varphi_1 = 0,1 \cdot 26,17 \cos 90^\circ = 0.$$

$$\text{Здесь } \omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 250}{30} = 26,17 \text{ с}^{-1}.$$

Систему уравнений (2.48) перепишем в следующем виде:

$$\begin{cases} -l_{AB}\omega_2 \sin \varphi_2 - l_{BE}\omega_3 \sin \varphi_3 = -V_{AX}; \\ l_{AB}\omega_2 \cos \varphi_2 + l_{BE}\omega_3 \cos \varphi_3 = -V_{AY}. \end{cases}$$

Уравнения данной системы линейные, неизвестные угловые скорости  $\omega_2$  и  $\omega_3$  определяем, используя правило Крамера. Для этого необходимо вычислить определители следующих матриц:

$$D_{lv} = \begin{vmatrix} -l_{AB} \sin \varphi_2 & -l_{BE} \sin \varphi_3 \\ l_{AB} \cos \varphi_2 & l_{BE} \cos \varphi_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,25 \sin(-12,99^\circ) & -0,25 \sin 282,91^\circ \\ 0,25 \cos(-12,99^\circ) & 0,25 \cos 282,91^\circ \end{vmatrix} = -0,056,$$

$$D_{\omega_2} = \begin{vmatrix} -V_{AX} & -l_{BE} \sin \varphi_3 \\ -V_{AY} & l_{BE} \cos \varphi_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2,617 & -0,25 \sin 282,91^\circ \\ 0 & 0,25 \cos 282,91^\circ \end{vmatrix} = 0,146;$$

$$D_{\omega_3} = \begin{vmatrix} -l_{AB} \sin \varphi_2 & -V_{AX} \\ l_{AB} \cos \varphi_2 & -V_{AY} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,25 \sin(-12,99^\circ) & 2,617 \\ 0,25 \cos(-12,99^\circ) & 0 \end{vmatrix} = -0,637.$$

Тогда угловые скорости

$$\omega_2 = \frac{D_{\omega_2}}{D_{lv}} = \frac{0,146}{-0,056} = -2,6 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{D_{\omega_3}}{D_{lv}} = \frac{-0,637}{-0,056} = 11,338 \text{ с}^{-1},$$

где знак «-» означает, что угловая скорость  $\omega_2$  направлена по часовой стрелке, а знак «+» угловой скорости  $\omega_3$  означает, что она направлена против часовой стрелки.

Проекция скорости точки  $B$  на оси системы  $XOY$

$$V_{Bx} = l_{BE}\omega_3 \sin \varphi_3 = 0,25 \cdot 11,338 \sin 282,98^\circ = -2,763 \text{ м/с};$$

$$V_{By} = -l_{BE}\omega_3 \cos \varphi_3 = -0,25 \cdot 11,338 \cos 282,98^\circ = -0,633 \text{ м/с}.$$

Полная скорость точки  $B$

$$V_B = \sqrt{V_{Bx}^2 + V_{By}^2} = \sqrt{(-2,763)^2 + (-0,633)^2} = 2,834 \text{ м/с}.$$

Аналогично определяем проекции скорости точки  $S_3$ :

$$V_{S_3,x} = \frac{1}{2}l_{BE}\omega_3 \sin \varphi_3 = \frac{1}{2}V_{Bx} = \frac{1}{2}(-2,765) = -1,381 \text{ м/с};$$

$$V_{S_3,y} = \frac{1}{2}l_{BE}\omega_3 \cos \varphi_3 = \frac{1}{2}V_{By} = \frac{1}{2}(-0,637) = -0,317 \text{ м/с}.$$

Отсюда абсолютное значение скорости точки  $S_3$

$$V_{S_3} = \sqrt{V_{S_3,x}^2 + V_{S_3,y}^2} = \frac{1}{2}V_{Bx} = \frac{1}{2} \cdot 2,834 = 1,417 \text{ м/с}.$$

Для определения проекции скоростей точек  $C_2$  и  $S_2$  звена 2 продифференцируем выражения (2.39)–(2.42):

$$V_{C_2,x} = V_{Ax} - l_{AC}\omega_2 \sin(\varphi_2 + \gamma_2) = -2,617 - 0,32(-2,6) \times \sin(-12,989^\circ + 38,66^\circ) = -2,256 \text{ м/с}; \quad (2.49)$$

$$V_{C_2,y} = V_{Ay} + l_{AC}\omega_2 \cos(\varphi_2 + \gamma_2) = 0 + 0,32 \cdot (-2,6) \times \cos(-12,99^\circ + 38,66^\circ) = -0,75 \text{ м/с}; \quad (2.50)$$

$$V_{S_2,x} = V_{Ax} - \frac{2}{3}m\omega_2 \sin(\varphi_2 + \gamma_1) = -2,617 - \frac{2}{3} \cdot 0,27(-2,6) \times \sin(-12,989^\circ + 21,74^\circ) = -2,545 \text{ м/с}; \quad (2.51)$$

$$V_{S_2,y} = V_{Ay} + \frac{2}{3}m\omega_2 \cos(\varphi_2 + \gamma_1) = 0 + \frac{2}{3} \cdot 0,27(-2,6) \times \cos(-12,989^\circ + 21,74^\circ) = -0,462 \text{ м/с}. \quad (2.52)$$

Абсолютные значения скоростей точек  $S_2$  и  $C_2$ :

$$V_{C_2} = \sqrt{V_{C_2x}^2 + V_{C_2y}^2} = \sqrt{(-2,256)^2 + (-0,75)^2} = 2,378 \text{ м/с};$$

$$V_{S_2} = \sqrt{V_{S_2x}^2 + V_{S_2y}^2} = \sqrt{(-2,545)^2 + (-0,462)^2} = 2,587 \text{ м/с}.$$

Продифференцируем уравнения системы (2.43):

$$\begin{cases} V_{C_2x} - l'_{FC} \cos \varphi_5 + l_{FC} \omega_5 \sin \varphi_5 = 0; \\ V_{C_2y} - l'_{FC} \sin \varphi_5 - l_{FC} \omega_5 \cos \varphi_5 = 0. \end{cases} \quad (2.53)$$

Перепишем уравнения в следующем виде:

$$\begin{cases} -l'_{FC} \cos \varphi_5 + l_{FC} \omega_5 \sin \varphi_5 = -V_{C_2x}; \\ -l'_{FC} \sin \varphi_5 - l_{FC} \omega_5 \cos \varphi_5 = -V_{C_2y}, \end{cases} \quad (2.54)$$

где  $l'_{FC}$  – относительная скорость точки  $C_2$  при ее движении вдоль звена 5, идентичная скорости  $\bar{V}_{C_2C_5}$ , рассматриваемой в ходе графического исследования ( $l'_{FC} = V_{C_2C_5}$ ).

Для определения неизвестных относительной скорости  $l'_{FC}$  и угловой скорости  $\omega_5$  используем правило Крамера, для чего требуется вычисление следующих определителей:

$$D_{2v} = \begin{vmatrix} -\cos \varphi_5 & l_{FC} \sin \varphi_5 \\ -\sin \varphi_5 & -l_{FC} \cos \varphi_5 \end{vmatrix} = l_{FC} = 0,291;$$

$$D_{FC'} = \begin{vmatrix} -V_{C_2x} & l_{FC} \sin \varphi_5 \\ -V_{C_2y} & -l_{FC} \cos \varphi_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2,256 & 0,291 \sin 7,627^\circ \\ 0,75 & -0,291 \cos 7,627^\circ \end{vmatrix} = -0,68;$$

$$D_{\omega_5} = \begin{vmatrix} -\cos \varphi_5 & -V_{C_2x} \\ -\sin \varphi_5 & -V_{C_2y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\cos 7,627^\circ & 2,256 \\ -\sin 7,627^\circ & 0,75 \end{vmatrix} = -0,444.$$

Определяем относительную скорость  $l'_{FC}$  ( $V_{C_2C_5}$ ) и угловую скорость  $\omega_5$ :

$$l'_{FC} = \frac{D_{FC'}}{D_{2v}} = \frac{-0,68}{0,291} = -2,336 \text{ м/с};$$

$$\omega_5 = \frac{D_{\omega_5}}{D_{2v}} = \frac{-0,444}{0,291} = -1,524 \text{ с}^{-1},$$

где знак «-» для скорости  $l_{FC}$  означает, что она направлена в сторону оси вращения точки  $F$ , а знак «-» для угловой скорости  $\omega_5$  означает, что она направлена по часовой стрелке.

Из уравнений системы (2.54) определяем проекции скорости точки  $C_5$  на оси системы  $XOY$  (точка  $C_5$  принадлежит звену 5, в данный момент времени точки  $C_5$  и  $C_2$  совпадают, т. е. ( $C_5 = C_2 = C$ )):

$$V_{C_5x} = -l_{FC}\omega_5 \sin \varphi_5 = -0,291(-1,524) \sin 7,627^\circ = -0,059 \text{ м/с}, \quad (2.55)$$

$$V_{C_5y} = l_{FC}\omega_5 \cos \varphi_5 = 0,291(-1,524) \cos 7,627^\circ = -0,44 \text{ м/с}. \quad (2.56)$$

Абсолютное значение скорости точки  $C_5$

$$V_{C_5} = l_{FC}\omega_5 = 0,291 \cdot 1,524 = 0,444 \text{ м/с}.$$

Проекции скорости точки  $D$  звена 5 определяем, про дифференцировав выражения (2.44)–(2.45) для координат этой точки на оси системы  $XOY$ :

$$V_{Dx} = -l_{FD}\omega_5 \sin \varphi_5 = -0,4(-1,524) \sin 7,627^\circ = 0,081 \text{ м/с}; \quad (2.57)$$

$$V_{Dy} = l_{FD}\omega_5 \cos \varphi_5 = 0,4(-1,524) \cos 7,627^\circ = -0,604 \text{ м/с}. \quad (2.58)$$

Абсолютное значение скорости

$$V_D = l_{FD}\omega_5 = 0,4 \cdot 1,524 = 0,61 \text{ м/с}.$$

Результаты численных расчетов для других положений механизма, найденные с использованием программы Microsoft Excel, представлены в прил. К.

### 2.3.3. Аналитическое определение ускорений

Продифференцируем вторично уравнения системы (2.48):

$$\begin{cases} -l_{OA}\varepsilon_1 \sin \varphi_1 - l_{OA}\omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_{AB}\varepsilon_2 \sin \varphi_2 - l_{AB}\omega_2^2 \cos \varphi_2 - \\ -l_{BE}\varepsilon_3 \sin \varphi_3 - l_{BE}\omega_3^2 \cos \varphi_3 = 0; \\ l_{OA}\varepsilon_1 \cos \varphi_1 - l_{OA}\omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_{AB}\varepsilon_2 \cos \varphi_2 - l_{AB}\omega_2^2 \sin \varphi_2 + \\ + l_{BE}\varepsilon_3 \cos \varphi_3 - l_{BE}\omega_3^2 \sin \varphi_3 = 0, \end{cases} \quad (2.59)$$

где  $\varepsilon_1 = 0$  ( $\omega_1 = \text{const}$ ).

Проекция ускорения точки  $A$  в выражении (2.59)

$$a_{Ax} = -l_{OA}\omega_1^2 \cos \varphi_1 = -0,1 \cdot 26,17^2 \cdot \cos 90^\circ = 0;$$

$$a_{Ay} = -l_{OA}\omega_1^2 \sin \varphi_1 = -0,1 \cdot 26,17^2 \cdot \sin 90^\circ = -68,487 \text{ м/с}^2.$$

Перепишем уравнения системы (2.59), переместив в правую часть свободные члены:

$$\begin{cases} -l_{AB}\varepsilon_2 \sin \varphi_2 - l_{BE}\varepsilon_3 \sin \varphi_3 = -a_{Ax} + l_{AB}\omega_2^2 \cos \varphi_2 + l_{BE}\omega_3^2 \cos \varphi_3, \\ l_{AB}\varepsilon_2 \cos \varphi_2 + l_{BE}\varepsilon_3 \cos \varphi_3 = -a_{Ay} + l_{AB}\omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_{BE}\omega_3^2 \sin \varphi_3. \end{cases}$$

Обозначим и определим правые части этих уравнений:

$$A_x = -a_{Ax} + l_{AB}\omega_2^2 \cos \varphi_2 + l_{BE}\omega_3^2 \cos \varphi_3 = 0 + 0,25 \cdot (-2,6)^2 \cdot \cos(-12,989^\circ) + 0,25 \cdot 11,338^2 \cdot \cos 282,91^\circ = 8,825,$$

$$A_y = -a_{Ay} + l_{AB}\omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_{BE}\omega_3^2 \sin \varphi_3 = 68,487 + 0,25 \cdot (-2,6)^2 \cdot \sin(-12,989^\circ) + 0,25 \cdot 11,338^2 \cdot \sin 282,91^\circ = 36,768.$$

Вычисляем определители для решения системы относительно неизвестных угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$ :

$$D_{1a} = D_{1v} = \begin{vmatrix} -l_{AB} \sin \varphi_2 & -l_{BE} \sin \varphi_3 \\ l_{AB} \cos \varphi_2 & l_{BE} \cos \varphi_3 \end{vmatrix} = -0,056;$$

$$D_{\varepsilon_2} = \begin{vmatrix} A_x & -l_{BE} \sin \varphi_3 \\ A_y & l_{BE} \cos \varphi_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8,825 & -0,25 \cdot \sin 282,91^\circ \\ 36,768 & 0,25 \cdot \cos 282,91^\circ \end{vmatrix} = -8,443;$$

$$D_{\varepsilon_3} = \begin{vmatrix} -l_{AB} \sin \varphi_2 & A_x \\ l_{AB} \cos \varphi_2 & A_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,1 \sin(-12,989^\circ) & 8,825 \\ 0,1 \cos(-12,989^\circ) & 36,786 \end{vmatrix} = -0,116.$$

Определяем значения угловых ускорений:

$$\varepsilon_2 = \frac{D_{\varepsilon_2}}{D_{1a}} = \frac{-8,443}{-0,056} = 150,23 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{D_{\varepsilon_3}}{D_{1a}} = \frac{-0,116}{-0,056} = 2,06 \text{ с}^{-2}.$$

Угловые ускорения  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  направлены против часовой стрелки.  
Из уравнений системы (2.59) выделим проекции ускорения точки  $B$ :

$$a_{Bx} = l_{BE} \varepsilon_3 \sin \varphi_3 + l_{BE} \omega_3^2 \cos \varphi_3 = 0,25 \cdot 2,06 \cdot \sin 282,91^\circ + \\ + 0,25 \cdot 11,338^2 \cdot \cos 282,91^\circ = 6,73 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{By} = -l_{BE} \varepsilon_3 \cos \varphi_3 + l_{BE} \omega_3^2 \sin \varphi_3 = -0,25 \cdot 2,06 \cdot \cos 282,91^\circ + 0,25 \times \\ \times 11,338^2 \cdot \sin 282,91^\circ = -31,509 \text{ м/с}^2,$$

где составляющими проекциями  $a_{Bx}$  и  $a_{By}$  являются проекции касательно-го ускорения  $a_{BE}^{\tau}$  и нормального ускорения  $a_{BE}^n$  на оси системы координат  $XOY$ . Отсюда определяем абсолютное значение ускорения:

$$a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = \sqrt{6,73^2 + (-31,509)^2} = 32,22 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точек звена 2  $C_2$  и  $S_2$  определяем, про дифференцировав выражения (2.49)–(2.52):

$$a_{C_2x} = a_{Ax} - l_{AC} \varepsilon_2 \sin(\varphi_2 + \gamma_2) - l_{AC} \omega_2^2 \cos(\varphi_2 + \gamma_2) = \\ = 0 - 0,32 \cdot 150,23 \cdot \sin(-12,989^\circ + 38,66^\circ) - 0,32 \cdot (-2,6)^2 \times \\ \times \cos(-12,989^\circ + 38,66^\circ) = -22,843 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{C_2y} = a_{Ay} + l_{AC} \varepsilon_2 \cos(\varphi_2 + \gamma_2) - l_{AC} \omega_2^2 \sin(\varphi_2 + \gamma_2) = \\ = -68,487 + 0,32 \cdot 150,23 \cos(-12,989^\circ + 38,66^\circ) - 0,32 \cdot (-2,6)^2 \times \\ \times \sin(-12,989^\circ + 38,66^\circ) = -26,131 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S_2x} = a_{Ax} - l_{AS_2} \varepsilon_2 \sin(\varphi_2 + \gamma_1) - l_{AS_2} \omega_2^2 \cos(\varphi_2 + \gamma_1) = \\ = 0 - 0,18 \cdot 150,23 \cdot \sin(-12,989^\circ + 21,74^\circ) - 0,18 \cdot (-2,6)^2 \times \\ \times \cos(-12,989^\circ + 21,74^\circ) = -5,359 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S_2y} = a_{Ay} + l_{AS_2} \varepsilon_2 \cos(\varphi_2 + \gamma_1) - l_{AS_2} \omega_2^2 \sin(\varphi_2 + \gamma_1) = \\ = -68,487 + 0,18 \cdot 150,23 \cos(-12,989^\circ + 21,74^\circ) - 0,18 \cdot (-2,6)^2 \times \\ \times \sin(-12,989^\circ + 21,74^\circ) = -41,953 \text{ м/с}^2,$$

где  $l_{AS_2} = \frac{2}{3} m = \frac{2}{3} \cdot 0,27 = 0,18 \text{ м}$ .

Тогда абсолютные значения ускорений точек  $C_2$  и  $S_2$

$$a_{C_2} = \sqrt{a_{C_2x}^2 + a_{C_2y}^2} = \sqrt{(-22,843)^2 + (-26,131)^2} = 34,708 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S_2} = \sqrt{a_{S_2x}^2 + a_{S_2y}^2} = \sqrt{(-5,359)^2 + (-41,953)^2} = 42,294 \text{ м/с}^2.$$

Продифференцируем уравнения системы (2.53) замкнутого векторного контура II:

$$\begin{cases} a_{C_2x} - l''_{FC} \cos \varphi_5 + l'_{FC} \omega_5 \sin \varphi_5 + l'_{FC} \omega_5 \sin \varphi_5 + l_{FC} \varepsilon_5 \sin \varphi_5 + \\ + l_{FC} \omega_5^2 \cos \varphi_5 = 0, \\ a_{C_2y} - l''_{FC} \sin \varphi_5 - l'_{FC} \omega_5 \cos \varphi_5 - l'_{FC} \omega_5 \cos \varphi_5 - l_{FC} \varepsilon_5 \cos \varphi_5 + \\ + l_{FC} \omega_5^2 \sin \varphi_5 = 0. \end{cases} \quad (2.60)$$

В правую часть уравнений перенесем свободные члены, тогда система примет вид

$$\begin{cases} -l''_{FC} \cos \varphi_5 + l_{FC} \varepsilon_5 \sin \varphi_5 = -a_{C_2x} - 2l'_{FC} \omega_5 \sin \varphi_5 - l_{FC} \omega_5^2 \cos \varphi_5, \\ -l''_{FC} \sin \varphi_5 - l_{FC} \varepsilon_5 \cos \varphi_5 = -a_{C_2y} + 2l'_{FC} \omega_5 \cos \varphi_5 - l_{FC} \omega_5^2 \sin \varphi_5. \end{cases}$$

Обозначаем и определяем правые части этих уравнений:

$$\begin{aligned} B_x &= -a_{C_2x} - 2l'_{FC} \omega_5 \sin \varphi_5 - l_{FC} \omega_5^2 \cos \varphi_5 = \\ &= 22,843 - 2 \cdot (-2,336) \cdot (-1,524) \cdot \sin 7,627^\circ - 0,291 \cdot (-1,524)^2 \cdot \cos 7,627^\circ = 22,561; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_y &= -a_{C_2y} + 2l'_{FC} \omega_5 \cos \varphi_5 - l_{FC} \omega_5^2 \sin \varphi_5 = \\ &= 26,131 + 2 \cdot (-2,336) \cdot (-1,524) \cdot \cos 7,627^\circ - 0,291 \cdot (-1,524)^2 \cdot \sin 7,627^\circ = 33,1. \end{aligned}$$

Вычисляем необходимые определители:

$$D_{2a} = D_{2v} = \begin{vmatrix} -\cos \varphi_5 & l_{FC} \sin \varphi_5 \\ -\sin \varphi_5 & -l_{FC} \cos \varphi_5 \end{vmatrix} = l_{FC} = 0,291;$$

$$D_{FC''} = \begin{vmatrix} B_x & l_{FC} \sin \varphi_5 \\ B_y & -l_{FC} \cos \varphi_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 22,561 & 0,291 \sin 7,627^\circ \\ 33,1 & -0,291 \cos 7,627^\circ \end{vmatrix} = -7,798;$$

$$D_{\varepsilon_5} = \begin{vmatrix} -\cos \varphi_5 & B_x \\ -\sin \varphi_5 & B_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\cos 7,627^\circ & 22,561 \\ -\sin 7,627^\circ & 33,1 \end{vmatrix} = -29,774.$$

Определяем неизвестные относительное ускорение  $l''_{FC} (a''_{C_2C_5})$  и угловое ускорение  $\varepsilon_5$ :

$$l''_{FC} = D_{FC} / D_{2a} = -7,798 / 0,291 = -26,797 \text{ м/с}^2;$$

$$\varepsilon_5 = D_{\varepsilon_5} / D_{2a} = -29,774 / 0,291 = -102,316 \text{ с}^{-2}.$$

Знак «-» означает, что угловое ускорение  $\varepsilon_5$  направлено по часовой стрелке, а ускорение  $l''_{FC} (a''_{C_2C_5})$  направлено к точке  $F$ , соответственно, относительное ускорение  $a''_{C_2C_5}$  – в противоположную сторону.

Определяем проекции ускорения точки  $C_5$  звена 5, продифференцировав выражения (2.55) и (2.56) или выделив их из уравнений системы (2.60):

$$a_{C_5x} = -l_{FC} \varepsilon_5 \sin \varphi_5 - l_{FC} \omega_5^2 \cos \varphi_5 = -0,291 \cdot (-102,316) \cdot \sin 7,627^\circ - 0,291 \cdot (-1,524)^2 \cdot \cos 7,627^\circ = 3,32 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{C_5y} = l_{FC} \varepsilon_5 \cos \varphi_5 - l_{FC} \omega_5^2 \sin \varphi_5 = -0,291 \cdot (-102,316) \cdot \cos 7,627^\circ - 0,291 \cdot (-1,524)^2 \cdot \sin 7,627^\circ = -29,596 \text{ м/с}^2.$$

Абсолютное значение ускорения точки  $C_5$

$$a_{C_5} = \sqrt{a_{C_5x}^2 + a_{C_5y}^2} = \sqrt{3,32^2 + (-29,596)^2} = 29,782 \text{ м/с}^2.$$

Проекции и абсолютное значение ускорения точки  $D$  звена 5 определяем так же, как в графоаналитическом исследовании, используя теорему подобия:

$$\frac{a_{Dx}}{a_{C_5x}} = \frac{a_{Dy}}{a_{C_5y}} = \frac{a_D}{a_{C_5}} = \frac{l_{FD}}{l_{FC}} = \frac{0,4}{0,291} = 1,375.$$

Отсюда

$$a_{Dx} = 1,375 \cdot a_{C_5x} = 1,375 \cdot 3,32 = 4,564 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{Dy} = 1,375 \cdot a_{C_5y} = 1,375 \cdot (-29,596) = -40,682 \text{ м/с}^2;$$

$$a_D = 1,375 \cdot a_{C_5} = 1,375 \cdot 29,782 = 40,937 \text{ м/с}^2.$$



## 2.4. Кинематическое исследование шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой графическим методом

### 2.4.1. Определение положений механизма

Задаем масштабный коэффициент для построения планов положений механизма:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{50} = 0,002 \text{ м/мм},$$

где  $OA$  – масштабная длина звена  $l$ .

Масштабные значения длин других звеньев и координат для определения положений стоек получаем, поделив действительную величину на масштабный коэффициент  $\mu_l$ . Полученные значения сведем в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Параметры	$AB - BE$	$BC - FO - b$	$FD$	$a$
Масштабная величина, мм	125	100	200	150

Изображаем положения стоек, а именно точек  $O, E, F$ , по заданным координатам, затем проводим окружность радиусом  $OA$ , делим ее на 12 частей с интервалом  $30^\circ$ , каждой точке присваиваем номер, который будет относиться ко всему плану положений (рис. 2.21). Положения точек  $B$  и  $C$  определяем методом геометрических мест (методом засечек).

### 2.4.2. Определение скоростей

Для каждого из 12 положений механизма строится план скоростей. Рассмотрим в качестве примера положение 3, когда угол  $\varphi_1 = 90^\circ$ .

По заданной частоте вращения  $n_1$  кривошипа определяем угловую скорость этого звена:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 250}{30} = 26,17 \text{ с}^{-1}.$$

Скорость точки  $A$

$$V_A = \omega_1 l_{OA} = 26,17 \cdot 0,1 = 2,62 \text{ м/с}.$$

Планы положений  
 $\mu_l = 0,002 \text{ м/мм}$

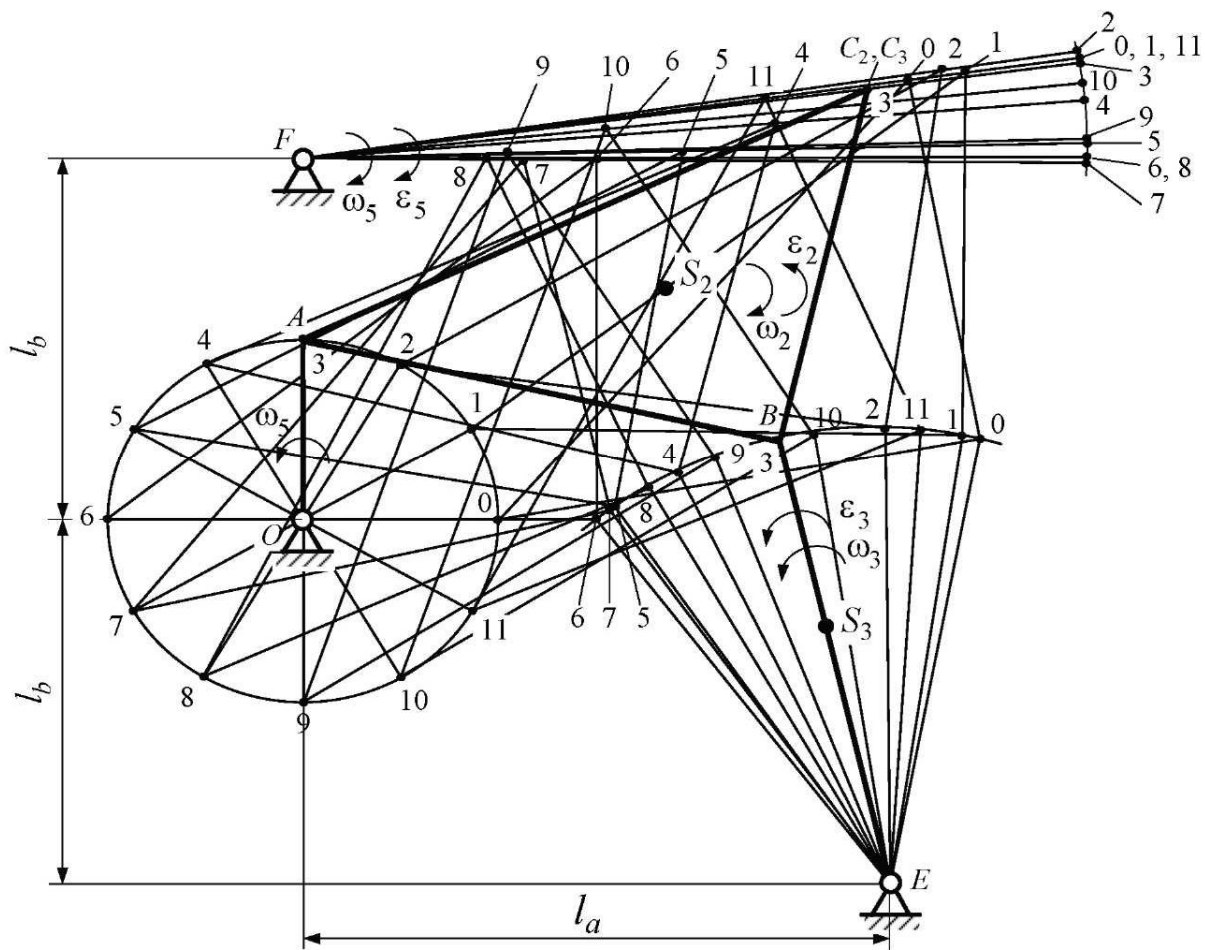


Рис. 2.21

План скоростей  
 $\mu_v = 0,05 \text{ м/(с·мм)}$

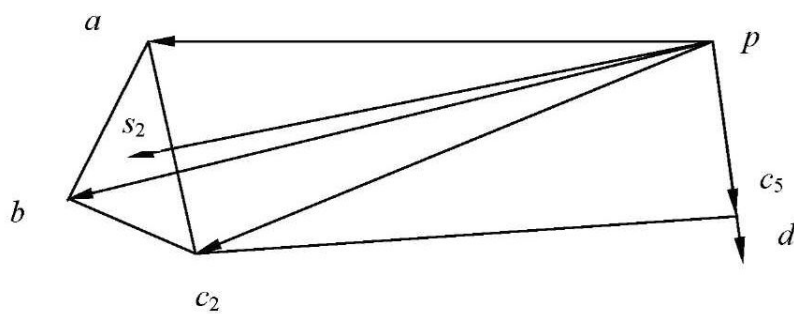


Рис. 2.22

Выбираем масштабный коэффициент для построения плана скоростей:

$$\mu_V = \frac{V_A}{pa} = \frac{2,62}{52,4} = 0,05 \text{ м/(с} \cdot \text{мм)},$$

где  $pa$  – длина вектора, изображающего вектор скорости  $\vec{V}_A$  на плане скоростей; его длину выбираем таким образом, чтобы масштабный коэффициент был стандартным.

Откладываем вектор  $\overline{pa}$  из точки  $p$  (полюс плана скоростей) длиной 52,4 мм перпендикулярно  $OA$  в положении 3 в сторону вращения кривошипа (см. рис. 2.22).

Для определения скорости точки  $B$  составим систему векторных уравнений:

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; \\ \vec{V}_B = \vec{V}_E + \vec{V}_{BE}. \end{cases}$$

Для графического решения этой системы через точку  $a$  проведем линию перпендикулярно  $AB$  (направление скорости  $\vec{V}_{BA}$ ), а из полюса  $p$  проведем линию перпендикулярно  $EB$  (направление скорости  $\vec{V}_{BE} = \vec{V}_B$ , т. к.  $\vec{V}_E = 0$ ).

На пересечении этих линий получим точку  $b$  – конец вектора скорости точки  $B$ , изображенной в масштабе  $\mu_V$ . Тогда

$$V_B = pb \cdot \mu_V = 56,5 \cdot 0,05 = 2,825 \text{ м/с}.$$

По теореме подобия определяем скорость точки  $C_2$  (принадлежит звену 2), для этого строим треугольник  $\Delta abc_2$  на плане скоростей (рис. 2.22), подобный треугольнику  $\Delta ABC$  на плане механизма. Так как треугольник  $\Delta abc_2$  повернут на  $90^\circ$  относительно  $\Delta ABC$ , то проводим линию перпендикулярно  $AC$  из точки  $a$ , из точки  $b$  – линию перпендикулярно  $BC$ . На пересечении этих линий получаем точку  $c_2$ .

Скорость точки  $S_2$  (центра тяжести звена 2) также определяем по теореме подобия. Эта точка находится на пересечении медиан, такое положение она займет и в треугольнике  $\Delta abc_2$  на плане скоростей. Соединив точку  $S_2$  с полюсом  $p$ , получаем вектор  $ps_2$ . Значения искомых скоростей точек  $C_2$  и  $S_2$  определяются следующим образом:

$$V_{C_2} = pc_2 \cdot \mu_V = 47 \cdot 0,05 = 2,35 \text{ м/с};$$

$$V_{S_2} = ps_2 \cdot \mu_V = 50 \cdot 0,05 = 2,5 \text{ м/с}.$$

На плане положений точка  $C_5$  (принадлежит звену 5) совпадает с точкой  $C_2$  в данный момент времени, поэтому, с точки зрения положения, можно сказать, что  $C_2 = C_5 = C$ . Однако, с точки зрения движения, эти точки отличаются: точка  $C_5$  движется иначе, нежели точка  $C_2$ .

Составим систему векторных уравнений для определения скорости  $\overline{V}_{C_5}$ :

$$\begin{cases} \overline{V}_{C_5} = \overline{V}_{C_2} + \overline{V}_{C_5C_2} \\ \overline{V}_{C_5} = \overline{V}_F + \overline{V}_{C_5F} \end{cases}$$

Эту систему решаем графически, для чего через точку  $c_2$  на плане скоростей проведем линию параллельно положению звена  $FD$  (направление поступательного движения ползуна 4 вдоль звена  $FD$  или направление скорости  $\overline{V}_{C_5C_2}$ ), а из полюса  $p$  проведем линию перпендикулярно  $FD$  (направление скорости  $\overline{V}_{C_5}$ , при этом  $\overline{V}_{C_5} = \overline{V}_{C_5F}$ , т. к.  $\overline{V}_F = 0$ ). Пересечение этих линий дает точку  $c_5$ . Соединив ее с полюсом  $p$ , получаем вектор  $\overline{pc_5}$  скорости  $\overline{V}_{C_5}$ . Отсюда

$$V_{C_5} = pc_5 \cdot \mu_v = 9 \cdot 0,05 = 0,45 \text{ м/с.}$$

Скорость другой точки звена 5 определяем по теореме подобия, составив пропорцию

$$k = V_D / V_{C_5} = pd / pc_5 = FD / FC_5 = 0,4 / 0,291 = 1,375,$$

где  $FC_5 = FC$ .

Отсюда  $V_D = kV_{C_5} = 1,375 \cdot 0,45 = 0,61 \text{ м/с.}$

Определим угловые скорости  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  и  $\omega_5$ :

$$\omega_2 = V_{BA} / l_{AB} = ab \cdot \mu_v / l_{AB} = 14 \cdot 0,05 / 0,25 = 2,7 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = V_B / l_{BE} = 2,825 : 0,25 = 2,7 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_5 = V_D / l_{FD} = 0,61 : 0,4 = 1,54 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость  $\omega_2$  направлена в ту же сторону, что и вектор  $\overline{V}_{BA}$ , если приложить его к точке  $B$ . Направление вектора  $\overline{V}_{BA}$  определяем по правилу сложения векторов (направлен от точки  $a$  к точке  $b$ ). Таким образом, угловая скорость  $\omega_2$  направлена по часовой стрелке – указываем это на плане положений круговой стрелкой.

Угловые скорости  $\omega_3$  и  $\omega_5$  направлены в ту же сторону, что и скорости  $\bar{V}_B$  и  $\bar{V}_D$  соответственно, а значит,  $\omega_3$  направлена против часовой стрелки, а  $\omega_5$  – по часовой стрелке. Укажем эти направления на плане положений. Значения скоростей для других положений сведем в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Параметр		Значение в положении											
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$I_{FC}$	м	0,312	0,342	0,327	0,291	0,24	0,194	0,155	0,11	0,093	0,105	0,16	0,238
$pb$	мм	10,5	27	50	56,5	49	25	0	17	30	45	58	47
$pc_2$		54,5	7,4	28	47	52	46	40	30	6	30	72	87
$pc_5$		1	2,5	0,5	9	16	9	0	0,4	0,2	7,2	10	1,8
$pd$		1,28	2,9	0,6	12,2	26,7	18,5	0	1,5	0,9	27,4	25	3
$ab$		57	41,5	27,5	14	5	32	52	56	45	19	21	52
$ps_2$		30	24	41,5	50	51	38	22	12,5	21	43	60	56
$ps_3$		5,3	13,5	25	28,3	24,5	12,5	0	8,5	15	22	29	23,5
$ps_5$		0,3	1,45	0,3	6,1	13,3	9,3	0	0,8	0,45	13,7	12,5	1,5
$V_B$	м/с	0,52	1,35	2,5	2,83	2,45	1,25	0	0,85	1,5	2,25	2,9	2,35
$V_{C_2}$		2,73	0,37	1,4	2,35	2,6	2,3	2	1,5	0,3	1,5	3,6	4,35
$V_{C_5}$		0,05	0,13	0,025	0,45	0,8	0,45	0	0,02	0,01	0,36	0,5	0,09
$V_D$		0,064	0,15	0,03	0,61	1,3	0,93	0	0,07	0,04	1,37	1,25	0,15
$V_{S_2}$		1,5	1,2	2,075	2,5	2,55	1,9	1,1	0,62	1,1	2,1	3	2,8
$V_{S_3}$		0,26	0,066	1,25	1,41	1,24	0,63	0	0,42	0,75	1,12	1,45	1,18
$V_{S_5}$		0,032	0,075	0,015	0,31	0,65	0,46	0	0,035	0,02	0,69	0,63	0,075
$\omega_2$	с <sup>-1</sup>	11,4	8,3	5,5	2,7	1	6,4	10,4	11,2	9	3,8	4,2	10,4
$\omega_3$		2,08	5,4	10	11,3	9,8	5	0	3,4	6	9	11,6	9,4
$\omega_5$		0,16	0,38	0,07	1,54	3,3	2,32	0	0,18	0,11	3,43	3,13	0,38

### 2.4.3. Определение ускорений

Определяем ускорение точки  $A$ :

$$a_A = \omega_1^2 l_{OA} = 26,17^2 \cdot 0,1 = 68,487 \text{ м/с}^2.$$

Выбираем масштабный коэффициент для построения плана ускорений. Для этого принимаем отрезок  $\pi a = 137$  мм, который соответствует ускорению  $\bar{a}_A$  в масштабе. Вектор  $\pi a$  отложим параллельно звену  $OA$  в направлении к точке  $O$  (см. рис. 2.23).

Масштабный коэффициент  $\mu_a$  определяется следующим образом:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} = \frac{68,487}{137} = 0,5 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

План ускорений  
 $\mu_a = 0,05 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}$

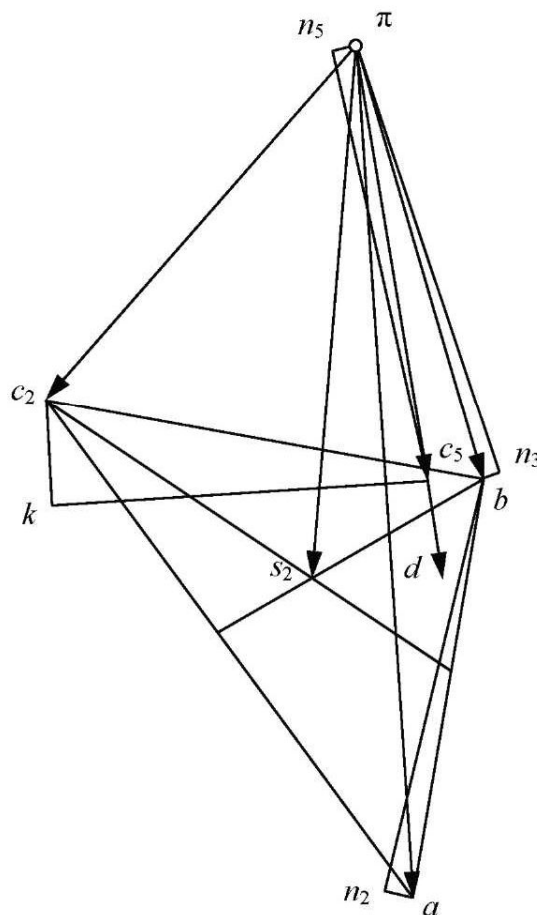


Рис. 2.23

Ускорение точки  $B$  определяем на основании двух векторных уравнений движения этой точки относительно точек  $A$  и  $E$ :

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^{\tau}; \\ \bar{a}_B = \bar{a}_E + \bar{a}_{BE}^n + \bar{a}_{BE}^{\tau}, \end{cases}$$

где

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = 2,7^2 \cdot 0,25 = 1,82 \text{ м/с}^2,$$

$$\bar{a}_E = 0,$$

$$a_{BE}^n = \omega_3^2 l_{BE} = 11,3^2 \cdot 0,25 = 31,92 \text{ м/с}^2.$$

Для того чтобы эти ускорения отложить на плане ускорений, определяем соответствующие им длины отрезков:

$$an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{1,82}{0,5} = 3,6 \text{ мм},$$

$$\pi n_3 = \frac{a_{BE}^n}{\mu_a} = \frac{31,92}{0,5} = 63,8 \text{ мм}.$$

Отрезок  $an_2$  отложим из точки  $a$  параллельно звену  $AB$  в направлении к точке  $A$ , а отрезок  $\pi n_3$  – из полюса  $\pi$  в направлении к точке  $E$  параллельно звену  $BE$ . Через точку  $n_2$  проведем линию перпендикулярно звену  $AB$  (направление ускорения  $\bar{a}_{BA}^{\tau}$ ), а через точку  $n_3$  – линию перпендикулярно  $BE$  (направление ускорения  $\bar{a}_{BE}^{\tau}$ ). Пересечение этих линий дает точку  $b$ , соединив которую с полюсом  $\pi$ , получаем вектор  $\overline{\pi b}$ , изображающий ускорение  $\bar{a}_B$ . Найдем его абсолютное значение:

$$a_B = \pi b \cdot \mu_a = 65 \cdot 0,5 = 32,5 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки  $C_2$  треугольного звена  $ABC$  найдем, используя теорему подобия, т. е. строим  $\Delta abc_2$ , подобный  $\Delta ABC$ . Для этого составим соотношения:

$$k = \frac{ab}{AB} = \frac{bc_2}{BC} = \frac{ac_2}{AC} = \frac{74}{125} = 0,0592,$$

где  $k$  – коэффициент подобия;  $ab = 74$  мм.

Тогда

$$bc_2 = k \cdot BC = 0,0592 \cdot 100 = 59,2 \text{ мм},$$

$$ac_2 = k \cdot AC = 0,0592 \cdot 160 = 94,7 \text{ мм}.$$

Методом засечек определяем положение точки  $c_2$ , при этом обход букв по контуру в выбранном направлении на плане ускорений ( $a \rightarrow b \rightarrow c_2$ , против часовой стрелки) должен соответствовать обходу букв на плане положений ( $A \rightarrow B \rightarrow C$  так же против часовой стрелки).

Соединим точку  $c_2$  с полюсом  $\pi$  и определим ускорение  $a_{c_2}$ :

$$a_{c_2} = \pi c_2 \cdot \mu_a = 85 \cdot 0,5 = 42,5 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки  $C_5$  звена 5 определяем, составив систему векторных уравнений движения точки  $C_5$  относительно точек  $C_2$  и  $F$ :

$$\begin{cases} \bar{a}_{C_5} = \bar{a}_{C_2} + \bar{a}_{C_5C_2}^k + \bar{a}_{C_5C_2}^r, \\ \bar{a}_{C_5} = \bar{a}_F + \bar{a}_{C_5F}^n + \bar{a}_{C_5F}^r, \end{cases}$$

где

$$a_{C_5C_2}^k = 2\omega_5 V_{C_5C_2} = 2 \cdot 1,54 \cdot 2,25 = 6,93 \text{ м/с}^2,$$

$$(V_{C_5C_2} = c_5 c_2 \cdot \mu_F = 45 \cdot 0,05 = 2,25 \text{ м/с}),$$

$$a_{C_5F}^n = \omega_5^2 l_{FC} = 1,54^2 \cdot 0,293 = 0,69 \text{ м/с}^2,$$

$$\bar{a}_F = 0.$$

Отрезки, изображающие эти ускорения:

$$c_2 k = \frac{a_{C_5C_2}^k}{\mu_a} = \frac{6,93}{0,5} = 13,9 \text{ мм},$$

$$\pi n_5 = \frac{a_{C_5F}^n}{\mu_a} = \frac{0,69}{0,5} = 1,4 \text{ мм}.$$

Направление вектора  $\bar{a}_{C_5C_2}^k$  определяем, повернув вектор скорости  $\bar{V}_{C_5C_2}$  на  $90^\circ$  в сторону направления скорости  $\omega_5$  (по часовой стрелке). В этом направлении из точки  $c_2$  плана ускорений отложим отрезок  $c_2 k$  (он будет перпендикулярен  $FD$ ). А из полюса  $\pi$  отложим отрезок  $\pi n_5$  параллельно  $FD$  в направлении точки  $F$ . Далее через точку  $k$  проведем линию



параллельно звену  $FD$  (направление относительного ускорения  $\bar{a}_{C_5C_2}^r$ ), а через точку  $n_5$  – линию перпендикулярно  $FD$  (направление ускорения  $\bar{a}_{C_5F}^r$ ). Пересечение этих линий определяет положение точки  $c_5$ . Соединим ее с полюсом  $\pi$  и определим ускорение точки  $C_5$ :

$$a_{C_5} = \pi c_5 \cdot \mu_a = 62 \cdot 0,5 = 31 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки  $D$  находим по теореме подобия:

$$a_D = \frac{l_{FD}}{l_{FC}} \cdot a_{C_5} = \frac{0,4}{0,293} \cdot 31 = 42,3 \text{ м/с}^2,$$

при этом  $\frac{a_D}{a_{C_5}} = \frac{\pi d}{\pi c_5}$ .

Определим угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{AB}} = \frac{n_2 b \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{74 \cdot 0,5}{0,25} = 148 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BE}^r}{l_{BE}} = \frac{n_3 b \cdot \mu_a}{l_{BE}} = \frac{0,8 \cdot 0,5}{0,25} = 1,6 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_5 = \frac{a_{C_5F}^r}{l_{FC}} = \frac{n_5 c_5 \cdot \mu_a}{l_{FC}} = \frac{62 \cdot 0,5}{0,25} = 105,8 \text{ с}^{-2}.$$

Угловые ускорения направлены в ту сторону, куда направлены соответствующие касательные ускорения. Ускорение  $\bar{a}_{BA}^r$  направлено от точки  $n_2$  к  $b$  (определяем по правилу сложения векторов). Мысленно прикладывая это ускорение к точке  $B$ , получаем направление против часовой стрелки. Аналогично определяем угловое ускорение для звена 3: прикладывая ускорение  $\bar{a}_{BE}^r$  (вектор  $\overline{n_3 b}$ ) к точке  $B$ , получаем направление  $\varepsilon_3$  против часовой стрелки. Прикладывая вектор  $\bar{a}_{C_5F}^r$  ( $\overline{n_5 c_5}$ ) к точке  $C$ , получаем направление  $\varepsilon_5$  по часовой стрелке. Эти направления соответствуют направлениям, полученным аналитическим способом. Направления угловых ускорений показано на плане положений (см. рис. 2.21).

Кинематические параметры, определенные расчетно-графически, сравниваем с соответствующими параметрами, определенными аналитически. Сравнение приводим для одного положения, заданного углом  $\varphi_1 = 90^\circ$ . Результаты сводим в таблицы: в табл. 2.3 – положения; в табл. 2.4 – скорости; в табл. 2.5 – ускорения.

Таблица 2.3

Величина	$x_B$	$y_B$	$x_C$	$y_C$	$x_{S_2}$	$y_{S_2}$	$x_D$	$y_D$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_5$	$l_{FC}$
	м						град					
Аналитическая (А)	0,244	0,044	0,288	0,239	0,178	0,128	0,396	0,284	-12,93	282,98	7,71	0,291
Графическая (Г)	0,244	0,042	0,290	0,236	0,176	0,126	0,399	0,248	-12,5	283	7,5	0,293
Погрешность, %, $\delta = \frac{A-I'}{A} \cdot 100$	0	4,5	0,7	1,3	1,1	1,6	0,8	2,4	3,3	0,01	2,7	0,7

Таблица 2.4

Величина	$V_B$	$V_{S_2}$	$V_{C_2}$	$V_{C_5}$	$V_D$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_5$
	м/с					с <sup>-1</sup>		
Аналитическая (А)	2,834	2,587	2,378	0,446	0,610	-2,599	11,352	-1,524
Графическая (Г)	2,825	2,5	2,35	0,45	0,61	-2,7	11,3	1,54
Погрешность, %, $\delta = \frac{A-I'}{A} \cdot 100$	0,004	3,4	1,1	1,1	0,3	3,2	0,5	0,5

Таблица 2.5

Величина	$a_B$	$a_{C_2}$	$a_{S_2}$	$a_{C_5}$	$a_D$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\varepsilon_5$
	м/с <sup>2</sup>					с <sup>-2</sup>		
Аналитическая (А)	32,22	34,708	42,294	29,782	40,937	150,594	1,489	102,316
Графическая (Г)	32,5	34,5	42,5	31	42,3	148	1,6	105,8
Погрешность, %, $\delta = \frac{A-I'}{A} \cdot 100$	0,9	0,6	0,5	4,1	3,3	1,7	7,4	3,4

Средняя погрешность составляет около 2 %.

#### 2.4.4. Построение кинематических диаграмм

Построение кинематических диаграмм выполняем для ведомого звена 3 (см. параграф 2.2.4). Последовательно определяем углы поворота звена в каждом положении, отмеряя от начального (нулевого) положения.

На оси абсцисс  $\varphi$  откладываем 12 равных отрезков на длине  $l = 120$  мм (см. прил. Ж) и определяем масштабные коэффициенты:

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{l} = \frac{6,28}{120} = 0,052 \text{ рад/мм},$$

$$\mu_t = \frac{60}{n_1 l} = \frac{60}{250 \cdot 120} = 0,002 \text{ с/мм}.$$

В масштабе  $\mu_{\varphi_3} = 0,02$  рад/мм строим диаграмму угловых перемещений  $\varphi_3$  звена 3. Методом хорд дифференцируем ее. В системе координат  $[\omega_3 - \varphi]$  строим диаграмму угловых скоростей, взяв слева от оси ординат полюс  $P_1$  на расстоянии  $H_1 = 30$  мм, и определяем масштабный коэффициент по оси ординат этой системы:

$$\mu_{\omega_3} = \frac{\mu_{\varphi_3}}{\mu_t H_1} = \frac{0,02}{0,002 \cdot 30} = 0,33 \text{ рад/(с} \cdot \text{мм)}.$$

Второй раз дифференцируем методом хорд диаграмму угловых скоростей. В системе координат  $[\varepsilon_3 - \varphi]$  строим диаграмму угловых ускорений, взяв слева от оси ординат полюс  $P_2$  на расстоянии  $H_2 = 20$  мм, и определяем масштабный коэффициент угловых ускорений:

$$\mu_{\varepsilon_3} = \frac{\mu_{\omega_3}}{\mu_t H_2} = \frac{0,33}{0,002 \cdot 20} = 8,25 \text{ рад/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

Определим угловую скорость  $\omega_3$  и угловое ускорение  $\varepsilon_3$  в положении 3 по диаграммам:

$$\omega_3 = y_{\omega} \mu_{\omega_3} = 35 \cdot 0,33 = 11,55 \text{ рад/с},$$

$$\varepsilon_3 = y_{\varepsilon} \mu_{\varepsilon_3} = 0,2 \cdot 8,25 = 1,65 \text{ рад/с}^2,$$

где длина отрезка  $y_{\varepsilon}$  близка к нулю.

Сравним для одного положения значения угловых скоростей и ускорений, полученные на диаграммах (индекс Г) и аналитически (индекс А), и определим погрешности:

$$\delta_{\omega} = \frac{\omega_3^{\Gamma} - \omega_3^{\Lambda}}{\omega_3^{\Lambda}} = \frac{11,55 - 11,35}{11,35} \cdot 100\% = 10,7\%,$$

$$\delta_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_3^{\Gamma} - \varepsilon_3^{\Lambda}}{\varepsilon_3^{\Lambda}} = \frac{1,65 - 1,49}{1,49} \cdot 100\% = 1,8\%.$$

### 3. СИЛОВОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

#### 3.1. Задачи и порядок выполнения силового исследования

##### **Задачи силового исследования рычажного механизма:**

- а) определение сил инерции и моментов сил инерции звеньев механизмов;
- б) определение усилий в кинематических парах;
- в) нахождение уравновешивающего момента на ведущем звене с использованием силового расчета звеньев и с помощью рычага Жуковского.

##### **Порядок выполнения силового исследования механизма:**

1. Вычертить в масштабе схему механизма в одном из его положений.
2. Построить планы скоростей и ускорений механизма для выбранного положения.
3. Используя план ускорений, найти ускорения центров масс звеньев механизма и угловые ускорения звеньев.
4. Показать пунктирными линиями направления ускорений центров масс и угловых ускорений звеньев на схеме механизма.
5. Определить величины сил инерции и моментов сил инерции звеньев механизма для заданного положения механизма.
6. Показать на схеме механизма сплошными линиями направления сил инерции и моментов сил инерции звеньев.
7. Приложив ко всем звеньям механизма силы инерции и моменты сил инерции, т. е. мысленно остановив механизм в заданном положении, рассмотреть его равновесие в этом положении.
8. Начиная с ведомого звена, расчленить механизм на отдельные звенья или группы звеньев, составить уравнения равновесия для этих звеньев или групп, найти реакции на рассматриваемые звенья или группы звеньев со стороны отброшенных связей (т. е. найти усилия в кинематических парах механизма), а также уравновешивающий момент на ведущем звене.
9. Используя метод рычага Жуковского, определить уравновешивающий момент на ведущем звене механизма.
10. Сравнить значения уравновешивающего момента, найденного в результате силового расчета звеньев и с помощью рычага Жуковского.

Кратко рассмотрим основные теоретические положения, используемые при силовом исследовании рычажного механизма.

### 3.2. Определение сил инерции и моментов сил инерции звеньев механизма

Из курса «Теоретическая механика» известно, что *силой инерции точки* называется вектор  $\vec{F}_и$  (рис. 3.1), приложенный к этой точке, направленный в сторону, противоположную вектору ускорения точки, и равный по величине произведению массы  $m$  точки на вектор ее ускорения  $\vec{a}_A$ :

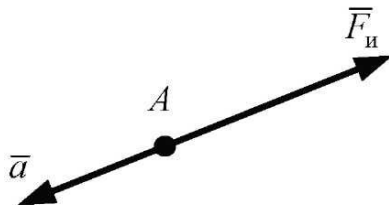


Рис. 3.1

$$\vec{F}_и = -m\vec{a}_A. \quad (3.1)$$

Величина силы инерции точки

$$F_и = ma_A. \quad (3.2)$$

Силы инерции тел-звеньев находят геометрическим сложением сил инерции точек, составляющих данное тело-звено.

При этом для различных видов движений тел получают различные формулы, представляющие собой результат сложения сил инерции точек, составляющих данное звено.

#### 3.2.1. Поступательное движение тела

При поступательном движении тела силы инерции всех его точек приводятся к одной равнодействующей  $\vec{F}_и$ , приложенной к центру масс тела, направленной в сторону, противоположную ускорению тела, и равной по величине произведению массы тела  $m$  на его ускорение  $a$ :

$$F_и = ma. \quad (3.3)$$

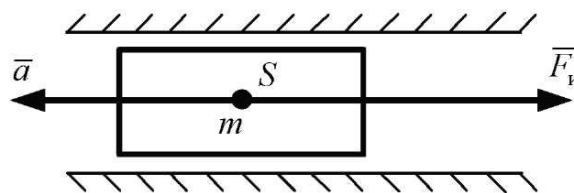


Рис. 3.2

Вектор равнодействующей силы инерции (рис. 3.2)

$$\vec{F}_и = -m\vec{a}. \quad (3.4)$$

### 3.2.2. Вращательное движение тела

При неравномерном вращении тела вокруг оси, не совпадающей с его центром масс, силы инерции всех точек тела приводятся к главному вектору сил инерции  $\bar{F}_и$  и к главному моменту сил инерции  $M_и$ .

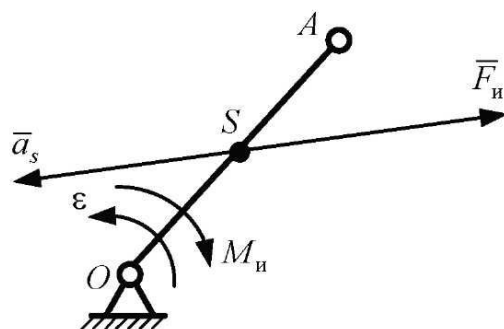


Рис. 3.3

Главный вектор сил инерции приложен к центру масс  $S$  тела, направлен в сторону, противоположную ускорению  $\bar{a}_S$  центра масс (рис. 3.3), и равен по величине

$$\bar{F}_и = m\bar{a}_S, \quad (3.5)$$

где  $m$  – масса тела;  $\bar{a}_S$  – вектор ускорения центра масс тела.

Главный момент сил инерции  $M_и$  направлен в сторону, противоположную угловому ускорению  $\epsilon$  тела, и равен по величине

$$M_и = J_S \epsilon, \quad (3.6)$$

где  $J_S$  – момент инерции тела относительно его центра масс  $S$ .

### 3.2.3. Частные случаи вращательного движения тела

**Вращение тела с постоянной угловой скоростью вокруг оси, не совпадающей с центром масс тела.** При вращательном движении тела с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси  $O$ , не совпадающей с центром масс  $S$ , силы инерции всех точек тела приводятся к одной равнодействующей, приложенной к центру масс  $S$  тела, направленной в сторону, противоположную вектору ускорения  $\bar{a}_S$  центра масс (рис. 3.4), и равной по величине

$$F_и = ma_S, \quad (3.7)$$

где  $m$  – масса тела;  $a_S$  – ускорение центра масс тела.

В рассматриваемом случае ускорение  $a_S$  равно нормальному ускорению центра масс  $a_{SO}''$ , так как угловая скорость вращения тела постоянна. Отсутствие в нашем случае главного момента сил инерции тела объясняется тем, что угловое ускорение тела при  $\omega = \text{const}$  равно нулю.

**Неравномерное вращение тела вокруг оси, совпадающей с центром масс тела.** При неравномерном вращении тела вокруг оси, совпадающей с центром масс  $S$  тела, силы инерции всех точек тела приводятся только к паре сил с моментом  $M_{и}$ .

Этот момент сил инерции (рис. 3.5) направлен в сторону, противоположную угловому ускорению  $\varepsilon$  тела, и равен по величине (3.6)

$$M_{и} = J_S \varepsilon.$$

Отсутствие в рассматриваемом случае главного вектора сил инерции  $\bar{F}_{и}$  объясняется тем, что центр масс  $S$  тела совпадает с осью вращения, поэтому его ускорение  $a_S = 0$ .

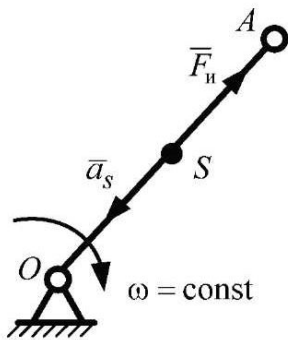


Рис. 3.4

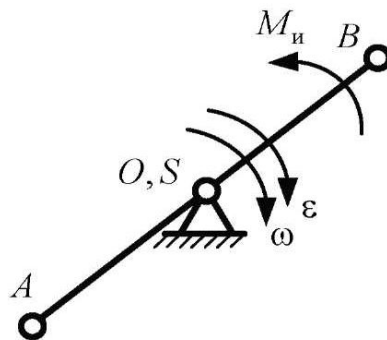


Рис. 3.5

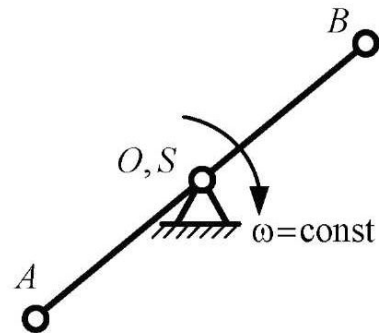


Рис. 3.6

**Вращение тела с постоянной угловой скоростью вокруг оси, совпадающей с центром масс тела.** При вращении тела с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, совпадающей с центром масс  $S$  тела (рис. 3.6), главный вектор сил инерции и главный момент сил инерции равны нулю, так как  $\bar{a}_S = 0$  и  $\varepsilon = 0$ .

### 3.2.4. Плоскопараллельное движение тела

При плоском движении тела (например, звена  $AB$  в механизме, изображенном на рис. 3.7) силы инерции всех точек тела приводятся к главному вектору сил инерции  $\bar{F}_{и}$  и главному моменту сил инерции  $M_{и}$ .

Главный вектор сил инерции  $\bar{F}_и$  приложен к центру масс тела, направлен в сторону, противоположную ускорению  $\bar{a}_S$  центра масс (рис. 3.7) и равен по величине

$$F_и = m a_S,$$

где  $m$  – масса тела;  $a_S$  – ускорение центра масс тела.

Главный момент сил инерции  $M_и$  направлен в сторону, противоположную угловому ускорению  $\varepsilon$  тела, и равен по величине

$$M_и = J_S \varepsilon.$$

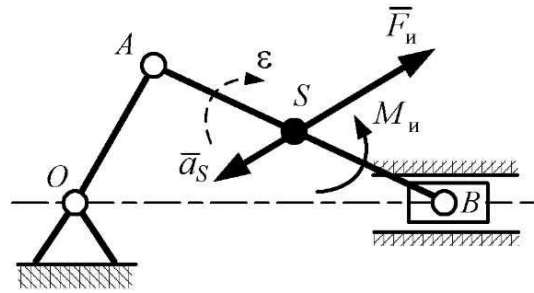


Рис. 3.7

### 3.3. Определение усилий в кинематических парах механизма

При движении механизма усилия в его кинематических парах постоянно изменяются как по величине, так и по направлению. В любом положении механизма можно найти эти усилия, рассматривая данное положение механизма как положение мгновенного равновесия, для чего ко всем подвижным звеньям механизма в рассматриваемом положении необходимо приложить силы инерции и моменты сил инерции этих звеньев.

Затем, расчлняя механизм на отдельные звенья или группы звеньев и рассматривая отдельно их равновесие под действием внешних сил и сил инерции, нетрудно определить усилия во всех кинематических парах механизма. При этом следует помнить, что звенья или группы звеньев, на которые можно расчлнить механизм, должны выбираться с учетом их статистической определимости, т. е. таким образом, чтобы из всех сил, действующих на выбранное звено или группу звеньев, количество неизвестных сил не превышало число уравнений равновесия.

Напомним, что число уравнений равновесия для произвольно расположенных в плоскости сил равно 3, для сходящихся сил – 2 и для параллельных сил – 2.

Расчет по определению усилий в кинематических парах, как правило, начинается с рассмотрения крайних групп механизма, в которые можно включить несколько звеньев, чаще – два звена. Такие группы обычно сразу представляют собой статистически определимые системы и не требуют предварительного определения некоторых неизвестных усилий для получения статистически определимых систем.



При рассмотрении равновесия выбранных звеньев или групп звеньев механизма следует освободить эти звенья или группы от связей (т. е. от других звеньев механизма) и заменить действие этих связей реакциями связей. При этом величины реакций связей (усилия в кинематических парах) определяются из решения уравнений равновесия звеньев или групп звеньев. Направления же реакций связей определяются видом связи и, как правило, известны.

Напомним, что для двух гладких тел, соприкасающихся друг с другом, сила, с которой одно тело действует на другое (реакция связи), направлена нормально к поверхностям этих тел в точке их соприкосновения (*гладкими* называют тела, при движении которых друг относительно друга отсутствует трение).

Для двух тел, связанных между собой цилиндрическим шарниром, силу, с которой одно тело действует на другое (реакцию связи), можно представить в двух вариантах:

- 1) проходящую по заранее неизвестному направлению через центр шарнира;
- 2) состоящую из двух взаимно перпендикулярных составляющих (компонент), проходящих через центр шарнира.

### 3.4. Определение масс и моментов инерции звеньев

Центры тяжести стержневых звеньев располагают на осях вращения этих звеньев или в центрах масс фигур. Массы и моменты инерции определяют по эмпирическим формулам.

Массы звеньев, имеющих линейные размеры, определяют по формуле

$$m_i = \frac{q}{g} l_i = \gamma l_i, \quad (3.8)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена, кг;  $q$  – удельный вес погонного метра звена, Н/м;  $g = 9,8 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $l_i$  – длина  $i$ -го звена, м;  $\gamma$  – удельная масса, кг/м.

Если удельный вес  $q$  не задан в условии, то  $q = (80–120)$  Н/м для шатуна,  $q = (100–200)$  Н/м для коромысел,  $q = (80–120)$  Н/м для кулис и кривошипов. Удельные массы  $\gamma$  взять равными  $0,1q$ .

Масса поршней в двигателях и компрессорах

$$m_{\text{п}} = (0,5–0,7)m_{\text{ш}},$$

где  $m_{\text{ш}}$  – масса шатуна, кг.

Масса, кг, камня кулисы

$$m_k = 0,2m_{\text{кул}},$$

где  $m_{\text{кул}}$  – масса кулисы, кг.

Масса, кг, долбяков, резцовых призм поперечно-строгальных станков, главных ползунов прессов

$$m_{\text{п}} = (100-200)S_{\text{п}},$$

где  $S_{\text{п}}$  – ход ползуна, м (расстояние между двумя крайними положениями ползуна).

Масса, кг, зубчатого колеса

$$m_{\text{з.к}} = 10^5 r^3,$$

где  $r$  – радиус делительной окружности, м.

Момент инерции тонкого однородного стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и расположенной у одного из его концов (рис. 3.8), определяется по формуле

$$J_0 = \frac{m_i l_i^2}{3}. \quad (3.9)$$

Момент инерции этого же стержня относительно оси, проходящей через середину стержня (рис. 3.9), определяется по формуле

$$J_S = \frac{m_i l_i^2}{12}. \quad (3.10)$$

Этот момент инерции называют *центральным*, так как он является моментом инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести.

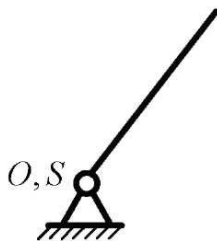


Рис. 3.8



Рис. 3.9

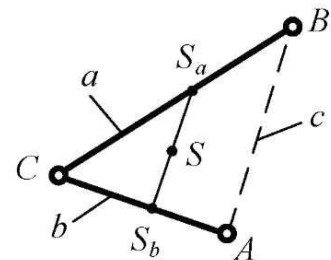


Рис. 3.10

Рассмотрим звено «уголок» (рис. 3.10), состоящее из двух жестко соединенных частей  $a$  и  $b$ . В этом случае следует:

а) определить момент инерции каждой отдельной части относительно собственного центра масс:

$$J_{S_a} = \frac{m_a a^2}{12}, \quad J_{S_b} = \frac{m_b b^2}{12},$$

где  $m_a$  и  $m_b$  – массы отдельных частей;  $a$  и  $b$  – длины стержней  $BC$  и  $AC$ ;

б) найти положение общего центра масс, используя отношение

$$\frac{m_a}{SS_b} = \frac{m_b}{SS_a} = \frac{m_a + m_b}{S_a S_b}, \quad (3.11)$$

в) определить момент инерции всего звена относительно центра масс  $S$  по формуле

$$J_S = J_{S_a} + J_{S_b} + m_a SS_a^2 + m_b SS_b^2. \quad (3.12)$$

Один из авторов данного пособия – О. В. Конищева предлагает следующий вывод для определения момента инерции «уголка».

Заменим отношение (3.11) другим:

$$\frac{a}{SS_b} = \frac{b}{SS_a} = \frac{a+b}{S_a S_b},$$

где  $S_a S_b$  – отрезок, соединяющий середины отрезков  $AC$  и  $BC$ , поэтому в треугольнике  $ABC$  является средней линией, а значит,  $S_a S_b = \frac{1}{2}c$  ( $c = AB$ ).

Отсюда

$$\frac{a}{SS_b} = \frac{b}{SS_a} = \frac{2(a+b)}{c}, \quad SS_a = \frac{bc}{2(a+b)}, \quad SS_b = \frac{ac}{2(a+b)}.$$

Обозначим  $\gamma = \frac{q}{g}$ , тогда выражение (3.12) приобретет вид

$$\begin{aligned} J_S &= \frac{\gamma}{12}(a^3 + b^3) + \gamma(a SS_a^2 + b SS_b^2) = \frac{\gamma}{12}(a^3 + b^3) + \gamma \left( \frac{ab^2 c^2}{4(a+b)^2} + \frac{ba^2 c^2}{4(a+b)^2} \right) = \\ &= \frac{\gamma}{12} \left( a^3 + b^3 + \frac{3abc^2(a+b)}{(a+b)^2} \right) = \frac{\gamma}{12} \left( a^3 + b^3 + \frac{3abc^2}{a+b} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, зная геометрические параметры «уголка», можно определить его момент инерции:

$$J_{S_z} = \frac{\gamma}{12} \left( l_{BC}^3 + l_{AC}^3 + \frac{3l_{BC}l_{AC}l_{AB}^2}{l_{BC} + l_{AC}} \right). \quad (3.13)$$

Рассмотрим треугольное звено. Здесь могут быть два случая. Первый случай – треугольник представляет собой стержневую конструкцию, приведенную на рис. 3.11. Тогда его центр тяжести расположен в центре окружности, вписанной в треугольник, соединяющий середины сторон  $\triangle ABC$ .

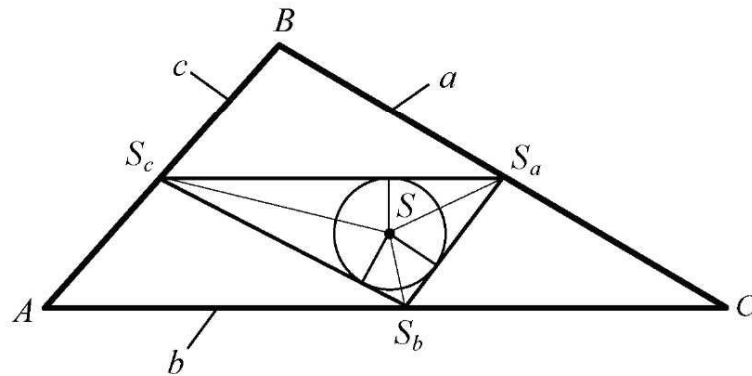


Рис. 3.11

На рис. 3.11 точка  $S$  – центр вписанной в  $\triangle ABC$  окружности, или центр тяжести,  $S_a, S_b, S_c$  – середины сторон. Обозначим длины сторон:  $l_{BC} = a, l_{AC} = b, l_{AB} = c$ . Известно, что момент инерции этого звена определяется по формуле

$$J_S = \frac{1}{12} m_a a^2 + \frac{1}{12} m_b b^2 + \frac{1}{12} m_c c^2 + m_a S S_a^2 + m_b S S_b^2 + m_c S S_c^2. \quad (3.14)$$

Один из авторов данного пособия – О. В. Конищева предлагает следующий вывод для определения момента инерции такого треугольного звена.

Рассмотрим  $\triangle S_a S_b S_c$ . Он подобен  $\triangle ABC$ , значит, углы этих треугольников соответственно равны:  $\angle S_c = \angle C, \angle S_b = \angle B, \angle S_a = \angle A$ . Выразим длины сторон:

$$\begin{cases} SS_a \cos\left(\frac{A}{2}\right) + SS_b \cos\left(\frac{B}{2}\right) = \frac{c}{2}, \\ SS_a \cos\left(\frac{A}{2}\right) + SS_c \cos\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{b}{2}, \\ SS_b \cos\left(\frac{B}{2}\right) + SS_c \cos\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{a}{2}. \end{cases} \quad (3.15)$$

Решим эту систему уравнений. Получим

$$SS_a = \frac{b+c-a}{4 \cos\left(\frac{A}{2}\right)}, \quad SS_b = \frac{a+c-b}{4 \cos\left(\frac{B}{2}\right)}, \quad SS_c = \frac{b+a-c}{4 \cos\left(\frac{C}{2}\right)}.$$

Выразим квадраты этих отрезков, используя тригонометрические формулы:

$$\begin{aligned} SS_a^2 &= \frac{(b+c-a)^2}{16 \cdot \frac{1}{2}(1+\cos A)} = \frac{(b+c-a)^2}{8 \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)} = \frac{(b+c-a)^2 bc}{4(2bc+b^2+c^2-a^2)} = \\ &= \frac{(b+c-a)^2 bc}{4((b+c)^2-a^2)} = \frac{(b+c-a)bc}{4(a+b+c)}, \end{aligned}$$

аналогично

$$SS_b^2 = \frac{(a+c-b)ac}{4(a+b+c)}, \quad SS_c^2 = \frac{(a+b-c)ab}{4(a+b+c)}.$$

Подставим полученные формулы в выражение (3.17), выразив массы через удельную массу  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} J_S &= \frac{\gamma}{12}(a^3+b^3+c^3) + \frac{\gamma abc}{4(a+b+c)}(a+b+c) = \\ &= \frac{\gamma}{12}(a^3+b^3+c^3) + \frac{\gamma abc}{4} = \frac{\gamma}{12}(a^3+b^3+c^3+3abc). \end{aligned}$$

Таким образом, момент инерции треугольного звена, представляющего собой стержневую конструкцию, определим по формуле

$$J_{SA} = \frac{\gamma}{12}(l_{BC}^3 + l_{AC}^3 + l_{AB}^3 + 3l_{AB}l_{AC}l_{BC}). \quad (3.16)$$

Во втором случае, когда треугольное звено представляет собой пластину, его центр тяжести лежит на пересечении медиан (рис. 3.12). Определим момент инерции «стержневого» треугольника относительно точки, лежащей на пересечении медиан.

В этом случае момент инерции треугольного звена определяется по формуле, аналогичной формуле (3.14):

$$J_S = \frac{1}{12}m_a a^2 + \frac{1}{12}m_b b^2 + \frac{1}{12}m_c c^2 + m_a SS_a^2 + m_b SS_b^2 + m_c SS_c^2. \quad (3.17)$$

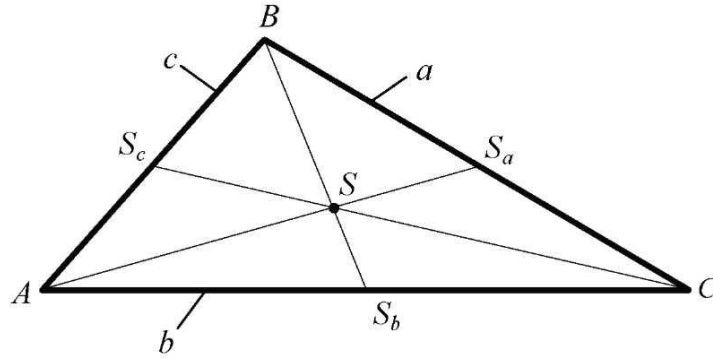


Рис. 3.12

Один из авторов данного учебного пособия – О. В. Конищева предлагает следующий вывод для определения этого момента инерции.

Выразим отрезки:

$$SS_a = \frac{1}{3}AS_a, \quad SS_b = \frac{1}{3}AS_b, \quad SS_c = \frac{1}{3}AS_c.$$

Медианы определяются следующим образом:

$$AS_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}, \quad BS_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2},$$

$$CS_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}.$$

Подставим эти выражения в (3.17):

$$\begin{aligned} J_S &= \frac{1}{12}m_a a^2 + \frac{1}{12}m_b b^2 + \frac{1}{12}m_c c^2 + \frac{1}{36}m_a(2b^2 + 2c^2 - a^2) + \\ &+ \frac{1}{36}m_b(2a^2 + 2c^2 - b^2) + \frac{1}{36}m_c(2a^2 + 2b^2 - c^2) = \\ &= (a^2 + b^2 + c^2) \frac{m_a + m_b + m_c}{18} = \frac{1}{18}m_\Delta(a^2 + b^2 + c^2), \end{aligned}$$

где  $m_\Delta$  – масса треугольного звена.

Таким образом, момент инерции стержневого треугольного звена относительно точки, лежащей на пересечении медиан, определяется по формуле

$$J_{S\Delta} = \frac{1}{18}m_\Delta(l_{AB}^2 + l_{BC}^2 + l_{AC}^2). \quad (3.18)$$

Расхождение результатов, полученных по формулам (3.16) и (3.18) составляет 0,75 %, что незначительно. Поэтому с целью упрощения расчетов стержневого треугольного звена его центр масс возьмем на пересечении медиан, как для пластины, и момент инерции будем определять по формуле (3.18).

### 3.5. Силовое исследование шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой аналитическим методом

#### 3.5.1. Определение моментов инерции звеньев и сил инерции

Массы и силы тяжести звеньев были определены в параграфе 3.2:  $m_1 = 0,8$  кг,  $m_2 = 9,24$  кг,  $m_3 = 3,75$  кг,  $m_5 = 4,0$  кг,  $G_1 = 7,85$  Н,  $G_2 = 90,64$  Н,  $G_3 = 36,79$  Н,  $G_5 = 39,24$  Н.

Моменты инерции звеньев:

$$J_{S_i} = \frac{m_i l_i^2}{12};$$

$$J_{S_2} = 0,105 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_{S_3} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_{S_5} = 0,053 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Сведем значения ускорений в табл. 3.1 (эти ускорения определены аналитическим методом в гл. 2).

Таблица 3.1

$a_{S_{2x}}$	$a_{S_{2y}}$	$a_{S_{3x}}$	$a_{S_{3y}}$	$a_{S_{5x}}$	$a_{S_{5y}}$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\varepsilon_5$
$\text{м/с}^2$						$\text{с}^{-2}$		
-5,359	-41,953	3,365	-15,754	2,252	-20,341	150,23	2,06	-102,316

Определим силы инерции по формулам

$$F_{иix} = -m_i a_{S_{ix}}; \quad F_{иiy} = -m_i a_{S_{iy}}.$$

Получим

$$F_{и2x} = -m_2 a_{S_{2x}} = -9,24 \cdot (-5,359) = 49,517 \text{ Н},$$

$$F_{и2y} = -m_2 a_{S_{2y}} = -9,24 \cdot (-41,953) = 387,646 \text{ Н},$$

$$F_{и3x} = -m_3 a_{S_{3x}} = -3,75 \cdot 3,365 = -12,619 \text{ Н},$$

$$F_{и_{3y}} = -m_3 a_{S_{3y}} = -3,75 \cdot (-15,754) = 59,078 \text{ Н},$$

$$F_{и_{5x}} = -m_5 a_{S_{5x}} = -4 \cdot 2,282 = -9,128 \text{ Н},$$

$$F_{и_{5y}} = -m_5 a_{S_{5y}} = -4 \cdot (-20,341) = 81,364 \text{ Н}.$$

Моменты сил инерции:

$$M_{и_i} = -J_{S_i} \varepsilon_i;$$

$$M_{и_2} = -J_{S_2} \varepsilon_2 = -0,105 \cdot 150,23 = -15,774 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{и_3} = -J_{S_3} \varepsilon_3 = -0,02 \cdot 2,06 = -0,041 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{и_5} = -J_{S_5} \cdot \varepsilon_5 = -0,053 \cdot (-102,316) = 5,414 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Положительные линейные ускорения направлены в сторону положительного направления осей. Положительные угловые ускорения направлены против часовой стрелки. Таким же образом определяем направления сил и моментов сил.

### 3.5.2. Системы координат

Для того чтобы выполнить силовое исследование аналитическим способом, введем неподвижную и подвижные системы координат. Неподвижную систему координат свяжем со стойкой  $O$ , направив оси  $X$  и  $Y$  горизонтально и вертикально соответственно (рис. 3.13).

С каждым звеном  $1, 2, 3$ , и  $5$  свяжем подвижную систему координат, направив оси  $X_i$  вдоль звена, а оси  $Y_i$  перпендикулярно данному звену. Соответственно эти оси обозначим. Покажем углы поворота  $\varphi_i$  осей  $X_i$  относительно неподвижной оси  $X$ . За положительное направление возьмем поворот против часовой стрелки. Значения углов  $\varphi_i$ , которые были определены в параграфе 3.1, сведем в табл. 3.2.

Таблица 3.2

$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_5$
$90^\circ$	$-12,99^\circ$	$282,91^\circ$	$7,63^\circ$

Здесь значения углов  $\varphi_i$  определены для положения механизма, заданного углом поворота ведущего звена  $\varphi_1 = 90^\circ$ . В качестве примера рассмотрим расчет для этого положения.



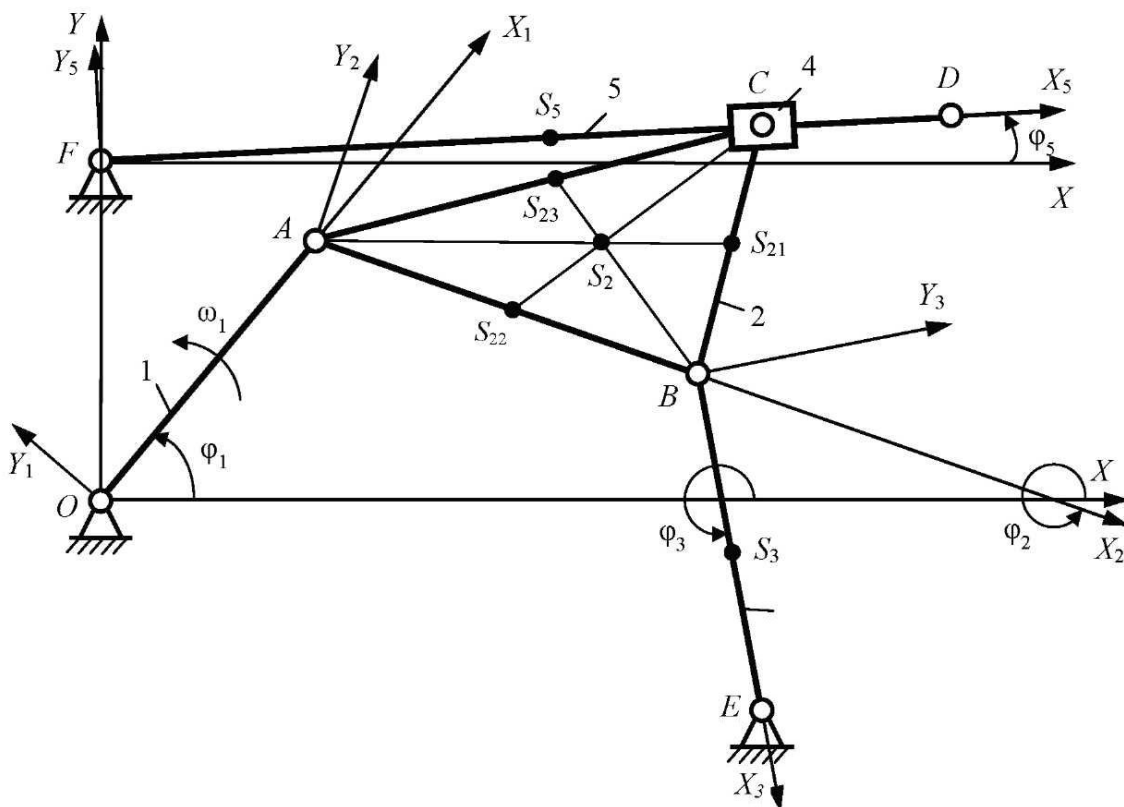


Рис. 3.13

Координаты точек, необходимые для проектирования сил и определенные в ходе кинематического исследования, сведем в табл. 3.3.

Таблица 3.3

$x_{S_5}$	$y_{S_5}$	$x_{S_2}$	$y_{S_2}$	$x_B$	$y_B$	$x_{S_3}$	$y_{S_3}$	$l_{FC}$	$x_E$	$y_E$
м										
0,198	0,227	0,178	0,127	0,244	0,044	0,272	-0,048	0,291	0,3	-0,2

Таблица 3.4

$V_{S_{2x}}$	$V_{S_{2y}}$	$V_{S_{3x}}$	$V_{S_{3y}}$	$V_{S_{5x}}$	$V_{S_{5y}}$	$V_D$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_5$
м/с						$c^{-2}$			
-2,545	-0,462	-1,381	-0,317	0,041	-0,302	0,61	-2,6	11,338	-1,524

Проекции скоростей и угловые скорости, необходимые для расчета мгновенных мощностей и определенные в кинематическом исследовании, сведем в табл. 3.4.

Далее переходим к силовому исследованию механизма.

### 3.5.3. Силовое исследование группы звеньев 4–5

Отделим от механизма группу звеньев 4–5, разорвав связи звена 5 в шарнире  $F$  со стойкой, а связи звена 4 в шарнире  $C_2$  со звеном 2 (рис. 3.14).

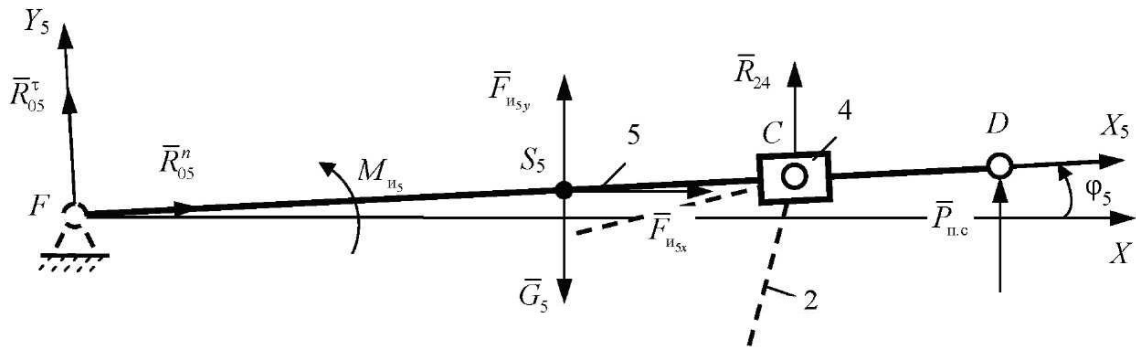


Рис. 3.14

Все силы будем направлять в сторону положительного направления осей, исключение сделаем для сил тяжести, что в уравнениях будет учтено знаком «минус». Аналогично моменты направим в сторону положительного направления, т. е. против часовой стрелки. При подстановке в уравнения численных значений истинное направление будет учтено знаком. Сила полезного сопротивления  $\bar{P}_{п.с}$  направлена перпендикулярно звену  $FD$ .

Действие стойки на звено 5 заменим силой реакции  $\bar{R}_{05}$ , которую разложим на две составляющие: нормальную  $\bar{R}_{05}^n$  (направим вдоль звена  $FD$  в положительном направлении оси  $X_5$ ) и касательную  $\bar{R}_{05}^\tau$  (направим в сторону положительного направления оси  $Y_5$ , т. е. перпендикулярно звену 5).

Действие звена 2 на ползун 4 заменим силой  $\bar{R}_{24}$ , которая вследствие отсутствия массы ползуна (этой массой пренебрегаем по условию) будет направлена противоположно силе  $\bar{R}_{54}$  (сила действия звена 5 на звено 4). Значит, силу  $\bar{R}_{24}$  направим перпендикулярно  $FD$  в сторону положительного направления оси  $Y_5$ , так как сила  $\bar{R}_{54}$  в поступательной паре 4–5, если пренебречь силами трения, направлена перпендикулярно оси направляющей ползуна (перпендикулярно звену  $FD$ ).

Таким образом, мы имеем три неизвестные величины сил:  $\bar{R}_{05}^\tau$ ,  $\bar{R}_{05}^n$  и  $\bar{R}_{24}$ , направления которых известны. Чтобы их определить, необходимо составить три уравнения:

- сумма проекций сил, действующих на звенья 4–5, на ось  $X_5$ ;
- сумма проекций этих же сил на ось  $Y_5$ ;
- сумма моментов этих сил относительно точки  $F$ .

Каждая из этих сумм должна быть равна нулю:

$$\sum \bar{F}(X_5)_{зв.4,5} = 0; \quad \sum \bar{F}(Y_5)_{зв.4,5} = 0; \quad \sum M(F)_{зв.4,5} = 0.$$

Тогда получим систему трех уравнений:

$$\begin{cases} R_{05}'' + (P_{и5,y} - G_5) \sin \varphi_5 + F_{и5,x}' \cos \varphi_5 = 0, \\ R_{05}' + R_{24} + P_{п.с} + (F_{и5,y}' - G_5) \cos \varphi_5 - F_{и5,x}' \sin \varphi_5 = 0, \\ R_{24} l_{FC} + P_{п.с} l_{FD} + M_{и5} + (F_{и5,y}' - G_5)(x_{S_5} - x_{F'}) - F_{и5,x}'(y_{S_5} - y_{F'}) = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения определим силу  $R_{05}''$ :

$$\begin{aligned} R_{05}'' &= (G_5 - F_{и5,y}') \sin \varphi_5 - F_{и5,x}' \cos \varphi_5 = \\ &= (39,24 - 81,364) \sin 7,63^\circ - (-9,128) \cos 7,63^\circ = 3,5 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Из третьего уравнения определим силу  $R_{24}$ :

$$\begin{aligned} R_{24} &= -\frac{P_{п.с} l_{FD} + M_{и5} + (F_{и5,y}' - G_5)(x_{S_5} - x_{F'}) - F_{и5,x}'(y_{S_5} - y_{F'})}{l_{FC}} = \\ &= -\frac{500 \cdot 0,4 + 5,414 + (81,364 - 39,24) \cdot (0,198 - 0) - (-9,128) \cdot (0,227 - 0,2)}{0,291} = \\ &= -735,4 \text{ Н,} \end{aligned}$$

где знак «минус» означает, что сила  $\bar{R}_{24}$  направлена противоположно тому направлению, которое мы указали.

Наконец, из второго уравнения определим силу  $\bar{R}_{05}'$ :

$$\begin{aligned} R_{05}' &= (G_5 - F_{и5,y}') \cos \varphi_5 - R_{24} - P_{п.с} + F_{и5,x}' \sin \varphi_5 = \\ &= (39,24 - 81,364) \cos 7,63^\circ - (-735,4) - 500 + (-9,128) \sin 7,63^\circ = 192,4 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Определим величину полной силы  $R_{05}$ :

$$R_{05} = \sqrt{R_{05}''^2 + R_{05}'^2} = \sqrt{3,5^2 + 192,4^2} = 192,4 \text{ Н.}$$

### 3.5.4. Силовое исследование группы звеньев 2–3

Отделим от механизма группу звеньев 2–3, заменив действие звена 1 силой реакции  $\bar{R}_{12}$ , которую разложим на две составляющие:  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{12}^t$ , направив каждую в сторону положительного направления осей  $X_2$  и  $Y_2$  соответственно (см. рис. 3.15).

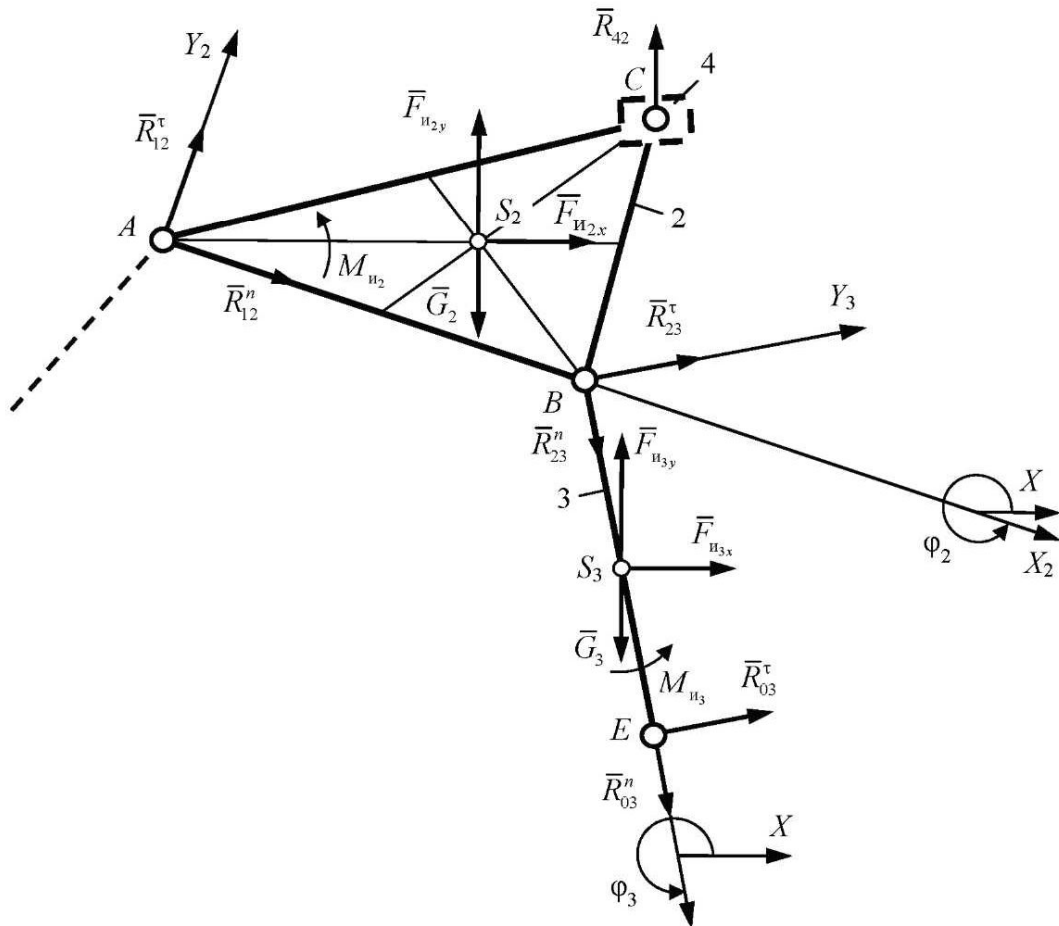


Рис. 3.15

Действие стойки на звено 3 заменим силой реакции  $\bar{R}_{03}$ , которую разложим на две составляющие:  $\bar{R}_{03}^n$  и  $\bar{R}_{03}^t$ , каждую из которых направим в положительном направлении осей  $X_3$  и  $Y_3$  соответственно. Неизвестна также сила  $\bar{R}_{23}$  со стороны звена 2 на звено 3, или сила  $\bar{R}_{32}$  – со стороны звена 3 на звено 2 ( $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$ ), т. е. сила реакции в шарнире B.

