

**ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ  
ИНЖЕНЕРНЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И КИНЕМАТИКИ  
МЕХАНИЗМОВ ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН**

Учебное пособие для студентов специальности  
«Автомобиле- и тракторостроение»

Рассмотрены вопросы, касающиеся ряда значимых разделов теории механизмов и машин: «Структурный анализ механизмов», «Кинематический анализ механизмов с низшими парами», «Кинематическое исследование сложных зубчатых механизмов». По каждому из названных разделов рассматривается 15 задач с подробными решениями.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности 190201 «Автомобиле- и тракторостроение», а также для студентов других механических и технологических специальностей.

Может быть полезно для инженерно-технических работников, связанных с эксплуатацией, обследованием и ремонтом потенциально опасного оборудования.

## Оглавление

Предисловие .....	4
1. Структурный анализ плоских механизмов .....	5
Основные понятия и определения .....	5
Особенности структурного анализа механизма .....	7
Задачи .....	11
2. Кинематический анализ механизмов с низшими парами .....	29
Основные задачи кинематического анализа механизма .....	29
Общие положения .....	29
Основные свойства планов скоростей и ускорений .....	29
Задачи .....	32
3. Кинематический анализ сложных зубчатых механизмов .....	81
Общие положения .....	81
1. Аналитический (метод Виллиса Р.) .....	83
2. Табличный (метод Свампа) .....	84
3. Графический (метод Смирнова Л. П.) .....	86
Задачи .....	89
Список рекомендуемой литературы .....	146

## ПРЕДИСЛОВИЕ

При проектировании современных машин конструктору необходимо обеспечить требуемые закономерности движения отдельных её элементов. Один из путей решения таких задач дают принципы механики, позволяющие выявить законы движения различных устройств. Подобные задачи лежат в основе создания многих узлов и конструкций транспортных машин: кривошипно-шатунных механизмов двигателя, механизма V-образного двигателя, кулисно-рычажного механизма поршневой машины с вращающимися цилиндрами, кулачковых механизмов газораспределения, механизма компрессора, токосъемного устройства электрического подвижного состава (пантографа) и т. п.

В данном пособии рассмотрены три значимых раздела теории механизмов и машин, позволяющие решить указанную выше задачу: «Структурный анализ механизмов», «Кинематический анализ механизмов с низшими парами», «Кинематическое исследование сложных зубчатых механизмов». Особенностью данного пособия является то, что помимо основополагающих сведений из теории в каждом из трех разделов приведено по 15 подробных решений различных задач.

Поскольку при изучении любой технической дисциплины принципиальное значение имеет самостоятельное решение задач, то данное пособие способствует практическому применению методов анализа механизмов, развивает расчетную технику, знакомит студента с неизвестными ему схемами механизмов, тем самым, расширяя его технический кругозор.

# 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

## Основные понятия и определения

Кинематической парой называется подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев.

Низшая кинематическая пара – пара, элементы которой соприкасаются по поверхности (плоскости).

Высшая кинематическая пара – пара, элементы которой соприкасаются по линии или в точке.

Кинематической цепью называется последовательное соединение звеньев с помощью кинематических пар.

Механизмом называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемое движение других тел.

Твердое тело, входящее в состав механизма, называется звеном.

Неподвижное звено механизма – стойка.

Входным звеном (входом) называется звено, которому сообщается движение, преобразуемое в движение других звеньев.

Выходное звено (выход) – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Начальным звеном механизма называется звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат.

Кинематической схемой механизма называется его условное изображение с соблюдением всех параметров и применением обозначений звеньев и кинематических пар, установленным ГОСТ 2.770–68.

Структурная схема механизма строится без соблюдения параметров кинематической схемы, но с обязательным сохранением порядка соединения звеньев между собой. На структурной схеме звенья соединяются между собой только с помощью низших вращательных пар – шарниров.

Группой Ассура называется простейшая кинематическая цепь, обладающая степенью подвижности, равной нулю, и не изменяющая степени подвижности основного механизма (1-го класса) после присоединения к нему. Число звеньев в группе Ассура четное.

### **Цель структурного анализа механизма**

Основной целью структурного анализа механизма – определение класса и порядка его, что необходимо для выбора соответствующего метода дальнейшего кинематического и силового анализа механизма.

### **Порядок структурного анализа механизма**

1. По формуле П. Л. Чебышева Определяется степень подвижности механизма по его кинематической схеме

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где  $n$  – число подвижных звеньев механизма,  $p_5$  – число низших пар,  $p_4$  – число высших пар.

2. При обнаружении в механизме звеньев, вносящих избыточные связи, следует их удалить и определить степень подвижности механизма без указанных выше звеньев.

3. При наличии высших пар следует их заменить низшими и построить заменяющий механизм. Определить его степень подвижности.

4. Поступательные пары заменяют вращательными. Строится структурная схема механизма. Определяется степень подвижности схемы. На структурной схеме звенья, имеющие три и более шарниров, обычно изображаются в виде многоугольников произвольной формы с числом вершин, равных числу шарниров, даже если они расположены на одной прямой.

5. Структурная схема разделяется на отдельные группы Ассура. От структурной схемы при этом отделяют по одной все группы Ассура, имея в виду, чтобы после отделения каждой группы степень подвижности схемы оставалась неизменной. Начинают отделение групп с последней по отношению к начальному звену, таким образом, чтобы после отделения всех групп Ассура осталось начальное звено (звенья), количество которых определяет число степеней подвижности механизма. Решение единственное при заданном начальном звене (звеньях), которое указывают стрелкой. Если степень подвижности механизма оказалась равной двум, а второе начальное звено не указано, то оно может быть выбрано из возможных (или звено вращается относительно стойки, или движется поступательно относительно неподвижных направляющих) так, чтобы выполнялись все условия по разделению схемы на группы Ассура, указанные выше.

6. Определяют класс и порядок каждой группы Ассура по классификации И. И. Артоболевского.

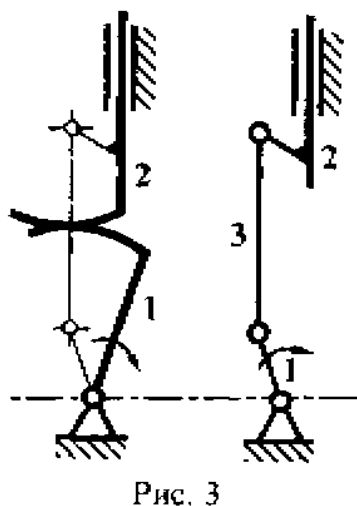
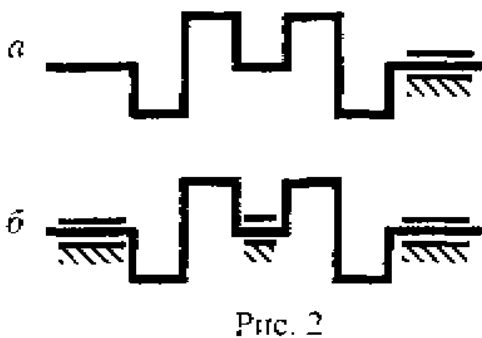
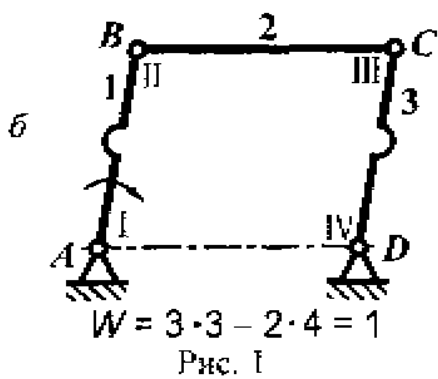
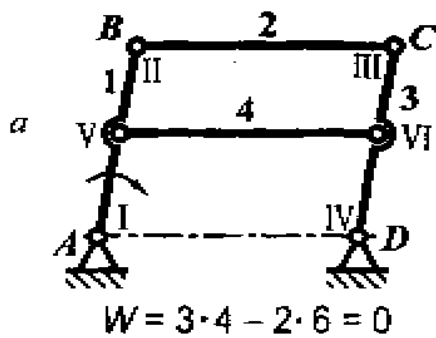
7. Определяют класс и порядок механизма. Класс механизма определяется наибольшим классом группы Ассура, входящей в его состав. Порядок – наибольшим порядком группы Ассура наивысшего класса, входящей в состав механизма.