Будем искать одну из этих сил, например силу  $\bar{R}_{23}$ , которую разложим аналогичным образом на силу  $\bar{R}_{23}^n$  (направим по оси  $X_5$ ) и  $\bar{R}_{23}^t$  (направим по оси  $Y_5$ ).

Силу  $\bar{R}_{42}$  направим в сторону положительного направления оси  $Y_5$ . При подстановке численного значения этой силы учтем, что  $\bar{R}_{42} = -\bar{R}_{24}$ . Все остальные известные силы направим в положительном направлении осей  $X$  и  $Y$  (за исключением сил тяжести), моменты направим против часовой стрелки.

Таким образом, мы получили шесть неизвестных величин сил реакции, для определения которых необходимо записать шесть уравнений для этой группы звеньев. Первое уравнение – сумма моментов сил, действующих на звено 2, относительно точки  $B$  ( $\sum M(B)_{зв.2} = 0$ ), из которого определим силу  $R_{12}^t$ . При этом нормальная составляющая  $R_{12}^n$  момента не составит, т. к. линия ее действия проходит через точку  $B$ . Второе уравнение – сумма моментов сил, действующих на звено 3, относительно той же точки  $B$  ( $\sum M(B)_{зв.3} = 0$ ), из которого определим силу  $\bar{R}_{03}^t$ . Третье и четвертое уравнения – суммы проекций всех действующих на звенья 2 и 3 сил на оси  $X$  и  $Y$  неподвижной системы координат ( $\sum \bar{F}(X)_{зв.2,3} = 0$ ;  $\sum \bar{F}(Y)_{зв.2,3} = 0$ ). Из этих уравнений определим нормальные составляющие  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{03}^n$ . Пятое уравнение – сумма моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки  $E$  ( $\sum M(E)_{зв.3} = 0$ ). Из этого уравнения определим силу  $\bar{R}_{23}^t$ . Шестое уравнение – сумма проекций сил, действующих на звено 3, на ось  $X_5$  ( $\sum \bar{F}(X_5)_{зв.3} = 0$ ). Отсюда определим силу  $\bar{R}_{23}^n$ .

Запишем эти уравнения в виде системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} -R_{12}^t l_{AB} + (F_{и_{2y}} - G_2) (x_{S_2} - x_B) - P_{и_{2x}} (y_{S_2} - y_B) + R_{42} \sin \varphi_5 (y_C - y_B) + \\ + R_{42} \cos \varphi_5 (x_C - x_B) + M_{и_2} = 0; \\ R_{03}^t l_{BE} + M_{и_3} + (F_{и_{3y}} - G_3) (x_{S_3} - x_B) - F_{и_{3x}} (y_{S_3} - y_B) = 0; \\ F_{и_{2x}} - R_{12}^t \sin \varphi_2 + R_{12}^n \cos \varphi_2 - R_{42} \sin \varphi_5 - R_{03}^t \sin \varphi_3 + R_{03}^n \cos \varphi_3 + F_{и_{3x}} = 0; \\ F_{и_{2y}} - G_2 - G_3 + R_{12}^t \cos \varphi_2 + R_{12}^n \sin \varphi_2 + R_{42} \cos \varphi_5 + \\ + R_{03}^n \sin \varphi_3 + R_{03}^t \cos \varphi_3 + F_{и_{3y}} = 0; \\ -R_{23}^t l_{BE} + (F_{и_{3y}} - G_3) (x_{S_3} - x_E) - F_{и_{3x}} (y_{S_3} - y_E) + M_{и_3} = 0; \\ R_{23}^n + R_{03}^n + (F_{и_{3y}} - G_3) \sin \varphi_3 + F_{и_{3x}} \cos \varphi_3 = 0. \end{array} \right.$$

Из первого уравнения определим  $R_{12}^\tau$ :

$$R_{12}^\tau = \frac{(F_{H_2y} - G_2)(x_{S_2} - x_B) - F_{H_2x}(y_{S_2} - y_B) + R_{42} \sin \varphi_5 (y_C - y_B)}{l_{AB}} +$$

$$+ \frac{R_{42} \cos \varphi_5 (x_C - x_B) + M_{H_2}}{l_{AB}} = \frac{(387,646 - 90,644)(0,178 - 0,244)}{0,25} -$$

$$- \frac{49,517 \cdot (0,127 - 0,044) - (-735,4) \sin 7,63^\circ (0,239 - 0,044)}{0,25} -$$

$$- \frac{(-735,4) \cos 7,63^\circ (0,288 - 0,244) + (-15,81)}{0,25} = 46,36 \text{ Н.}$$

Из второго уравнения определим  $R_{03}^\tau$ :

$$R_{03}^\tau = \frac{(G_3 - F_{H_3y})(x_{S_3} - x_B) - M_{H_3} + F_{H_3x}(y_{S_3} - y_B)}{l_{BE}} =$$

$$= \frac{(36,79 - 59,078)(0,272 - 0,244) - (-0,03)}{0,25} +$$

$$+ \frac{(-12,619)(-0,078 - 0,044)}{0,25} = 3,78 \text{ Н.}$$

Третье и четвертое уравнения будем решать совместно; в этих уравнениях члены с неизвестными оставим в левой части, а известные перенесем в правую часть:

$$\begin{cases} R_{12}'' \cos \varphi_2 + R_{03}'' \cos \varphi_3 = -F_{H_2x} + R_{12}^\tau \sin \varphi_2 + R_{42} \sin \varphi_5 + R_{03}^\tau \sin \varphi_3 - F_{H_3x} = A_x; \\ R_{12}'' \sin \varphi_2 + R_{03}'' \sin \varphi_3 = -F_{H_2y} + G_2 + G_3 - R_{12}^\tau \cos \varphi_2 - R_{42} \cos \varphi_5 - \\ - R_{03}^\tau \cos \varphi_3 - F_{H_3y} = A_y. \end{cases}$$

Вычислим правые части уравнений:

$$A_x = -49,517 + 46,36 \sin (-12,99^\circ) - (-735,4) \sin 7,63^\circ +$$

$$+ 3,73 \sin 282,9^\circ - (-12,619) = 46,69 \text{ Н,}$$

$$A_y = -387,646 + 90,644 + 36,79 - 46,36 \cos(-12,99^\circ) + \\ + (-735,4) \cos 7,63^\circ - 3,73 \cos 282,9^\circ - 59,078 = -1094,19 \text{ Н.}$$

Определим эту систему, используя правило Крамера, для чего вычислим определители следующих матриц:

$$D = \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 & \cos \varphi_3 \\ \sin \varphi_2 & \sin \varphi_3 \end{vmatrix} = \sin(\varphi_3 - \varphi_2) = \sin(282,91^\circ - (-12,99^\circ)) = -0,9;$$

$$D_{12} = \begin{vmatrix} A_x & \cos \varphi_3 \\ A_y & \sin \varphi_3 \end{vmatrix} = A_x \sin \varphi_3 - A_y \cos \varphi_3 = \\ = 46,618 \sin 282,91^\circ - (-1094,19) \cos 282,91^\circ = 199;$$

$$D_{03} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 & A_x \\ \sin \varphi_2 & A_y \end{vmatrix} = A_y \cos \varphi_2 - A_x \sin \varphi_2 = \\ = -1094,19 \cos(-12,99^\circ) - 46,69 \sin(-12,99^\circ) = -1055,7.$$

Тогда неизвестные будут найдены следующим образом:

$$R_{12}^n = \frac{D_{12}}{D} = \frac{199}{-0,9} = -220,9 \text{ Н;}$$

$$R_{03}^n = \frac{D_{03}}{D} = \frac{-1055,7}{-0,9} = 1173 \text{ Н.}$$

Определим значения результирующих сил  $R_{12}$  и  $R_{03}$ :

$$R_{12} = \sqrt{R_{12}^n{}^2 + R_{12}^\tau{}^2} = \sqrt{206,39^2 + 46,5^2} = 225,7 \text{ Н;}$$

$$R_{03} = \sqrt{R_{03}^n{}^2 + R_{03}^\tau{}^2} = \sqrt{1108,78^2 + 3,77^2} = 1173 \text{ Н.}$$

Из пятого уравнения системы определим касательную составляющую  $R_{23}^\tau$ :

$$R_{23}^\tau = \frac{(F_{и_3x}^\tau - G_3)(x_{S_3} - x_F) - F_{и_3x}^\tau (y_{S_3} - y_E) + M_{и_3}}{l_{BE}} = \\ = \frac{(59,078 - 36,79)(0,272 - 0,3) - (-12,619)(-0,078 - (-0,2)) + (-0,03)}{0,25} = 3,53 \text{ Н.}$$

Из шестого уравнения системы определим нормальную составляющую  $R_{23}^n$ :

$$R_{23}^n = (G_3 - F_{и3,y}) \sin \varphi_3 - R_{03}^n - F_{и3,x} \cos \varphi_3 =$$

$$= (36,79 - 59,078) \sin 282,91^\circ - 1173 - (-12,619) \cos 282,91^\circ = -1148,5 \text{ Н.}$$

Полная сила

$$R_{23} = \sqrt{R_{23}^n{}^2 + R_{23}^\tau{}^2} = \sqrt{1148,5^2 + 3,53^2} = 1148,5 \text{ Н.}$$

### 3.5.5. Силовое исследование ведущего звена

Отделим от механизма ведущее звено – кривошип  $OA$  (рис. 3.16).

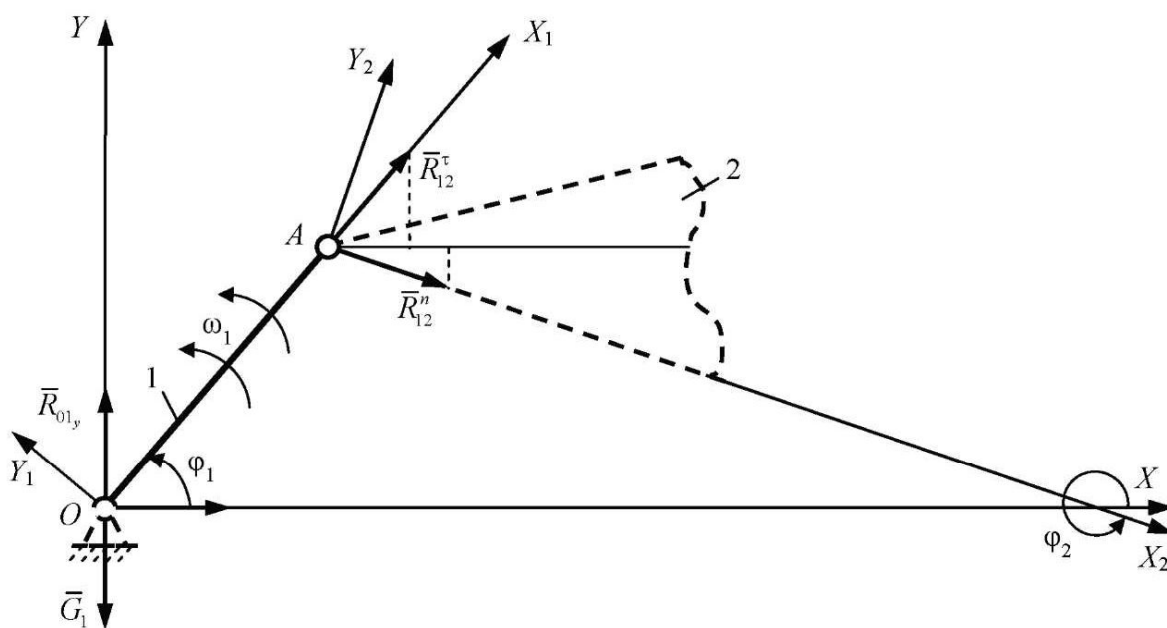


Рис. 3.16

Заменим действие звена 2 силой реакции  $\bar{R}_{21}$ , которую представим в виде двух составляющих:  $\bar{R}_{21}^n$  и  $\bar{R}_{21}^\tau$ , направленных в положительном направлении соответствующих осей  $X_2$  и  $Y_2$ . При подстановке численных значений этих сил учтем, что  $\bar{R}_{21}^n = -\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{21}^\tau = -\bar{R}_{12}^\tau$ . Действие стойки заменим силой  $\bar{R}_{01}$ , которую разложим на две составляющие:  $\bar{R}_{01x}$  (напра-



вим в сторону положительного направления оси  $X$ ) и  $\bar{R}_{01y}$  (направим в сторону положительного направления оси  $Y$ ). Уравновешивающий момент направим против часовой стрелки, в положительном направлении. Таким образом, мы имеем три неизвестных параметра: модули сил  $\bar{R}_{01x}$  и  $\bar{R}_{01y}$ , направления которых известны, и величину уравновешивающего момента  $M_{yp}$ . Для их определения необходимо записать три уравнения. Первое уравнение – сумма моментов сил, действующих на звено  $I$ , относительно точки  $O$  ( $\sum M(O)_{зв.1} = 0$ ), из которого определим  $M_{yp}$ . Второе и третье уравнения – суммы проекций этих же сил на оси  $X$  и  $Y$  ( $\sum \bar{F}(X)_{зв.1} = 0$ ;  $\sum \bar{F}(Y)_{зв.1} = 0$ ), из которых определим  $R_{01x}$  и  $R_{01y}$ .

Данные уравнения запишем в виде системы:

$$\begin{cases} M_{yp} - R_{21}'' \sin(\varphi_1 - \varphi_2)l_{OA} - R_{21}' \cos(\varphi_1 - \varphi_2)l_{OA} = 0; \\ R_{21}'' \cos \varphi_2 - R_{21}' \sin \varphi_2 + R_{01x} = 0; \\ R_{21}'' \sin \varphi_2 + R_{21}' \cos \varphi_2 + R_{01y} - G_1 = 0. \end{cases}$$

Решим первое уравнение относительно неизвестного момента  $M_{yp}$ :

$$\begin{aligned} M_{yp} &= R_{21}' \cos(\varphi_1 - \varphi_2)l_{OA} + R_{21}'' \sin(\varphi_1 - \varphi_2)l_{OA} = \\ &= -46,36 \cos(90^\circ - (-12,99^\circ))0,1 - (-220,9) \sin(90^\circ - (-12,99^\circ))0,1 = \\ &= 22,157 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Из второго и третьего уравнений системы определим  $R_{01x}$  и  $R_{01y}$ :

$$\begin{aligned} R_{01x} &= R_{21}' \sin \varphi_2 - R_{21}'' \cos \varphi_2 = -46,36 \sin(-12,99^\circ) - \\ &\quad - 220,9 \cos(-12,99^\circ) = -204,83 \text{ Н}; \\ R_{01y} &= -R_{21}'' \sin \varphi_2 - R_{21}' \cos \varphi_2 + G_1 = -206,39 \sin(-12,99^\circ) - \\ &\quad - (-46,5) \cos(-12,99^\circ) + 7,85 = 102,68 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Модуль силы  $R_{01}$ :

$$R_{01} = \sqrt{R_{01x}^2 + R_{01y}^2} = \sqrt{204,83^2 + 102,68^2} = 229,13 \text{ Н}.$$

### 3.5.6. Определение уравновешивающего момента по теореме Жуковского

Уравновешивающий момент равен по величине, но противоположен по направлению приведенному моменту. Мощность приведенного момента в данный момент времени равна сумме мощностей сил, приложенных к звеньям механизма в этот же момент времени.

Мощность каждой силы будем определять как скалярное произведение вектора силы и вектора скорости точки приложения этой силы. При этом учтем, что, если направления скорости и силы взаимно перпендикулярны, то мощность равна нулю, и если эти направления параллельны, то мощность определяется как произведение модулей силы и скорости. При одинаковых направлениях силы и скорости мощность будет положительна, при разных направлениях – отрицательна.

Момент сил и угловая скорость также представляют собой векторные величины, направленные перпендикулярно плоскости, в которой происходит движение. В данном случае эти векторы могут быть или сонаправлены, или противоположнонаправлены, что будет отражено знаком. Значения скоростей возьмем из табл. 3.4.

Таким образом, определим сумму мгновенных мощностей:

$$\begin{aligned} \sum N_i = & (\bar{P}_{и.с}; \bar{V}_D) + (\bar{M}_{и_5}; \bar{\omega}_5) + (\bar{M}_{и_3}; \bar{\omega}_3) + (\bar{M}_{и_2}; \bar{\omega}_2) + (\bar{F}_{и_{2x}}; \bar{V}_{S_{2x}}) + \\ & + ((\bar{F}_{и_{2y}} + \bar{G}_2); \bar{V}_{S_{2y}}) + (\bar{F}_{и_{3x}}; \bar{V}_{S_{3x}}) + ((\bar{F}_{и_{3y}} + \bar{G}_3); \bar{V}_{S_{3y}}) + (\bar{F}_{и_{5x}}; \bar{V}_{S_{5x}}) + \\ & + ((\bar{F}_{и_{5y}} + \bar{G}_5); \bar{V}_{S_{5y}}) = -500 \cdot 0,61 + 5,414 \cdot (-1,524) + (-0,03) \cdot 11,338 + \\ & + (-15,81)(-2,6) + 49,517 \cdot (-2,545) + (387,646 - 90,64)(-0,462) + \\ & + (-12,619)(-1,381) + (59,078 - 36,79)(-0,317) + \\ & + (-9,128) \cdot 0,041 + (81,364 - 39,24)(-0,302) = -588,46 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Тогда приведенный момент

$$M_{пр} = \frac{\sum N_i}{\omega_1} = \frac{-588,46}{26,17} = -22,49 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Уравновешивающий момент

$$M_{ур} = -M_{пр} = 22,49 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

### 3.6. Силовое исследование шарнирного четырехзвенного механизма с качающейся кулисой графическим методом

Построить план механизма в заданном положении, план скоростей и план ускорений для этого положения (эти построения рассмотрены в параграфах 2.4.2–2.4.3).

#### 3.6.1. Определение масс, моментов инерции и сил инерции

С учетом рекомендаций в параграфе 3.1 массы звеньев

$$m_1 = \gamma_1 l_{OA} = 8 \cdot 0,1 = 0,8 \text{ кг},$$

$$m_2 = \gamma_2 (l_{AB} + l_{BC} + l_{AC}) = 12 \cdot (0,25 + 0,2 + 0,32) = 9,24 \text{ кг},$$

$$m_3 = \gamma_3 l_{BE} = 15 \cdot 0,25 = 3,75 \text{ кг},$$

$$m_5 = \gamma_5 l_{FD} = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ кг}.$$

Силы тяжести звеньев

$$G_i = m_i g,$$

тогда  $G_1 = 7,85 \text{ Н}$ ,  $G_2 = 90,64 \text{ Н}$ ,  $G_3 = 36,79 \text{ Н}$ ,  $G_5 = 39,24 \text{ Н}$ .

Моменты инерции звеньев

$$J_{S_i} = \frac{m_i l_i^2}{12},$$

$$J_{S_3} = \frac{m_3 l_3^2}{12} = \frac{3,75 \cdot 0,25^2}{12} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$J_{S_5} = \frac{m_5 l_5^2}{12} = \frac{4 \cdot 0,4^2}{12} = 0,053 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент инерции треугольного звена определим, используя выражение (3.18):

$$J_{S_2} = \frac{1}{18} m_2 (l_{AB}^2 + l_{BC}^2 + l_{AC}^2) = \frac{9,24}{18} (0,25^2 + 0,2^2 + 0,32^2) = 0,105 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

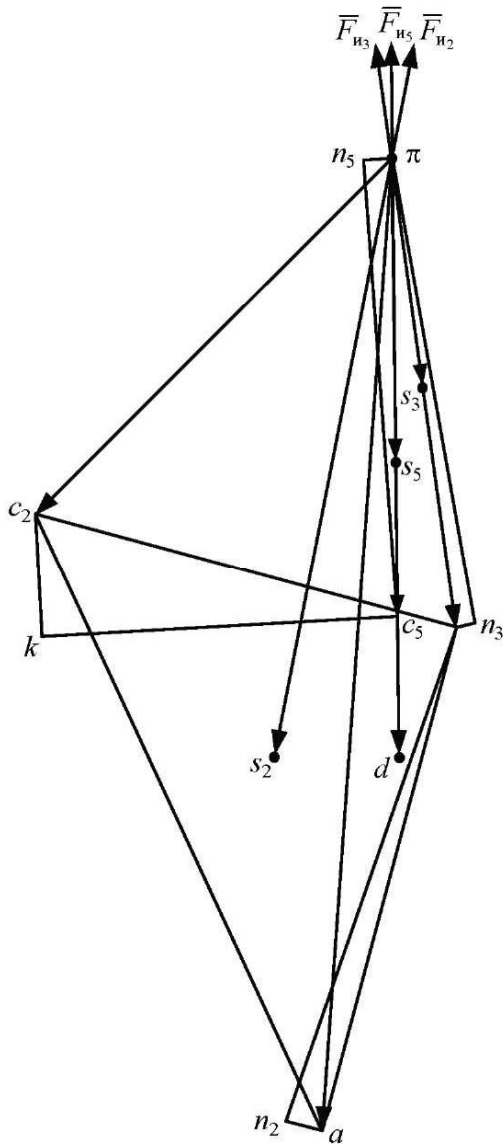


Рис. 3.17

Силы инерции направим противоположно соответствующим ускорениям центров тяжести звеньев. Моменты сил инерции направим противоположно угловым ускорениям.

### 3.6.2. Силовой расчет группы звеньев 4–5

Отделим от механизма группу звеньев 4–5, разорвав связи звена 5 в шарнире  $F$  со стойкой, а связи звена 4 в шарнире  $C_2$  со звеном 2 (рис. 3.18).

Действие стойки на звено 5 заменим силой реакции  $\bar{R}_{05}$ , которую разложим на две составляющие: нормальную  $\bar{R}_{05}^n$  (направим вдоль звена  $FD$ ) и касательную  $\bar{R}_{05}^t$  (направим перпендикулярно  $FD$ ).

Для определения сил инерции ускорения, полученные графическим методом в параграфе 2.4.3, сведем в табл. 3.5.

Таблица 3.5

$a_{S_2}$	$a_{S_3}$	$a_{S_5}$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\varepsilon_5$
м/с <sup>2</sup>			с <sup>-2</sup>		
42,5	16,25	21,15	148	1,6	105,8

Модули сил инерции:

$$F_{и_2} = m_2 a_{S_2} = 9,24 \cdot 42,5 = 392,7 \text{ Н},$$

$$F_{и_3} = m_3 a_{S_3} = 3,75 \cdot 16,25 = 60,94 \text{ Н},$$

$$F_{и_5} = m_5 a_{S_5} = 4 \cdot 21,15 = 84,6 \text{ Н}.$$

Моменты сил инерции:

$$M_{и_2} = J_{S_2} \varepsilon_2 = 0,105 \cdot 148 = 15,54 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$M_{и_3} = J_{S_3} \varepsilon_3 = 0,02 \cdot 1,6 = 0,032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$M_{и_5} = J_{S_5} \varepsilon_5 = 0,053 \cdot 105,8 = 5,607 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Направления сил инерции определены по плану ускорений (см. параграф 2.4.3), приведенному на рис. 3.17.

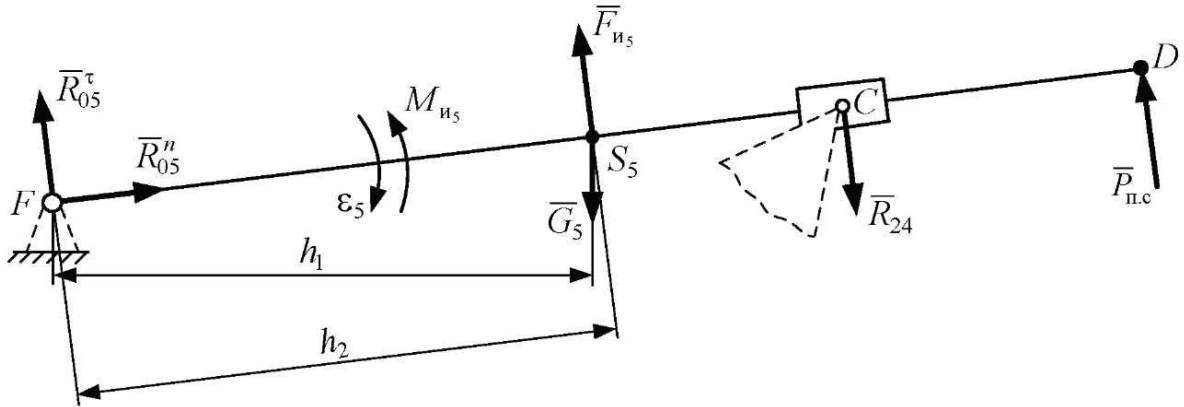


Рис. 3.18

Действие звена 2 на звено 4 заменим силой  $\bar{R}_{24}$ , которая вследствие отсутствия массы ползуна (этой массой пренебрегаем по условию) будет направлена противоположно силе  $\bar{R}_{54}$  (сила действия звена 5 на звено 4).

Значит, силу  $\bar{R}_{24}$  направим перпендикулярно  $FD$ , так как сила  $\bar{R}_{54}$  в поступательной паре 4–5, если пренебречь силами трения, направлена перпендикулярно оси направляющей ползуна (перпендикулярно  $FD$ ).

Таким образом, имеем три неизвестные величины сил:  $R_{05}^{\tau}$ ,  $R_{05}^n$ ,  $R_{24}$ , направление которых известно. Для определения силы  $R_{24}$  запишем уравнение суммы моментов всех сил относительно точки  $F$  ( $\sum M(F)_{зв.4,5} = 0$ ):

$$P_{п.с} \cdot FD - R_{24} \cdot FC - G_5 h_1 + F_{и5} h_2 + M_{и5} / \mu_l = 0,$$

отсюда

$$R_{24} = \frac{P_{п.с} \cdot FD - G_5 h_1 + F_{и5} h_2 + M_{и5} / \mu_l}{FD} =$$

$$= \frac{500 \cdot 200 - 39,24 \cdot 98,5 + 84,6 \cdot 99,8 + 5,607 / 0,002}{146,5} = 733 \text{ Н.}$$

Для определения силы  $\bar{R}_{05}$  запишем векторное уравнение суммы сил, действующих на звенья 4 и 5 ( $\sum \bar{F}_{зв.4,5} = 0$ ):

$$\bar{P}_{п.с} + \bar{F}_{и5} + \bar{G}_5 + \bar{R}_{24} + \bar{R}_{05} = 0.$$

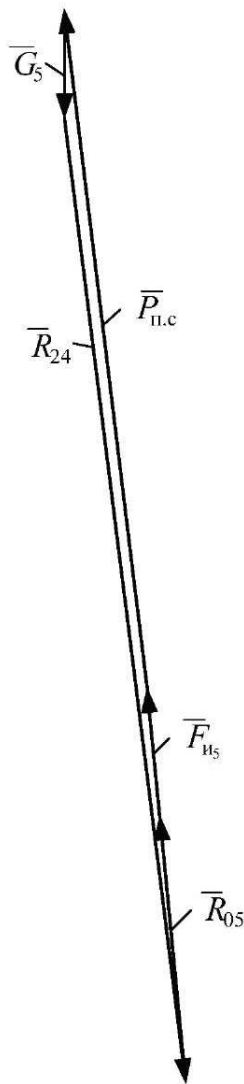


Рис. 3.19

Решим это уравнение графически, для чего зададим масштабный коэффициент  $\mu_F = 5 \text{ Н/мм}$ .

Разделим величины сил на этот масштабный коэффициент и полученные длины векторов запишем в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Сила	$P_{\text{п.с}}$	$F_{\text{и5}}$	$G_5$	$R_{24}$
Действительная величина, Н	500	84,6	39,24	733
Масштабная величина, мм	100	16,9	7,8	146,6

Построим план сил. Из намеченной точки отложим по порядку с соответствующими направлениями векторы, изображающие силы в масштабе:  $[\overline{F}_{\text{и5}}]$ ,  $[\overline{P}_{\text{п.с}}]$ ,  $[\overline{G}_5]$ ,  $[\overline{R}_{24}]$  (рис. 3.19).

Для того чтобы замкнуть многоугольник сил, соединим начальную точку с концом последнего отложенного вектора  $[\overline{R}_{24}]$ . Полученный отрезок изобразит силу  $\overline{R}_{05}$ . Направим вектор по обходу контура. Модуль силы  $\overline{R}_{05}$  определим по формуле

$$R_{05} = [\overline{R}_{05}] \cdot \mu_F = 39 \cdot 5 = 195 \text{ Н.}$$

### 3.6.3. Силовой расчет группы звеньев 2–3

Отделим от механизма группу звеньев 2–3, разорвав связи звена 3 в шарнире  $E$  со стойкой, а связи звена 2 в шарнире  $A$  со звеном 1 (рис. 3.20).

Действие стойки на звено 3 заменим силой реакции  $\overline{R}_{03}$ , которую разложим на две составляющие: нормальную  $\overline{R}_{03}^n$  (направим вдоль звена  $BE$ ) и касательную  $\overline{R}_{03}^t$  (направим перпендикулярно  $BE$ ). Действие звена 1 на звено 2 заменим силой  $\overline{R}_{12}$ , которую также разложим на две составляющие: нормальную  $\overline{R}_{12}^n$  (направим вдоль  $AB$ ) и касательную  $\overline{R}_{12}^t$  (направим перпендикулярно  $AB$ ). Действие звена 4 на звено 2 заменим реакцией связи  $\overline{R}_{42}$ , которая равна по модулю и противоположна по направлению силе  $\overline{R}_{24}$ .

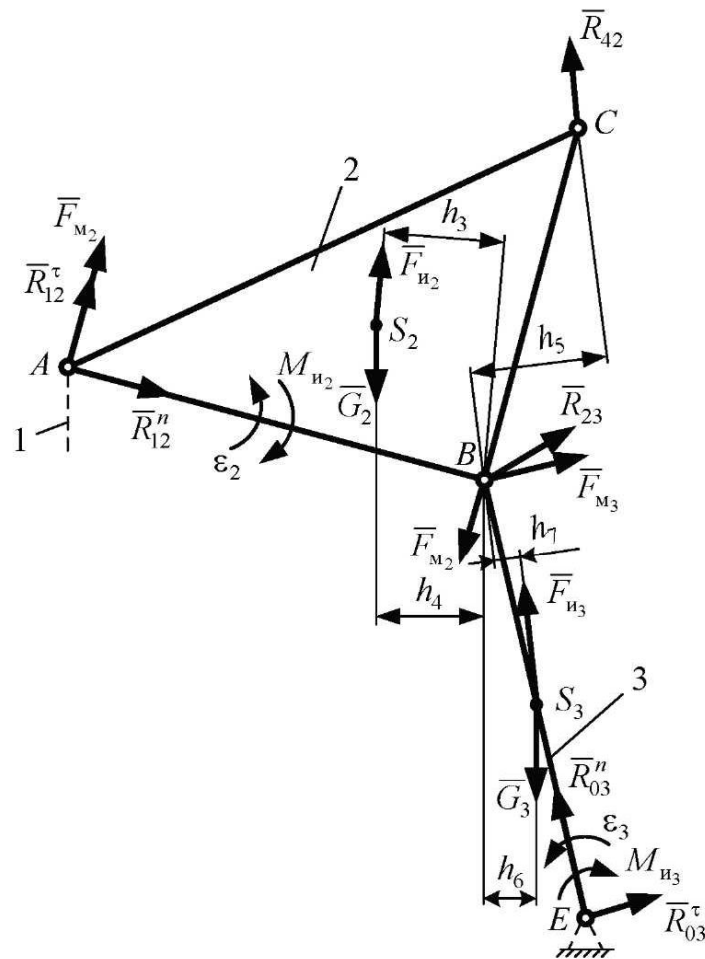


Рис. 3.20

Таким образом, мы имеем четыре неизвестные величины сил  $R_{03}^\tau$ ,  $R_{03}^\nu$ ,  $R_{12}^\tau$ ,  $R_{12}^\nu$ , направление которых известно. Для определения силы  $R_{12}^\tau$  запишем уравнение суммы моментов сил, действующих на звено 2, относительно точки B ( $\sum M(F)_{зв.2} = 0$ ):

$$-R_{12}^\tau \cdot AB + R_{42}h_5 + G_2h_4 - F_{и2}h_3 - M_{и2} / \mu_l = 0,$$

отсюда получим

$$R_{12}^\tau = \frac{R_{42}h_5 + G_2h_4 - F_{и2}h_3 - M_{и2} / \mu_l}{AB} =$$

$$= \frac{732,98 \cdot 34,5 + 90,64 \cdot 34 - 392,7 \cdot 38 - 15,54 / 0,002}{125} = 45,4 \text{ Н.}$$

Для определения силы  $R_{03}^{\tau}$  запишем уравнение суммы моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки  $B$  ( $\sum M(F)_{зв.3} = 0$ ):

$$R_{03}^{\tau} \cdot BE - G_3 h_6 + F_{и_3} h_7 - M_{и_3} / \mu_l = 0,$$

отсюда получим

$$R_{03}^{\tau} = \frac{G_3 h_6 - F_{и_3} h_7 + M_{и_3} / \mu_l}{BE} = \frac{36,79 \cdot 15 - 60,94 \cdot 3 + 0,032 / 0,002}{125} = 3,1 \text{ Н.}$$

Для определения сил  $\bar{R}_{03}^n$  и  $\bar{R}_{12}^n$ , а в итоге и полных сил  $\bar{R}_{03}$  и  $\bar{R}_{12}$  запишем векторное уравнение суммы сил, действующих на звенья 2 и 3 ( $\sum \bar{F}_{зв.2,3} = 0$ ):

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и_2} + \bar{R}_{42} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{и_3} + \bar{R}_{03}^{\tau} + \bar{R}_{03}^n = 0.$$

Решим это уравнение графически, для чего зададим масштабный коэффициент  $\mu_F = 5 \text{ Н/мм}$ . Разделим величины сил на этот масштабный коэффициент и полученные длины векторов запишем в табл. 3.7.

Таблица 3.7

Силы	$R_{12}^{\tau}$	$G_2$	$F_{и_2}$	$R_{42}$	$G_3$	$F_{и_3}$	$R_{03}^{\tau}$
Действительная величина, Н	45,4	90,64	392,7	733	36,79	60,94	3,1
Масштабная величина, мм	9,1	18,1	78,5	146,6	7,4	12,2	0,6

Построим план сил. Из намеченной точки отложим по порядку с соответствующими направлениями векторы, изображающие силы в масштабе:  $[\bar{R}_{12}^{\tau}]$ ,  $[\bar{G}_2]$ ,  $[\bar{F}_{и_2}]$ ,  $[\bar{R}_{42}]$ ,  $[\bar{G}_3]$ ,  $[\bar{F}_{и_3}]$ ,  $[\bar{R}_{03}^{\tau}]$  (рис. 3.21). Для того чтобы замкнуть многоугольник сил, через начало вектора  $[\bar{R}_{12}^{\tau}]$  проведем линию, параллельную направлению силы  $\bar{R}_{12}^n$  (параллельно  $AB$ ), а через конец вектора  $[\bar{R}_{03}^{\tau}]$  проведем линию, параллельную направлению силы  $\bar{R}_{03}^n$  (параллельно  $BE$ ). В результате пересечения этих линий получим отрезки, изображающие силы  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{03}^n$ . Направим векторы сил по обходу контура.



В результате сложения нормальных и касательных составляющих получим полные силы  $\bar{R}_{12}$  и  $\bar{R}_{03}$ . Модули этих сил определим по формулам

$$R_{12} = [\bar{R}_{12}] \cdot \mu_F = 46 \cdot 5 = 230 \text{ Н},$$

$$R_{03} = [\bar{R}_{03}] \cdot \mu_F = 236 \cdot 5 = 1180 \text{ Н}.$$

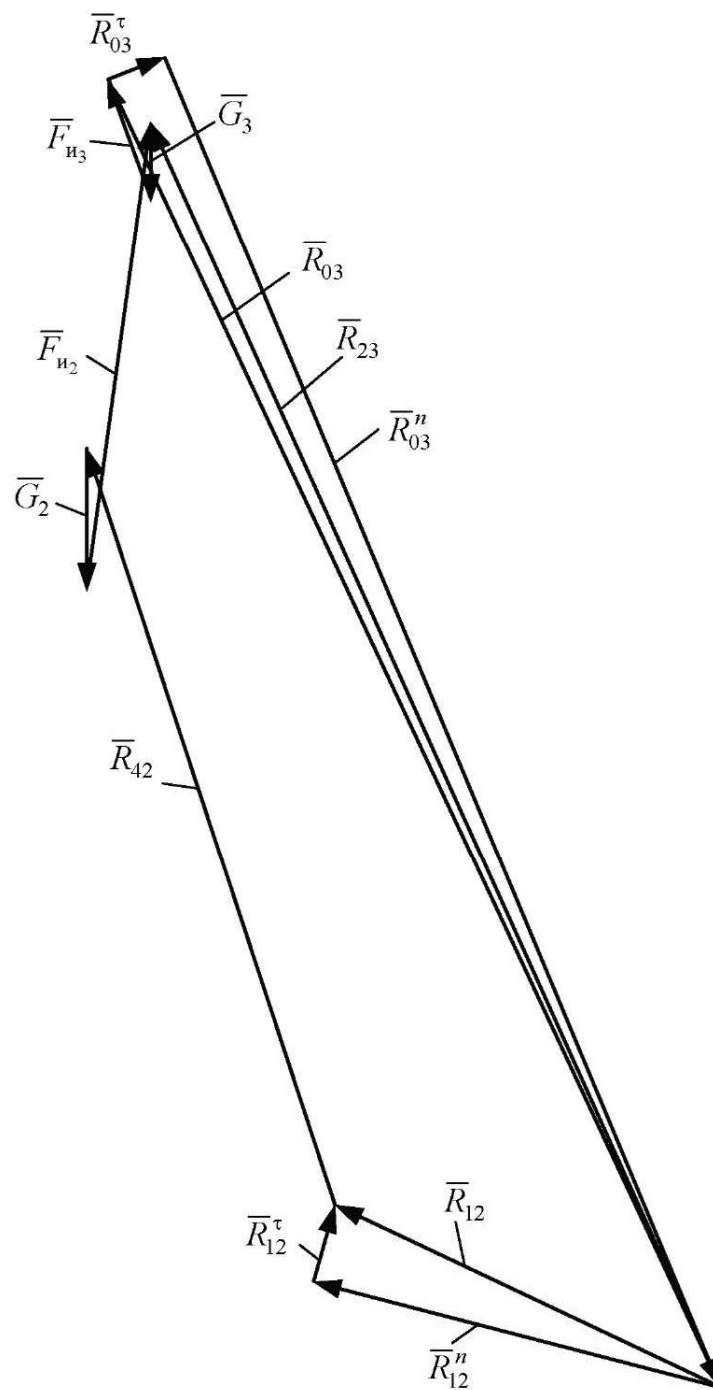


Рис. 3.21

Для определения силы, действующей со стороны звена 2 на звено 3, т. е. реакции связи  $\bar{R}_{23}$  ( $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$ ), запишем векторное уравнение суммы сил, действующих на звено 3 ( $\sum \bar{F}_{зв.3} = 0$ ):

$$\bar{R}_{23} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{из3} + \bar{R}_{03} = 0.$$

Соединим начало вектора  $[\bar{G}_3]$  с концом вектора  $[\bar{R}_{03}]$ . Полученный отрезок изобразит силу  $\bar{R}_{23}$  в масштабе:

$$R_{23} = [\bar{R}_{23}] \cdot \mu_F = 230 \cdot 5 = 1150 \text{ Н.}$$

### 3.6.4. Силовой расчет ведущего звена

Отделим от механизма ведущее звено 1, разорвав связь этого звена в шарнире  $O$  со стойкой (рис. 3.22). Действие стойки на звено 1 заменим силой реакции связи  $\bar{R}_{01}$ , а звена 2 – силой  $\bar{R}_{21}$ , которая равна по модулю и противоположна по направлению силе  $\bar{R}_{12}$ . К ведущему звену приложим уравновешивающий момент  $M_{yp}$ , который направим в сторону вращения, так как он является движущим. Для определения этого момента запишем уравнение суммы моментов сил, действующих на ведущее звено, относительно точки  $O$  ( $\sum M(F)_{зв.1} = 0$ ):

$$-R_{21}h_8 + M_{yp} / \mu_l = 0,$$

отсюда получим

$$M_{yp} = R_{21}h_8\mu_l = 230 \cdot 47,8 \cdot 0,002 = 22,0 \text{ Н.}$$

Для определения реакции связи  $\bar{R}_{01}$  запишем векторное уравнение суммы сил, действующих на звено 1 ( $\sum \bar{F}_{зв.1} = 0$ ):

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} = 0.$$

Решим это уравнение графически, для чего зададим масштабный коэффициент  $\mu_F = 2 \text{ Н/мм}$ . Разделим величины сил на этот масштабный ко-

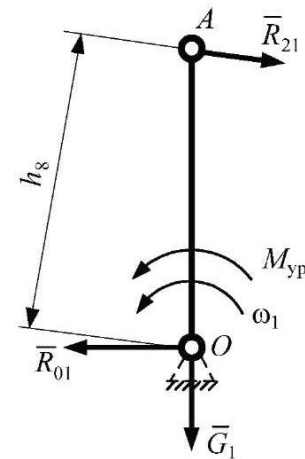


Рис. 3 22

эффицент и полученные длины векторов запишем в табл. 3.8. Построим план сил. Из намеченной точки отложим по порядку с соответствующими направлениями векторы, изображающие силы в масштабе:  $[\bar{R}_{21}], [\bar{G}_1]$  (рис. 3.23).

Таблица 3.8

Силы	$G_1$	$R_{21}$
Действительная величина, Н	7,85	230
Масштабная величина, мм	3,9	115

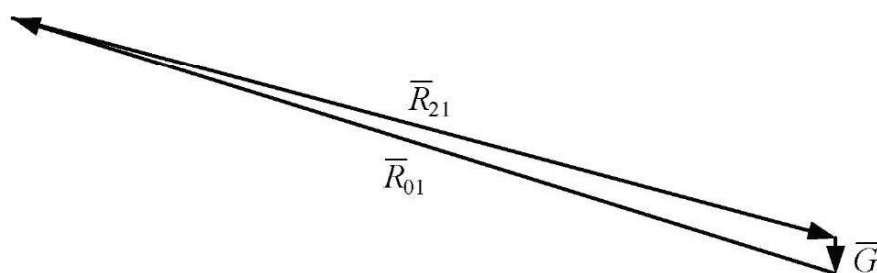


Рис. 3.23

Для того чтобы замкнуть многоугольник сил, соединим начальную точку с концом последнего отложенного вектора. Полученный отрезок изобразит силу  $\bar{R}_{01}$ . Направим вектор по обходу контура. Модуль силы  $\bar{R}_{01}$

$$R_{01} = [\bar{R}_{01}] \cdot \mu_F = 116 \cdot 2 = 232 \text{ Н.}$$

### 3.6.5. Определение уравнивающего момента по теореме Жуковского

Построим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей в произвольном масштабе (рис. 3.24). Перенесем силы параллельно самим себе в соответствующие точки. Моменты сил инерции заменим парами сил, величины которых определим следующим образом:

$$F_{M_2} = \frac{M_{и_2}}{l_{AB}} = \frac{15,54}{0,25} = 62,16 \text{ Н,} \quad F_{M_3} = \frac{M_{и_3}}{l_{BE}} = \frac{0,032}{0,25} = 0,13 \text{ Н,}$$

$$F_{M_5} = \frac{M_{и_5}}{l_{FD}} = \frac{5,607}{0,4} = 14,02 \text{ Н.}$$

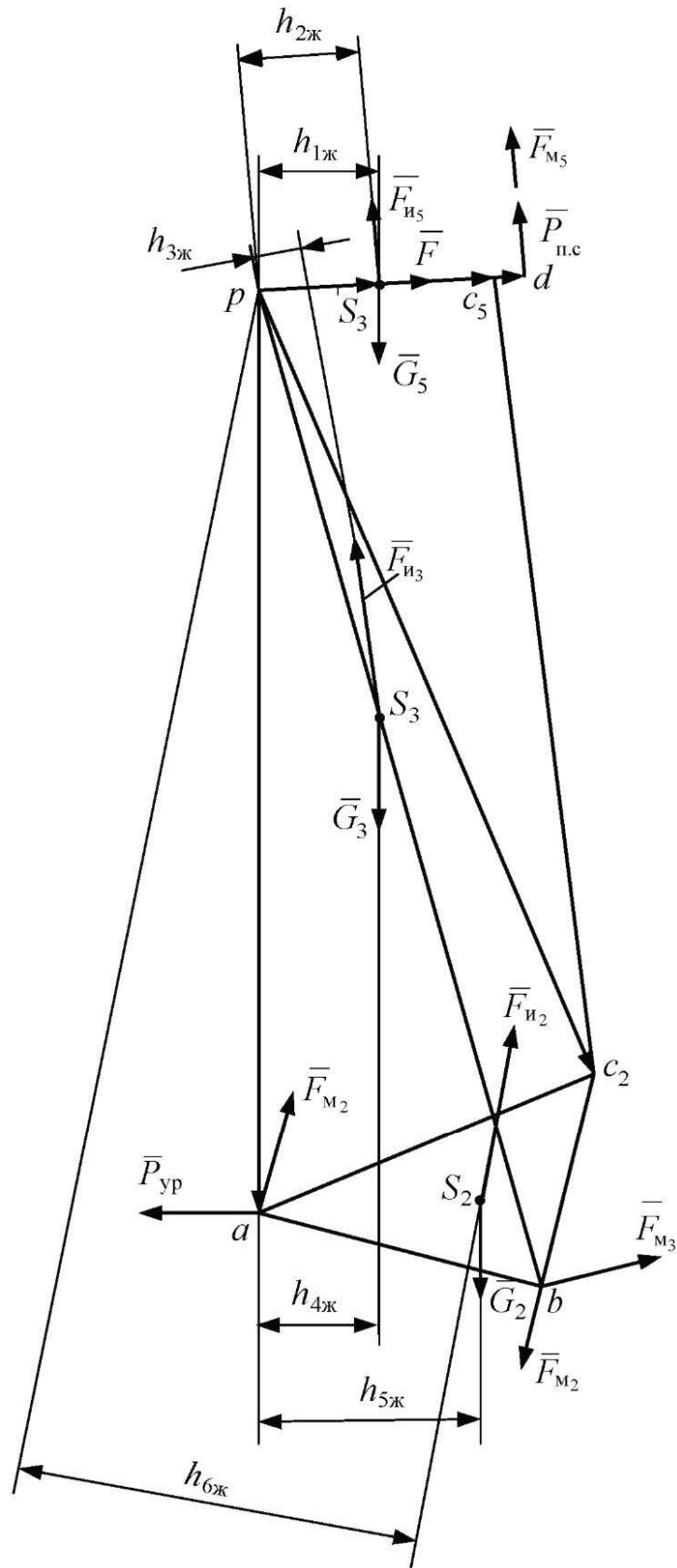


Рис. 3.24

Приложим пары сил перпендикулярно соответствующим звеньям согласно направлениям моментов. Затем эти силы перенесем параллельно самим себе на рычаг Жуковского. Уравновешивающий момент заменим уравновешивающей силой, приложенной в шарнире  $A$  в сторону вращения (для рабочих машин направлять по вращению ведущего звена, для машин-двигателей – против вращения ведущего звена).

Запишем уравнение суммы моментов сил относительно полюса повернутого плана скоростей:

$$-P_{\text{ур}} \cdot pa + (P_{\text{п.с}} + F_{\text{м}_5}) \cdot pd - G_2 h_{5\text{ж}} - G_3 h_{4\text{ж}} - G_5 h_{1\text{ж}} + \\ + F_{\text{и}_5} h_{2\text{ж}} + F_{\text{и}_3} h_{3\text{ж}} + F_{\text{и}_2} h_{6\text{ж}} + F_{\text{м}_3} \cdot pb - F_{\text{м}_2} \cdot ab = 0.$$

Тогда

$$P_{\text{ур}} = \frac{(P_{\text{п.с}} + F_{\text{м}_5}) \cdot pd - G_2 h_{5\text{ж}} - G_3 h_{4\text{ж}} - G_5 h_{1\text{ж}}}{pa} + \\ + \frac{F_{\text{и}_5} h_{2\text{ж}} + F_{\text{и}_3} h_{3\text{ж}} + F_{\text{и}_2} h_{6\text{ж}} + F_{\text{м}_3} \cdot pb - F_{\text{м}_2} \cdot ab}{pa} = \\ = \frac{(500 + 14,02)24 - 90,64 \cdot 18 - 36,79 \cdot 12 - 39,24 \cdot 15 + 84,6 \cdot 12,5}{80} = 229,7 \text{ Н.}$$

Уравновешивающий момент

$$M_{\text{ур}}^{\text{ж}} = P_{\text{ур}} l_{OA} = 229,7 \cdot 0,1 = 22,97 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Таблица 3.9

Величина	$R_{24}$	$R_{05}$	$R_{12}$	$R_{03}$	$R_{23}$	$R_{01}$	$M_{\text{ур}}$	$M_{\text{ур}}^{\text{ж}}$
Единица измерения	Н				Н·м			
Графическая (Г)	733	195	230	1180	1150	232	22,0	22,97
Аналитическая (А)	735,4	192,4	225,7	1173	1148,5	229,13	22,57	22,49
Погрешность, % $\delta = \frac{ A - Г }{A} \cdot 100$	0,33	1,3	1,9	0,6	0,13	1,3	2,5	2,13

Сравним результаты расчетов, полученных аналитическим и графическим методами, сведя их в табл. 3.9.

## 4. ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ\*

В этой главе исследуется движение механизмов под действием сил и при учете масс звеньев. Данная задача динамики включает определение истинного закона движения механизма под действием приложенных к нему сил, а также мощности, необходимой для воспроизведения заданного движения. Здесь же рассматривается метод регулирования движения, приближение к требуемому условию рабочего процесса.

### 4.1. Три стадии движения

Процесс движения машины включает три стадии: разгон, установившееся движение и выбег. На рис. 4.1 показана диаграмма изменения угловой скорости в зависимости от времени  $t$  или угла поворота  $\varphi$ , где  $t_p$ ,  $t_y$ ,  $t_b$  – время разгона, установившегося движения и выбега (остановки) соответственно;  $\varphi_p$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_b$  – угол поворота разгона, установившегося движения и выбега (остановки) соответственно. Разгон характеризует увеличение скорости главного вала машины.

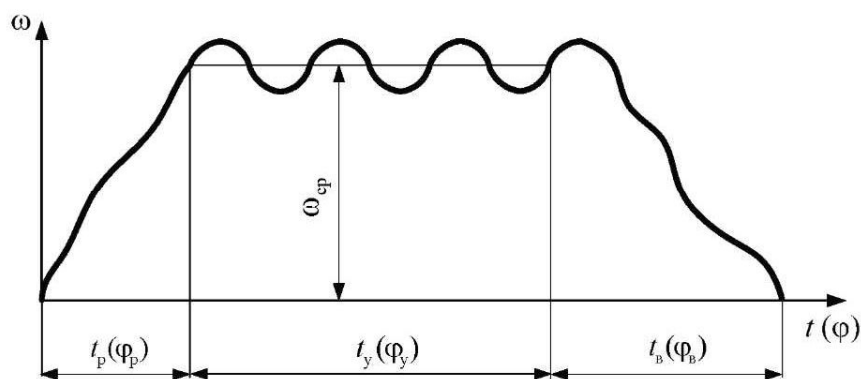


Рис. 4.1

При пуске машины или при переводе ее с меньшей скорости на большую происходит нарастание кинетической энергии. При выбеге скорость главного вала уменьшается, происходит убывание кинетической

---

\* Авторы выражают благодарность за помощь в написании этой главы Д. М. Мехонцевой.

энергии. Разгон и выбег относят к неустановившемуся движению и называют *переходными процессами*. При установившемся движении скорость главного вала изменяется периодически. При этом кинетическая энергия и угловая скорость остаются постоянными или колеблются относительно среднего значения  $\omega_{\text{ср}}$ .

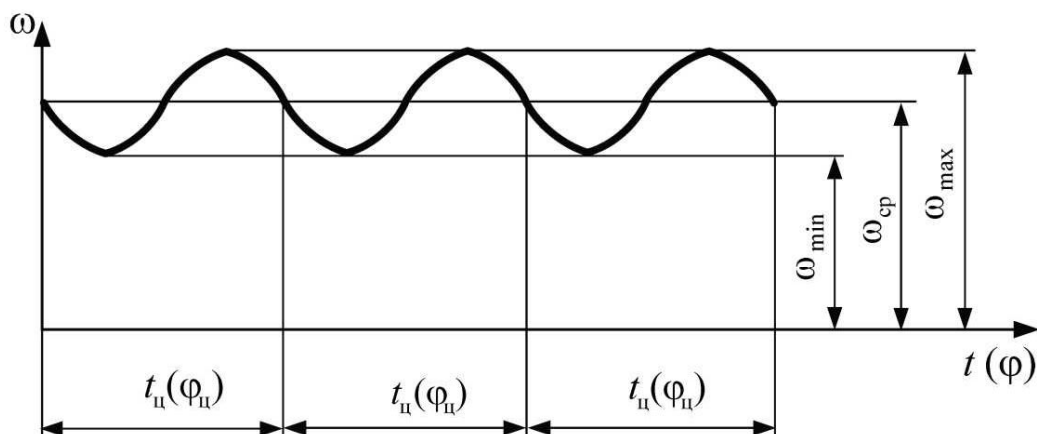


Рис. 4.2

В установившемся режиме угловая скорость главного вала двигателя или входного звена исполнительного механизма является периодической функцией времени, период которой равен времени одного цикла  $t_{\text{ц}}$ . Угол поворота, соответствующий циклу (рис. 4.2), обозначается  $\varphi_{\text{ц}}$ . В общем случае угловая скорость близка к постоянной и отличается от нее на некоторую периодическую функцию.

## 4.2. Неравномерность движения машин. Средняя скорость, коэффициент неравномерности

Неравномерность движения отдельных звеньев в механизмах зависит не только от характера внешних сил, распределения масс, но и от структуры механизма, его геометрии. Например, в рычажных механизмах все звенья, совершающие поступательные и плоскопараллельные движения, движутся неравномерно с переменными скоростями и ускорениями. В таких механизмах кинетическая энергия, мощность приведенной массы, моменты инерции, моменты сил являются функциями положения ведущего зве-

на. Следовательно, ведущее звено движется неравномерно. Ведущее звено в механизме обычно имеет наибольшую скорость по сравнению с другими звеньями. Следовательно, неравномерность движения ведущего звена усиливает неравномерность движения остальных звеньев, вызывает изменение динамических давлений в кинематических парах, упругие колебания в звеньях. Все это негативно сказывается на работе машины, прочности ее звеньев, точности выполняемых операций.

Каждой машине соответствует свой коэффициент неравномерности  $\delta$ , который определяет степень максимального отклонения скорости (в сторону увеличения – до  $\omega_{\max}$ , в сторону уменьшения – до  $\omega_{\min}$ ) от ее среднего значения  $\omega_{\text{ср}}$ :

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_{\text{ср}}, \quad (4.1)$$

$$\omega_{\text{ср}} = (\omega_{\max} + \omega_{\min}) / 2. \quad (4.2)$$

Допустимые коэффициенты неравномерности хода машины имеются в справочниках машиностроителя, некоторые из них приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Типы машин	Коэффициенты неравномерности хода $\delta$
Насосы	1/5–1/30
Сельскохозяйственные машины	1/5–1/50
Металлообрабатывающие станки	1/20–1/50
Ткацкие, полиграфические, мукомольные	1/10–11/50
Бумагопрядильные	1/60–1/100
Судовые двигатели	1/20–1/150
Двигатели внутреннего сгорания	1/80–1/100
Компрессоры	1/50–1/100
Электрические генераторы постоянного тока	1/100–1/200
Авиационные двигатели	1/200 и менее
Турбогенераторы	1/200 и менее

В машинах, выполняющих высокоточные операции, например в металлообрабатывающих станках, коэффициент неравномерности  $\delta$  – 1/20–1/50, в двигателях внутреннего сгорания  $\delta$  – 1/50–1/80, в механизмах с очень высокой скоростью ведущего звена (например, в электрогенераторах, авиационных двигателях, турбогенераторах) коэффициент неравномерности еще меньше:  $\delta$  – 1/100–1/300. В механизмах и машинах



с небольшой скоростью вращения ведущего звена (не более 100 об/мин) и с невысокими требованиями к точности выполняемых операций коэффициент неравномерности колеблется от 1/5 до 1/30 (в насосах, сельскохозяйственных машинах).

### 4.3. Уравнение кинетической энергии

В общем виде уравнение, выражающее теорему об изменении кинетической энергии системы, имеет вид

$$\Delta E = E_{i+1} - E_i = \sum A_k, \quad (4.3)$$

где  $E_{i-1}$  – текущее значение кинетической энергии системы;  $E_i$  – предыдущее значение кинетической энергии;  $\sum A_k$  – сумма работ всех сил и моментов сил, приложенных к системе при перемещении последней из положения  $i$  в положение  $(i + 1)$ .

Кинетическая энергия  $E$  механизма, машины, машинного агрегата равна сумме кинетических энергий отдельных звеньев. В плоском механизме звенья могут совершать поступательное, вращательное, плоскопараллельное движение.

Если звено движется поступательно, то его кинетическая энергия

$$E = \frac{mV^2}{2},$$

где  $m$  – масса звена;  $V$  – скорость тела.

Если звено находится во вращательном движении вокруг неподвижной оси, то его кинетическая энергия

$$E = \frac{J_O \omega^2}{2},$$

где  $J_O$  – момент инерции звена относительно оси вращения;  $\omega$  – угловая скорость звена.

Если звено совершает плоскопараллельное движение, то кинетическая энергия такого звена определяется по формуле

$$E = \frac{mV_S^2}{2} + \frac{J_S \omega^2}{2},$$

где  $V_S$  – скорость центра масс;  $J_S$  – момент инерции;  $\omega$  – угловая скорость звена.

Следовательно, кинетическая энергия системы (механизма, машинного агрегата) определяется по формуле

$$E = \sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n \left( \frac{m_k V_{S_k}^2}{2} + \frac{J_{S_k} \omega_k^2}{2} \right), \quad (4.4)$$

где  $n$  – количество подвижных звеньев;  $k$  – номер звена.

Для определения работы всех сил, действующих на механизм, можно использовать известную из курса теоретической механики формулу

$$A = \sum_{k=1}^n A_k = \sum_{k=1}^n \left[ \int P_k ds_k \cos \alpha_k + \int M_k d\varphi_k \right], \quad (4.5)$$

где  $P_k$  – сила, приложенная к  $k$ -й точке звена;  $M_k$  – момент пары сил  $k$ -го звена;  $A_k$  – работа силы  $P_k$  (момента силы  $M_k$ );  $\alpha_k$  – угол между силой  $P_k$  и элементарным перемещением  $ds_k$ .

Подставив выражения (4.4) и (4.5) в (4.3), получим

$$\sum_1^n \left( \frac{m_k V_{S_k}^2}{2} + \frac{J_{S_k} \omega_k^2}{2} \right)_{j+1} - \sum_1^n \left( \frac{m_k V_{S_k}^2}{2} + \frac{J_{S_k} \omega_k^2}{2} \right)_j = \sum_1^n \left( \int_{s_j}^{s_{j+1}} P_k ds_k \cos \alpha_k + \int_{\varphi_j}^{\varphi_{j+1}} M_k d\varphi_k \right). \quad (4.6)$$

Решение данного громоздкого уравнения со многими неизвестными нецелесообразно, поскольку есть способ, упрощающий это решение. Он состоит в построении динамической модели механизма, машины, машинного агрегата.

#### 4.4. Построение динамической модели.

##### Приведение масс и сил

При исследовании движения механизма (с одной степенью свободы), находящегося под действием сил, достаточно получить закон движения ведущего звена (или точки на нем), поскольку от него зависят законы движения остальных звеньев, машины в целом, которые нетрудно определить методами кинематики.

Положение механизма с одной степенью свободы определяется одной координатой, которую называют *обобщенной*. В качестве обобщенной координаты можно принять линейную координату точки или угловую координату вращающегося звена. Так, обобщенной координатой может быть

как дуга  $s$ , так и угол  $\varphi$  (рис. 4.3, а–в). При этом точка  $A$  или звено  $OA$  в дальнейшем явятся динамической (условной, расчетной) моделью механизма, машины, машинного агрегата и называются *точкой приведения* или *звеном приведения* соответственно. К звену или к точке приведения приводят массы всех звеньев и силы, действующие на звенья механизма. Поэтому звено и точка приведения с приведенными параметрами являются динамической моделью механизма.

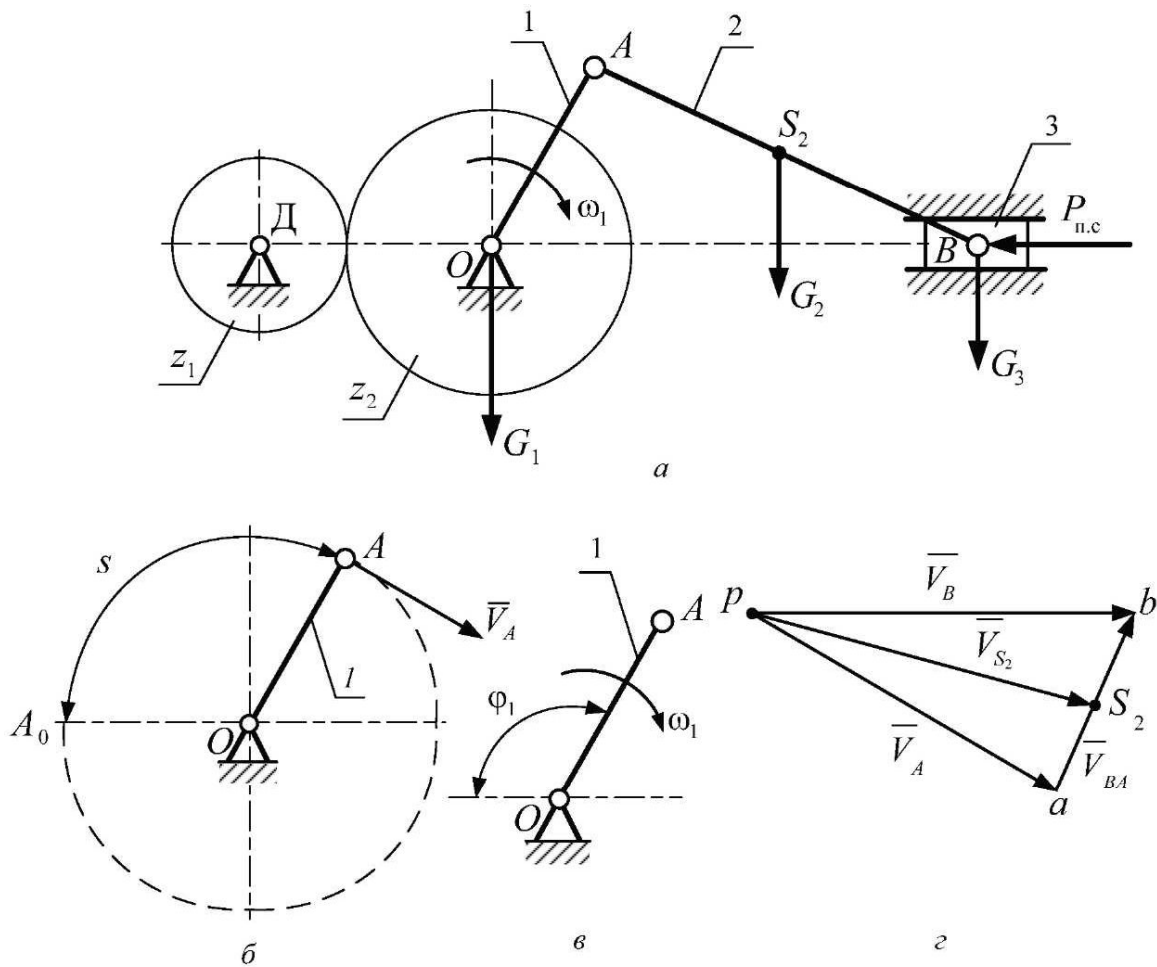


Рис. 4.3

Рассмотрим машинный агрегат, изображенный на рис. 4.3. Он состоит из двигателя  $D$ , передаточного механизма (зубчатой передачи), состоящего из зубчатых колес  $z_1$  и  $z_2$ , и рабочей машины, состоящей из звеньев  $1-3$ . Возьмем в качестве точки приведения точку  $A$ , а в качестве обобщен-

ной координаты линейную координату точки  $A$  – дугу  $s = A_0A$  (рис. 4.3, б). Умножив и разделив выражение (4.4) на  $V_A^2$ , а выражение (4.5) на  $ds_A$  – элементарное перемещение точки  $A$ , получим соответственно

$$E = \sum_1^n E_k = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \left[ m_k \frac{V_{S_k}^2}{V_A^2} + J_{S_k} \frac{\omega_k^2}{V_A^2} \right] \right\} V_A^2, \quad (4.7)$$

$$A = \sum_{k=1}^n A_k = \left[ \sum_{k=1}^n \left( \int P_k \frac{ds_k}{ds_A} \cos \alpha_k + \int M_k \frac{d\varphi_k}{ds_A} \right) \right] ds_A. \quad (4.8)$$

Умножив и разделив выражение (4.4) на  $\omega_1^2$ , а выражение (4.5) на  $d\varphi_1$ , получим соответственно

$$E = \sum_1^n E_k = \frac{1}{2} \left\{ \sum_1^n \left[ m_k \frac{V_{S_k}^2}{\omega_1^2} + J_{S_k} \frac{\omega_k^2}{\omega_1^2} \right] \right\} \omega_1^2, \quad (4.9)$$

$$A = \sum_1^n A_k = \int \left[ \sum_1^n \left( P_k \frac{ds_k}{d\varphi_1} \cos \alpha_k + M_k \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1} \right) \right] d\varphi_1. \quad (4.10)$$

Каждое слагаемое в квадратных скобках выражения (4.7) имеет размерность массы, а также условный смысл массы, сосредоточенной в точке  $A$ . В уравнении (4.9) каждое слагаемое в скобках имеет размерность момента инерции. При этом, согласно (4.7), масса и момент инерции каждого звена приводятся к точке  $A$  отдельно, и тогда приведенная масса каждого звена имеет следующее условное значение:

$$m_{np_1} = m_1 \frac{V_{S_1}^2}{V_A^2}; \quad m_{np_2} = m_2 \frac{V_{S_2}^2}{V_A^2}; \quad m_{np_n} = J_{S_n} \frac{\omega_n^2}{V_A^2}. \quad (4.11)$$

Согласно (4.9) масса и момент инерции каждого звена приводятся к вращающемуся звену  $OA$  (рис. 4.5), и тогда приведенный момент инерции каждого звена:

$$J_{np_1} = m_1 \frac{V_{S_1}^2}{\omega_1^2}; \quad J_{np_2} = m_2 \frac{V_{S_2}^2}{\omega_1^2}; \quad J_{np_n} = J_{S_n} \frac{\omega_n^2}{\omega_1^2}. \quad (4.12)$$

Таким образом, выражение в фигурных скобках (4.7) представляет собой приведенную массу механизма (машины, машинного агрегата),

которая складывается из приведенных масс всех звеньев и частей данного механизма, т. е.

$$\left\{ \sum_{k=1}^n \left[ m_k \frac{V_{S_k}^2}{V_A^2} + J_{S_k} \frac{\omega_k^2}{V_A^2} \right] \right\} = m_{\text{ип}} = m_{\text{ип}_1} + m_{\text{ип}_2} + \dots + m_{\text{ип}_n} = \sum_{k=1}^n m_{\text{ип}_k}. \quad (4.13)$$

Выражение в фигурных скобках (4.9) представляет собой приведенный момент инерции всего механизма (машинного агрегата), который складывается из приведенных моментов инерции всех звеньев и частей машины:

$$\sum_{k=1}^n \left[ m_k \frac{V_{S_k}^2}{\omega_1^2} + J_{S_k} \frac{\omega_k^2}{\omega_1^2} \right] = J_{\text{ип}} = J_{\text{ип}_1} + J_{\text{ип}_2} + \dots + J_{\text{ип}_n} = \sum_{k=1}^n J_{\text{ип}_k}. \quad (4.14)$$

Подставив (4.13) в (4.7), получим

$$E = \sum_{k=1}^n E_k = \frac{m_{\text{ип}} V_A^2}{2}. \quad (4.15)$$

Подставив (4.13) в (4.9), получим

$$E = \sum_{k=1}^n E_k = \frac{J_{\text{ип}} \omega_1^2}{2}. \quad (4.16)$$

Из равенства выражений (4.13) и (4.14), а также с учетом того, что  $V_A = \omega_1 l_{OA}$ , определим зависимость между приведенной массой и приведенным моментом инерции. Разделив (4.16) на (4.15), получим

$$J_{\text{ип}} = m_{\text{ип}} l_{OA}^2. \quad (4.17)$$

На основании (4.15) дадим определение приведенной массы. **Приведенная масса механизма** — это условная масса, сосредоточенная в точке приведения, кинетическая энергия которой равна кинетической энергии приводимых звеньев.

На основании (4.16) дадим определение приведенного момента инерции. **Приведенным моментом инерции механизма** называют условный момент инерции, которым должно обладать звено приведения, чтобы его кинетическая энергия была равна кинетической энергии приводимых звеньев. При необходимости можно массу любого звена привести к звену приведения.

Обратимся к правой части уравнения (4.3), т. е. к выражениям (4.8) и (4.10). Каждое слагаемое в круглых скобках выражения (4.8) имеет размерность силы (Н), а также условный смысл силы, приведенной к точке  $A$  и направленной параллельно скорости  $V_A$  (перпендикулярно звену  $OA$ ):

$$\begin{aligned} P_{np_1} &= P_1 \frac{ds_1}{ds_A} \cos \alpha_1 + M_1 \frac{d\varphi_1}{ds_A}; \\ P_{np_2} &= P_2 \frac{ds_2}{ds_A} \cos \alpha_2 + M_2 \frac{d\varphi_2}{ds_A}; \\ P_{np_k} &= P_k \frac{ds_k}{ds_A} + M_k \frac{d\varphi_k}{ds_A}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Каждое слагаемое в круглых скобках выражения (4.10) имеет размерность момента силы (Н · м), а также условный смысл момента силы, приведенного к звену  $OA$ , где

$$\begin{aligned} M_{np_1} &= P_1 \frac{ds_1}{d\varphi_1} \cos \alpha_1 + M_1; \\ M_{np_2} &= P_2 \frac{ds_2}{d\varphi_1} \cos \alpha_2 + M_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}; \\ M_{np_k} &= P_k \frac{ds_k}{d\varphi_1} + M_k \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Выражение в квадратных скобках формулы (4.8) можно представить как

$$\sum_{k=1}^n \left( P_k \frac{ds_k}{ds_A} \cos \alpha_k + M_k \frac{d\varphi_k}{ds_A} \right) = P_{np}. \quad (4.20)$$

Выражение в квадратных скобках (4.10) представляет собой суммарный приведенный момент силы:

$$\sum_{k=1}^n \left( P_k \frac{ds_k}{d\varphi_1} \cos \alpha_k + M_k \frac{d\varphi_k}{ds_1} \right) = M_{np}. \quad (4.21)$$

Подставив (4.20) в (4.8), получим

$$A = \sum_{k=1}^n A_k = \int P_{np} ds_A, \quad (4.22)$$

где  $\int P_{np} ds_A$  – работа приведенной силы.

Подставив (4.21) в (4.10), получим

$$A = \sum_{k=1}^n A_k = \int M_{\text{пр}} d\varphi, \quad (4.23)$$

где  $\int M_{\text{пр}} d\varphi$  – работа приведенного момента сил.

Из равенства выражений (4.22) и (4.23), принимая во внимание, что  $ds_A = l_{OA} d\varphi$ , определим зависимость между приведенной силой  $P_{\text{пр}}$  и приведенным моментом сил  $M_{\text{пр}}$ .

Поскольку  $P_{\text{пр}} ds_A = M_{\text{пр}} d\varphi$ , а  $ds_A = l_{OA} d\varphi$ , то

$$M_{\text{пр}} = P_{\text{пр}} l_{OA}. \quad (4.24)$$

Приведенную силу  $P_{\text{пр}}$  и приведенный момент сил удобнее вычислять через мощность, как первую производную от работы по времени:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

Запишем выражение элементарной работы для приведенной силы (см. (4.22) и (4.23)):

$$dA = \sum (P_k ds_k \cos \alpha_k + M_k d\varphi_k) = P_{\text{пр}} ds_A, \quad (4.25)$$

$$dA = \sum (P_k ds_k \cos \alpha_k + M_k d\varphi_k) = M_{\text{пр}} d\varphi. \quad (4.26)$$

Разделив обе части одинаковых равенств (4.25) и (4.26) на  $dt$ , получим

$$\frac{dA}{dt} = \sum \left( P_k \frac{ds_k}{dt} \cos \alpha_k + M_k \frac{d\varphi_k}{dt} \right) = P_{\text{пр}} \frac{ds_A}{dt} = M_{\text{пр}} \frac{d\varphi}{dt}$$

или

$$N = \sum (P_k V_k \cos \alpha + M_k \omega_k) = P_{\text{пр}} V_A = M_{\text{пр}} \omega_1, \quad (4.27)$$

где  $N = P_{\text{пр}} V_A$  – мощность силы, приведенной к точке  $A$ ;  $N = M_{\text{пр}} \omega_1$  – мощность приведенного момента сил к вращающемуся звену  $OA$ ;  $\sum (P_k V_k \cos \alpha_k + M_k \omega_k)$  – сумма мощностей всех сил, приложенных к механизму (машине).

На основании формулы (4.25) дадим определение приведенной силы и приведенного момента сил. **Приведенной силой** называется условная сила, приложенная к точке приведения, мощность которой равна сумме

мощностей приводимых сил. При необходимости любую силу можно привести к точке приведения (см. рис. 4.4, а).

**Приведенным моментом сил** называют условный момент, приложенный к звену приведения, мгновенная мощность которого равна сумме мощностей приводимых сил. При необходимости любую силу можно привести к звену приведения (см. рис. 4.4, б).

Подставив (4.11) и (4.20) в уравнение (4.3) и отделив движущие силы  $P_{\text{пр.д}}$  от сил сопротивления  $P_{\text{пр.с}}$ , получим

$$\Delta E = \left( \frac{m_{\text{пр}} V_A^2}{2} \right)_{i+1} - \left( \frac{m_{\text{пр}} V_A^2}{2} \right)_i = \int_{S_i}^{S_{i+1}} P_{\text{пр.д}} ds_A - \int_{S_i}^{S_{i+1}} P_{\text{пр.с}} ds_A, \quad (4.28)$$

где  $i$  – номер положения механизма.

Уравнение (4.28) является исходным при определении истинного закона движения точки  $A$  или тела, совершающего поступательное движение (см. рис. 4.4, а).

Подставив выражение (4.12) и (4.21) в уравнение (4.3), получим

$$\Delta E = \left( \frac{J_{\text{пр}} \omega^2}{2} \right)_{i+1} - \left( \frac{J_{\text{пр}} \omega^2}{2} \right)_i = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{\text{пр.д}} d\varphi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_{\text{пр.с}} d\varphi. \quad (4.29)$$

Уравнение (4.29) является исходным при определении истинного закона движения вращающегося звена  $I$  ( $OA$ ) (см. рис. 4.4, б).

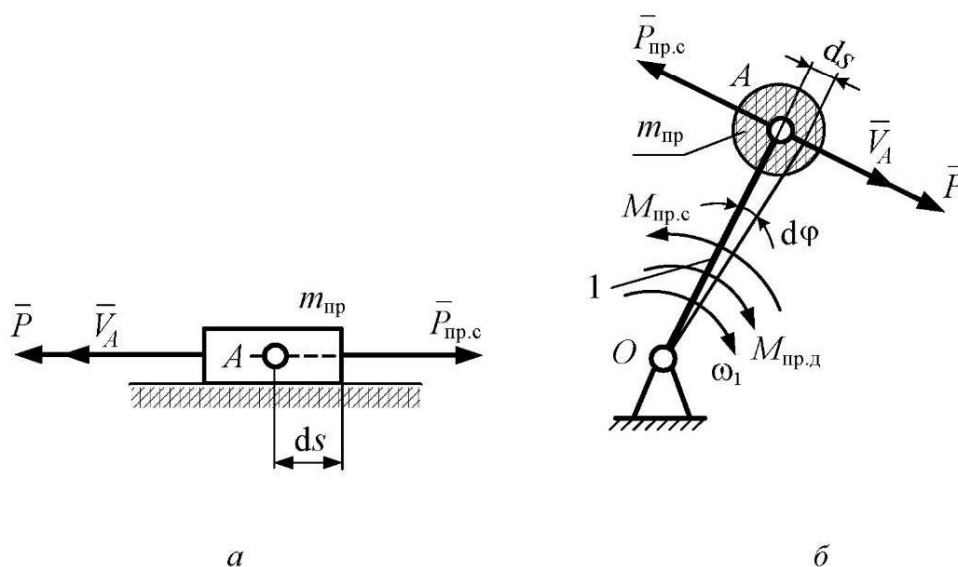


Рис. 4.4



Итак, с помощью приведения масс и сил любой механизм, машинный агрегат можно заменить динамической моделью (рис. 4.4).

В связи с вышеизложенным дадим определение динамической модели. *Динамической моделью механизма (машины, машинного агрегата) является вращающееся звено или точка на нем, которые, имея с ведущим звеном одинаковые линейные размеры и скорости, обладают, в отличие от них, кинетической энергией всего механизма и мощностью сил, приложенных к механизму.*

Приведенные массы (моменты инерции), приведенные силы (моменты сил) можно определить аналитическим, численным или графоаналитическим методами. Суть решения задачи (определения истинного закона движения машины) состоит в анализе характера изменения этих характеристик, полученных на основе исходных данных (линейных размеров, масс, звеньев механизма, сил, действующих на них, и т. д.).

#### 4.5. Уравнения движения машины

Для определения закона движения механизма с одной степенью подвижности (таких механизмов большинство) достаточно найти закон движения одного звена (ведущего), на основании которого положения остальных звеньев легко установить методами кинематики. Для этой цели обычно применяют уравнение в дифференциальной форме в виде уравнения Лагранжа второго рода (аналитический метод) либо интегральное уравнение, устанавливаемое теоремой об изменении кинетической энергии системы, которое можно решить аналитическим или графоаналитическим методом.

Уравнение движения в дифференциальной форме в общем виде представляется как

$$dE = dA, \quad (4.30)$$

где

$$dE = \frac{d\left(\frac{1}{2}J_{\text{уп}}\omega^2\right)}{d\varphi};$$

$$dA = M_{\text{уп}} \cdot d\varphi.$$

Из уравнения (4.30) следует уравнение Лагранжа второго рода

$$J_{\text{уп}}\varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \frac{\partial J_{\text{уп}}}{\partial \varphi} = M_{\text{уп}}. \quad (4.30a)$$

## 4.6. Пример определения приведенной массы, приведенного момента инерции, приведенной силы и приведенного момента сил графоаналитическим методом в общем виде

### 4.6.1. Приведение масс

Рассмотрим машинный агрегат (рис. 4.3), состоящий из двигателя Д, передаточного механизма (зубчатой передачи  $z_1, z_2$ ), кривошипно-ползунного (рычажного) механизма (1-3).

Для определения приведенной к точке А (рис. 4.4, б) массы машинного агрегата используем зависимость (4.15):

$$m_{\text{пр}} = \frac{2E}{V_A^2}. \quad (4.31)$$

Кинетическая энергия механизма

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5, \quad (4.32)$$

где  $E_1$  – кинетическая энергия кривошипа и зубчатого колеса  $z_1$ ;

$$E_1 = \frac{J_O \omega_1^2}{2};$$

$E_2$  – кинетическая энергия шатуна;

$$E_2 = \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} + \frac{J_{S_2} \omega_2^2}{2};$$

$E_3$  – кинетическая энергия ползуна;

$$E_3 = \frac{m_3 V_B^2}{2}; \quad (4.33)$$

$E_4$  – кинетическая энергия зубчатого колеса  $z_2$ ;

$$E_4 = \frac{J_{S_4} \omega_4^2}{2};$$

$E_5$  – кинетическая энергия ротора двигателя;

$$E_5 = \frac{J_p \omega_{\text{дв}}^2}{2}.$$

Подставив (4.33) в (4.32), а затем в (4.31), получим

$$m_{\text{пр}} = J_{S_1} \left( \frac{\omega_1^2}{V_A} \right) + m_2 \left( \frac{V_{S_2}}{V_A} \right)^2 + J_{S_2} \left( \frac{\omega_2}{V_A} \right)^2 + m_3 \left( \frac{V_B}{V_A} \right)^2 + J_{S_4} \left( \frac{\omega_4}{V_A} \right)^2 + J_p \left( \frac{\omega_{\text{ДВ}}}{V_A} \right)^2. \quad (4.34)$$

Выразим все скорости уравнения (4.34) с помощью отрезков плана скоростей (рис. 4.3,  $\varepsilon$ ), учитывая, что отношения угловых скоростей звеньев передаточного механизма и ротора двигателя к угловой скорости входного звена исполнительного механизма-кривошипа есть величины постоянные:

$$\frac{\omega_4}{\omega_1} = i_{41} = \text{const}; \quad \frac{\omega_{\text{ДВ}}}{\omega_1} = i_{\text{ДВ}1} = \text{const}; \quad V_A = pa \cdot \mu_V; \quad \omega_1 = \frac{V_A}{l_{OA}} = \frac{pa \cdot \mu_V}{l_{OA}};$$

$$V_B = pb \cdot \mu_V; \quad V_{S_2} = ps_2 \cdot \mu_V; \quad \omega_2 = \frac{V_{B,A}}{l_{BA}} = \frac{ab \cdot \mu_V}{l_{AB}}. \quad (4.35)$$

Подставив (4.35) в (4.34), а затем в (4.31), получим выражение

$$m_{\text{пр},1} = J_O \frac{1}{l_{OA}^2} + m_2 \frac{ps_2^2}{pa^2} + J_{S_2} \frac{ab^2}{pa^2 \cdot l_{AB}^2} + m_3 \left( \frac{pb}{pa} \right)^2 + J_{S_4} \frac{i_{41}^2}{l_{OA}^2} + J_p \frac{i_{\text{ДВ}1}^2}{l_{OA}^2}. \quad (4.36)$$

Отсюда следует, что значение приведенной массы всего механизма (машинного агрегата) примет вид

$$m_{\text{пр},4} = m_{\text{пр}1} + m_{\text{пр}2} + m_{\text{пр}3} + m_{\text{пр}4} + m_{\text{пр}5}, \quad (4.37)$$

где

$$m_{\text{пр}1} = \frac{1}{l_{OA}^2} = \text{const}; \quad m_{\text{пр}2} = m_2 \frac{ps_2^2}{pa^2} + J_{S_2} \frac{ab^2}{pa^2 \cdot l_{AB}^2} = \text{var};$$

$$m_{\text{пр}3} = m_3 \frac{pb^2}{pa^2} = \text{var}; \quad m_{\text{пр}4} = J_{S_4} \frac{i_{41}^2}{l_{OA}^2} = \text{const}; \quad m_{\text{пр}5} = J_p \frac{i_{\text{ДВ}1}^2}{l_{OA}^2} = \text{const}.$$

Обозначим постоянную часть приведенной массы через  $m_{\text{пр}1}$ , а переменную – через  $m_{\text{пр}II}$ . Тогда

$$m_{\text{пр},4} = m_{\text{пр}1} + m_{\text{пр}II},$$

где

$$m_{\text{пр}1} = m_{\text{пр}1} + m_{\text{пр}4} + m_{\text{пр}5} = \text{const};$$

$$m_{\text{пр}II} = m_2 \frac{ps_2^2}{pa^2} + J_{S_2} \frac{ab^2}{pa^2 \cdot l_{AB}^2} + m_3 \frac{pb^2}{pa^2} = \text{var}.$$

Для того чтобы определить приведенный к вращающемуся звену момент инерции  $J_{пр1}$ , воспользуемся либо формулой (4.16):  $J_{пр} = \frac{2I'}{\omega_1^2}$ , либо формулой (4.17):  $J_{пр} = m_{пр} l_{O1}^2$ .

Чтобы определить характер изменения массы или приведенного момента инерции (кинетической энергии) механизма (машины, машинного агрегата) за цикл движения машины, необходимо вычислить их значения в конкретных последовательных положениях механизма. Для этого по формуле (4.36) необходимо выполнить вычисления, заполнить таблицу и построить график  $[m_{пр}, \varphi]$  либо график  $[J_{пр}, \varphi]$ .

Анализ выражения (4.36) позволяет отметить несколько характерных свойств приведенной массы или приведенного момента инерции. Приведенная масса, приведенный момент инерции вращающегося звена, связанного со звеном приведения постоянным передаточным отношением, есть величина постоянная. Приведенные массы (моменты инерции) звеньев 2, 3, рычажного механизма – величины переменные, а следовательно, приведенная масса (момент инерции) машины есть величина переменная.

Сгруппируем члены в правой части (4.14) таким образом, чтобы определить переменную и постоянную часть момента инерции (массы):

$$J_{пр} = J_{прI} + J_{прII}, \quad (4.38)$$

где

$$J_{прI} = J_{пр1} + J_{пр4} + J_{пр5} = \text{const}; \quad J_{прII} = J_{пр2} + J_{пр3} = \text{var}. \quad (4.39)$$

Таким образом может быть определен приведенный момент инерции любого механизма, машины, машинного агрегата. Для ряда механизмов (зубчатых и других) переменное слагаемое равно нулю. Для таких механизмов приведенный момент инерции (приведенная масса) есть величина постоянная.

В выражение (4.36) входят лишь отношения отрезков плана скоростей, конфигурация которых в данном положении механизма не зависит от величины скорости точки или звена приведения. Значит, закон изменения приведенной массы (приведенного момента инерции) не зависит от скорости звена приведения.

Планы скоростей для рычажных механизмов меняются от положения к положению, поэтому изменяются и отношения отрезков планов скоростей. Следовательно, приведенная масса (приведенный момент инерции) является функцией положения механизма (функцией обобщенной координаты) или

$$m_{пр} = m_{пр}(\varphi); \quad J_{пр} = J_{пр}(\varphi).$$

#### 4.6.2. Приведение сил

Пусть на исполнительный механизм (рис. 4.3) действуют силы: вес второго звена  $G_2$  и сила полезного сопротивления  $P_{п.с.}$ , приложенная к звену 3 в противоположную сторону движения (скорости). Для определения силы, приведенной к точке  $A$  звена  $OA$ , используем формулы уравнения мощностей (4.27):

$$G_2 V_{S_2} \cos \alpha_2 + P_{п.с.} V_B \cos 180^\circ = P_{пр} V_A. \quad (4.40)$$

Точка  $A$  в данном случае является точкой приведения (динамической моделью механизма). Приложим к точке  $A$  уравновешивающую силу  $P_{ур} = -P_{пр}$  (см. рис. 4.5). Тогда уравнение (4.40) запишем в следующем виде:

$$P_{ур} V_A + G_2 V_{S_2} \cos \alpha_2 + P_{п.с.} V_B \cos 180^\circ = 0. \quad (4.41)$$

Н. Е. Жуковский предложил решать подобные уравнения с помощью планов скоростей. Такой метод решения стали называть *методом рычага Жуковского*.

Суть данного метода состоит в следующем. Скорости в уравнении (4.41) определяются с помощью отрезков плана скоростей:

$$V_A = pa \cdot \mu_V; V_B = pb \cdot \mu_V; V_{S_2} = ps_2 \cdot \mu_V. \quad (4.42)$$

Подставив (4.42) в (4.41), получим

$$P_{ур} pa + G_2 ps_2 \cos \alpha_2 - P_{п.с.} pb = 0. \quad (4.43)$$

Если повернуть все силы на плане механизма вокруг своих точек приложения на  $90^\circ$  в одном направлении (по часовой или против часовой стрелки) и перенести повернутые силы, в том числе уравновешивающую, в соответствующие точки плана скоростей, то каждый член уравнения (4.43) представляет собой момент силы относительно полюса плана  $p$ , ибо  $ps_2 \cos \alpha_2 = h_2$  – плечо силы тяжести  $G_2$ , а  $pa$  и  $pb$  – плечи сил  $P_{ур}$  и  $P_{п.с.}$  (рис. 4.6).

По форме уравнение (4.43) является уравнением равновесия рычага, ось вращения которого проходит через полюс  $p$  (рычаг Жуковского). Можно повернуть на  $90^\circ$  в любую сторону не силы, а план скоростей, а силы перенести в соответствующие точки параллельно самим себе – и ничего не изменится (4.43). Решаем уравнение моментов всех сил относительно полюса плана скоростей (силы, проходящие через полюс, момента не создают, поэтому на рис. 4.6 и в уравнении (4.43) не участвуют).

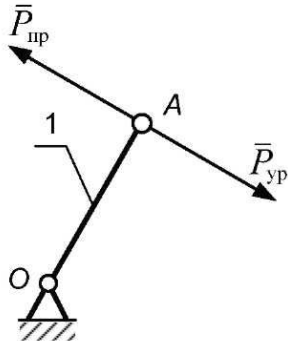


Рис. 4.5

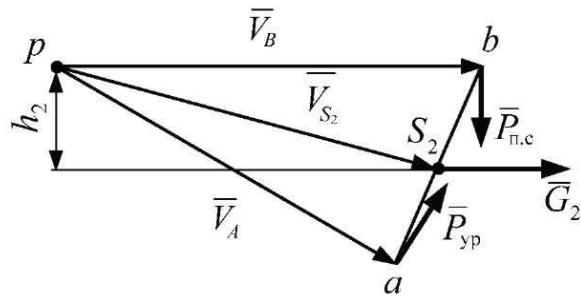


Рис. 4.6

В уравнении (4.43) одно неизвестное –  $P_{yp}$ . Выразив  $P_{yp}$  из (4.43), определим и приведенную силу:

$$P_{yp} = -P_{пр} = P_{п.с} \frac{pb}{pa} - G_2 \frac{h_2}{pa}. \quad (4.44)$$

Если к какому-либо звену приложен момент сил  $M$ , то его следует представить в виде пары сил, приложенных, например, к концам звена (перпендикулярно звену):

$$P'_M = P''_M = \frac{M}{l},$$

где  $l$  – длина звена, к концам которого прикладываются силы пары сил  $P'_M$  и  $P''_M$ .

При этом момент пары сил должен быть направлен в ту же сторону, что и заменяемый момент сил (см. рис. 4.7, а). На рычаге Жуковского прикладываем только пары сил (рис. 4.7, б).

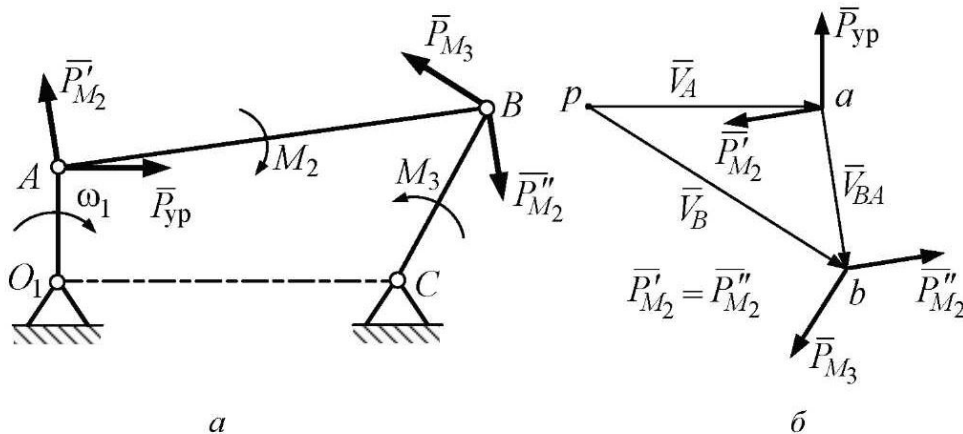


Рис. 4.7

Здесь уравнение равновесия рычага имеет следующий вид:

$$P_{yp} \cdot pa + P'_{M_2} \cdot ab - P_{M_3} \cdot pb = 0.$$

Из выражения (4.44) следует, что величина приведенной силы, как и приведенного момента инерции, зависит не от угловой скорости ведущего звена, а от положения механизма:

$$P_{пр} = P_{пр}(\varphi).$$

Для определения приведенного момента сил воспользуемся уравнением мощностей (4.27):

$$M_{пр} = \sum (P_k V_{S_k} \cos \alpha_k + M_k \omega_k) \text{ или } M_{пр} = P_{пр} l_{ол}.$$

Приведенные массы (моменты инерции), приведенные силы (моменты сил) можно определить аналитическим или графоаналитическим методами. Суть решения задачи состоит в анализе характера изменения этих характеристик, полученных на основе исходных данных (линейных размеров, масс звеньев механизма, сил, действующих на них, и т. д.).

## 4.7. Решение уравнений динамики графоаналитическим методом

### 4.7.1. Метод Виттенбауэра

Для решения интегральных уравнений (4.28), (4.29) предложено несколько графоаналитических методов: методы Мерцалова, Зиновьева, Гутьяра и др. Суть этих методов заключается в построении ряда диаграмм, показывающих изменение приведенной силы (момента сил), работ движущих сил  $A_d$  и сил сопротивления  $A_c$ , их алгебраической суммы ( $A_d - A_c$ ), равной изменению кинетической энергии  $\Delta E$ , приведенной массы  $m_{пр}$  или приведенного момента инерции  $J_{пр}$  в зависимости от времени или угла поворота ведущего звена.

Остановимся на решении уравнений (4.28), (4.29) на базе диаграммы энергомасс за цикл работы машины. Диаграмма энергомасс, изображенная на рис. 4.8, представляет зависимость между кинетической энергией  $E$  машины и ее приведенным моментом  $J_{пр}$ . Кривая  $E = E(J_{пр})$ , которая известна как *кривая Виттенбауэра*, позволяет определить максимальное изменение кинетической энергии и угловую скорость  $\omega$  звена приведения в любом

положении механизма. Возьмем, например, точку, соответствующую  $k$ -му положению механизма, и соединим ее с началом координат.

Кинетическую энергию вращающегося звена приведения (машины) в  $k$ -м положении определяют как

$$E_k = \frac{J_{\text{пр}k} \omega_k^2}{2},$$

откуда

$$\omega_k^2 = \frac{2E_k}{J_{\text{пр}k}}, \quad (4.45)$$

где

$$E_k = y_k \mu_E, \quad J_{\text{пр}k} = x_k \mu_J,$$

где  $y_k$  и  $x_k$  – отрезки, изображающие в соответствующих масштабах кинетическую энергию и приведенный момент инерции машины.

Формула (4.45) является основанием для построения диаграммы энергомасс. Подставив два последних равенства в (4.45), получим

$$\omega_k^2 = 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \frac{y_k}{x_k} = 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \text{tg } \psi_k, \quad (4.46)$$

откуда

$$\text{tg } \psi_k = \frac{1}{2} \frac{\mu_J}{\mu_E} \omega_k^2.$$

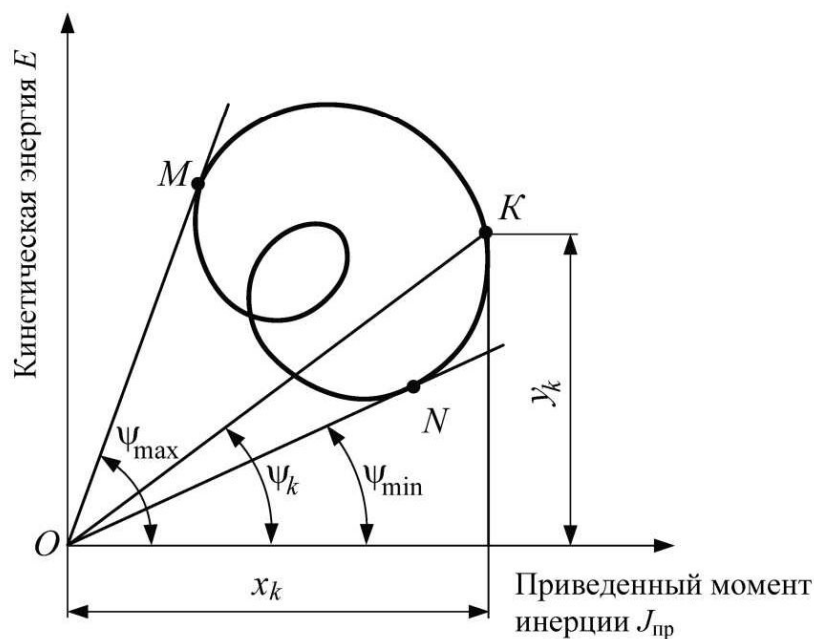


Рис. 4.8



Таким образом можно определить угловую скорость  $\omega$  звена приведения для любого положения механизма. Наибольшая угловая скорость  $\omega_{\max}$  и наименьшая  $\omega_{\min}$  соответствуют углам  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$ . Им соответствуют точки касания ( $M$  и  $N$ ). При этом

$$\omega_{\max}^2 = 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\max}, \quad (4.47)$$

$$\omega_{\min}^2 = 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\min}. \quad (4.48)$$

Известно (см. выше), что

$$E = E_0 + \Delta E, \quad J_{\text{уп}} = J_{\text{уп1}} + J_{\text{упн}},$$

где  $E, E_0$  – кинетическая энергия машинного агрегата в конце и начале рассматриваемого движения;  $\Delta E$  – приращение кинетической энергии;  $J_{\text{уп}}$  – приведенный момент инерции машинного агрегата;  $J_{\text{уп1}}, J_{\text{упн}}$  – постоянная и переменная составляющие приведенного момента инерции машинного агрегата (рис. 4.3).

Приращение кинетической энергии  $\Delta E$  определяется формулой (4.29), формула (4.45) определяет зависимость между кинетической энергией  $E$  и приведенным моментом инерции  $J_{\text{уп}}$  и служит основанием для определения истинного закона изменения угловой скорости ведущего звена на основе диаграммы энергомаасс  $[E, J_{\text{упн}}]$ .

Для машинного агрегата сложно определить кинетическую энергию  $E$ , поэтому переход к полной диаграмме энергомаасс  $E = E(J_{\text{уп}})$  ведут от неполной диаграммы  $\Delta E = \Delta E(J_{\text{упн}})$ .

#### 4.7.2. Порядок построения диаграммы энергомаасс

Взяв в качестве динамической модели вращающееся звено (звено приведения) и исходя из формулы (4.29), выполняют следующие построения:

- 1) диаграмму приведенных сил сопротивления и движущих сил  $[M_{\text{уп.д}}, \varphi]$  и  $[M_{\text{уп.с}}, \varphi]$ ;
- 2) диаграмму работ сил сопротивления и работ движущих сил  $[A_{\text{с}}, \varphi]$ ,  $[A_{\text{д}}, \varphi]$ ;
- 3) диаграмму приращения кинетической энергии  $[\Delta E = (A_{\text{д}} - A_{\text{с}}), \varphi]$ ;
- 4) диаграмму переменной части приведенного момента инерции  $[J_{\text{упн}}, \varphi]$ ;
- 5) диаграммы энергомаасс  $[\Delta E, J_{\text{упн}}]$ .

Рассмотрим построение зависимости  $\Delta E = \Delta E(J_{\text{пр.п}})$ . Для этого необходимо вычертить  $n$  совмещенных планов положений механизма, соответствующих одному обороту ведущего звена. Если рабочий цикл машины завершается за два оборота ведущего звена, то строят  $2n$  положений.

Далее строят 12 (24) планов скоростей и с помощью рычага Жуковского выполняют приведение сил: определяют приведенный момент сил сопротивления  $M_{\text{пр.с}}$ . Силы сопротивления обычно задаются индикаторной диаграммой. В расчетах учитываются также силы тяжести некоторых звеньев (если они составляют не менее 10–15 % от максимального значения силы сопротивления).

Строят зависимость  $M_{\text{пр.с}}$  от угла поворота  $\varphi$  ведущего звена в выбранных масштабах  $\mu_M$  и  $\mu_\varphi$ .

Графически проинтегрировав диаграмму  $M_{\text{пр.с}}(\varphi)$ , получают диаграмму работ сил сопротивления за период. На этом графике строят диаграмму работ движущих сил  $A_d = A_d(\varphi)$ . При этом предполагается, что приведенный момент движущих сил  $M_{\text{пр.д}}$  – величина постоянная и, следовательно, его работа пропорциональна углу поворота ведущего звена. Это выражается прямолинейным графиком. При установившемся движении за период  $A_d = A_c(\varphi)$  (в начале и в конце цикла), поэтому для построения графика  $A_d$  нужно соединить прямой начальную и конечную точки диаграммы  $A_c(\varphi)$ .

Методом графического дифференцирования  $A_d$  строят диаграмму приведенного момента движущих сил  $M_{\text{пр.д}}$ .

Производят алгебраическое сложение ординат диаграмм  $A_d$  и  $A_c$  на основе уравнения

$$\Delta E = (A_d - A_c), \quad \Delta E = \Delta E(\varphi)$$

и строят график приращения кинетической энергии.

Вычисляют для всех положений приведенные моменты инерции  $J_{\text{пр.п}}$  механизма по формуле (4.14). Строят диаграмму  $J_{\text{пр.п}}(\varphi)$  в масштабе  $\mu_J$ .

Методом графического исключения параметра  $\varphi$  на основе графиков  $\Delta E = \Delta E(\varphi)$  и  $J_{\text{пр.п}} = J_{\text{пр.п}}(\varphi)$  строят неполную диаграмму энергомасс – петлю Виттенбауэра (рис. 4.9).

От неполной диаграммы энергомасс легко перейти к полной диаграмме  $E = E(J_{\text{пр}})$ , имея значение коэффициента неравномерности хода  $\delta$ .

Выведем формулы для вычисления углов  $\psi_{\text{max}}$  и  $\psi_{\text{min}}$  (рис. 4.8). Ранее было показано, что

$$\omega_{\text{cp}} = \frac{\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}}{2}; \quad \delta = \frac{\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}}{\omega_{\text{cp}}}.$$

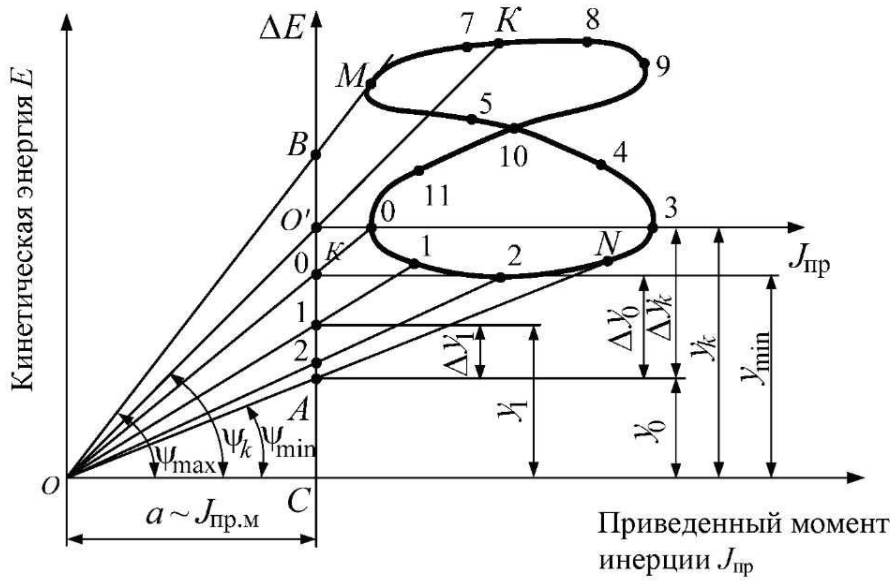


Рис. 4.9

Отсюда

$$\begin{cases} \omega_{\max} + \omega_{\min} = 2\omega_{\text{ср}}; \\ \omega_{\max} - \omega_{\min} = \omega_{\text{ср}}\delta. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получим

$$\omega_{\max} = \omega_{\text{ср}}(1 + \delta/2); \quad \omega_{\min} = \omega_{\text{ср}}(1 - \delta/2). \quad (4.49)$$

Возведем эти уравнения в квадрат и, пренебрегая членом  $\delta^2/4$  ввиду его малости, получим

$$\omega_{\max}^2 = \omega_{\text{ср}}^2(1 + \delta), \quad \omega_{\min}^2 = \omega_{\text{ср}}^2(1 - \delta). \quad (4.50)$$

Подставив (4.50) в (4.47) и (4.48), получим

$$\text{tg } \psi_{\min} = \frac{\mu_J}{2\mu_E} \omega_{\text{ср}}^2 (1 - \delta) = \frac{\mu_J}{2\mu_E} \omega_{\min}^2. \quad (4.51)$$

Проведем к кривой неполной диаграммы энергомасс касательные под углами  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$  (рис. 4.9), которые соответствуют  $\omega_{\max}$  и  $\omega_{\min}$ . Получим новый центр координат и полную диаграмму энергомасс  $E = E(J_{\text{пр}})$ . Расстояния между осями координат соответствуют  $E_0 = y_0\mu_E$  (начальное значение кинетической энергии) и  $J_{\text{пр.м}} = a\mu_J$  (постоянная часть приведенного момента инерции).

### 4.7.3. Регулирование установившегося движения машины

Периодическое (установившееся) движение машины характеризуется колебаниями угловой скорости ведущего звена (звена приведения). Эти колебания количественно оцениваются коэффициентом неравномерности хода  $\delta$  (4.48). Изменение угловой скорости вызывает в кинематических парах дополнительные (динамические) давления, которые снижают КПД машины, ее надежность и долговечность, ухудшают рабочий процесс машины. Поэтому каждой машине соответствует свой коэффициент  $\delta$ . Некоторые допустимые значения  $\delta$  приведены в табл. 4.1.

Если коэффициент неравномерности  $\delta$  машинного агрегата превышает допустимый, то возникает задача уменьшить его до допустимых пределов.

Проанализируем уравнение (4.29). Пусть  $J_{\text{прII}} = 0$ , тогда  $J_{\text{пр}} = J_{\text{прI}} = \text{const}$ . Согласно (4.29)

$$\frac{1}{2} J_{\text{прI}} [(\omega)_{i+1}^2 - (\omega)_i^2] = A_d - A_c, \quad (4.52)$$

откуда

$$\Delta\omega^2 = (\omega)_{i+1}^2 - (\omega)_i^2 = \frac{2(A_d - A_c)}{J_{\text{прI}}} = \frac{2\Delta E}{J_{\text{прI}}}. \quad (4.53)$$

Отсюда следуют два способа уменьшения колебаний угловой скорости:

- 1)  $\Delta\omega \rightarrow 0$ , когда  $J_{\text{прI}} \rightarrow \infty$ ;
- 2)  $\Delta\omega \rightarrow 0$ , когда  $(A_d - A_c) \rightarrow 0$ .

Второй метод регулирования колебаний угловой скорости заключается в создании дополнительных переменных моментов, противоположных по знаку возмущающим моментам. Это можно достичь применением разгрузателей. Введение разгружающего устройства (за счет наличия в нем сил трения) приводит к увеличению сил сопротивления и, следовательно, расхода энергии.

Подробнее рассмотрим способ увеличения приведенного момента инерции  $J_{\text{прI}}$ . Ранее было показано, что приведенный момент инерции складывается из двух частей: постоянной  $J_{\text{прI}}$  и переменной  $J_{\text{прII}}$ . Переменная часть  $J_{\text{прII}}$  обусловлена неравномерным распределением масс звеньев, движущихся с ускорениями относительно центра масс системы. Это вызывает появление сил инерции и реактивных сил в звеньях механизма, опорах, фундаменте. Следовательно, увеличивать  $J_{\text{прII}}$  нельзя – его

нужно уменьшать. Поэтому неравномерность хода можно уменьшить лишь увеличением постоянной части  $J_{пр1}$  приведенного момента инерции. Эта часть представлена массами и моментами инерции звеньев, движущихся с постоянной угловой скоростью. Массы и моменты инерции звеньев связаны с массой (моментом инерции) звена приведения постоянными передаточными отношениями.

Если при постоянном моменте инерции  $J_{пр1}$  неравномерность хода превышает пределы допустимой, то разность между приведенным моментом инерции необходимых маховых масс  $J_{пр.м}$  и имеющимся постоянным  $J_{пр1}$  (является моментом инерции собственных маховых масс) определит дополнительный момент инерции  $J_M$ . Его может обеспечить установка в машине дополнительной (маховой) массы маховика. Момент инерции маховика  $J_M$  рассчитывают как

$$J_M = J_{пр.м} - J_{пр1}. \quad (4.54)$$

В свою очередь, постоянная часть приведенного момента инерции складывается из приведенных моментов инерции отдельных элементов машины:

$$J_{пр1} = J_{пр.р} + J_{пр.п.м} + J_{пр.кр}, \quad (4.55)$$

где  $J_{пр.р}$  – приведенный к кривошипу момент инерции ротора двигателя;  $J_{пр.п.м}$  – приведенный к кривошипу момент инерции передаточного механизма;  $J_{пр.кр}$  – момент инерции кривошипа (можно в качестве звена приведения взять ротор двигателя).

Для заданного коэффициента  $\delta$  определим необходимый приведенный момент инерции  $J_{пр.м}$ . Согласно (4.50), (4.51) и рис. 4.9 получим

$$\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 = \frac{2\mu_E}{\mu_J} (\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min}) = \frac{2\mu_E}{\mu_J} \frac{AB}{OC} = \frac{2\mu_E}{J_{пр.м}} \frac{AB}{OC} = 2\delta\omega_{\text{ср}}^2, \quad (4.56)$$

$$\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 = \frac{2\Delta E'_{\max}}{J_{пр.м}}. \quad (4.57)$$

Приравняв правые части одинаковых равенств (4.56) и (4.57), получим

$$\frac{2\Delta E'_{\max}}{J_{пр.м}} = 2\delta\omega_{\text{ср}}^2. \quad (4.58)$$

Отсюда следует, что

$$J_{пр.м} = \frac{\Delta E'_{\max}}{\delta\omega_{\text{ср}}^2} = \frac{\mu_E}{\delta} \frac{AB}{OC}. \quad (4.59)$$

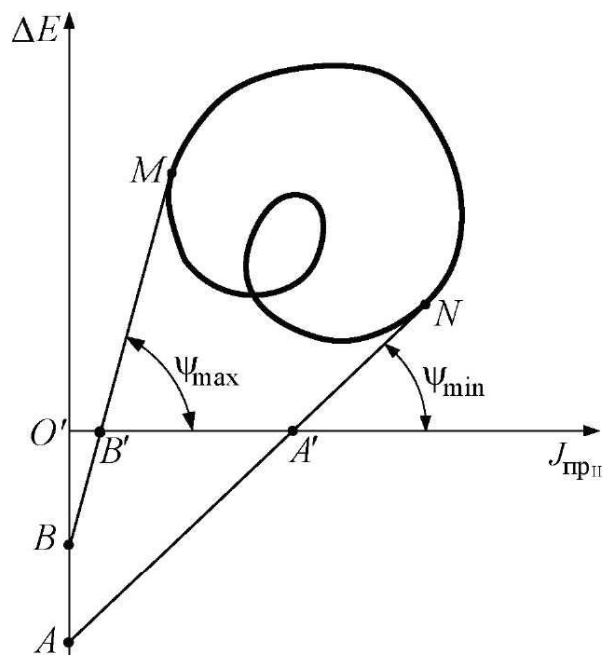


Рис. 4.10

При больших значениях углов  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$  касательные к петле не пересекают ось  $\Delta E$  в пределах чертежа. Они пересекают ось  $J_{\text{прп}}$  в точках  $A'$  и  $B'$  (рис. 4.10). В этом случае отрезок  $AB$ , если точки  $A$  и  $B$  не попадают в область графика, можно вычислить следующим образом:

$$AB = O'B' \operatorname{tg} \psi_{\min} - O'A' \operatorname{tg} \psi_{\max}. \quad (4.60)$$

Для определения момента инерции маховика методом Виттенбауэра (при  $M_d = \text{const}$ ) предварительно построим диаграмму энергомасс (рис. 4.9). Далее на основе заданного коэффициента  $\delta$  находим отрезок  $AB$  и рассчитываем момент  $J_{\text{пр.м}}$  по (4.59).

Вычисляем момент инерции маховика  $J_M$ . Маховик представляет собой стальное или чугунное колесо, основная масса которого сосредоточена в ободе (рис. 4.11). Маховик является аккумулятором кинетической энергии механизмов машины, накапливая ее во время ускоренного движения и отдавая обратно при замедленном движении. Собственный момент инерции маховика определяется как

$$J_M = mD_{\text{cp}}^2 / 4, \quad (4.61)$$

где  $m$  – масса маховика;  $D_{\text{cp}}$  – средний диаметр обода маховика.

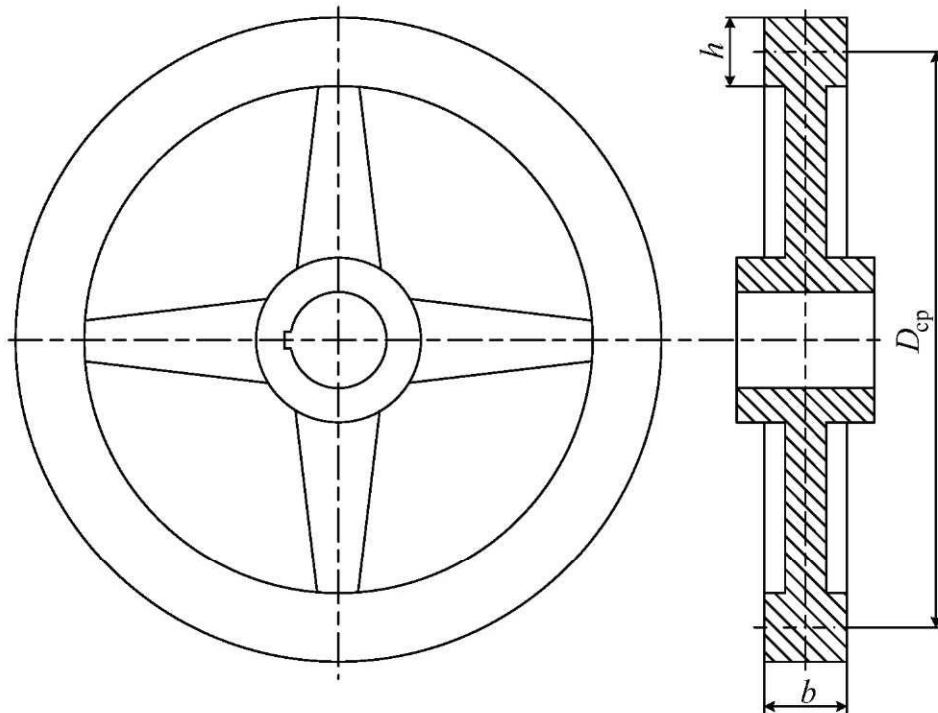


Рис. 4.11

Выразим массу  $m$  через объем и плотность  $\rho$  материала маховика. Определим объем обода маховика как объем равновеликого параллелепипеда:

$$V = \pi D_{\text{ср}} b h,$$

тогда

$$m = \rho V = \rho \pi D_{\text{ср}} b h = \rho \pi D_{\text{ср}}^3 k_1 k_2,$$

где

$$k_1 = b / D_{\text{ср}}, \quad k_2 = h / D_{\text{ср}} \left( k_2 = 0,1 - 0,2; k_1 = \frac{2}{3} k_2 \right).$$

Подставив значение массы  $m$  в (4.61), получим

$$D_{\text{ср}} = \sqrt[5]{4J_{\text{М}} / \pi k_1 k_2 \rho}. \quad (4.62)$$

Из уравнения (4.62) следует, что для уменьшения металлоемкости маховика выгодно увеличивать его диаметр. Однако это противоречит требованию малых габаритов. Увеличение диаметра ограничивается критической угловой скоростью.

При посадке маховика на вал, угловая скорость которого  $\omega_i > \omega_{\text{кр}}$ , должно соблюдаться условие равенства кинетических энергий

$$J_{\text{М}_i} \omega_i^2 / 2 = J_{\text{М}} \omega_{\text{кр}}^2 / 2,$$

следовательно, момент инерции маховика на валу  $i$

$$J_{M_i} = J_M (\omega_{кр} / \omega_i)^2 = J_M i_{кр}^2. \quad (4.63)$$

Таким образом, при посадке маховика на быстроходном валу его момент инерции уменьшается обратно пропорционально квадрату передаточного отношения  $i_{кр}$ . Соответственно меньше будут габариты маховика. Часто таким быстроходным валом является вал двигателя. Тогда момент инерции маховика на валу двигателя

$$J_{M_{дв}} = J_M i_{кр.дв}^2 = \frac{J_M}{i_{дв.кр}^2}.$$

#### 4.8. Динамическое исследование шестизвенного рычажного механизма с качающейся кулисой графоаналитическим методом

Требуется произвести динамический анализ и синтез, т. е. предусмотреть меры, обеспечивающие допустимый уровень колебаний угловой скорости машинного агрегата, в котором исполнительным механизмом является шестизвенный рычажный механизм с качающейся кулисой (см. рис. 2.19). (Подобные механизмы применяют в ткацком, сельскохозяйственном, транспортном, пищевом машиностроении.)

Известны его геометрические параметры:  $l_{OA} = 0,10$  м;  $l_{BC} = 0,20$  м;  $l_{AB} = 0,25$  м;  $l_{BE} = 0,25$  м;  $l_a = 0,30$  м;  $l_b = 0,20$  м;  $\angle ABC = 90^\circ$ .

Массы:  $m_1 = 0,8$  кг;  $m_2 = 9,24$  кг;  $m_3 = 3,75$  кг;  $m_4 = 2,40$  кг;  $m_5 = 4,0$  кг.

Моменты инерции:

$$J_{S_1} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad J_{S_2} = 577 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{S_3} = 234,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad J_{S_5} = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Сила полезного сопротивления, действующая при рабочем ходе машины,  $P_{п.с} = 500$  Н приложена к точке  $D$  перпендикулярно звену  $FD$ , частота вращения кривошипа  $n_{кр}$  ( $n_{OA}$ ) = 250 об/мин. Ограничимся решением задачи в первом приближении, т. е. будем считать  $\omega_0 = \omega_{ср} = \text{const}$  и  $M_d = \text{const}$ . Допустимый коэффициент неравномерности  $\delta = 0,1$ .

##### 4.8.1. Выбор и математическое описание динамической модели

В качестве динамической модели машинного агрегата возьмем вращающееся звено привода, которое имеет с ведущим звеном (кривошипом) одинаковую длину и скорость (рис. 4.12, б). Его кинетическая энергия



равна кинетической энергии всего машинного агрегата, а мощность момента равна мощности всех внешних сил, действующих на машинный агрегат и являющихся функцией положения звена приведения.

Математическое описание динамической модели возьмем в виде (4.29):

$$\frac{1}{2} J_{i+1} (\omega_{i+1})^2 - \frac{1}{2} J_i (\omega_i)^2 = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_d d\varphi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_c d\varphi.$$

В данном уравнении неизвестен закон изменения угловой скорости звена приведения  $\omega(\varphi)$ . Решим уравнение (4.29), для чего выполним следующие действия:

1) численно определим  $M_{\text{пр.с}}$  в последовательных положениях механизма;

2) построим график  $[M_{\text{пр.с}}, \varphi]$ ;

3) численно определим  $J_{\text{пр.п}}$  (переменного приведенного момента инерции) и построим график  $[J_{\text{пр.п}}, \varphi]$ ;

4) определим  $M_d = \text{const}$  как  $M_d = -\frac{\sum M_c}{n}$ , где  $n$  – число положений механизма, и проинтегрируем момент движущих сил по углу поворотов  $\varphi$ :

$$\int_{\varphi} M_d d\varphi = M_d \varphi,$$

где при  $\varphi = 0 \rightarrow M_d = 0$ ; при  $\varphi = 2\pi \rightarrow A_d = M_d 2\pi$ ;

5) найдем разность интегралов:

$$\int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_d d\varphi - \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} M_c d\varphi = \Delta E = A_d - A_c;$$

6) пользуясь последним равенством, построим график  $[\Delta E, \varphi]$ ;

7) на основе диаграмм  $[\Delta E, \varphi]$  и  $[J_{\text{пр.п}}, \varphi]$  построим диаграмму энергомасс  $[\Delta E, J_{\text{пр.п}}]$ ;

8) произведем оценку неравномерности и при необходимостиотрегулируем ее с помощью маховика.

#### 4.8.2. Построение планов положений

В масштабе  $\mu_l$  построим 12 кинематических схем механизма (см. рис. 4.12, а). Методика построения 12 кинематических схем приведена в параграфе 2.1.

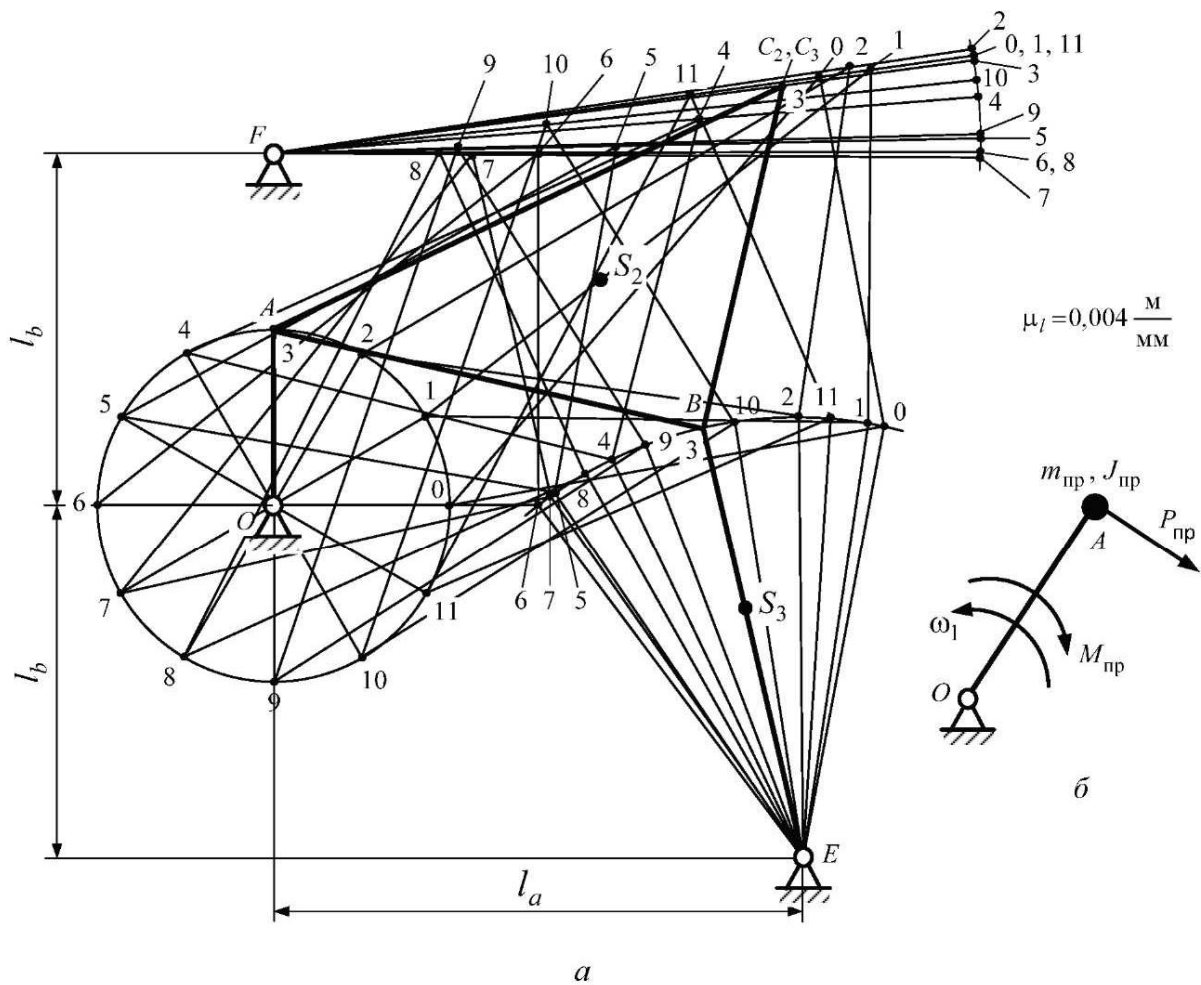


Рис. 4.12

Определим пределы рабочего хода механизма. Рабочий ход в одну сторону и холостой в обратную соответствуют углу поворота или линейному перемещению ведомого звена от одного крайнего положения до другого. Эти ходы равны. Однако с целью увеличения КПД механизма желательно, чтобы ведомое звено при холостом ходе быстрее возвращалось в положение рабочего хода. Это условие выполнится, если угол поворота ведущего звена  $\varphi_{р.х.}$ , соответствующий холостому ходу, будет меньше, чем угол  $\varphi_{р.х.}$ , соответствующий рабочему ходу.

Для определения пределов рабочего хода проанализируем план положений механизма. Отметим крайние положения ведущего звена, соответствующие крайним положениям ведомого звена. Получим два угла. Большой угол соответствует рабочему ходу, границы угла – пределам этого хода. На рис. 4.12, а этими пределами являются положения 2 и 8.

На рис. 4.12, б представлена динамическая модель машинного агрегата – звено привода.

### 4.8.3. Определение приведенного момента сил

Приведенный момент сил определим по формуле (4.24):

$$M_{\text{пр}} = P_{\text{пр}} l_{OA},$$

где  $P_{\text{пр}} = -P_{\text{ур}}$ .

Уравновешивающую силу  $P_{\text{ур}}$  определим с помощью рычага Жуковского.

Построим 12 рычагов Жуковского для определения приведенной силы. Для этого используем 12 планов скоростей, соответствующих построенным кинематическим схемам. Перенесем на план скоростей все внешние силы, действующие на механизм, предварительно повернув их на  $90^\circ$  против часовой стрелки или по часовой стрелке. Точка приложения повернутой силы на плане скоростей – конец вектора скорости соответствующей точки звена (рис. 4.13).

Поскольку сила полезного сопротивления действует только при рабочем ходе, перенесем ее на те планы скоростей, которые соответствуют рабочему ходу (рис. 4.13).

Уравновешивающую силу  $P_{\text{ур}}$  перенесем в точку  $a$  всех планов скоростей, вес  $G_2$  – во все точки  $s_2$ , соответствующие центру тяжести звена 2.

Представим план скоростей в виде жесткой системы, закрепленной на оси  $p$  – полюса плана скоростей. Силы, приложенные к ней, создают вращающие моменты. Чтобы система находилась в равновесии, необходимо уравновесить моменты вращения (условие равновесия рычага). Значит, момент уравновешивающей силы должен быть равен по величине сумме моментов внешних сил и иметь противоположный знак. Это условие выражается уравнением

$$P_{\text{ур}} \cdot pa - G_2 h_2 - P_{\text{н.с}} \cdot pd = 0,$$

где  $pa = 50$  мм;  $G_2 = 90,55$  Н;  $P_{\text{н.с}} = 500$  Н. Здесь учитываем силу тяжести второго звена, так как, согласно принципу уравновешенности вращающихся масс, силы тяжести первого, четвертого и пятого звена приложены к центрам тяжести, лежащим на неподвижных осях вращения (условно это не показано), силой тяжести камня пренебрегаем.

Предпосылками данного уравнения, а также уравнения для определения  $M_{\text{пр}}$  являются формулы (4.20) и (4.27).

Из уравнения определяем уравновешивающую силу  $P_{\text{ур}}$ , а следовательно, приведенный момент сил

$$M_{\text{пр}} = P_{\text{пр}} l_{OA} = -P_{\text{ур}} l_{OA}.$$

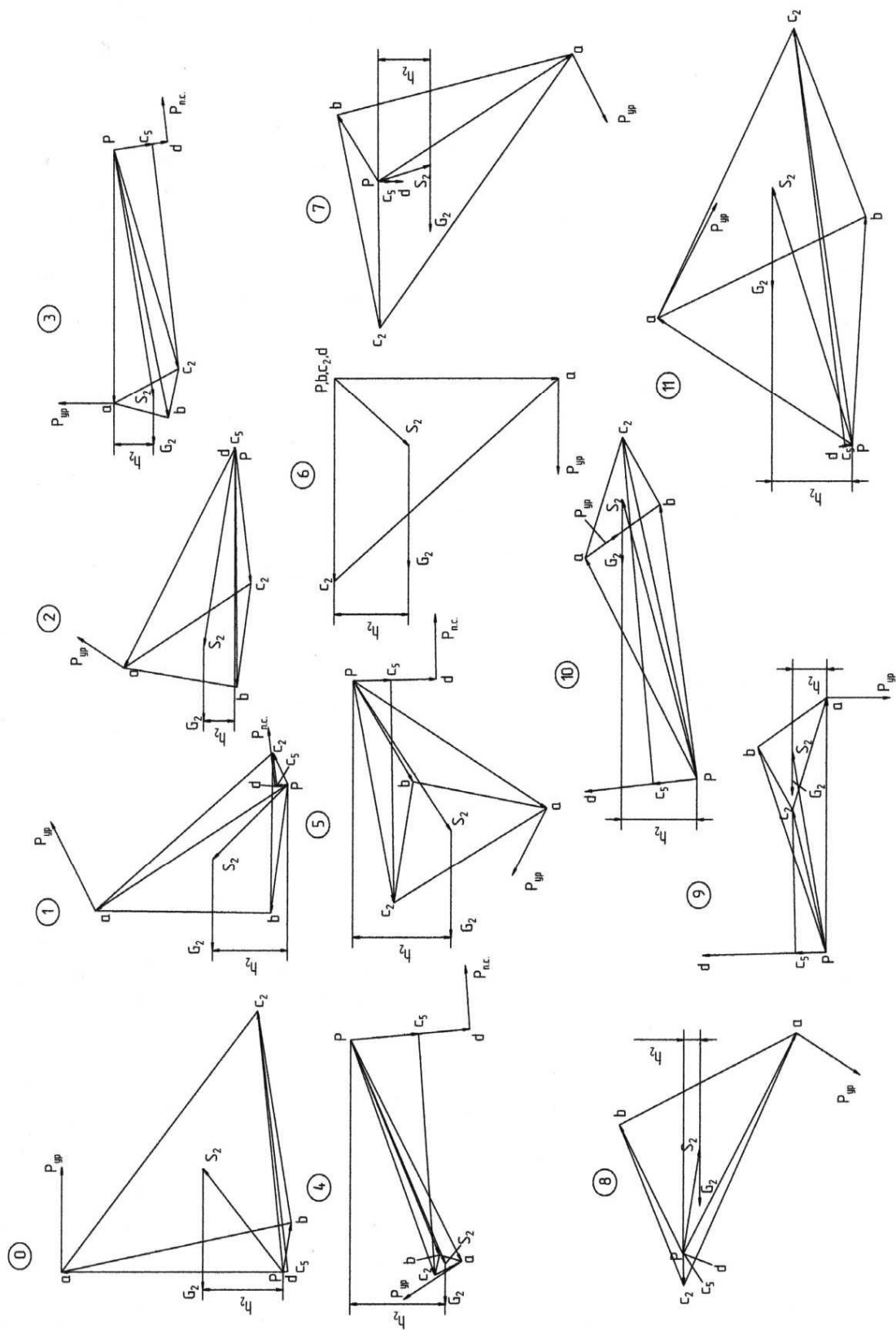


Рис. 4.13

Таблица 4.2

Расчетная величина		$h_2$ , мм	$pd$ , мм	$P_{п.с}$ , Н	$G_2$ , Н	$P_{пр}$ , Н	$M_{пр}$ , Н·м	$y_{M_i}$ , мм
Положения механизма	0	18	1,28	0	90,6	-32,4	-3,24	-4,6
	1	17	2,90	0	90,6	-30,6	-3,06	-4,3
	2	8	0,60	500	90,6	-20,4	-2,04	-2,85
	3	9	12,20	500	90,6	-106,0	-10,60	-15,0
	4	20	26,70	500	90,6	-231,0	-23,10	-33,0
	5	22	18,50	500	90,6	-145,0	-14,50	-20,8
	6	17	0	500	90,6	30,6	3,06	4,4
	7	2	1,5	500	90,6	6,6	0,66	0,85
	8	3	0,9	500	90,6	-3,6	-0,36	-0,5
	9	8	27,4	0	90,6	-14,4	-1,44	-2,0
	10	18	25,0	0	90,6	-32,4	-3,24	-4,5
11	19	3,0	0	90,6	-34,2	-3,42	-4,9	

Замерив на рычагах Жуковского изменяемые отрезки  $h_2$  и  $pd$ , определим  $M_{пр}$  и составим табл. 4.2. Определим масштабы  $\mu_M$ ,  $\mu_\varphi$  и отрезки  $y_{M_i}$  (мм), выражающие в масштабе приведенные моменты сил  $M_{пр}$ , для всех положений:

$$\mu_M = \frac{|M_{\max}|}{y_{\max}} = \frac{23,1}{33} = 0,7 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{мм}},$$

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{l_\varphi} = \frac{2\pi}{120} = 0,052 \frac{1}{\text{мм}},$$

$$y_{M_i} = \frac{M_i}{\mu_M},$$

где  $M_{\max}$  – максимальный приведенный момент сил в четвертом положении;  $y_{\max}$  – ордината произвольной длины.

#### 4.8.4. Выбор двигателя

Двигатель подбирается по средней мощности  $N$  приведенного момента сил рабочей машины:

$$N_{\text{дв}} = M_{\text{д}} \omega_{\text{ср}}.$$

Среднюю угловую скорость  $\omega_{\text{ср}}$  ориентировочно можно подсчитать по среднему числу оборотов кривошипа:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\pi n_{\text{кр}}}{30} = \frac{\pi \cdot 250}{30} = 26,17 \text{ с}^{-1}.$$

Определяем средний момент сил сопротивления:

$$M_{\text{с.ср}} = \frac{\sum M_i}{12} = -\frac{61,2}{12} = -5,1 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{\text{д}} = |M_{\text{с.ср}}| = 5,1 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$N_{\text{дв}} = M_{\text{д}} \omega_{\text{ср}} = 5,1 \cdot 26,17 = 133,47 \text{ Вт} = 0,133 \text{ кВт}.$$

В приложении Д по рассчитанной мощности и с учетом КПД привода (0,75–0,85) подберем асинхронный трехфазный электродвигатель – 4А71В8У3. Величина синхронной частоты вращения двигателя должна быть как можно ближе к величине частоты вращения кривошипа.

Запишем паспортные данные двигателя: номинальная мощность  $N_{\text{дв}} = 0,25 \text{ кВт}$ , частота вращения  $n_{\text{дв}} = 680 \text{ об/мин}$ , приведенный момент инерции ротора  $J_{\text{р}} = 0,0074 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

#### 4.8.5. Определение приведенного момента инерции машинного агрегата

Как было сказано выше, приведенный момент инерции машинного агрегата  $J_{\text{ип}}$  состоит из двух частей – постоянной ( $J_{\text{ип1}}$ ) и переменной ( $J_{\text{ип2}}$ ):

$$J_{\text{ип}} = J_{\text{ип1}} + J_{\text{ип2}}.$$

По формуле (4.55) вычислим постоянную часть, в которую входят приведенные к кривошипу массы и моменты инерции кривошипа, передаточного механизма, ротора, движущихся с постоянными скоростями:

$$J_{\text{ип1}} = J_{\text{пр.р}} + J_{\text{пр.п.м}} + J_{\text{пр.кр}},$$

где  $J_{\text{пр.кр}} = 0,0008 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  – момент инерции кривошипа.

Приведем к валу кривошипа момент инерции ротора:

$$J_{\text{пр.р}} = J_{\text{р}} i_{\text{р.кр}}^2 = 0,0074 \cdot 2,72^2 = 0,0547 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$i_{\text{дв.кр}} = \frac{n_{\text{дв}}}{n_{\text{кр}}} = \frac{680}{250} = 2,72.$$

Чтобы учесть составляющую приведенного к валу ротора двигателя момента инерции машинного агрегата от масс и моментов инерции звеньев передаточного механизма, найдем ее по эмпирической формуле, так как в большинстве случаев приведенный момент передаточных механизмов  $I_{\text{пр.п.м}}$  есть величина постоянная:

$$J_{\text{пр.п.м}} = K J_p,$$

где  $K = 30-50$ ;

$$I_{\text{пр.п.м}} = 30 \cdot 0,0074 = 0,222 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Тогда

$$J_{\text{прI}} = 0,0008 + 0,0547 + 0,222 = 0,2775 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Найдем переменную часть приведенного момента инерции  $J_{\text{прII}}$ , которая складывается из переменных приведенных моментов инерции звеньев 2-5 исполнительного механизма, движущихся неравномерно:

$$J_{\text{прII}} = \frac{2 \sum E_i}{\omega_1^2},$$

где

$$\sum E_i = E_2 + E_3 + E_4 + E_5,$$

$$E_2 = \frac{m_2 V_{S2}^2}{2} + \frac{1}{2} J_{S2} \omega_2^2, \quad E_3 = \frac{J_{S3} \omega_3^2}{2}, \quad E_4 = 0,$$

массой кулисного камня пренебрегаем,

$$E_5 = \frac{1}{2} J_{S5} \omega_5^2.$$

Получим

$$J_{\text{прII}} = m_2 \frac{V_{S2}^2}{\omega_1^2} + J_{S2} \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + J_{S3} \frac{\omega_3^2}{\omega_1^2} + J_{S5} \frac{\omega_5^2}{\omega_1^2}.$$

Выразим линейные скорости центров масс и угловые скорости звеньев с помощью отрезков планов скоростей (см. рис. 2.22):

$$\omega_1 = \frac{V_A}{l_{OA}} = \frac{pa \cdot \mu_V}{l_{OA}};$$

$$V_{S_2} = ps_2 \cdot \mu_V; \quad \omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{ab \cdot \mu_V}{l_{BA}};$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{EB}} = \frac{pb \cdot \mu_V}{l_{EB}};$$

$$\omega_5 = \frac{V_D}{l_{FD}} = \frac{pd \cdot \mu_V}{l_{FD}}.$$

Подставим эти выражения в  $J_{\text{прII}}$ :

$$J_{\text{прII}} = m_2 \frac{ps_2^2}{pa^2} l_{OA}^2 + J_{S_2} \frac{ab^2}{pa^2} \frac{l_{OA}^2}{l_{BA}^2} + J_{S_3} \frac{pb^2}{pa^2} \frac{l_{OA}^2}{l_{EB}^2} + J_{S_5} \frac{pd^2}{pa^2} \frac{l_{OA}^2}{l_{FD}^2};$$

или

$$J_{\text{прII}} = K_1 \cdot ps_2^2 + K_2 \cdot ab^2 + K_3 \cdot pb^2 + K_4 \cdot pd^2,$$

где

$$K_1 = m_2 \frac{l_{OA}^2}{pa^2} = 9,24 \cdot \frac{0,1^2}{50^2} = 0,000037;$$

$$K_2 = J_{S_2} \frac{l_{OA}^2}{l_{BA}^2} \frac{1}{pa^2} = 577 \cdot 10^{-3} \frac{0,10^2}{0,25^2 \cdot 50^2} = 0,000037;$$

$$K_3 = J_{S_3} \frac{l_{OA}^2}{l_{EB}^2} \frac{1}{pa^2} = 234,3 \cdot 10^{-3} \frac{0,10^2}{0,25^2 \cdot 50^2} = 0,000015;$$

$$K_4 = J_{S_5} \frac{l_{OA}^2}{pa^2} \frac{1}{l_{FD}^2} = 64 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,10^2}{50^2} \frac{1}{0,4^2} = 0,0000016.$$

Получим

$$J_{\text{прII}} = 0,000037ps_2^2 + 0,000037ab^2 + 0,000015pb^2 + 0,0000016pd^2.$$

Полученные значения приведенного момента инерции за цикл сведен в табл. 4.3.



Таблица 4.3

Расчетная величина		$ps_2$ , мм	$ab$ , мм	$pb$ , мм	$pd$ , мм	$J_{прп}$ , кг · м <sup>2</sup>	$y_{J_i}$ , мм
Положения механизма	0	30,1	57,0	10,5	1,28	0,156	31,34
	1	24,0	41,5	27,0	2,9	0,094	19,0
	2	41,5	27,5	50,0	0,6	0,13	25,80
	3	50,0	14,0	56,5	12,2	0,148	29,6
	4	51,0	5,0	49,0	26,7	0,144	28,8
	5	38,0	32,0	25,0	18,5	0,093	18,6
	6	22,0	52,0	0	0	0,118	29,6
	7	12,5	56,0	17,0	1,5	0,121	24,2
	8	21,0	45,0	30,0	0,9	0,1	21,0
	9	43,0	19,0	45,0	27,4	0,113	22,6
	10	60,0	27,0	58,4	25,0	0,2	40,0
11	56,0	52,0	47,5	3,0	0,130	27,7	

Определим масштаб диаграммы [ $J_{пр}$ ,  $\Phi$ ]:

$$\mu_J = \frac{J_{пр\max}}{y_{\max}},$$

где  $y_{\max}$  – максимальная ордината (мм), изображающая  $J_{пр\max}$ .

$$\mu_J = 0,2/40 = 0,005 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)/мм}.$$

Определим отрезки, изображающие приведенные моменты инерции в миллиметрах:

$$y_{J_i} = \frac{J_{ипi}}{\mu_J}.$$

#### 4.8.6. Построение диаграммы энерго масс

По данным табл. 4.2 построим график приведенных моментов сил в осях [ $M$ ,  $\Phi$ ] (рис. 4.14, а). Действительные значения моментов нужно разделить на масштаб и отложить на графике. Для удобства дальнейших построений отрицательные ординаты моментов сил сопротивления условно отложим вверх. Это относится и к отрицательным ординатам работ сил сопротивления. Поскольку в нулевом приближении движущий момент есть

величина постоянная, график этого момента примет вид прямой, параллельной оси абсцисс ( $\varphi$ ).

Ордината  $y_{M_d} = 5,1/0,7 = 7,3$  мм, так как (см. параграф 4.8.3)

$$M_d = -M_{c,ср} = \frac{M_{пр.с_i}}{12} = \frac{61,2}{12} = 5,1 \text{ Н} \cdot \text{м}, \mu_M = 0,7 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{мм}.$$

На основе выражения  $A_c = \int M_c d\varphi$  графически проинтегрируем диаграмму  $M_c(\varphi)$  методом площадей.

Работу сил сопротивления определим методом приращения площадей (интерпретация интеграла). Каждый участок полного угла поворота кривошипа в результате деления на 12 равных частей изображается равными отрезками  $\Delta\varphi = 10$  мм, соответствующими углу  $30^\circ$ . Площадь каждого участка можно представить трапецией, ограниченной на диаграмме  $[M_{пр}, \varphi]$  ординатами  $M_{c_i}$  и  $M_{c_{i-1}}$  и отрезком  $\Delta\varphi$ .

Площадь трапеции определяется произведением высоты на среднюю линию трапеции:

$$A_{c_1} = \frac{\Delta\varphi(M_0 + M_1)}{2}.$$

Определяем работу сил сопротивления по формуле

$$A_{c_i} = A_{c_{i-1}} + \frac{(M_{i-1} + M_i)}{2} \Delta\varphi.$$

Все величины на графике изображаются с помощью масштабов. Определим масштаб  $\mu_A$ :

$$\mu_A = \mu_M \mu_\varphi \Delta\varphi t = 0,7 \cdot 0,052 \cdot 10 \cdot 4 = 1,456 \text{ Дж}/\text{мм}.$$

Здесь  $\Delta\varphi = 10$  мм – интервал между соседними положениями по оси  $\varphi$ ;  $t$  – целое число (коэффициент уменьшения), кратное ординатам  $y_{M_i}$  графика  $[M, \varphi]$  (в данном случае  $t = 4$ ).

На границе каждого участка диаграммы  $[A_c, \varphi]$  будем откладывать срединные ординаты  $y_{M_{ср_i}}$  диаграммы  $[A_c, \varphi]$ , к предыдущей добавляя последующую. Соединим начальную (0) и конечную ординаты графика  $[A_c, \varphi]$  (рис. 4.14, б).

Величину конечной ординаты вычислим по формуле

$$y_{A_d} = \frac{12 y_{M_d}}{4} = 21,9 \text{ мм}.$$

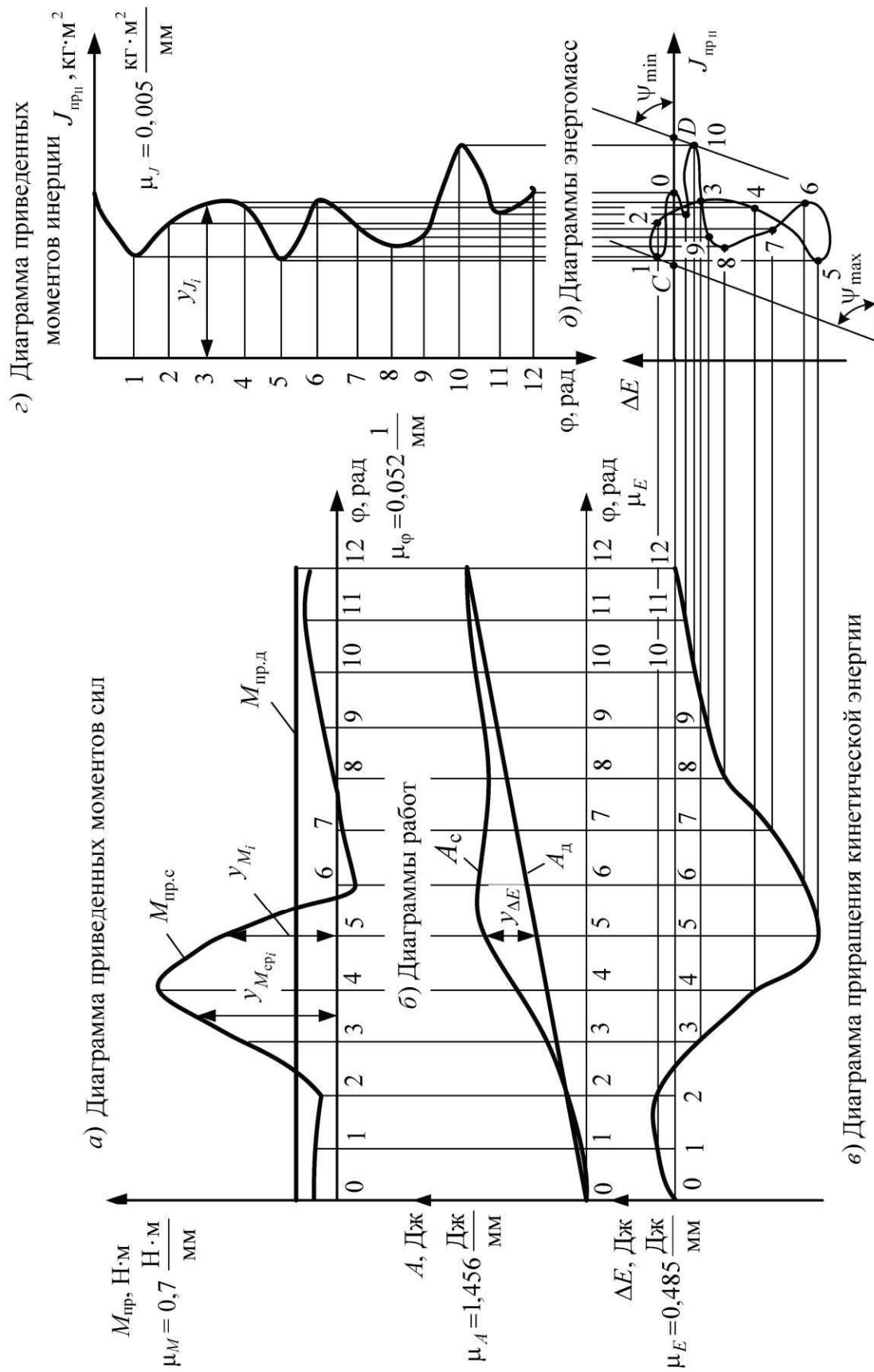


Рис. 4.14

Произведем алгебраическое сложение работ движущих сил и сил сопротивления ( $A_d - A_c$ ).

Поскольку отрицательные ординаты сил сопротивления, условно отложенные вверх, накладываются на положительные ординаты движущих сил, результаты сложения ординат работ – это ординаты, равные расстояниям между прямой ( $A_d$ ) и кривой ( $A_c$ ), которые следует замерить и перенести в соответствующие положения диаграммы приращения энергии  $[\Delta E, \varphi]$  со своим знаком (см. рис. 4.14, в). Ординаты диаграммы увеличим в 3 раза, тогда

$$\mu_E = \frac{\mu_A}{3} = \frac{1,456}{3} = 0,485 \text{ Дж/мм.}$$

На основе табл. 4.3 построим диаграмму переменной части приведенного момента инерции  $J_{прн}$  в осях  $[J_{прн}, \varphi]$  (рис. 4.14, з).

Прежде чем строить диаграмму  $[\Delta E, J_{прн}]$ , определим углы наклона к оси  $J_{прн}$  касательных к ней:

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\mu_J}{\mu_E} \omega_{\text{ср}}^2 (1 + \delta) = \frac{1}{2} \frac{0,005}{0,485} \cdot 26,17^2 (1 + 0,1) = 3,883; \psi_{\max} = 75,6^\circ;$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{1}{2} \frac{\mu_J}{\mu_E} \omega_{\text{ср}}^2 (1 - \delta) = \frac{1}{2} \frac{0,005}{0,485} \cdot 26,17^2 (1 - 0,1) = 3,177; \psi_{\min} = 72,5^\circ.$$

При  $\delta < 0,1$

$$\psi_{\max} \approx \psi_{\min} \approx \psi_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \frac{\mu_J}{\mu_E} \omega_{\text{ср}}^2;$$

при  $\psi_{\text{ср}} < 4^\circ$  не нужно строить диаграмму  $[\Delta E, J_{прн}]$ .

Строим диаграмму энергомасс следующим образом: по оси  $\Delta E$  откладываем ординаты  $\Delta E$  графика  $[\Delta E, \varphi]$ , а по оси  $J_{прн}$  – ординаты  $J_{прн}$  графика  $[J_{прн}, \varphi]$ , соответствующие одному и тому же положению механизма. Номера положений фиксируем на пересечении соответствующих координат диаграммы  $[\Delta E, J_{прн}]$ , т. е. точкам 1, 2, ...,  $K$  на кривой диаграммы  $[\Delta E, J_{прн}]$  (см. рис. 4.14, д) соответствуют положения ведущего звена  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$  (см. рис. 4.14, а).

Сверху и снизу к диаграмме энергомасс проведем касательные под углами  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$ . Точки пересечения этих касательных с осью абсцисс обозначим  $C$  и  $D$ , точки пересечения с осью ординат –  $A$  и  $B$  (на рис. 4.14, д

не показаны). Измерим отрезки  $OC$  и  $OD$  ( $OC = 18$  мм,  $OD = 42$  мм). Тогда отрезок  $AB$  определим следующим образом:

$$AB = OD \cdot \operatorname{tg} \psi_{\min} - OC \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max} = 42 \cdot \operatorname{tg} 72,5^\circ - 18 \cdot \operatorname{tg} 75,6^\circ = 63,54 \text{ мм.}$$

#### 4.8.7. Расчет маховика

Одной из мер снижения неравномерности хода машины до допускаемой является установка дополнительной массы – маховика. Для этого определим приведенный момент инерции маховика:

$$J_M = \frac{\Delta E_{\max}}{\delta \omega_{\text{cp}}^2} - J_{\text{пр1}} = \frac{\mu_E \cdot AB}{\delta \omega_{\text{cp}}^2} - J_{\text{пр1}} = \frac{0,485 \cdot 63,54}{0,1 \cdot 26,17^2} - 0,278 = 0,172 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Определим размеры маховика. Если маховик установлен на валу кривошипа, то средний диаметр его обода вычислим по формуле

$$D_{\text{cp}} = \sqrt[5]{\frac{4J_M}{k_1 k_2 \rho \pi}},$$

где  $k_1 = 2/3 k_2 = 0,12$ ;  $k_2 = 0,2$ ;  $\rho = 7200$  кг/м<sup>3</sup> (плотность чугуна).

$$D_{\text{cp}} = \sqrt[5]{4 \cdot 0,172 / 0,12 \cdot 0,2 \cdot 7200 \pi} = 0,263 \text{ м.}$$

Толщина  $b$  и ширина  $h$  обода:

$$b = k_1 D_{\text{cp}} = 0,032 \text{ м}; \quad h = k_2 D_{\text{cp}} = 0,053 \text{ м.}$$

При установке маховика на вал ротора двигателя размеры маховика уменьшатся на основании соотношения

$$J_{M_{\text{дв}}} = \frac{J_M}{i_{\text{дв.кр}}^2} = \frac{0,172}{2,72^2} = 0,023 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

где  $J_{M_{\text{дв}}}$  и  $J_M$  – моменты инерции маховиков, устанавливаемых на валу ротора двигателя и кривошипа соответственно.

В результате средний диаметр маховика уменьшится:

$$D_{\text{cp}} = \sqrt[5]{4 \cdot 0,023 / 0,12 \cdot 0,2 \cdot 7200 \pi} = 0,176 \text{ м.}$$

Далее следует изобразить эскиз маховика на листе с основными параметрами (см. рис. 4.11).

## 5. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

### 5.1. Краткие теоретические сведения

В состав многих машин включаются механизмы, движение выходных звеньев которых должно быть выполнено по заданному закону. Для решения подобной задачи наиболее приемлемы компактные, простые и надежные кулачковые механизмы, представленные на рис. 5.1. Входное звено 1 – кулачок представляет собой звено высшей кинематической пары с переменной кривизной профиля. Кулачок может совершать как вращательное, так и поступательное движение. Выходное звено 2 называется *толкателем*, если совершает поступательное движение (рис. 5.1, а, в, д, е), и *коромыслом* (вращательным толкателем), если совершает вращательное движение (рис. 5.1, б, г). Закон движения толкателя (коромысла) задается аналитически или графически и реализуется за счет определенного профиля кулачка. Основная задача проектирования кулачкового механизма – построение профиля кулачка, обеспечивающего заданный закон движения толкателя (коромысла). При этом угловая скорость движения кулачка считается постоянной.

Смещение линии движения толкателя от оси вращения кулачка называется *эксцентриситетом* ( $e$ ). Расстояние между крайними положениями толкателя называется *линейным ходом* ( $h$ ), а угол между крайними положениями коромысла называется *угловым ходом коромысла* ( $\psi$ ). Для крайней точки коромысла можно определить линейный ход по формуле  $h = \psi l_{AB}$ , где  $l_{AB}$  – длина коромысла.

Кулачковые механизмы, которые имеют остроконечный толкатель, обеспечивают более точное перемещение выходного звена (рис. 5.1, а), однако характеризуются низкой износостойкостью и применяются при малых скоростях и усилиях. Механизмы с плоским толкателем (коромыслом) обеспечивают равенство нулю угла давления  $\delta$ , что обуславливает рациональное распределение усилия (рис. 5.1, б, в). Кулачковые механизмы с роликовым толкателем (коромыслом) обладают высокой износостойкостью (рис. 5.1, г, д), так как в них трение скольжения заменяется трением качения. Однако они более габаритны. Другие конструктивные разновидности кулачковых механизмов, например с тарельчатым толкателем (рис. 5.1, е), применяются реже.

Для того чтобы кулачок и толкатель (коромысло) были в постоянном контакте, применяют кинематическое (геометрическое) и силовое (динамическое) замыкание. Первое обеспечивается за счет особой конструктивной формы кулачка или выходного звена (рис. 5.2, а), а второе – за счет действия силы (рис. 5.2, б): тяжести, упругости пружины (чаще всего), давления жидкости или воздуха и т. д.

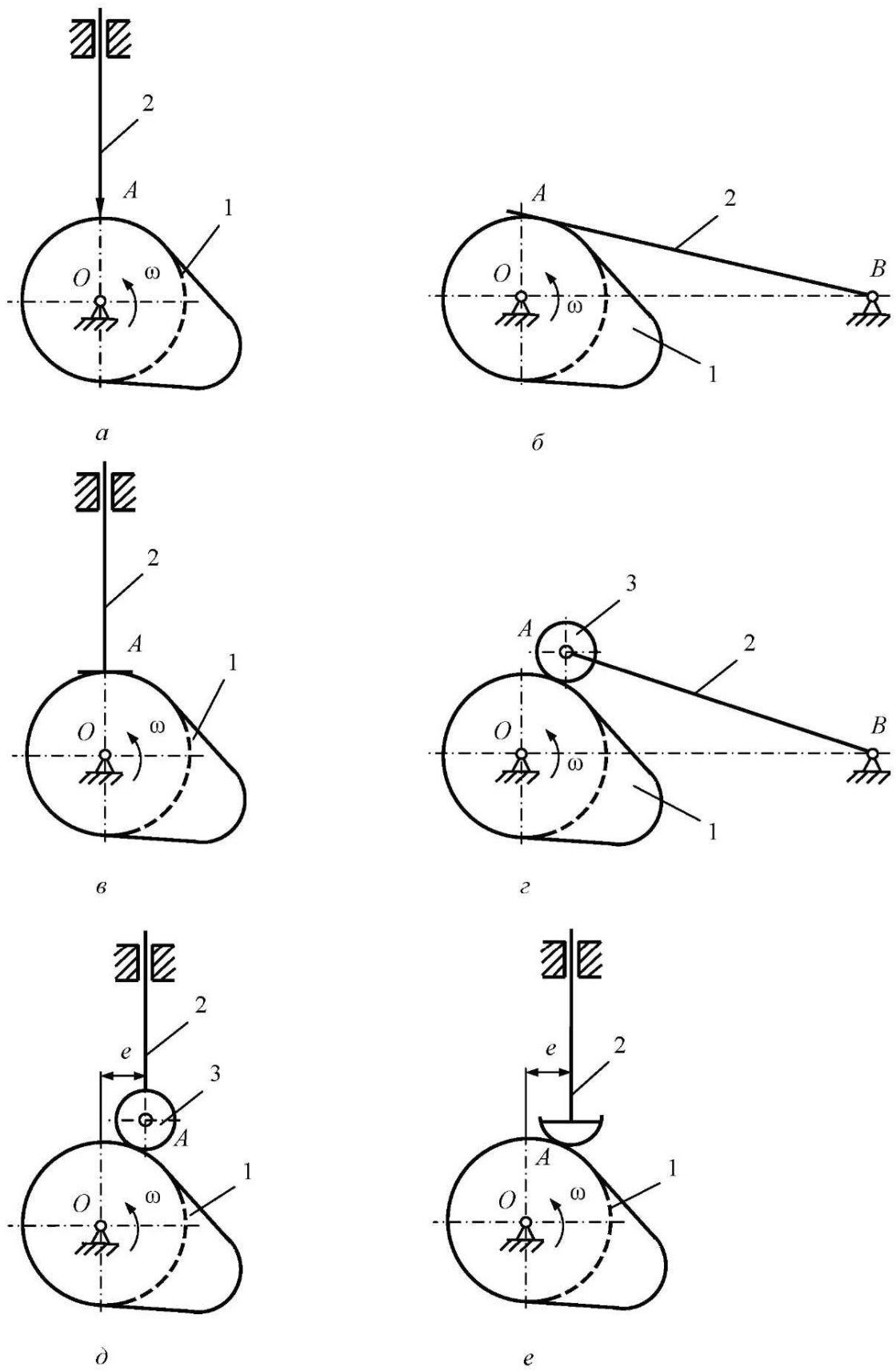


Рис. 5.1

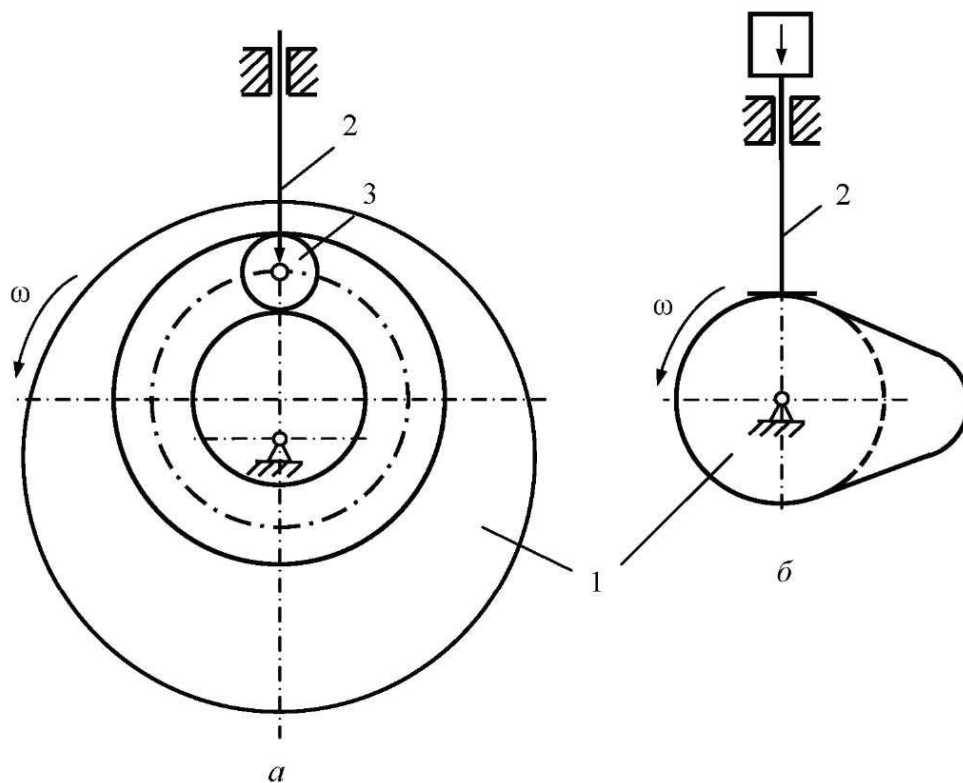


Рис. 5.2

Движение толкателя за один оборот кулачка состоит из четырех фаз:

1) фаза удаления (подъема): на этой фазе толкатель удаляется от центра кулачка;

2) фаза дальнего (верхнего) стояния (покоя): толкатель неподвижен в самом дальнем от центра кулачка положении;

3) фаза возвращения (приближения, опускания): толкатель приближается к центру кулачка;

4) фаза ближнего (нижнего) стояния (покоя): толкатель неподвижен в самом ближнем к центру кулачка положении.

Каждой фазе соответствует фазовый угол поворота кулачка:  $\varphi_y$  – угол удаления;  $\varphi_{д.с}$  – угол дальнего стояния;  $\varphi_{п}$  – угол приближения;  $\varphi_{б.с}$  – угол ближнего стояния.

Угол  $\delta$  между нормалью  $n-n$  к профилю кулачка и направлением движения (скорости) толкателя называется *углом давления* (рис. 5.3). При увеличении угла давления движущая сила уменьшается, а сила сопротивления, наоборот, увеличивается. При определенном большом угле давления силы сопротивления будут так велики, что это приведет к заклиниванию и даже к поломке толкателя. Поэтому для кулачковых механизмов устанавливают допускаемый (максимальный) угол давления. На величину этого угла влияют размеры кулачка: чем они меньше, тем больше угол давления. Поэтому при проектировании кулачка его минимальный радиус определяют исходя из максимального угла давления.



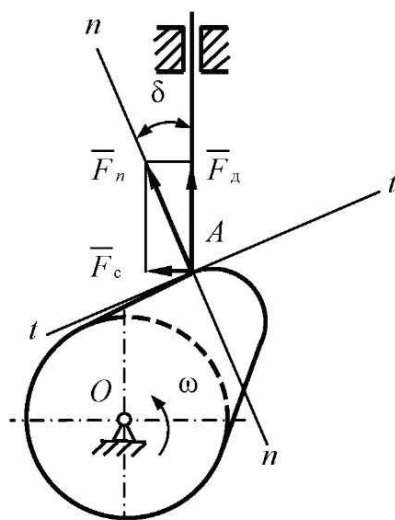


Рис. 5.3

Обычно при проектировании кулачковых механизмов закон движения толкателя задается в виде зависимости аналога ускорения от угла поворота кулачка ( $d^2s/d\varphi^2$ ), где  $s$  – перемещение толкателя,  $\varphi$  – угол поворота кулачка. Эта зависимость позволяет судить о возможных вибрациях, шуме, толчках. Существуют три вида законов движения толкателя: с жесткими ударами, с мягкими ударами и без ударов.

При движении толкателя с постоянной скоростью ускорение на фазе удаления равно нулю, а в начале и в конце фазы оно теоретически равно бесконечности (рис. 5.4, а). В эти моменты сила инерции так же теоретически возрастает до бесконечности. Вследствие упругости материалов кулачка и толкателя такого возрастания ускорений и сил инерции на практике не происходит, однако их значения велики. Такое мгновенное возрастание сил инерции называется *жестким ударом*. Диаграмма перемещений и профиль кулачка в этих точках имеет излом. Применение такого закона движения допустимо при небольших скоростях вращения кулачка и при необходимости равномерного движения толкателя.

При параболическом (рис. 5.4, б), косинусоидальном, линейном модифицированном и других законах движения имеются точки резкого изменения ускорения от нуля до некоторого значения. В этих точках на графике скорости имеется излом, а на профиле кулачка происходит резкое изменение радиуса кривизны. Быстрое изменение ускорения вызывает такое же быстрое изменение силы инерции, т. е. *мягкий удар*.

При синусоидальном (рис. 5.4, в), трапецеидальном и других законах движения скорость и ускорение изменяются плавно от нуля до максимального значения. Скачков ускорения нет, кулачковый механизм работает без ударов. Такие механизмы могут применяться при больших скоростях.

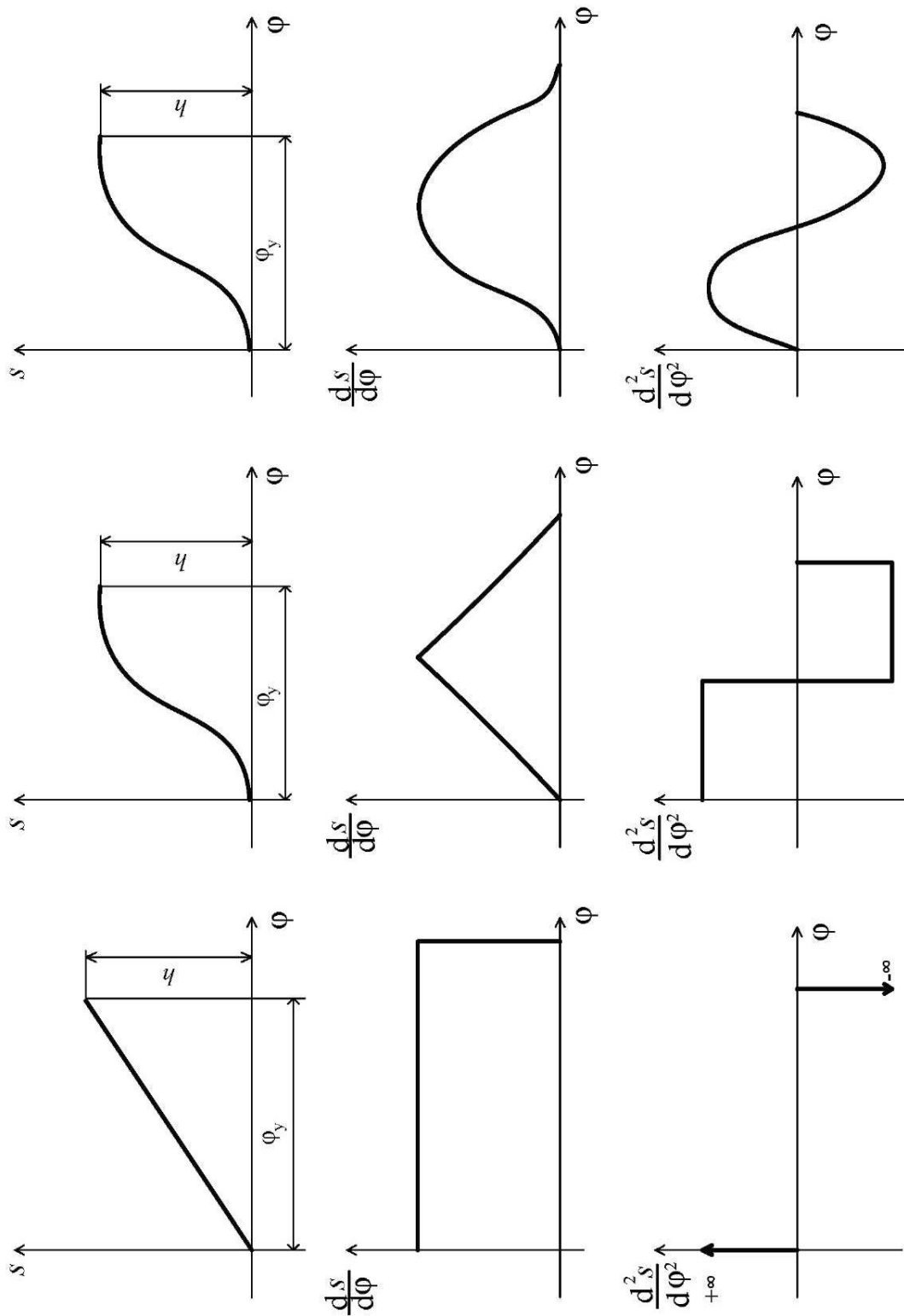


Рис. 5.4  
б

а

## 5.2. Пример проектирования кулачкового механизма

Дана схема кулачкового механизма (рис. 5.5) и линейно возрастающий закон движения толкателя (рис. 5.6).

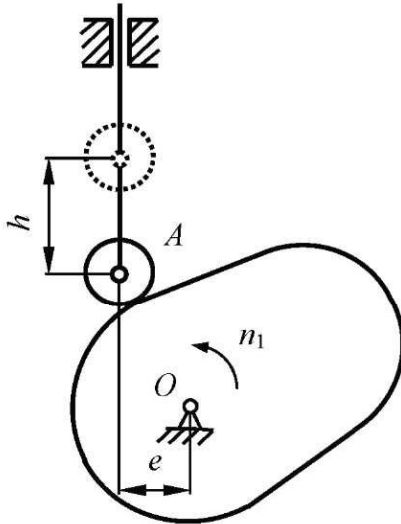


Рис. 5.5

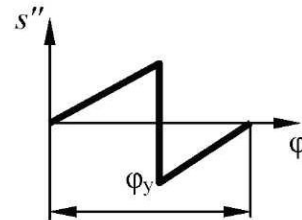


Рис. 5.6

Исходные данные:

$$\begin{array}{lll}
 h = 20 \text{ мм}; & \varphi_{\text{д.с}} = 20^\circ; & \delta_{\text{max}} = 30^\circ; \\
 e = 16 \text{ мм}; & \varphi_{\text{п}} = 90^\circ; & s'_{\text{max y(n)}} = 3 \frac{h}{\varphi_y}; \\
 \varphi_y = 80^\circ; & \varphi_{\text{б.с}} = 170^\circ; & s''_{\text{max y(n)}} = 12 \frac{h}{\varphi_{y(n)}^2}.
 \end{array}$$

### 5.2.1. Построение диаграмм толкателя

Вначале строим график второй производной перемещения по углу поворота кулачка (аналога ускорений толкателя). По оси абсцисс откладываем углы поворота кулачка, фазовый угол удаления отложим на отрезке  $[\varphi_y] = 60 \text{ мм}$  (см. рис. 5.7, а), тогда масштабный коэффициент угла  $\varphi$  и другие фазовые отрезки будут определены как

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_y}{[\varphi_y]} = \frac{\pi \cdot 80}{180 \cdot 60} = 0,023 \frac{\text{рад.}}{\text{мм}};$$

$$[\varphi_{д.с}] = \frac{\varphi_{д.с}}{\mu_{\varphi}} = \frac{\pi \cdot 20}{180 \cdot 0,023} = 15 \text{ мм};$$

$$[\varphi_{п.}] = \frac{\varphi_{п.}}{\mu_{\varphi}} = \frac{\pi \cdot 90}{180 \cdot 0,023} = 67,4 \text{ мм}.$$

Отрезки на фазах удаления и приближения разделим на шесть равных для каждой фазы частей. Построим заданные графики аналогов ускорений. Максимальные ординаты  $a_y$  и  $a_{п.}$  будут различны, если различны фазовые углы или законы движения. Отношение ординат равно отношению максимальных значений аналогов ускорений:

$$\frac{a_y}{a_{п.}} = \frac{s''_{\max y}}{s''_{\max п.}} = \frac{\varphi_{п.}^2}{\varphi_y^2} = \frac{90^2}{80^2} = 1,266.$$

Если возьмем  $a_y = 40$  мм, то  $a_{п.} = 40/1,266 = 31,6$  мм. Тогда масштабный коэффициент аналогов ускорений

$$\mu_{s''} = \frac{s''_{\max y}}{a_y} = 12 \frac{h}{\varphi_y^2 a_y} = 12 \cdot \frac{20 \cdot 180^2}{80^2 \cdot \pi^2 \cdot 40} = 3,08 \frac{\text{мм}}{\text{мм}}.$$

Для построения графика первой производной от перемещения по углу поворота кулачка (аналога скорости толкателя) необходимо графически проинтегрировать диаграмму второй производной, используя метод площадей. Для этого возьмем слева от оси ординат полюс  $P_1$  на произвольном расстоянии  $H_1$  (пусть  $H_1 = 30$  мм). На каждом участке заменим трапеции равновеликими по площади прямоугольниками, их вершины снесем на ось. Полученные точки соединим лучами с полюсом  $P_1$ . В системе  $[ds/d\varphi; \varphi]$  на каждом участке последовательно отложим отрезки, параллельные соответствующим лучам (рис. 5.7, б), полученную ломаную заменим кривой линией. Определим масштабный коэффициент для этого графика:

$$\mu_{s'} = \mu_{s''} \mu_{\varphi} H_1 = 3,08 \cdot 0,023 \cdot 30 = 2,12 \frac{\text{мм}}{\text{мм}}.$$

Для построения графика перемещения аналогично проинтегрируем график первой производной от перемещения, для чего возьмем полюс  $P_2$  на расстоянии  $H_2$  от оси. Для дальнейшего решения задачи удобно, чтобы масштабные коэффициенты двух графиков  $\mu_{s'}$  и  $\mu_s$  были равны. Это будет достигнуто при  $H_2 = 1/\mu_{\varphi} = 1/0,023 = 43$  мм.

Построим график перемещений (рис. 5.7, в). Для проверки правильности и точности всех построений измерим максимальное перемещение на графике ( $h_{\text{тп}}$ ). Оно должно быть равно заданному ходу толкателя  $h$ :

$$h_{\text{тп}} = H \mu_s = 9,8 \cdot 2,12 = 20,78 \text{ мм.}$$

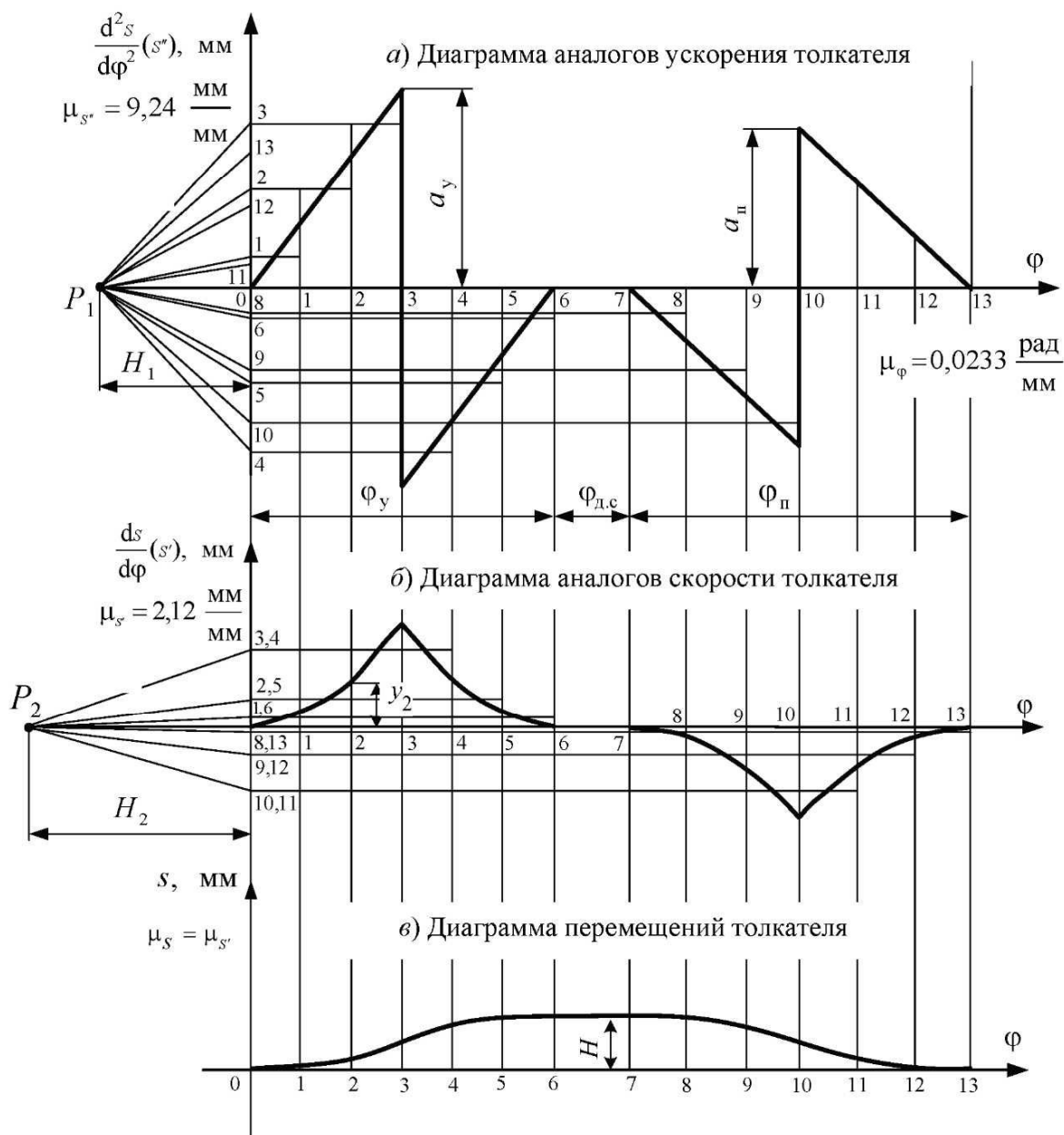


Рис. 5.7

Тогда погрешность составит

$$\frac{h_{\text{гр}} - h}{h} = \frac{20,78 - 20}{20} \cdot 100\% = 4\%,$$

что допустимо.

### 5.2.2. Определение минимального радиуса кулачка

Для определения минимального радиуса кулачка построим график зависимости аналога скорости от перемещения, который позволит графически определить возможное расположение центра кулачка. Обязательным условием построения этой диаграммы является равенство масштабных коэффициентов данных величин  $\mu_s = \mu_{s'} = 1,06 \text{ мм/мм}$  (уменьшим в 2 раза по сравнению с диаграммами). На оси  $s$  отложим текущие значения перемещения толкателя 1–13 (рис. 5.8).

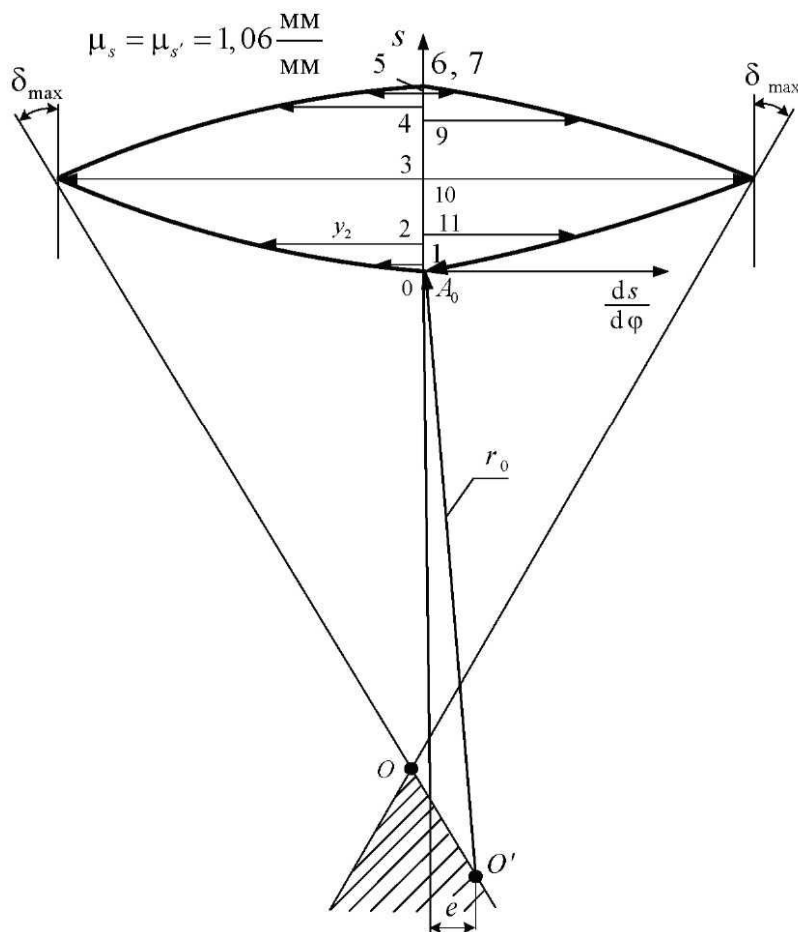


Рис. 5.8

Через полученные точки проведем горизонтальные прямые: при вращении кулачка против часовой стрелки для фазы удаления – влево, для фазы приближения – вправо. При вращении кулачка по часовой стрелке все наоборот. На прямых от оси отложим текущие значения аналогов скорости толкателя. Полученные точки соединим плавной кривой, к ней справа и слева проведем касательные под углом  $\delta_{\max}$ , который откладывается от вертикали.

Заштрихованная зона за точкой пересечения  $O$  является областью расположения оси вращения кулачка, и угол давления при этом не будет превышать максимальный. Чтобы получить кулачок с заданным эксцентриситетом  $e$ , слева или справа от оси  $s$  (согласно заданной схеме) проведем прямую на расстоянии, равном величине  $e$  в масштабе. Отмечаем точку пересечения с границей заштрихованной зоны  $O'$  – это и будет положение оси вращения кулачка. Определим минимальный радиус центрального профиля кулачка:

$$r_0 = O'A_0 \cdot \mu_s = 65 \cdot 1,06 = 68,9 \text{ мм.}$$

Примем  $r_0 = 70$  мм.

При наличии коромысла ось  $s$  будет дугой радиуса, равного длине коромысла, а отрезки аналогов скорости откладываются вдоль линий, проходящих через ось вращения коромысла. При вращении кулачка против часовой стрелки отрезки аналогов скорости фазы удаления откладываются от центра, а отрезки аналогов скорости фазы приближения – к центру.

### 5.2.3. Построение профиля кулачка

Для графического построения профиля кулачка применим метод обращенного движения, который заключается в следующем: всему механизму сообщается вращательное движение вокруг оси вращения кулачка  $O$  с угловой скоростью кулачка, но направленное в противоположную сторону (рис. 5.9). При этом кулачок останавливается, а толкатель приходит во вращательное движение вокруг оси  $O$  и одновременно перемещается поступательно вдоль своей направляющей.

Построение выполняем в следующем порядке:

1. Проводим окружность с центром в точке  $O$  радиусом  $e$ ;
2. Касательно к этой окружности проводим вертикальную линию, которая будет направляющей толкателя;
3. Проводим окружность радиусом  $r_0$ , отмечаем точку ее пересечения с направляющей  $A_0$ ;
4. От точки  $A_0$  отложим координаты, равные ординатам диаграммы перемещения толкателя  $s = f(\varphi)$ . Получим точки 1–13. Верхние точки 6 ( $A_6$ ) и 7 совпадут;

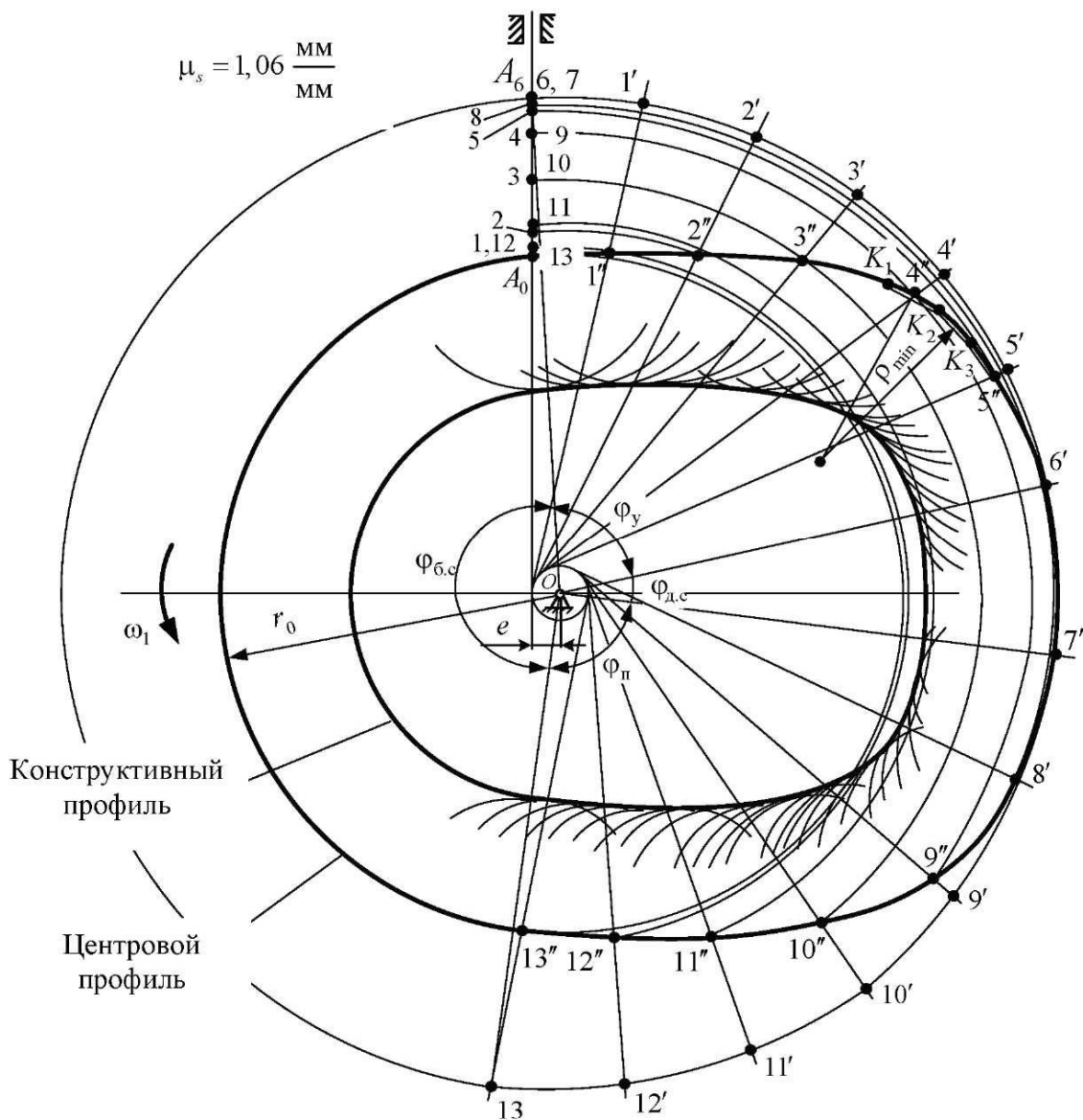


Рис. 5.9

5. Проведем окружность максимального радиуса  $OA_6$ . От луча  $OA_6$  в сторону, противоположную вращению кулачка, отложим фазовые углы  $\varphi_y$ ,  $\varphi_{д.с.}$ ,  $\varphi_{п.}$  и  $\varphi_{б.с.}$ . Углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_{п.}$  разделим на равные части в соответствии с диаграммами движения. Точки обозначим  $1' - 13'$ ;

6. Через точку  $1'$  проведем касательную к окружности радиусом  $e$  и с центром в точке  $O$  проведем дугу радиусом  $O_1$ , на пересечении отметим точку  $1''$ . Аналогично через точку  $2'$  проведем касательную и дугу радиусом  $O_2$ , отмечаем точку  $2''$  и т. д. Полученные точки соединим плавной кривой линией – получим центровой профиль кулачка;



7. Определим радиус ролика  $r_p$ , исходя из практических рекомендаций:  $r_p \leq 0,8\rho_{\min}$  или  $r_p \leq 0,4r_0$ , где  $\rho_{\min}$  – минимальный радиус кривизны для выпуклых участков центрального профиля кулачка. Минимальный радиус кривизны определим приближенно как радиус окружности, проходящей через точки  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  на участке, где можно ожидать получения наибольшей кривизны ( $\rho_{\min} = 37$  мм). Тогда  $r_p \leq 0,8 \cdot 37 = 29,6$  мм или  $r_p \leq 0,4 \cdot 70 = 28$  мм. Примем  $r_p = 28$  мм;

8. Проведем множество дуг радиусом ролика с центрами на участках центрального профиля с переменной кривизной, т. е. на участках фаз удаления и приближения. Построим конструктивный профиль кулачка как огибающую семейства этих дуг. Конструктивный профиль является эквидистантной центральному профилю кривой. На участках постоянного радиуса (фазах дальнего и ближнего стояния) проведем дуги радиусами, меньшими на радиус ролика по сравнению с соответствующими дугами центрального профиля.