## **Особенности структурного анализа механизма**

### **Избыточные связи**

Избыточные (пассивные, повторяющиеся) связи – связи, удаление которых не увеличивает подвижности механизма. Под подвижностью понимают число независимых параметров, которые необходимо задать для определения движения.

Избыточные связи в большинстве своем вредны, так как усложняют и удорожают изготовление и эксплуатацию механизма.



В механизме двойного параллелограмма (рис. 1 а) звено 4 вносит избыточные связи и степень подвижности механизма равна нулю. После удаления звена 4 (рис. 1 б) параллелограмм  $ABCD$  имеет степень подвижности  $W = 1$ .

Или, например, повторяющиеся или добавочные связи в кинематической цепи механизма двигателя внутреннего сгорания (рис. 2). Коленчатый вал четырех цилиндрового двигателя образует с опорой пару V класса, что достаточно с точки зрения кинематики для данного механизма с  $W = 1$  (рис. 2 а). Но при достаточно большой длине и больших силах, нагружающих коленвал двигателя, одной опоры недостаточно, так как не будет обеспечиваться прочность и жесткость конструкции. Добавляют еще две опоры и при определении степени подвижности все три пары считают за одну (рис. 2 б).

#### Замена высших пар низшими

Порядок замены: мысленно «разрушают» высшую пару, вводят «фиктивное» звено с двумя низшими парами, расположенными в центре кривизны элементов, образующих высшую пару. «Фиктивное» звено, вновь

введенными звеньями, соединяют со звеньями, которые входили в высшую пару. На рис. 3 построен заменяющий механизм, образованный после замены высшей пары низшими. При замене высших пар следует иметь в виду, что закон движения выходного звена должен остаться неизменным.

На рис. 4 показана замена высшей пары, когда звено 2 – прямая. То есть, центр кривизны звена находится в бесконечности, но поскольку структурная схема строится без соблюдения размеров звеньев, то центр кривизны звена 2 можно принять в любой точке (в пределах чертежа) прямой 3, перпендикулярно звену 2. Можно поступить и так: на звено 2 поместить ползун 3, который скользит по звену 2 и соединен со стойкой звеном 1 (рис. 5).

На рис. 6 заменена высшая пара, образованная профилями зубьев, находящихся в зацеплении. Центры кривизны эвольвент находятся на линии зацепления.

#### Лишние степени свободы

Степень подвижности  $W = 2$  показывает, что в механизме (рис. 7) должно быть два начальных звена. Но коромысло (звено 3) привести в действие данный механизм не может. Ролик (звено 2), вращаясь вокруг своей оси, вносит лишнюю степень свободы. После удаления ролика степень подвижности механизма уменьшается на единицу. Ролик в механизм установлен с целью уменьшения трения.

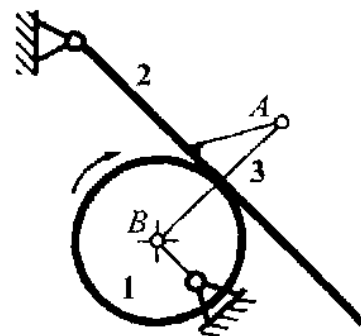


Рис. 4

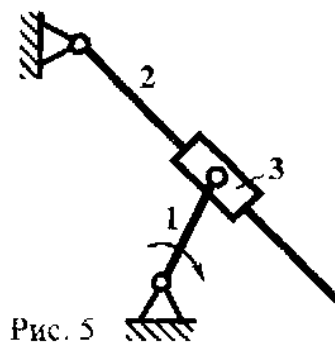


Рис. 5

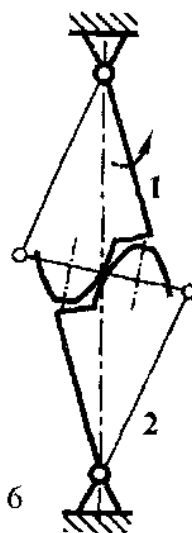
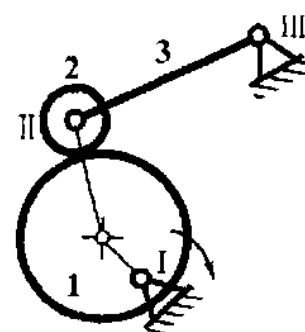


Рис. 6



$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$$

Рис. 7



## Сложные шарниры

Часто в механизмах в одном шарнире сходятся несколько звеньев.