## 6. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА

### 6.1. Основные положения

Известно, что машинный агрегат состоит из трех частей: двигателя, рабочей машины и передаточного механизма. Двигатель приводит рабочую машину в движение, рабочая машина выполняет требуемые функции, передаточный механизм связывает двигатель с рабочей машиной с целью передачи вращательного движения от одного вала к другому с заданным отношением угловых скоростей и моментов сил. Двигатель с передаточным механизмом называется *приводом рабочей машины*. Передача непрерывного вращательного движения может осуществляться как с помощью промежуточного гибкого звена (ременная, цепная, канатная передачи), так и путем непосредственного взаимодействия ведущего звена с ведомым с помощью зубчатых механизмов. В технике зубчатые передачи получили наибольшее распространение. В теории механизмов и машин изучаются в основном плоские зубчатые передачи (с параллельными осями), чтобы студенты приобрели базовые знания в области зубчатых передач. Пространственные зубчатые передачи и конкретные расчеты их рассматриваются в курсе «Детали машин».

К общим вопросам исследования зубчатых передач в ТММ относятся:

- 1) классификация зубчатых передач;
- 2) основная теорема зацепления;
- 3) изготовление зубчатых колес;
- 4) основные параметры эвольвентных зубчатых колес;
- 5) геометрия и параметры эвольвентного зацепления как наиболее рационального;
- 6) качественные показатели (коэффициент перекрытия, коэффициент удельного скольжения зубьев, КПД и др.);
- 7) кинематика зубчатых передач (определение передаточных отношений и угловых скоростей валов по известным числам зубьев);
- 8) дифференциальные и планетарные передачи и особенности их проектирования;
- 9) синтез (проектирование) сложных зубчатых передач (определение чисел зубьев по заданному передаточному отношению).

В приложениях к настоящему учебному пособию представлены таблицы и блокирующие контуры для выбора значений коэффициентов смещения, схемы сложных зубчатых механизмов и пример выполнения листа курсового проекта.

Зубчатые механизмы содержат высшие кинематические пары. Механизмы с высшими кинематическими парами обладают, по крайней мере,

тремя достоинствами в сравнении с механизмами, содержащими только низшие кинематические пары: во-первых, они могут воспроизводить любой закон движения теоретически достаточно точно; во-вторых, для реализации одного и того же закона движения может быть использован более простой по структуре механизм; в-третьих, механизмы с высшими парами менее чувствительны к погрешностям изготовления и монтажа.

Зубчатые механизмы предназначены для передачи вращательного движения от одного вала к другому и для изменения (увеличения или уменьшения) угловой скорости какого-либо вала по сравнению с существующей.

С помощью зубчатых колес можно передавать мощности от долей ватта до десятков и сотен киловатт, диаметры колес применяются от нескольких миллиметров до десятков метров, а передаточные отношения могут быть более 1 500.

Есть машины и приборы, всё устройство которых состоит почти исключительно из зубчатых колес. В качестве примера можно привести грузоподъемные машины, в частности лебедку, а из приборов – часы. Наиболее распространенный токарно-винторезный станок содержит от 20 до 100 зубчатых колес, а более сложные зуборезные станки имеют в комплекте до 270 колес.

Зубчатая передача является одним из наиболее распространенных типов привода, т. е. вспомогательного механизма, включаемого между двигателем и рабочей машиной.

## 6.2. Классификация зубчатых передач

Зубчатые передачи в зависимости от расположения валов могут быть:

- цилиндрические (валы расположены параллельно);
- конические (оси валов пересекаются в пространстве);
- гиперболоидные (оси валов скрещиваются в пространстве).

Среди гиперболоидных передач наибольшее распространение имеют червячные, винтовые и гипоидные передачи.

В зависимости от формы зубьев различают зубчатые передачи с прямыми, косыми, шевронными и спиральными зубьями.

Прямозубые передачи просты в изготовлении, сборке и эксплуатации, однако при применении непрямозубых колес повышается плавность, увеличивается нагрузочная способность (прочность) зубьев передачи и достигается бесшумная работа. Передачи с шевронными зубьями применяются при больших окружных скоростях и ударной нагрузке.

В зависимости от кинематической структуры все зубчатые механизмы принято подразделять:

- на передачи с неподвижными геометрическими осями колес;
- передачи с подвижными осями, которые называют *эпициклическими механизмами*.

Зубчатые механизмы, служащие для уменьшения частоты вращения колес ведомого вала по сравнению с ведущим, называются *редукторами*, а механизмы, предназначенные для увеличения частоты вращения ведомого вала, называются *мультипликаторами*. Сложные зубчатые механизмы, позволяющие получить несколько различных частот вращения ведомого вала, являются *коробками скоростей*.

### 6.3. Методы обработки профилей цилиндрических зубчатых колес

Динамическая нагрузка, воспринимаемая зубьями колес, зависит от точности изготовления колес, их окружной скорости, деформации зубьев под действием сил и ряда других факторов. Поэтому вопрос точности изготовления зубчатых колес для быстроходных машин имеет большое значение.

Точность воспроизведения профиля зуба зависит от метода изготовления зубчатых колес.

На практике в основном приняты два метода изготовления профилей: *копирование и обкатка*.

При обработке профиля зуба методом копирования чаще всего впадину между двумя смежными зубьями фрезеруют дисковой или пальцевой модульными фрезами. Зубья дисковой модульной фрезы в поперечном сечении имеют такое же очертание, как и впадина. Если фрезе сообщить вращательное движение, а заготовке — поступательное вдоль оси (рис. 6.1), то после одного прохода будет изготовлена одна впадина, т. е. сформированы профили правой и левой поверхностей двух соседних зубьев. Для изготовления каждой последующей впадины заготовка поворачивается делительной головкой на одну  $z$ -ю часть угла  $2\pi$ .

Дисковая модульная фреза представляет собой сложный и дорогостоящий инструмент. Более простой является пальцевая фреза, применяемая при изготовлении одиночных зубчатых колес большого модуля (рис. 6.2).

Более совершенным методом изготовления зубчатых колес, получившим широкое распространение, является метод обкатки, при котором в качестве инструмента применяются специально изготовленные зубчатое колесо (долбяк) или инструментальная рейка (гребенка). В основу этого метода положено свойство сопряженных профилей, а именно то, что сопряженные профили зубчатых колес являются взаимно огибающими кривыми.

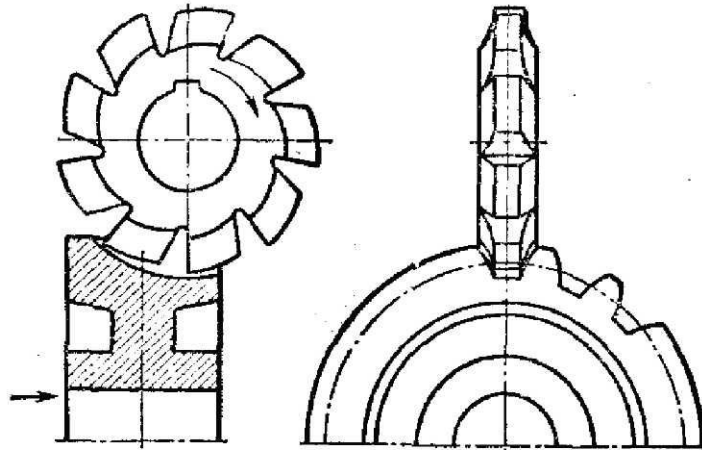


Рис. 6.1. Нарезание зубчатого колеса модульной фрезой

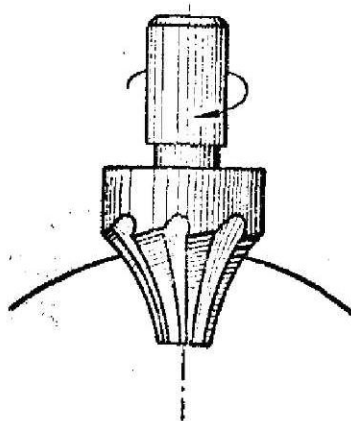


Рис. 6.2. Нарезание зубчатого колеса пальцевой фрезой

В процессе нарезания заготовке и инструменту сообщается такое же относительное движение, какое они имели бы, находясь в действительном зацеплении. Это движение, называемое движением обкатки, осуществляется особым механизмом подачи, связывающим движение вала инструмента и вала нарезаемого колеса.

Достоинствами метода обкатки при изготовлении колес эвольвентного профиля является универсальность инструмента, годного для изготовления зубчатых колес любого числа зубьев данного модуля, большая точность воспроизведения профиля и простота изготовления с высокой степенью точности инструмента, выполняемого в виде гребенки.

Рассмотрим более подробно процесс нарезания зубчатых колес методом обкатки.

**Нарезание долбяком.** В данном случае инструмент – точно изготовленное зубчатое колесо (рис. 6.3), у которого основанием торца является коническая поверхность и боковые поверхности затылованы, вследствие чего боковые поверхности и грань, очерчивающая головку зуба, являются режущими гранями. В плане профиль зуба долбяка очерчивается точно по эвольвенте.

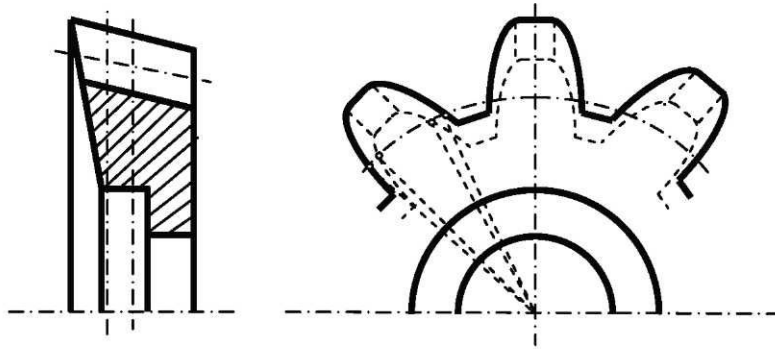


Рис. 6.3. Долбяк

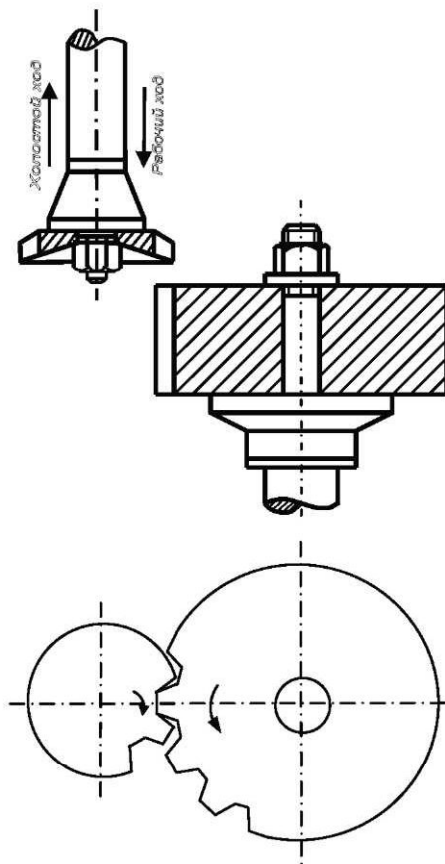


Рис. 6.4. Нарезание зубчатого колеса долбяком

На рис. 6.4 показано относительное расположение инструментально-го и нарезаемого колес. Для воспроизведения обкатки долбяку и колесу сообщается вращательное движение, причем углы их поворота обратно пропорциональны числам зубьев. Так как на колесе боковые поверхности зубьев не профилированы, то относительный поворот возможен при выведенном за пределы заготовки долбяке. После этого долбяк движется поступательно вдоль своей оси сначала вниз и срезает стружку с боковой поверхности зуба нарезаемого колеса, а затем возвращается в исходное положение. Этим заканчивается цикл.

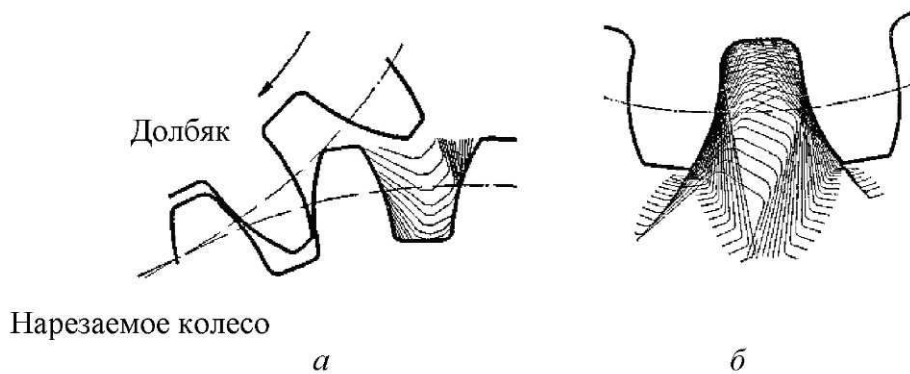


Рис. 6.5. Процесс обкатки колеса: *a* – долбяком; *б* – рейкой

На рис. 6.5, *a* показано последовательное относительное положение долбяка и нарезаемого колеса. На рисунке видно, что обрабатываемый профиль является огибающей последовательных относительных положений профиля инструмента.

**Нарезание рейкой.** В этом случае инструментом является точно изготовленная рейка с прямолинейным очертанием скошенных боковых граней, имеющая режущие кромки. Шаг ее в любом месте один и тот же, поэтому, вне зависимости от положения прямолинейной центроиды (кривые, перекатываемые друг по другу без скольжения в процессе относительного вращательного движения, в данном случае это кривая и прямая) на рейке, на центроиде колеса шаг будет равен шагу рейки. Что касается толщины зуба и ширины впадины по центроиде нарезаемого колеса, то они зависят от относительного расположения колеса (заготовки) и рейки. Центроида нарезаемого колеса в процессе обработки профиля делится шагом рейки на  $z$  равных частей, благодаря чему прямолинейная центроида инструментальной рейки получила название *станочно-начальной* (в некоторых источниках ее называют *делительной*) *прямой*, а центроида нарезаемого колеса – *делительной окружности*. Это специальное название центроиды нарезаемого колеса тем более целесообразно, что колесо, будучи введено в зацепление с другим колесом, нарезанным этой же рейкой, может иметь центроиду, т. е. начальную окружность другого радиуса.

Процесс нарезания колеса рейкой можно себе представить следующим образом. Зубчатому колесу сообщается поступательное и вращательное движение так, что делительная окружность колеса катится по начальной прямой рейки без скольжения.

Если центр колеса неподвижен, то рейке необходимо сообщить движение в противоположном направлении с такой же скоростью.

Повторением описанного цикла движений можно нарезать все зубья колеса, при этом профиль получается как огибающая последовательных положений прямолинейного профиля рейки (рис. 6.5, *б*) относительно колеса.

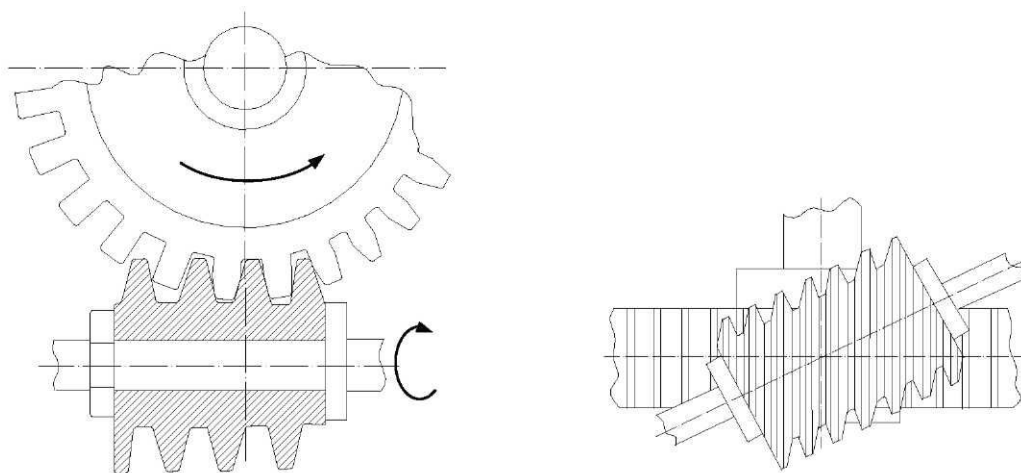


Рис. 6.6. Нарезание колеса червячной фрезой

**Нарезание фрезой.** Разновидностью обработки зубчатых колес методом обкатки является нарезание канавок червячной фрезой (рис. 6.6), которая в сечении, нормальном к средней линии спирали, представляет собой рейку с прямолинейным очертанием профиля. Возвратно-поступательное движение рейки в этом случае заменяется вращательным движением фрезы. При нарезании цилиндрических прямозубых зубчатых колес червячной фрезой последнюю устанавливают так, чтобы витки ее в месте снятия стружки были параллельны оси колеса, следовательно, ось фрезы должна с торцевой плоскостью колеса составлять угол  $\beta$ , равный углу подъема средней линии винтовой поверхности фрезы.

#### 6.4. Кинематика зубчатых механизмов

Основной характеристикой зубчатых передач является передаточное отношение. *Передаточным отношением*  $u_{12}$  от колеса 1 к колесу 2 (рис. 6.7) называется отношение угловой скорости  $\omega_1$  (или частоты вращения  $n_1$ ) звена 1 к угловой скорости  $\omega_2$  (или  $n_2$ ) звена 2:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (6.1)$$

Передаточное отношение от звена 2 к звену 1, следовательно, равно

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{u_{12}}. \quad (6.2)$$



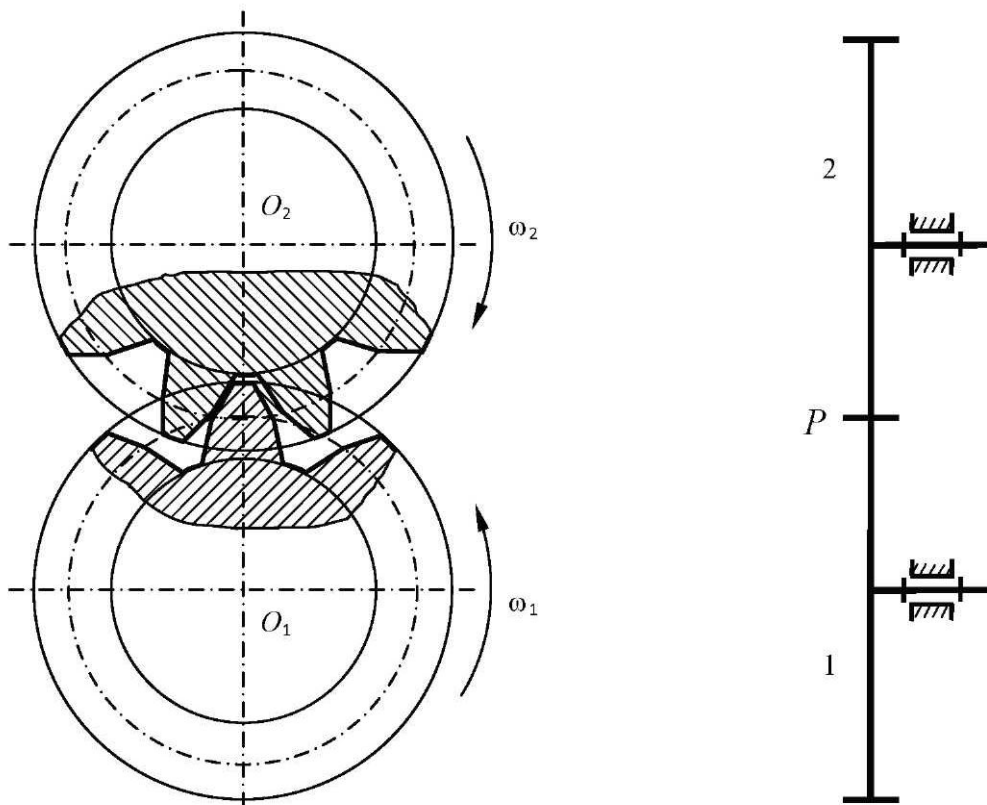


Рис. 6.7. Передача внешнего зацепления

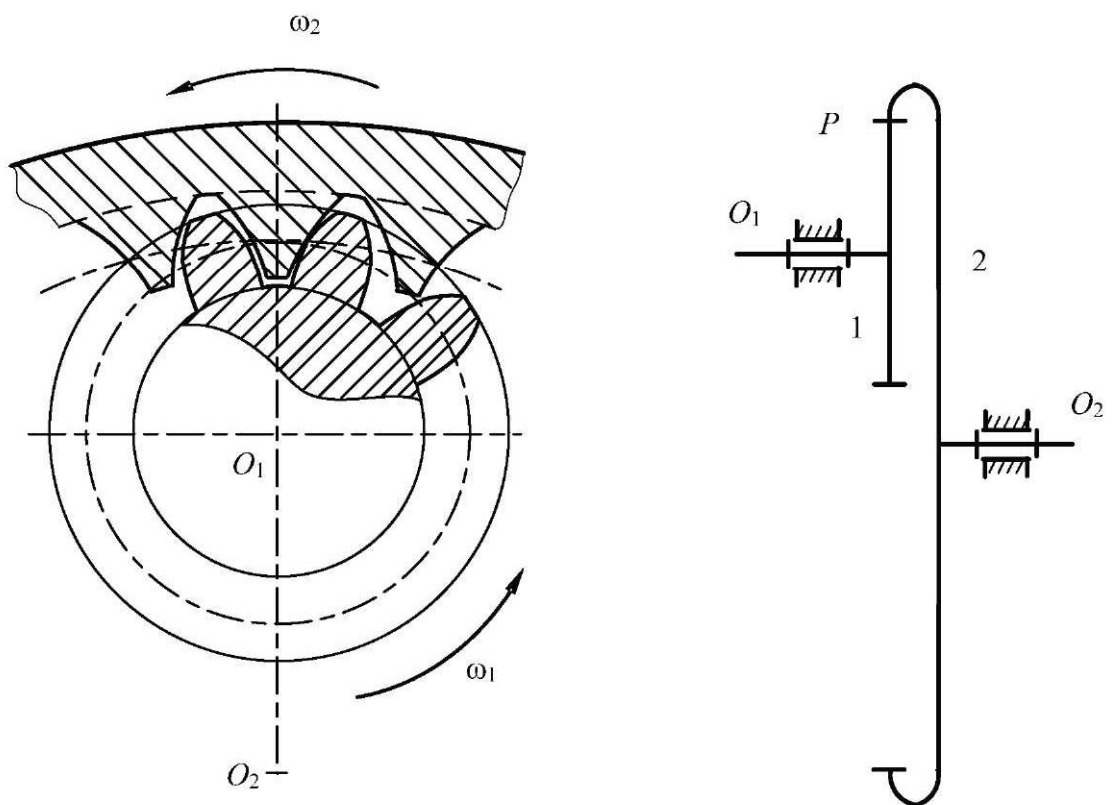


Рис. 6.8. Передача внутреннего зацепления

При внешнем зацеплении (рис. 6.7) передаточному отношению присваивается знак «минус» (колеса вращаются в противоположные стороны), при внутреннем (рис. 6.8) – «плюс» (колеса вращаются в одном направлении).

Зубчатые колеса на схемах изображаются в виде начальных окружностей. *Начальные окружности* являются центроидами в относительном движении колес, т. е. в процессе передачи вращения они перекатываются друг по другу без скольжения. Начальные окружности проходят через полюс зацепления  $P$ . *Полюсом зацепления* называется мгновенный центр относительного вращения зубчатых колес. Полюс делит расстояние между осями вращающихся звеньев на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям или прямо пропорциональные числам зубьев:

$$\frac{O_2P}{O_1P} = \pm \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1} = u_{12}. \quad (6.3)$$

Зубчатые механизмы с неподвижными геометрическими осями вращения колес отличаются двумя типами соединений. В первом случае на каждой промежуточной оси заклинено по два зубчатых колеса и каждое из колес этого ряда входит лишь в одно зацепление (рис. 6.9).

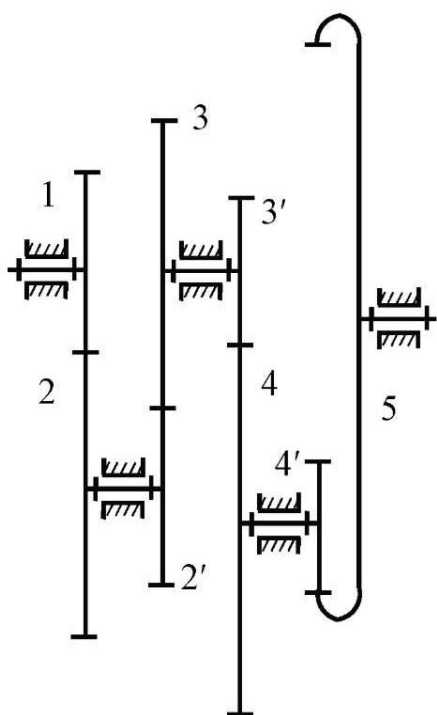


Рис. 6.9. Ступенчатый зубчатый ряд

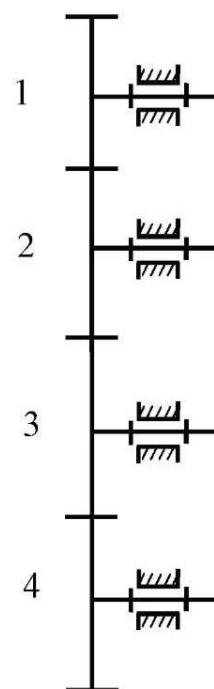


Рис. 6.10 Ступенчатый ряд с промежуточными колесами

Передаточное отношение ряда определяется по формуле

$$u_{15} = u_{12}u_{2'3}u_{3'4}u_{4'5} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{n_1}{n_5} = (-1)^k \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2' z_3' z_4'}, \quad (6.4)$$

где знак передаточного отношения зависит от числа внешних зацеплений ( $k$  – степень, равная числу внешних зубчатых зацеплений, в данном примере  $k = 3$ ), т. е. передаточное отношение  $u_{15}$  оказывается отрицательным.

Во втором случае на каждой оси заклинено по одному зубчатому колесу (рис. 6.10) и каждое из промежуточных («паразитных») колес (2 и 3) входит в два зацепления. Передаточное отношение этого ряда рассчитывается по формуле

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{n_1}{n_4} = (-1)^k \frac{z_4}{z_1} = -\frac{z_4}{z_1}. \quad (6.5)$$

Передачи с промежуточными колесами используются при больших расстояниях между осями ведущего и ведомого колес и в тех случаях, когда необходимо изменить направление вращения ведомого колеса по отношению к направлению вращения ведущего.

**Эпициклические механизмы** имеют как подвижные, так и неподвижные геометрические оси вращения колес. Звенья, вращающиеся вокруг неподвижной геометрической оси, называются *основными* или *центральными* (на рис. 6.11 звенья 1, 3, H). Зубчатое колесо 2, имеющее подвижную ось, называется *планетарным* или *сателлитом*, звено H – *водилом* или *поводком*.

К группе эпициклических механизмов относятся три типа механизмов – дифференциальные, планетарные механизмы и механизмы замкнутого дифференциала.

Дифференциальные механизмы (дифференциалы) имеют все подвижные основные звенья и число степеней свободы больше единицы.

Определим число степеней свободы для дифференциального механизма, изображенного на рис. 6.12. Число подвижных звеньев  $n = 4$  (центральные колеса 1 и 3, водило H и сателлитный блок, состоящий из сателлитов 2 и 2', представляющих собой одно звено), число одноподвижных кинематических пар  $p_5 = 4$  (0-1, 2-H, H-0, 3-0, где 0 – стойка), число двухподвижных пар  $p_4 = 2$  (1-2, 2'-3).

Тогда число степеней свободы определим по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

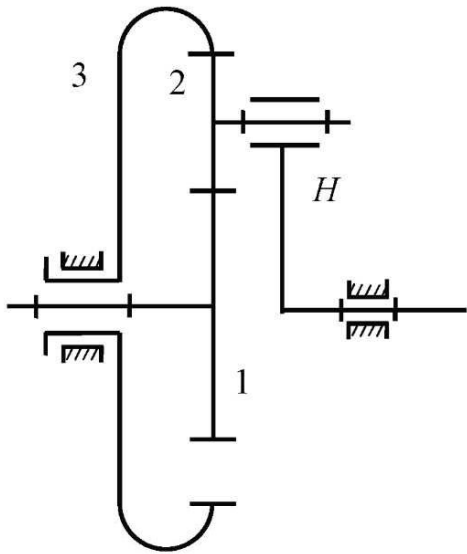


Рис. 6.11. Однорядная дифференциальная передача

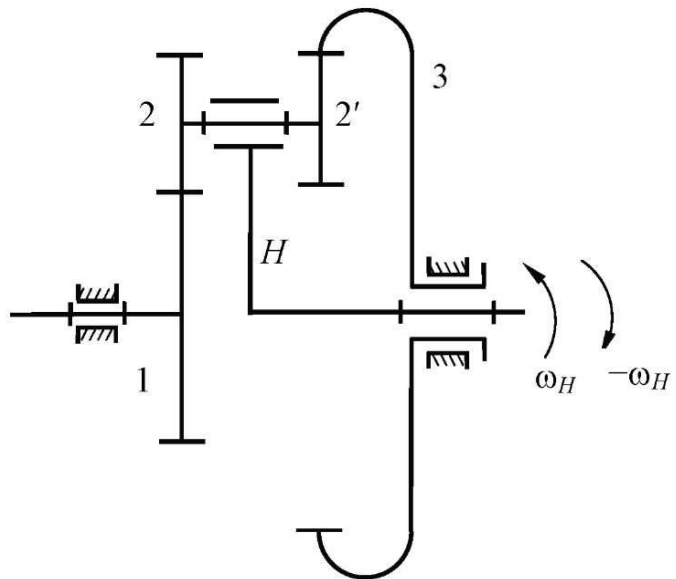


Рис. 6.12. Двухрядная дифференциальная передача

Это означает, что определенность в движении данного механизма будет тогда, когда будут заданы законы движения для двух его звеньев.

Чтобы рассчитать передаточное отношение для дифференциальных механизмов, прибегают к так называемому *методу обращенного движения* (*методу инверсии*). Рассмотрим тот же механизм (см. рис. 6.12). Сообщим всему механизму условно угловую скорость, равную угловой скорости водила, но направленную в противоположную сторону, при этом относительное движение звеньев не изменится. В обращенном движении водило останавливается, т. е. дифференциальная передача превращается в механизм, состоящий из простых передач, такой механизм называют *обращенным*. Обозначим передаточное отношение обращенного механизма  $u_{13}^{(H)}$  (верхний индекс означает, что данное звено неподвижно). Это передаточное отношение определяется следующим образом:

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1'}{\omega_3'} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}. \quad (6.6)$$

Зависимость (6.6) называют *формулой Виллиса для дифференциальных передач*.

Передаточное отношение  $u_{13}^{(H)}$  обращенного механизма от колеса 1 к колесу 3 при неподвижном водиле можно рассчитать, зная числа зубьев колес:

$$u_{13}^{(H)} = u_{12}^{(H)} u_{2'3}^{(H)} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}, \quad (6.7)$$

Планетарные механизмы. У таких механизмов одно из основных (центральных) колес неподвижно (на рис. 6.13 – колесо 3). Такие механизмы обладают одной степенью подвижности. Для данного планетарного механизма  $\omega_3 = 0$ . В этом случае формула Виллиса (6.6) принимает вид

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{1H}^{(3)}, \quad (6.8)$$

где  $u_{1H}^{(3)}$  – передаточное отношение от колеса 1 к водилу  $H$  при неподвижном колесе 3.

Отсюда

$$u_{13}^{(3)} = 1 - u_{1H}^{(3)}. \quad (6.9)$$

Зависимость (6.9) называют *формулой Виллиса для планетарных механизмов*. Передаточное отношение  $u_{13}^{(H)}$  выражается через числа зубьев колес

$$u_{13}^{(H)} = u_{12}u_{2'3} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}, \quad (6.10)$$

тогда

$$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}. \quad (6.11)$$

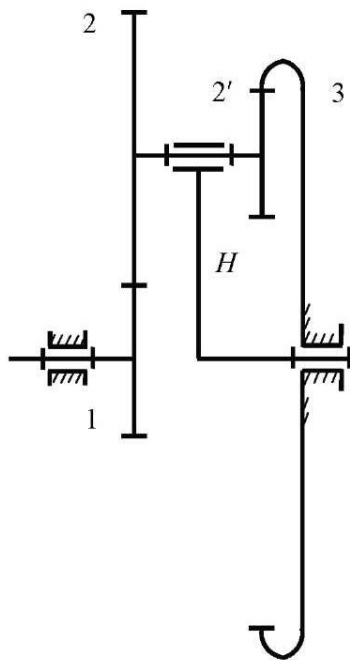


Рис. 6.13. Планетарная передача

Механизмы замкнутого дифференциала (замкнутые дифференциалы) имеют все признаки дифференциалов: все основные звенья подвижны, но на движение этих звеньев налагается дополнительное условие связи, поэтому число степеней подвижности у них равно единице.

Рассмотрим механизм на рис. 6.14. Определим его число степеней свободы. Число подвижных звеньев  $n = 5$  ( $1, 2-2', H-5, 4-4', 5$ ), число одноподвижных кинематических пар  $p_5 = 5$  ( $0-1, 2-H, H-0, 3-0, 4-0$ ), число двухподвижных пар  $p_4 = 4$  ( $1-2, 2'-3, 3'-4, 4'-5$ ). Тогда число степеней подвижности определим по формуле Чебышева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 4 = 1.$$

Определим передаточное отношение  $u_{1H}$ . Для этого выделим дифференциальную часть – это колеса  $1, 2, 2', 3$  и водило  $H$ . Запишем для нее формулу Виллиса и преобразуем ее так, чтобы выделить искомое передаточное отношение, для чего числитель и знаменатель дроби поделим на  $n_H$ :

$$u_{13}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}}{\frac{n_3}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}} = \frac{u_{1H} - 1}{u_{3H} - 1}, \quad (6.12)$$

где  $u_{3H} = u_{3'5} = u_{3'4} u_{4'5} = \frac{z_4 z_5}{z_{3'} z_{4'}}$ .

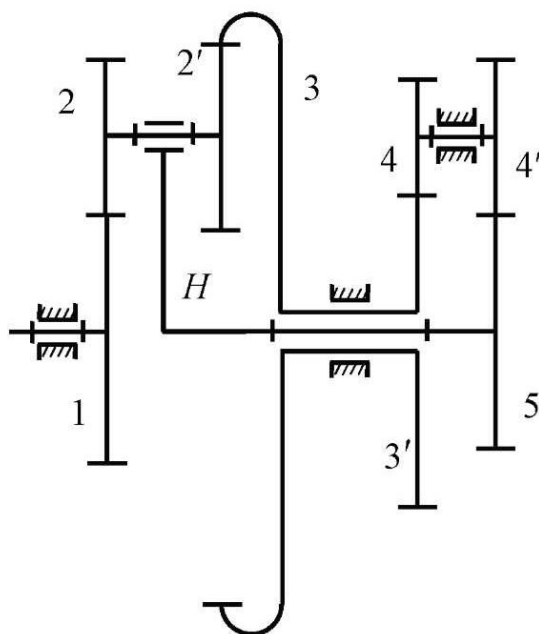


Рис. 6.14. Замкнутый дифференциал

Из выражения (6.12) определим искомое передаточное отношение:

$$u_{1H} = u_{13}^{(H)}(u_{3'5} - 1) + 1 = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} \left( \frac{z_4 z_5}{z_3' z_4'} - 1 \right) + 1.$$

Если выходным звеном является колесо 4', то для определения искомого передаточного отношения  $u_{14'}$  числитель и знаменатель в формуле Виллиса поделим на частоту вращения  $n_{4'}$ :

$$u_{13}^{(H)} = \frac{n_1 - n_{II}}{n_3 - n_{II}} = \frac{\frac{n_1 - n_H}{n_{4'}} - \frac{n_{4'}}{n_{4'}}}{\frac{n_3 - n_{II}}{n_{4'}} - \frac{n_{4'}}{n_{4'}}} = \frac{u_{14'} - u_{II4'}}{u_{34'} - u_{II4'}},$$

где  $u_{H4'} = u_{54'} = -\frac{z_4'}{z_5}$ ;  $u_{34'} = u_{3'4} = -\frac{z_4}{z_3'}$ .

Из полученного уравнения выразим искомое передаточное отношение:

$$u_{14'} = u_{13}^{(II)}(u_{34'} - u_{H4'}) + u_{H4'} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} \left( -\frac{z_4}{z_3'} + \frac{z_4'}{z_5} \right) - \frac{z_4'}{z_5}.$$

В дальнейшем при кинематическом исследовании замкнутых дифференциалов предлагается следующий порядок расчета:

- 1) из состава механизма мысленно выделить дифференциальную часть и записать для нее формулу Виллиса (6.6);
- 2) путем преобразований выделить искомое передаточное отношение и определить, частоту вращения каких звеньев надо исключить из правой части формулы;
- 3) использовать частоту вращения звеньев замыкающей цепи для исключения лишних неизвестных.

## 6.5. Графический метод кинематического исследования зубчатых механизмов

При вращении звена (колеса, водила) относительно неподвижной оси, проходящей через точку  $O$  (рис. 6.15), скорости любых точек звена пропорциональны радиусу. Прямая  $l-l$ , проходящая через центр колеса, называется *картиной линейных скоростей* или *планом скоростей данного звена*. На ней лежат концы векторов скоростей всех точек, расположенных на вертикальном диаметре. Если некоторая точка  $M$  данного звена не ле-

жит на вертикальном диаметре, надо перенести ее на этот диаметр дугой радиуса  $OM$ . Угол наклона  $\phi$  прямой  $l-l$  к вертикальному диаметру будет зависеть от угловой скорости вращения звена или его частоты вращения:

$$\omega = \frac{V_A}{l_{OA}} \sim \operatorname{tg}\phi. \quad (6.13)$$

Если звено совершает сложное движение, например сателлит, то прямая распределения скоростей  $l-l$  (рис. 6.16) пройдет не через центр колеса  $O$ , а через точку  $O'$ , являющуюся его мгновенным центром вращения (МЦВ). Положение этой точки в каждом конкретном случае будет зависеть от положения точки зацепления данного звена с неподвижным звеном (в планетарных передачах), или эта точка будет лежать на пересечении линий скоростей соседних с сателлитом звеньев (в дифференциалах).

Для того чтобы провести прямую распределения скоростей, достаточно знать скорости двух каких-либо его точек. Обычно одна из этих точек является центром колеса или МЦВ, и скорость её равна нулю. Другая точка является точкой зацепления с соседним звеном или подвижным центром колеса, её скорость определяется в ходе построения картины скоростей механизма. Необходимо соединить центр вращения (или МЦВ) с концом вектора скорости второй точки прямой линией.

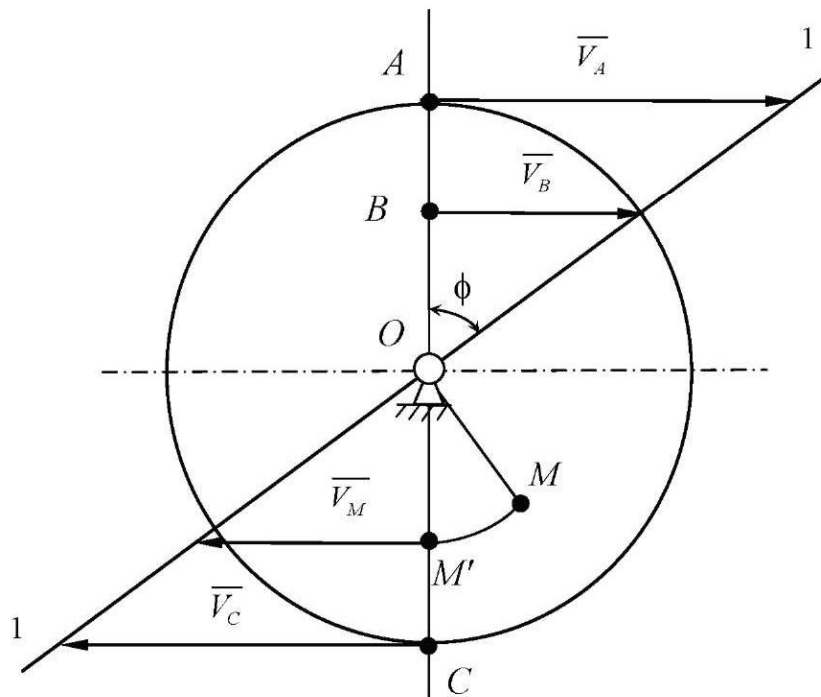


Рис. 6.15. Звено с неподвижной осью вращения



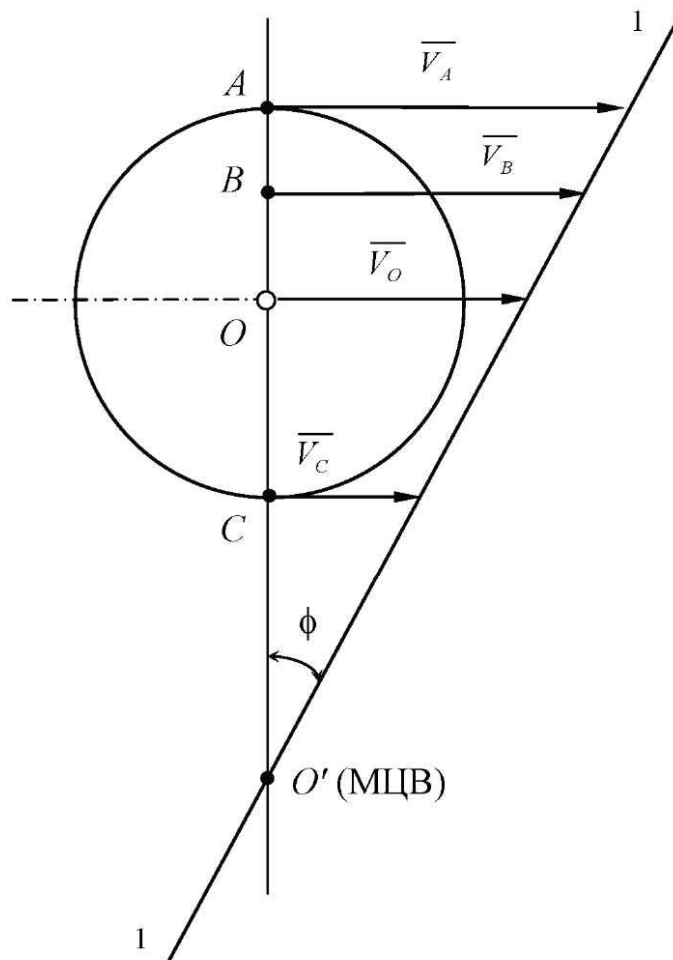


Рис. 6.16. Звено с подвижной осью вращения (сателлит)

Чтобы построить картину скоростей механизма, необходимо изобразить его кинематическую схему в некотором масштабе  $\mu_l$  (размеры звеньев должны быть известны), при этом колеса изображаются в виде начальных окружностей. Рассмотрим построение картины скоростей для двухрядной планетарной передачи (рис. 6.17).

Проведем прямую  $y-y$ , параллельную линии центров  $O_1-O_2$ , спроецируем на нее центры вращения звеньев  $O_1, O_2, O_3 (O_H)$  и точки зацепления  $A$  и  $B$ . От точки  $a$  отложим вектор  $\overline{aa'}$  произвольной длины, который в некотором масштабе изобразит скорость точки  $A$  ( $V_A = aa' \cdot \mu_V$ ). Соединим  $a'$  с точками  $o_1$  и  $b$  ( $o_1$  – центр вращения колеса  $1$ , точка  $b$  – мгновенный центр вращения сателлитов  $2-2'$ , представляющих собой одно звено). Получим прямые  $1$  и  $2-2'$ , являющиеся прямыми распределения скоростей звеньев  $1$  и  $2-2'$ . Так как точка  $O_2$  принадлежит звену  $2-2'$ , то конец вектора скорости этой точки будет лежать на прямой  $2-2'$ . Поэтому, проведя горизонтальный отрезок из точки  $o_2$  до пересечения с прямой  $2-2'$ , полу-

чим вектор  $\overline{o_2 o_2'}$ , который в масштабе изобразит скорость оси сателлитов точки  $O_2$  ( $V_{O_2} = o_2 o_2' \cdot \mu_V$ ). Эта точка, в свою очередь, принадлежит водилу  $H$ , значит, соединив точки  $o_2'$  и  $o_H$  прямой  $H$ , мы получим прямую распределения скоростей водила. Для определения скоростей других точек звеньев необходимо продлить, если это нужно, соответствующую прямую и спроецировать на нее данную точку. Например, проецируя точку  $C$  на продолжение прямой  $I$  и на прямую  $y-y$ , получаем вектор  $\overline{cc'}$  ( $V_C = cc' \cdot \mu_V$ ).

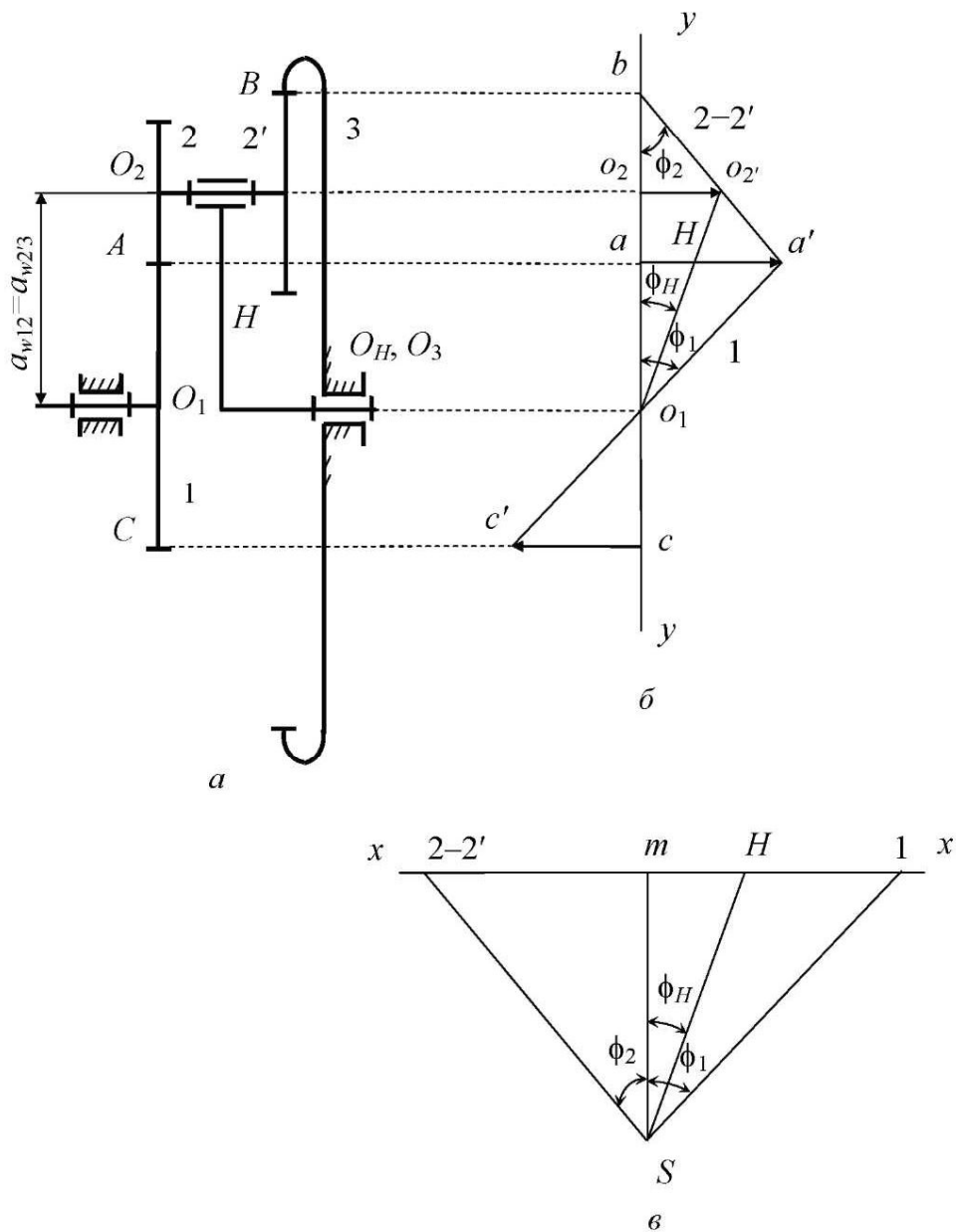


Рис. 6.17. Построение картин линейных (б) и угловых (в) скоростей для планетарной передачи (а):  $a_w$  – межосевое расстояние

Для построения картины угловых скоростей проведем прямую  $x-x$  перпендикулярно линии центров  $O_1-O_2$ , на произвольном расстоянии от нее возьмем полюс  $S$  и проведем перпендикуляр  $Sm$ . Далее из полюса  $S$  проведем лучи, параллельные прямым  $l, 2, 2', H$ , и на пересечении с прямой  $x-x$  получим точки, обозначенные соответственно. Используя отрезки  $m1, m2, mH$ , с учетом выражения (6.13) определим угловые скорости:

$$\omega_1 = \frac{V_A}{l_{OA}} = \frac{aa' \cdot \mu_V}{OA \cdot \mu_l} = \operatorname{tg} \phi_1 \frac{\mu_V}{\mu_l} = \frac{m1 \mu_V}{Sm \mu_l} = m1 \cdot \mu_\omega, \quad (6.14)$$

где  $\mu_\omega$  – масштабный коэффициент угловых скоростей;

$$\mu_\omega = \frac{\mu_V}{Sm \cdot \mu_l}.$$

Аналогично:

$$\begin{aligned} \omega_{22'} &= m2 \cdot \mu_\omega, \\ \omega_H &= mH \cdot \mu_\omega. \end{aligned}$$

По картине угловых скоростей можно определить передаточное отношение:

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{m1}{mH}. \quad (6.15)$$

Если отрезки расположены на прямой  $x-x$  по одну сторону от точки  $m$ , то данные звенья вращаются в одном направлении, если по разные стороны, то – в противоположном.

## 6.6. Проектирование эвольвентного зацепления

### 6.6.1. Основная теорема зацепления

В 1841 г. английским ученым Робертом Виллисом (1800–1875) была сформулирована основная теорема зацепления: *нормаль в точке соприкосновения элементов звеньев, образующих высшую пару качения и скольжения, делит межсосеевое расстояние на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям.*

Для доказательства теоремы рассмотрим произвольную точку касания  $K$  сопряженных профилей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (рис. 6.18). Через точку  $K$  проведем общую нормаль  $N_1-N_2$  и общую касательную  $\tau-\tau$ . Точку  $K$  можно рас-

считать, как две слитные точки  $K_1$  и  $K_2$ . Скорости этих точек можно найти по зависимостям:

$$V_1 = V_{K_1} = \omega_1 \cdot l_{O_1K} (\perp O_1K);$$

$$V_2 = V_{K_2} = \omega_2 \cdot l_{O_2K} (\perp O_2K).$$

Каждую из этих скоростей разложим на нормальную и касательную составляющие:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_{N_1} + \vec{V}_{T_1};$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_{N_2} + \vec{V}_{T_2}.$$

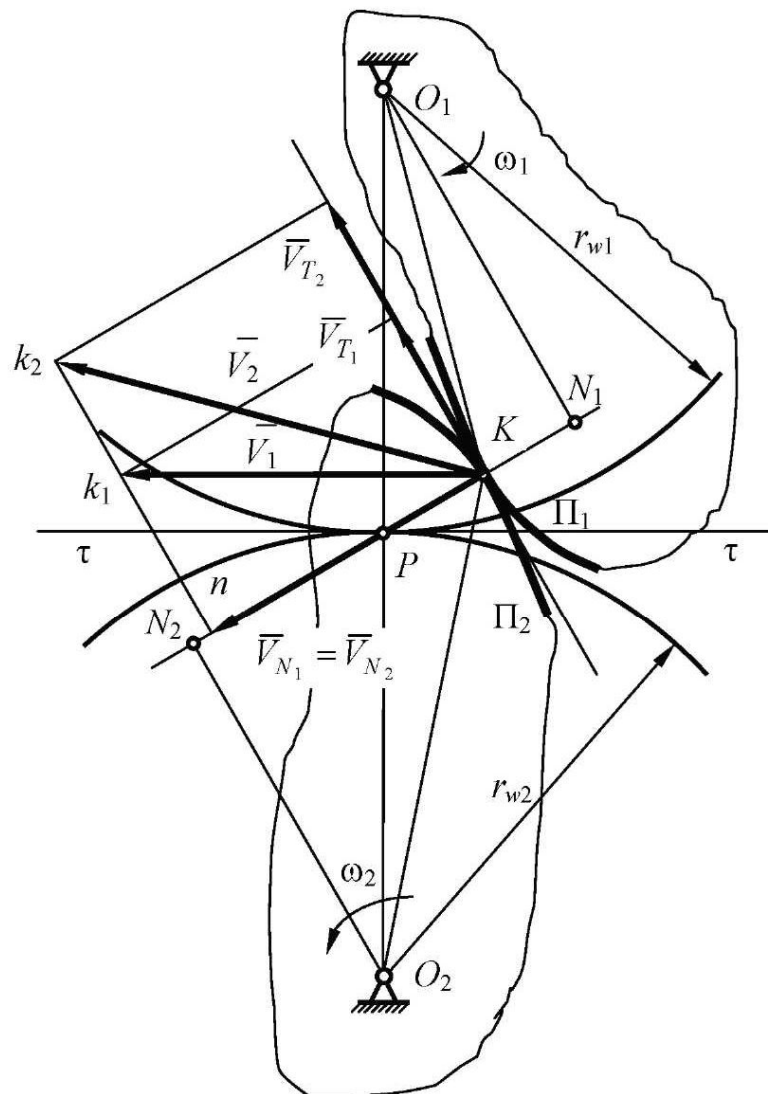


Рис. 6.18. Высшая пара с элементами звеньев в виде эвольвентных профилей

Непрерывным условием существования зацепления является равенство нормальных составляющих скоростей, так как только в этом случае будет обеспечена непрерывность контакта, т. е.

$$\bar{V}_{N_1} = \bar{V}_{N_2} = \bar{V}_N.$$

В противном случае профили будут либо отставать, либо внедряться друг в друга. Определим нормальные составляющие скоростей, для чего рассмотрим две пары треугольников:

$$\Delta O_1 N_1 K \sim \Delta K n k_1, \quad \Delta O_2 N_2 K \sim \Delta K n k_2.$$

Из подобия треугольников следует

$$\frac{V_{N_1}}{V_1} = \frac{O_1 N_1}{O_1 K} \quad \text{и} \quad \frac{V_{N_2}}{V_2} = \frac{O_2 N_2}{O_2 K}.$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} V_{N_1} &= V_1 \frac{O_1 N_1}{O_1 K} = \omega_1 \cdot O_1 N_1; \\ V_{N_2} &= V_2 \frac{O_2 N_2}{O_2 K} = \omega_2 \cdot O_2 N_2. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Приравняв правые части, получим

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1}.$$

Из подобия треугольников  $\Delta O_1 N_1 P \sim \Delta O_2 N_2 P$  имеем

$$\frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 P}{O_1 P},$$

значит,  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P}$ , что и требовалось доказать.

Точка  $P$ , делящая межосевое расстояние  $O_1 O_2$  на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям, является мгновенным центром вращения в относительном движении звеньев  $1$  и  $2$  и называется *полюсом зацепления*. При постоянном передаточном отношении  $u_{12}$  полюс зацепления является неподвижной точкой, а центры представляют собой окружности, называемые *начальными*. При передаче вращения начальные окружности перекатываются друг по другу без скольжения, постоянно касаясь в полюсе зацепления  $P$ . При этом

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_{w2}}{r_{w1}}, \quad (6.17)$$

где  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$  – радиусы начальных окружностей (начальные радиусы).

В зубчатом зацеплении профилю зуба одного колеса соответствует определенный профиль зуба другого колеса, причем сопряженные профили являются взаимоогibaемыми кривыми. Выбор вида профильных кривых определяется требованиями кинематического, динамического, технологического и эксплуатационного характера. В машиностроении используется несколько видов кривых, по которым очерчиваются профили зубьев: эвольвента окружности, циклоидные кривые, дуга окружности. Эвольвентное зацепление, предложенное в 1764 г. швейцарским ученым Леонардом Эйлером (1707–1783), получило наибольшее распространение в машиностроении.

### 6.6.2. Эвольвента, ее свойства и уравнения

**Эвольвента.** Геометрическое место центров кривизны какой-либо кривой называется *эволютой*, а сама кривая по отношению к эволюте называется *разверткой* или *эвольвентой*. Следовательно, эвольвента окружности (далее – эвольвента) есть кривая, центры кривизны которой лежат на окружности. Эвольвента может быть получена как траектория точки прямой, перекатывающейся без скольжения по окружности. В теории зацепления окружность, эвольвентой которой является профиль зуба, называется *основной окружностью*.

На рис. 6.19 показано построение эвольвенты основной окружности  $b$  при перекатывании по ней прямой  $n-n$ , называемой *производящей* (иногда ее называют *образующей*) *прямой*. Пусть производящая прямая показана в положении, когда она касается основной окружности в точке  $A$ , и надо построить эвольвенту, описываемую точкой  $M$ . Делим отрезок  $AM$  на равные части (например, на четыре части) и откладываем на основной окружности дуги, равные соответствующим частям отрезка  $AM$ :  $\cup 43 = |43|$ ,  $\cup 32 = |32|$  и т. д. (при малых центральных углах дуги можно заменять хордами). Через полученные точки деления окружности проводим к ней касательные и откладываем на них отрезки, последовательно уменьшая длину каждого отрезка на одну часть. Например, из точки  $3$  откладываем отрезок, содержащий три части, из точки  $2$  – две части и т. д. Соединяя концы отложенных отрезков, получаем эвольвенту.

Если нужно получить продолжение эвольвенты, то на производящей прямой откладываются отрезки  $|45| = |56|$  и т. д., а на окружности – дуги  $\cup 45, \cup 56$ , равные по длине отрезкам  $|45| = |56|$ . Для получения точек

эвольвенты из точки 5 проводится касательная к основной окружности и на ней откладывается отрезок, содержащий пять частей, и т. д.

Заметим также, что эвольвенту можно представить как траекторию точки  $M$  конца нити, которая в натянутом положении наматывается на барабан, диаметр которого равен диаметру основной окружности.

Уравнение эвольвенты в параметрической форме получается из условия перекачивания производящей прямой по основной окружности:

$$\cup AM_0 = AM. \quad (6.18)$$

Обозначим через  $\alpha_y$  острый угол между касательной  $t-t$  к эвольвенте и радиусом-вектором эвольвенты  $OM$ . В теории эвольвентного зацепления он называется *профильным углом*. Угол, образованный начальным радиусом-вектором эвольвенты  $OM_0$  и ее текущим радиусом  $OM$ , называется *полярным углом* и обозначается через  $\theta_y$ . Кроме того, обозначим через  $r_b$  радиус основной окружности. Тогда условие (6.18) принимает вид

$$r_b(\alpha_y + \theta_y) = r_b \operatorname{tg} \alpha_y,$$

откуда

$$\theta_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y.$$

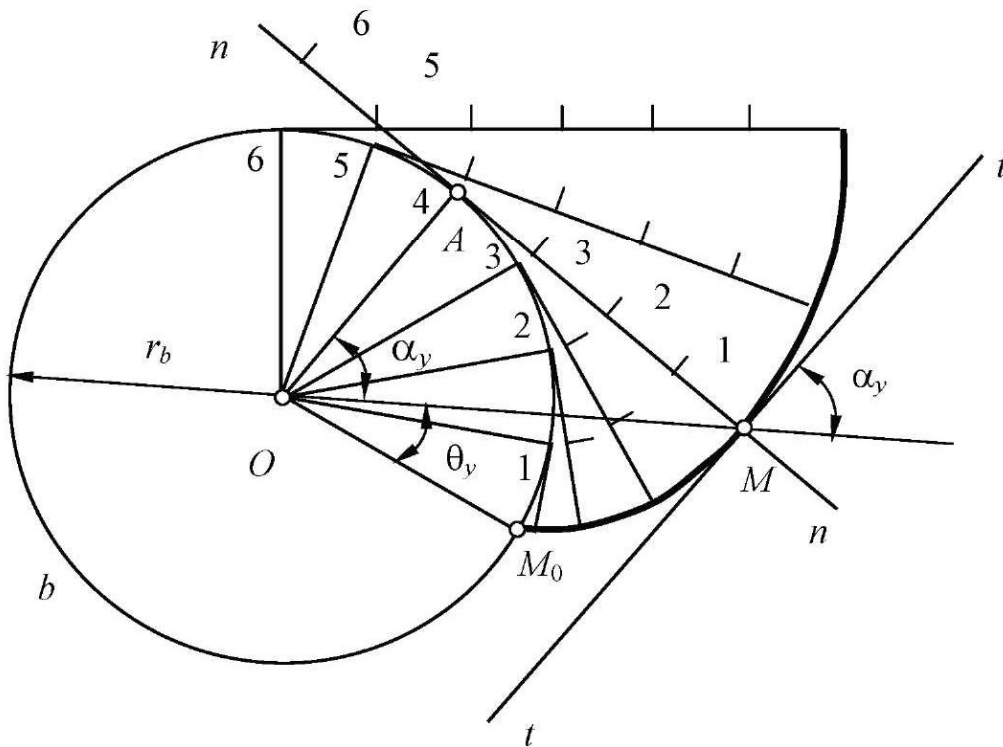


Рис. 6.19. Построение эвольвенты

Тригонометрическая функция  $\operatorname{tg} \alpha - \alpha$  называется *инволютой* и обозначается  $\operatorname{inv} \alpha$ , т. е. данное уравнение может быть записано в виде

$$\theta = \operatorname{inv} \alpha. \quad (6.19)$$

Радиус-вектор эвольвенты  $R$  находится из  $\triangle OAM$ :

$$R = \frac{r_b}{\cos \alpha_y}. \quad (6.20)$$

Уравнения (6.19) и (6.20) определяют уравнение эвольвенты в полярных координатах  $R$  и  $\theta$ , выраженных через параметр  $\alpha$ .

Перечислим основные свойства эвольвенты:

- 1) каждая ветвь эвольвенты определяется радиусом основной окружности и положением начала отсчета эвольвентного угла;
- 2) эвольвента не имеет точек внутри основной окружности;
- 3) нормаль к любой точке эвольвенты направлена по касательной к основной окружности, причем из двух возможных касательных одна соответствует положительной ветви, другая – отрицательной;
- 4) центр кривизны лежит в точке касания нормали с основной окружностью.

### 6.6.3. Эвольвентное зацепление

Пусть профиль зуба звена 1 (рис. 6.20) очерчен по эвольвенте основной окружности радиусом  $r_{b1}$ , а профиль зуба звена 2 – по эвольвенте основной окружности радиусом  $r_{b2}$ . Поместим центры этих окружностей в центры вращения  $O_1$  и  $O_2$  и приведем эвольвенты в соприкосновение в точке  $K$ . Нормаль к эвольвенте  $\mathcal{E}_1$  в точке  $K$  должна быть касательной к основной окружности звена 1, а нормаль к эвольвенте  $\mathcal{E}_2$  – касательной к основной окружности звена 2. В точке касания нормаль должна быть общей к обоим профилям, и, следовательно, точка  $K$  лежит на общей касательной к основным окружностям. При вращении звеньев 1 и 2 точка касания эвольвент перемещается по отрезку  $N_1N_2$  этой касательной, так как вне отрезка  $N_1N_2$  эвольвенты не могут касаться, т. е. иметь общую нормаль.

Общая касательная к основным окружностям  $N_1N_2$  является линией зацепления. *Линией зацепления* ( $N_1N_2 - g$ ) называется траектория общей точки контакта зубьев при ее движении относительно неподвижного звена зубчатой передачи. За пределами этого участка теорема зацепления не выполняется и правильность зацепления нарушается. За предельными точками  $N_1$  и  $N_2$  профили парных зубьев пересекаются, и возникает явление интерференции.



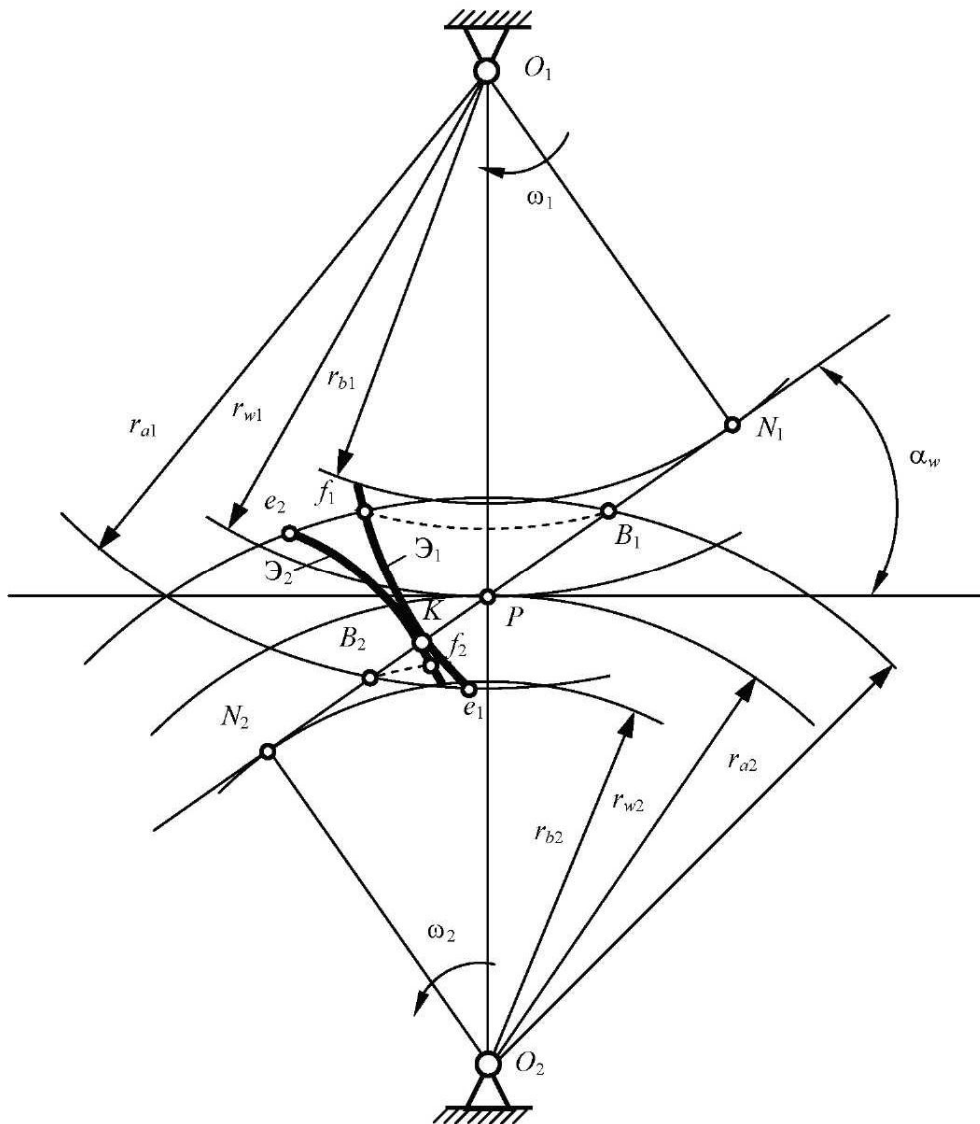


Рис. 6.20. Эвольвентное зацепление

Участок  $B_1B_2$  ( $B_1B_2 = g_a$ ) линии зацепления, заключенный между точками пересечения ее с окружностями вершин зубьев, называется *активной линией зацепления*. Она является геометрическим местом точек действительных касаний профилей зубьев. Эвольвентные профили контактируют друг с другом участками  $e_1f_1$  и  $e_2f_2$ , называемыми *активными профилями*. Верхние точки этих профилей  $e_1$  и  $e_2$  лежат на окружности вершин, нижние точки  $f_1$  и  $f_2$  – на пересечении профилей с окружностями радиусов  $O_1B_1$  и  $O_2B_2$ .

Точка пересечения общей нормали к эвольвентам с межосевой линией ( $P$  – полюс зацепления) занимает неизменное положение, и, следовательно, центры в относительном движении звеньев представляют собой окружности радиусами  $r_{w1} = l_{O_1P}$  и  $r_{w2} = l_{O_2P}$  соответственно. Эти окружно-

сти называются *начальными*. По свойству центроид начальные окружности при движении звеньев перекатываются без скольжения.

Итак, при эвольвентном зацеплении передаточное отношение, согласно основной теореме плоского зацепления, имеет постоянную величину

$$u_{12} = \pm \frac{r_{w2}}{r_{w1}}, \quad (6.21)$$

причем знак «плюс» относится к внутреннему зацеплению, а знак «минус» – к внешнему.

Угол между линией зацепления и прямой, перпендикулярной межосевой линии, называется *углом зацепления* и обозначается через  $\alpha_w$ . Стандартный угол зацепления  $\alpha = 20^\circ$ . Из треугольников  $O_1AP$  и  $O_2BP$  следует

$$\begin{aligned} r_{b1} &= r_{w1} \cos \alpha_w, \\ r_{b2} &= r_{w2} \cos \alpha_w. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Значит, при эвольвентном зацеплении передаточное отношение может быть также выражено через отношение радиусов основных окружностей:

$$u_{12} = \pm \frac{r_{b2}}{r_{b1}}. \quad (6.23)$$

Из формулы (6.23) следует, что при эвольвентном зацеплении изменение межосевого расстояния не влияет на величину передаточного отношения ввиду неизменности радиусов основных окружностей. Это преимущество эвольвентного зацепления, так как погрешности при сборке не окажут влияния на величину передаточного отношения. При изменении межосевого расстояния изменяются радиусы начальных окружностей и угол зацепления.

#### 6.6.4. Станочное зацепление

Процесс изготовления зубчатого колеса способом огибания можно рассматривать как зацепление исходного производящего контура (ИПК) инструмента с заготовкой. Для гребенки и червячной фрезы ИПК имеет форму зубчатой рейки (рис. 6.21). Зацепление инструментальной рейки и нарезаемого колеса называют *станочным зацеплением*. Согласно ГОСТ 13755–81 исходный производящий контур имеет стандартные размеры:  $\alpha = 20^\circ$ ;  $h_a^* = 1$  (коэффициент высоты головки зуба);  $h_f^* = 1,25$  (коэффициент высоты ножки зуба);  $h_t^* = 2$  (коэффициент граничной высоты);

$c^* = 0,25$  (коэффициент радиального зазора);  $\rho_0^* = \rho_f^* = 0,38$  (коэффициент радиуса кривизны переходной кривой).

Модуль  $m$  регламентируется СТ СЭВ 310–76, согласно которому  $h_a = h_a^* m$  ( $h_a$  – высота головки зуба),  $c = c^* m$  ( $c$  – радиальный зазор). В некоторых случаях возможны отклонения от стандартных значений.

Прямая, проходящая по середине общей высоты зуба и делящая шаг рейки пополам, называется *делительной*, иногда *средней*. Основные расчетные параметры – модуль  $m$  и число зубьев  $z$ : от них зависят размеры зубчатого колеса. При нарезании колеса станочно-начальная (или просто начальная) прямая обкатывается без скольжения по делительной окружности, поэтому шаг по делительной окружности колеса равен шагу реечного инструмента:  $p = \pi m$ .

Таким образом, *делительной окружностью* называется окружность, по которой в процессе нарезания перекачивается без скольжения какая-либо прямая (станочно-начальная) рейки, или это окружность, шаг и модуль по которой равны шагу и модулю рейки.

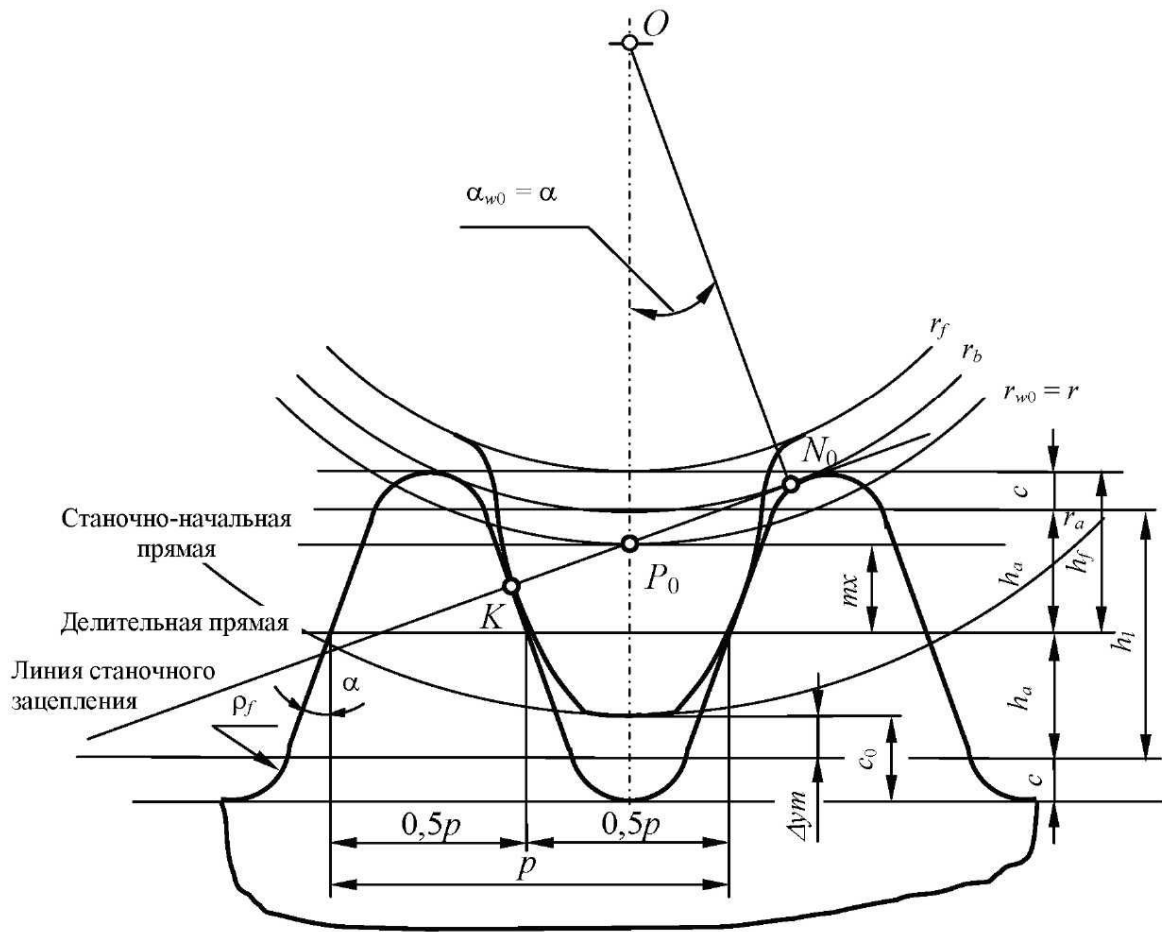


Рис. 6.21. Станочное зацепление

Длина делительной окружности

$$l = 2\pi r = \pi d = pz ,$$

откуда делительный диаметр

$$d = \frac{pz}{\pi} = mz , \quad (6.24)$$

где  $m = \frac{p}{\pi}$  – модуль, мм.

Модуль зубчатого зацепления представляет собой количество единиц длины делительного диаметра, приходящееся на один зуб, и является стандартной величиной.

На станке режущий инструмент можно расположить по-разному относительно заготовки. Положение рейки определяется смещением. *Абсолютным смещением  $tx$*  (или просто смещением) называется расстояние между делительной и начальной прямыми. Отношение абсолютного смещения к модулю называется *коэффициентом относительного смещения* (или относительным смещением)  $x$ .

На рис. 6.22 показаны три различных варианта нарезания зубьев режечным инструментом, отличающихся расположением производящего контура и заготовки.

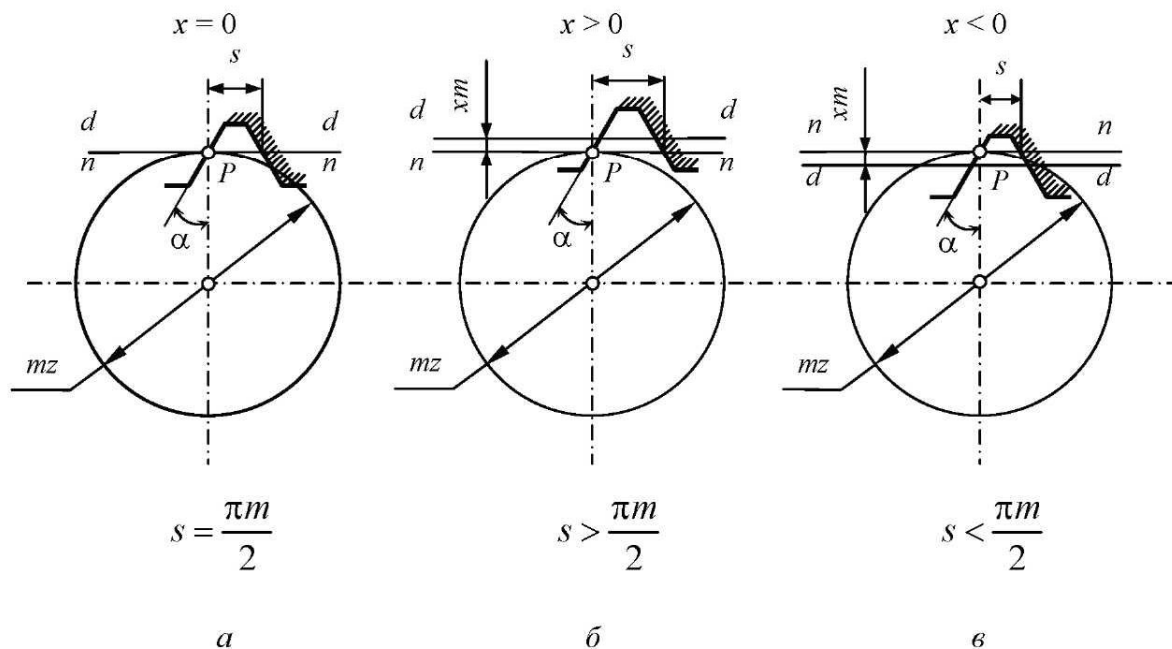


Рис. 6.22. Смещение инструментальной рейки

*Вариант 1* (рис. 6.22, а). Делительная прямая производящего контура  $dd$  касается делительной окружности заготовки. Инструменту и заготовке сообщаются такие движения, при которых делительная прямая катится без скольжения по делительной окружности заготовки. В зависимости от конструкции станка для нарезания зубьев требуемое относительное движение (огибание или обкатка) может быть получено или при неподвижной заготовке, или при взаимном перемещении инструмента и заготовки. Кроме движения огибания должно быть движение резания, а иногда и подачи.

Толщина зуба по делительной окружности в первом варианте равна ширине впадины рейки по средней линии:

$$s = 0,5\pi t. \quad (6.25)$$

Колесо с полученными при этом варианте нарезания размерами зуба (по предложению В. А. Гавриленко) называется *нулевым колесом с равноделенным шагом*, иногда его называют нормальным или некорректированным.

*Вариант 2* (рис. 6.22, б). Средняя прямая  $dd$  смещена от центра заготовки на величину  $xm$ . По делительной окружности катится без скольжения начальная прямая  $nn$ , отстоящая от средней прямой на величину смещения  $xm$ . В этом случае рейка отодвигается от центра заготовки. Толщина зуба по делительной окружности оказывается теперь больше ширины впадины, что соответствует увеличению ширины впадины производящего контура по начальной прямой  $nn$ .

Из рис. 6.22, б следует

$$s = 0,5\pi t + 2xm \operatorname{tg} \alpha = t(0,5\pi + 2x \operatorname{tg} \alpha). \quad (6.26)$$

Коэффициент относительного смещения  $x$  в этом варианте считается положительным.

*Вариант 3* (рис. 6.22, в). Средняя прямая  $dd$  (а значит, и рейка) смещена к центру заготовки на величину  $xm$ , причем коэффициент смещения считается отрицательной величиной. Толщина зуба по делительной окружности этого колеса определяется также по формуле (6.26) и, ввиду того, что  $x < 0$ , оказывается меньше, чем у колеса с равноделенным шагом.

Все зубчатые колеса, нарезаемые указанным способом, при одном и том же исходном контуре и модуле  $m$ , как со смещением, так и без смещения, с любым числом зубьев имеют зубья, поверхности которых являются сопряженными.

Заметим также, что независимо от смещения радиус основной окружности связан с радиусом делительной окружности соотношением

$$r_b = r \cos \alpha = 0,5mz \cos \alpha, \quad (6.27)$$

т. е. смещение влияет только на толщину зуба по делительной окружности, а эвольвента при том же модуле  $m$  и числе зубьев  $z$  остается неизменной.

### 6.6.5. Качественные показатели зубчатого зацепления

Качественные показатели – коэффициент перекрытия и удельное скольжение – дают возможность оценить передачу как в отношении плавности и бесшумности ее работы, так и в отношении износа поверхности ее зубьев.

*Коэффициент перекрытия* характеризует среднее число пар зубьев, находящихся в одновременном зацеплении.

Если дугу зацепления по любой окружности (концентрической с основной) какого-либо колеса (или его угол перекрытия) разделить на величину шага по той же окружности того же колеса (или на величину углового шага), то это отношение будет называться коэффициентом перекрытия зубчатой передачи (или продолжительностью зацепления), который обозначается  $\varepsilon_\alpha$ :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b} = \frac{\varphi_\alpha}{\tau}, \quad (6.28)$$

где  $g_\alpha$  – длина активной линии зацепления (рис. 6.23), численно равная дуге зацепления на основной окружности ( $g_\alpha = \cup b_1b_1' = \cup b_2b_2'$ );  $p_b$  – шаг по основной окружности;  $\varphi_\alpha$  – угол перекрытия (угол поворота колеса от положения входа в зацепление его профиля до выхода из зацепления);  $\tau = 2\pi/z$  – угловой шаг.

Понятие «коэффициент перекрытия зубчатой передачи» имеет важное значение, состоящее в следующем. Допустим, что  $\varepsilon = 1$ , т. е. дуга зацепления равна шагу. В момент выхода из зацепления первой пары зубьев в зацепление вступает другая пара зубьев зубчатой передачи и т. д.; таким образом, контакт рабочих профилей не нарушается, и силовая нагрузка, передаваемая зубчатой передачей, воспринимается всегда только одной парой зубьев.

Если  $\varepsilon = 1,5$ , то за время зацепления одной пары зубьев нагрузка передается ею одной только в течение 50 % времени зацепления, а в остальные 50 % времени – двумя парами зубьев.

Если  $\varepsilon = 2$ , то это значит, что в зубчатой передаче находятся одновременно в зацеплении всегда две пары зубьев и т. д.

Если  $\varepsilon < 1$ , то при выходе из зацепления одной пары зубьев следующая пара зубьев еще не войдет в зацепление. Такое размыкание контакта неизбежно приведет к тому, что ведущее колесо догонит ведомое и произойдет удар зубьев.

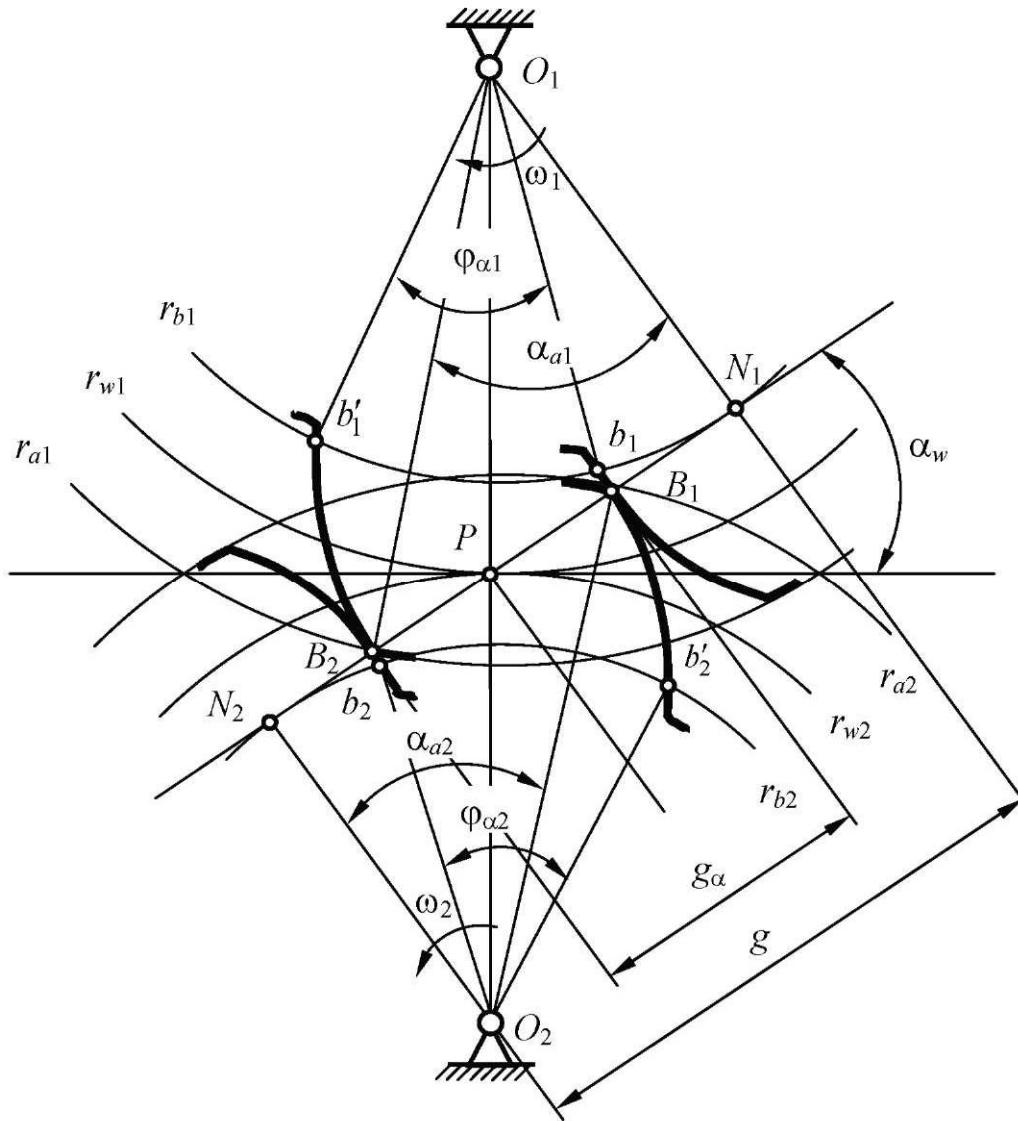


Рис. 6.23. Определение линий зацепления, угла и коэффициента перекрытия

Из всего сказанного ясно, что доброкачественной может считаться только такая зубчатая передача, которая имеет коэффициент перекрытия, равный или больше единицы. Только в этом случае можно получить безударную работу зубчатой передачи, что особенно важно при большом числе оборотов.

В случае когда необходимо передавать большие усилия (большие мощности) в быстроходных передачах высокой точности, эти передачи осуществляют с высоким коэффициентом перекрытия ( $\epsilon = 5-10$  и более), что достигается путем применения косозубых колес.

Коэффициент перекрытия определяют по формуле

$$\epsilon_{\alpha} = \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w), \quad (6.29)$$

где  $\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1})$ ;  $\alpha_{a2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2})$  – углы профиля эвольвент на окружности вершин зубьев.

Коэффициент перекрытия можно рассчитать графически, измерив длину активной линии зацепления  $B_1B_2 = g_\alpha$ :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p \cos \alpha}. \quad (6.30)$$

**Удельное скольжение.** Износ зубьев происходит вследствие относительного скольжения их активных поверхностей и наличия абразивных частиц между ними. Он приводит к искажению поверхностей и, следовательно, появлению дополнительных инерционных нагрузок и шума. Износ поверхностей зуба приближенно может характеризоваться удельным скольжением.

Пусть при повороте зубчатых колес на углы  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$  общая точка контакта профилей переместилась по одному профилю на длину дуги  $\cup S_1$ , а по другому – на длину дуги  $\cup S_2$ . Разность  $\cup S_1 - \cup S_2$  представляет собой абсолютное скольжение профилей.

Величину  $v_1 = \frac{\cup S_1 - \cup S_2}{\cup S_1}$  называют *удельным скольжением, отнесенным к профилю зуба колеса 1*, а  $v_2 = \frac{\cup S_2 - \cup S_1}{\cup S_2}$  – *удельным скольжением, отнесенным к профилю зуба колеса 2*.

Для внешнего зацепления коэффициент удельного скольжения определяется по следующим формулам:

для головки

$$v'_{12} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{y12} - \operatorname{tg} \alpha_w}{\operatorname{tg} \alpha_{y12}} \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right),$$

для ножки

$$v''_{12} = \frac{z_{12} (\operatorname{tg} \alpha_{y12} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{z_\Sigma \operatorname{tg} \alpha_w - z_{12} \operatorname{tg} \alpha_{y12}} \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right), \quad (6.31)$$

где  $\alpha_y = \arccos(r_b/r_y)$ ;  $r_y$  – радиус-вектор произвольной точки  $Y$  эвольвенты.

Примерный вид графиков удельных скольжений изображен на рис. 6.24. В полюсе удельные скольжения равны нулю – профили только перекатываются друг по другу; на головках они невелики, а на ножках заметно больше, чем на головках. На ножке зуба колеса 1  $v_1$  значительно больше, чем на ножке зуба колеса 2. Это значит, что износ зуба колеса 1 при работе передачи значительно интенсивнее, чем износ ножки зуба колеса 2.



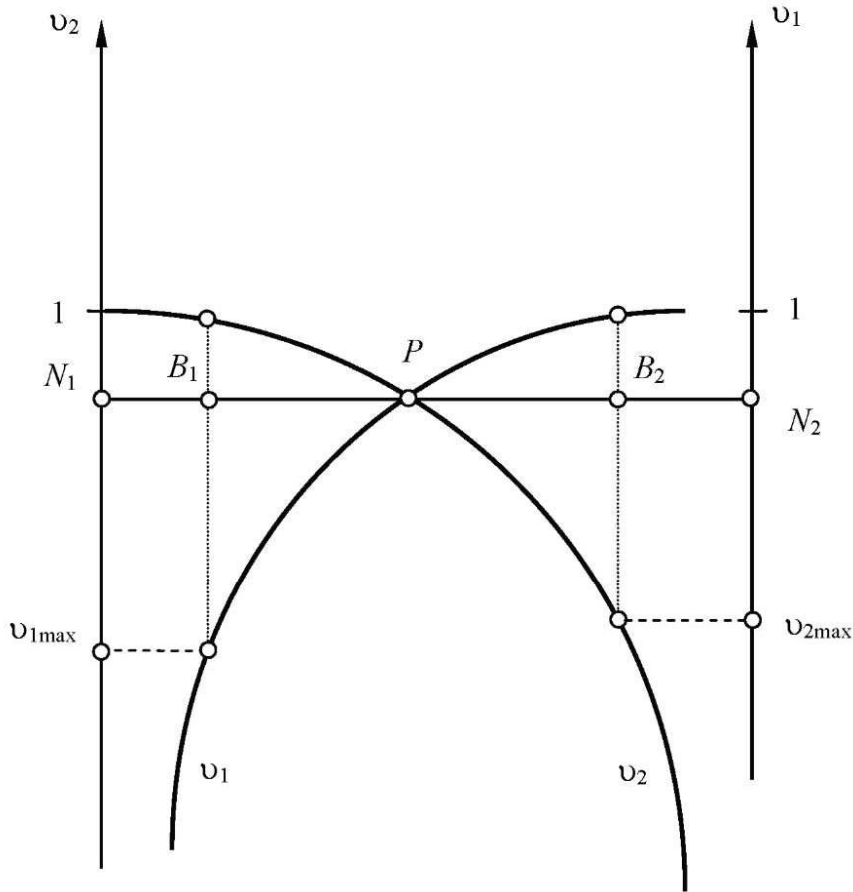


Рис. 6.24. Графики удельных скольжений

Из графиков следует, что наибольшие значения коэффициента удельного скольжения возникают, когда ножка зуба колеса 1 входит в зацепление с головкой зуба колеса 2 в точке  $B_1$  и когда ножка зуба колеса 2 зацепляется с головкой зуба колеса 1 в точке  $B_2$ . Максимальные значения коэффициентов определяются для этих точек по формуле

$$v_{12\max} = \frac{z_{12}(\operatorname{tg} \alpha_{a12} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{z_{\Sigma} \operatorname{tg} \alpha_w - z_{12} \operatorname{tg} \alpha_{a12}} \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right), \quad (6.32)$$

где  $\alpha_{a12} = \arccos(r_b/r_{a12})$ .

Используя графические построения, практические расчеты можно выполнять по более простой формуле:

$$\begin{aligned} v_1 &= 1 + \frac{N_2 K}{N_1 K} u_{21}, \\ v_2 &= 1 + \frac{N_1 K}{N_2 K} u_{12}, \end{aligned} \quad (6.33)$$

где  $K$  — точка касания профилей.

### 6.6.6. Зубчатые передачи со смещением

#### Цели смещения и способы выбора коэффициентов смещения.

При изготовлении зубчатых колес часто возникают такие негативные явления, как интерференция зубьев, подрезание ножки зуба, заострение головки зуба.

Явление интерференции зуба (рис. 6.25) состоит в том, что теоретически часть пространства оказывается одновременно занятой двумя взаимодействующими зубьями. В зацеплении пары колес интерференция приводит к заклиниванию передачи. Это явление может иметь место и при нарезании зубчатого колеса по методу обкатки, в этом случае оно приводит к подрезанию зубьев у основания или к срезанию части эвольвентного профиля у вершины.

Подрезание ножки зуба (рис. 6.26) возникает, если эвольвентообразующая кривая инструмента контактирует с частью заготовки, где должна создаваться переходная кривая, в результате чего происходит ее срез. Наименьшее число зубьев  $z_{\min}$  колес, свободных от подрезания при нарезании колес без смещения ( $x = 0$ ) инструментом со стандартными параметрами ( $\alpha = 20^\circ$ ,  $h_a^* = 1$ ), равно 17. При увеличении  $h_a^*$  и уменьшении угла зацепления  $\alpha$  наименьшее число зубьев  $z_{\min}$  увеличится. Для устранения подрезания ножки зуба при нарезании колес с числом зубьев  $z < z_{\min}$  используют положительное смещение исходного контура. Наименьший коэффициент относительного смещения  $x_{\min}$ , при котором отсутствует подрезание, определяется по формуле

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}. \quad (6.34)$$

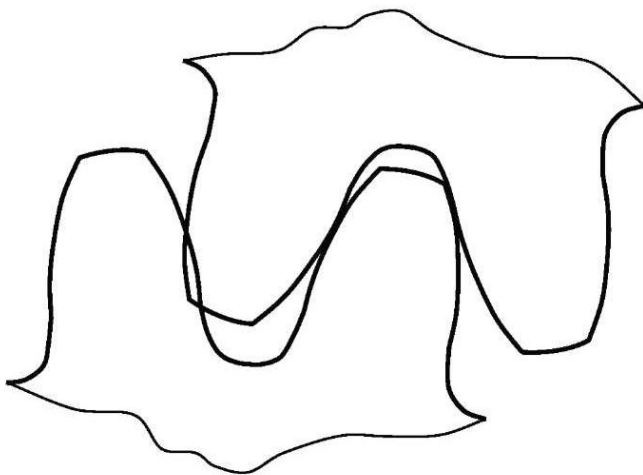


Рис. 6.25. Интерференция зуба

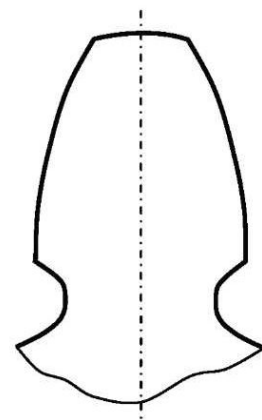


Рис. 6.26. Подрезание ножки зуба

Применение слишком больших положительных смещений при нарезании зубчатых колес может привести к заострению головки зуба. Заострение наступит, когда толщина зуба по окружности вершин  $s_a = 0$ . Толщина зуба по окружности вершин регламентируется государственным стандартом. При однородной структуре материала зубьев  $s_a \geq 0,3m$ , а при поверхностном упрочнении  $s_a \geq 0,4m$ . Исходя из условия  $s_a = 0$ , можно определить максимальный коэффициент относительного смещения  $x_{\max}$ . Выбираемый коэффициент относительного смещения должен лежать в пределах  $x_{\min} \leq x < x_{\max}$ .

Для устранения этих и других нежелательных факторов зубчатые колеса изготавливают со смещением. Итак, назовем основные практические цели применения смещения:

- устранение подрезания ножек (или срезание кромок вершин);
- устранение заострения головки зуба;
- устранение возможного заклинивания (интерференции) проектируемого зубчатого зацепления;
- увеличение значений коэффициента перекрытия;
- уменьшение максимальных значений коэффициента удельного скольжения;
- выравнивание максимальных значений коэффициентов удельного скольжения, имеющих место в начале и конце зацепления зубчатой пары;
- повышение контактной прочности зуба;
- повышение изгибной прочности зуба;
- вписывание зубчатой передачи в заданные межцентровые расстояния.

Проектируя зубчатое зацепление, конструктор, учитывая перечисленное выше, часто приходит к противоречивым выводам. Рациональное решение основано на компромиссе.

В выборе оптимальных коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$  или  $x_{\Sigma}$  могут оказать помощь специально построенные блокирующие контуры. *Блокирующим контуром* называется совокупность линий в системе координат  $x_1$  и  $x_2$ , ограничивающих зону допустимых значений коэффициента смещения для передач с числом зубьев  $z_1$  и  $z_2$ .

При выборе коэффициентов смещения обязательно необходимо учесть следующее:

- не должно быть подрезания ножки зуба, т. е.  $x_1$  и  $x_2$  должны быть больше минимальных коэффициентов смещения  $x_{1\min}$  и  $x_{2\min}$ ;
- нельзя допускать чрезмерного заострения зубьев колес, которое усиливается при увеличении коэффициента смещения; толщина зуба вершины  $s_a$  не должна быть меньше  $0,3m-0,45m$  в зависимости от вида химико-термической обработки поверхности зубьев;

- коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  должен быть не меньше 1,2 для прямозубых передач;
- необходимо исключить возможность заклинивания передачи, для этого в блокирующем контуре имеются линии интерференции.

Кроме этого возникают дополнительные требования к зацеплению, зависящие от специфики его работы в определенных условиях. Для передач с малыми нагрузками (кинематические) с числом зубьев  $z_\Sigma = z_1 + z_2 \geq 34$  рекомендуется применять суммарный коэффициент  $x_\Sigma = 0$  (равносмещенное зацепление). В закрытых передачах, работающих в масляной ванне, исключается возможность попадания абразивных частиц, поэтому истирания соприкасающихся поверхностей не происходит. В таких передачах поломки зубьев связаны, как правило, с контактной прочностью металла вблизи полюса зацепления. Контактная прочность повышается при увеличении суммарного коэффициента смещения  $x_\Sigma$ . В этом случае проектируют передачу с максимально возможным  $x_\Sigma$ , учитывая при этом вышеназванные требования. В открытых передачах поломка зубьев в основном обусловлена абразивным износом, связанным с удельным скольжением. Для таких передач рекомендуется подбирать коэффициенты смещения, соответствующие выравненным коэффициентам удельного скольжения ( $v_1 = v_2$ ).

Выбор  $x_1$  и  $x_2$  можно осуществить с помощью таблиц, построенных по заданным минимальным значениям коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  и выравненным наибольшим величинам коэффициента удельного скольжения на ножках колес. Таблицы, предложенные Центральным конструкторским бюро редукторостроения, дают хороший результат для *открытых* передач (см. табл. П.Е.4). Таблицы, предложенные В. Н. Кудрявцевым, дают хороший результат для *закрытых* передач (см. табл. П.Е.1–П.Е.3). Они построены по условию максимальной выносливости рабочих поверхностей зубьев и выравниванию коэффициентов удельного скольжения.

**Выбор коэффициентов смещения с помощью блокирующего контура.** Форма и расположение линий блокирующего контура зависят от числа зубьев зубчатых колес и применяемого инструмента. На рис. 6.27 показан пример блокирующего контура. Линии 1 и 2 – граница подрезания зубьев шестерни и колеса, не вызывающая уменьшения  $\varepsilon_\alpha$ ; линия 3 –  $\varepsilon_\alpha = 1,0$ ; линия 4 –  $s_{a1} = 0$ ; линия 5 – граница интерференции зубьев. Запретные зоны заштрихованы. Условные границы показаны линиями, соответствующими значениям  $\varepsilon_\alpha = 1,2$ ;  $s_a = 0,25m$ ;  $s_a = 0,4m$ , а также линиями начала подрезания реечным инструментом.

Линии качественных показателей:

1) линии  $a$  и  $b$ . При них обеспечивается равнопрочность зубьев по изгибу (при одинаковом материале зубьев колес);  $a$  – ведущим является шестерня;  $b$  – ведущим является колесо;

2) линия коэффициентов смещения, при которых выравниваются максимальные удельные скольжения на ножках обоих зубчатых колес – линия  $v_1 = v_2$ .

Получившийся контур ограничивает зону возможного выбора коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$ . Накладывая дополнительные ограничения, можно найти в пределах построенной зоны возможные решения. С увеличением положительных значений  $x_1$  и  $x_2$  уменьшается величина удельного скольжения, а вместе с ней и возможный износ зубчатых профилей. Одновременно уменьшается относительная кривизна профилей, т. е. увеличиваются их радиусы кривизны. Следовательно, уменьшается контактное напряжение сдвига поверхностных слоев зубьев и повышается изгибная прочность зубьев. Однако при возрастании  $x_1$  и  $x_2$  коэффициент перекрытия  $\epsilon_\alpha$  уменьшается.

Координаты  $x_1$  и  $x_2$  любой точки, находящейся внутри блокирующего контура, указывают на допустимые или приемлемые значения, при которых не возникает нарушения нормальных геометрических условий. В этой же системе координат можно построить ряд кривых, характеризующих качественные показатели проектируемого зацепления.

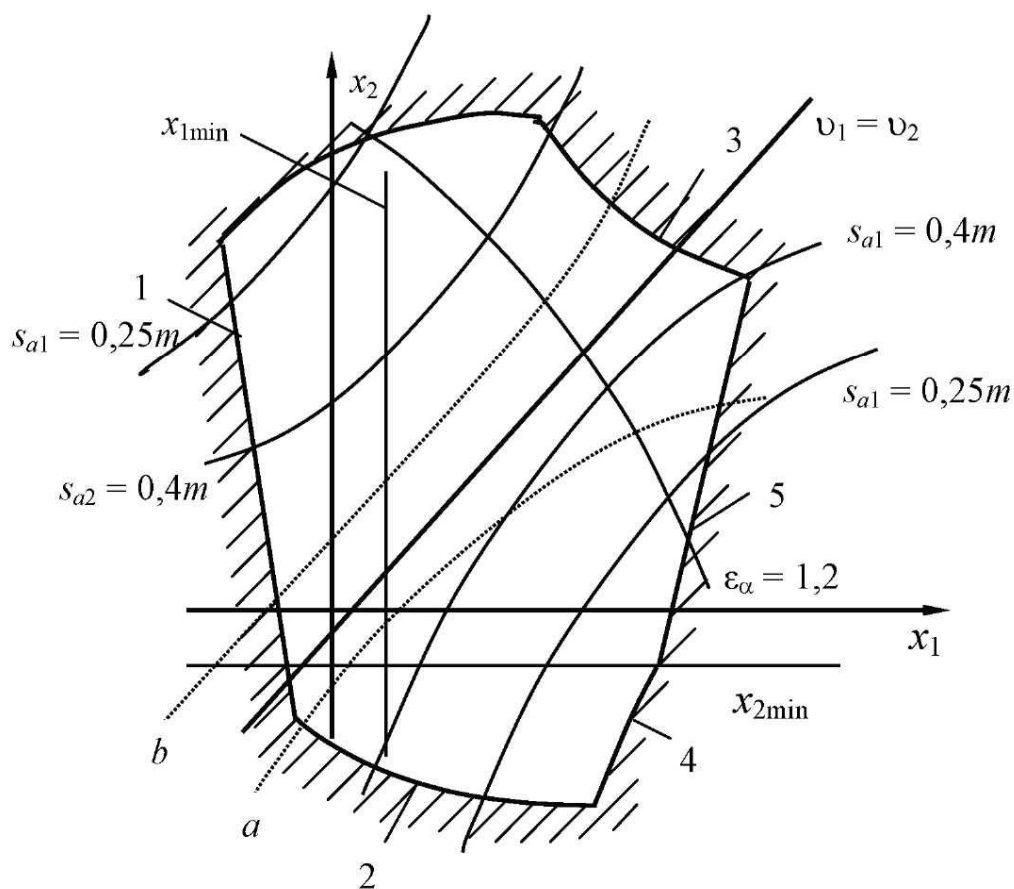


Рис. 6.27. Блокирующий контур

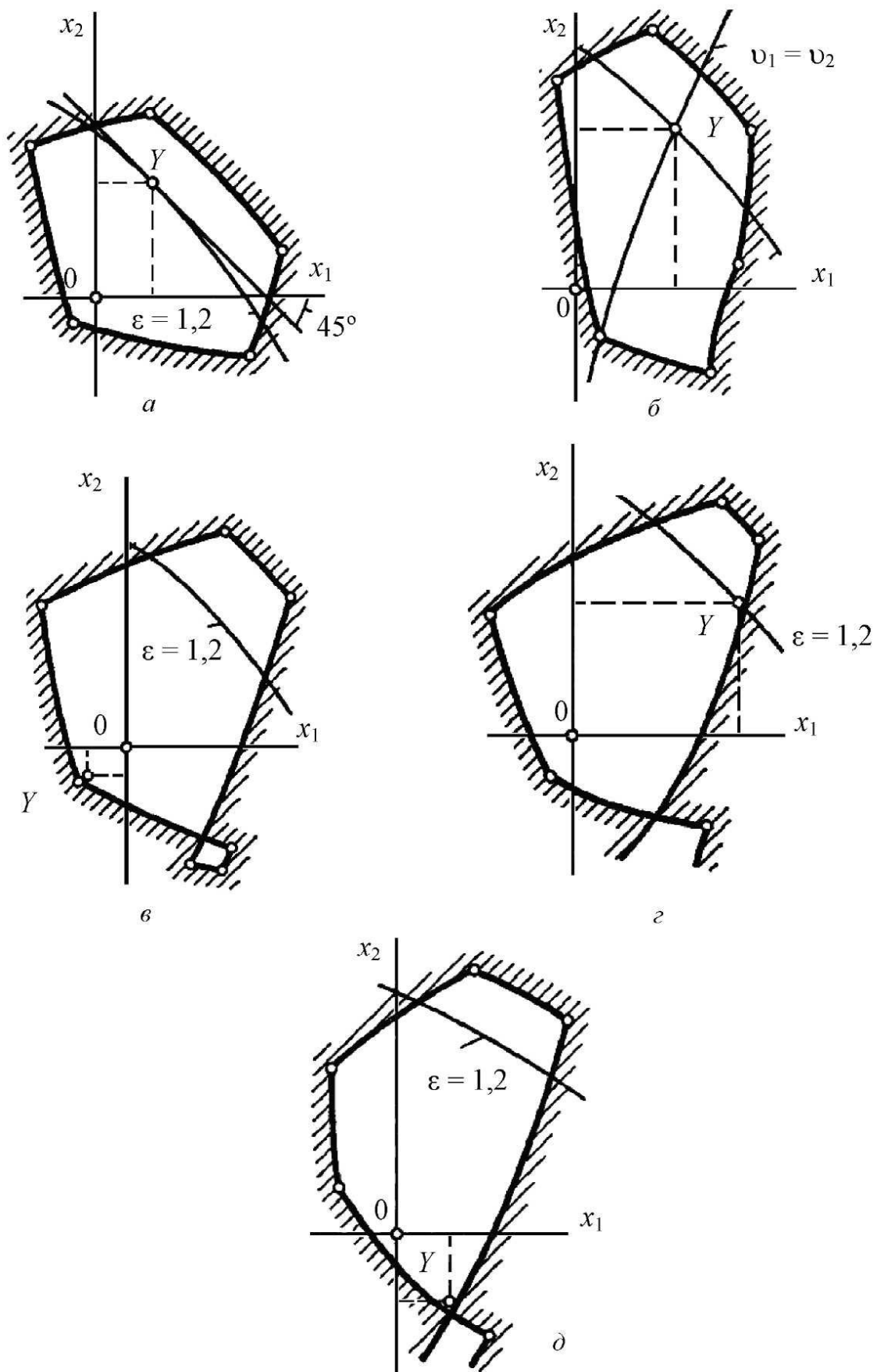


Рис. 6.28. Выбор коэффициентов смещения по блокирующему контуру

Вопросы построения блокирующих контуров для разных передаточных отношений рассматриваются в справочнике И. А. Болотовского [8]. В прил. Ж настоящего учебного пособия представлены блокирующие контуры для некоторых зубчатых передач.

Рассмотрим примеры выбора коэффициентов смещения в блокирующем контуре.

1. Необходимо получить передачу с наименьшим контактным напряжением, а значит, с максимальной контактной прочностью. Контактные напряжения уменьшаются при увеличении радиусов кривизны эвольвент, что, в свою очередь, обусловлено увеличением угла зацепления  $\alpha_m$ . Наконец, угол зацепления увеличивается с увеличением суммарного коэффициента  $x_\Sigma$ .

Чтобы получить передачу с наибольшим суммарным коэффициентом смещения, необходимо провести прямую под углом  $45^\circ$  к осям координат так, чтобы она была касательной к линии блокирующего контура, определяющей дополнительные требования к зацеплению (см. рис. 6.28, а). В данном примере это линия, соответствующая коэффициенту перекрытия  $\varepsilon_\alpha = 1,2$ . Точка  $Y$  соответствует поставленным условиям.

2. На рис. 6.28, б пример выбора коэффициентов смещения для передачи с наименьшими и выравненными коэффициентами удельного скольжения  $\upsilon_1 = \upsilon_2$ .

3. Чтобы получить передачу с наибольшим коэффициентом перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ , нужно взять точку в левом нижнем углу блокирующего контура (рис. 6.28, в).

4. Для получения наибольшего диаметра впадин  $d_f$  шестерни необходимо взять крайнюю правую точку (наибольшее положительное смещение  $x_1$ ) на соответствующей линии блокирующего контура (рис. 6.28, г).

5. При ремонте, когда шестерню изготавливают вновь, а колесо прорезают для снятия изношенного слоя, необходимо получить передачу с наименьшим диаметром впадин колеса  $d_f$ . В этом случае нужно взять крайнюю нижнюю точку, что позволит получить наибольшее по модулю отрицательное смещение  $x_2$  (рис. 6.28, д).

### 6.6.7. Расчет геометрических параметров

При расчете геометрических параметров может быть два случая. В первом случае межосевое расстояние выбирается произвольно, во втором случае межосевое расстояние задано.

**Первый случай.** Для расчета должны быть заданы модуль  $m$ , числа зубьев  $z_1$  и  $z_2$ , коэффициенты смещения  $x_1$  и  $x_2$  должны быть выбраны по соответствующему блокирующему контуру (см. прил. И) или по таблицам (см. прил. Е).

Вначале вычисляют угол зацепления  $\alpha_w$ :

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2x_\Sigma \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2}, \quad (6.35)$$

откуда можно определить  $\alpha_w$  по таблицам эвольвентной функции (см. прил. Ж).

Затем вычисляют остальные геометрические параметры.

Радиусы делительных окружностей

$$r_j = \frac{mz_j}{2}, \quad (6.36)$$

где  $j$  – номер каждого из колес пары (например, 1 и 2).

Шаг по делительной окружности

$$p = \pi m, \quad (6.37)$$

Делительное межосевое расстояние

$$a = r_1 + r_2. \quad (6.38)$$

Радиусы начальных окружностей

$$r_{wj} = r_j \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (6.39)$$

Межосевое расстояние

$$a_w = r_{1w} + r_{2w}. \quad (6.40)$$

Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = (a_w - a) / m. \quad (6.41)$$

Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y. \quad (6.42)$$

Радиусы основных окружностей

$$r_{bj} = r_j \cos \alpha. \quad (6.43)$$



Радиусы вершин зубьев

$$r_{aj} = r_j + m(h_a^* + x_j - \Delta y), \quad (6.44)$$

где  $h_a^* = 1$ .

Радиусы впадин

$$r_{fj} = r_j + m(x_j - h_f^*), \quad (6.45)$$

где  $h_f^* = 1,25$ .

Толщина зуба по делительной окружности

$$s_j = m(0,5\pi + 2x_j \operatorname{tg} \alpha). \quad (6.46)$$

Толщина впадины по делительной окружности

$$e_j = p - s_j. \quad (6.47)$$

Высота зубьев

$$h = r_{a1} - r_{f1} = r_{a2} - r_{f2}, \quad (6.48)$$

что означает равенство высот зубьев у пары зацепляющихся колес.

Углы профиля на окружности вершин

$$\alpha_{aj} = \arccos(r_{bj}/r_{aj}). \quad (6.49)$$

Толщина зубьев по окружности вершин

$$s_{aj} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{aj}} (0,5\pi + 2x_j \operatorname{tg} \alpha - \varepsilon_j (\operatorname{inv} \alpha_{aj} - \operatorname{inv} \alpha)). \quad (6.50)$$

Коэффициент торцового перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w). \quad (6.51)$$

**Второй случай.** Необходимо обеспечить заданное межосевое расстояние  $a_w$  и передаточное отношение  $u_{12}$ . Если сумма чисел зубьев  $z_\Sigma$  не задана, то используют соотношения (6.36), (6.38) и (6.41), из которых получают

$$\frac{a_w}{m} = \frac{z_\Sigma}{2} + y, \quad (6.52)$$

где число, полученное в левой части, распределяют между слагаемыми правой части так, чтобы целая часть числа приходилась бы на слагаемое  $\frac{z_\Sigma}{2}$ , а дробная – на коэффициент воспринимаемого смещения  $y$ .

Затем выражают число зубьев колеса  $z_2$  через  $z_\Sigma$  и  $z_1$  ( $z_2 = z_\Sigma - z_1$ ) и из выражения передаточного отношения находят  $z_1$  (знак передаточного числа при этом не учитывается):

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_\Sigma - z_1}{z_1}, \quad (6.53)$$

$$z_1 = \frac{z_\Sigma}{1 + u_{12}}.$$

Здесь полученное число округляется до целого, затем определяется  $z_2$  и истинное значение передаточного отношения  $u'_{12}$ . Оно не должно отличаться от заданного более, чем на 5 % ( $\delta = (u_{12} - u'_{12})/u_{12} \leq 0,05$ ).

Далее находят угол зацепления:

$$\alpha_w = \arccos \frac{m z_\Sigma \cos \alpha}{2 a_w}, \quad (6.54)$$

определяют сумму коэффициентов смещения:

$$x_\Sigma = \frac{z_\Sigma (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (6.55)$$

а также коэффициент уравнительного смещения:

$$\Delta y = x_\Sigma - y. \quad (6.56)$$

В случае если числа зубьев обоих колес больше 17, сумму коэффициентов смещения распределяют по колесам (на  $x_1$  и  $x_2$ ) пропорционально числам зубьев (во избежание опасности заострения), т. е.

$$\frac{x_1}{z_1} = \frac{x_2}{z_2}, \quad (6.57)$$

и с учетом известного суммарного смещения определяют  $x_1$  и  $x_2$ :

$$x_1 = x_\Sigma \frac{z_1}{z_\Sigma}, \quad (6.58)$$

$$x_2 = x_\Sigma - x_1.$$

Если шестерня имеет число зубьев меньше 17, то, чтобы не произошел подрез, минимальный коэффициент смещения для этого колеса должен быть определен по формуле

$$x_1 = \frac{17 - z_1}{17}. \quad (6.59)$$

При этом  $x_2 = x_\Sigma - x_1$ .

При нулевом зацеплении, когда  $x_\Sigma = 0$ , и при  $z_1 < 17$  коэффициенты берут равными по модулю, т. е.  $x_1 = x_2$ , причем для шестерни коэффициент берется положительным, а для колеса – отрицательным.

Для выбора более оптимальной пары коэффициентов необходимо воспользоваться соответствующим блокирующим контуром. В его поле нужно провести прямую через точки с координатами  $(x_\Sigma; 0)$  и  $(0; x_\Sigma)$  и найти ее пересечение с линиями, определяющими те или иные качества (например, линией наибольшей прочности на изгиб или линией выравненных коэффициентов удельного скольжения и т. д.).

Дальнейшие расчеты аналогичны расчетам для первого случая по формулам (6.43)–(6.51).

#### **Пример расчета геометрических параметров зубчатых колес для второго случая**

*Исходные данные:* передаточное отношение  $u_{12} = 2$ ; межосевое расстояние  $a_w = 168$  мм; модуль  $m = 10$  мм;  $\alpha = 20^\circ$ ;  $h_a^* = 1$ ;  $c = 0,25$ .

*Расчет*

1. Находим  $z_\Sigma$  и  $y$ :

$$\frac{a_w}{m} = \frac{z_\Sigma}{2} + y = \frac{168}{10} = 16,8 = 16 + 0,8,$$

где  $z_\Sigma = 32$ ;  $\frac{z_\Sigma}{2} = 16$ ;  $y = 0,8$ .

2. Определяем  $z_1$  и  $z_2$ :

$$z_1 = \frac{z_\Sigma}{1 + u_{12}} = \frac{32}{1 + 2} \approx 11,$$

тогда

$$z_2 = z_\Sigma - z_1 = 32 - 11 = 21.$$

Определяем истинное передаточное число  $u'_{12}$ :

$$u'_{12} = z_2/z_1 = 21/11 = 1,909.$$

Сравниваем это значение с заданным:

$$\delta = (u_{12} - u'_{12})/u_{12} = (2 - 1,909)/2 = 0,045 \leq 0,05.$$

3. Определяем угол зацепления  $\alpha_w$ :

$$\alpha_w = \arccos \frac{mz_\Sigma}{2a_w} \cos \alpha = \arccos \left( \frac{10 \cdot 32}{2 \cdot 168} \cos 20^\circ \right) = 26,5^\circ.$$

4. Суммарный коэффициент смещения

$$x_\Sigma = \frac{z_\Sigma (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{32 (\operatorname{inv} 26,5^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ)}{2 \operatorname{tg} 20^\circ} = 0,932.$$

5. Коэффициент воспринимаемого смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y = 0,932 - 0,8 = 0,132.$$

6. Так как  $z_1 = 11 < 17$ , то определим минимальный коэффициент смещения для шестерни:

$$x_1 = \frac{17 - z_1}{17} = \frac{17 - 11}{17} = 0,353.$$

Тогда

$$x_2 = x_\Sigma - x_1 = 0,932 - 0,353 = 0,579.$$

7. Радиусы делительных окружностей:

$$r_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55 \text{ мм},$$

$$r_2 = \frac{mz_2}{2} = \frac{10 \cdot 21}{2} = 105 \text{ мм}.$$

8. Шаг по делительной окружности

$$p = \pi m = 3,14 \cdot 10 = 31,4 \text{ мм}.$$

9. Делительное межосевое расстояние

$$a = r_1 + r_2 = 55 + 105 = 160 \text{ мм}.$$

10. Радиусы начальных окружностей:

$$r_{w1} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 55 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26,5^\circ} = 57,75 \text{ мм},$$

$$r_{w2} = r_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 105 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26,5^\circ} = 110,25 \text{ мм}.$$

11. Межосевое расстояние

$$a_w = r_{1w} + r_{2w} = 57,75 + 110,25 = 168 \text{ мм.}$$

12. Радиусы основных окружностей:

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha = 55 \cos 20^\circ = 51,68 \text{ мм,}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 105 \cos 20^\circ = 98,67 \text{ мм.}$$

13. Радиусы вершин зубьев:

$$r_{a1} = r_1 + m(h_a^* + x_1 - \Delta y) = 55 + 10(1 + 0,353 - 0,132) = 67,21 \text{ мм,}$$

$$r_{a2} = r_2 + m(h_a^* + x_2 - \Delta y) = 105 + 10(1 + 0,579 - 0,132) = 119,47 \text{ мм.}$$

14. Радиусы впадин:

$$r_{f1} = r_1 + m(x_1 - h_f^*) = 55 + 10(0,353 - 1,25) = 46,03 \text{ мм,}$$

$$r_{f2} = r_2 + m(x_2 - h_f^*) = 105 + 10(0,579 - 1,25) = 98,29 \text{ мм.}$$

15. Толщина зуба по делительной окружности:

$$s_1 = m(0,5\pi + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha) = 10(0,5 \cdot 3,14 + 2 \cdot 0,353 \operatorname{tg} 20^\circ) = 18,27 \text{ мм,}$$

$$s_2 = m(0,5\pi + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha) = 10(0,5 \cdot 3,14 + 2 \cdot 0,579 \operatorname{tg} 20^\circ) = 19,91 \text{ мм.}$$

16. Толщина впадины по делительной окружности:

$$e_1 = p - s_1 = 31,4 - 18,27 = 13,13 \text{ мм,}$$

$$e_2 = p - s_2 = 31,4 - 19,91 = 11,49 \text{ мм.}$$

17. Высота зубьев

$$h = r_{a1} - r_{f1} = r_{a2} - r_{f2} = 67,21 - 46,03 = 119,47 - 98,29 = 21,18 \text{ мм.}$$

Равенство высот зубьев у пары зацепляющихся колес подтвердилось.

18. Углы профиля на окружности вершин

$$\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}) = \arccos(51,68/67,21) = 39,74^\circ,$$

$$\alpha_{a2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2}) = \arccos(98,67/119,47) = 34,32^\circ.$$

19. Толщина зубьев по окружности вершин

$$s_{a1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a1}} (0,5\pi + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha - z_1 (\operatorname{inv} \alpha_{a1} - \operatorname{inv} \alpha)) =$$

$$= 10 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 39,74^\circ} (0,5\pi + 2 \cdot 0,353 \operatorname{tg} 20^\circ - 11 (\operatorname{inv} 39,74^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ)) = 5,79 \text{ мм};$$

$$\frac{s_{a1}}{m} = \frac{5,79}{10} = 0,58 > 0,3;$$

$$s_{a2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a2}} (0,5\pi + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha - z_2 (\operatorname{inv} \alpha_{a2} - \operatorname{inv} \alpha)) =$$

$$= 10 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 34,32^\circ} (0,5\pi + 2 \cdot 0,579 \operatorname{tg} 20^\circ - 21 (\operatorname{inv} 34,32^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ)) = 6,20 \text{ мм};$$

$$\frac{s_{a2}}{m} = \frac{6,20}{10} = 0,62 > 0,3.$$

20. Коэффициент торцового перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w) =$$

$$= \frac{11}{2 \cdot 3,14} (\operatorname{tg} 39,74^\circ - \operatorname{tg} 26,5^\circ) + \frac{21}{2 \cdot 3,14} (\operatorname{tg} 34,32^\circ - \operatorname{tg} 26,5^\circ) = 1,2 > 1,1.$$

## 6.7. Синтез планетарных передач

### 6.7.1. Основные положения

При проектировании редуктора решают следующие задачи:

1. Выбор схемы механизма, обеспечивающей требуемое передаточное отношение и учитывающей передаваемые мощности и определенные вес и габариты.

2. Подбор чисел зубьев колес и блоков сателлитов.

Анализ спроектированной передачи сводится:

1) к проверке колес на отсутствие заклинивания;

2) расчету геометрических параметров и качественных показателей зацепления;

3) определению КПД.

Рассмотрим простейшие планетарные передачи из трех подвижных звеньев, которые сводятся к четырем схемам (рис. 6.29). Здесь одно из центральных колес (1 или 3) должно быть неподвижным.

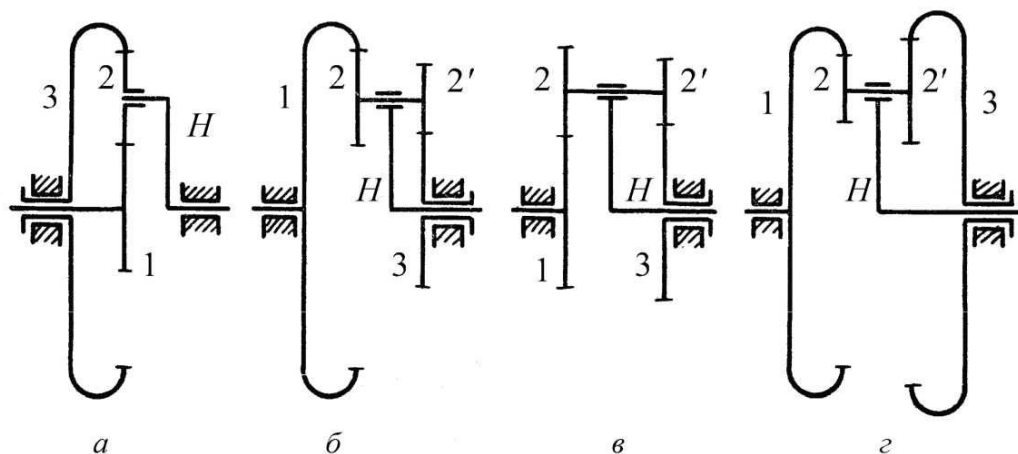


Рис. 6.29. Планетарные передачи

Если неподвижно колесо 3, то передаточное отношение этих передач при ведомом водиле определяется по формуле

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)}, \quad (6.60)$$

где

$$u_{13}^{(H)} = u_{12}^{(H)} u_{2'3}^{(H)} = \pm \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}.$$

Знак «плюс» ставится для передач в и г на рис 6.29, знак «минус» – для передач а и б. Для передачи а число зубьев  $z_2 = z_2'$ .

При ведущем водиле  $H$  передаточное отношение

$$u_{H1}^{(3)} = \frac{1}{u_{1H}^{(3)}} = \frac{1}{1 - u_{13}^{(H)}}. \quad (6.61)$$

Если неподвижно колесо 1, то формулу Виллиса при ведомом водиле записывают следующим образом:

$$u_{3H}^{(1)} = 1 - u_{31}^{(H)}, \quad (6.62)$$

где

$$u_{31}^{(H)} = u_{32'}^{(H)} u_{2'1}^{(H)} = \pm \frac{z_2' z_1}{z_3 z_2}$$

Соответственно при ведущем водиле формула (6.62) примет вид

$$u_{H3}^{(1)} = \frac{1}{u_{3H}^{(1)}} = \frac{1}{1 - u_{31}^{(H)}}. \quad (6.63)$$

Таблица 6.1

Передаточное отношение	Схема <i>a</i>	Схема <i>б</i>	Схема <i>в</i>	Схема <i>г</i>
$u_{1H}^{(3)}$	2,3–9,0	2,0–1,002	2,0–24	0,0002–0,96
$u_{H1}^{(3)}$	0,445–0,111	0,5–0,998	32–1500 и более	32–1500 и более
$u_{3H}^{(1)}$	1,77–1,125	2,0–40	2,0–24	0,0002–0,96
$u_{H3}^{(1)}$	0,565–0,888	0,5–0,025	32–1500 и более	32–1500 и более

Наибольшее распространение получила передача *a* (редуктор Джемса), но она обеспечивает небольшое передаточное отношение. При одинаковых значениях передаточного отношения передача *б* имеет гораздо меньшие габариты. Передачи *в* и *г* могут иметь теоретически бесконечно большое передаточное отношение, однако они имеют низкий КПД и в силовых передачах не используются. Их применяют в основном в приборостроении. Ориентировочные диапазоны передаточных отношений для разных типов планетарных передач с тремя подвижными звеньями представлены в табл. 6.1.

### 6.7.2. Условия выбора чисел зубьев планетарных передач

Основная трудность при проектировании планетарных передач заключается в выборе чисел зубьев. При этом необходимо выполнение четырех условий:

- условия обеспечения передаточного отношения;
- условия соосности;
- условия незадевания сателлитами друг друга (условие соседства);
- условия сборки.

Таблица 6.2

Формулы передаточных отношений		Схема <i>a</i>	Схема <i>б</i>	Схемы <i>в,г</i>
Неподвижно колесо 3	$u_{13}^{(H)} = 1 - u_{1H}^{(3)} =$ (водило ведомое)	$-\frac{z_3}{z_1}$	$-\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$	$\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$
	$u_{13}^{(H)} = 1 - \frac{1}{u_{H1}^{(3)}} =$ (водило ведущее)			
Неподвижно колесо 1	$u_{31}^{(H)} = 1 - u_{3H1}^{(1)} =$ (водило ведомое)	$-\frac{z_1}{z_3}$	$-\frac{z_2 z_1}{z_3 z_2}$	$\frac{z_2 z_1}{z_3 z_2}$
	$u_{31}^{(H)} = 1 - \frac{1}{u_{3H}^{(1)}} =$ (водило ведущее)			



Таблица 6.3

Схема а	Схема б	Схема в	Схема г
$a_{w12} = a_{w23}$	$a_{w12} = a_{w2'3}$		
$r_{w3} = r_{w1} + 2r_{w2}$ $z_3 = z_1 + 2z_2$	$r_{w1} - r_{w2} = r_{w2'} + r_{w3}$ $z_1 - z_2 = z_{2'} + z_3$	$r_{w1} + r_{w2} = r_{w2'} + r_{w3}$ $z_1 + z_2 = z_{2'} + z_3$	$r_{w1} - r_{w2} = r_{w3} - r_{w2'}$ $z_1 - z_2 = z_3 - z_{2'}$

Запишем условие обеспечения передаточных отношений для разных схем планетарных передач в виде табл. 6.2.

Условие соосности определяет соосное расположение основных звеньев механизма, т. е. такое их расположение, когда основные звенья ( $I$ ,  $3$  и  $H$ ) имеют общую геометрическую ось вращения. Условие соосности приводит к равенству межцентровых расстояний пар зацепляющихся колес. Эти межосевые расстояния можно определить через радиусы начальных окружностей колес. Если все колеса данной планетарной передачи имеют одинаковый модуль и нарезаны без смещения инструментальной рейки, то условие соосности можно записать через числа зубьев. Оформим вышесказанное в виде табл. 6.3.

**Условие соседства.** Динамическая уравновешенность планетарного механизма может быть достигнута установкой на водиле двух диаметрально расположенных сателлитов. В этом случае главный вектор от сил инерции будет равен нулю. Если равномерно распределить по всей окружности три и более сателлитов, то они обеспечат центровку данного механизма. Установка нескольких сателлитов позволяет уменьшить нагрузку на зубья колес. Чем больше передаваемый момент, тем больше должен быть модуль, а значит, и размеры колес. Отсюда чем больше сателлитов, тем компактнее будет передача, значит, необходимо стремиться к установке как можно большего количества сателлитов.

Условие соседства при установке трех и более сателлитов формулируется следующим образом: *окружности вершин двух соседних сателлитов не должны соприкасаться, т. е. сателлиты не должны задевать друг друга.* На выполнение условия соосности проверяется наибольший из двух сателлитов. Расстояние между окружностями вершин должно быть не менее 0,5–1 мм.

Рассмотрим передачу  $a$  (рис. 6.29). Обозначим угол между осями двух смежных сателлитов  $2\beta$  (рис. 6.30), число сателлитов –  $k$ , тогда угол  $\beta = \pi/k$ .

По условию соосности  $O_2O_2' > 2r_{a2}$ . Выразим составляющие этого неравенства через делительные радиусы:

$$O_2O_2' - 2(r_1 - r_2)\sin \beta;$$

$$r_{a2} = r_2 + h_a = r_2 + m,$$

тогда с учетом того, что  $r_1 = mz_1/2$ ,  $r_2 = mz_2/2$ , условие соосности запишем следующим образом:

$$(z_1 + z_2)\sin \beta > z_2 + 2,$$

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}. \quad (6.64)$$

Если наибольший из сателлитов связан с центральным колесом посредством внутреннего зацепления, то условие соосности в этом случае примет вид

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 - z_2}. \quad (6.65)$$

И наконец, в общем виде это условие запишем как

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_i + 2}{z_{i\pm 1} \pm z_i}, \quad (6.66)$$

где  $z_i$  – число зубьев наибольшего сателлита;  $z_{i\pm 1}$  – число зубьев центрального колеса, зацепляющегося с ним; сложение – для внешнего зацепления, вычитание – для внутреннего зацепления.

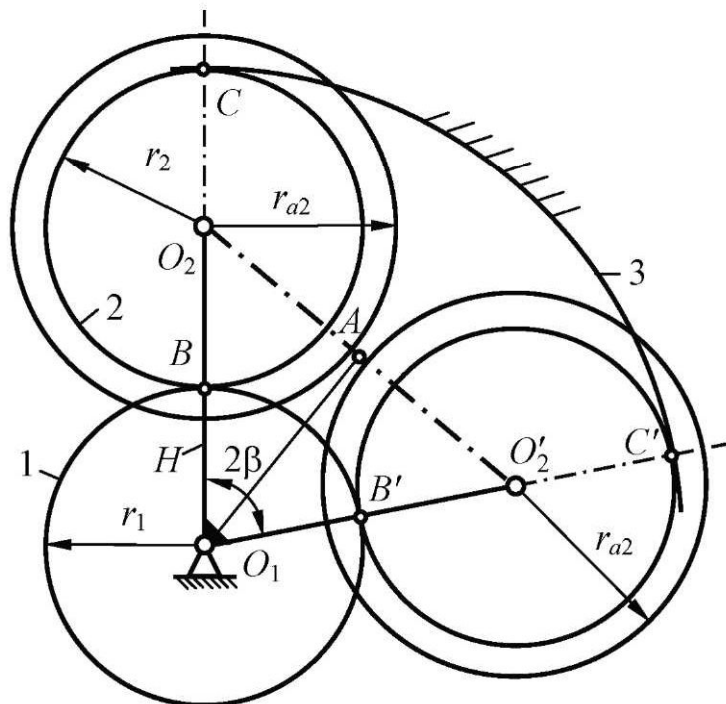


Рис. 6.30. Условие соседства

**Условие сборки.** Если число сателлитов больше единицы, то необходимо учитывать дополнительные условия, ограничивающие выбор чисел зубьев проектируемой передачи. Числа зубьев должны быть связаны с числом сателлитов и их расположением. Выполнение этого условия определяет возможность сборки.

Несобираемость передачи объясняется следующим образом. Установка первого сателлита полностью определяет положение центральных колес и водила. При вводе в зацепление второго сателлита, удаленного от первого на угол  $2\beta$ , может случиться, что зуб этого сателлита, который должен был войти во впадину второго центрального колеса, окажется не против впадины, а против зуба. Такую передачу собрать будет невозможно.

Условие сборки записывается следующим образом:

$$\frac{z_m z_n}{E} u_{mH} = kc, \quad (6.67)$$

где  $z_m$  – число зубьев подвижного центрального колеса;  $z_n$  – число зубьев сателлита, зацепляющегося с неподвижным центральным колесом;  $E$  – наибольший общий делитель чисел зубьев сателлитов;  $u_{mH}$  – передаточное отношение от колеса  $m$  к водилу  $H$ ;  $k$  – число сателлитов;  $c$  – любое целое число.

Таблица 6.4

Внешнее зацепление		Внутреннее зацепление			
$z_k$	$z_{k+1}$	$z_k$	$z_{k+1}$	$z_k$	$z_{k+1}$
13	< 17	17	$\infty$	23	> 41
14	< 27	18	> 144	24	> 38
15	< 48	19	> 81	25	> 36
16	< 112	20	> 60	26	> 35
17 и выше	Любое	21	> 50	27–79	> $z_k + 8$
–	–	20	> 44	80 и выше	> $z_k + 7$

При выборе чисел зубьев следует руководствоваться рекомендациями, представленными в табл. 6.4, в которой приведены допустимые числа зубьев нулевых колес при отсутствии заклинивания передачи. В табл. 6.4  $z_k$  – число зубьев наименьшего из зацепляющихся колес (это может быть как сателлит, так и центральное колесо);  $z_{k+1}$  – число зубьев большего из этих колес.

### 6.7.3. Определение КПД зубчатых передач

Для приближенных расчетов простых передач можно пользоваться формулой, учитывающей трение скольжения профилей зубьев (трение в подшипниках не учитывается):

$$\eta = 1 - \frac{\pi f \varepsilon}{2} \left( \frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right), \quad (6.68)$$

где  $f$  – коэффициент трения скольжения зубьев;  $\varepsilon$  – коэффициент перекрытия;  $z_1$  – число зубьев малого колеса; знак «плюс» – для внешнего зацепления; знак «минус» – для внутреннего зацепления.

В предварительных расчетах принимают КПД зубчатого зацепления (при учете потерь только в зубьях) равным 0,95–0,98.

Если передача состоит из нескольких ступеней, то общий КПД

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_k,$$

где  $\eta_1$  – КПД первой ступени;  $\eta_k$  – КПД  $k$ -й ступени.

При расчете КПД планетарных передач нужно учитывать направление передачи движения: от центрального колеса к водилу или наоборот. Важно также численное значение передаточного отношения (больше или меньше 1).

Для передаточных отношений больше единицы, а также для отрицательных значений, при ведущем водиле КПД определяется по формуле

$$\eta = \frac{u_{III}}{1 - \frac{1}{\eta'}(1 - u_{III})}, \quad (6.69)$$

при ведомом водиле

$$\eta = \frac{1}{u_{III}} [1 - \eta'(1 - u_{III})], \quad (6.70)$$

где  $\eta'$  – КПД простой передачи, т. е. полученной при обратном движении.

### Пример синтеза планетарной передачи

*Исходные данные:* схема планетарной передачи (рис. 6.31);  $u_{III} = 18,3$ .

*Расчет*

1. Представим передаточное отношение в виде простой дроби и убедимся, что это число не будет отличаться от заданного более чем на 5 %:

$$u_{III} = 18,3 \approx 18 \frac{1}{3} = \frac{55}{3};$$

$$\delta = \left| \frac{18,3 - 55/3}{18,3} \right| = 0,002.$$

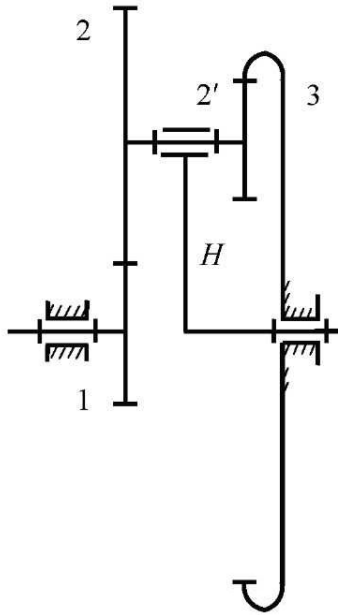


Рис. 6.31. Схема передачи

2. Используя табл. 6.2, запишем условие обеспечения передаточного отношения для данной передачи:

$$u_{13}^{(H)} = 1 - u_{1H}^{(3)} = 1 - \frac{55}{3} = -\frac{52}{3},$$

$$u_{13}^{(H)} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = -\frac{52}{3}$$

или

$$\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = \frac{52}{3}.$$

Для двухрядной планетарной передачи будем использовать метод сомножителей. Обозначим числа зубьев колес через пару неизвестных сомножителей следующим образом:

$$\begin{aligned} z_1 &= Aa, \\ z_2 &= Ba, \\ z_{2'} &= Cb, \\ z_3 &= Db. \end{aligned}$$

Тогда отношение чисел зубьев запишем в следующем виде, представив дробь  $52/3$  как произведение нескольких дробей:

$$\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}} = \frac{B \cdot D}{A \cdot C} = \frac{52}{3} = \frac{2}{1} \cdot \frac{26}{3} = \frac{4}{1} \cdot \frac{13}{3} = \frac{6,5}{1} \cdot \frac{8}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{13}{1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{26}{1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{52}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{52}{1},$$

где каждое число будет равно конкретному буквенному сомножителю.

3. Из табл. 6.3 выпишем нужное условие соосности, подставив вместо чисел зубьев произведения сомножителей:

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_{2'},$$

$$a(A + B) = b(D - C).$$

Здесь полученное тождество будет верным, если будут выполняться равенства

$$a = D - C,$$

$$b = A + B.$$

4. На основании вышесказанного определим неизвестные сомножители, а значит, и числа зубьев, сведя расчеты в табл. 6.5 (варианты подбора чисел зубьев). Здесь  $d$  – наименьшее число, на которое нужно умножить полученные числа зубьев, чтобы они удовлетворяли условиям табл. 6.4.

Из полученных вариантов предварительно выберем вариант с наименьшими числами зубьев – таким является вариант 2. Числа зубьев оказываются следующими:

$$z_1 = 20, z_2 = 80, z_{2'} = 30, z_3 = 130.$$

Таблица 6.5

Номер варианта	$A$	$B$	$C$	$D$	$a$	$b$	$z_1$	$z_2$	$z_{2'}$	$z_3$	$d$
1	1	2	3	26	23	3	23	46	9	78	2
							46	92	18	156	
2	1	4	3	13	10	5	10	40	15	65	2
							20	80	30	130	
3	1	6,5	3	8	5	7,5	5	32,5	22,5	60	4
							20	130	90	240	
4	3	4	1	13	12	7	36	48	7	91	3
							108	144	21	273	
5	3	2	1	26	25	5	75	50	5	130	4
							300	200	20	520	
6	1	1	3	52	49	2	49	49	6	104	3
							147	147	18	312	
7	3	1	1	52	49	4	147	49	4	208	5
							735	245	20	1040	

5. Определим наибольшее возможное число сателлитов, используя формулу (6.64) для внешнего зацепления, так как в нем задействован наибольший сателлит 2 с числом зубьев  $z_2 = 80$ :

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2},$$

откуда

$$k < \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}},$$

$$k < \frac{\pi}{\arcsin \frac{80 + 2}{20 + 80}},$$

где  $k < 3,27$ , т. е.  $k = 1, 2, 3$ , где наибольшее  $k = 3$ .

6. Определим, для каких чисел  $k$  выполняется условие сборки, используя формулу (6.67):

$$\frac{z_1 z_2'}{E} u_{III} = kc,$$

$$\frac{20 \cdot 30}{10} \cdot \frac{55}{3} = kc,$$

$$20 \cdot 55 = kc,$$

откуда  $k$  может быть равно 1, 2, 4, 5 и т. д. при условии, что  $c$  должно быть целым.

С учетом выполнения условий соседства и сборки наибольшее число сателлитов для выбранного варианта чисел зубьев равно 2.

7. Определим наибольшее число сателлитов для варианта 1:

$$z_1 = 46, z_2 = 92, z_2' = 18, z_3 = 156,$$

$$k < \frac{\pi}{\arcsin \frac{92 + 2}{46 + 92}},$$

$$k < 4,19, \text{ т. е. } k = 1, 2, 3, 4;$$

$$\frac{46 \cdot 18}{2} \cdot \frac{55}{3} = kc,$$

$$23 \cdot 6 \cdot 55 = kc,$$

откуда  $k$  может быть равно 1, 2, 3, 5 и т. д.

Данный вариант позволяет установить три сателлита. С учетом того что большее число сателлитов позволяет взять для колес меньший модуль, а значит, получить меньшие габариты передачи, а также с учетом наилучших условий динамической уравновешенности и распределения нагрузки данный вариант можно признать оптимальным.

8. Определим КПД для данной передачи.

При ведомом водиле используем формулу (6.70):

$$\eta = \frac{1}{u_{1H}} [1 - \eta'(1 - u_{1H})] = \frac{3}{55} \left[ 1 - 0,941 \cdot \left( 1 - \frac{55}{3} \right) \right] = 0,944,$$

где  $\eta' = \eta_{12}\eta_{23} = 0,97^2 = 0,941$ .

### 6.8. Пример синтеза сложного зубчатого механизма

**Исходные данные:** схема механизма (рис. 6.32); передаточное отношение  $u_{1H} = 25$ ; модули  $m_{1,2} = 6$  мм,  $m_{3,4,5} = 4$  мм.

#### Расчет

1. *Определение типа и количества передач, входящих в данный сложный зубчатый механизм.* Данный механизм состоит из двух передач: простой, представляющей собой передачу внешнего зацепления колес 1 и 2, и однорядной планетарной передачи Джемса, состоящей из центральных колес 3 и 5, сателлита 4 и водила  $H$ . Коронное колесо 5 неподвижно.

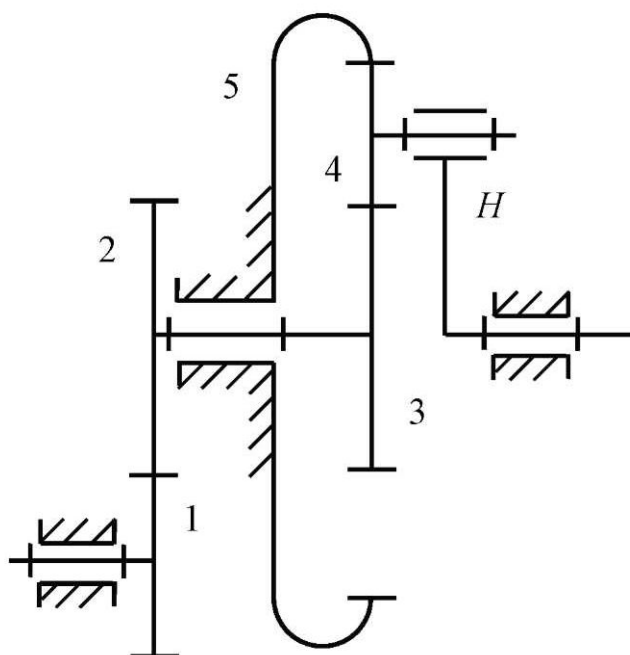


Рис. 6.32. Схема сложного зубчатого механизма



Общее передаточное отношение представим в виде произведения передаточных отношений отдельных ступеней, его численное значение также разобьем на сомножители. При этом необходимо учесть оптимальные диапазоны передаточных отношений для планетарной передачи данного типа (см. табл. 6.1) и для простой передачи. Для планетарной передачи этот диапазон составляет 2,3–9. Для прямозубой цилиндрической передачи оптимальный интервал передаточных отношений составляет 1–6. В курсовом проекте для простых передач предлагается использовать числа не более 4. Кроме этого необходимо выяснить знак передаточного отношения.

Таким образом, получаем

$$u_{1H} = u_{12} u_{3H} = -2,8 \cdot 9 = -25,2.$$

Определим отклонение полученного результата от заданного передаточного отношения (не должно превышать 5 %):

$$\delta = \frac{25,2 - 25}{25} = 0,008 < 0,05,$$

что допустимо.

2. Выбор чисел зубьев колес и наибольшего числа сателлитов для планетарной передачи. Здесь необходимо учитывать четыре условия (см. параграф 6.7.2).

2.1. Условие обеспечения передаточного отношения (см. табл. 6.2)

$$u_{35}^{(H)} = -\frac{z_5}{z_3} = 1 - u_{3H}^{(5)} = 1 - 9 = -8,$$

откуда  $z_5 = 8z_3$ .

2.2. Условие соосности (см. табл. 6.3)

$$z_3 + 2z_4 = z_5$$

или, с учетом первого условия,

$$z_3 + 2z_4 = 8z_3,$$

$$2z_4 = 7z_3,$$

$$z_4 = \frac{7z_3}{2}.$$

Колеса 3 и 4 образуют передачу внешнего зацепления. Используя табл. 6.4, в колонке для внешнего зацепления определим наименьшее чис-

ло зубьев  $z_3 = 16$  (нечетные числа выпадают, так как дают дробный результат для числа  $z_4$ , а число 14 дает результат, недопустимый по ограничению для  $z_4$ ). Тогда получаем

$$z_4 = \frac{7 \cdot 16}{2} = 56,$$

$$z_5 = 8 \cdot 16 = 128.$$

2.3. Условие соседства. Используем формулу (6.64) или (6.65):

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_4 + 2}{z_3 + z_4},$$

$$\frac{\pi}{k} > \arcsin \frac{56 + 2}{16 + 56} = 53,66^\circ,$$

$$k < \frac{180^\circ}{53,66^\circ} = 3,35.$$

Таким образом, по условию соседства наибольшее число сателлитов равно 3.

2.4. Условие сборки. Для данной передачи его записываем по формуле

$$\frac{z_3 + z_5}{k} = c,$$

$$\frac{16 + 128}{k} = c,$$

$$\frac{144}{k} = c,$$

откуда при условии, что  $c$  – целое число, получаем возможные числа сателлитов, равные 1, 2, 3, 4, 6 и т. д.

С учетом условия соседства наибольшее возможное число сателлитов оказывается равным 3 ( $k = 3$ ).

3. Выбор чисел зубьев и коэффициентов смещения для колес 1 и 2 простой передачи:

$$u_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -2,8 = -\frac{14}{5}$$

или

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{14}{5} = \frac{42}{15},$$

где числитель и знаменатель дроби умножили на 3 с учетом минимальности числа зубьев для шестерни ( $z_1 = 12 \div 25$ ). Таким образом, полученные числа зубьев  $z_1 = 15$ ,  $z_2 = 42$ .

Поставим задачу получить передачу с коэффициентом перекрытия  $\epsilon_\alpha = 1,2$  и выравненными коэффициентами удельного скольжения  $\upsilon_1 = \upsilon_2$ . Такая передача будет иметь наименьший износ. На соответствующем блокирующем контуре (рис. 6.33) найдем точку пересечения линии  $\upsilon_1 = \upsilon_2$  с линией  $\epsilon_\alpha = 1,2$ . Определим координаты этой точки:  $x_1 = 0,68$ ;  $x_2 = 0,88$ .

4. Расчет геометрических параметров зубчатых колес 1 и 2. Используем формулы (6.35)–(6.51) для первого случая расчета.

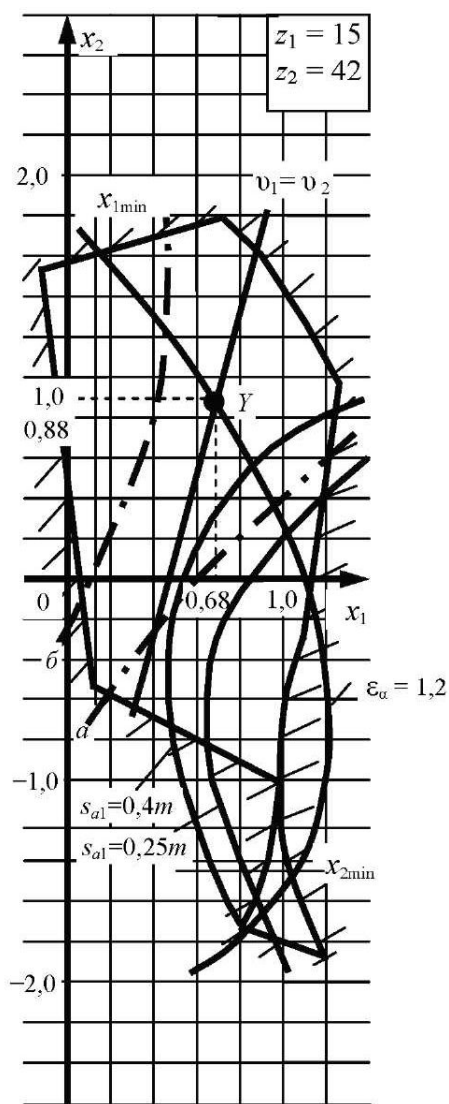


Рис. 6.33. Выбор коэффициентов смещения по блокирующему контуру

4.1. Угол зацепления  $\alpha_w$  :

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2x_\Sigma \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2} = \operatorname{inv} 20^\circ + \frac{2(0,68 + 0,88) \operatorname{tg} 20^\circ}{15 + 42} = 0,03482,$$

откуда определяем  $\alpha_w$  по таблицам эвольвентной функции:  $\alpha_w = 26^\circ 12' 30''$ .

4.2. Радиусы делительных окружностей:

$$r_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{6 \cdot 15}{2} = 45 \text{ мм},$$
$$r_2 = \frac{mz_2}{2} = \frac{6 \cdot 42}{2} = 126 \text{ мм}.$$

4.3. Шаг по делительной окружности

$$p = \pi m = 3,14 \cdot 6 = 18,85 \text{ мм}.$$

4.4. Делительное межосевое расстояние

$$a = r_1 + r_2 = 45 + 126 = 171 \text{ мм}.$$

4.5. Радиусы начальных окружностей:

$$r_{1w} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 45 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26^\circ 12' 30''} = 47,128 \text{ мм},$$
$$r_{2w} = r_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 126 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26^\circ 12' 30''} = 131,959 \text{ мм}.$$

4.6. Межосевое расстояние

$$a_w = r_{1w} + r_{2w} = 47,128 + 131,959 = 179,087 \text{ мм}.$$

4.7. Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = (a_w - a) / m = (179,087 - 171) / 6 = 1,348.$$

4.8. Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y = 0,68 + 0,88 - 1,348 = 0,212.$$

4.9. Радиусы основных окружностей:

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha = 45 \cos 20^\circ = 42,286 \text{ мм}.$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 126 \cos 20^\circ = 118,401 \text{ мм}.$$

4.10. Радиусы вершин зубьев:

$$r_{a1} = r_1 + m(h_a^* + x_1 - \Delta y) = 45 + 6(1 + 0,68 - 0,212) = 53,808 \text{ мм},$$

$$r_{a2} = r_2 + m(h_a^* + x_2 - \Delta y) = 126 + 6(1 + 0,88 - 0,212) = 136,008 \text{ мм}.$$

4.11. Радиусы впадин:

$$r_{f1} = r_1 + m(x_1 - h_f^*) = 45 + 6(0,68 - 1,25) = 41,58 \text{ мм},$$

$$r_{f2} = r_2 + m(x_2 - h_f^*) = 126 + 6(0,88 - 1,25) = 123,78 \text{ мм}.$$

4.12. Толщина зуба по делительной окружности:

$$s_1 = m(0,5\pi + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha) = 6(0,5\pi + 2 \cdot 0,68 \operatorname{tg} 20^\circ) = 12,036 \text{ мм},$$

$$s_2 = m(0,5\pi + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha) = 6(0,5\pi + 2 \cdot 0,88 \operatorname{tg} 20^\circ) = 13,264 \text{ мм}.$$

4.13. Толщина впадины по делительной окружности:

$$e_1 = p - s_1 = 18,85 - 12,036 = 6,814 \text{ мм},$$

$$e_2 = p - s_2 = 18,85 - 13,264 = 5,586 \text{ мм}.$$

4.14. Высота зубьев

$$h = r_{a1} - r_{f1} - r_{a2} - r_{f2} = 53,808 - 41,58 = 136,008 - 123,78 = 12,228 \text{ мм},$$

что подтверждает равенство высот зубьев у пары зацепляющихся колес.

4.15. Углы профиля на окружности вершин:

$$\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}) = \arccos(42,286/53,808) = 38,199^\circ,$$

$$\alpha_{a2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2}) = \arccos(118,401/136,008) = 29,478^\circ.$$

4.16. Толщина зубьев по окружности вершин:

$$s_{a1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a1}} (0,5\pi + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha - z_1 (\operatorname{inv} \alpha_{a1} - \operatorname{inv} \alpha)) = 6 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 38,199^\circ} \times \\ \times (0,5 \cdot 3,14 + 2 \cdot 0,68 \operatorname{tg} 20^\circ - 15 (\operatorname{inv} 38,199^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ)) = 3,055 \text{ мм},$$

$$s_{a2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a2}} (0,5\pi + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha - z_2 (\operatorname{inv} \alpha_{a2} - \operatorname{inv} \alpha)) = 6 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 29,478^\circ} \times \\ \times (0,5 \cdot 3,14 + 2 \cdot 0,88 \operatorname{tg} 20^\circ - 42 (\operatorname{inv} 29,478^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ)) = 4,065 \text{ мм},$$

$$\frac{s_{a1}}{m} = \frac{3,055}{6} = 0,51 > 0,4;$$

$$\frac{s_{a2}}{m} = \frac{4,065}{6} = 0,68 > 0,4.$$

Найденные значения показывают, что заострение зуба отсутствует.

#### 4.17. Коэффициент торцового перекрытия

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha} &= \frac{z_1}{2\pi}(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi}(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w) = \\ &= \frac{15}{2 \cdot 3,14}(\operatorname{tg} 38,199^{\circ} - \operatorname{tg} 26,21^{\circ}) + \frac{42}{2 \cdot 3,14}(\operatorname{tg} 29,478^{\circ} - \operatorname{tg} 26,21^{\circ}) = 1,191. \end{aligned}$$

Рассчитанное значение коэффициента перекрытия чуть меньше допустимого, что объясняется округлением при выборе коэффициентов смещения на блокирующем контуре. При округлении до десятых это значение окажется равным 1,2, т. е. будет допустимым.

5. *Геометрическое построение эвольвентного зацепления.* Для построения зацепления выбираем масштаб таким образом, чтобы высота зуба на чертеже была не меньше 40–50 мм. Такое требование в нашем случае удовлетворит масштаб увеличения 4:1 или масштабный коэффициент  $\mu_l = 0,25$  мм/мм. Геометрические параметры, необходимые для построения зацепления, увеличиваем в 4 раза или делим на  $\mu_l$ .

Построение зацепления выполняем в следующем порядке.

5.1. Построим межосевую линию и возьмем на ней точки  $O_1$  и  $O_2$  (центры колес 1 и 2) на расстоянии, равном межосевому  $a_w$  (см. прил. П).

5.2. Проведем начальные окружности радиусами  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$  (можно в виде дуг), при этом отметим точку их касания  $P$  (полюс зацепления).

5.3. Проведем другие окружности (делительные, основные, окружности впадин и выступов), обозначим их.

5.4. Проведем линию зацепления  $N_1-N_2$ . Для этого можно предварительно провести общую касательную  $t-t$  к начальным окружностям, а затем под углом  $\alpha_w$  к ней провести линию зацепления  $n-n$ , при этом она должна оказаться общей касательной к основным окружностям. Если этого не произошло, надо искать ошибки в расчетах или в построении. Точки касания обозначим  $N_1$  и  $N_2$ .

5.5. Определим точки пересечения окружностей выступов с линией зацепления  $B_1$  и  $B_2$ . Отрезок  $B_1B_2 = g_{\alpha}$  является активной линией зацепления (см. параграф 6.6.5).

5.6. Строим эвольвенты двух зубчатых колес, соприкасающиеся в полюсе зацепления  $P$ . Для построения профиля зуба первого колеса отре-

зок линии зацепления  $N_1P$  делим на равные части (например, на 4). Эти отрезки откладываем от точки  $N_1$  на основной окружности, принимая их равными длинам дуг, при этом в сторону полюса отложим четыре отрезка (дуги)  $N_1(4)-3$ ,  $3-2$ ,  $2-1$ ,  $1-0$  и в другую сторону –  $N_1(4)-5$ ,  $5-6$ ,  $6-7$  и т. д. Каждые из этих дуг равны между собой и равны отрезку  $\frac{1}{4} N_1P$ . Через эти точки проводим касательные к основной окружности, начиная с точки  $1$  (точка  $0$  уже является первой точкой эвольвентного профиля). На касательной, проведенной через точку  $1$ , отложим отрезок, равный  $\frac{1}{4} N_1P$ , – получим точку  $1'$ . На касательной, проведенной через точку  $2$ , отложим два отрезка, равных  $\frac{1}{4} N_1P$ , – получим точку  $2'$ . После аналогичных построений на каждой из касательных получим ряд точек  $3'$ ,  $4'$  (совпадет с  $P$ ),  $5'$ ,  $6'$  и т. д., до тех пор, пока эти точки не выйдут за пределы окружности выступов. Полученные точки соединим плавной кривой, которая и будет являться эвольвентным профилем колеса  $1$ .

Точно так же строится эвольвентный профиль для колеса  $2$ , при этом используется отрезок линии зацепления  $PN_2$ .

5.7. Определим активные профили зубьев. Для этого проведем дугу радиусом  $O_1B_1$  ( $r_{p1}$ ) до пересечения с эвольвентным профилем первого колеса (получим точку  $f_1$ ) и дугу радиусом  $O_2B_2$  ( $r_{p2}$ ) – до пересечения с профилем второго колеса (получим точку  $f_2$ ). Активные профили зубьев (участки от точек  $f_1$  и  $f_2$  до вершин) выделим по контуру тонкой линией.

5.8. Если окружность впадин меньше основной, то профиль зуба, лежащий ниже основной окружности, очерчивается по радиальной прямой  $0-O_1$  (соединяет начало эвольвенты с центром колеса), переходящей сопряжением к окружности впадин. Радиус этого сопряжения  $r_f$  равен  $0,38m$ .

Аналогично для второго колеса.

5.9. Для каждого колеса необходимо построить три-четыре зуба. Чтобы это сделать, по делительной окружности отложим хорды, равные  $mz_i \cdot \sin \frac{s_i}{mz_i}$  ( $i = 1$  или  $2$ ) и соответствующие толщине зубьев по делительной окружности  $s_1$  и  $s_2$ . Поделив толщину зуба пополам, получаем ось симметрии зуба. Симметричную половину зуба строим с помощью шаблона. Отложив угловой шаг  $\tau$ , проводим очередную ось симметрии и строим профиль второго зуба и т. д.

Для выполнения этих построений определим следующие величины:

$$a_1 = mz_1 \cdot \sin \frac{s_1}{mz_1} = 6 \cdot 15 \sin \frac{12,036}{6 \cdot 15} = 12 \text{ мм},$$

$$a_2 = mz_2 \cdot \sin \frac{s_2}{mz_2} = 6 \cdot 42 \sin \frac{13,264}{6 \cdot 42} = 13,25 \text{ мм},$$

$$\tau_1 = \frac{360^\circ}{z_1} = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ,$$

$$\tau_2 = \frac{360^\circ}{z_2} = \frac{360^\circ}{42} = 8,57^\circ.$$

5.10. Определим коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  графическим способом и сравним его со значением, полученным аналитически. Для определения  $\varepsilon_\alpha$  измерим активную линию зацепления  $B_1B_2$  и определим ее действительное значение  $g_\alpha$ :

$$g_\alpha = B_1B_2 \cdot \mu_f = 84 \cdot 0,25 = 21 \text{ мм.}$$

Тогда коэффициент перекрытия определим как

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p \cos \alpha} = \frac{21}{18,85 \cos 20^\circ} = 1,186.$$

При этом погрешность составит

$$\delta = \frac{1,191 - 1,186}{1,191} = 0,004.$$

6. *Построение станочного зацепления.* Станочное зацепление выполняется для шестерни. От осевой линии любого построенного зуба шестерни  $I$  отложим некоторое целое число угловых шагов  $\tau_1 = 24^\circ$ , например 6, тогда этот угол составит  $6\tau_1 = 6 \cdot 24^\circ = 144^\circ$ . Отложив этот угол, проведем осевую линию зуба и с помощью шаблона построим его контур и контуры соседних зубьев. От осевой линии основного зуба отложим угол станочного зацепления  $\alpha = 20^\circ$  и проведем линию станочного зацепления  $N_0P_0$ , где  $N_0$  – точка касания с основной окружностью, а  $P_0$  – полюс станочного зацепления (лежит в точке пересечения делительной окружности с осевой линией зуба).

Далее проведем некоторые важные линии рейки (перпендикулярно осевой линии зуба), а именно: станочно-начальную (касательно к делительной окружности), делительную (на расстоянии, равном  $x_1m$ , от станочно-начальной), прямую, касательную к окружности впадин.

В точке пересечения линии станочного зацепления с профилем зуба проведем к ней перпендикуляр. Это будет правый профиль зуба рейки. Чтобы построить левые профили этого зуба и соседнего с ним, нужно по делительной прямой отложить отрезки, равные  $0,5p$ , и провести эти профили по законам симметрии. Они должны иметь угол наклона к осевой линии, равный станочному углу зацепления  $\alpha = 20^\circ$ .



Следует ограничить зуб рейки по высоте общей длиной  $2,5m$ , а также указать основные параметры рейки:  $p$ ,  $h_a$ ,  $h_f$ ,  $c$ , уравнительное смещение  $\Delta_{ут}$ , смещение  $x$ т (см. прил. П).

7. *Построение картин линейных и угловых скоростей.* Чтобы построить картины линейных и угловых скоростей, сначала необходимо построить кинематическую схему механизма в некотором масштабе, изобразив колеса в виде начальных окружностей. Для колес 1 и 2 радиусы начальных окружностей уже определены:  $r_{w1} = 47,13$  мм,  $r_{w2} = 131,96$  мм. Колеса планетарной передачи выполняются без смещения, значит, начальные окружности этих колес будут совпадать с делительными. Определим их радиусы:

$$r_3 = \frac{mz_3}{2} = \frac{4 \cdot 16}{2} = 32 \text{ мм},$$

$$r_4 = \frac{mz_4}{2} = \frac{4 \cdot 56}{2} = 112 \text{ мм},$$

$$r_5 = \frac{mz_5}{2} = \frac{4 \cdot 128}{2} = 256 \text{ мм}.$$

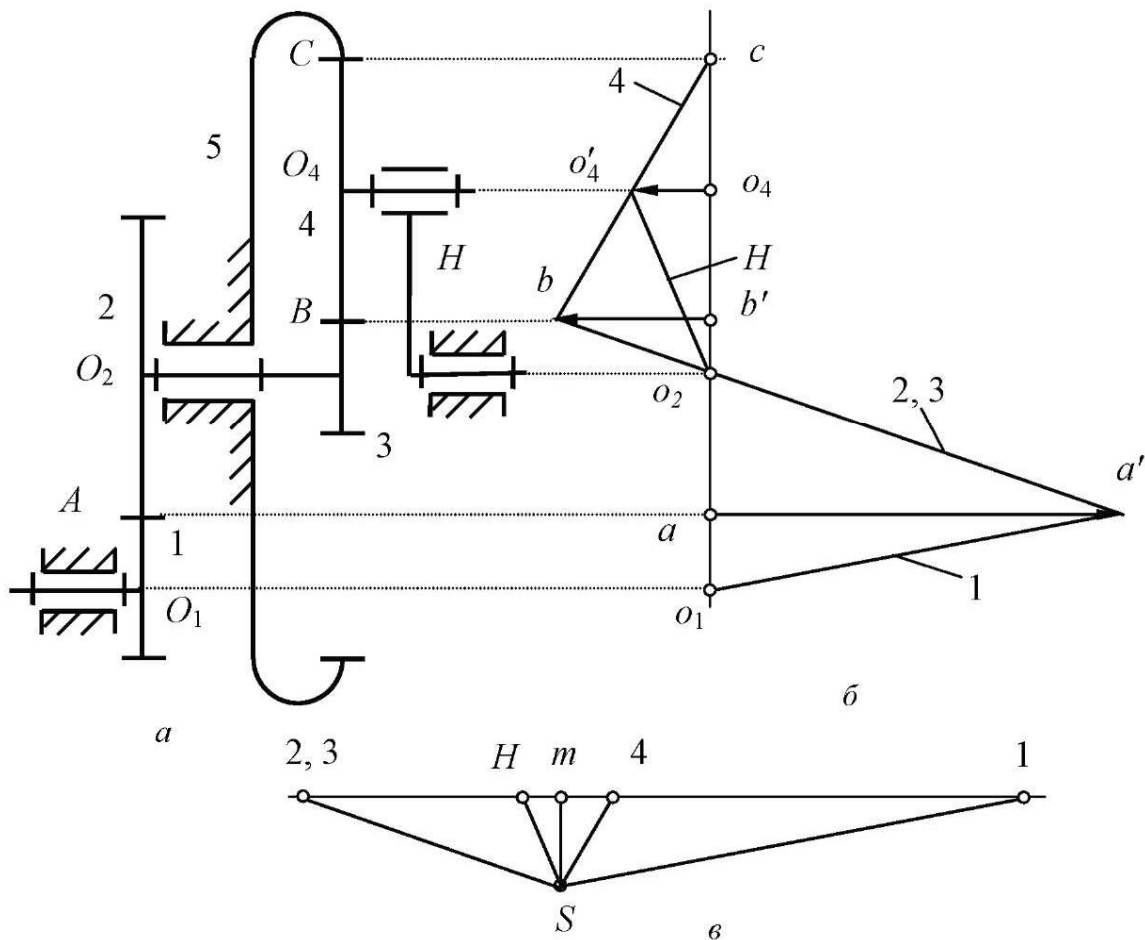


Рис. 6.34. Построение картин линейных и угловых скоростей

Для построения кинематической схемы зубчатого механизма (см. рис. 6.34, *а*) зададим масштабный коэффициент  $\mu_r = 2,5$  мм/мм. Далее построим картины линейных (рис. 6.34, *б*) и угловых (рис. 6.34, *в*) скоростей, как описано в параграфе 6.5. Определим графическим способом передаточное отношение и сравним это значение с действительным:

$$u_{III}^{гр.} = \frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{mI}{mH} = \frac{121}{4,7} = 25,7,$$
$$\delta = \frac{|u_{IH} - u_{IH}^{гр.}|}{u_{IH}} = \frac{25,2 - 25,7}{25,2} = 0,02 < 0,03.$$

Полученное отклонение не превышает допустимое.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / И. И. Артоболевский. – 5-е изд., стер. – М. : ИД «Альянс», 2008. – 640 с.
2. Теория механизмов и механика машин : учеб. для втузов / К. В. Фролов [и др.] ; под ред. К. В. Фролова. – 3-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2001. – 496 с.
3. Смелягин, А. И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование : учеб. пособие / А. И. Смелягин. – М. : ИНФРА-М ; Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2003. – 263 с. – (серия «Высшее образование»).
4. Попов, С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин : учеб. пособие для втузов / С. А. Попов, Г. А. Тимофеев ; под ред. К. В. Фролова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1998. – 351 с.
5. Мехонцева, Д. М. Динамическое исследование машинного агрегата : учеб. пособие / Д. М. Мехонцева. – Красноярск : Изд-во Краснояр. ун-та, 1986. – 240 с.
6. Конищева, О. В. Теория механизмов и машин. Зубчатые механизмы : учеб. пособие / О. В. Конищева, Д. М. Мехонцева. – Красноярск : ИПЦ КГТУ, 2006. – 112 с.
7. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1990. – 592 с.
8. Болотовский, И. А. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / под ред. И. А. Болотовского. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1986. – 448 с.

## Приложение А СХЕМЫ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Таблица П.А

A1		<b>Механизм кривошипно-рычажного пресса</b>
Вариант	$a$ $b$ $c$ $l_{OA}$ $l_{AB}$ $l_{O_1B}$ $l_{O_1D}$ $l_{DE}$ $l_{AC}$	$n_{OA}$ $P_{п.с}$
	М	$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$ Н
1	0,3   1,75   1,0   0,2   1,75   0,6   1,2   0,30   0,75	60   1500
2	0,2   1,60   0,8   0,18   1,60   0,4   1,0   0,35   0,60	120   1300
3	0,2   1,80   1,0   0,15   1,50   0,4   1,2   0,30   0,50	180   1400
4	0,3   1,60   0,8   0,20   1,60   0,5   0,8   0,40   0,75	240   1100
5	2,5   1,50   0,9   0,18   1,75   0,6   1,0   0,30   0,60	60   1200

A2		<b>Механизм кривошипно-рычажного пресса</b>
Вариант	$a$ $b$ $c$ $l_{OA}$ $l_{AB}$ $l_{AD}$ $l_{O_1D}$ $l_{DE}$ $l_{EF}$	$n_{OA}$ $P_{п.с}$
	М	$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$ Н
1	0,6   1,5   0,55   0,18   0,2   1,5   0,6   1,1   0,40	20   3000
2	0,5   1,2   0,50   0,15   0,2   1,3   0,4   0,9   0,35	60   2700
3	0,4   1,4   0,60   0,20   0,3   1,0   0,6   1,2   0,45	120   3100
4	0,6   1,4   0,50   0,18   0,2   1,3   0,6   0,9   0,40	90   2800
5	0,4   1,2   0,60   0,15   0,3   1,5   0,4   1,1   0,35	180   3000

A3		<b>Механизм чеканного пресса</b>
Вариант	$a$ $l_{OA}$ $l_{AB}$ $l_{O_1B}$ $l_{BC}$ $b$	$n_{OA}$ $P_{п.с}$
	М	$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$ Н
1	1,15   0,10   1,25   0,54   0,54   0,4	110   5000
2	1,20   0,20   1,20   0,60   0,60   0,5	100   5500
3	1,0   0,15   1,25   0,70   0,90   0,4	90   6000
4	1,10   0,10   1,20   0,50   0,70   0,3	60   4800
5	1,20   0,15   1,0   0,70   0,50   0,5	120   4500

A4		Кривошипно-шатунный механизм с прицепным шатуном и ползуном с остановками						
Вариант	$l_{AO}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{CD}$	$l_{CM}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$	
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н
1	0,10	0,30	0,25	0,35	0,10	200	1200	
2	0,05	0,27	0,13	0,10	0,30	500	1800	
3	0,08	0,32	0,15	0,40	0,10	800	900	
4	0,07	0,21	0,18	0,38	0,18	800	1000	
5	0,12	0,48	0,10	0,60	0,20	120	1100	

A5		Механизм соломотряса комбайна										
Вариант	$a$	$l_{OA}$	$l_{AC}$	$l_{O_1C}$	$l_{O_2E}$	$l_{CN}$	$l_{CD}$	$l_{O_1O_2}$	$l_{O_2E}$	$l_{CE}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$
	м											$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$
1	0,35	0,25	1,28	0,48	0,46	0,23	1	1,15	0,95	2,1	200	1000
2	0,40	0,30	1,30	0,50	0,40	0,25	1,20	1,20	1,0	2,3	180	1200
3	0,30	0,30	1,40	0,52	0,50	0,24	0,80	1,25	1,10	2,4	150	800
4	0,36	0,28	1,35	0,55	0,52	0,24	1,10	1,20	1,05	2,3	140	900
5	0,40	0,32	1,48	0,60	0,55	0,25	1,15	1,18	1,0	2,3	120	1000

A6		Механизм двигателя с V-образным расположением цилиндров									
Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{AC}$	$l_{CD}$	$l_{CE}$	$n_{OA}$	$P_{д1}$	$P_{д2}$	$\alpha$	
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н		град	
1	0,04	0,26	0,24	0,08	0,26	0,06	1200	2000	1800	60	
2	0,06	0,24	0,26	0,08	0,24	0,10	1000	1800	2000	90	
3	0,08	0,32	0,30	0,10	0,30	0,10	1500	1500	1800	120	
4	0,10	0,30	0,26	0,08	0,30	0,12	2800	1800	1500	90	
5	0,07	0,34	0,30	0,06	0,32	0,10	2200	2100	2000	90	

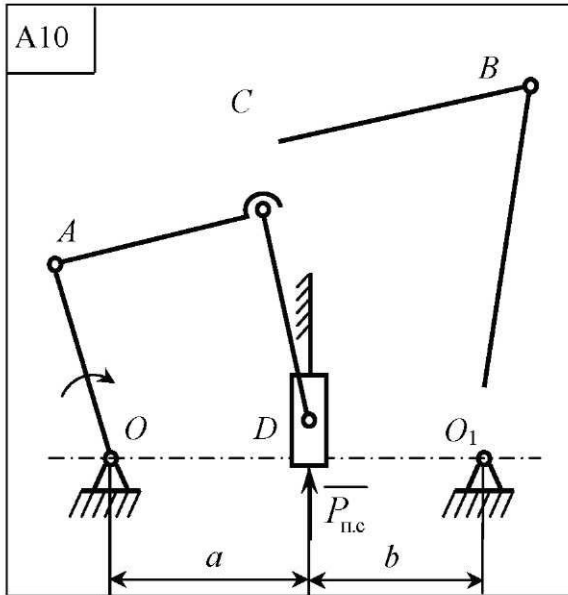
A7		Механизм двухтактного ДВС с передачей к цилиндру для сжатия горючей смеси									
Вариант	$\alpha$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{CD}$	$l_{CE}$	$a$	$n_{OA}$	$P_{д1}$	$P_{д2}$	
	град	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н		
1	30	0,09	0,4	0,15	0,25	0,1	0,3	1400	4000	500	
2	20	0,13	0,39	0,18	0,32	0,08	0,32	1200	3000	1000	
3	35	0,18	0,6	0,2	0,62	0,2	0,43	2000	4000	700	
4	30	0,09	0,58	0,2	0,36	0,18	0,45	1500	5000	900	
5	25	0,12	0,55	0,21	0,4	0,2	0,46	1800	1000	300	

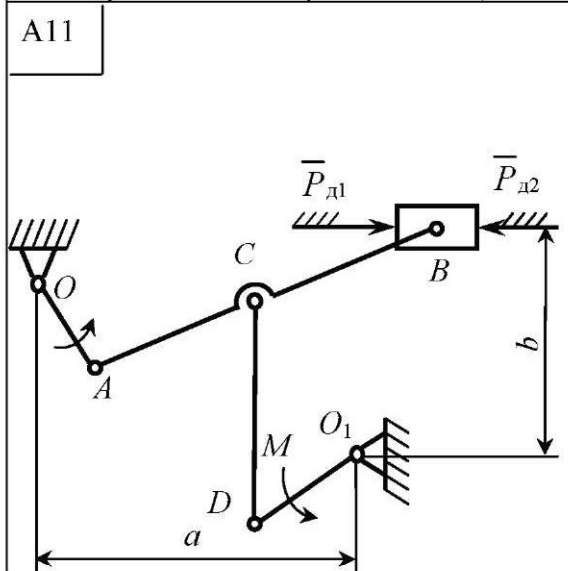
A8		Механизм ДВС с увеличенным ходом поршня									
Вариант	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{O,C}$	$l_{O,B}$	$l_{CD}$	$n_{OA}$	$P_{д}$	
	м								$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н	
1	0,21	0,06	0,13	0,05	0,20	0,16	0,10	0,25	300	2000	
2	0,23	0,06	0,11	0,07	0,21	0,15	0,10	0,25	360	1100	
3	0,20	0,05	0,12	0,05	0,20	0,16	0,11	0,24	320	2100	
4	0,22	0,04	0,11	0,05	0,19	0,15	0,09	0,26	450	1500	
5	0,21	0,05	0,13	0,06	0,21	0,15	0,11	0,27	300	1200	

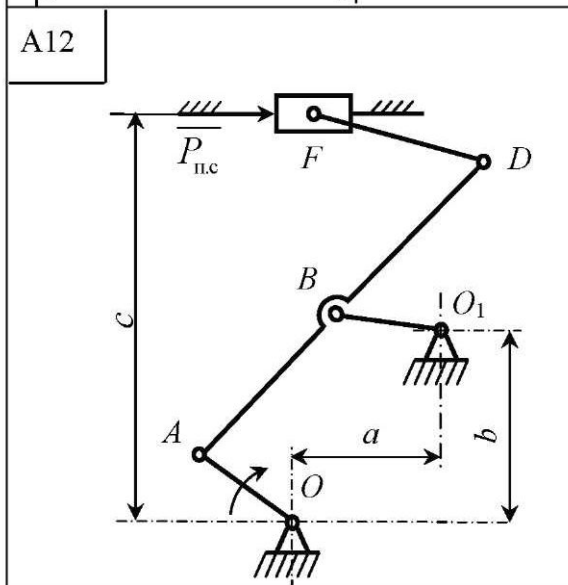
A9		Механизм ДВС с передачей к компрессору										
Вариант	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{AD}$	$l_{BC}$	$l_{O,B}$	$l_{BE}$	$l_{EF}$	$n_{OA}$	$P_{д}$
	м										$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н
1	0,08	0,18	0,13	0,05	0,18	0,09	0,17	0,14	0,09	0,12	950	2000
2	0,07	0,18	0,13	0,05	0,17	0,09	0,17	0,15	0,07	0,13	800	2500
3	0,09	0,18	0,14	0,06	0,19	0,10	0,18	0,16	0,08	0,14	280	3000
4	0,08	0,19	0,14	0,07	0,19	0,09	0,18	0,17	0,08	0,13	450	3100
5	0,07	0,18	0,15	0,06	0,20	0,10	0,19	0,15	0,07	0,15	500	2600



Механизм пресса									
Вариант	<i>a</i>	<i>b</i>	$l_{OA}$	$l_{CD}$	$l_{AB}$	$l_{CA}$	$l_{O,B}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$
	М							об/мин	Н
1	0,30	0,30	0,15	0,30	0,70	0,40	0,30	100	2000
2	0,45	0,45	0,225	0,45	1,05	0,60	0,45	120	2100
3	0,35	0,35	0,16	0,35	0,75	0,55	0,40	90	1500
4	0,40	0,42	0,17	0,40	0,80	0,58	0,48	150	1800
5	0,42	0,40	0,18	0,40	0,85	0,60	0,40	110	1500



Механизм паровой машины с передачей к механизму парораспределения											
Вариант	<i>a</i>	<i>b</i>	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{CD}$	$l_{O,D}$	$n_{OA}$	$P_{д1}$	$P_{д2}$	<i>M</i>
	М							об/мин	Н	Н·м	
1	0,52	0,105	0,09	0,46	0,23	0,23	0,19	180	2000	-	50
2	0,50	0,12	0,10	0,45	0,225	0,22	0,20	150	-	-	50
3	0,60	0,10	0,10	0,52	0,25	0,20	0,20	200	-	1400	40
4	0,54	0,11	0,095	0,47	0,23	0,24	0,195	210	-	1500	30
5	0,56	0,115	0,09	0,50	0,25	0,245	0,205	200	-	1800	-



Механизм подачи заготовок автомата										
Вариант	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$l_{AD}$	$l_{O,B}$	$l_{AB}$	$l_{OA}$	$l_{DF}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$
	М							об/мин	Н	
1	0,30	0,20	0,52	0,46	0,23	0,23	0,10	0,19	60	1800
2	0,28	0,22	0,50	0,45	0,225	0,22	0,10	0,20	80	1500
3	0,32	0,18	0,60	0,52	0,25	0,25	0,11	0,20	90	1200
4	0,26	0,18	0,54	0,47	0,23	0,24	0,11	0,195	120	2000
5	0,32	0,24	0,56	0,50	0,25	0,245	0,11	0,21	100	1400

A13		Механизм сбрасывателя										
Вариант	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{O_1B}$	$l_{BC}$	$l_{O_1C}$	$l_{CD}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	
	М										об/мин	Н
1	0,012	0,140	0,210	0,046	0,20	0,13	0,065	0,095	0,25	80	400	
2	0,010	0,130	0,20	0,044	0,19	0,125	0,060	0,09	0,24	90	900	
3	0,015	0,135	0,205	0,045	0,195	0,13	0,062	0,10	0,26	100	400	
4	0,012	0,145	0,215	0,050	0,205	0,135	0,065	0,095	0,25	120	500	
5	0,013	0,140	0,215	0,040	0,21	0,14	0,064	0,09	0,255	150	600	

A14		Механизм прессы										
Вариант	$a$	$b$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{BC}$	$l_{O_1B}$	$l_{CD}$	$l_{CF}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	
	М										об/мин	Н
1	0,04	0,27	0,10	0,25	0,25	0,040	0,125	0,325	0,10	200	4000	
2	0,03	0,28	0,09	0,26	0,26	0,050	0,130	0,330	0,11	180	3200	
3	0,035	0,265	0,095	0,255	0,255	0,045	0,135	0,355	0,12	150	3400	
4	0,02	0,275	0,10	0,25	0,25	0,030	0,140	0,340	0,11	240	3800	
5	0,025	0,28	0,095	0,26	0,26	0,035	0,135	0,345	0,10	200	4100	

A15		Механизм сбрасывателя										
Вариант	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{O_1B}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$			
	М								об/мин	Н		
1	0,1	0,07	0,2	0,06	0,2	0,25	0,25	150	400			
2	0,105	0,07	0,1	0,065	0,21	0,26	0,26	180	500			
3	0,11	0,07	0,09	0,07	0,205	0,265	0,26	210	600			
4	0,1	0,07	0,1	0,068	0,2	0,255	0,26	200	700			
5	0,11	0,07	0,11	0,07	0,21	0,27	0,25	240	400			



A16		Механизм инерционного конвейера									
Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{BD}$	$a$	$b$	$n_{OA}$	$P_{п.с1}$	$P_{п.с2}$		
	м						$\frac{об}{мин}$	кН			
1	0,09	0,38	0,30	0,84	0,30	0,06	60	1,5	–		
2	0,10	0,46	0,33	0,75	0,34	0,06	68	1,4	–		
3	0,11	0,42	0,35	0,64	0,32	0,05	73	1,2	–		
4	0,12	0,46	0,39	0,85	0,33	0,06	70	–	4		
5	0,14	0,28	0,35	0,76	0,32	0,04	63	–	4,5		