Количество низших пар в таком сложном шарнире определяется числом звеньев, сходящихся в шарнире, минус единица. На рис. 8 представлены разные варианты таких шарниров.

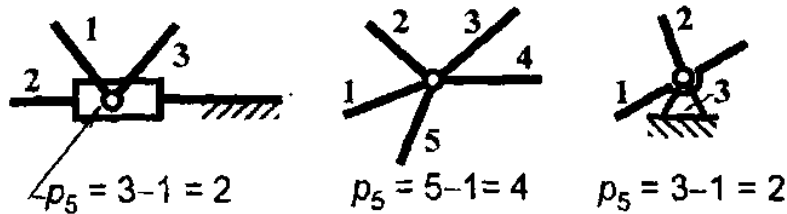


Рис. 8

## Замена поступательных пар

Поступательное движение рассматривается как вращательное с центром вращения, отнесенном в бесконечность. На рис. 9 показано движение ползуна и его замена, которая осуществляется на структурной схеме. На рис. 10 произведена замена поступательной пары, если она расположена между звеньями.

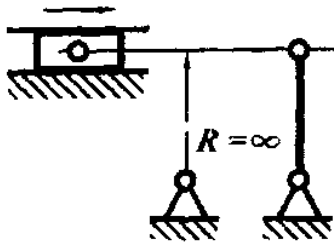


Рис. 9

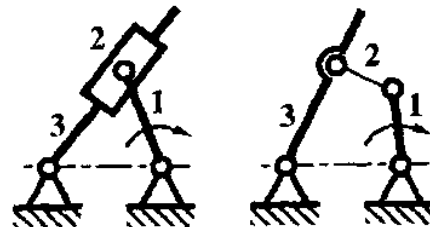


Рис. 10

Далее предлагается 15 кинематических схем механизмов для структурного анализа.

## ЗАДАЧИ

**Задача № 1.** Кулисно-рычажный механизм поршневой машины с вращающимися цилиндрами (рис. 11)

Кинематическая и структурная схемы механизма представлены на рис. 11.

Степень подвижности механизма равна единице, то есть в составе механизма одно начальное звено, которое указано стрелкой.

Структурная схема строится без соблюдения размеров звеньев, но с обязательным сохранением порядка их соединения.