A17		Механизм глубинного насоса													
Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{BD}$	$l_{BE}$	$l_{EK}$	$l_{EF}$	$a$	$b$	$c$	$d$	$n_{OA}$	$G_{ш}$	$G_F$	$G_{ж}$
	м											$\frac{об}{мин}$	кН		
1	0,62	2,5	1,12	1,54	2,14	2,58	3,68	1,50	2,18	0,94	8	40	40	10	
2	0,56	2,25	1,01	1,39	1,92	2,32	3,31	1,35	1,96	0,85	9	45	50	12	
3	0,50	2,0	0,90	1,23	1,71	2,06	2,94	1,20	1,74	0,75	12	25	30	10	
4	0,47	1,87	0,84	1,15	1,60	1,93	2,75	1,12	1,63	0,70	13	20	25	9	
5	0,53	2,12	0,95	1,30	1,81	2,19	3,12	1,27	1,85	0,80	10	35	40	10	

A18		Механизм грохота						
Вариант	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CE}$	$l_{AD}$	$l_{DC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	
	м					$\frac{об}{мин}$	кН	
1	0,30	1,2	1,4	1,3	0,75	240	1,0	
2	0,40	0,7	0,8	0,7	0,50	210	1,2	
3	0,45	1,4	1,5	0,7	1,30	190	1,4	
4	0,50	1,2	1,5	1,3	0,75	170	1,6	
5	0,58	1,8	2,0	1,4	1,60	160	1,8	

A19	Механизм горизонтально-штамповочного пресса							
	Вариант	$l_{AB}$	$l_{BC},$ $l_{DC}, b$	$2l_{DE} =$ $l_{EF}$	$a$	$n_{AB}$	$m_F$	$P_{п.с}$
		м					$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кг
	1	0,14	0,3	0,36	0,14	120	10	3,0
	2	0,10	0,31	0,38	0,15	90	12	3,5
	3	0,11	0,33	0,4	0,16	60	14	4,0
	4	0,13	0,34	0,42	0,17	100	16	4,5
	5	0,12	0,36	0,44	0,18	80	18	5,0

A20	Механизм кузнечно-штамповочного автомата							
	Вариант	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD} = l_{EC}$	$a$	$b$	$n_{AB}$	$P_{п.с}$
		м					$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН
	1	0,08	0,30	0,33	0,32	0,21	140	250
	2	0,10	0,37	0,41	0,40	0,27	150	300
	3	0,12	0,45	0,50	0,48	0,32	160	350
	4	0,14	0,52	0,58	0,56	0,36	170	400
	5	0,16	0,60	0,66	0,64	0,44	180	450

A21	Механизм грохота											
	Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{EB}$	$l_{BC}$	$l_{CE}$	$l_{CD}$	$a$	$b$	$c$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$
		м										$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$
	1	0,46	2,00	1,30	0,65	0,95	2,50	0,12	1,40	2,10	8	8
	2	0,44	1,90	1,25	0,60	0,90	2,40	0,10	1,30	2,00	10	1,8
	3	0,45	1,95	1,30	0,60	1,00	2,60	0,15	1,35	2,05	12	8
	4	0,50	2,05	1,35	0,65	0,95	3,50	0,12	1,45	2,15	14	1,0
	5	0,40	2,10	1,40	0,60	0,90	2,55	0,13	1,40	2,15	16	1,2

A22	Механизм вытяжного пресса										
	Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{DF}$	$a$	$b$	$c$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$
	М									$\frac{об}{мин}$	кН
	1	0,10	0,32	0,30	0,42	0,11	0,16	0,29	0,41	50	36
	2	0,09	0,38	0,26	0,37	0,09	0,13	0,37	0,35	45	40
	3	0,09	0,29	0,27	0,38	0,10	0,14	0,26	0,37	40	38
	4	0,09	0,40	0,28	0,39	0,10	0,14	0,39	0,37	55	42
	5	0,08	0,26	0,24	0,34	0,09	0,13	0,23	0,33	60	40
A23	Механизм загрузки конвейера										
Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{O_1B}$	$l_{CD}$	$a$	$b$	$c$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	
М									$\frac{об}{мин}$	кН	
	1	0,15	0,20	0,20	0,40	0,60	0,40	0,11	0,17	34	50
	2	0,17	0,26	0,27	0,50	0,77	0,50	0,14	0,22	30	100
	3	0,21	0,33	0,30	0,63	0,90	0,61	0,18	0,27	32	150
	4	0,23	0,38	0,37	0,73	1,08	0,68	0,23	0,30	20	200
	5	0,26	0,40	0,40	0,86	1,22	0,76	0,26	0,38	28	250
A24	Механизм подачи заготовок автомата										
Вариант	$l_{OA}$	$l_{AC}$	$l_{AB}$	$l_{O_1B}$	$l_{CD}$	$a$	$b$	$c$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	
М									$\frac{об}{мин}$	кН	
	1	0,20	0,62	0,40	0,44	0,52	0,40	0,40	0,90	50	2,5
	2	0,30	0,96	0,62	0,68	0,81	0,60	0,57	1,38	70	3,4
	3	0,18	0,66	0,40	0,46	0,56	0,42	0,40	0,94	80	2,0
	4	0,27	0,96	0,61	0,70	0,87	0,60	0,58	1,44	40	4,0
	5	0,38	1,32	0,80	0,92	1,08	0,80	0,80	1,88	20	0,45

## Приложение Б СХЕМЫ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С КУЛИСНЫМИ ГРУППАМИ

Таблица П.Б

	Механизм дробилки																					
Вариант	$a$	$e$	$l_{OA}$	$l_{OO_1}$	$l_{OB}$	$l_{BC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C$											
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	-	Н/м	кг											
Б1																						
1												0,55	0,02	0,11	0,41	0,60	0,25	70	8	1/30	800	$6m_{BC}$
2												0,60	0	0,11	0,42	0,68	0,28	50	9	1/25	1000	$5m_{BC}$
3												0,62	0,01	0,1	0,43	0,65	0,26	60	7	1/40	1200	$4m_{BC}$
4												0,50	0,01	0,08	0,41	0,62	0,25	80	6	1/40	1400	$3m_{BC}$
5												0,55	0,01	0,09	0,42	0,65	0,30	90	5	1/30	1200	$2m_{BC}$
$m_A = 0$																						
Вариант	$a$	$l_{OB}$	$l_{OA}$	$l_{BC}$	$l_{OO_1}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C$												
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	-	Н/м	кг											
Б2																						
1												0,50	0,68	0,15	0,40	0,60	120	4,0	1/40	800	$4m_{BC}$	
2												0,45	0,60	0,12	0,30	0,55	150	3,0	1/40	1000	$3m_{BC}$	
3												0,48	0,70	0,15	0,35	0,58	90	3,5	1/50	1200	$2m_{BC}$	
4												0,68	0,90	0,10	0,45	0,78	60	4,0	1/60	800	$4m_{BC}$	
5												0,65	0,80	0,09	0,50	0,75	80	3,8	1/40	1000	$3m_{BC}$	
$m_A = 0$																						
Вариант	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{OB}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_D$											
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	-	Н/м	кг											
Б3																						
1												0,50	1,0	0,50	0,25	1,0	1,0	100	1,5	1/30	900	$4m_{AB}$
2												0,40	0,95	0,45	0,22	1,05	0,80	90	1,8	1/40	1100	$3m_{AB}$
3												0,45	0,94	0,50	0,24	1,0	0,90	50	2,0	1/40	1300	$2m_{AB}$
4												0,48	1,0	0,45	0,24	0,98	0,95	120	1,8	1/50	1400	$4m_{AB}$
5												0,5	0,96	0,50	0,25	0,95	1,0	100	1,5	1/40	1200	$3m_{AB}$
$m_A = 0$																						

Вариант	Механизм долбежного станка										
	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{OB}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_{EF}$
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг
1	0,50	1,0	1,00	0,15	1,0	0,50	120	4,0	1/40	800	$4m_{AB}$
2	0,45	1,0	0,90	0,12	0,95	0,40	150	3,0	1/40	1200	$3m_{AB}$
3	0,48	0,90	1,0	0,15	1,0	0,45	90	3,5	1/50	100	$2m_{AB}$
4	0,50	0,95	0,95	0,16	0,98	0,44	100	4,0	1/60	900	$3m_{AB}$
5	0,52	1,02	1,10	0,18	0,98	0,60	120	3,8	1/40	1100	$2m_{AB}$
$m_D = 0$											
Вариант	Механизм качающегося конвейера										
	$a$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{OC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C$		
	м					$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг	
1	0,024	0,06	0,3	0,1	60	0,4	1/20	900	$6m_{AB}$		
2	0,03	0,07	0,32	0,11	80	0,45	1/30	1100	$5m_{AB}$		
3	0,024	0,07	0,35	0,12	90	0,7	1/40	1200	$4m_{AB}$		
4	0,02	0,065	0,3	0,1	100	0,5	1/30	1400	$3m_{AB}$		
5	0,025	0,06	0,33	0,11	70	0,4	1/25	1200	$2m_{AB}$		
$m_A = 0$											
Вариант	Кривошипно-шатунный механизм с качающейся кулисой										
	$a$	$b$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{OD}$	$n_{OC}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_B$
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг
1	0,20	0,40	0,30	1,12	0,30	0,9	160	4,0	1/30	1000	$2m_{AB}$
2	0,11	0,62	0,45	1,35	0,67	1,3	70	3,5	1/25	900	$4m_{AB}$
3	0,10	0,50	0,30	1,20	0,40	1,2	90	4,0	1/40	1200	$5m_{AB}$
4	0,12	0,52	0,28	1,10	0,35	1,0	120	3,0	1/30	1100	$4m_{AB}$
5	0,13	0,55	0,3	1,05	0,35	1,1	120	2,5	1/30	900	$5m_{AB}$
$m_C = 0$											

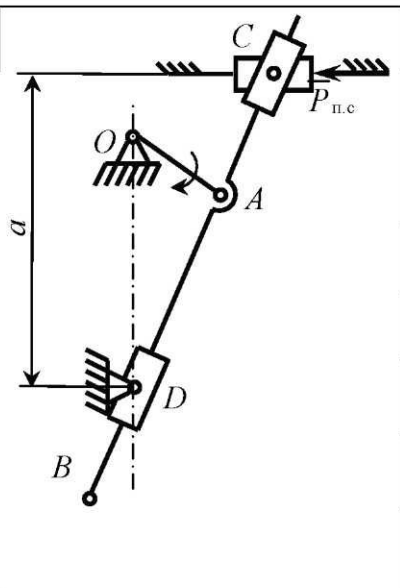
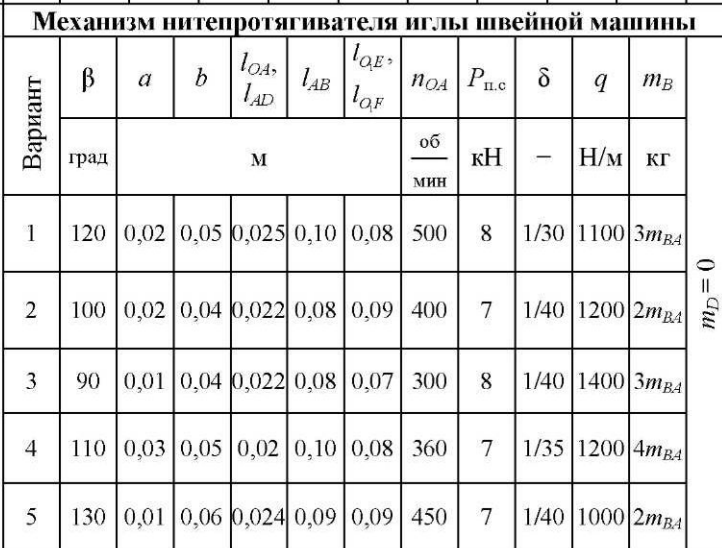

Вариант	Механизм поперечно-строгального станка										
	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{O_1B}$	$l_{BD}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_D$
1	0,18	0,37	0,65	0,22	0,60	0,35	200	2,0	1/40	1000	$3m_{BD}$
2	0,17	0,35	0,70	0,20	0,70	0,30	90	1,8	1/30	800	$2m_{BD}$
3	0,16	0,32	0,68	0,18	0,65	0,32	150	2,1	1/50	1100	$4m_{BD}$
4	0,18	0,36	0,70	0,25	0,62	0,35	120	2,0	1/40	1200	$5m_{BD}$
5	0,17	0,35	0,65	0,24	0,68	0,4	180	1,5	1/40	1100	$3m_{BD}$

Вариант	Шарнирный шестизвенный механизм с качающейся кулисой											
	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{O_1B}$	$l_{O_2D}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$
1	0,30	0,40	0,20	0,10	0,32	0,26	0,30	0,48	200	1,8	1/20	1100
2	0,15	0,20	0,18	0,05	0,16	0,13	0,15	0,20	280	1,2	1/30	1200
3	0,2	0,25	0,12	0,06	0,18	0,15	0,16	0,28	150	1,3	1/30	1020
4	0,25	0,30	0,14	0,07	0,2	0,18	0,18	0,30	180	1,5	1/40	900
5	0,30	0,20	0,2	0,10	0,25	0,21	0,25	0,32	200	1,6	1/20	1100

Вариант	Механизм пилонасекательной машины										
	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{O_1B}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_{DC}$
1	0,40	0,25	0,12	0,05	0,21	0,40	60	0,8	1/50	800	$3m_{O_1B}$
2	0,35	0,20	0,10	0,06	0,20	0,42	70	1,0	1/60	1200	$2m_{O_1B}$
3	0,36	0,21	0,08	0,04	0,22	0,43	80	1,2	1/40	900	$3m_{O_1B}$
4	0,40	0,25	0,09	0,04	0,22	0,40	90	1,4	1/40	1000	$4m_{O_1B}$
5	0,38	0,24	0,10	0,06	0,21	0,43	100	1,0	1/30	1100	$2m_{O_1B}$

<p>Б10</p> 	<p><b>Механизм Черкудинова с приближенно-равномерным перемещением ведомого звена</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Вариант</th> <th><math>a</math></th> <th><math>l_{OO_1}</math></th> <th><math>l_{OA}</math></th> <th><math>l_{BA}</math></th> <th><math>n_{OA}</math></th> <th><math>P_{п.с.}</math></th> <th><math>\delta</math></th> <th><math>q</math></th> <th><math>m_c</math></th> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="4">м</td> <td><math>\frac{об}{мин}</math></td> <td>кН</td> <td>—</td> <td>Н/м</td> <td>кг</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1,0</td> <td>0,45</td> <td>0,25</td> <td>0,75</td> <td>60</td> <td>1,5</td> <td>1/30</td> <td>900</td> <td><math>4m_{AB}</math></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0,9</td> <td>0,42</td> <td>0,20</td> <td>0,68</td> <td>90</td> <td>1,8</td> <td>1/50</td> <td>1100</td> <td><math>3m_{AB}</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,95</td> <td>0,5</td> <td>0,20</td> <td>0,80</td> <td>120</td> <td>1,8</td> <td>1/40</td> <td>1000</td> <td><math>8m_{AB}</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0,98</td> <td>0,48</td> <td>0,22</td> <td>0,75</td> <td>100</td> <td>1,0</td> <td>1/40</td> <td>1000</td> <td><math>4m_{AB}</math></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>1,0</td> <td>0,49</td> <td>0,20</td> <td>0,77</td> <td>100</td> <td>1,5</td> <td>1/50</td> <td>1300</td> <td><math>5m_{AB}</math></td> </tr> </tbody> </table>	Вариант	$a$	$l_{OO_1}$	$l_{OA}$	$l_{BA}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$	$\delta$	$q$	$m_c$		м				$\frac{об}{мин}$	кН	—	Н/м	кг	1	1,0	0,45	0,25	0,75	60	1,5	1/30	900	$4m_{AB}$	2	0,9	0,42	0,20	0,68	90	1,8	1/50	1100	$3m_{AB}$	3	0,95	0,5	0,20	0,80	120	1,8	1/40	1000	$8m_{AB}$	4	0,98	0,48	0,22	0,75	100	1,0	1/40	1000	$4m_{AB}$	5	1,0	0,49	0,20	0,77	100	1,5	1/50	1300	$5m_{AB}$													
Вариант	$a$	$l_{OO_1}$	$l_{OA}$	$l_{BA}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$	$\delta$	$q$	$m_c$																																																																											
	м				$\frac{об}{мин}$	кН	—	Н/м	кг																																																																											
1	1,0	0,45	0,25	0,75	60	1,5	1/30	900	$4m_{AB}$																																																																											
2	0,9	0,42	0,20	0,68	90	1,8	1/50	1100	$3m_{AB}$																																																																											
3	0,95	0,5	0,20	0,80	120	1,8	1/40	1000	$8m_{AB}$																																																																											
4	0,98	0,48	0,22	0,75	100	1,0	1/40	1000	$4m_{AB}$																																																																											
5	1,0	0,49	0,20	0,77	100	1,5	1/50	1300	$5m_{AB}$																																																																											
<p>Б11</p> 	<p><b>Механизм нитепротягивателя иглы швейной машины</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Вариант</th> <th><math>\beta</math></th> <th><math>a</math></th> <th><math>b</math></th> <th><math>l_{OA}, l_{AD}</math></th> <th><math>l_{AB}</math></th> <th><math>l_{OE}, l_{OF}</math></th> <th><math>n_{OA}</math></th> <th><math>P_{п.с.}</math></th> <th><math>\delta</math></th> <th><math>q</math></th> <th><math>m_B</math></th> </tr> <tr> <td></td> <td>град</td> <td colspan="4">м</td> <td><math>\frac{об}{мин}</math></td> <td>кН</td> <td>—</td> <td>Н/м</td> <td>кг</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>120</td> <td>0,02</td> <td>0,05</td> <td>0,025</td> <td>0,10</td> <td>0,08</td> <td>500</td> <td>8</td> <td>1/30</td> <td>1100</td> <td><math>3m_{BA}</math></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>100</td> <td>0,02</td> <td>0,04</td> <td>0,022</td> <td>0,08</td> <td>0,09</td> <td>400</td> <td>7</td> <td>1/40</td> <td>1200</td> <td><math>2m_{BA}</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>90</td> <td>0,01</td> <td>0,04</td> <td>0,022</td> <td>0,08</td> <td>0,07</td> <td>300</td> <td>8</td> <td>1/40</td> <td>1400</td> <td><math>3m_{BA}</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>110</td> <td>0,03</td> <td>0,05</td> <td>0,02</td> <td>0,10</td> <td>0,08</td> <td>360</td> <td>7</td> <td>1/35</td> <td>1200</td> <td><math>4m_{BA}</math></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>130</td> <td>0,01</td> <td>0,06</td> <td>0,024</td> <td>0,09</td> <td>0,09</td> <td>450</td> <td>7</td> <td>1/40</td> <td>1000</td> <td><math>2m_{BA}</math></td> </tr> </tbody> </table>	Вариант	$\beta$	$a$	$b$	$l_{OA}, l_{AD}$	$l_{AB}$	$l_{OE}, l_{OF}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$	$\delta$	$q$	$m_B$		град	м				$\frac{об}{мин}$	кН	—	Н/м	кг	1	120	0,02	0,05	0,025	0,10	0,08	500	8	1/30	1100	$3m_{BA}$	2	100	0,02	0,04	0,022	0,08	0,09	400	7	1/40	1200	$2m_{BA}$	3	90	0,01	0,04	0,022	0,08	0,07	300	8	1/40	1400	$3m_{BA}$	4	110	0,03	0,05	0,02	0,10	0,08	360	7	1/35	1200	$4m_{BA}$	5	130	0,01	0,06	0,024	0,09	0,09	450	7	1/40	1000	$2m_{BA}$
Вариант	$\beta$	$a$	$b$	$l_{OA}, l_{AD}$	$l_{AB}$	$l_{OE}, l_{OF}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$	$\delta$	$q$	$m_B$																																																																									
	град	м				$\frac{об}{мин}$	кН	—	Н/м	кг																																																																										
1	120	0,02	0,05	0,025	0,10	0,08	500	8	1/30	1100	$3m_{BA}$																																																																									
2	100	0,02	0,04	0,022	0,08	0,09	400	7	1/40	1200	$2m_{BA}$																																																																									
3	90	0,01	0,04	0,022	0,08	0,07	300	8	1/40	1400	$3m_{BA}$																																																																									
4	110	0,03	0,05	0,02	0,10	0,08	360	7	1/35	1200	$4m_{BA}$																																																																									
5	130	0,01	0,06	0,024	0,09	0,09	450	7	1/40	1000	$2m_{BA}$																																																																									
<p>Б12</p> 	<p><b>Шарнирно-рычажный механизм Черкудинова</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Вариант</th> <th><math>a</math></th> <th><math>l_{OA}</math></th> <th><math>l_{OO_1}</math></th> <th><math>l_{AD}</math></th> <th><math>n_{OA}</math></th> <th><math>P_{п.с.}</math></th> <th><math>\delta</math></th> <th><math>q</math></th> <th><math>m_c</math></th> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="4">м</td> <td><math>\frac{об}{мин}</math></td> <td>кН</td> <td>—</td> <td>Н/м</td> <td>кг</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0,50</td> <td>0,08</td> <td>0,2</td> <td>0,65</td> <td>120</td> <td>0,8</td> <td>1/30</td> <td>900</td> <td><math>2m_{AD}</math></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0,052</td> <td>0,10</td> <td>0,21</td> <td>0,68</td> <td>100</td> <td>2,5</td> <td>1/30</td> <td>1100</td> <td><math>3m_{AD}</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,48</td> <td>0,08</td> <td>0,20</td> <td>0,66</td> <td>100</td> <td>2,8</td> <td>1/40</td> <td>1300</td> <td><math>4m_{AD}</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0,50</td> <td>0,09</td> <td>0,19</td> <td>0,64</td> <td>110</td> <td>2,4</td> <td>1/50</td> <td>1000</td> <td><math>3m_{AD}</math></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,51</td> <td>0,10</td> <td>0,20</td> <td>0,67</td> <td>100</td> <td>2,5</td> <td>1/30</td> <td>1100</td> <td><math>2m_{AD}</math></td> </tr> </tbody> </table>	Вариант	$a$	$l_{OA}$	$l_{OO_1}$	$l_{AD}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$	$\delta$	$q$	$m_c$		м				$\frac{об}{мин}$	кН	—	Н/м	кг	1	0,50	0,08	0,2	0,65	120	0,8	1/30	900	$2m_{AD}$	2	0,052	0,10	0,21	0,68	100	2,5	1/30	1100	$3m_{AD}$	3	0,48	0,08	0,20	0,66	100	2,8	1/40	1300	$4m_{AD}$	4	0,50	0,09	0,19	0,64	110	2,4	1/50	1000	$3m_{AD}$	5	0,51	0,10	0,20	0,67	100	2,5	1/30	1100	$2m_{AD}$													
Вариант	$a$	$l_{OA}$	$l_{OO_1}$	$l_{AD}$	$n_{OA}$	$P_{п.с.}$	$\delta$	$q$	$m_c$																																																																											
	м				$\frac{об}{мин}$	кН	—	Н/м	кг																																																																											
1	0,50	0,08	0,2	0,65	120	0,8	1/30	900	$2m_{AD}$																																																																											
2	0,052	0,10	0,21	0,68	100	2,5	1/30	1100	$3m_{AD}$																																																																											
3	0,48	0,08	0,20	0,66	100	2,8	1/40	1300	$4m_{AD}$																																																																											
4	0,50	0,09	0,19	0,64	110	2,4	1/50	1000	$3m_{AD}$																																																																											
5	0,51	0,10	0,20	0,67	100	2,5	1/30	1100	$2m_{AD}$																																																																											

Б13		Кулисно-рычажный механизм с остановками												
Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{AC}$	$l_{OB}$	$l_{OO_1}$	$l_{OO_2}$	$l_{DO_1}$	$l_{DO_2}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C = 0$
	м										$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	-	
1	0,10	0,42	0,48	0,84	0,21	0,44	0,33	0,6	0,70	180	0,2	1/20	1100	
2	0,09	0,42	0,48	0,83	0,22	0,44	0,34	0,61	0,71	150	0,8	1/25	800	
3	0,08	0,43	0,5	0,84	0,21	0,45	0,32	0,62	0,72	120	0,7	1/30	1000	
4	0,08	0,43	0,49	0,82	0,23	0,46	0,32	0,6	0,71	160	1,0	1/30	1200	
5	0,09	0,42	0,48	0,83	0,22	0,44	0,33	0,61	0,71	170	0,9	1/25	1300	

Б14		Механизм двухступенчатого компрессора										
Вариант	$a$	$l_{OA}$	$l_{CD}$	$l_{OC}$	$l_{AB}$	$n_{OA}$	$P_{1п.с}$	$P_{2п.с}$	$\delta$	$q$	$m_B$	$m_B = m_D, m_A = 0$
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	-	Н/м	кг	
1	0,10	0,18	0,20	0,30	0,45	200	0,5	0,9	1/40	1400	$3m_{CD}$	
2	0,09	0,15	0,21	0,31	0,40	180	0,6	1,0	1/40	1300	$2m_{CD}$	
3	0,09	0,14	0,22	0,32	0,41	150	0,5	0,9	1/40	1100	$4m_{CD}$	
4	0,10	0,18	0,21	0,31	0,39	180	0,6	0,8	1/40	1200	$3m_{CD}$	
5	0,10	0,14	0,23	0,33	0,45	210	0,55	1,0	1/30	1000	$2m_{CD}$	

Б15		Механизм поперечно-строгального станка									
Вариант	$a$	$l_{OA}$	$l_{OB}$	$l_{BC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C$	$m_A = 0$	
	м					$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	-	Н/м		кг
1	0,10	0,05	0,2	0,7	70	2,4	1/30	1200	$3m_{BC}$		
2	0,08	0,04	0,18	0,68	90	1,8	1/25	1400	$2m_{BC}$		
3	0,06	0,03	0,19	0,65	120	1,6	1/25	1400	$4m_{BC}$		
4	0,12	0,06	0,18	0,7	100	2,0	1/30	1300	$2m_{BC}$		
5	0,20	0,10	0,18	0,71	90	2,2	1/35	1100	$3m_{BC}$		



Б16		Механизм долбежного станка									
Вариант	$a$	$b$	$l_{OA}$	$l_{OB}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_D$	$m_A = m_B = 0$	
	м				$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг		
1	0,85	0,45	0,20	0,74	200	3,0	1/40	1500	$6m_{O,B}$		
2	0,90	0,45	0,20	0,72	180	2,0	1/30	1300	$5m_{O,B}$		
3	0,80	0,40	0,15	0,70	150	4,0	1/40	1400	$4m_{O,B}$		
4	0,78	0,40	0,15	0,78	180	2,0	1/30	1100	$3m_{O,B}$		
5	0,80	0,35	0,11	0,75	200	2,5	1/40	1200	$2m_{O,B}$		

Б17		Кривошипно-шатунный механизм паровой машины										
Вариант	$\alpha$	$a$	$b$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{OC}$	$l_{OD}$	$n_{OA}$	$P_d$	$\delta$	$q$	$m_B$
	град	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н	—	Н/м	кг
1	60	0,30	0,11	0,10	0,45	0,18	0,05	1400	150	1/40	900	$3m_{AB}$
2	70	0,32	0,12	0,08	0,47	0,19	0,06	1500	180	1/30	800	$4m_{AB}$
3	80	0,31	0,10	0,09	0,46	0,19	0,05	1800	240	1/35	1300	$3m_{AB}$
4	90	0,29	0,10	0,09	0,44	0,18	0,06	1500	250	1/40	1200	$2m_{AB}$
5	90	0,30	0,11	0,10	0,45	0,19	0,06	1600	180	1/35	1100	$5m_{AB}$

Б18		Механизм долбежного станка									
Вариант	$a$	$b$	$l_{OA}$	$l_{OB}$	$l_{OC}$	$l_{CD}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_D$
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг
1	0,12	0,12	0,06	0,20	0,11	0,06	90	1,5	1/25	1200	$2m_{CD}$
2	0,13	0,12	0,07	0,21	0,11	0,08	100	1,6	1/30	1000	$3m_{CD}$
3	0,12	0,13	0,06	0,22	0,12	0,06	80	1,7	1/25	1500	$4m_{CD}$
4	0,13	0,14	0,06	0,21	0,13	0,07	120	1,2	1/35	1400	$2m_{CD}$
5	0,14	0,13	0,08	0,22	0,12	0,07	150	1000	1/30	1300	$3m_{CD}$

Б19		Кулисно-рычажный механизм подачи краски в типографской машине											
Вариант	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BD}$	$l_{OD}$	$l_{OE}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C = 0$
	м								$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н	—	Н/М	
1	0,19	0,30	0,05	0,15	0,25	0,42	0,18	0,20	90	600	1/30	800	
2	0,18	0,31	0,04	0,12	0,26	0,41	0,19	0,19	120	700	1/25	900	
3	0,17	0,32	0,06	0,16	0,27	0,42	0,18	0,22	100	800	1/35	1400	
4	0,19	0,30	0,05	0,14	0,26	0,43	0,18	0,20	110	750	1/25	1100	
5	0,20	0,31	0,04	0,16	0,25	0,43	0,19	0,21	100	800	1/30	1200	

Б20		Механизм долбежного станка								
Вариант	<i>a</i>	<i>b</i>	$l_{OA}$	$l_{BC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C$	$m_A = m_B = 0$
	м				$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/М	кг	
1	0,40	0,20	0,10	0,05	50	2,1	1/30	800	$3m_{OA}$	
2	0,42	0,21	0,08	0,05	60	1,9	1/40	900	$4m_{OA}$	
3	0,41	0,22	0,08	0,04	120	1,4	1/35	1100	$3m_{OA}$	
4	0,39	0,20	0,09	0,04	90	1,6	1/40	1400	$2m_{OA}$	
5	0,38	0,19	0,09	0,05	150	1,2	1/25	1200	$3m_{OA}$	

Б21		Механизм строгального станка								
Вариант	<i>a</i>	$l_{OO_1}$	$l_{OA}$	$l_{OC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_E$	$m_A = m_C = 0$
	м				$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/М	кг	
1	1,0	0,40	0,15	0,90	100	3,0	1/30	1200	$2m_{OA}$	
2	1,05	0,38	0,14	0,94	120	2,6	1/20	1000	$3m_{OA}$	
3	1,10	0,41	0,13	0,96	60	2,4	1/25	1000	$4m_{OA}$	
4	0,98	0,35	0,16	0,92	150	2,8	1/30	800	$2m_{OA}$	
5	1,05	0,42	0,14	0,93	100	2,5	1/25	1000	$3m_{OA}$	

Вариант	Механизм долбежного станка										
	$a$	$b$	$c$	$l_{OA}$	$l_{OB}$	$l_{BC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C$
	м						$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг
1	0,20	0,21	0,03	0,02	0,20	0,10	200	1,6	1/30	800	$3m_{BC}$
2	0,22	0,21	0,02	0,01	0,18	0,11	180	1,4	1/35	1200	$2m_{BC}$
3	0,19	0,22	0,02	0,03	0,18	0,10	150	1,3	1/25	900	$4m_{BC}$
4	0,21	0,21	0,03	0,04	0,19	0,11	120	1,8	1/30	1300	$3m_{BC}$
5	0,40	0,42	0,06	0,04	0,40	0,20	150	2,5	1/30	500	$3m_{BC}$
$m_A = 0$											

Вариант	Механизм долбежного станка												
	$l_{OA}$	$l_{OO_1}$	$l_{O_1O_2}$	$l_{OO_2}$	$l_{OB}$	$l_{AC}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{DO_2}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$
	м									$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н	—	Н/м
1	0,06	0,24	0,17	0,33	0,15	0,26	0,21	0,18	0,37	600	400	1/25	900
2	0,07	0,27	0,19	0,3	0,18	0,28	0,21	0,2	0,38	300	600	1/30	800
3	0,07	0,29	0,2	0,4	0,19	0,31	0,25	0,21	0,45	300	700	1/35	700
4	0,06	0,25	0,17	0,32	0,2	0,3	0,25	0,21	0,44	400	500	1/40	850
5	0,07	0,26	0,18	0,35	0,2	0,31	0,24	0,2	0,45	500	600	1/30	950
$m_C = 0$													

Вариант	Механизм поперечно-строгального станка								
	$a$	$l_{OO_1}$	$l_{OC}$	$l_{OA}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_E$
	м				$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг
1	1,0	0,50	0,90	0,2	90	4,0	1/30	1000	$3m_{OA}$
2	1,05	0,52	0,94	0,18	120	2,8	1/25	1300	$2m_{OA}$
3	1,10	0,55	0,96	0,19	100	3,2	1/35	1100	$4m_{OA}$
4	0,98	0,49	0,93	0,17	80	3,5	1/30	900	$2m_{OA}$
5	1,05	0,93	0,91	0,15	100	3,4	1/25	800	$3m_{OA}$
$m_A = m_C = 0$									

Б25		Кулисно-рычажный механизм с остановками									
Вариант	$l_{OD}$	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_C$	$m_D = 0$	
	м				$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	Н/м	кг		
1	0,60	0,20	0,95	0,37	250	3,0	1/30	1400	$3m_{BC}$		
2	0,61	0,19	1,0	0,40	180	2,5	1/35	1000	$2m_{BC}$		
3	0,59	0,18	1,1	0,38	190	2,8	1/30	800	$4m_{BC}$		
4	0,61	0,22	0,98	0,39	200	2,9	1/25	1000	$3m_{BC}$		
5	0,62	0,21	0,97	0,42	180	3,0	1/30	900	$2m_{BC}$		

Б26		Механизм скоростеграфа							
Вариант	$l_{OA}$	$l_{AB}$	$l_{AD}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_B$	$m_E = m_B$
	м			$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	Н	—	Н/м	кг	
1	0,10	0,30	0,31	500	700	1/40	1400	$3m_{BD}$	
2	0,09	0,31	0,30	480	800	1/50	800	$2m_{BD}$	
3	0,09	0,30	0,29	320	950	1/35	1000	$4m_{BD}$	
4	0,08	0,29	0,32	300	600	1/30	900	$2m_{BD}$	
5	0,09	0,28	0,28	360	650	1/40	1300	$3m_{BD}$	

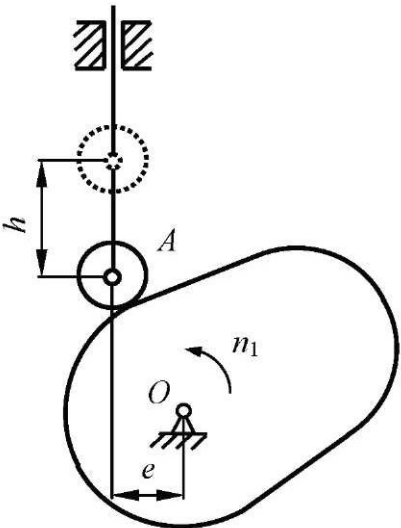
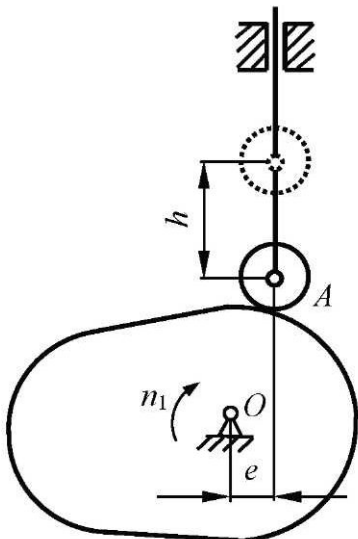
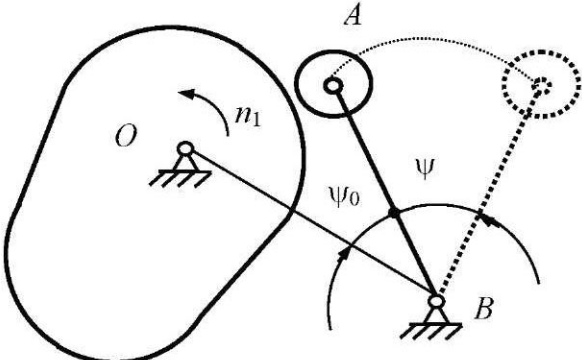
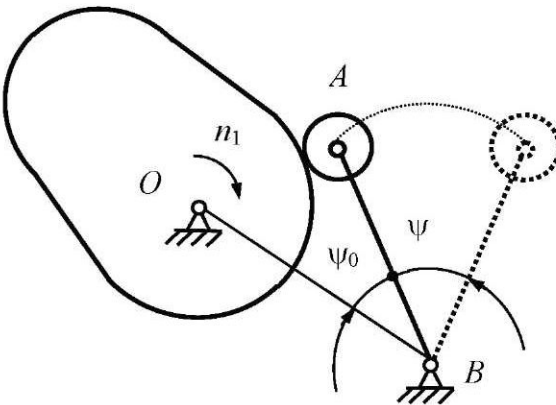
  

Б27		Механизм тестомесилки											
Вариант	$a$	$l_{OO_2}$	$l_{OA}$	$l_{OB}$	$l_{CO_2}$	$l_{CD}$	$l_{BD}$	$l_{BE}$	$n_{OA}$	$P_{п.с}$	$\delta$	$q$	$m_A = 0$
	м									$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	кН	—	
1	0,1	0,3	0,17	1,08	0,15	0,65	0,33	1,47	50	0,8	1/20	1800	
2	0,1	0,4	0,17	0,9	0,12	0,62	0,38	1	60	1,1	1/25	1600	
3	0,1	0,4	0,17	0,9	0,2	0,6	0,35	1,2	40	1,2	1/30	1200	
4	0,11	0,4	0,16	0,95	0,18	0,61	0,33	1,3	60	1,0	1/25	1400	
5	0,1	0,4	0,15	0,96	0,18	0,62	0,34	1,25	30	0,9	1/20	1300	

## Приложение В СХЕМЫ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

В табл. П.В.1 представлены схемы кулачковых механизмов, в табл. П.В.2 – законы движения толкателя, в табл. П.В.3 – значения параметров.

Таблица П.В.1

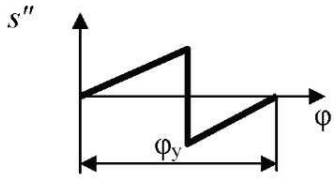
Схема 1	Схема 2
	
Схема 3	Схема 4
	

*Примечание.* Максимально допустимый угол давления принимать для кулачковых механизмов с поступательно перемещающимся толкателем  $\delta_{\max} \leq 30^\circ$ , а для механизмов с вращающимся толкателем (коромыслом)  $\delta_{\max} \leq 45^\circ$ .

Таблица П.В.2

№ п/п	Закон движения	График $s'' = s''(\varphi)$	Максимальное значение	
			$s' = \frac{V}{\omega_1}$	$s'' = \frac{a}{\omega_1^2}$
1	Параболический		$2 \frac{h}{\varphi_y}$	$4 \frac{h}{\varphi_y^2}$
2	Линейный модифицированный		$1,2 \frac{h}{\varphi_y}$	$7,2 \frac{h}{\varphi_y^2}$
3	Изменение ускорения по треугольнику		$2 \frac{h}{\varphi_y}$	$8 \frac{h}{\varphi_y^2}$
4	Трапецеидальный		$2 \frac{h}{\varphi_y}$	$\frac{16}{3} \frac{h}{\varphi_y^2}$
5	Косинусоидальный		$\frac{\pi}{2} \frac{h}{\varphi_y}$	$\frac{\pi^2}{2} \frac{h}{\varphi_y^2}$
6	Синусоидальный		$2 \frac{h}{\varphi_y}$	$2\pi \frac{h}{\varphi_y^2}$
7	Линейно убывающий		$\frac{3}{2} \frac{h}{\varphi_y}$	$6 \frac{h}{\varphi_y^2}$

Окончание табл. П.В.2

№ п/п	Закон движения	График $s'' = s''(\varphi)$	Максимальное значение	
			$s' = \frac{V}{\omega_1}$	$s'' = \frac{a}{\omega_1^2}$
8	Линейно возрастающий		$3 \frac{h}{\varphi_y}$	$12 \frac{h}{\varphi_y^2}$

Примечание. Для фазы приближения соответствующий график повернуть вокруг оси абсцисс на 180°.

Таблица П.В.3

Номер варианта	Номер схемы	h, мм	e, мм	Ψ, град	Ψ <sub>0</sub> , град	l <sub>AB</sub> , мм	Фазовые углы, град				Законы движения		
							ϕ <sub>y</sub>	ϕ <sub>д.с</sub>	ϕ <sub>п</sub>	ϕ <sub>б.с</sub>	Фаза удаления	Фаза прибли- жения	
А	1	1	30	10	–	–	–	90	90	120	60	1	1
	2	1	40	12	–	–	–	90	120	90	60	1	2
	3	1	50	15	–	–	–	60	180	60	60	1	3
	4	1	60	8	–	–	–	120	120	120	0	1	4
	5	1	36	6	–	–	–	120	60	60	120	1	5
	6	1	45	0	–	–	–	90	120	90	60	1	6
	7	1	56	10	–	–	–	120	0	120	120	1	7
	8	1	60	8	–	–	–	90	0	90	180	1	8
	9	1	35	12	–	–	–	80	20	90	170	4	1
	0	1	40	15	–	–	–	60	180	120	0	4	2
Б	1	3	–	–	15	45	100	90	90	90	90	4	3
	2	3	–	–	20	40	110	90	45	60	165	4	4
	3	3	–	–	25	50	120	120	0	120	120	4	5
	4	3	–	–	30	45	130	80	40	90	150	4	6
	5	3	–	–	35	30	130	100	120	90	50	4	7
	6	3	–	–	18	55	90	60	0	210	90	4	8
	7	3	–	–	24	35	100	75	210	60	15	2	1
	8	3	–	–	28	42	150	90	210	60	0	2	2
	9	3	–	–	32	32	105	60	180	60	60	2	3
	0	3	–	–	15	46	95	80	100	60	120	2	4
В	1	2	25	5	–	–	–	90	90	90	90	2	5
	2	2	30	8	–	–	–	80	100	60	120	2	6
	3	2	35	10	–	–	–	90	45	60	165	2	7
	4	2	40	12	–	–	–	60	180	60	60	2	8
	5	2	45	15	–	–	–	120	0	120	120	3	1
	6	2	50	10	–	–	–	90	210	60	0	3	2
	7	2	55	6	–	–	–	80	40	90	150	3	3
	8	2	28	0	–	–	–	75	210	60	15	3	4
	9	2	32	12	–	–	–	100	120	90	50	3	5
	0	2	36	16	–	–	–	60	0	210	90	3	6

Номер варианта	Номер схемы	$h$ , мм	$e$ , мм	$\Psi$ , град	$\Psi_0$ , град	$l_{AB}$ , мм	Фазовые углы, град				Законы движения		
							$\Phi_y$	$\Phi_{дс}$	$\Phi_n$	$\Phi_{6с}$	Фаза удаления	Фаза приближения	
Г	1	4	—	—	32	32	105	60	180	120	0	3	7
	2	4	—	—	15	46	95	90	90	120	60	3	8
	3	4	—	—	28	42	150	80	20	90	170	1	1
	4	4	—	—	15	45	100	90	120	90	60	1	2
	5	4	—	—	18	55	90	90	0	90	180	1	3
	6	4	—	—	20	40	110	60	180	60	60	1	4
	7	4	—	—	24	35	100	120	0	120	120	1	5
	8	4	—	—	25	50	120	120	120	120	0	1	6
	9	4	—	—	35	30	130	90	120	90	60	1	7
	0	4	—	—	30	45	105	120	60	60	120	1	8
Д	1	1	40	10	—	—	—	60	180	120	0	4	3
	2	1	30	15	—	—	—	90	90	120	60	4	4
	3	1	35	12	—	—	—	120	60	60	120	4	5
	4	1	40	12	—	—	—	90	120	90	60	4	6
	5	1	60	8	—	—	—	80	20	90	170	4	7
	6	1	50	15	—	—	—	120	120	120	0	4	8
	7	1	56	8	—	—	—	90	0	90	180	2	1
	8	1	60	10	—	—	—	120	0	120	120	2	2
	9	1	36	0	—	—	—	60	180	60	60	2	3
	0	1	45	6	—	—	—	80	100	60	120	2	4
Е	1	3	—	—	20	30	110	50	10	90	210	2	5
	2	3	—	—	28	32	120	110	20	70	160	2	6
	3	3	—	—	35	35	170	70	0	70	220	2	7
	4	3	—	—	30	40	125	90	45	90	135	2	8
	5	3	—	—	15	45	90	80	100	80	100	3	1
	6	3	—	—	18	50	100	80	0	200	80	3	2
	7	3	—	—	22	55	105	60	120	80	100	3	3
	8	3	—	—	26	42	130	60	200	100	0	3	4
	9	3	—	—	32	48	180	75	0	75	210	3	5
	0	3	—	—	30	52	160	55	45	260	0	3	6
Ж	1	2	35	5	—	—	—	75	15	90	180	3	7
	2	2	30	10	—	—	—	60	75	135	90	3	8
	3	2	42	12	—	—	—	120	150	60	30	5	1
	4	2	46	15	—	—	—	80	20	100	160	5	2
	5	2	60	20	—	—	—	90	150	60	60	5	3
	6	2	58	14	—	—	—	100	100	100	60	5	4
	7	2	45	0	—	—	—	72	58	130	100	5	5
	8	2	38	10	—	—	—	96	104	90	70	5	6
	9	2	62	8	—	—	—	84	210	66	0	5	7
	0	2	55	0	—	—	—	120	180	60	0	5	8
З	1	4	—	—	40	40	130	112	46	112	90	6	1
	2	4	—	—	36	40	125	105	35	60	160	6	2
	3	4	—	—	52	30	150	95	115	70	80	6	3
	4	4	—	—	30	45	130	75	75	75	145	6	4
	5	4	—	—	35	40	130	85	15	100	160	6	5
	6	4	—	—	28	50	115	82	30	78	170	6	6
	7	4	—	—	32	48	105	90	45	135	90	6	7
	8	4	—	—	18	42	120	100	70	90	100	6	8
	9	4	—	—	26	36	135	98	52	150	60	6	2
	0	4	—	—	20	45	140	80	0	120	160	3	7



Номер варианта	Номер схемы	h, мм	e, мм	Ψ, град	Ψ <sub>0</sub> , град	l <sub>AB</sub> , мм	Фазовые углы, град				Законы движения		
							Φ <sub>У</sub>	Φ <sub>д.с</sub>	Φ <sub>п</sub>	Φ <sub>б.с</sub>	Фаза удаления	Фаза приближения	
И	1	1	48	8	–	–	–	90	15	75	180	7	1
	2	1	46	10	–	–	–	135	75	60	90	7	2
	3	1	40	12	–	–	–	60	150	120	30	7	3
	4	1	36	15	–	–	–	100	20	80	160	7	4
	5	1	54	16	–	–	–	60	150	90	60	7	5
	6	1	50	18	–	–	–	100	60	100	100	7	6
	7	1	48	14	–	–	–	130	58	72	100	7	7
	8	1	45	6	–	–	–	90	104	96	70	7	8
	9	1	42	8	–	–	–	66	210	84	0	8	1
	0	1	40	10	–	–	–	60	180	120	0	8	2
К	1	3	–	–	18	42	120	70	70	100	120	8	3
	2	3	–	–	18	50	125	90	70	60	140	8	4
	3	3	–	–	18	48	115	82	18	90	170	8	5
	4	3	–	–	20	42	110	65	45	90	160	8	6
	5	3	–	–	20	50	105	95	0	95	170	8	7
	6	3	–	–	20	45	95	105	5	110	140	8	8
	7	3	–	–	22	38	130	75	200	75	10	7	3
	8	3	–	–	22	44	135	85	75	100	100	7	4
	9	3	–	–	24	45	112	72	28	120	140	7	5
	0	3	–	–	24	50	105	68	10	72	210	7	6
Л	1	1	20	Определить	–	–	–	60	70	130	100	4	3
	2	1	28		–	–	–	75	100	75	210	4	4
	3	1	32		–	–	–	80	0	120	160	4	5
	4	1	25		–	–	–	120	30	60	150	4	6
	5	1	30		–	–	–	90	120	150	0	4	7
	6	1	35		–	–	–	110	30	90	130	4	8
	7	1	40		–	–	–	85	15	75	185	2	1
	8	1	45		–	–	–	78	42	120	120	2	2
	9	1	42		–	–	–	65	105	100	90	2	2
	0	1	36		–	–	–	120	0	75	165	2	4
М	1	3	–	–	30	45	130	65	105	100	90	7	1
	2	3	–	–	32	52	105	120	0	75	165	7	2
	3	3	–	–	22	50	108	78	42	120	120	7	7
	4	3	–	–	36	38	110	85	15	75	185	7	8
	5	3	–	–	28	35	115	90	120	150	0	8	1
	6	3	–	–	40	42	118	110	30	90	130	8	2
	7	3	–	–	26	48	120	120	30	60	150	5	5
	8	3	–	–	20	36	140	80	0	120	160	5	6
	9	3	–	–	25	52	135	75	100	75	210	5	7
	0	3	–	–	30	45	105	60	70	130	100	5	8
Н	1	2	60	5	–	–	–	60	180	120	0	6	5
	2	2	52	10	–	–	–	90	90	120	60	6	6
	3	2	40	12	–	–	–	80	20	90	170	6	7
	4	2	32	15	–	–	–	90	120	90	60	6	8
	5	2	62	14	–	–	–	90	0	90	180	3	1
	6	2	58	8	–	–	–	60	180	60	60	3	2
	7	2	42	9	–	–	–	120	0	120	120	3	3
	8	2	38	15	–	–	–	120	120	120	0	3	4
	9	2	46	7	–	–	–	90	120	90	60	3	5
	0	2	50	14	–	–	–	120	60	60	120	3	6

Номер варианта	Номер схемы	h, мм	e, мм	Ψ, град	Ψ <sub>0</sub> , град	l <sub>AB</sub> , мм	Фазовые углы, град				Законы движения		
							Φ <sub>у</sub>	Φ <sub>л.с</sub>	Φ <sub>н</sub>	Φ <sub>б.с</sub>	Фаза удаления	Фаза приближения	
О	1	4	–	–	18	40	110	90	90	90	90	5	1
	2	4	–	–	26	52	110	80	100	60	120	5	2
	3	4	–	–	30	45	110	90	45	60	165	5	3
	4	4	–	–	32	35	120	60	180	60	60	5	4
	5	4	–	–	40	48	120	120	0	120	120	5	5
	6	4	–	–	20	36	130	90	210	60	0	2	5
	7	4	–	–	25	38	130	80	40	90	150	2	6
	8	4	–	–	35	50	140	75	210	60	15	2	7
	9	4	–	–	24	42	140	100	120	90	50	2	8
	0	4	–	–	36	52	140	60	0	210	90	4	1
П	1	1	48	10	–	–	–	50	10	90	210	8	3
	2	1	52	8	–	–	–	110	20	70	160	8	4
	3	1	60	16	–	–	–	70	0	70	220	8	5
	4	1	62	14	–	–	–	90	45	90	135	8	6
	5	1	46	0	–	–	–	80	100	80	100	8	7
	6	1	38	6	–	–	–	80	0	200	80	8	8
	7	1	44	4	–	–	–	60	120	80	100	6	1
	8	1	54	15	–	–	–	60	200	100	0	6	2
	9	1	45	12	–	–	–	75	0	75	210	6	3
	0	1	50	10	–	–	–	55	45	260	0	6	4
Р	1	3	–	–	20	40	105	90	15	75	180	4	2
	2	3	–	–	28	35	105	135	75	60	90	3	1
	3	3	–	–	30	35	110	60	150	120	30	3	2
	4	3	–	–	36	42	110	100	20	80	160	3	3
	5	3	–	–	40	45	130	60	150	90	60	3	4
	6	3	–	–	45	38	130	100	60	100	100	3	5
	7	3	–	–	32	42	120	130	58	72	100	3	6
	8	3	–	–	42	40	140	90	104	96	70	2	5
	9	3	–	–	25	35	120	66	210	84	0	2	6
	0	3	–	–	36	47	125	60	180	120	0	2	7
С	1	2	42	Определить	–	–	–	90	90	90	90	1	1
	2	2	52		–	–	–	80	100	60	120	2	1
	3	2	62		–	–	–	90	45	60	165	3	1
	4	2	35		–	–	–	60	180	60	60	4	1
	5	2	45		–	–	–	120	0	120	120	5	1
	6	2	55		–	–	–	90	210	60	0	6	1
	7	2	60		–	–	–	80	40	90	150	7	1
	8	2	50		–	–	–	75	210	60	15	8	1
	9	2	40		–	–	–	100	120	90	50	1	4
	0	2	30		–	–	–	60	0	210	90	4	1
Т	1	4	–	–	28	Определить	90	75	15	90	180	3	4
	2	4	–	–	30		105	60	75	135	90	4	4
	3	4	–	–	32		120	120	150	60	30	3	5
	4	4	–	–	34		135	80	20	100	160	6	4
	5	4	–	–	36		95	90	150	60	60	7	4
	6	4	–	–	38		100	100	100	100	60	8	4
	7	4	–	–	40		110	72	58	130	100	1	2
	8	4	–	–	42		125	96	104	90	70	2	2
	9	4	–	–	35		115	84	210	66	0	3	2
	0	4	–	–	45		130	120	180	60	0	4	2

Номер варианта	Номер схемы	h, мм	e, мм	$\Psi$ , град	$\Psi_0$ , град	$l_{AB}$ , мм	Фазовые углы, град				Законы движения		
							$\Phi_y$	$\Phi_{лс}$	$\Phi_{п}$	$\Phi_{б.с}$	Фаза удаления	Фаза приближения	
У	1	1	45	–	–	–	112	46	112	90	5	2	
	2	1	36	–	–	–	105	35	60	160	6	2	
	3	1	60	–	–	–	95	115	70	80	7	2	
	4	1	56	–	–	–	75	75	75	145	8	2	
	5	1	50	–	–	–	85	15	100	160	1	3	
	6	1	60	–	–	–	82	30	78	170	2	3	
	7	1	40	–	–	–	90	45	135	90	3	3	
	8	1	35	–	–	–	100	70	90	100	4	3	
	9	1	30	–	–	–	98	52	150	60	5	3	
	0	1	40	–	–	–	80	0	120	150	6	3	
Ф	1	3	–	–	32	–	105	60	180	120	0	7	3
	2	3	–	–	15	–	95	80	20	90	170	8	3
	3	3	–	–	28	–	150	90	0	90	180	5	2
	4	3	–	–	15	–	100	120	0	120	120	6	2
	5	3	–	–	10	–	90	90	120	90	60	7	2
	6	3	–	–	20	–	110	120	60	60	120	8	2
	7	3	–	–	24	–	100	120	120	120	0	1	3
	8	3	–	–	25	–	120	60	160	60	60	2	3
	9	3	–	–	35	–	130	90	120	120	30	3	3
	0	3	–	–	30	–	105	90	120	60	60	4	3
Х	1	2	60	–	–	–	112	46	112	90	1	5	
	2	2	65	–	–	–	105	35	60	160	2	5	
	3	2	35	–	–	–	95	115	70	80	3	5	
	4	2	40	–	–	–	145	75	75	75	4	5	
	5	2	55	–	–	–	85	100	160	15	5	5	
	6	2	45	–	–	–	82	170	78	30	6	5	
	7	2	50	–	–	–	90	45	135	90	7	5	
	8	2	48	–	–	–	70	100	90	100	8	5	
	9	2	56	–	–	–	98	52	60	150	6	1	
	0	2	60	–	–	–	80	0	120	160	2	6	
Ц	1	3	–	–	32	–	120	80	25	105	150	6	3
	2	3	–	–	40	–	110	72	28	120	140	4	6
	3	3	–	–	26	–	115	95	35	130	100	6	5
	4	3	–	–	35	–	105	86	44	120	110	7	6
	5	3	–	–	24	–	125	105	40	105	110	6	8
	6	3	–	–	42	–	130	110	30	140	80	6	4
	7	3	–	–	16	–	135	78	50	162	60	3	2
	8	3	–	–	20	–	112	90	15	155	100	2	1
	9	3	–	–	30	–	128	100	15	90	155	4	7
	0	3	–	–	25	–	135	140	30	80	110	6	6
Ч	1	1	32	–	–	–	85	15	100	160	1	1	
	2	1	48	–	–	–	78	170	82	30	2	2	
	3	1	56	–	–	–	90	70	100	100	3	3	
	4	1	60	–	–	–	120	80	160	0	4	4	
	5	1	36	–	–	–	60	52	98	150	5	5	
	6	1	42	–	–	–	78	30	82	170	6	6	
	7	1	58	–	–	–	110	30	140	80	7	7	
	8	1	62	–	–	–	90	15	100	155	8	8	
	9	1	38	–	–	–	80	30	110	140	7	2	
	0	1	40	–	–	–	86	44	110	120	4	3	

Номер варианта	Номер схемы	h, мм	e, мм	Ψ, град	Ψ <sub>о</sub> , град	l <sub>дв</sub> , мм	Фазовые углы, град				Законы движения		
							Φ <sub>у</sub>	Φ <sub>лс</sub>	Φ <sub>п</sub>	Φ <sub>б.с</sub>	Фаза удаления	Фаза приближения	
Ш	1	4	–	–	18	Определить	95	70	100	100	90	8	3
	2	4	–	–	24		110	112	46	90	112	7	6
	3	4	–	–	30		155	80	120	160	0	5	4
	4	4	–	–	36		145	105	60	160	35	2	8
	5	4	–	–	42		130	98	60	72	130	6	7
	6	4	–	–	20		130	70	115	95	80	4	5
	7	4	–	–	28		125	90	45	90	135	3	4
	8	4	–	–	32		120	85	100	160	15	5	7
	9	4	–	–	45		125	82	30	78	170	8	7
	0	4	–	–	35		105	75	25	100	160	3	3
Щ	1	2	62	Определить	–	–	–	100	25	75	160	1	8
	2	2	40		–	–	–	70	100	90	100	7	2
	3	2	55		–	–	–	82	30	88	160	3	6
	4	2	50		–	–	–	102	46	100	112	5	1
	5	2	35		–	–	–	85	90	150	35	4	6
	6	2	52		–	–	–	80	160	120	0	4	4
	7	2	44		–	–	–	90	135	90	45	8	7
	8	2	60		–	–	–	98	72	70	120	2	3
	9	2	58		–	–	–	75	35	95	155	3	2
	0	2	46		–	–	–	85	55	100	130	4	7
Э	1	3	–	–	30	Определить	140	65	60	65	170	1	1
	2	3	–	–	40		130	75	25	85	175	2	2
	3	3	–	–	35		120	90	15	75	180	3	3
	4	3	–	–	42		110	120	0	120	120	4	4
	5	3	–	–	24		100	110	20	70	160	5	5
	6	4	–	–	28		105	105	10	75	160	6	6
	7	4	–	–	20		115	96	14	120	130	7	7
	8	4	–	–	18		125	82	48	110	120	8	8
	9	4	–	–	32		135	68	178	74	40	8	1
	0	4	–	–	45		95	100	20	80	160	2	8
Ю	1	1	28	Определить	–	–	–	80	80	100	100	4	5
	2	1	32		–	–	–	90	60	70	140	6	4
	3	1	36		–	–	–	115	25	80	140	7	3
	4	1	40		–	–	–	100	30	90	140	8	2
	5	1	44		–	–	–	76	24	110	150	1	2
	6	2	48		–	–	–	85	125	70	80	7	3
	7	2	52		–	–	–	95	70	70	125	5	6
	8	2	56		–	–	–	72	0	108	180	6	7
	9	2	60		–	–	–	90	90	90	90	3	1
	0	2	45		–	–	–	120	90	70	80	2	8
Я	1	4	–	–	45	Определить	100	100	80	80	100	5	4
	2	4	–	–	30		130	70	60	90	140	4	6
	3	4	–	–	32		160	80	25	115	140	3	7
	4	4	–	–	40		120	90	30	100	140	2	8
	5	4	–	–	18		115	110	24	76	150	2	1
	6	3	–	–	35		150	70	125	85	80	3	7
	7	3	–	–	20		140	70	70	95	125	6	5
	8	3	–	–	42		135	108	0	72	180	7	6
	9	3	–	–	28		125	90	90	90	90	1	3
	0	3	–	–	24		110	70	90	120	80	8	2

## Приложение Г

### КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

#### Г.1. Проектирование и исследование механизмов вертикального одноцилиндрового поршневого насоса

##### Назначение и краткое описание работы механизмов

Вертикальный одноцилиндровый поршневой насос (рис. П.Г.1.1) предназначен для повышения давления жидкости в гидросистеме и подачи ее в напорный трубопровод. Насос приводится в движение асинхронным электродвигателем 1, механическая характеристика которого изображена на рис. П.Г.1.2. Вращательное движение от электродвигателя через зубчатую передачу 2, 3 (рис. П.Г.1.1) с неподвижными осями колес и однорядный планетарный редуктор 4 6,  $H$  (водило) передается на вал 7 шести-звенного кривошипно-ползунного механизма 7–11. Всасывание жидкости в цилиндр 12 при ходе поршня 11 вверх осуществляется через впускной клапан 13 при давлении жидкости, близкой к атмосферному (в расчете принять  $p_{\min} = 0$ ). Нагнетание жидкости в напорный трубопровод 14 под давлением  $p_{\max}$  происходит через выпускной клапан 15. Изменение давления в цилиндре характеризуется индикаторной диаграммой (рис. П.Г.1.3). Применение кривошипно-коромыслового механизма дает возможность обеспечить движение поршня (в период всасывания жидкости) с большей средней скоростью, чем при ходе поршня вниз (в период нагнетания), что увеличивает производительность насоса. Для обеспечения необходимой равномерности движения на кривошипном валу 7 закреплен маховик 16.

Проектируют и исследуют механизмы поршневого насоса по параметрам, приведенным в табл. П.Г.1.1.

Кулачковый механизм проектируют по дополнительному заданию (рис. П.Г.1.4, где  $\varphi_{\text{под}}$  и  $\varphi_{\text{оп}}$  – фазовые углы подъема и опускания толкателя; табл. П.Г.1.2).

*Примечания:*

1. Центры тяжести  $S_8$  и  $S_{10}$  принимают посередине звена.

2. Моменты инерции  $J_{S8}$ ,  $J_{S9}$ ,  $J_{S10}$  подсчитывают по формуле  $J_S = \frac{ml^2}{12}$

, где  $m$  – масса звена,  $l$  – длина звена.

3. Число оборотов электродвигателя  $n_d$  при установившемся режиме определяют по механической характеристике (рис. П.Г.1.2).

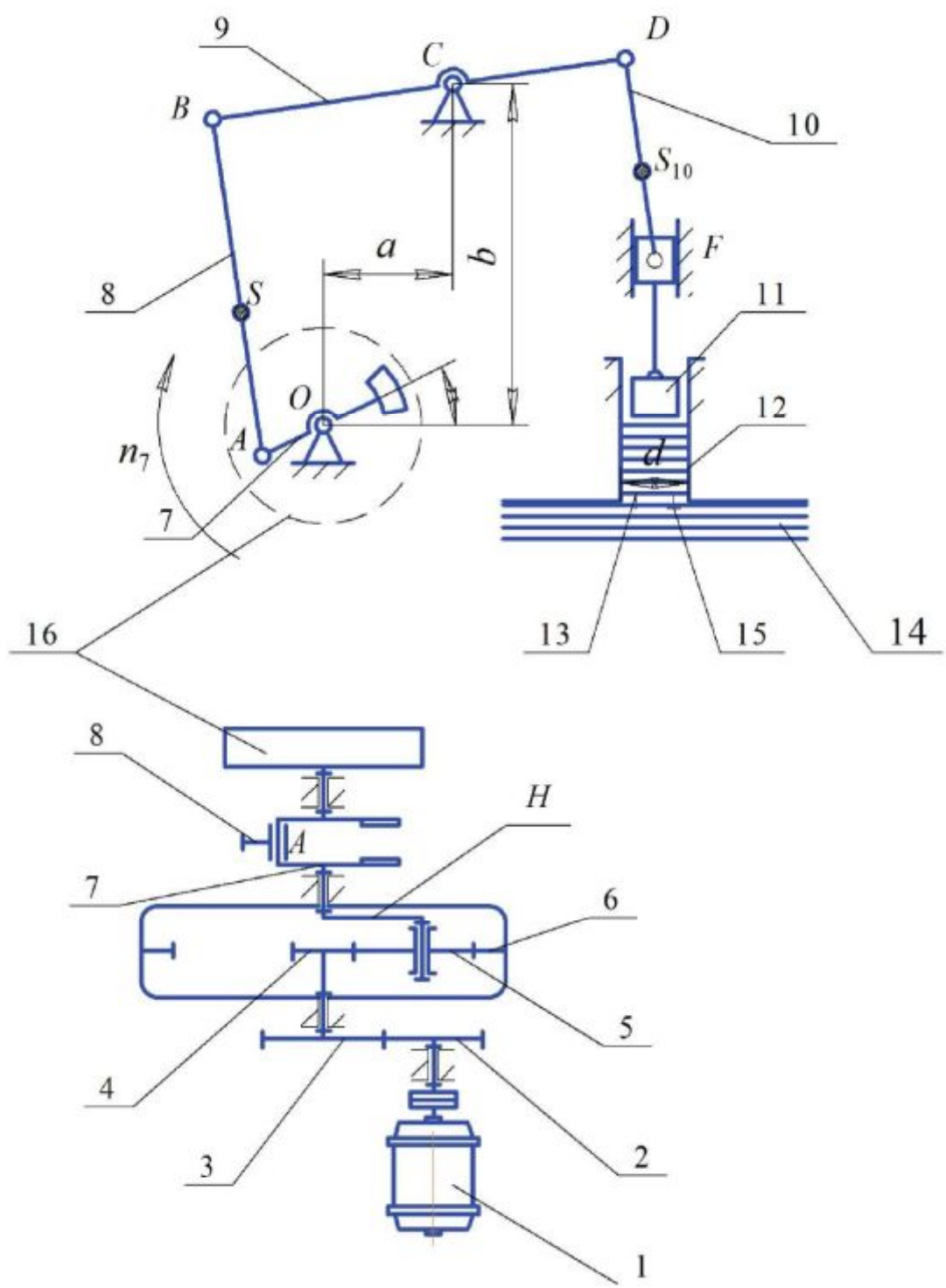


Рис. П.Г.1.1

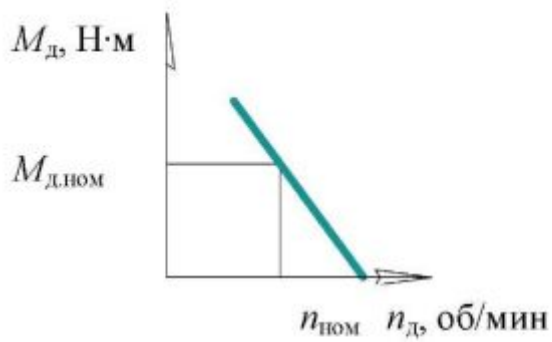


Рис. П.Г.1.2

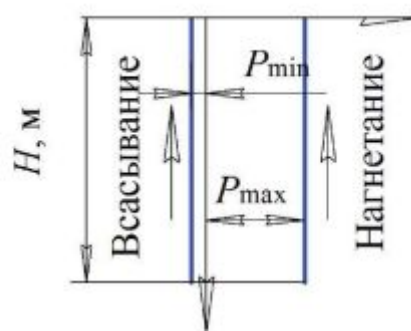


Рис. П.Г.1.3

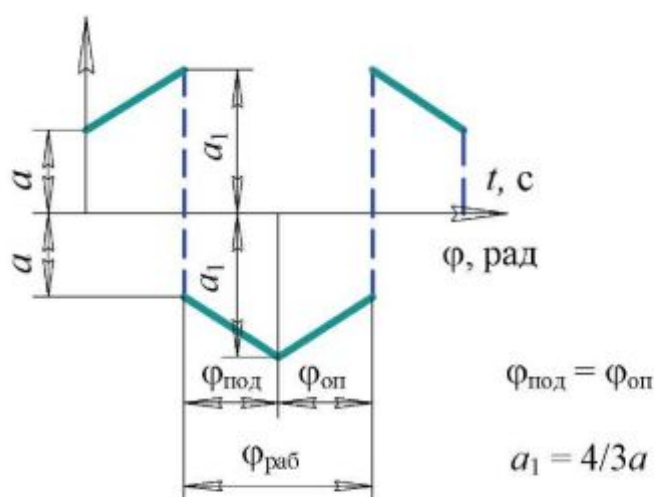
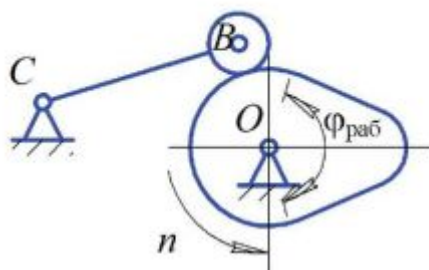


Рис. П.Г.1.4

Таблица П.1.1.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Номинальная частота вращения электродвигателя	$n_{\text{ном}}$	об/мин	960	960	960	1440	1440
Синхронная частота вращения	$n_c$		1000	1000	1000	1500	1500
Момент на валу двигателя при номинальном числе оборотов	$M_{\text{д.ном}}$	Н·м	7,5	8,8	10,0	16,0	18,0
Частота вращения вала 7	$n_7$	об/мин	100	105	110	115	120
Диаметр цилиндра 2	$d$	м	0,110	0,115	0,120	0,125	0,130
Ход поршня	$H$	м	0,120	0,130	0,140	0,150	0,160
Максимальное давление жидкости в цилиндре	$p_{\text{max}}$	Н/м <sup>2</sup>	$30 \cdot 10^4$	$35 \cdot 10^4$	$40 \cdot 10^4$	$45 \cdot 10^4$	$50 \cdot 10^4$
Коэффициент неравномерности вращения кривошипного вала 7	$\delta$	—	1/12	1/12	1/10	1/10	1/8
Размеры звеньев	$l_{\text{ЖС}}$	м	0,170	0,180	0,190	0,200	0,210
	$l_{\text{СД}}$		0,160	0,170	0,180	0,190	0,200
	$l_{\text{ДФ}}$		0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
	$a$		0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
Коэффициент изменения средней скорости поршня	$K_v = \frac{(V_{\text{ср}})_{\text{обр.}}}{(V_{\text{ср}})_{\text{ш}}}$	—	1,20	1,20	1,20	1,25	1,25
Маховой момент ротора электродвигателя	$GD^2$	Н·м <sup>2</sup>	4,0	3,5	4,5	4,5	5,0
Приведенный к валу 7 момент инерции всего зубчатого редуктора	$J_{\text{пр.р}}$	кг·м <sup>2</sup>	1,5	1,5	2,0	2,0	2,5
Момент инерции кривошипного вала 7 (без маховика)	$J_{70}$	кг·м <sup>2</sup>	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05
Вес звена 11 (поршень с ползуном)	$G_{11}$	Н	40	40	45	45	50
Ориентировочный вес единицы длины звеньев 8 10	$q$	Н/м	60	65	70	80	90
Угловая координата звена 7 для силового расчета	$\varphi_7$	град	200	220	240	260	280
Число зубьев колес 2, 3	$z_2$	—	11	14	15	12	13
	$z_3$		17	19	20	21	24
Модуль зубчатой передачи 2, 3	$m$	мм	2,5	2,5	3	3	3,5
Число сателлитов в планетарном редукторе	$k$	—	3	3	3	3	3

Таблица П.1.1.2

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Частота вращения кулачка	$n$	об/мин	650	340	530	700	280
Угол рабочего профиля кулачка	$\varphi_{\text{раб}}$	град	160	96	150	100	117
Перемещение толкателя	$h_b$	м	0,024	0,037	0,033	0,024	0,009
Длина рычага толкателя	$l_{\text{вс}}$	м	0,072	0,112	0,099	0,072	0,027
Максимально допустимый угол давления	$\alpha_{\text{доп}}$	град	35	35	30	32	34



## Г.2. Проектирование и исследование механизмов горизонтального одноцилиндрового поршневого насоса

### Назначение и краткое описание работы

Горизонтальный одноцилиндровый поршневой насос (рис. П.Г.2.1) предназначен для повышения давления жидкости в гидросистеме и подачи ее в напорный трубопровод. Вращательное движение двигателя 1 через планетарный редуктор 2–5,  $H$  (водило) и зубчатую передачу 6, 7 сообщается на вал 8 шестизвенного кривошипно-ползунного механизма 8–12. Всасывание жидкости в цилиндр 13 при ходе поршня 12 вправо осуществляется через впускной клапан 14, нагнетание жидкости в напорный трубопровод 16 – через выпускной клапан 15. Изменение давления в цилиндре по пути поршня характеризуется индикаторной диаграммой (рис. П.Г.2.2). Для обеспечения необходимой равномерности движения на кривошипном валу 8 закреплен маховик 17.

Проектируют и исследуют механизмы поршневого насоса по параметрам, приведенным в табл. П.Г.2.1.

Кулачковый механизм представлен на рис. П.Г.2.3, где  $\varphi_{\text{выст}}$  – фазовый угол выстоя толкателя в верхнем положении.

*Примечания:*

1. Центры тяжести  $S_9, S_{10}, S_{11}$  принимают посередине звена.

2. Вес звеньев:  $G_1 = 0, G_9 = ql_9, G_{10} = ql_{10}, G_{12} = 40 \text{ Н}$ .

3. Вес единицы длины звеньев  $q = (6-8) \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ .

4. Моменты инерции  $J_{S9}, J_{S10}, J_{S11}$  подсчитывают по формуле  $J_S = \frac{ml^2}{12}$

, где  $m$  – масса звена;  $l$  – длина звена.

Таблица П.Г.2.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Ход поршня	$H$	м	0,16	0,2	0,32	0,22	0,18
Размеры звеньев	$l_{CD}$		0,16	0,2	0,32	0,22	0,18
	$l_{BF}$	0,08	0,09	0,16	0,1	0,09	
Положение центра тяжести звена	$l_{CD}/l_{BF}$	–	1/2	2/3	2/3	1/2	1/2
	$l_{S_9}$	м	0,02	0,022	0,035	0,018	0,016
Коэффициент изменения средней скорости поршня	$K_V$	–	1,5	1,4	1,5	1,6	1,3
Число оборотов кривошипного вала 8	$n_8$	об/мин	90	100	110	120	130

Окончание табл. П.Г.2.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Коэффициент неравномерности вращения кривошипного вала $\delta$	$\delta$	–	1/12	1/10	1/8	1/10	1/15
Межосевое расстояние	$a_{н6-7}$	мм	45	60	65	56	70
Модуль зубчатой передачи 6, 7	$m_6 = m_7$	мм	3,0	3,5	3,75	4,0	3,0
Модуль планетарной ступени	$m$	мм	4,0	3,0	4,0	3,5	3,0
Число оборотов двигателя	$n_1$	об/мин	980	1450	970	1200	970
Число сателлитов	$k$		4	5	4	5	4
Максимальное давление жидкости в цилиндре	$p_{max}$	Н/м <sup>2</sup>	$30 \cdot 10^6$	$35 \cdot 10^6$	$40 \cdot 10^6$	$45 \cdot 10^6$	$50 \cdot 10^6$
Число оборотов кулачка	$n$	об/мин	650	340	530	700	280
Угол рабочего профиля кулачка	$\varphi_{раб}$	град	160	96	150	100	117
Перемещение толкателя	$h_b$	м	0,009	0,024	0,037	0,033	0,024
Длина рычага толкателя	$l_{AB}$	м	0,072	0,12	0,099	0,072	0,027
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме	$\alpha_{доп}$	град	35	35	30	32	34

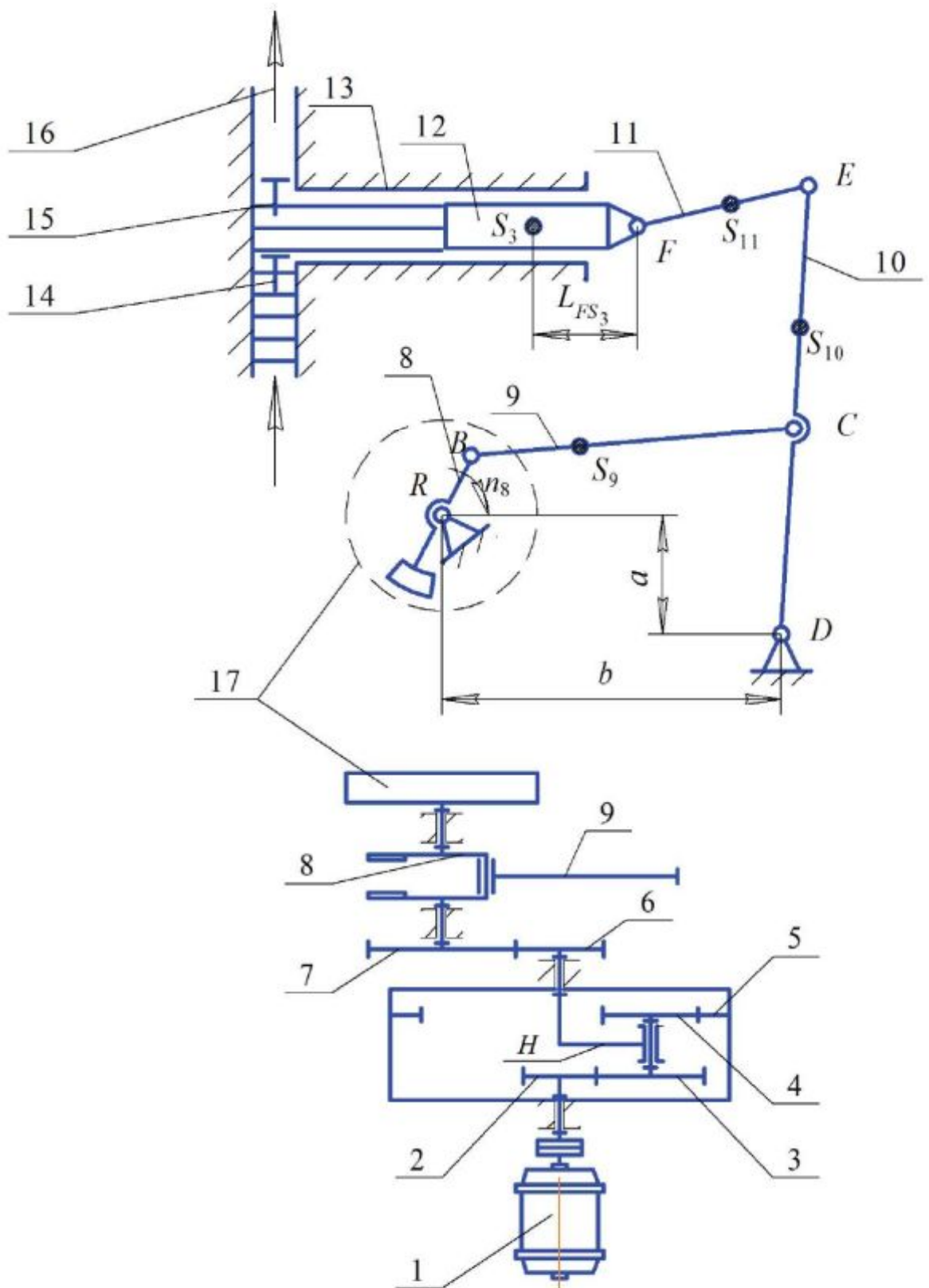


Рис. П.Г.2.1

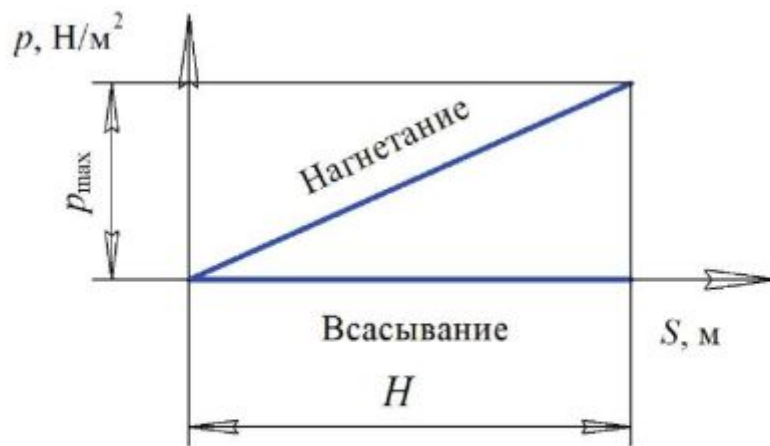


Рис. П.Г.2.2

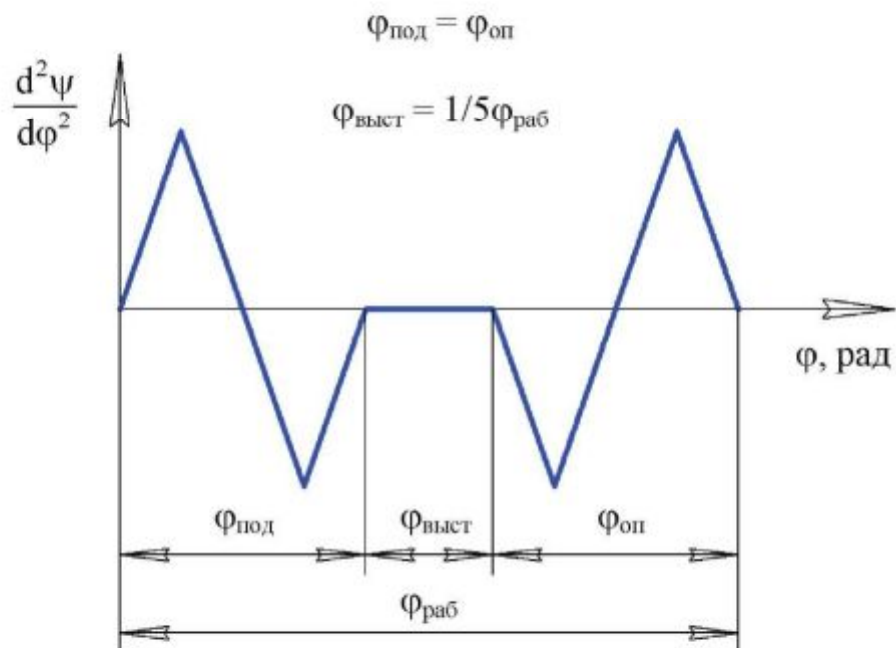
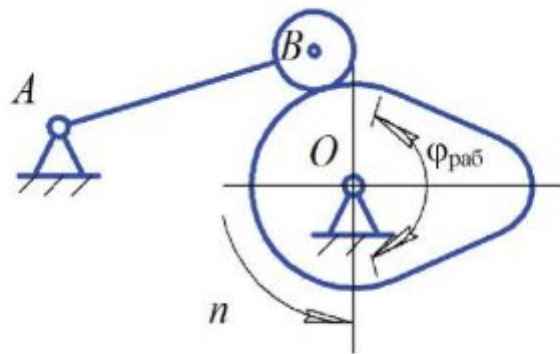


Рис. П.Г.2.3

### Г.3. Проектирование и исследование механизмов плунжерного насоса

#### Назначение и краткое описание работы механизмов

Плунжерные насосы предназначены для перекачки различного рода жидкостей (рис. П.Г.3.1).

Привод насоса осуществляется от электродвигателя 10 через планетарный редуктор 9 и пару зубчатых колес  $z_5$  и  $z_6$ . С зубчатым колесом  $z_6$  жестко связан кривошипный вал 1 (ось  $O$ ), движение от которого передается на шатун 2, заставляющий колебаться коромысло 3 вокруг оси  $D$ . Шатун 4 передает движение плунжеру 5 гидравлического цилиндра 6. Шести-звенный механизм  $OABDC$  является основным механизмом плунжерного насоса. Рабочий процесс в цилиндре 6 насоса, т. е. всасывание и нагнетание жидкости, осуществляется за двойной ход плунжера 5, чему соответствует один оборот кривошипа 1.

Смазка механизмов насоса выполняется плунжерным масляным насосом кулачкового типа. Кулачок 7 приводит в поступательное движение толкатель 8 (плунжер насоса). При проектировании кулачкового механизма необходимо осуществить заданный закон изменения ускорения толкателя (рис. П.Г.3.2–П.Г.3.6). Для обеспечения необходимой равномерности движения на кривошипном валу 1 закреплен маховик 11.

Проектируют и исследуют механизмы поршневого насоса по параметрам, приведенным в табл. П.Г.3.1.

Таблица П.Г.3.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Координаты центра вращения $O$ кривошипа	$a$	м	0,135	0,130	0,120	0,125	0,140
	$b$		0,225	0,225	0,225	0,255	0,255
Длина звеньев 3 и 4	$l_{CB} - l_{BD}$		0,185	0,179	0,180	0,190	0,200
Положение центра тяжести $S_2$	$l_{AS_2} / l_{AB}$	–	0,30	0,35	0,40	0,30	0,40
Положение центра тяжести $S_4$	$l_{BS_4} / l_{BC}$	–	0,30	0,40	0,30	0,35	0,30
Крайнее положение звена (отсчет от горизонтальной прямой)	$\gamma_1$	град	30	25	35	20	30
	$\gamma_2$		60	65	60	50	70
Диаметр плунжера насоса	$d$	м	0,05	0,06	0,04	0,05	0,04
Частота вращения кривошипа	$n_1$	об/мин	100	120	130	100	80

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Частота вращения электродвигателя	$n_d$	об/мин	975	1440	1400	975	975
Давление жидкости в цилиндре при нагнетании (по ходу плунжера постоянное)	$p$	Н/м <sup>2</sup>	$25 \cdot 10^5$	$28 \cdot 10^5$	$30 \cdot 10^5$	$20 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^5$
Вес шатуна 2	$G_2$	Н	200	210	240	170	190
Вес шатуна 4	$G_4$		160	170	150	180	200
Вес ползуна с плунжером	$G_5$		500	540	510	440	480
Момент инерции шатуна 2	$J_{S_2}$	кг·м <sup>2</sup>	0,60	0,65	0,50	0,70	0,55
Момент инерции шатуна 4	$J_{S_4}$		0,5	0,4	0,5	0,5	0,6
Момент инерции кривошипного вала	$J_{10}$		0,10	0,12	0,09	0,13	0,15
Маховый момент электродвигателя	$GD_{дв}^2$	Н·м <sup>2</sup>	3	5	2	3	3
Маховый момент редуктора, колеса $z_5$ и кулачка, приведенный к валу $O$	$GD^2$		16	10	9	8	14
Коэффициент неравномерности вращения кривошипного вала	$\delta$	–	1/10	1/12	1/9	1/11	1/14
Координата для силового расчета	$\varphi_1$	град	30	35	25	15	10
Угол рабочего профиля кулачка	$\varphi_{раб}$		240	250	200	150	140
Ход плунжера масляного насоса	$h$	м	0,016	0,02	0,03	0,017	0,025
Угол давления в кулачковом механизме	$\alpha_{доп}$	град	30	25	30	20	30
Расстояние от оси поступательно движущегося толкателя до оси вращения кулачка	$e$	м	0,007	0,01	0,02	0,025	0,010
Соотношение между ускорениями толкателя	$a_1/a_2$	–	3	2,5	2	2,7	2,3
Число зубьев колес 5 и 6	$z_5$	–	12	11	12	11	13
	$z_6$	–	25	15	14	15	16
Модуль зубчатых колес 5 и 6	$m$	мм	5	4	5	4	4
Число сателлитов в редукторе 9	$k$	–	3	3	3	3	3

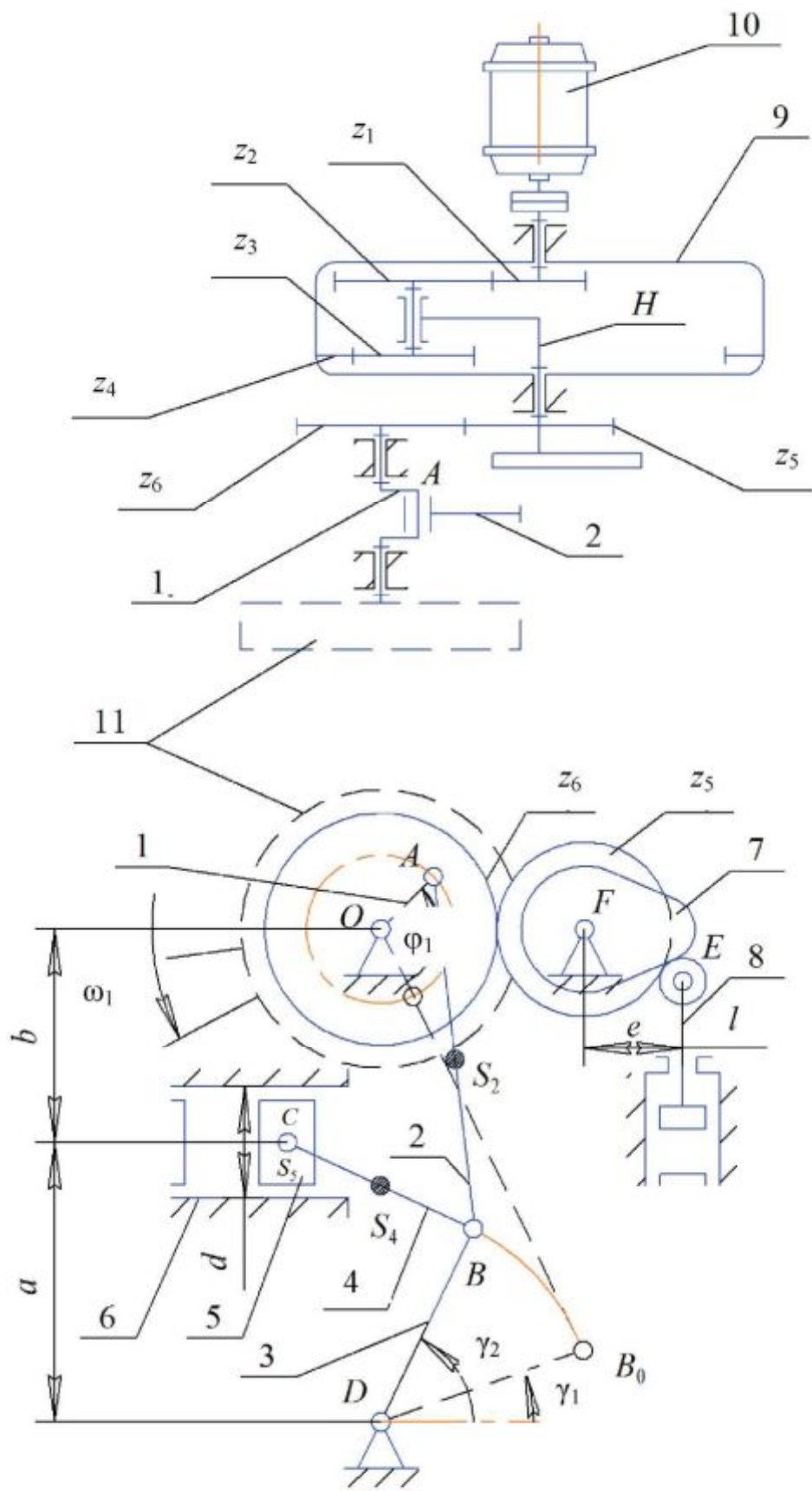


Рис. ПГ.3.1

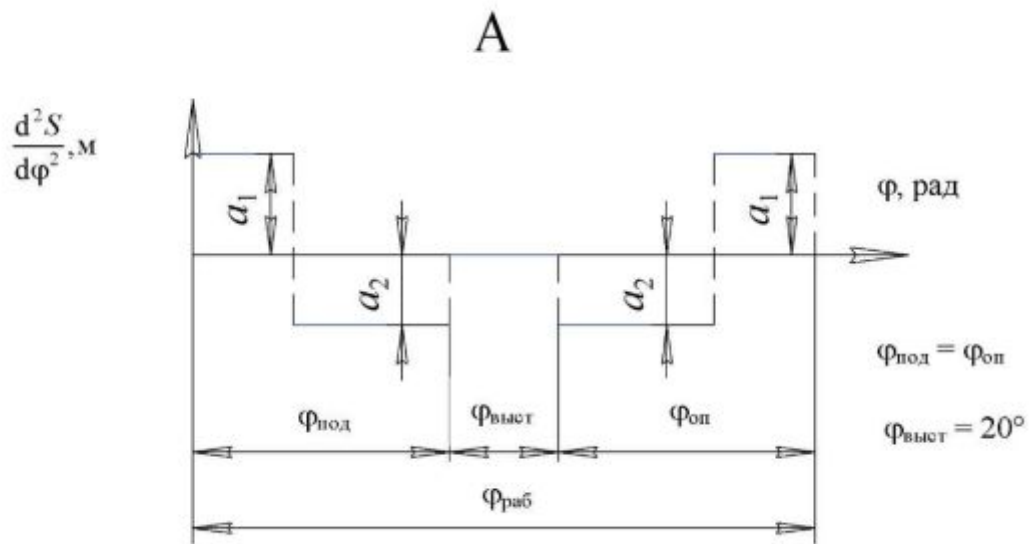


Рис. П.Г.3.2

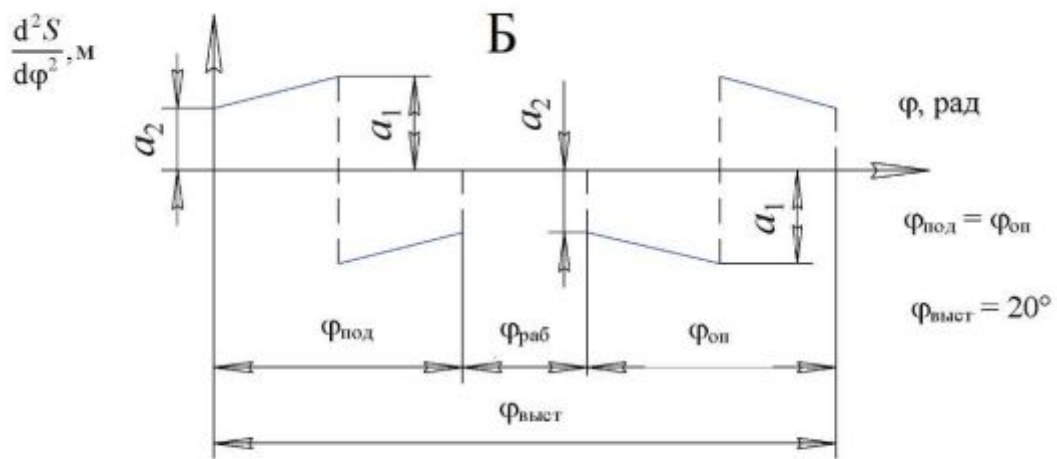


Рис. П.Г.3.3

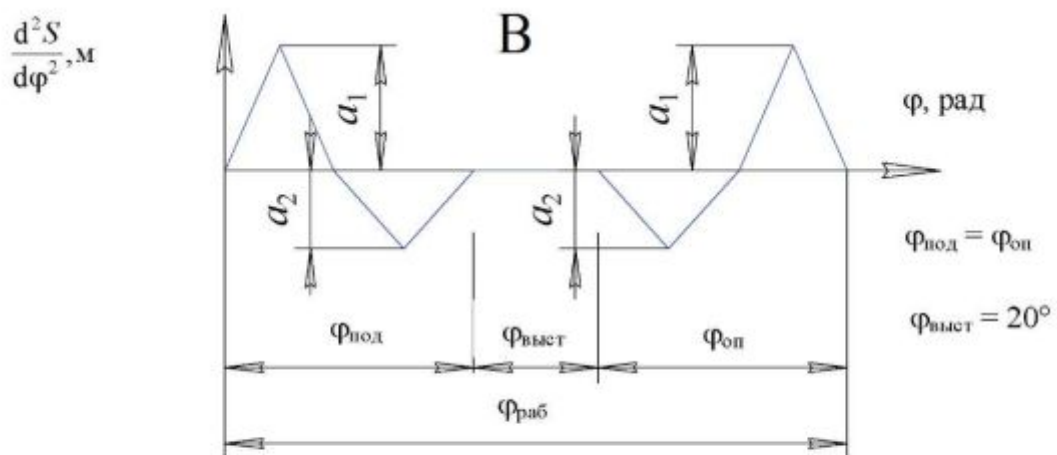


Рис. П.Г.3.4



$$\frac{d^2 S}{d\varphi^2}, \text{ М}$$

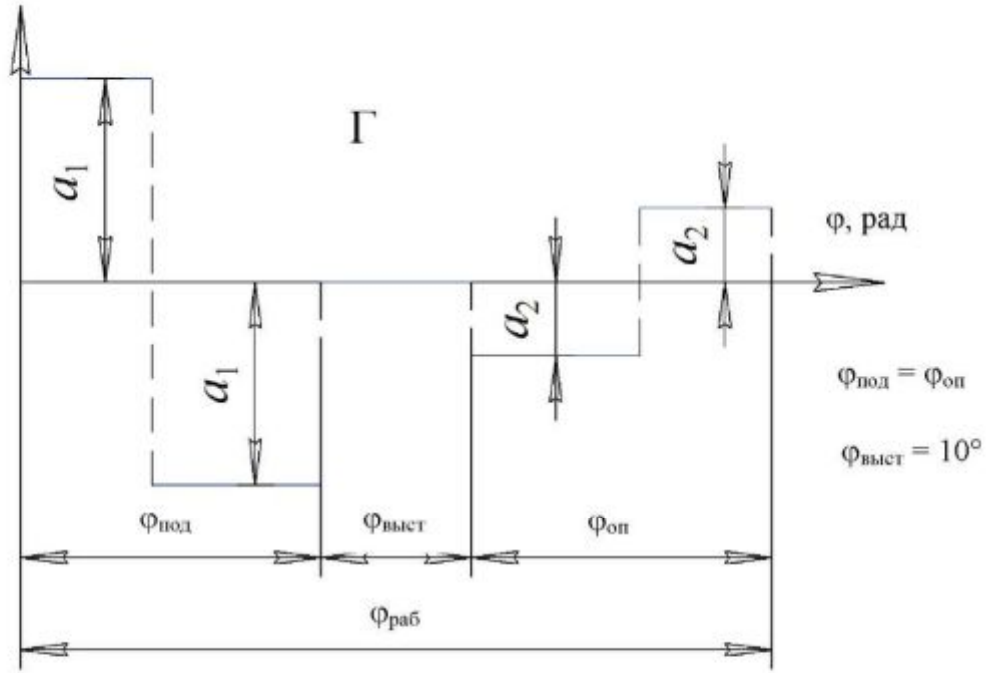


Рис. П.Г.3.5

$$\frac{d^2 S}{d\varphi^2}, \text{ М}$$

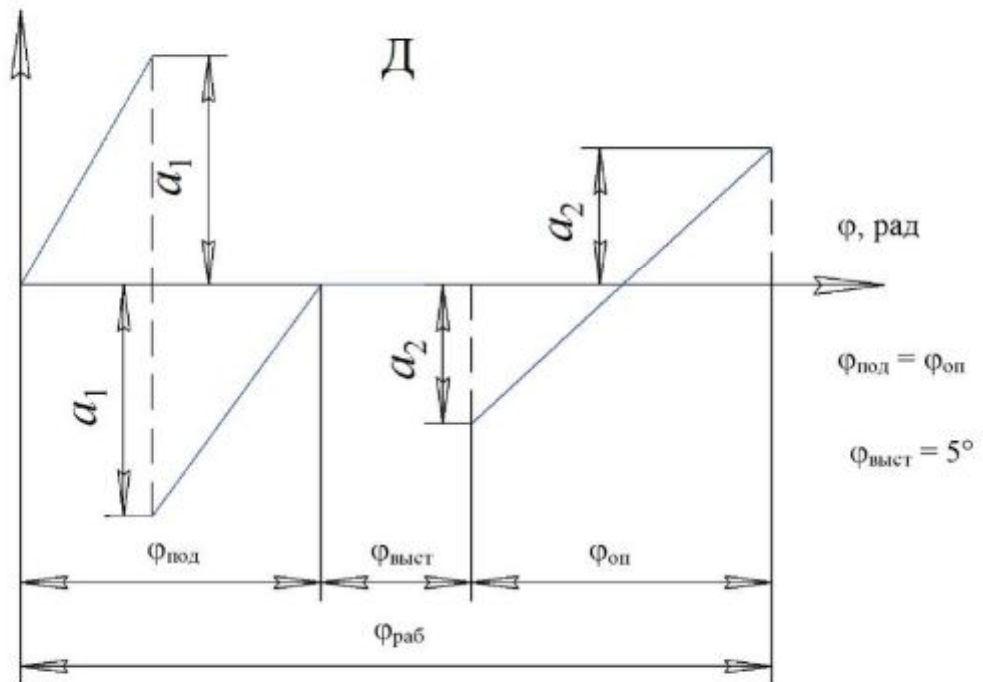


Рис. П.Г.3.6

## Г.4. Проектирование и исследование брикетов для прессования автомата

### Назначение и краткое описание работы механизмов

Брикетировочный автомат предназначен для прессования брикетов из различных материалов. Основным механизмом автомата является кулисный механизм, представленный на рис. П.Г.4.1. Движение от электродвигателя 13 через планетарный редуктор 12 передается кривошипу 1. Камень 2, шарнирно-связанный с кривошипом 1, скользит вдоль кулисы 3, заставляя ее совершать возвратно-поступательное движение вокруг опоры С. Через шатун 4 движение передается ползуну 5, производящему прессование (брикетирование) материала. Диаграмма сил сопротивлений, действующих на ползун 5 при прессовании, представлена на рис. П.Г.4.2. Заданную диаграмму строят по табл. П.Г.4.1, где приведены значения усилий прессования в долях от  $P_{с\text{ max}}$  в зависимости от положения ползуна.

Таблица П.Г.4.1

$\frac{S_E}{H_E}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\frac{P_c}{P_{с\text{ max}}}$	0	0,025	0,059	0,110	0,174	0,265	0,375	0,515	0,708	1,0

Механизм выталкивателя готовых брикетов включает кулачок 9 с поступательно движущимся центральным роликовым толкателем 10. Кулачок приводится в движение от вала кривошипа через зубчатую передачу 6–8. Кулачковый механизм должен обеспечить заданный закон толкателя (рис. П.Г.4.3–П.Г.4.7). Маховик 11 (рис. П.Г.4.1, б) установлен на выходном валу редуктора 12.

Проектируют и исследуют механизмы брикетировочного автомата по параметрам, приведенным в табл. П.Г.4.2.

*Примечания:*

1. При проектировании кривошипно-кулисного механизма ось ползуна 5 проводят через середину стрелы прогиба дуги, стягивающей крайние положения точки D кулисы CD.

2. Геометрический расчет эвольвентной зубчатой передачи выполняют для колес 7 и 8.

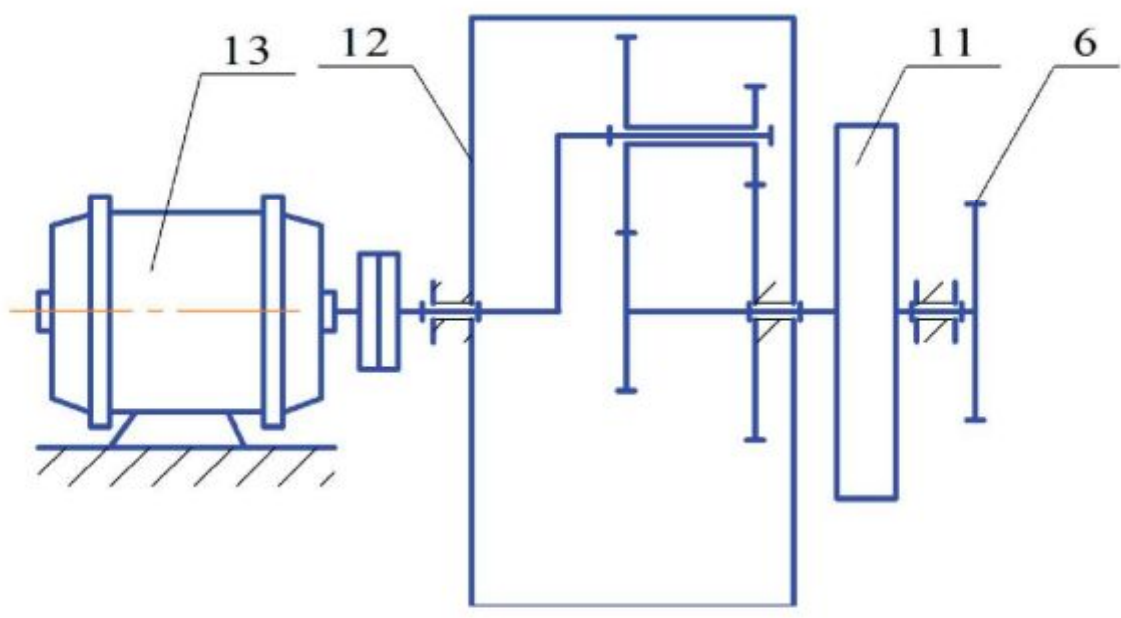
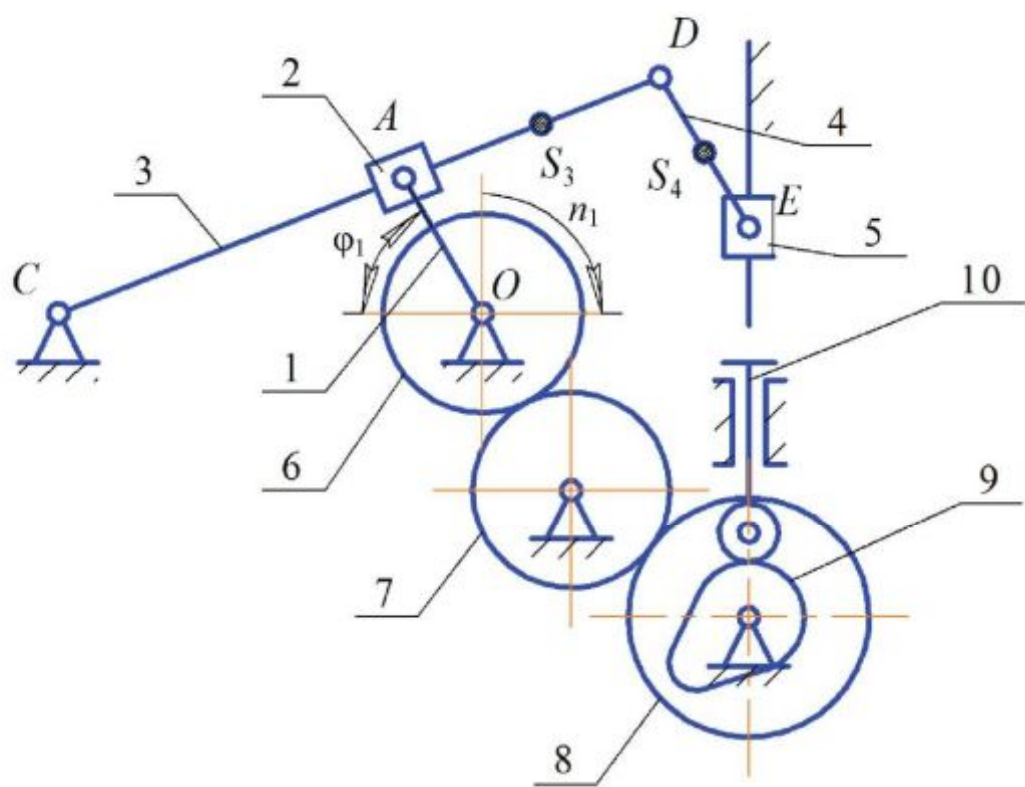


Рис. ПГ.4.1

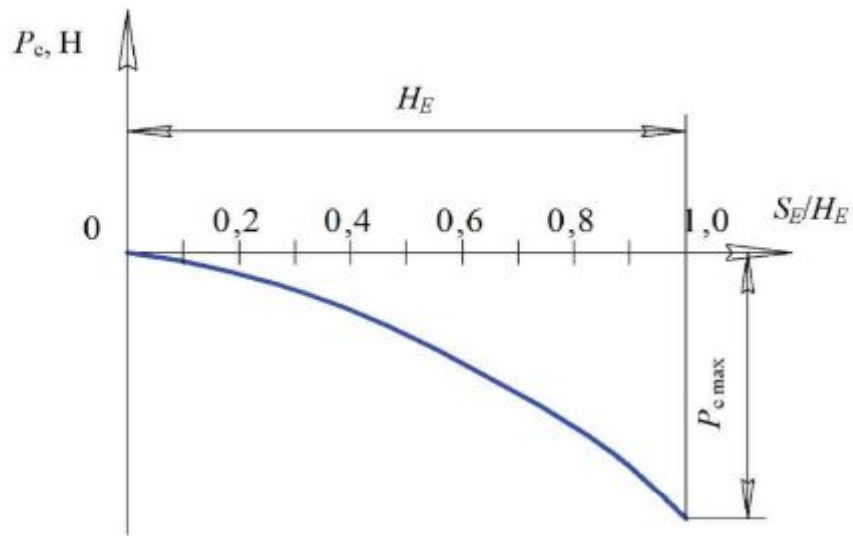


Рис. П.Г.4.2

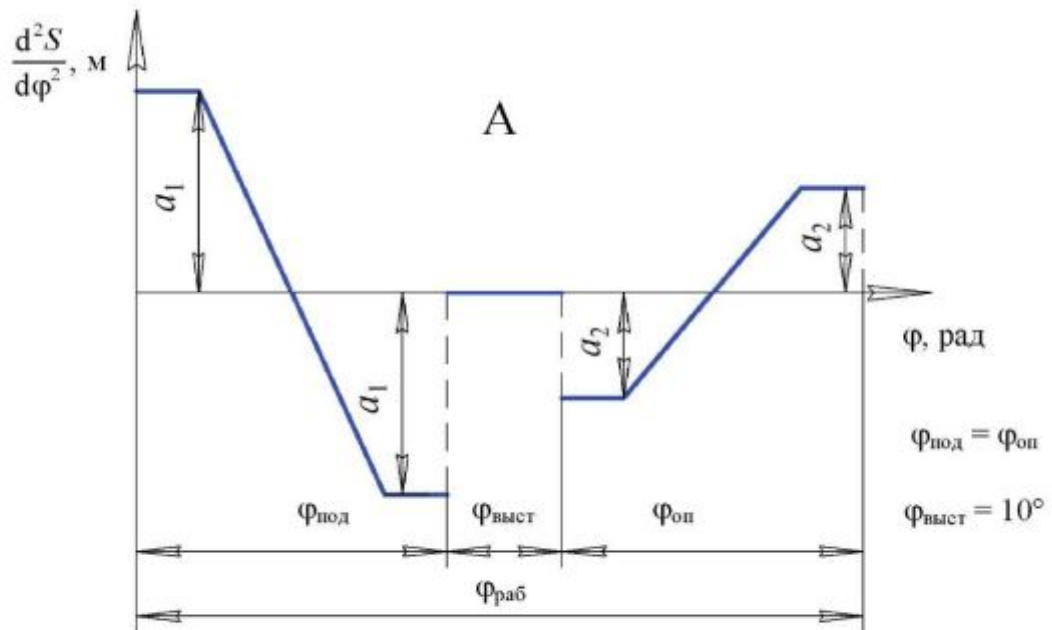


Рис. П.Г.4.3

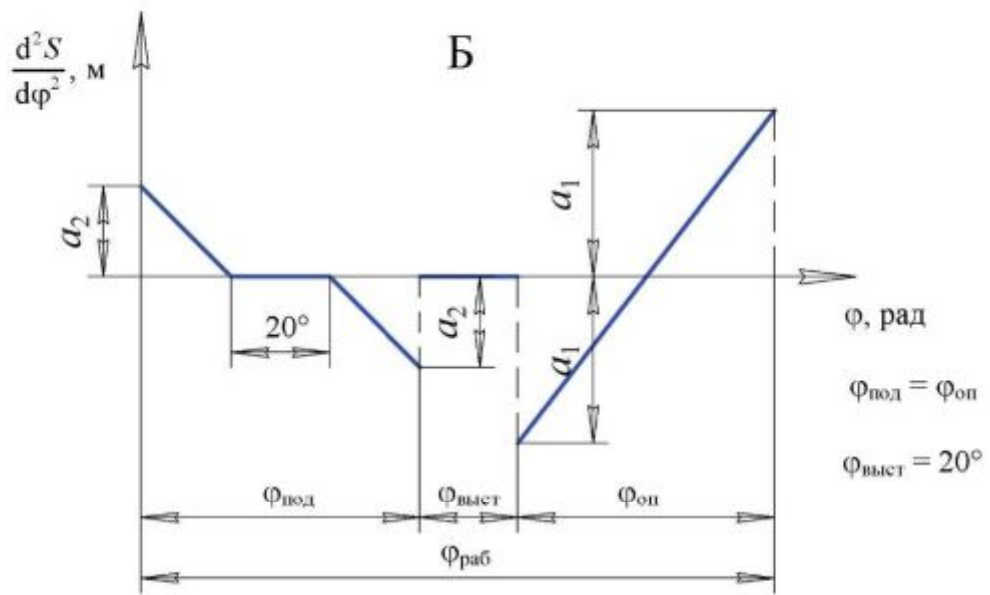


Рис. П.Г.4.4

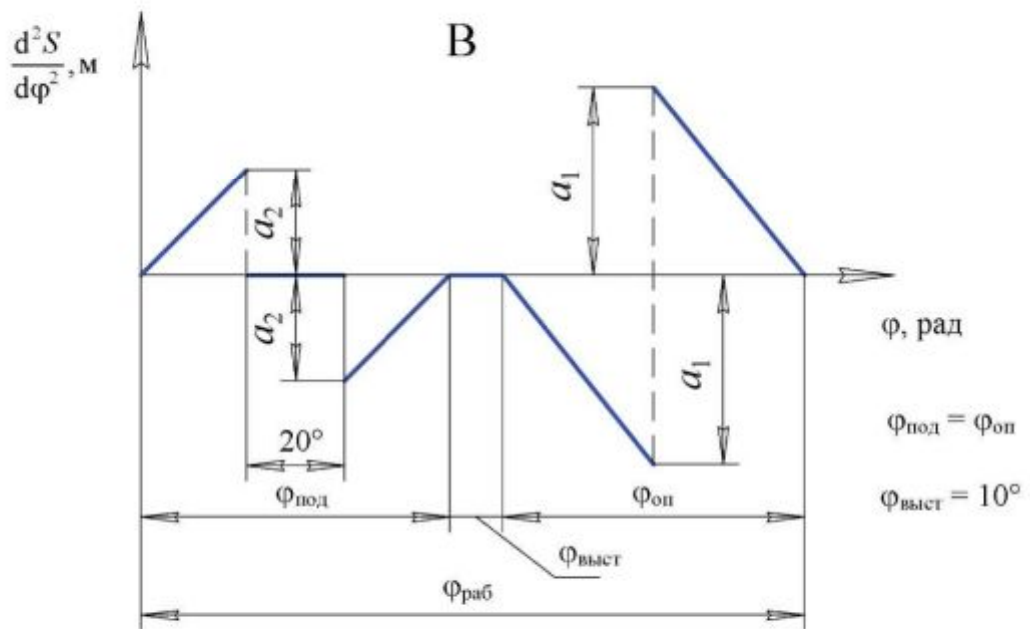


Рис. П.Г.4.5

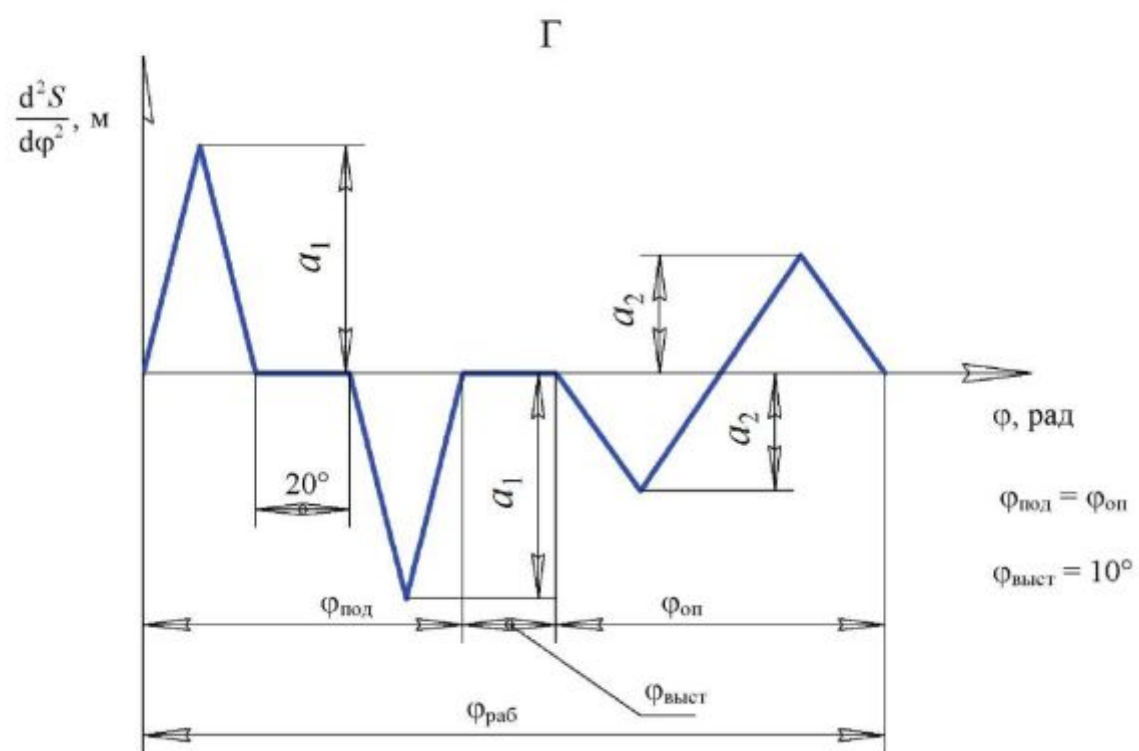


Рис. П.Г.4.6

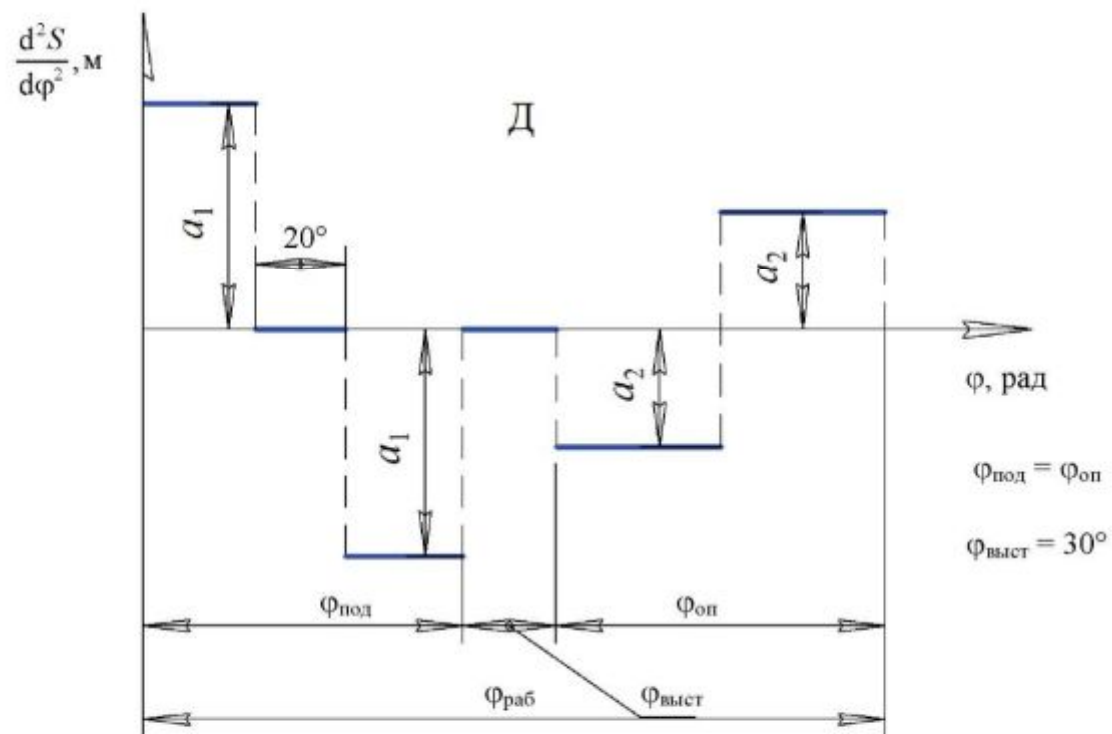


Рис. П.Г.4.7

Таблица П.Г.4.2

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Максимальная длина хода ползуна	$H_E$	м	0,38	0,36	0,34	0,40	0,34
Частота вращения кривошипа	$n_1$	об/мин	200	240	180	220	150
Частота вращения электродвигателя	$n_{13}$		2800	2400	2400	2200	2500
Максимальное усилие прессования	$P_{c \max}$	Н	$34 \cdot 10^3$	$36 \cdot 10^3$	$35 \cdot 10^3$	$33 \cdot 10^3$	$32 \cdot 10^3$
Межосевое расстояние между опорами кривошипа и кулисы	$l_{OC}$	м	0,18	0,20	0,21	0,19	0,22
Коэффициент изменения скорости ползуна	$K_V$	–	2	1,8	1,9	1,7	1,6
Отношение длины шатуна к длине кулисы	$L_{DE}/l_C$	–	0,30	0,33	0,36	0,34	0,32
Отношение расстояния от точки $C$ до центра тяжести кулисы к длине кулисы	$l_{CS}/l_{CD}$	–	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Отношение расстояния от точки $D$ до центра тяжести шатуна к длине шатуна	$l_{DS}/l_{DE}$	–	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Вес ползуна	$G_5$	Н	500	600	550	650	700
Вес кулисы	$G_3$		300	400	350	450	400
Момент инерции кулисы относительно оси, проходящей через ее центр тяжести	$J_{S_3}$	кг·м <sup>2</sup>	0,4	0,44	0,45	0,43	0,5
Коэффициент неравномерности вращения кривошипа	$\delta$	–	1/10	1/14	1/15	1/12	1/16
Маховой момент ротора электродвигателя	$GD^2_D$	Н·м <sup>2</sup>	2,0	2,5	2,7	2,9	2,6
Маховой момент зубчатых механизмов, приведенный к валу электродвигателя	$GD^2$		3,9	4,3	4,1	4,4	4,7
Угловая координата для силового расчета	$\varphi_1$	град	270	240	270	240	270
Максимальный подъем толкателя	$h$	м	0,080	0,035	0,040	0,042	0,038
Максимально допустимый угол давления толкателя	$\alpha_{доп}$	град	20	25	24	26	22
Угол рабочего профиля кулачка	$\varphi_{раб}$	град	190	200	180	210	220
Угол поворота кулачка, соответствующий дальнему стоянию толкателя	$\varphi_{выст}$	град	10	15	10	15	10
Отношение величин ускорений толкателя	$a_1/a_2$	–	1,8	1,6	1,9	2,0	1,7
Число зубьев колес 6, 7, 8	$z_6$	–	21	21	18	20	20
	$z_7$	–	15	14	12	14	15
	$z_8$	–	21	21	18	20	20
Модуль зубчатых колес 6, 7, 8	$m$	мм	5	6	5	6	5
Число сателлитов в планетарном механизме	$k$	–	3	3	3	3	3

## Г.5.–Г.8. Проектирование и исследование механизмов качающегося конвейера

### Назначение и краткое описание работы механизмов

Качающийся конвейер (рис. П.Г.5.1) предназначен для перемещения материала (сыпучего или штучного) в горизонтальном направлении.

В конвейере имеются два исполнительных механизма: основной (для транспортировки материала) и дополнительный (для подачи материала на конвейер).

Подача материала из бункера 12 на желоб 5 осуществляется при помощи механизма подачи, состоящего из кулачка 10 и заслонки (толкателя) 11. Кулачок получает движение от вала кривошипа 1 через цепную передачу 9 с передаточным отношением  $u_{110}$ , равным единице.

В механизме транспортировки материала имеется ползун 5, на котором жестко закреплен желоб (лоток), совершающий возвратно-поступательное движение. Движение желобу передается от электродвигателя 14 через планетарный редуктор 15, зубчатую передачу  $z_5, z_6$  и шестизвенный механизм  $O_1ABO_3C$ , включающий два кривошипа – 1 и 3 и два шатуна – 2 и 4. Роль ведущего кривошипа выполняет звено 1, на валу  $O_1$  которого закреплен маховик 13. В кривошипно-ползунном механизме  $O_3BC$  ведомый кривошип 3 вращается неравномерно и с помощью шатуна 4 сообщает желобу 5 возвратно-поступательное движение с несимметричным законом изменения ускорения. Желоб при своем движении увлекает за счет сил трения насыпанный в него материал, сообщая ему скорость. Движение материала вместе с желобом возможно в том случае, если будет соблюдаться определенное соотношение между силой трения и ускорением желоба и материала:

$$F_M = G_M f_{\Pi} \geq \frac{G_M}{g} a,$$

где  $f_{\Pi}$  – коэффициент трения покоя между материалом и желобом.

В случае когда ускорение  $a$  желоба превышает критическое значение

$$a_{\text{кр}} = f_{\Pi} g,$$

материал передвигается относительно желоба за счет накопленной ранее кинетической энергии. В этот период между материалом и желобом возникает сила трения скольжения  $F_M = G_M f_d$ , где  $f_d$  – коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в движении. Сила  $F_M$  обуславливает равнозамедленное движение материала до момента выравнивания скоростей материала и желоба.



## Скорость передвижения материала относительно желоба

$$V_m = V_{\text{отр}} - a'g,$$

где  $V_{\text{отр}}$  – скорость желоба в момент отрыва материала при  $a' = f_d g$ .

Когда скорости материала и желоба сравниваются по величине и направлению, материал с желобом будут перемещаться опять вместе с одинаковой скоростью. Продвижение материала в требуемом направлении возможно, если при несимметричном законе изменения ускорений желоба после выравнивания скоростей желоба и материала, ускорения последних не будут превышать критического значения.

Смазка механизмов конвейера выполняется плунжерным масляным насосом 8 (рис. П.Г.5.1) кулачкового типа. Кулачок 6 приводит в поступательное движение толкатель 7 (плунжер насоса). При проектировании кулачкового механизма необходимо осуществить заданный закон изменения ускорения толкателя (рис. П.Г.5.2).

Основные узлы конвейера (рис. П.Г.5.1) характерны для всех механизмов подобного назначения. Поэтому к заданиям 6–8 приведены только кинематические схемы, непосредственно связанные с проектированием основного механизма (см. рис. П.Г.6.1–П.Г.8.2).

*Примечания:*

1. Вес звеньев, линейные размеры которых заданы, определяют по зависимости

$$G_i = ql_i,$$

где  $q$  – погонный вес звена,  $q = 50\text{--}100$ , Н/м;  $l_i$  – длина  $i$ -го звена, м;  $i$  – номер звена.

2. Центры тяжести звеньев считают расположенными посередине.

3. Моменты инерции звеньев относительно оси, проходящей через центр тяжести, подсчитывают по формуле

$$J_s = \frac{ml^2}{10},$$

где  $m$  – масса звена, кг;  $l$  – длина звена, м.

4. Кулачковые механизмы 10, 11 (рис. П.Г.5.1) проектируют с учетом закона изменения ускорения коромысла (рис. П.Г.5.2).

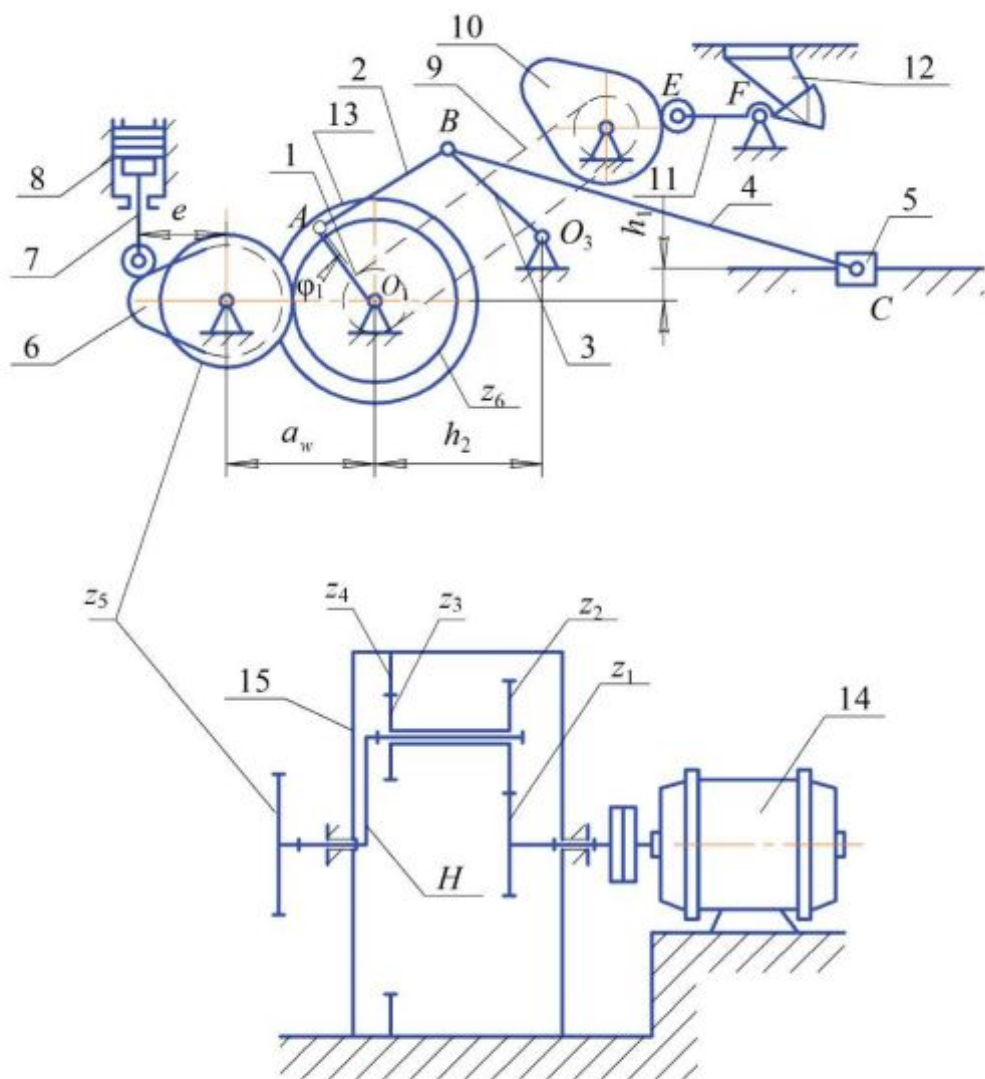


Рис. П.Г.5.1

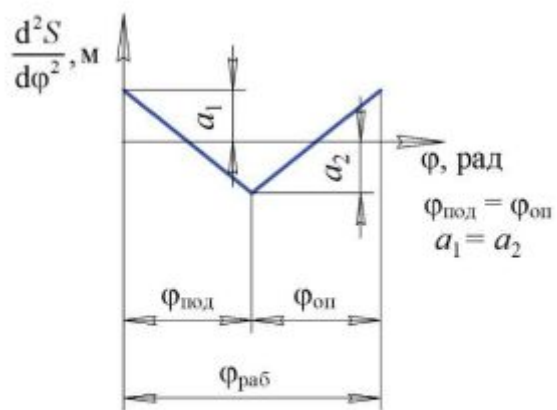


Рис. П.Г.5.2

Таблица П.Г.5.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Геометрические размеры основного механизма (рис. П.Г.5.1)	$h_1$	м	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12
	$h_2$		0,09	0,10	0,11	0,12	0,13
	$l_{O_1A}$		0,20	0,21	0,22	0,23	0,24
	$l_{AB}$		0,19	0,20	0,21	0,22	0,23
	$l_{BO_3}$		0,20	0,21	0,22	0,23	0,24
	$l_{BC}$		0,44	0,46	0,48	0,50	0,52
Частота вращения двигателя $14$	$n_{14}$	об/мин	1440	1440	1450	1450	1440
Частота вращения вала кривошипа $1$	$n_1$		60	48	56	50	72
Коэффициент неравномерности вращения кривошипа $1$	$\delta$	–	0,1	0,13	0,06	0,08	0,07
Вес ползуна $5$ с грузом	$G_5$	Н	8000	9000	10000	11000	12000
Сила трения ползуна о направляющие	$F'$	Н	2400	3100	4000	3200	4100
Коэффициент трения вращательных пар	$f$	–	0,08	0,1	0,08	0,08	0,01
Диаметры цапф вращательных пар	$d$	м	0,04	0,05	0,04	0,05	0,06
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в покое	$f_{п}$	–	0,45	0,60	0,70	0,60	0,50
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в движении	$f_{д}$	–	0,30	0,40	0,35	0,40	0,30
Угловая координата кривошипа $AO_1$	$\varphi_1$	град	30	60	90	120	150
Схема кулачкового механизма (поз. рис. П.Г.5.1)	–	–	6; 7	10; 11	6; 7	10; 11	6; 7
Частота вращения кулачка $6$	$n_k$	об/мин	60	90	60	60	60
Угол рабочего профиля кулачка $6$	$\varphi_{раб}$	град	170	140	160	175	120
Ход толкателя $7$	$h$	м	0,040	0,045	0,050	0,055	0,060
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $6, 7$	$\alpha_{доп}$	град	30	28	25	30	28
Расстояние от оси поступательно движущегося толкателя $7$ до оси вращения кулачка $6$	$e$	м	0,015	0,012	0,010	0,016	0,020
Перемещение коромысла $11$	$h_E$		0,042	0,060	0,044	0,046	0,035
Длина коромысла $11$	$l_{ЕК}$		0,12	0,10	0,11	0,10	0,10
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $10, 11$	$\alpha_{доп}$	град	40	43	42	44	45
Угол рабочего профиля кулачка $10$	$\varphi_{раб}$	град	130	150	160	180	200
Модуль зубчатых колес планетарной ступени	$m_1$	мм	3	4	5	5	4,5
Модуль зубчатых колес $z_5, z_6$	$m_2$		4	4	4	4	4
Число сателлитов в планетарном редукторе	$k$	–	3	3	3	3	3
Межосевое расстояние колес $z_5, z_6$	$a_w$	мм	85	100	110	120	90

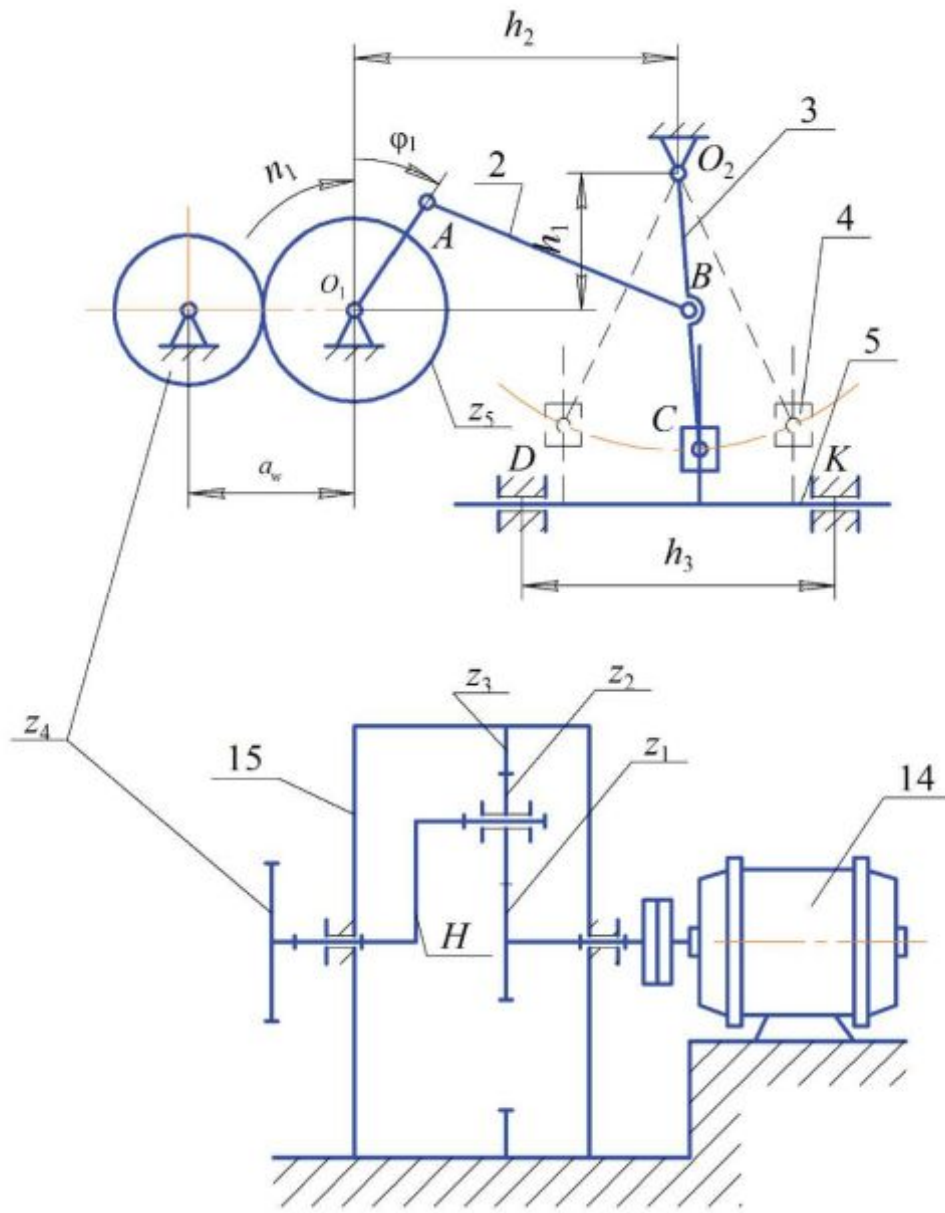


Рис. П.Г.6.1

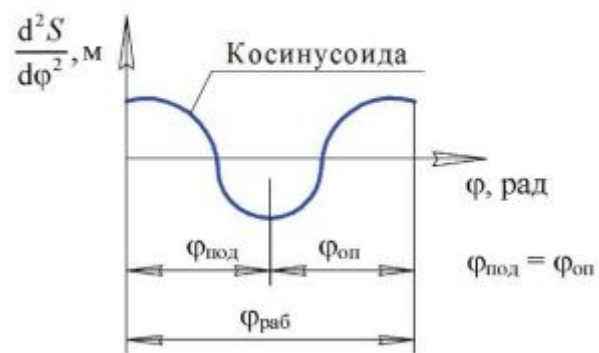


Рис. П.Г.6.2

Таблица П.Г.6.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Геометрические размеры основного механизма (рис. П.Г.6.1)	$h_1$	м	0,098	0,13	0,18	0,25	0,14
	$h_2$		0,28	0,32	0,50	0,60	0,30
	$h_3$		0,38	0,35	0,45	0,64	0,50
	$l_{AO_1}$		0,07	0,10	0,16	0,20	0,12
	$l_{AB}$		0,22	0,30	0,40	0,50	0,36
	$l_{O_2B}$		0,16	0,20	0,30	0,35	0,18
	$l_{O_2C}$		0,27	0,35	0,45	0,50	0,31
Частота вращения двигателя $l4$	$n_{14}$	об/мин	1450	1450	1440	1450	1440
Частота вращения вала кривошипа $l$	$n_1$		40	50	60	70	80
Коэффициент неравномерности вращения кривошипа $l$	$\delta$	–	0,07	0,08	0,09	0,10	0,12
Вес ползуна $5$ с грузом	$G_5$	Н	590	630	780	830	640
Сила трения ползуна о направляющие	$F$	Н	120	140	200	260	130
Коэффициент трения вращательных пар	$f$		0,08	0,10	0,08	0,10	0,08
Диаметры цапф вращательных пар	$d$	м	0,030	0,040	0,040	0,045	0,050
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в покое	$f_{п}$	–	0,40	0,50	0,60	0,70	0,45
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в движении	$f_{д}$	–	0,30	0,40	0,35	0,45	0,30
Угловая координата кривошипа $AO_1$ для силового расчета (рис. П.Г.6.1)	$\varphi_1$	град	30	60	90	120	150
Схема кулачкового механизма (поз. рис. П.Г.5.1)	–	–	6; 7	10; 11	6; 7	10; 11	6; 7
Частота вращения кулачка $б$	$n_k$	об/мин	15	25	30	40	40
Угол рабочего профиля кулачка $б$	$\varphi_{раб}$	град	260	360	300	320	340
Ход толкателя $7$	$h$	м	0,040	0,045	0,050	0,055	0,065
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $б, 7$	$\alpha_{доп}$	град	30	30	30	30	30
Расстояние от оси поступательно движущегося толкателя $7$ до оси вращения кулачка $7$	$e$	м	0,005	0	0,010	0,015	0,020
Перемещение коромысла $11$	$h_E$		0,030	0,035	0,040	0,045	0,050
Длина коромысла $11$	$l_{Э}$		0,10	0,11	0,12	0,11	0,12
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $10, 11$	$\alpha_{доп}$	град	45	45	45	45	45
Угол рабочего профиля кулачка (рис. П.Г.6.2)	$\varphi_{раб}$		150	200	250	300	350
Модуль зубчатых колес планетарной ступени (рис. П.Г.6.1)	$m_1$	мм	3	4	4,5	5	3,5
Модуль зубчатых колес $z_4, z_5$	$m_2$		3	4	5	4	3
Число сателлитов в планетарном редукторе	$k$	–	3	3	3	3	3
Межосевое расстояние колес $z_4, z_5$	$a_w$	мм	95	100	110	120	130

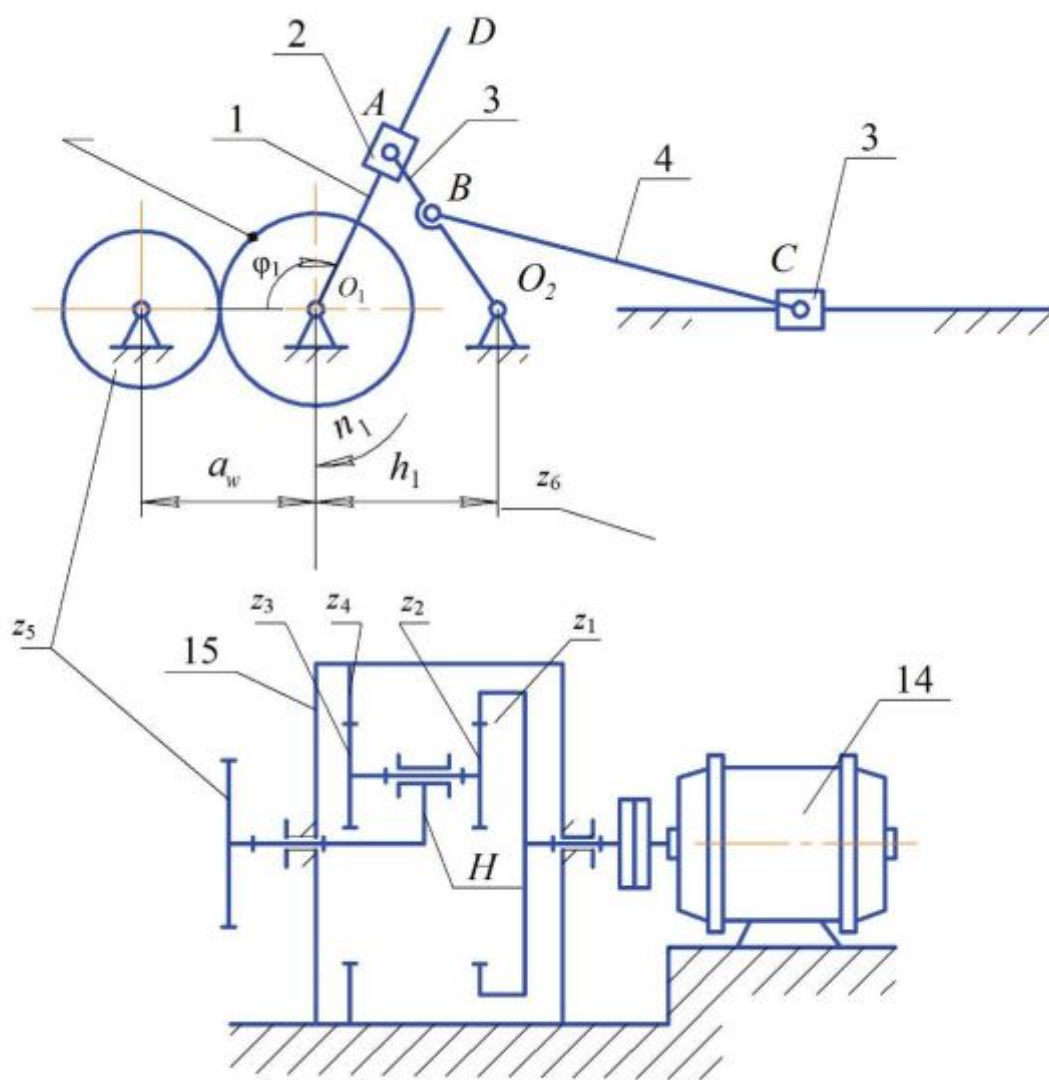


Рис. П.Г.7.1

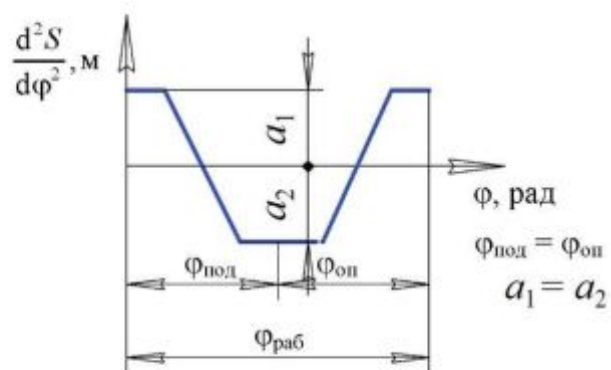


Рис. П.Г.7.2

Таблица П.Г.7.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Геометрические размеры основного механизма (рис. П.Г.7.1)	$h_1$	м	0,15	0,15	0,18	0,18	0,20
	$l_{O,D}$		0,4	0,4	0,5	0,5	0,4
	$l_{O_2,A}$		0,20	0,20	0,20	0,22	0,20
	$l_{BC}$		0,8	1,0	1,0	1,1	1,0
	$l_{O_2,B}$		0,130	0,130	0,130	0,145	0,130
Частота вращения двигателя $l_4$	$n_{14}$	об/мин	1950	1950	1950	1450	1450
Частота вращения вала кривошипа $l$	$n_1$		50	80	100	100	80
Коэффициент неравномерности вращения кривошипа $l$	$\delta$	–	0,07	0,08	0,09	0,1	0,12
Вес ползуна $5$ с грузом	$G_5$	Н	4500	5000	5500	6000	4000
Сила трения ползуна о направляющие	$F$	Н	1000	1200	1500	1400	1600
Коэффициент трения вращательных пар	$f$	–	0,08	0,1	0,08	0,1	0,08
Диаметр цапф вращательных пар	$d$	м	0,04	0,04	0,05	0,05	0,04
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в покое	$f_{\text{н}}$	–	0,40	0,50	0,60	0,70	0,45
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в движении	$f_{\text{д}}$	–	0,30	0,40	0,35	0,45	0,30
Угловая координата кривошипа $AO_1$ для силового расчета (рис. П.Г.7.1)	$\varphi_1$	град	30	60	120	240	320
Схема кулачкового механизма (поз. рис. П.Г.5.1)	–	–	6; 7	10; 11	6; 7	10; 11	6; 7
Частота вращения кулачка $б$	$n_k$	об/мин	50	80	100	100	80
Угол рабочего профиля кулачка $б$	$\varphi_{\text{раб}}$	град	280	260	300	240	200
Ход толкателя $7$	$h$	м	0,050	0,060	0,065	0,045	0,050
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $б, 7$	$\alpha_{\text{доп}}$	град	30	30	30	30	30
Расстояние от оси поступательно движущегося толкателя $7$ до оси вращения кулачка $б$	$e$	м	0,018	0,014	0,010	0	0,006
	Угол качания коромысла $11$		$\psi_{\text{max}}$	25	30	25	30
Длина коромысла $11$	$l_{EF}$		0,10	0,09	0,08	0,09	0,10
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $10, 11$	$\alpha_{\text{гюн}}$	град	45	45	45	45	45
Угол рабочего профиля кулачка (рис. П.Г.7.2)	$\varphi_{\text{раб}}$		180	220	260	320	360
Модуль зубчатых колес планетарной ступени (рис. П.Г.7.1)	$m_1$	мм	4	4,5	3,5	4	3,5
Модуль зубчатых колес $z_5, z_6$	$m_2$		5	4	4,5	4	5
Число сателлитов в планетарном редукторе	$k$	–	3	3	3	3	3
Межосевое расстояние колес $z_5, z_6$	$a_w$	мм	85	100	110	120	100

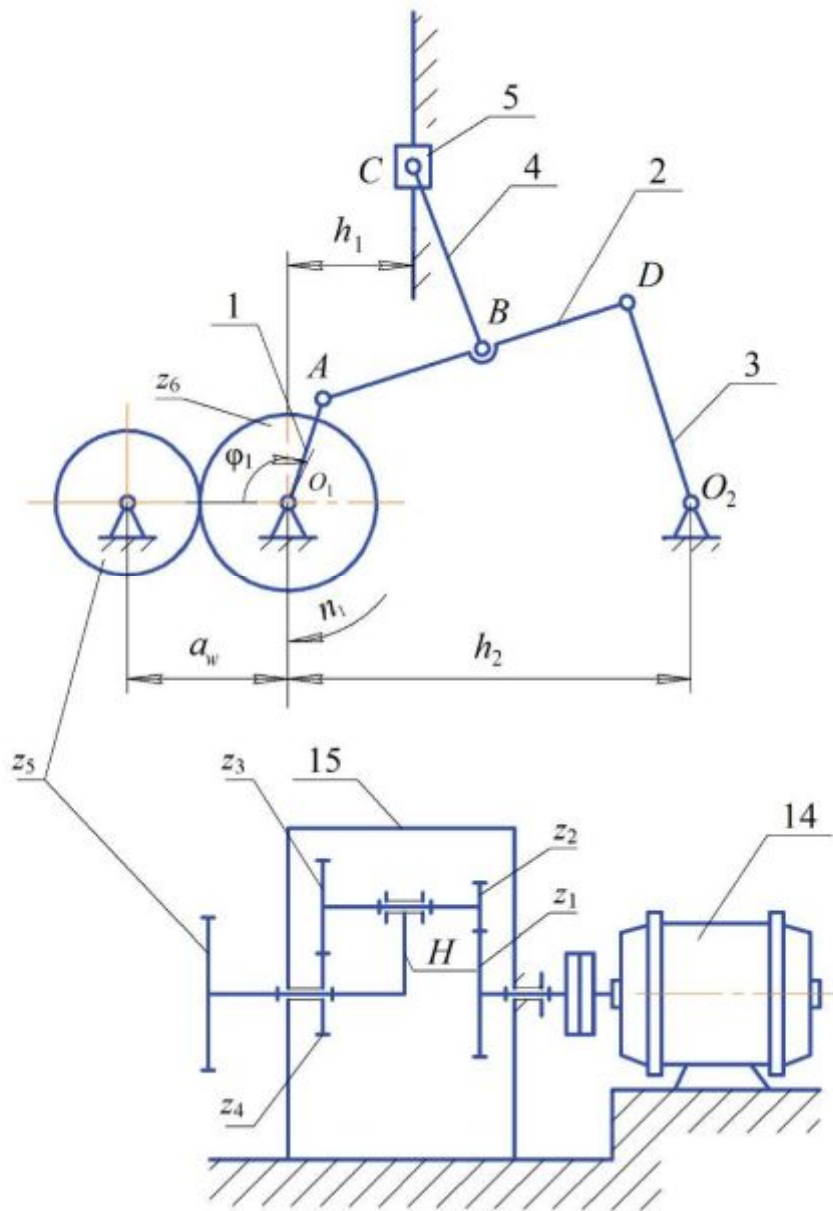


Рис. П.Г.8.1

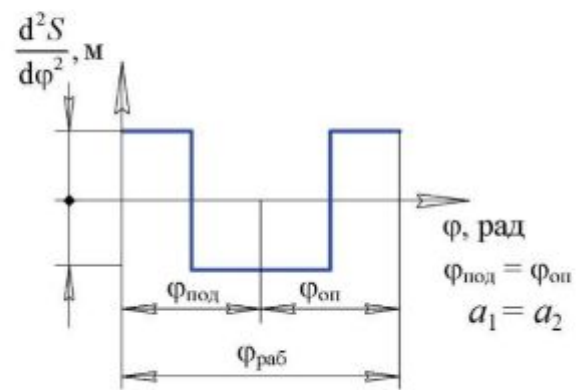


Рис. П.Г.8.2



Таблица П.Г.8.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Геометрические размеры основного механизма (рис. П.Г.8.1)	$h_1$	м	0,06	0,07	0,08	0,10	0,06
	$h_2$		0,17	0,17	0,31	0,25	0,17
	$l_{O_1A}$		0,030	0,035	0,040	0,050	0,030
	$l_{AD}$		0,15	0,15	0,18	0,20	0,15
	$l_{DO_2}$		0,120	0,140	0,160	0,165	0,120
	$l_{BC}$		0,14	0,13	0,15	0,17	0,14
	$l_{AB}$		0,75	0,75	0,90	0,10	0,75
Частота вращения двигателя $l_4$	$n_{14}$	об/мин	950	1440	1440	1440	950
Частота вращения вала кривошипа $l$	$n_1$		70	150	120	130	100
Коэффициент неравномерности вращения кривошипа $l$	$\delta$	–	0,07	0,08	0,09	0,1	0,12
Вес ползуна $5$ с грузом	$G_5$	Н	500	700	600	450	550
Сила трения ползуна о направляющие	$F$		100	140	120	150	130
Коэффициент трения вращательных пар	$f$	–	0,08	0,04	0,05	0,04	0,05
Диаметры цапф вращательных пар	$d$	м	0,03	0,04	0,05	0,04	0,05
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в покое	$f_0$	–	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
Коэффициент трения скольжения между материалом и желобом в движении	$f_d$	–	0,30	0,35	0,4	0,45	0,30
Угловая координата кривошипа $AO_1$ для силового расчета (рис. П.Г.8.1)	$\varphi_1$	град	30	60	120	200	240
Схема кулачкового механизма (поз. рис. П.Г.5.1)	–	–	6; 7	10; 11	6; 7	10; 11	6; 7
Частота вращения кулачка $6$	$n_k$	об/мин	60	75	75	60	80
Угол рабочего профиля кулачка $6$	$\varphi_{раб}$	град	250	270	290	310	350
Ход толкателя $7$	$h$	м	0,030	0,040	0,050	0,035	0,060
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $6, 7$	$\alpha_{доп}$	град	25	28	30	32	30
Расстояние от оси поступательно движущегося толкателя $7$ до оси вращения кулачка $6$	$e$	м	0,010	0,015	0	0,005	0,015
Угол качания коромысла $11$	$\psi_{max}$	град	25	25	30	35	25
Длина коромысла $11$	$l_{КК}$	м	0,100	0,100	0,110	0,120	0,095
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $10, 11$	$\alpha_{доп}$	град	45	45	45	45	45
Угол рабочего профиля кулачка (рис. П.Г.8.2)	$\varphi_{раб}$		120	160	200	240	280
Модуль зубчатых колес планетарной ступени (рис. П.Г.8.1)	$m_1$	мм	3,5	4,0	4,5	5	3,5
Модуль зубчатых колес $z_5, z_6$	$m_2$		4,0	5,0	4,5	5,5	3,5
Число сателлитов в планетарном редукторе	$k$	–	2	3	2	3	2
Межосевое расстояние колес $z_5, z_6$	$a_w$	мм	100	110	120	130	100

## Г.9. Проектирование и исследование механизмов брикетировочного автомата

### Назначение и краткое описание работы механизмов

Брикетировочный автомат предназначен для прессования брикетов из различных материалов. Основными механизмами автомата являются кулисный механизм (рис. П.Г.9.1, *а*) и привод (рис. П.Г.9.1, *б*). Движение от электродвигателя *б* через планетарный редуктор 7 ( $z_1, z_2, z_3, z_4, H$ ) и зубчатую передачу  $z_5, z_6, z_7$  передается кривошипу 1. Камень 2, шарнирно связанный с кривошипом 1, скользит вдоль кулисы 3, заставляя кулису совершать возвратно-вращательное движение вокруг опоры *С*. Через шатун 4 движение передается ползуну 5, производящему прессование (брикетирование) материала. Прессование происходит при движении ползуна 5 слева направо. Диаграмма сил сопротивления приведена на рис. П.Г.9.2, значения усилий прессования в долях от  $P_{\max}$  в зависимости от положения ползуна представлены в табл. П.Г.9.2.

От главного вала через зубчатую передачу вращение передается на вал дискового кулачка, приводящего в движение механизм выталкивания брикета из формы. Схема кулачкового механизма выталкивания брикета изображена на рис. П.Г.9.3, закон изменения ускорения толкателя – на рис. П.Г.9.4.

Маховик 8 установлен на выходном валу редуктора.

Проектируют и исследуют механизмы брикетировочного автомата по параметрам, приведенным в табл. П.Г.9.1.

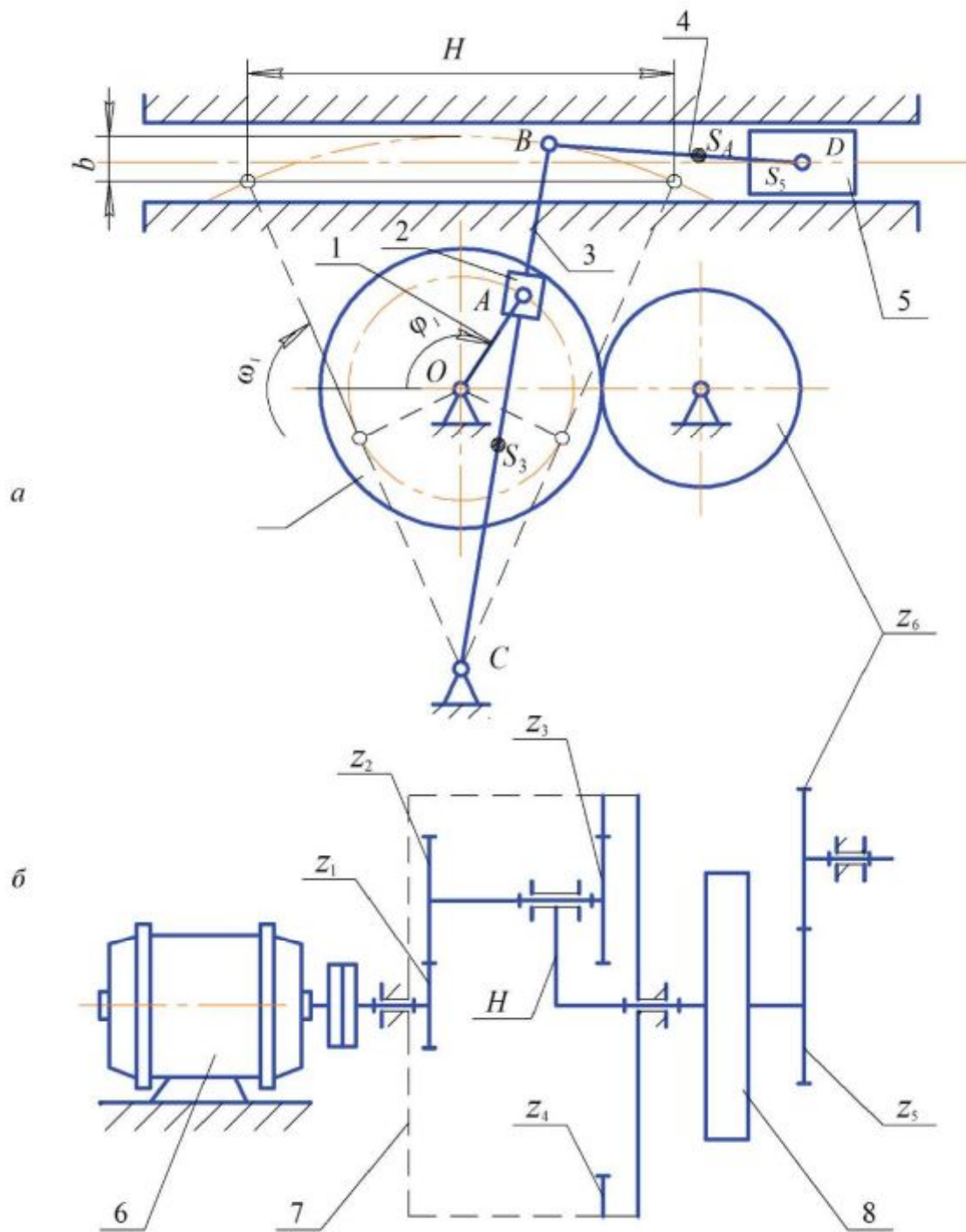


Рис. П.Г.9.1

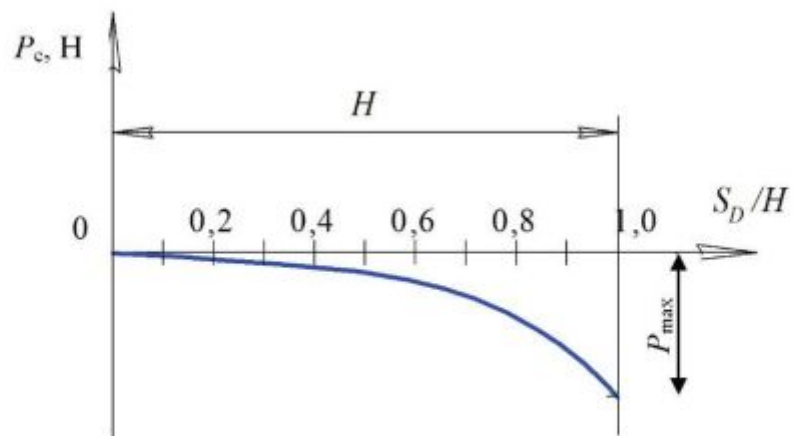


Рис. П.Г.9.2

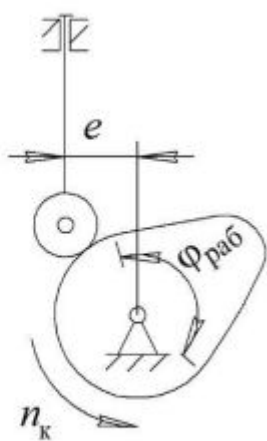


Рис. П.Г.9.3

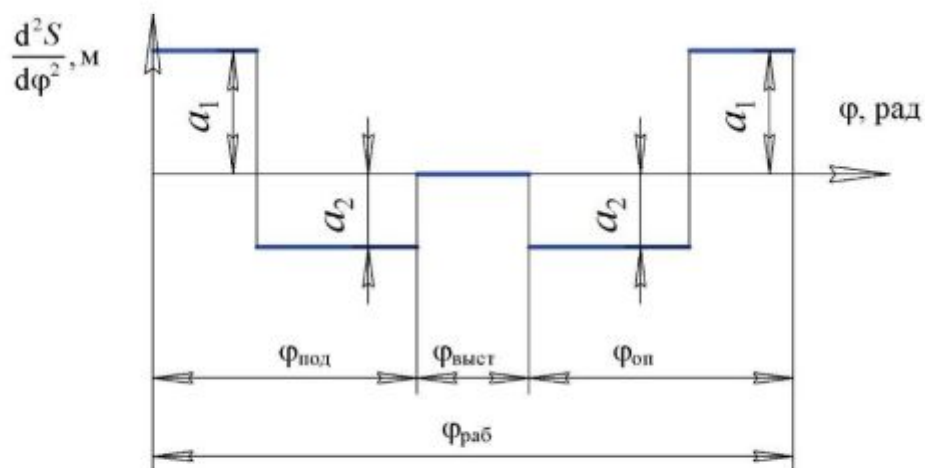


Рис. П.Г.9.4

Таблица П.1'9.1

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Длина хода ползуна	$H$	м	0,32	0,25	0,3	0,28	0,25
Коэффициент скорости ползуна	$k_V$		1,65	1,55	1,60	1,7	1,65
Расстояние между осями вращения	$l_{OC}$	м	0,23	0,15	0,20	0,18	0,20
Отношение длины шатуна к длине кулисы	$l_{BD}/l_{BC}$	–	0,35	0,3	0,35	0,3	0,4
Отношения, определяющие положение центра тяжести звеньев	$l_{CS_3}/l_{BC}$ $l_{BS_1}/l_{BD}$	–	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Частота вращения кривошипа	$n_1$	об/мин	90	95	80	85	100
Максимальное усилие прессования	$P_{max}$	Н	7000	6500	6000	7000	6500
Вес ползуна	$G_5$		400	380	400	350	420
Вес шатуна	$G_4$		50	40	35	45	40
Вес кулисы	$G_3$		150	120	140	130	120
Вес зубчатого колеса с кривошипом	$G_1$		100	80	100	70	90
Момент инерции кулисы	$J_{S_3}$	кг·м <sup>2</sup>	0,4	0,35	0,45	0,3	0,4
Момент инерции шатуна	$J_{S_4}$		0,1	0,08	0,06	0,1	0,07
Коэффициент неравномерности	$\delta$	–	1/30	1/25	1/20	1/30	1/20
Момент инерции вращающихся деталей (ротора, редуктора, зубчатых передач), приведенный к выходному валу редуктора	$J_{пр}$	кг·м <sup>2</sup>	30	20	30	20	20
Частота вращения электродвигателя	$n_6$	об/мин	1440	1350	970	1440	930
Угловая координата кривошипа для силового расчета	$\varphi_1$	град	120	150	120	150	120
Соотношение между ускорениями	$a_1/a_2$	–	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Ход толкателя кулачкового механизма	$h$	м	0,05	0,06	0,05	0,065	0,055
Частота вращения кулачка	$n_k$	об/мин	90	95	80	85	100
Максимально допустимый угол давления	$\alpha_{доп}$	град	30	28	30	28	25
Угол рабочего профиля	$\varphi_{раб}$		180	150	160	130	180
Угол выстоя	$\varphi_{выст}$		10	15	20	15	10
Число зубьев колес	$z_5$	–	12	13	14	12	14
	$z_6$	–	16	17	16	16	18
	$z_7$	–	24	25	24	32	22
Модуль зубчатых колес	$m$	мм	5	5	5	5	5
Число сателлитов в редукторе	$k$	–	3	3	3	3	3

Таблица П.1'9.2

$S_p/H$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$P/P_{max}$	0	0	0,04	0,09	0,2	0,3	0,4	0,55	0,7	1,0

## Г.10. Проектирование и исследование механизмов кривошипно-коленного пресса

### Назначение и краткое описание работы механизмов

Кривошипно-коленный пресс (рис. П.Г.10.1) предназначен для штамповки, холодной калибровки и чеканки. Высадочный механизм  $1-5$  является кривошипно-коромысловым. Коромысло  $3$  выполнено в виде шарнирного треугольника. Вследствие такой схемы рабочие скорости ползуна  $5$  в конце хода малы и жесткость механизма пресса увеличивается. Коленчатый вал  $1$  высадочного механизма приводится в движение от электродвигателя  $11$  при помощи планетарного редуктора  $12$  (рис. П.Г.10.1, *а, б*) и зубчатой передачи  $z_5, z_6$ . Маховик  $10$  размещен на валу  $1$ . Высадочный ползун  $5$  с закрепленным в нем пуансоном, совершая по вертикали возвратно-поступательное движение, осуществляет деформацию заготовки. Диаграмма усилий высадки представлена на рис. П.Г.10.2. Данные для построения указанной диаграммы – значения усилий высадки приведены в табл. П.Г.10.1.

*Таблица П.Г.10.1*

$S_F / H_b$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$P_c / P_{c \max}$	0,9	1,0	0,9	0,8	0

Подача заготовки производится при холостом ходе (вверх) ползуна  $5$ . Механизм подачи состоит из кулачка  $6$ , закрепленного на коленчатом валу  $1$ , коромыслового толкателя  $7$  и тяги  $8$  с ползуном  $9$ , снабженным приспособлением для подачи заготовки (рис. П.Г.10.1, *а*). Закон изменения ускорения толкателя изображен на рис. П.Г.10.3. Угол  $\varphi_{\text{выст}}$  принимают равным  $10^\circ$ .

Проектируют и исследуют механизмы кривошипно-коленного пресса по параметрам, приведенным в табл. П.Г.10.2.

*Примечание.* При проектировании кривошипно-коромыслового механизма по заданным условиям ( $H_b, H_b/H_F, l_{DE}, l_{BC} = l_{DC}, l_{BC}/l_{BD}, K_\omega$ ) для определения положения точки  $C$  на линии перемещения ползуна  $5$  принимают угол между вертикалью и шатуном  $4$  при крайнем нижнем положении ( $F''$ ) ползуна  $5$  не менее  $5^\circ$  (рис. П.Г.10.1, *а*).

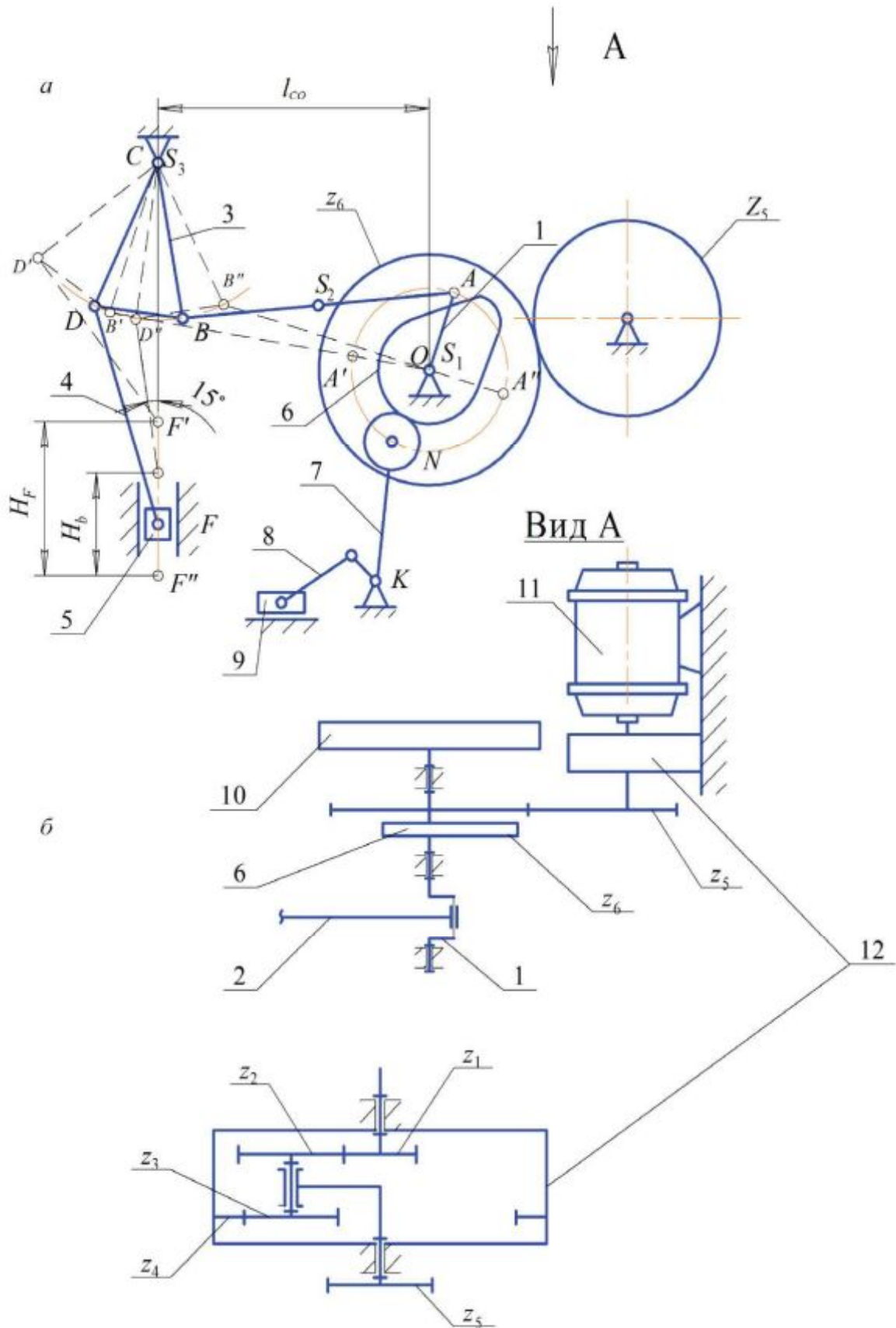


Рис. П.Г.10.1

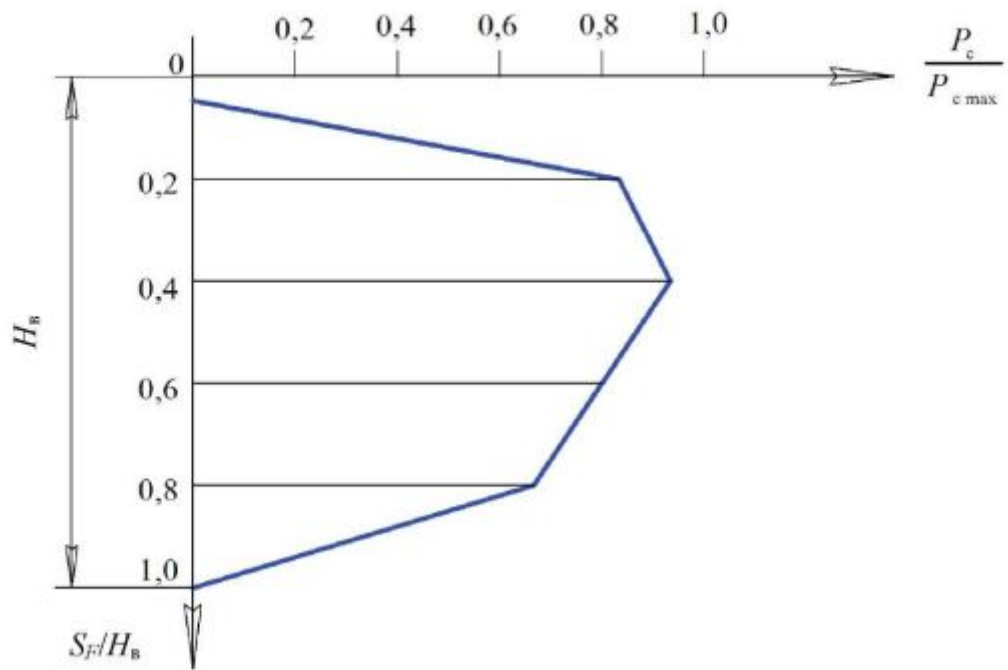


Рис. П.Г.10.2

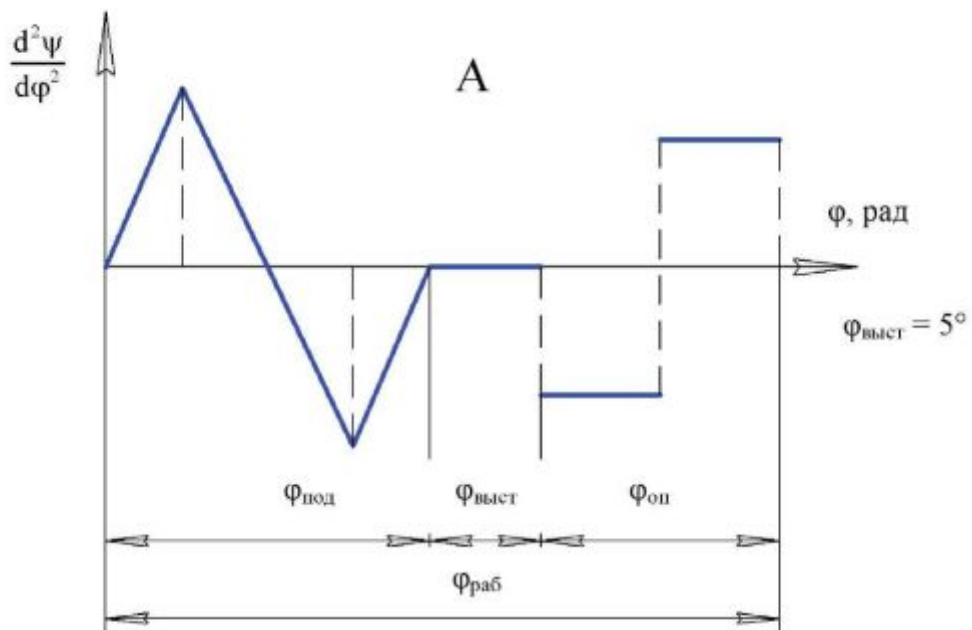


Рис. П.Г.10.3



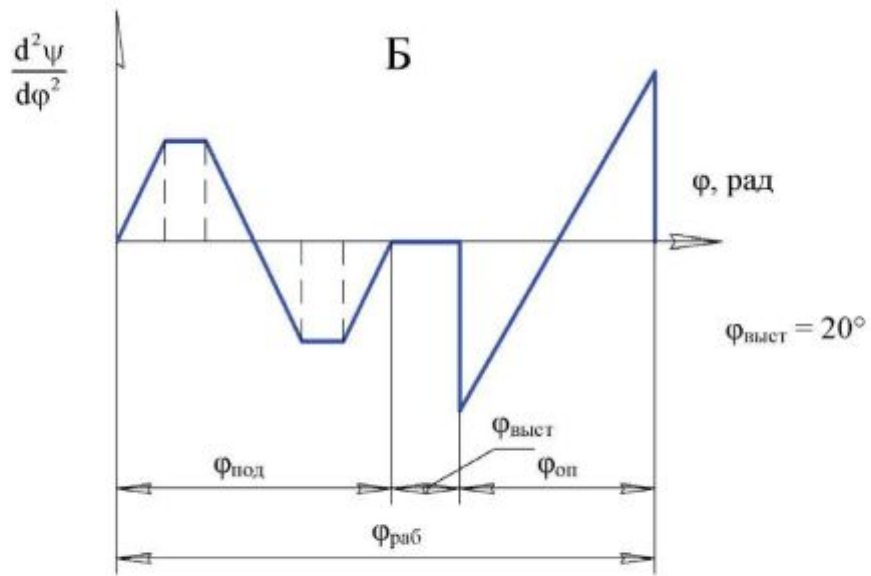


Рис. П.Г.10.4

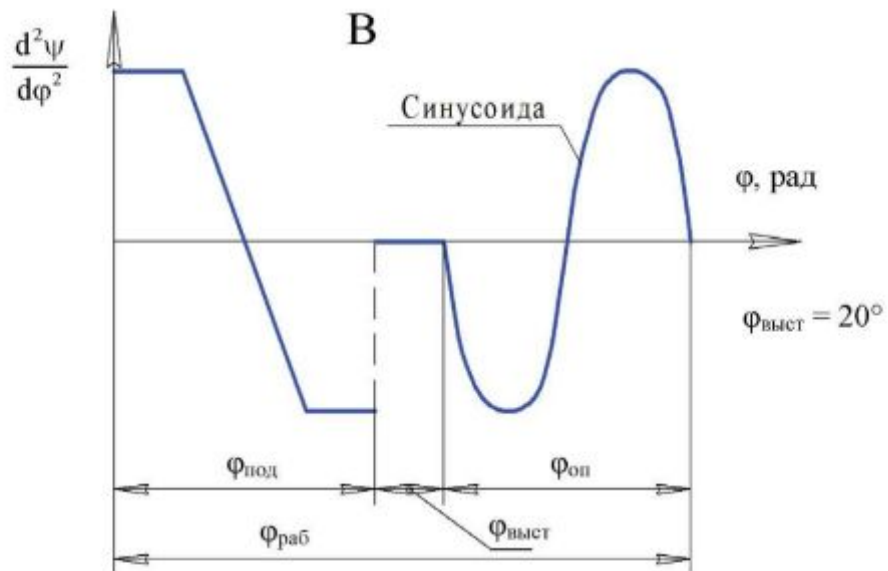


Рис. П.Г.10.5

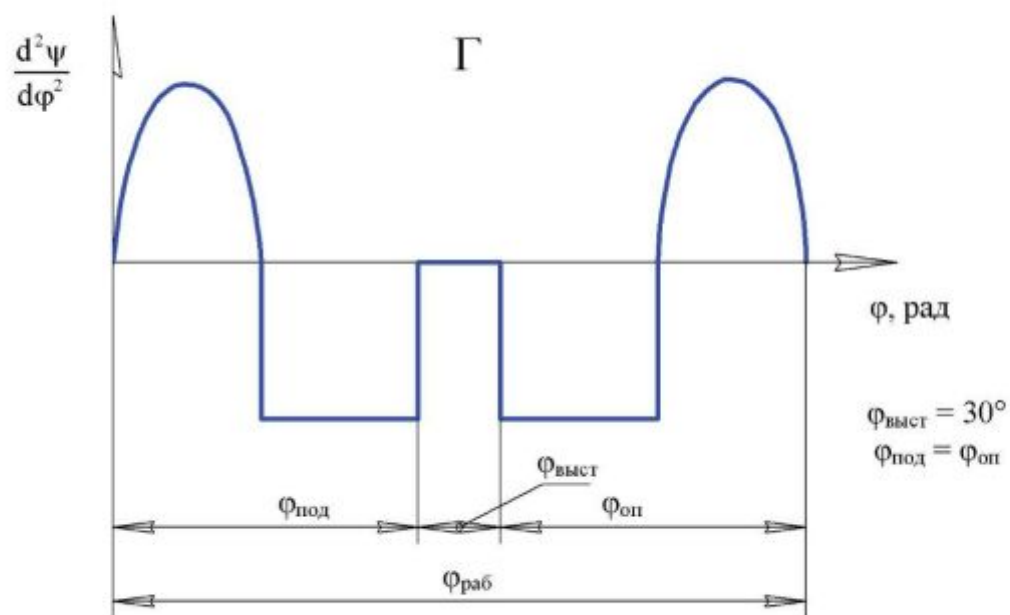


Рис. П.Г.10.6

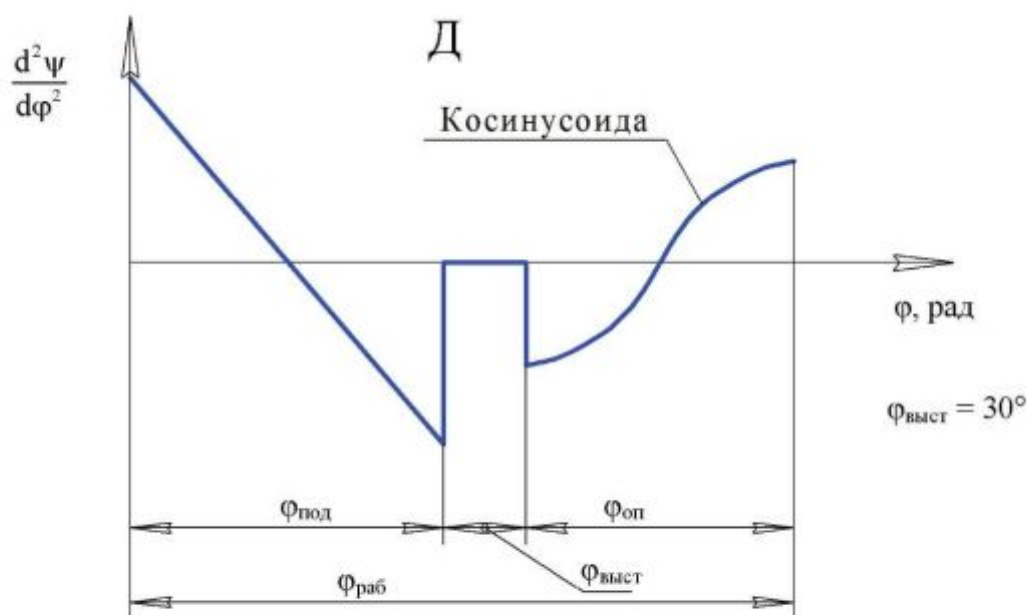


Рис. П.Г.10.7

Таблица П.Г.10.2

Наименование параметра	Обозначение	Размерность	Числовые значения для вариантов				
			А	Б	В	Г	Д
Частота вращения электродвигателя	$n_{\text{ном}}$	об/мин	2920	2920	2920	2920	2920
Частота вращения кривошипа	$n_1$	об/мин	130	160	130	150	140
Ход ползуна при высадке	$H_B$	м	0,020	0,035	0,040	0,030	0,040
Отношение высадочного хода ползуна к его полному ходу	$H_B/H_F$	–	1/3	1/2,5	1/3	1/2,5	1/3
Максимальное усилие высадки	$P_{e \text{ max}}$	Н	7500	8000	6500	8500	7000
Длина коромысла	$l_{BC} - l_{CD}$	м	0,22	0,20	0,22	0,20	0,18
Отношение сторон коромысла 3 (рис. П.Г.10.1, а)	$l_{BC}/l_{BD}$	–	2	2	2	2	2
Расстояние между осями вращения кривошипа 1 и коромысла 3	$l_{CD}$	м	0,28	0,30	0,30	0,28	0,27
Длина шатуна 4	$l_{DF}$	м	0,20	0,18	0,20	0,18	0,17
Коэффициент изменения средней скорости коромысла	$K_{\omega}$	–	1,12	1,15	1,10	1,12	1,15
Отношение, определяющее положение центра тяжести шатуна 2	$l_{AS_2}/l_{AB}$	–	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Вес шатуна 2	$G_2$	Н	30	35	35	35	30
Вес коромысла 3	$G_3$		40	45	40	45	40
Вес ползуна 5	$G_5$		100	90	100	90	80
Момент инерции шатуна 2	$J_{S_2}$	кг·м <sup>2</sup>	0,023	0,025	0,02	0,022	0,018
Момент инерции коромысла 3 относительно оси С	$J_{S_3}$		0,040	0,045	0,040	0,045	0,040
Коэффициент неравномерности вращения вала кривошипа	$\delta$	–	1/12	1/15	1/10	1/12	1/15
Маховой момент ротора электродвигателя и маховой момент планетарного редуктора с зубчатым колесом 5, приведенный к валу электродвигателя	$GD^2$	Н·м <sup>2</sup>	0,08	0,09	0,07	0,08	0,09
Момент инерции вала кривошипа	$J_{S_{10}}$	кг·м <sup>2</sup>	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1
Угловая координата кривошипа для силового расчета	$\varphi_1$	град	120	120	120	120	120
Угол поворота толкателя	$\psi_7$		20	22	21	20	22
Длина толкателя	$L_{NK}$	м	0,15	0,13	0,14	0,15	0,13
Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме	$\alpha_{\text{доп}}$	град	30	35	30	35	30
Угол рабочего профиля кулачка $\varphi_{\text{раб}} = \varphi_{\text{под}} + \varphi_{\text{оп}}$	$\varphi_{\text{под}}$	град	100	90	100	100	90
	$\varphi_{\text{оп}}$	град	60	60	50	70	70
Число зубьев колес	$z_5$	–	12	10	12	11	11
	$z_6$	–	17	16	16	18	15
Модуль зубчатых колес	$m_{S_6}$	мм	5	5	5	5	5
Число сателлитов в планетарном редукторе	$k$	–	3	3	3	3	3