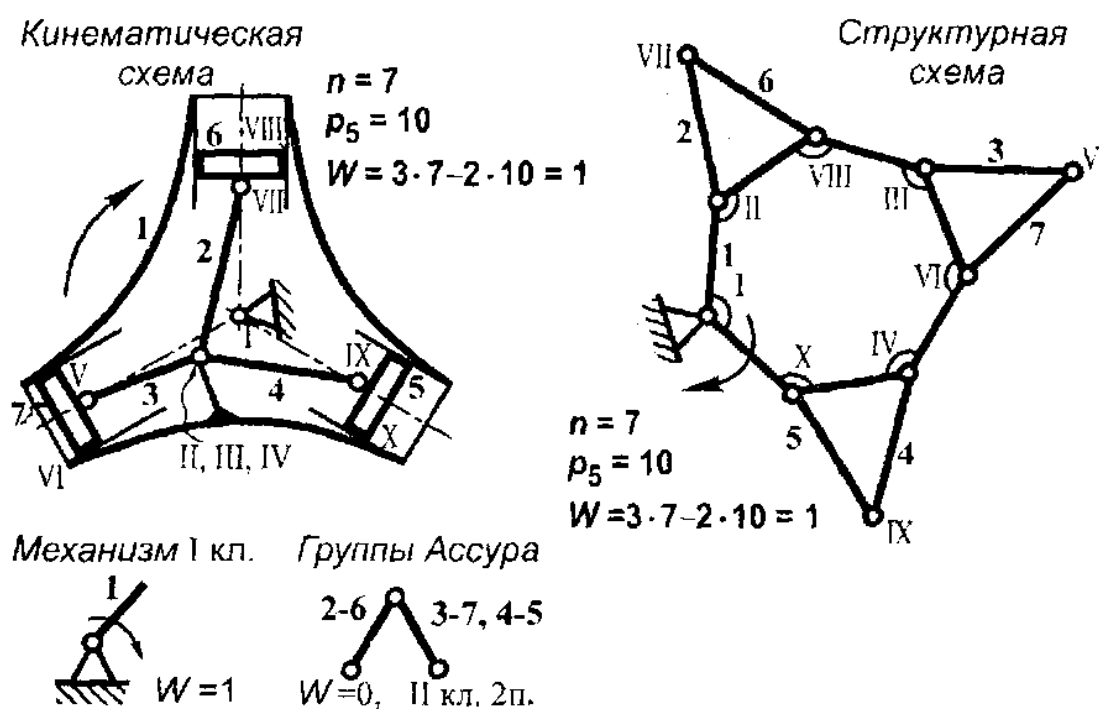


Рис. 11

Звено 1 имеет в своем составе семь низших пар (I, II, III, IV, VI, VIII, X). На структурной схеме звено 1 можно изобразить в виде многоугольника с семью вершинами. К звену 1 присоединяются три шатуна (звенья 2, 3, 4), которые, в свою очередь, соединяются с тремя поршнями (звенья 5, 6, 7). Поршни, образуют с цилиндрами поступательные низшие пары, которые на структурной схеме заменяются на вращательные.

Построение структурной схемы начинают с начального звена, к которому присоединяют группы Ассур, образованные звеньями 2–6, 3–7, 4–5 (см. рис. 11).

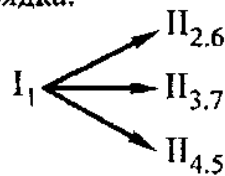
Разделение на группа Ассур структурной схемы начинают с последней по отношению к начальному звену группы, то есть сначала отделяют группу звеньев 2–6, затем 3–7 и 4–5. Осталось одно начальное звено 1.

Составные части структурной схемы изображаются отдельно.

По наибольшему классу и порядку групп Ассур, входящих в состав механизма, определяют класс и порядок его.