**Приложение Д**  
**ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ АСИНХРОННЫЕ ТРЕХФАЗНЫЕ**  
**ЕДИНОЙ СЕРИИ 4А ЗАКРЫТЫЕ ОБДУВАЕМЫЕ**

*Таблица П.Д*

Синхронная частота вращения $n_c$ , об/мин	Тип двигателя	Мощность, кВт	Номинальная частота вращения $n_{ном}$ , об/мин	$J_p$ , кг·м <sup>2</sup>
750	4A71B8Y3	0,25	680	$74 \cdot 10^{-4}$
	4A80A8Y3	0,37	675	$1,35 \cdot 10^{-2}$
	4A80B8Y3	0,55	700	$1,62 \cdot 10^{-2}$
	4A90LA8Y3	0,75	700	$2,7 \cdot 10^{-2}$
	4A90LB8Y3	1,1	700	$3,45 \cdot 10^{-2}$
	4A100L8Y3	1,5	700	$5,2 \cdot 10^{-2}$
	4A112MA8Y3	2,2	700	$7 \cdot 10^{-2}$
	4A112MB8Y3	3,0	700	$10 \cdot 10^{-2}$
	4A132S8Y3	4,0	720	$17 \cdot 10^{-2}$
	4A132M8Y3	5,5	720	$23 \cdot 10^{-2}$
	4A160S8Y3	7,5	730	$55 \cdot 10^{-2}$
	4A160M8Y3	11,0	730	$72 \cdot 10^{-2}$
	4A180M8Y3	15,0	730	1,0
	4A200M8Y3	18,5	735	1,6
	4A200L8Y3	22,0	730	1,81
	4A225M8Y3	30,0	735	2,95
	4A250S8Y3	37,0	735	4,62
	4A250M8Y3	45,0	740	5,45
	4A280S8Y3	55,0	735	12,7
	4A280M8Y3	75,0	735	16,5
4A315S8Y3	90,0	740	19,7	
4A315M8Y3	110	740	23,4	
4A355S8Y3	132	740	36,2	
1000	4A63A6Y3	0,18	885	$69,4 \cdot 10^{-4}$
	4A63B6Y3	0,25	890	$86 \cdot 10^{-4}$
	4A71A6Y3	0,37	910	$67 \cdot 10^{-4}$
	4A71B6Y3	0,55	900	$81 \cdot 10^{-4}$
	4A80A6Y3	0,75	915	$1,85 \cdot 10^{-2}$
	4A80B6Y3	1,1	920	$1,84 \cdot 10^{-2}$
	4A90L6Y3	1,5	935	$2,94 \cdot 10^{-2}$
	4A100L6Y3	2,2	950	$5,24 \cdot 10^{-2}$
	4A112MA6Y3	3,0	955	$7,0 \cdot 10^{-2}$
	4A112MB6Y3	4,0	950	$8,0 \cdot 10^{-2}$
	4A132S6Y3	5,5	965	$16,0 \cdot 10^{-2}$
	4A132M6Y3	7,5	970	$23,0 \cdot 10^{-2}$
	4A160S6Y3	11,0	975	$55,0 \cdot 10^{-2}$
	4A160M6Y3	15,0	975	$73,0 \cdot 10^{-2}$
	4A180M6Y3	18,5	975	$88,0 \cdot 10^{-2}$
	4A200M6Y3	22,0	975	1,6
	4A200L6Y3	30,0	980	1,81
	4A225M6Y3	37,0	980	2,95
	4A250S6Y3	45,0	985	4,62
	4A250M6Y3	55,0	985	5,04
4A280S6Y3	75,0	985	11,7	
4A280M6Y3	90,0	985	13,5	
4A315S6Y3	110	985	16	

Окончание табл. П.Д

Синхронная частота вращения $n_c$ , об/мин	Тип двигателя	Мощность, кВт	Номинальная частота вращения $n_{ном}$ , об/мин	$J_p$ , кг·м <sup>2</sup>
1500	4A50A4Y3	0,06	1380	$1,15 \cdot 10^{-4}$
	4A50B4Y3	0,09	1370	$1,3 \cdot 10^{-4}$
	4A56A4Y3	0,12	1375	$28 \cdot 10^{-4}$
	4A56B4Y3	0,18	1365	$31,5 \cdot 10^{-4}$
	4A63A4Y3	0,25	1380	$49,5 \cdot 10^{-4}$
	4A63B4Y3	0,37	1365	$52 \cdot 10^{-4}$
	4A71A4Y3	0,55	1390	$55 \cdot 10^{-4}$
	4A71B4Y3	0,75	1390	$57 \cdot 10^{-4}$
	4A80A4Y3	1,1	1420	$1,29 \cdot 10^{-2}$
	4A80B4Y3	1,5	1415	$1,33 \cdot 10^{-2}$
	4A90L4Y3	2,2	1425	$2,24 \cdot 10^{-2}$
	4A100S4Y3	3,0	1435	$3,47 \cdot 10^{-2}$
	4A100L4Y3	4,0	1430	$4,5 \cdot 10^{-2}$
	4A112M4Y3	5,5	1445	$7,0 \cdot 10^{-2}$
	4A132S4Y3	7,5	1455	0,11
	4A132M4Y3	11,0	1460	0,16
	4A160S4Y3	15,0	1465	0,41
	4A160M4Y3	18,5	1465	0,51
	4A180S4Y3	22,0	1470	0,76
	4A180M4Y3	30,0	1470	0,93
	4A200M4Y3	37,0	1475	1,47
	4A200L4Y3	45,0	1475	1,78
	4A225M4Y3	55,0	1480	2,56
	4A250S4Y3	75,0	1480	4,08
4A250M1Y3	90,0	1470	4,67	
4A280S4Y3	110	1480	9,2	
4A280M4Y3	132	1480	9,9	
3000	4A50A2Y3	0,09	2740	$0,98 \cdot 10^{-4}$
	4A50B2Y3	0,12	2710	$1,07 \cdot 10^{-4}$
	4A56A2Y3	0,18	2800	$16,6 \cdot 10^{-4}$
	4A56B2Y3	0,25	2770	$18,6 \cdot 10^{-4}$
	4A63A2Y3	0,37	2750	$30,5 \cdot 10^{-4}$
	4A63B2Y3	0,55	2740	$36 \cdot 10^{-4}$
	4A71A2Y3	0,75	2840	$39 \cdot 10^{-4}$
	4A71B2Y3	1,1	2810	$42 \cdot 10^{-4}$
	4A80A2Y3	1,5	2850	$73 \cdot 10^{-4}$
	4A80B2Y3	2,2	2850	$85 \cdot 10^{-4}$
	4A90L2Y3	3	2840	$1,41 \cdot 10^{-2}$
	4A100S2Y3	4	2880	$2,37 \cdot 10^{-2}$
	4A100L2Y3	5,5	2880	0,03
	4A112M2Y3	7,5	2900	0,04
	4A132M2Y3	11	2900	0,09
	4A160S2Y3	15	2940	0,19
	4A160M2Y3	18,5	2940	0,21
	4A180S2Y3	22	2945	0,28
	4A180M2Y3	30	2945	0,34
	4A200M2Y3	37	2945	0,58
	4A200L2Y3	45	2945	0,67
	4A225M2Y3	55	2945	1,0
	4A250S2Y3	75	2960	1,86
	4A250M2Y3	90	2960	2,08
4A280S2Y3	110	2970	4,36	
4A280M2Y3	132	2970	4,76	

**Приложение Е**  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ**

Таблица П.Е.1

$z_{j+1}$	Значения коэффициентов $x_j$ и $x_{j-1}$ для неравносмещенного внешнего зацепления при $1 \leq n_{j+1} \leq 2$															
	при $z_j$															
	11		12		13		14		15		16					
	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j+1}$
11	0,395	0,395	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0,432	0,372	0,444	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13	0,464	0,354	0,479	0,423	0,486	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	0,490	0,341	0,515	0,400	0,524	0,462	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	0,513	0,330	0,543	0,386	0,557	0,443	0,525	0,506	0,571	0,571	—	—	—	—	—	—
16	0,534	0,322	0,566	0,376	0,588	0,426	0,600	0,485	0,609	0,609	0,547	0,608	0,608	0,608	0,608	0,608
17	0,551	0,317	0,589	0,365	0,614	0,414	0,631	0,468	0,644	0,644	0,526	0,644	0,644	0,644	0,644	0,644
18	0,568	0,312	0,609	0,358	0,636	0,405	0,661	0,452	0,677	0,677	0,508	0,678	0,678	0,678	0,678	0,678
19	0,584	0,308	0,626	0,333	0,659	0,394	0,686	0,441	0,706	0,706	0,492	0,716	0,716	0,716	0,716	0,716
20	0,601	0,303	0,646	0,345	0,676	0,389	0,706	0,433	0,731	0,731	0,481	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744
21	0,617	0,299	0,663	0,341	0,694	0,384	0,726	0,426	0,754	0,754	0,472	0,776	0,776	0,776	0,776	0,776
22	0,630	0,297	0,679	0,337	0,714	0,376	0,745	0,419	0,775	0,775	0,463	0,793	0,793	0,793	0,793	0,793
23	—	—	0,693	0,334	0,730	0,372	0,763	0,414	0,792	0,792	0,458	0,815	0,815	0,815	0,815	0,815
24	—	—	0,706	0,333	0,745	0,369	0,780	0,490	0,813	0,813	0,449	0,834	0,834	0,834	0,834	0,834
25	—	—	—	—	0,758	0,368	0,796	0,405	0,830	0,830	0,445	0,854	0,854	0,854	0,854	0,854
26	—	—	—	—	0,773	0,365	0,813	0,400	0,848	0,848	0,440	0,869	0,869	0,869	0,869	0,869
27	—	—	—	—	—	—	0,826	0,399	0,862	0,862	0,438	0,892	0,892	0,892	0,892	0,892
28	—	—	—	—	—	—	0,840	0,397	0,881	0,881	0,431	0,907	0,907	0,907	0,907	0,907
29	—	—	—	—	—	—	—	—	0,894	0,894	0,430	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921
30	—	—	—	—	—	—	—	—	0,908	0,908	0,428	0,936	0,936	0,936	0,936	0,936
31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

$z_{j+1}$	Значения коэффициентов $x_j$ и $x_{j-1}$ для неравносмещенного внешнего зацепления при $1 \leq u_{j-1} \leq 2$															
	при $z_j$															
	11		12		13		14		15		16					
	$x_j$	$x_{j-1}$	$x_j$	$x_{j+1}$	$x_j$	$x_{j-1}$	$x_j$	$x_{j-1}$	$x_j$	$x_{j-1}$	$x_j$	$x_{j-1}$	$x_j$	$x_{j-1}$	$x_j$	$x_{j-1}$
17	0,646	0,646	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	0,683	0,624	0,684	0,684	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	0,720	0,601	0,723	0,658	0,720	0,720	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	0,756	0,580	0,756	0,639	0,756	0,699	0,755	0,755	—	—	—	—	—	—	—	—
21	0,781	0,568	0,792	0,617	0,793	0,676	0,793	0,731	0,782	0,782	—	—	—	—	—	—
22	0,809	0,554	0,814	0,609	0,830	0,652	0,831	0,707	0,821	0,758	0,812	0,812	—	—	—	—
23	0,833	0,543	0,849	0,588	0,860	0,636	0,866	0,686	0,861	0,732	0,850	0,787	—	—	—	—
24	0,856	0,534	0,871	0,579	0,888	0,622	0,893	0,673	0,892	0,715	0,884	0,767	—	—	—	—
25	0,878	0,526	0,898	0,566	0,915	0,609	0,926	0,654	0,925	0,696	0,924	0,742	—	—	—	—
26	0,898	0,517	0,916	0,561	0,937	0,601	0,948	0,645	0,951	0,683	0,950	0,729	—	—	—	—
27	0,916	0,511	0,937	0,552	0,959	0,592	0,976	0,632	0,976	0,672	0,984	0,708	—	—	—	—
28	0,936	0,504	0,958	0,543	0,980	0,583	0,997	0,624	1,000	0,662	1,007	0,700	—	—	—	—
29	0,952	0,500	0,976	0,537	0,997	0,578	1,018	0,615	1,023	0,651	1,031	0,689	—	—	—	—
30	0,968	0,496	0,994	0,532	1,017	0,571	1,038	0,608	1,045	0,641	1,015	0,681	—	—	—	—
31	0,981	0,495	1,011	0,528	1,038	0,562	1,056	0,602	1,065	0,634	1,075	0,659	—	—	—	—
32	0,999	0,490	1,026	0,525	1,054	0,559	1,076	0,594	1,082	0,629	1,094	0,662	—	—	—	—
33	1,014	0,487	1,041	0,522	1,071	0,554	1,093	0,589	1,102	0,622	1,114	0,655	—	—	—	—
34	1,030	0,483	1,059	0,516	1,088	0,550	1,110	0,584	1,122	0,614	1,131	0,650	—	—	—	—
35	—	—	1,072	0,515	1,112	0,547	1,127	0,580	1,140	0,608	1,154	0,639	—	—	—	—
36	—	—	1,088	0,511	1,117	0,545	1,141	0,578	1,157	0,603	1,172	0,634	—	—	—	—
37	—	—	—	—	1,131	0,542	1,159	0,573	1,171	0,601	1,187	0,631	—	—	—	—
38	—	—	—	—	1,145	0,540	1,173	0,570	1,186	0,599	1,204	0,626	—	—	—	—
39	—	—	—	—	—	—	1,187	0,568	1,201	0,595	1,222	0,622	—	—	—	—

Таблица П.Е.2

Значения коэффициентов $y$ и $x_j$ для неравносмещенного внешнего зацепления при $2 \leq i_{jj+1} \leq 5$											
$z_j$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$y$	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,25
$x_j$	0,66	0,73	0,80	0,86	0,92	0,98	1,04	1,10	1,16	1,22	1,27

Таблица П.Е.3

$z_{j-1}$	Значения коэффициента $x_{j+1}$ для неравносмещенного внешнего зацепления при $2 \leq i_{jj+1} \leq 5$																		
	при $z_j$																		
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21								
25	0,442	0,425	–	–	–	–	–	–	–	–	–								
30	0,501	0,486	0,471	0,463	–	–	–	–	–	–	–								
35	0,556	0,542	0,528	0,522	0,518	0,512	0,505	–	–	–	–								
40	0,610	0,596	0,582	0,577	0,575	0,569	0,564	0,560	0,553	–	–								
45	0,661	0,648	0,635	0,632	0,628	0,624	0,620	0,616	0,611	0,606	0,566								
50	0,709	0,696	0,685	0,684	0,682	0,617	0,674	0,671	0,677	0,662	0,623								
55	0,754	0,745	0,734	0,732	0,731	0,728	0,727	0,722	0,720	0,716	0,677								
60	–	0,789	0,782	0,780	0,779	0,778	0,777	0,773	0,772	0,769	0,729								
65	–	–	0,822	0,825	0,826	0,827	0,823	0,821	0,820	0,800	0,778								
70	–	–	–	0,866	0,870	0,872	0,874	0,871	0,869	0,868	0,828								
75	–	–	–	–	0,909	0,914	0,917	0,920	0,919	0,916	0,876								
80	–	–	–	–	–	0,954	0,957	0,961	0,962	0,965	0,924								
85	–	–	–	–	–	–	0,998	1,010	1,003	1,008	0,964								
90	–	–	–	–	–	–	–	1,042	1,046	1,048	1,005								
95	–	–	–	–	–	–	–	–	1,086	1,088	1,045								



Таблица П.Е.4

$z_{j-1}$	Значения коэффициента $x_j = -x_{j+1}$ для равносмещенного внешнего зацепления с выравненными коэффициентами относительного скольжения											
	при $z_j$											
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
19	-	-	-	-	0,124	0,094	0,060	0,030	-	-	-	-
20	-	-	-	0,182	0,159	0,120	0,086	0,066	0,027	-	-	-
21	-	-	0,241	0,220	0,181	0,144	0,110	0,080	0,052	0,025	-	-
22	-	0,300	0,283	0,239	0,201	0,165	0,131	0,101	0,073	0,047	0,023	-
23	0,358	0,343	0,299	0,256	0,219	0,183	0,149	0,119	0,092	0,067	0,043	0,021
24	0,400	0,350	0,313	0,271	0,235	0,199	0,165	0,136	0,109	0,085	0,062	0,041
25	0,400	0,350	0,326	0,285	0,248	0,213	0,180	0,151	0,125	0,101	0,079	0,058
26	0,400	0,350	0,337	0,297	0,260	0,226	0,191	0,168	0,138	0,115	0,094	0,073
27	0,400	0,350	0,347	0,308	0,271	0,238	0,205	0,178	0,152	0,128	0,107	0,087
28	0,400	0,350	0,356	0,318	0,281	0,249	0,216	0,189	0,163	0,140	0,110	0,100
29	0,400	0,350	0,364	0,327	0,299	0,256	0,226	0,199	0,173	0,150	0,130	0,111
30	0,400	0,350	0,372	0,335	0,300	0,266	0,235	0,208	0,183	0,160	0,140	0,122
31	0,400	0,350	0,379	0,343	0,308	0,274	0,243	0,216	0,192	0,170	0,150	0,132
32	0,400	0,350	0,385	0,350	0,315	0,282	0,251	0,224	0,201	0,178	0,159	0,141
34	0,400	0,350	0,390	0,363	0,329	0,296	0,265	0,238	0,215	0,194	0,175	0,158
36	0,400	0,350	0,390	0,375	0,341	0,309	0,279	0,253	0,230	0,210	0,191	0,174
38	0,400	0,350	0,390	0,385	0,353	0,322	0,293	0,266	0,246	0,226	0,207	0,190
40	0,400	0,350	0,390	0,395	0,363	0,333	0,306	0,282	0,260	0,240	0,222	0,225
44	0,400	0,350	0,390	0,409	0,378	0,350	0,325	0,301	0,280	0,260	0,242	0,225
48	0,400	0,350	0,390	0,430	0,404	0,378	0,354	0,332	0,312	0,292	0,275	0,252
56	0,400	0,350	0,390	0,430	0,414	0,399	0,364	0,343	0,324	0,305	0,287	0,271
60	0,400	0,350	0,390	0,430	0,423	0,397	0,374	0,353	0,334	0,316	0,299	0,283
66	0,400	0,350	0,390	0,430	0,435	0,409	0,388	0,366	0,349	0,331	0,312	0,300

**Приложение Ж**  
**ЭВОЛЬВЕНТНЫЕ УГЛЫ  $\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha$**

*Таблица П.Ж*

<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>
15,0°	0,006150	16,0°	0,007493	17,0°	0,009025	18,0°	0,010760
15,1°	0,006376	16,1°	0,007637	17,1°	0,009189	18,1°	0,010946
15,2°	0,006404	16,2°	0,007784	17,2°	0,009355	18,2°	0,011133
15,3°	0,006534	16,3°	0,007932	17,3°	0,009523	18,3°	0,011323
15,4°	0,006665	16,4°	0,08082	17,4°	0,009694	18,4°	0,011515
15,5°	0,006799	16,5°	0,008234	17,5°	0,009866	18,5°	0,011709
15,6°	0,006934	16,6°	0,008388	17,6°	0,010041	18,6°	0,011906
15,7°	0,007071	16,7°	0,008544	17,7°	0,010217	18,7°	0,012105
15,8°	0,007209	16,8°	0,008702	17,8°	0,010396	18,8°	0,012306
15,9°	0,007350	16,9°	0,008863	17,9°	0,010559	18,9°	0,012509
<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>
19,0°	0,012715	20,0°	0,014904	21,0°	0,017345	22,0°	0,020054
19,1°	0,012923	20,1°	0,015137	21,1°	0,017603	22,1°	0,020340
19,2°	0,013134	20,2°	0,015372	21,2°	0,017865	22,2°	0,020629
19,3°	0,013346	20,3°	0,015609	21,3°	0,018129	22,3°	0,020921
19,4°	0,013562	20,4°	0,015849	21,4°	0,018395	22,4°	0,021217
19,5°	0,013779	20,5°	0,016092	21,5°	0,018665	22,5°	0,021514
19,6°	0,013999	20,6°	0,016337	21,6°	0,018937	22,6°	0,021815
19,7°	0,014222	20,7°	0,016585	21,7°	0,019212	22,7°	0,022119
19,8°	0,014447	20,8°	0,016836	21,8°	0,019490	22,8°	0,022426
19,9°	0,014674	20,9°	0,017089	21,9°	0,019770	22,9°	0,022705
<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\text{inv } \alpha</math></b>
23,0°	0,023049	24,0°	0,026350	25,0°	0,029975	26,0°	0,033947
23,1°	0,023365	24,1°	0,026697	25,1°	0,030357	26,1°	0,034364
23,2°	0,023684	24,2°	0,027048	25,2°	0,030741	26,2°	0,034785
23,3°	0,024006	24,3°	0,027402	25,3°	0,031130	26,3°	0,035209
23,4°	0,024332	24,4°	0,027760	25,4°	0,031521	26,4°	0,035637
23,5°	0,024660	24,5°	0,028121	25,5°	0,031917	26,5°	0,036069
23,6°	0,024992	24,6°	0,028485	25,6°	0,032315	26,6°	0,03650
23,7°	0,025326	24,7°	0,028852	25,7°	0,032718	26,7°	0,036945
23,8°	0,025664	24,8°	0,029223	25,8°	0,033124	26,8°	0,037388
23,9°	0,026005	24,9°	0,029598	25,9°	0,033534	26,9°	0,037835

Продолжение табл. П.Ж

$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$
27,0°	0,038287	28,0°	0,043017	29,0°	0,048164	30,0°	0,053751
27,1°	0,038742	28,1°	0,043513	29,1°	0,048702	30,1°	0,054336
27,2°	0,039201	28,2°	0,044012	29,2°	0,049245	30,2°	0,054924
27,3°	0,039664	28,3°	0,044516	29,3°	0,049792	30,3°	0,055518
27,4°	0,040131	28,4°	0,045024	29,4°	0,050344	30,4°	0,056116
27,5°	0,040602	28,5°	0,045537	29,5°	0,050901	30,5°	0,056720
27,6°	0,041076	28,6°	0,046054	29,6°	0,051452	30,6°	0,057328
27,7°	0,041556	28,7°	0,046575	29,7°	0,052027	30,7°	0,057940
27,8°	0,042039	28,8°	0,047100	29,8°	0,052594	30,8°	0,058558
27,9°	0,042526	28,9°	0,047629	29,9°	0,053172	30,9°	0,059181
$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$
31,0°	0,059809	32,0°	0,066364	33,0°	0,073449	34,0°	0,081097
31,1°	0,060441	32,1°	0,067048	33,1°	0,074188	34,1°	0,081894
31,2°	0,061079	32,2°	0,067738	33,2°	0,074932	34,2°	0,082697
31,3°	0,061721	32,3°	0,068432	33,3°	0,075683	34,3°	0,083506
31,4°	0,062369	32,4°	0,069133	33,4°	0,076439	34,4°	0,084221
31,5°	0,063022	32,5°	0,069838	33,5°	0,077200	34,5°	0,085142
31,6°	0,063680	32,6°	0,070549	33,6°	0,077968	34,6°	0,085970
31,7°	0,064343	32,7°	0,071266	33,7°	0,078741	34,7°	0,086804
31,8°	0,065012	32,8°	0,071988	33,8°	0,079520	34,8°	0,087644
31,9°	0,065685	32,9°	0,072716	33,9°	0,080305	34,9°	0,088490
$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$
35,0°	0,089342	36,0°	0,098224	37,0°	0,107782	38,0°	0,118061
35,1°	0,090201	36,1°	0,099149	37,1°	0,108777	38,1°	0,119130
35,2°	0,091066	36,2°	0,100080	37,2°	0,109779	38,2°	0,120207
35,3°	0,091938	36,3°	0,101019	37,3°	0,110788	38,3°	0,121291
35,4°	0,092816	36,4°	0,101964	37,4°	0,111805	38,4°	0,122384
35,5°	0,093701	36,5°	0,102916	37,5°	0,112829	38,5°	0,123484
35,6°	0,094592	36,6°	0,103875	37,6°	0,113860	38,6°	0,124592
35,7°	0,095490	36,7°	0,104841	37,7°	0,114899	38,7°	0,125709
35,8°	0,096395	36,8°	0,105814	37,8°	0,115945	38,8°	0,126833
35,9°	0,097306	36,9°	0,106795	37,9°	0,116999	38,9°	0,127965

$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$
39,0°	0,129106	40,0°	0,140968	41,0°	0,153702	42,0°	0,167366
39,1°	0,130254	40,1°	0,142201	41,1°	0,155025	42,1°	0,168786
39,2°	0,131411	40,2°	0,143443	41,2°	0,156358	42,2°	0,170216
39,3°	0,132576	40,3°	0,144694	41,3°	0,157700	42,3°	0,171656
39,4°	0,133750	40,4°	0,145954	41,4°	0,159052	42,4°	0,173106
39,5°	0,134931	40,5°	0,147222	41,5°	0,160414	42,5°	0,174566
39,6°	0,136122	40,6°	0,148500	41,6°	0,161785	42,6°	0,176037
39,7°	0,137320	40,7°	0,149787	41,7°	0,163165	42,7°	0,177518
39,8°	0,138528	40,8°	0,151083	41,8°	0,164556	42,8°	0,179009
39,9°	0,139743	40,9°	0,152387	41,9°	0,165956	42,9°	0,180511
$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$
43,0°	0,182024	44,0°	0,197744	45,0°	0,214602	46,0°	0,232679
43,1°	0,183547	44,1°	0,199377	45,1°	0,216353	46,1°	0,234557
43,2°	0,185080	44,2°	0,201022	45,2°	0,218117	46,2°	0,236448
43,3°	0,186625	44,3°	0,202678	45,3°	0,219893	46,3°	0,238353
43,4°	0,188180	44,4°	0,204346	45,4°	0,221683	46,4°	0,240271
43,5°	0,189746	44,5°	0,206026	45,5°	0,223483	46,5°	0,242202
43,6°	0,191324	44,6°	0,207717	45,6°	0,225296	46,6°	0,244147
43,7°	0,192912	44,7°	0,209420	45,7°	0,227123	46,7°	0,246105
43,8°	0,194511	44,8°	0,211135	45,8°	0,228962	46,8°	0,248078
43,9°	0,196122	44,9°	0,212863	45,9°	0,230814	46,9°	0,250064
$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$	$\alpha$	$\text{inv } \alpha$
47,0°	0,252064	48,0°	0,272854	49,0°	0,295157	50,0°	0,319089
47,1°	0,254078	48,1°	0,275015	49,1°	0,297475	50,1°	0,321577
47,2°	0,256106	48,2°	0,277190	49,2°	0,299809	50,2°	0,324082
47,3°	0,258149	48,3°	0,279381	49,3°	0,302160	50,3°	0,326605
47,4°	0,260206	48,4°	0,281588	49,4°	0,304527	50,4°	0,329146
47,5°	0,262277	48,5°	0,283810	49,5°	0,306912	50,5°	0,331706
47,6°	0,264363	48,6°	0,286047	49,6°	0,309313	50,6°	0,334283
47,7°	0,266464	48,7°	0,288301	49,7°	0,311731	50,7°	0,336879
47,8°	0,268579	48,8°	0,290570	49,8°	0,314166	50,8°	0,339494
47,9°	0,270709	48,9°	0,292856	49,9°	0,316619	50,9°	0,342127

## Приложение И БЛОКИРУЮЩИЕ КОНТУРЫ

Представлены блокирующие контуры для зубчатых передач внешнего зацепления, нарезаемых речным инструментом, имеющих комбинации чисел зубьев шестерни и колеса (табл. П.И, рис. П.И.1—П.И.24).

Таблица П.И

$z_1$	$z_2$							
12	12	14	16	18	22	28	34	42
15	15	18	22	28	34	42	—	—
18	18	22	28	34	42	—	—	—
22	22	25	28	34	42	—	—	—

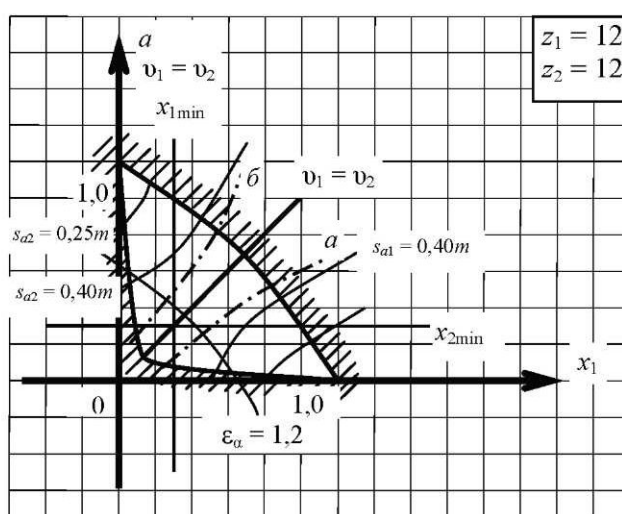


Рис. П.И.1

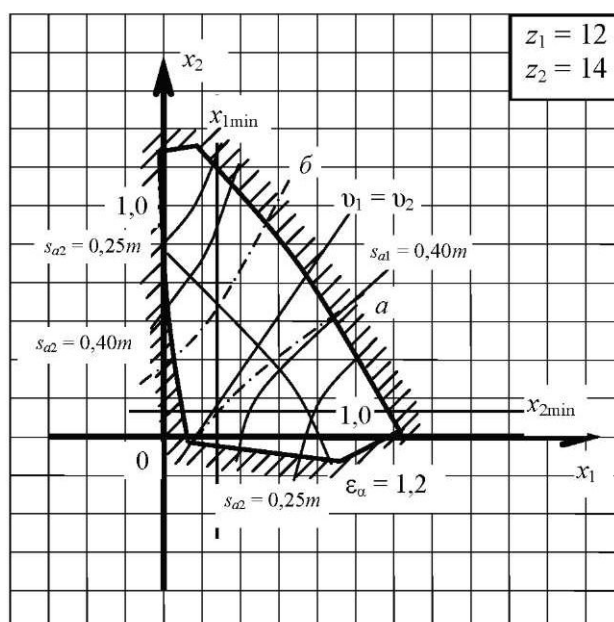


Рис. П.И.2

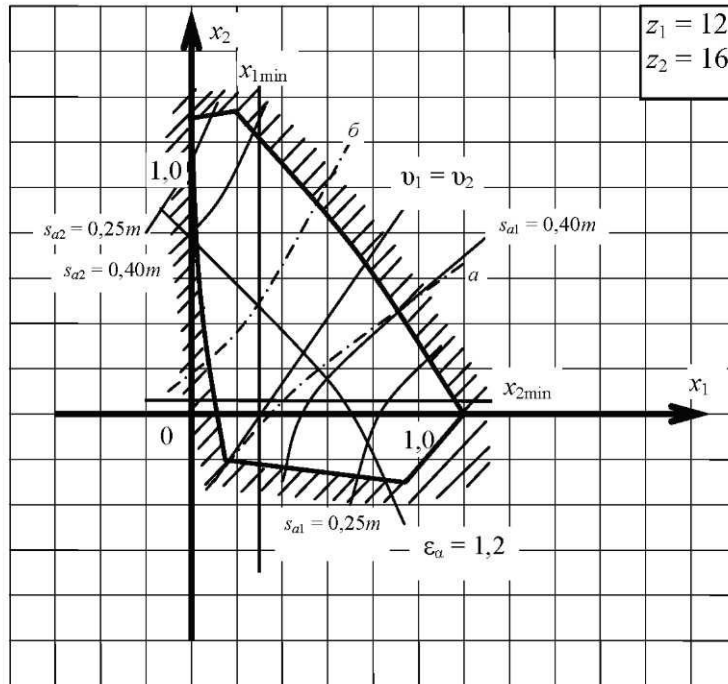


Рис. П.И.3

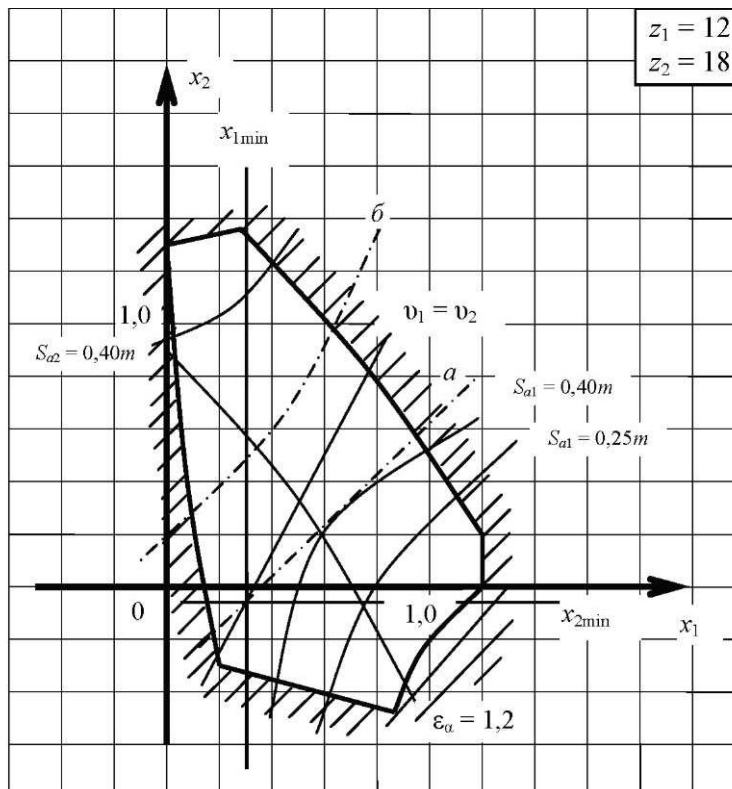


Рис. П.И.4

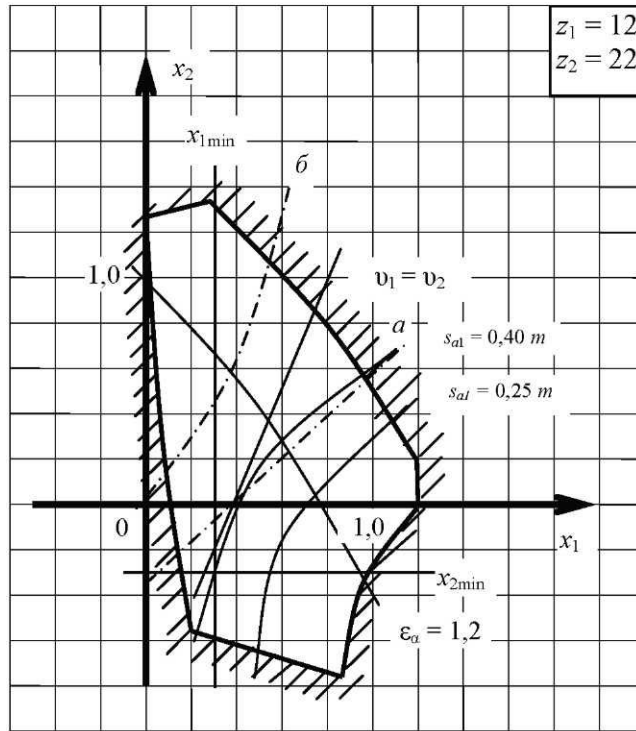


Рис. П.И.5

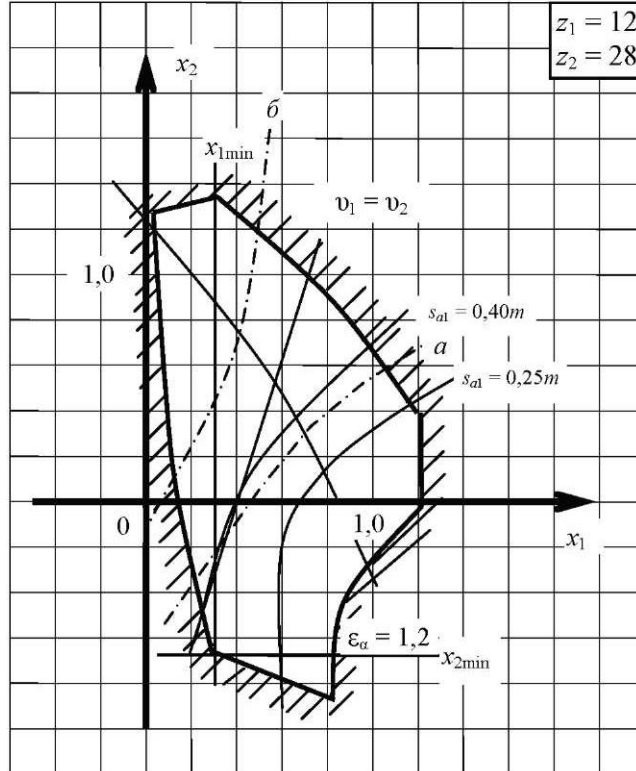


Рис. П.И.6

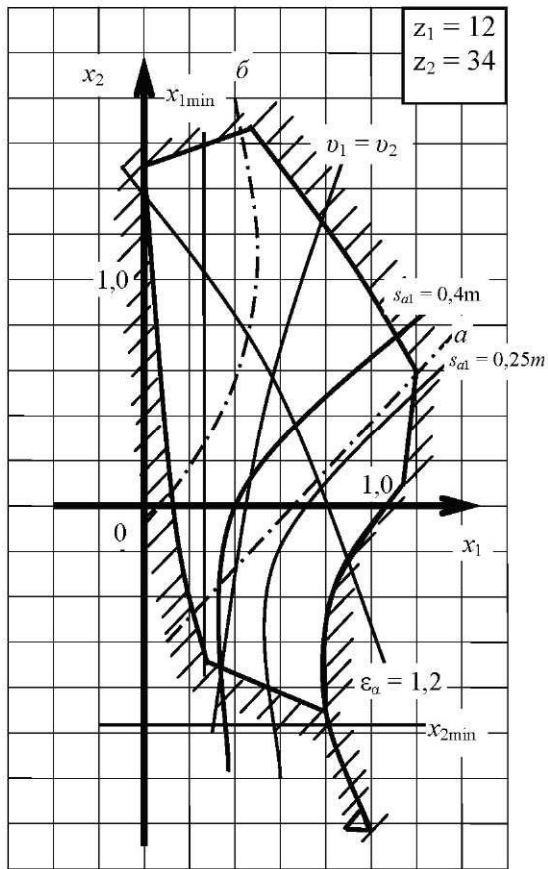


Рис. П.И.7

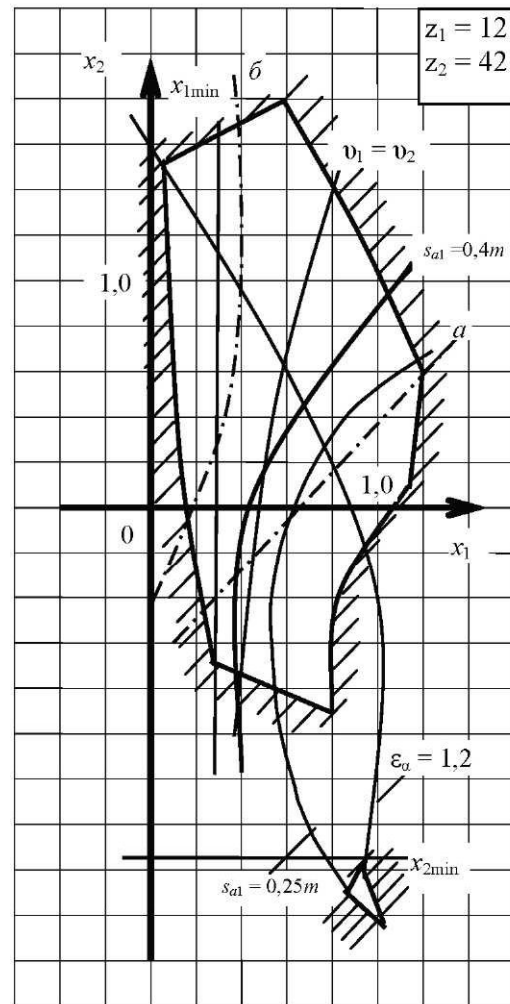


Рис. П.И.8

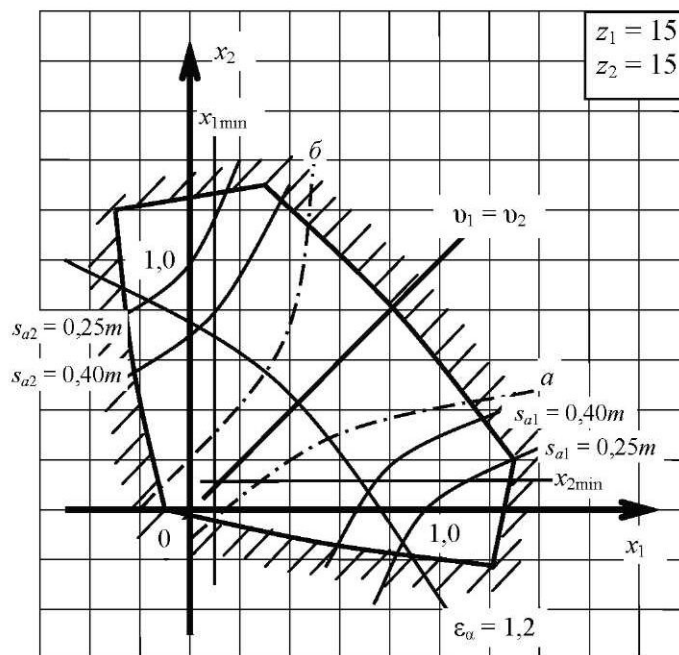


Рис. П.И.9



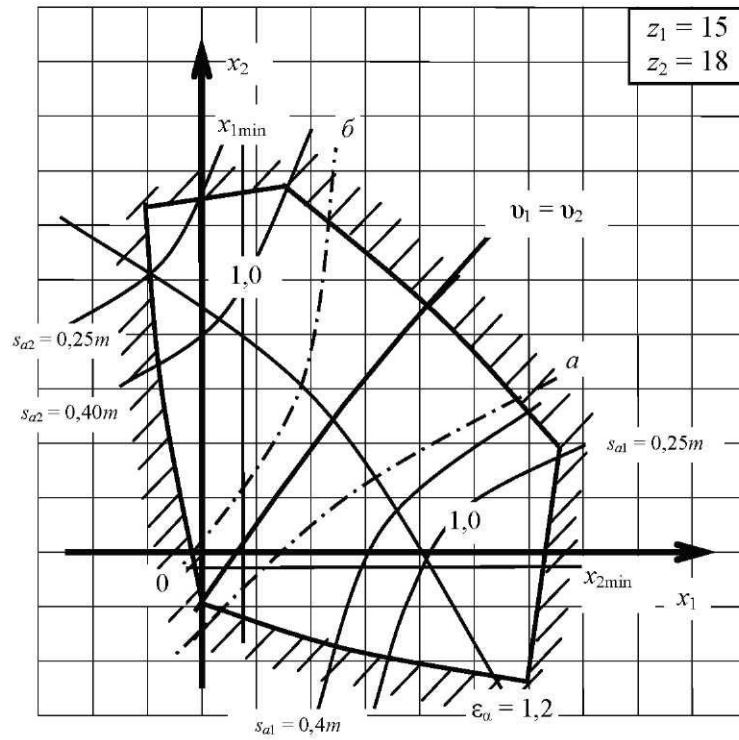


Рис. П.И.10

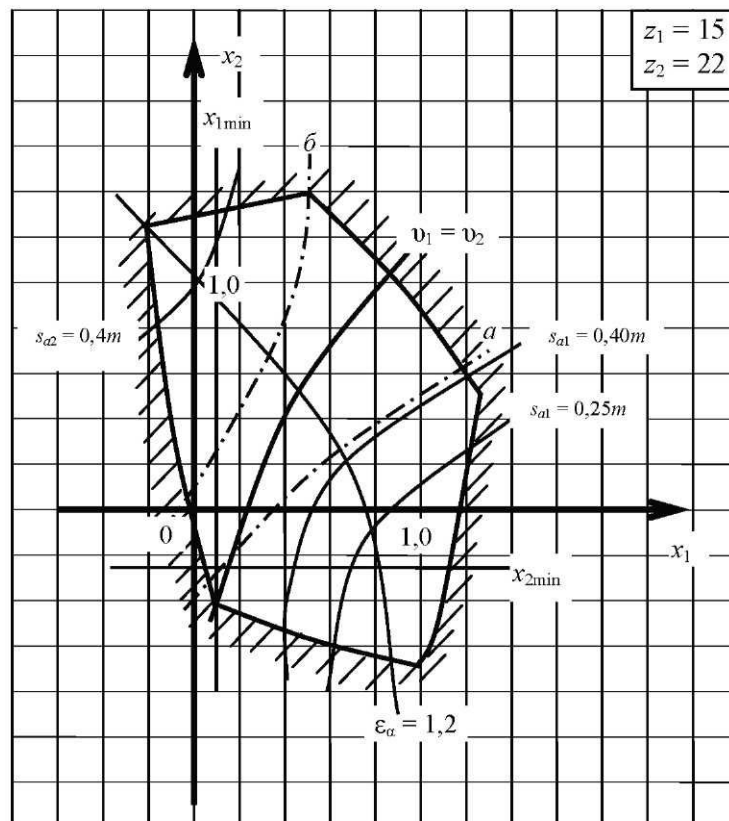


Рис. П.И.11

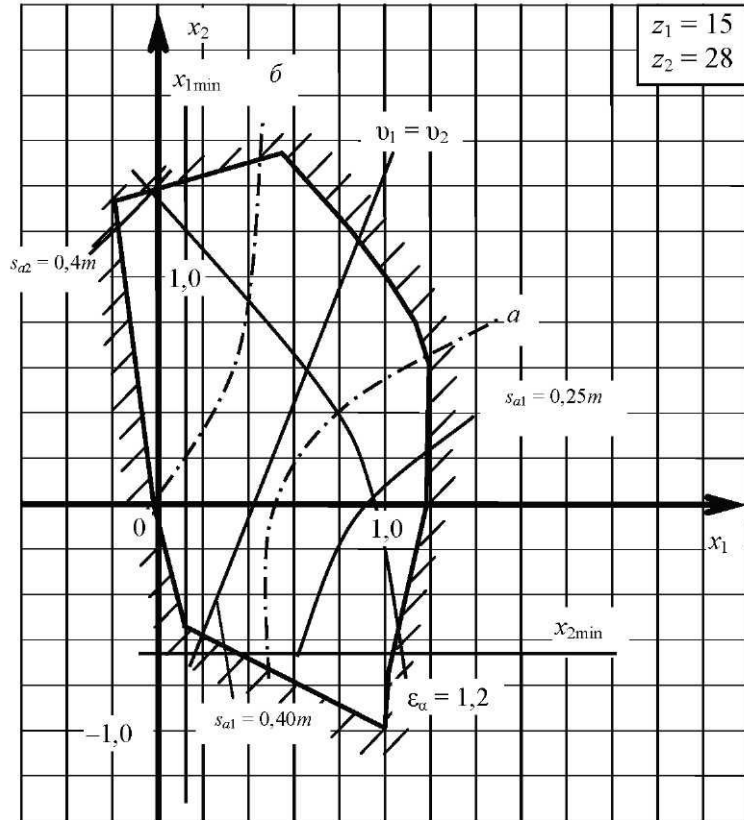


Рис. П.И.12

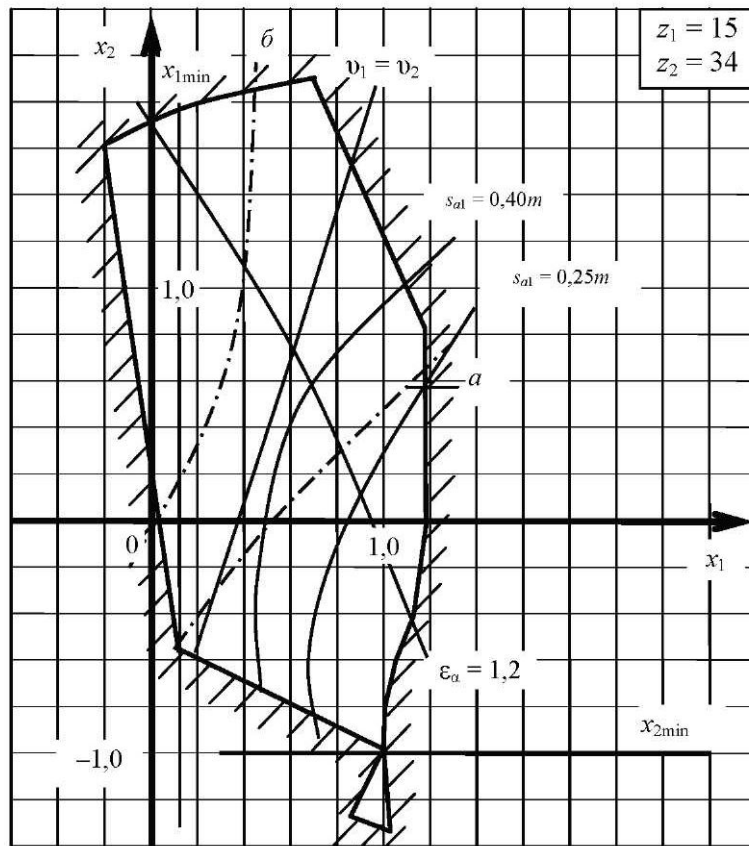


Рис. П.И.13

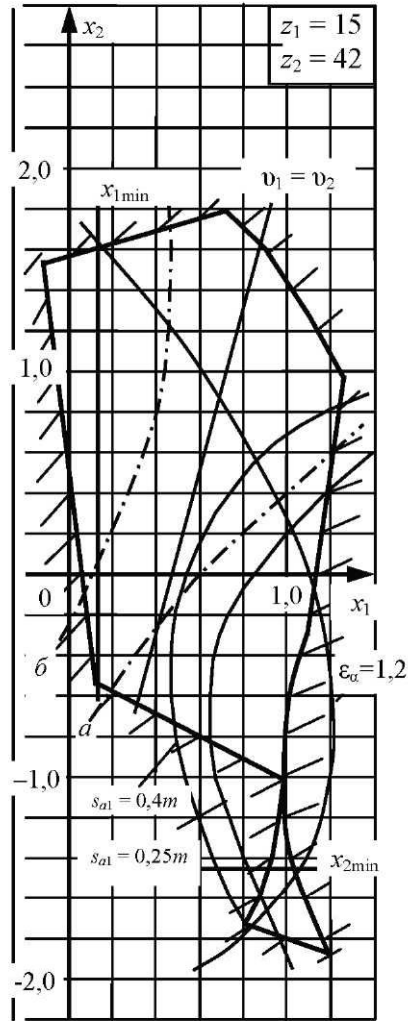


Рис. П.И.14

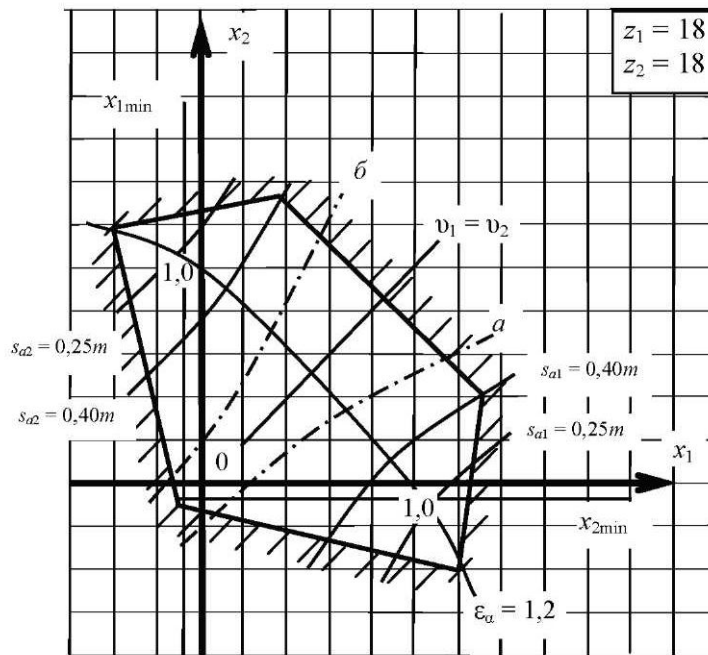


Рис. П.И.15

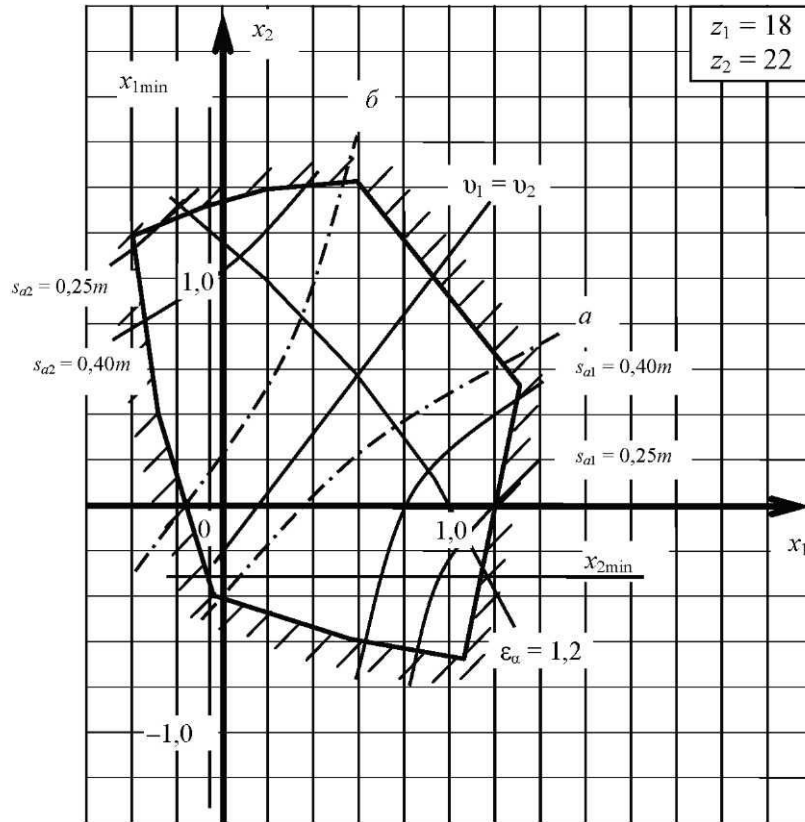


Рис. П.И.16

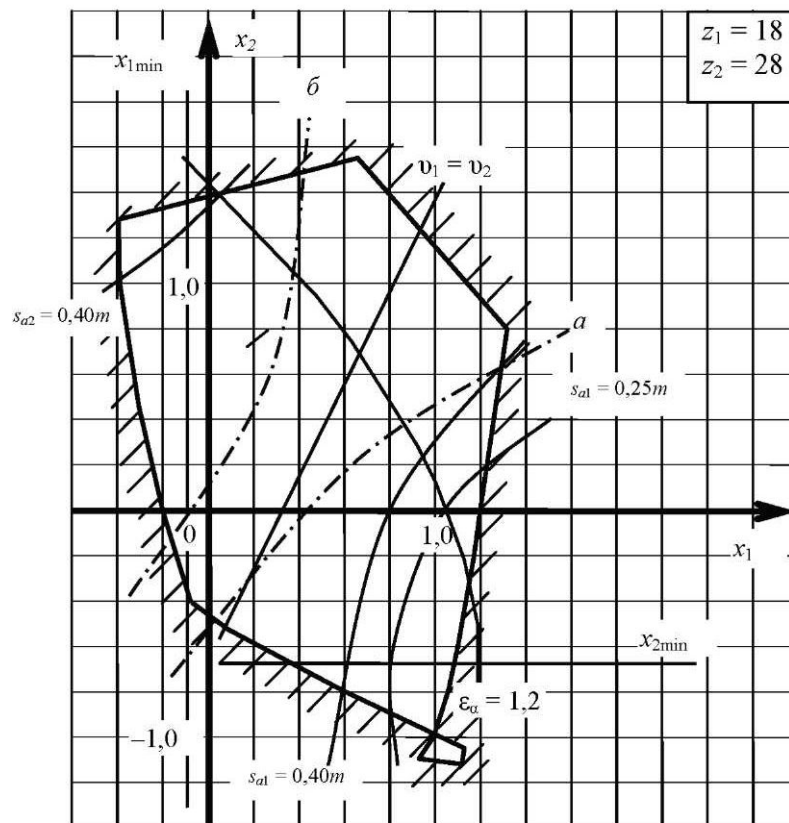


Рис. П.И.17

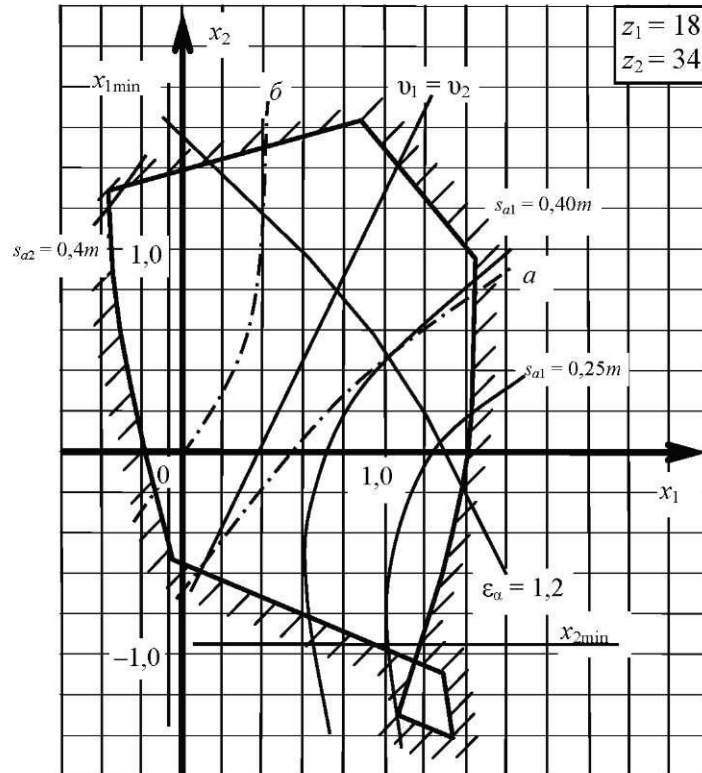


Рис. П.И.18

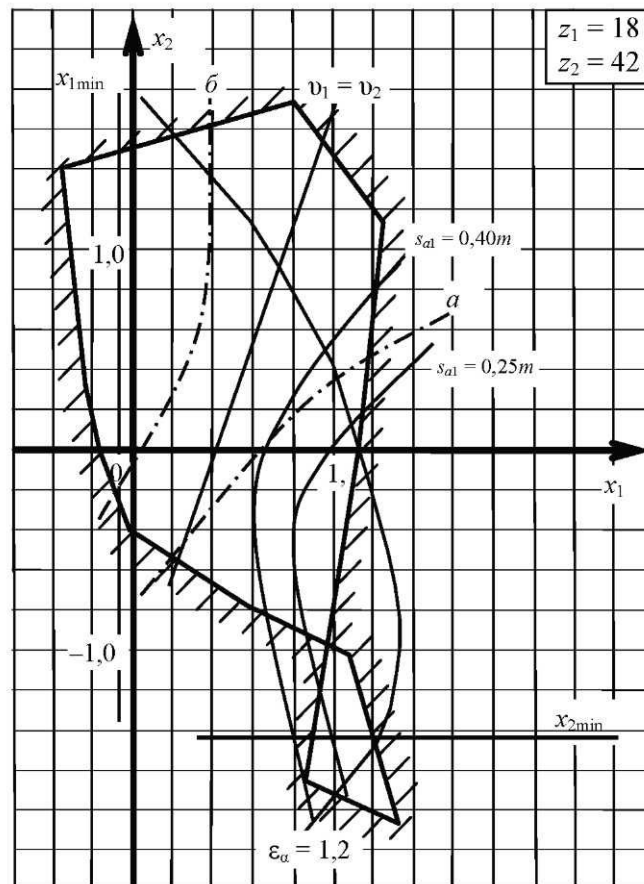


Рис. П.И.19

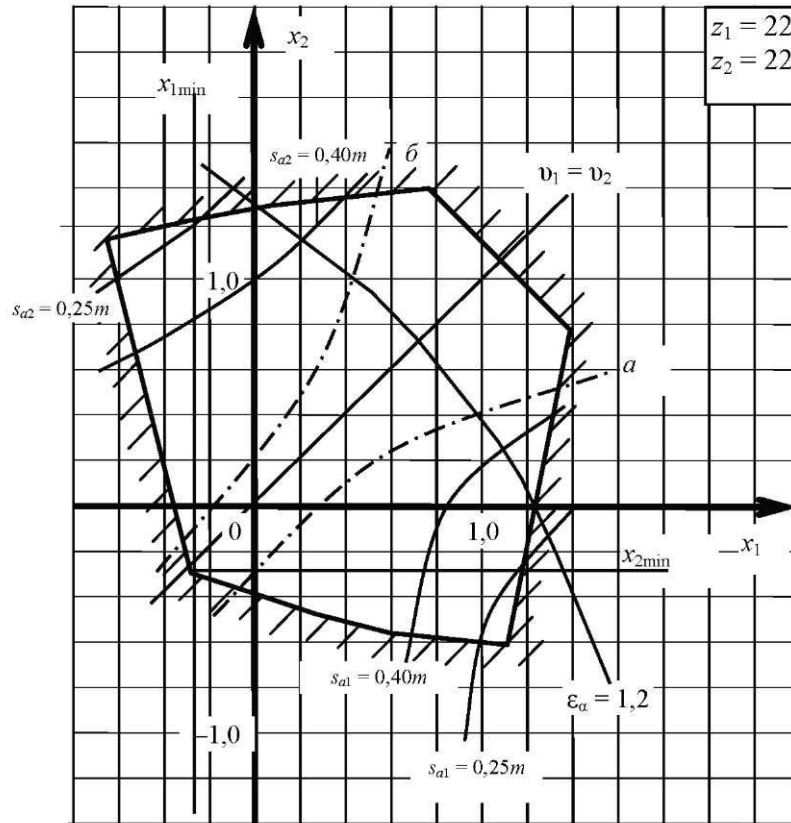


Рис. ПИ.20

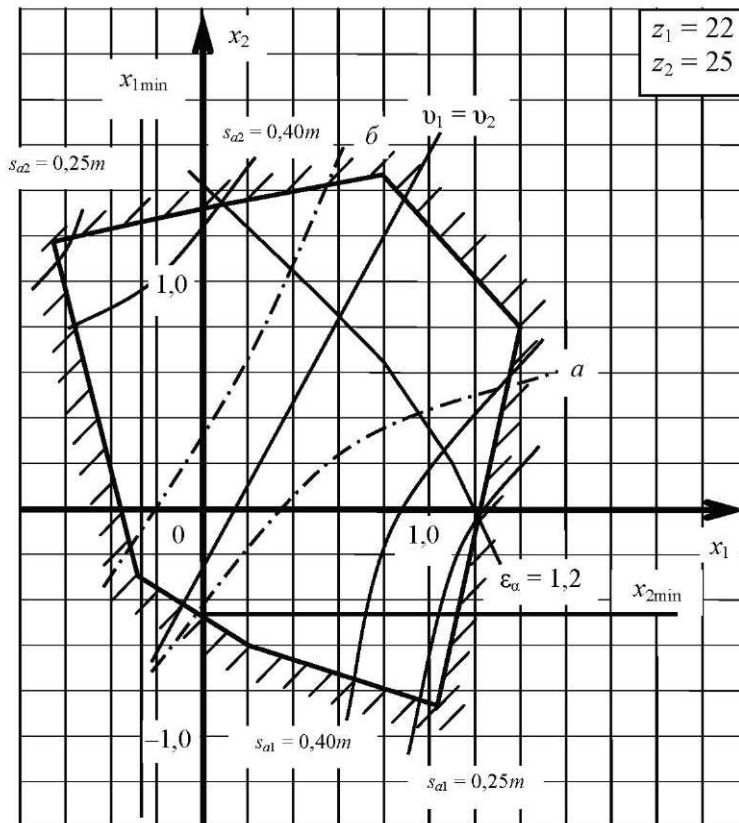


Рис. ПИ.21

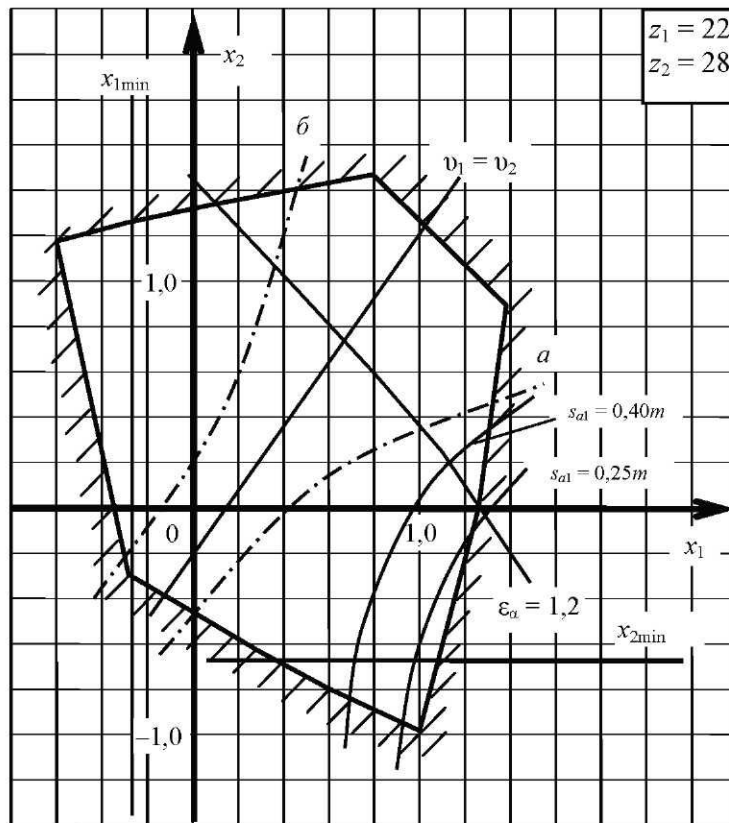


Рис. П.3.22

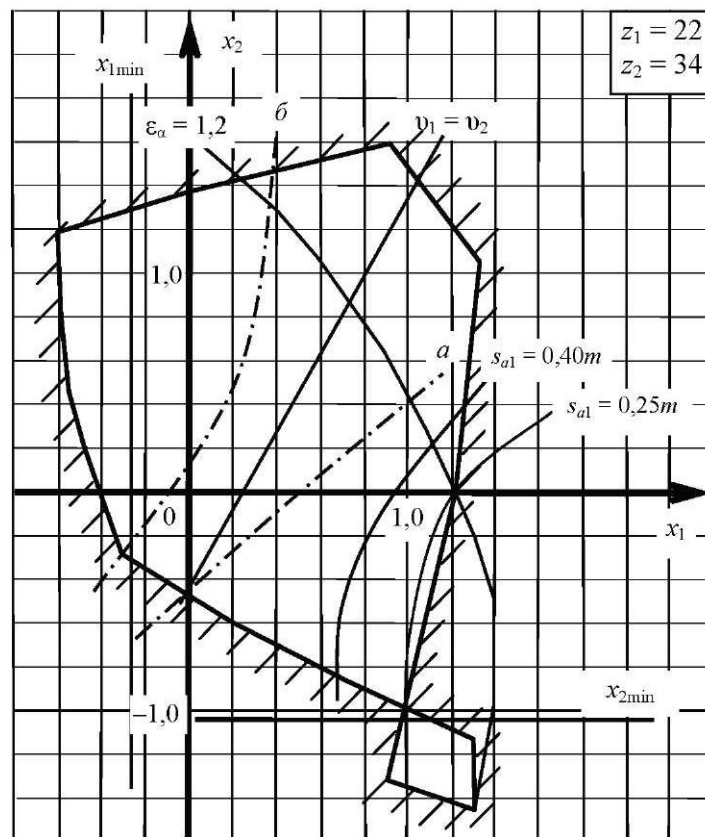


Рис. П.И.23

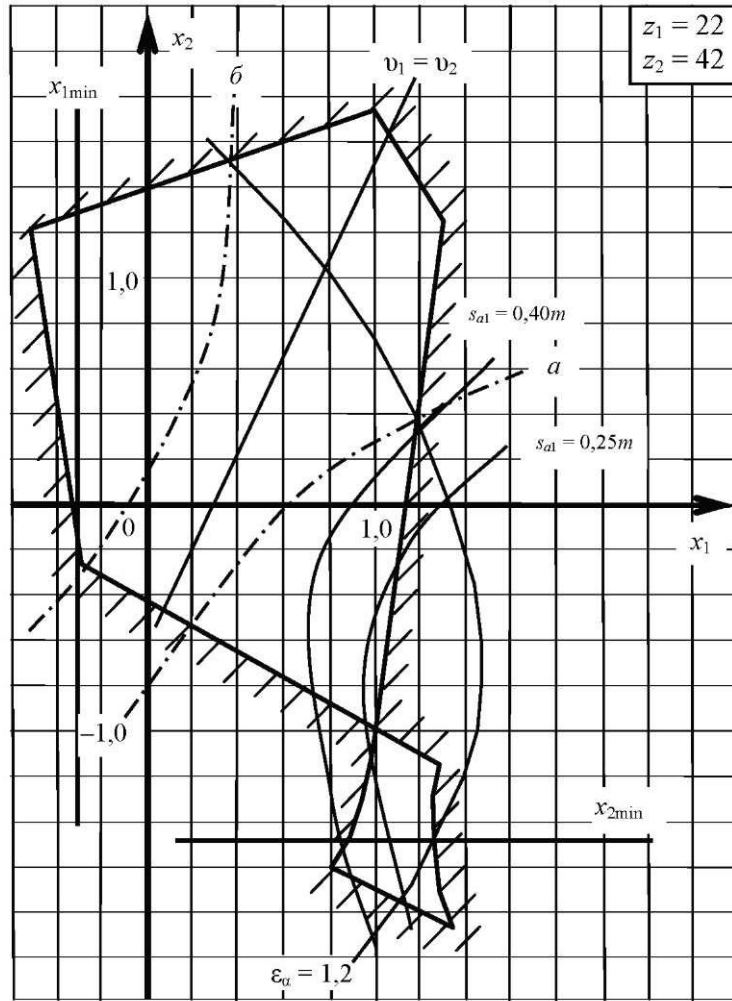
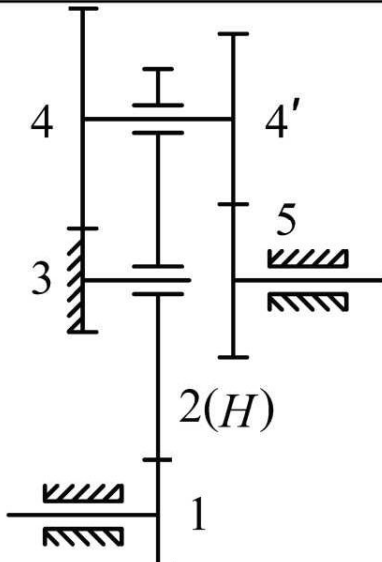
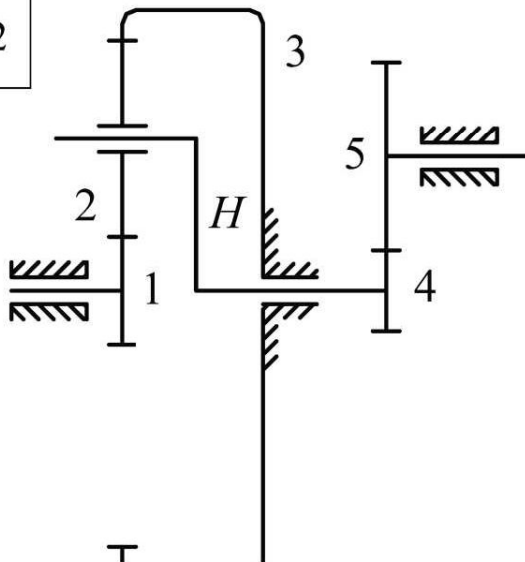


Рис. П.И.24



## Приложение К ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Таблица П.К

К1		<b>Механизм привода дробилки</b>				
		Вариант	$u_{15}$	$m_{1,2}$	$m_{3,4,5,5}$	$a_{w12}$
		—	мм			
		1 6	75	8	2	—
		2 7	60	10	4	—
		3 8	85	6	2	—
		4 9	50	10	2	200
5 0	70	8	3	180		
К2		<b>Механизм привода продольно-строгального станка</b>				
		Вариант	$u_{15}$	$m_{1,2,3}$	$m_{4,5}$	$a_{w45}$
		—	мм			
		1 6	20	2	3	—
		2 7	18	4	5	—
		3 8	24	6	8	—
		4 9	20	5	8	110
5 0	22	4	5	100		

К3		Механизм привода строгального станка				
		Вариант	$u_{1H}$	$m_{1,2}$	$m_{2',3,4}$	$a_{w12}$
		1 6	22	3	4	—
		2 7	30	2	3	—
		3 8	20	2	4	—
		4 9	25	3	4	100
		5 0	24	2	3	90
				Вариант	$u_{15}$	$m_{1,2,2',3}$
—	мм					
1 6	30			2,5	3,5	—
2 7	24			4	6	—
3 8	20			4	5	—
4 9	30			4	5	80
5 0	20	2,5	3,5	60		

К5		Механизм привода долбежного станка			
Вариант	$u_{1H}$	$m_{1,2}$	$m_{2',3,3',4}$	$a_{w12}$	
	—	мм			
16	35	5	6	—	
27	40	3	4	—	
38	30	4	4	—	
49	35	4	6	90	
50	30	5	6	100	

К6		Механизм привода поперечно-строгального станка			
Вариант	$u_{1H}$	$m_{1,2}$	$m_{2',3,3',4}$	$a_{w12}$	
	—	мм			
16	60	4	5	—	
27	30	5	6	—	
38	35	4	4	—	
49	40	6	5	110	
50	50	5	6	100	

К7		Привод кривошипно-шатунного механизма с качающейся кулисой			
Вариант	$u_{1H}$	$m_{1,2}$	$m_{2',3,3',4}$	$a_{w12}$	
	—	мм			
1 6	55	4	5	—	
2 7	18	4	6	—	
3 8	24	3	5	—	
4 9	30	4	5	110	
5 0	22	3	6	120	

К8		Привод механизма Черкудинова с приближенно-равномерным перемещением ведомого звена			
Вариант	$u_{H4}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{3',4}$	$a_{w3'4}$	
	—	мм			
1 6	60	3	5	—	
2 7	40	5	5	—	
3 8	50	6	6	—	
4 9	55	3	5	120	
5 0	40	6	6	140	

К9		Привод шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой				
		Вариант	$u_{HA}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{3',4}$	$a_{w3'4}$
		—	мм			
		1 6	90	5	7	—
		2 7	60	8	10	—
		3 8	80	6	8	—
		4 9	90	6	8	160
		5 0	80	5	7	140
К10		Привод шатунно-кривошипного механизма паровой машины				
		Вариант	$u_{16}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{4,4',5,6}$	$a_{w12}$
		—	мм			
		1 6	300	8	2	—
		2 7	275	8	4	—
		3 8	350	10	2	—
		4 9	320	10	4	260
		5 0	290	12	6	280

К11		Механизм привода поперечно-строгального станка			
Вариант	$u_{1H}$	$m_{1,2,3}$	$m_{3',4,4',5}$	$a_{w12}$	
	—	мм			
16	50	5	6	—	
27	40	4	5	—	
38	65	5	6	—	
49	45	4	5	80	
50	50	4	5	90	

К12		Привод кулисно-рычажного механизма подачи краски в типографские машины			
Вариант	$u_{H5}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{3',4,5}$	$a_{w3'4}$	
	—	мм			
16	135	2	4	—	
27	110	2	3	—	
38	150	2	5	—	
49	140	2	3	90	
50	120	2	4	100	

К13		Механизм привода долбежного станка			
Вариант	$u_{16}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{4,5,6}$	$a_{w45}$	
	—	мм			
1 6	35	3	4	—	
2 7	50	4	4	—	
3 8	70	5	6	—	
4 9	60	4	5	90	
5 0	40	3	6	100	

К14		Механизм привода чеканного пресса			
Вариант	$u_{16}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{4,5,5',6}$	$a_{w5'6}$	
	—	мм			
1 6	60	4	5	—	
2 7	50	4	4	—	
3 8	100	4	6	—	
4 9	70	4	5	120	
5 0	80	4	4	110	

К15		Механизм привода насоса простого действия				
		вариант	$u_{1H}$	$m_{1,2,3}$	$m_{3',4,4',5}$	$\alpha_{\text{в12}}$
			мм			
1 6	30	3	4	—		
2 7	40	3	5	—		
3 8	50	4	4	—		
4 9	35	5	4	120		
5 0	45	3	5	90		

К16		Привод механизма пилонасекательной машины				
		Вариант	$u_{15}$	$m_{1,2}$	$m_{3,4,4',5}$	$\alpha_{\text{в12}}$
			мм			
1 6	105	3	3,5	—		
2 7	120	3	4	—		
3 8	80	4	5	—		
4 9	90	4	3,5	120		
5 0	110	3	5	100		



К17		Механизм привода нитепротягивателя и иглы швейной машины			
Вариант	$u_{15}$	$m_{1,2}$	$m_{3,3',4,5}$	$a_{w12}$	
	—	мм			
1 6	120	10	4	—	
2 7	150	8	2	—	
3 8	100	8	4	—	
4 9	110	10	4	400	
5 0	120	6	2	250	

К18		Механизм привода прессы			
Вариант	$u_{15}$	$m_{1,2}$	$m_{3,4,4',5}$	$a_{w12}$	
	—	мм			
1 6	105	3	3,5	—	
2 7	120	2	4	—	
3 8	80	4	5	—	
4 9	120	5	6	110	
5 0	90	4	5	100	

К19		Механизм привода строгального станка			
Вариант	$u_{H5}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{3',4,4',5}$	$a_{w4'5}$	
–	–	мм			
1 6	200	4	6	–	
2 7	160	3	6	–	
3 8	250	5	6	–	
4 9	220	3	6	120	
5 0	180	5	6	140	

К20		Привод шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой			
Вариант	$u_{16}$	$m_{1,2,3}$	$m_{4,5,5',6}$	$a_{w12}$	
–	–	мм			
1 6	100	3	4	–	
2 7	75	3	3	–	
3 8	120	3	5	–	
4 9	110	3	4	70	
5 0	100	3	5	80	

К21		Привод механизма долбежного станка				
		Вариант	$u_{16}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{4,5,5',6}$	$a_{w12}$
		—	мм			
		1 6	200	3	5	—
		2 7	180	3	5	—
		3 8	150	3	5	—
		4 9	250	2	4	50
		5 0	220	2	4	40
К22		Привод кулисно-рычажного механизма с остановками				
		Вариант	$u_{17}$	$m_{1,2,3}$	$m_{4,5,6,7}$	$a_{w45}$
		—	мм			
		1 6	110	3	4	—
		2 7	100	3	4	—
		3 8	98	2	4	—
		4 9	103	2	3	60
		5 0	108	2	4	80

К23		Механизм привода строгального станка			
Вариант	$u_{16}$	$m_{1,2,2',3}$	$m_{4,5,5',6}$	$a_{w5'6}$	
	—	мм			
16	100	1	2	—	
27	120	2	3	—	
38	140	4	5	—	
49	110	2	3	70	
50	130	2	3	80	

К24		Механизм привода тестомесилки			
Вариант	$u_{15}$	$m_{1,2}$	$m_{3,4,4',5}$	$a_{w12}$	
	—	мм			
16	90	4	5	—	
27	60	5	6	—	
38	80	5	5	—	
49	70	4	5	100	
50	75	6	5	120	

**Приложение М**  
**ВЕЛИЧИНЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**

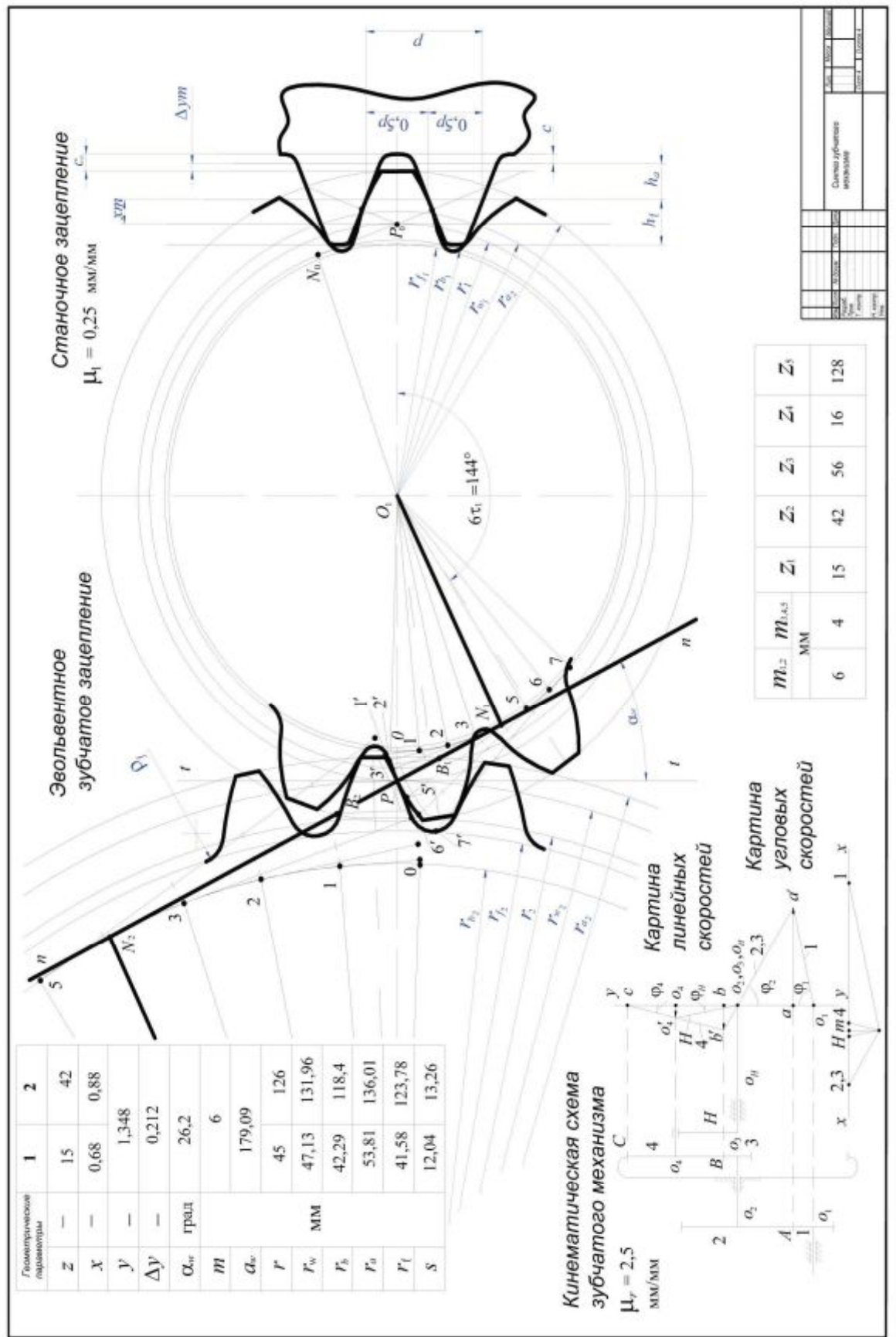
Таблица ПМ

Параметр, ед. изм.	Положение механизма												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$l_{K1}$ , м	0,312	0,342	0,330	0,291	0,242	0,194	0,150	0,113	0,094	0,104	0,155	0,239	0,312
$\omega_2$ , с <sup>-1</sup>	-11,031	-8,266	-5,375	-2,599	1,106	6,361	10,455	11,244	9,034	3,783	-4,119	-10,550	-11,031
$\omega_3$ , с <sup>-1</sup>	-2,048	5,384	9,850	11,338	9,731	5,004	0,019	-3,336	-6,072	-9,029	-11,399	-9,445	-2,048
$V_{B3}$ , м/с	0,512	1,346	2,463	2,834	2,433	1,251	0,005	0,834	1,518	2,257	2,850	2,361	0,512
$V_{S3}$ , м/с	0,256	0,673	1,231	1,417	1,216	0,626	0,002	0,417	0,759	1,129	1,425	1,181	0,256
$V_{C1}$ , м/с	2,689	0,369	1,411	2,378	2,608	2,341	2,094	1,506	0,318	1,524	3,620	4,346	2,689
$V_{S1}$ , м/с	1,415	1,170	2,076	2,587	2,548	1,924	1,116	0,620	1,104	2,104	2,996	2,812	1,415
$\omega_5$ , с <sup>-1</sup>	-0,175	0,399	0,083	-1,524	-3,237	-2,225	-0,023	-0,180	-0,141	3,438	3,316	0,377	-0,175
$V_{C3}$ , м/с	0,055	0,137	0,027	0,444	0,782	0,431	0,003	0,020	0,013	0,359	0,515	0,090	0,055
$V_{D1}$ , м/с	0,070	0,160	0,033	0,610	1,295	0,890	0,009	0,072	0,056	1,375	1,326	0,151	0,070
$V_{S3}$ , м/с	0,035	0,080	0,017	0,305	0,647	0,445	0,005	0,036	0,028	0,688	0,663	0,075	0,035
$\varepsilon_2$ , с <sup>-2</sup>	96,945	152,47	136,149	150,59	229,395	267,478	122,818	-38,578	-183,757	-341,765	-412,653	-179,331	96,945
$\varepsilon_3$ , с <sup>-2</sup>	417,632	302,88	146,470	1,489	-166,762	-276,046	-205,106	-141,258	-139,308	-151,593	-49,690	262,816	417,632



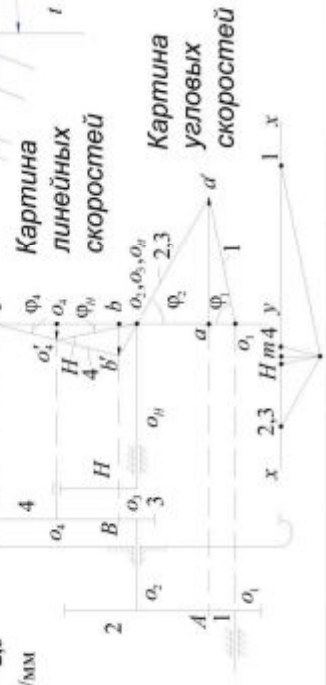


Приложение Р  
**СИНТЕЗ ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА**



Геометрические параметры	1	2
Z	15	42
X	0,68	0,88
Y	1,348	
$\Delta y$	0,212	
$\alpha_n$	26,2	
m	6	
$a_w$	179,09	
r	45	126
$r_w$	47,13	131,96
$r_b$	42,29	118,4
$r_a$	53,81	136,01
$r_t$	41,58	123,78
s	12,04	13,26

Кинематическая схема  
 зубчатого механизма  
 $\mu_r = 2,5$   
 мм/мм



$m_{1,2}$	$m_{3,4,5}$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$
6	4	15	42	56	16	128

Имя	Место	Дата
Сделано зубчатое		
механизм		
Проверено		
Дата		



## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>3</b>
<b>1. Структурный анализ и классификация плоских механизмов .....</b>	<b>6</b>
1.1. Основные понятия и определения.....	6
1.2. Классификация кинематических пар .....	7
1.3. Кинематические цепи .....	10
1.4. Степень подвижности кинематической цепи.....	11
1.5. Замена высших пар низшими в плоском механизме.....	13
1.6. Принцип образования плоских механизмов (по Ассуру).....	14
1.7. Классификация групп Ассура.....	16
1.8. Структурный анализ плоского рычажного шестизвенного механизма с качающейся кулисой .....	20
1.8.1. Количество и названия звеньев механизма .....	20
1.8.2. Количество и характер кинематических пар.....	21
1.8.3. Разложение механизма на группы Ассура.....	21
<b>2. Кинематическое исследование .....</b>	<b>22</b>
2.1. Аналитический метод кинематического исследования.....	22
2.1.1. Четырехзвенный механизм со структурной группой второго вида (шатун – ползун) .....	23
2.1.2. Четырехшарнирный механизм .....	25
2.1.3. Кулисный механизм .....	26
2.2. Метод графического исследования.....	28
2.2.1. Задачи и порядок выполнения кинематического исследования .....	28
2.2.2. Нахождение крайних положений ведомого звена механизма.....	29
2.2.3. Построение траекторий движения точек звеньев механизма.....	31
2.2.4. Построение графиков перемещений, скоростей и ускорений ведомого звена.....	32
2.2.5. Определение скоростей и ускорений точек механизма, угловых скоростей и угловых ускорений звеньев механизма .....	39
2.3. Кинематическое исследование шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой аналитическим методом .....	45
2.3.1. Аналитическое определение положений механизма .....	46
2.3.2. Аналитическое определение скоростей .....	50
2.3.3. Аналитическое определение ускорений.....	53

2.4. Кинематическое исследование шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой графическим методом.....	58
2.4.1. Определение положений механизма.....	58
2.4.2. Определение скоростей.....	58
2.4.3. Определение ускорений.....	63
2.4.4. Построение кинематических диаграмм.....	67
<b>3. Силовое исследование рычажного механизма.....</b>	<b>69</b>
3.1. Задачи и порядок выполнения силового исследования.....	69
3.2. Определение сил инерции и моментов сил инерции звеньев механизма.....	70
3.2.1. Поступательное движение тела.....	70
3.2.2. Вращательное движение тела.....	71
3.2.3. Частные случаи вращательного движения тела.....	71
3.2.4. Плоскопараллельное движение тела.....	72
3.3. Определение усилий в кинематических парах механизма.....	73
3.4. Определение масс и моментов инерции звеньев.....	74
3.5. Силовое исследование шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой аналитическим методом.....	80
3.5.1. Определение моментов инерции звеньев и сил инерции ...	80
3.5.2. Системы координат.....	81
3.5.3. Силовое исследование группы звеньев 4 5.....	83
3.5.4. Силовое исследование группы звеньев 2 3.....	85
3.5.5. Силовое исследование ведущего звена.....	89
3.5.6. Определение уравновешивающего момента по теореме Жуковского.....	91
3.6. Силовое исследование шарнирного шестизвенного механизма с качающейся кулисой графическим методом.....	92
3.6.1. Определение масс, моментов инерции и сил инерции.....	92
3.6.2. Силовой расчет группы звеньев 4-5.....	93
3.6.3. Силовой расчет группы звеньев 2 3.....	95
3.6.4. Силовой расчет ведущего звена.....	99
3.6.5. Определение уравновешивающего момента по теореме Жуковского.....	100
<b>4. Динамическое исследование.....</b>	<b>103</b>
4.1. Три стадии движения.....	103
4.2. Неравномерность движения машин. Средняя скорость, коэффициент неравномерности.....	104
4.3. Уравнение кинетической энергии.....	106
4.4. Построение динамической модели. Приведение масс и сил.....	107
4.5. Уравнения движения машины.....	114

4.6. Пример определения приведенной массы, приведенного момента инерции, приведенной силы и приведенного момента сил графоаналитическим методом в общем виде .....	115
4.6.1. Приведение масс .....	115
4.6.2. Приведение сил .....	118
4.7. Решение уравнений динамики графоаналитическим методом .....	120
4.7.1. Метод Виттенбауэра .....	120
4.7.2. Порядок построения диаграммы энергомасс .....	122
4.7.3. Регулирование установившегося движения машины .....	125
4.8. Динамическое исследование шестизвенного рычажного механизма с качающейся кулисой графоаналитическим методом.....	129
4.8.1. Выбор и математическое описание динамической модели .....	129
4.8.2. Построение планов положений .....	130
4.8.3. Определение приведенного момента сил .....	132
4.8.4. Выбор двигателя .....	134
4.8.5. Определение приведенного момента инерции машинного агрегата .....	135
4.8.6. Построение диаграммы энергомасс .....	138
4.8.7. Расчет маховика .....	142
<b>5. Проектирование кулачкового механизма.....</b>	<b>143</b>
5.1. Краткие теоретические сведения.....	143
5.2. Пример проектирования кулачкового механизма .....	148
5.2.1. Построение диаграмм толкателя .....	148
5.2.2. Определение минимального радиуса кулачка .....	151
5.2.3. Построение профиля кулачка.....	152
<b>6. Проектирование зубчатого механизма .....</b>	<b>155</b>
6.1. Основные положения.....	155
6.2. Классификация зубчатых передач.....	156
6.3. Методы обработки профилей цилиндрических зубчатых колес .....	157
6.4. Кинематика зубчатых механизмов .....	161
6.5. Графический метод кинематического исследования зубчатых механизмов.....	168
6.6. Проектирование эвольвентного зацепления .....	172
6.6.1. Основная теорема зацепления.....	172
6.6.2. Эвольвента, ее свойства и уравнения .....	175
6.6.3. Эвольвентное зацепление .....	177
6.6.4. Станочное зацепление.....	179
6.6.5. Качественные показатели зубчатого зацепления .....	183
6.6.6. Зубчатые передачи со смещением .....	187
6.6.7. Расчет геометрических параметров.....	192

6.7. Синтез планетарных передач .....	199
6.7.1. Основные положения .....	199
6.7.2. Условия выбора чисел зубьев планетарных передач .....	201
6.7.3. Определение КПД зубчатых передач .....	204
6.8. Пример синтеза сложного зубчатого механизма.....	209
<b>Библиографический список .....</b>	<b>220</b>
<b>Приложения.....</b>	<b>221</b>