Вывод: механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма



### Задача № 2. Механизм инверсора (рис. 12)

Инверсор – механизм, преобразующий круговое движение в прямолинейное

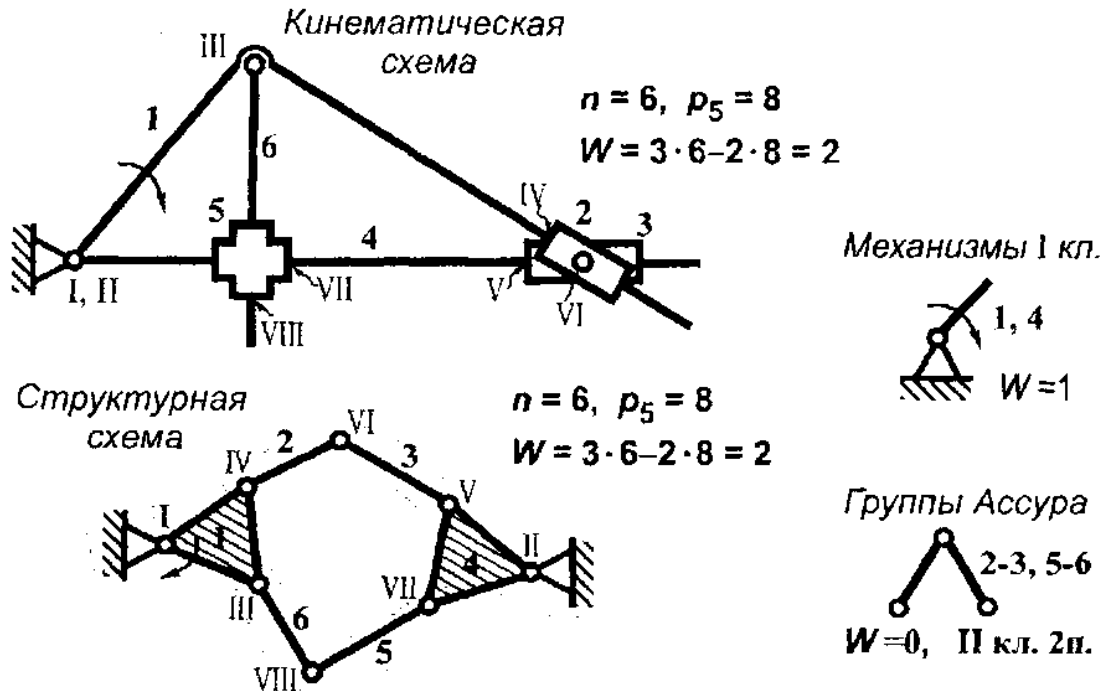


Рис. 12

Степень подвижности механизма равна двум, следовательно, в его составе должно быть (в данном случае) два начальных звена. Одно указано стрелкой, другое выбирается из возможных. Этим звеном может быть звено 4, вращающееся относительно стойки.

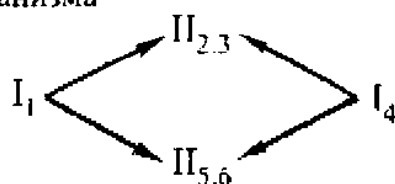
Особенности данной схемы – наличие крестообразного ползуна (звено 5) и сложный шарнир, включающих три звена: стойка, звено 1 и 4. В шарнире – две низшие пары – I и II.

На структурной схеме звенья 1 и 4, содержащие по три низшие пары каждое, изображаются в виде треугольников, к которым присоединяются две группы Ассур (звенья 2 – 3 и 5 – 6).

От структурной схемы отделяют эти две группы Ассур, а остаются два начальных звена 1 и 4.

Вывод: механизм II класса и 2-го порядка.

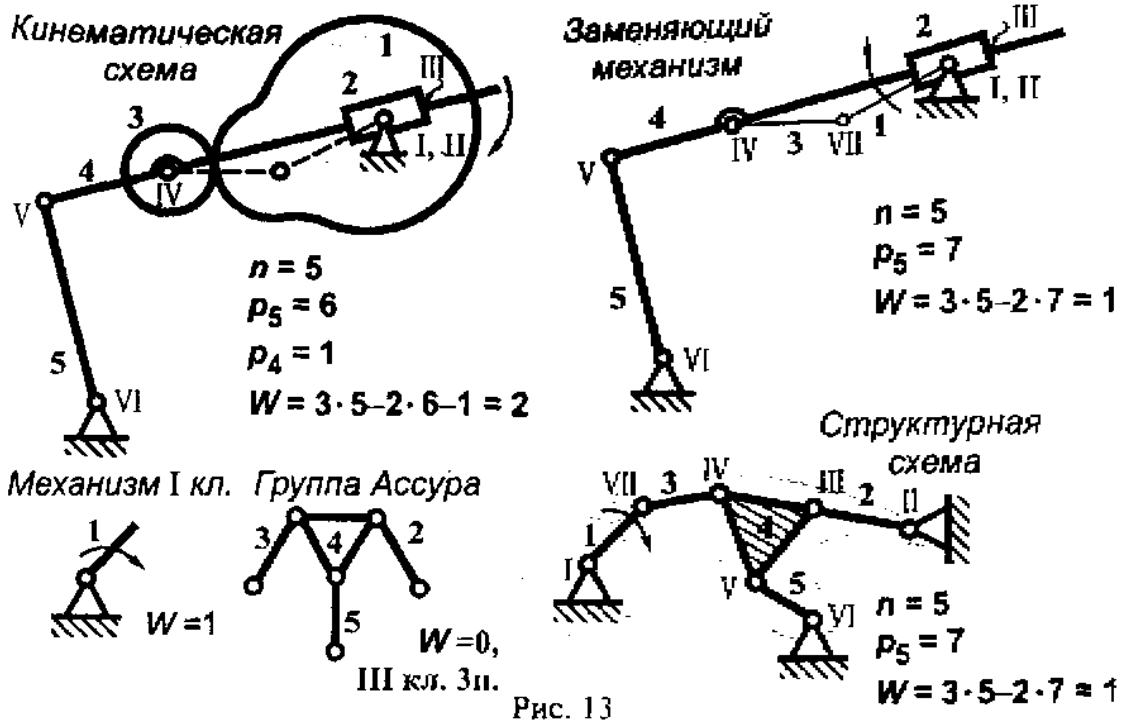
Формула строения механизма



### Задача № 3. Кулачково-кулисный механизм (рис. 13)

Степень подвижности механизма равна двум.

При замене высшей пары, образованной роликом (звено 3) и кулачком (звено 1), вводят «фиктивное» звено с низшими парами (пары IV и VII), расположенные в центрах кривизны элементов высшей пары, а затем это звено соединяют вновь введенными звеньями, входящими в высшую пару. Замена высшей пары показана на кинематической схеме штриховыми линиями, а на заменяющем механизме – сплошной тонкой линией. Степень подвижности заменяющего механизма уменьшилась на единицу по сравнению с кинематической за счет удаления подвижного ролика, который вносит лишнюю степень свободы, вращаясь вокруг своей оси.



На структурной схеме звено 4 изображается в виде треугольника, так как имеет в своем составе три низших пары.

Разделение структурной схемы просто: отделяют группу Ассура, а остается начальное звено. Класс и порядок механизма определяет единственная в составе группа Ассура III класса и 3-го порядка.

Вывод: механизм III класса и 3-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \longrightarrow III_{2.3.4.5}$$

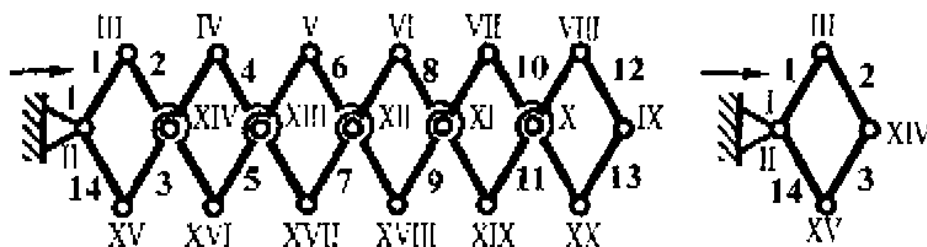
**Задача № 4. Механизм шарнирного многократного параллелограмма (рис. 14)**

В механизме два начальных звена. Одно (звено 1) отмечено стрелкой. Второе – звено 14.

Поскольку в механизме многократно повторяется одинаковый по размерам и форме параллелограмм, то задачу можно свести к рассмотрению одного параллелограмма (рис. 14), степень подвижности которого равна двум, то есть

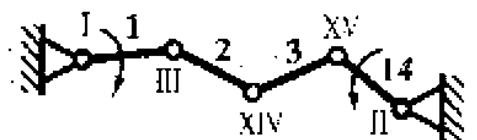
в механизме два начальных звена и присоединяется группа Ассур II класса (звенья 2 и 3).

Кинематическая схема



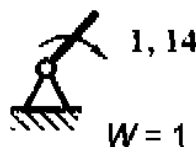
$$n = 14, p_5 = 20, W = 3 \cdot 14 - 2 \cdot 20 = 2$$

Структурная схема



$$n = 4, p_5 = 5, W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 2$$

Механизмы I кл.



Группа Ассур

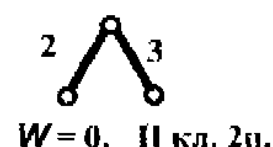


Рис. 14

От структурной схемы отделяют группу Ассур, а остаются два начальных звена 1 и 14.

Вывод: механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \longrightarrow II_{2,3} \longrightarrow I_{14}$$

### Задача № 5. Кулачковый механизм (рис. 15)

Кулачковый механизм имеет в своем составе два подвижных ролика (звенья 2 и 4), которые вносят лишние степени свободы.

Можно предположить, что степень подвижности механизма будет не меньше трех, поскольку, после удаления двух роликов, степень подвижности механизма

должна быть не менее 1. Действительно, степень подвижности механизма оказалась равной 3. Замена высших пар производится по общему правилу (см. особенности структурного анализа).

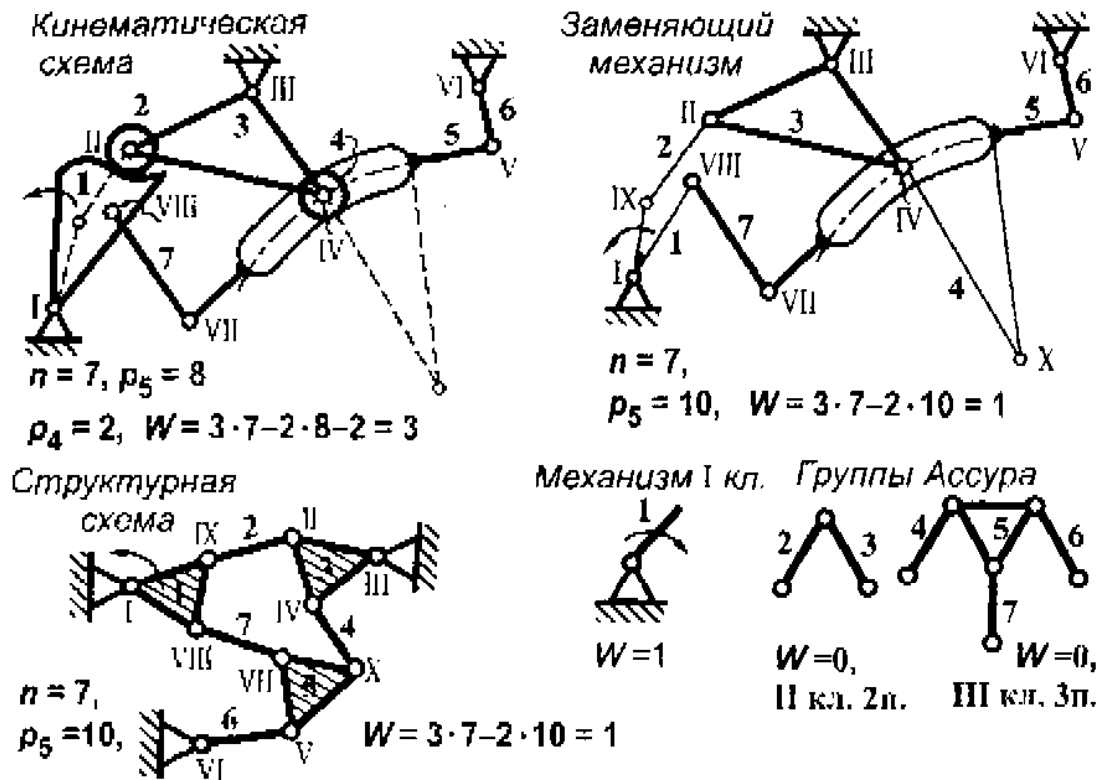


Рис. 15

На кинематической схеме эта замена показана штриховыми линиями, а на схеме замещающего механизма – тонкой сплошной линией.

Структурную схему разделяют на группы Ассура. Сначала отделяют последнюю по отношению к начальному звену группу Ассура (звенья 4-5-6-7), затем другую группу Ассура (звенья 2-3). После отделения групп Ассура осталось начальное звено 1.

Вывод: механизм III класса и 3-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \longrightarrow II_{2,3} \longrightarrow III_{4,5,6,7}$$

**Задача № 6. Механизм мотора Бушерер (рис. 16)**

Степень подвижности механизма равна нулю.

Звено 3 образует со звеньями 2 и 4 по две низшие пары с каждым. Это, так называемые повторяющиеся связи. Такие пары при структурном анализе принимаются за одну. После удаления повторяющихся связей механизм состоит из трех подвижных звеньев и включает четыре низших пары.

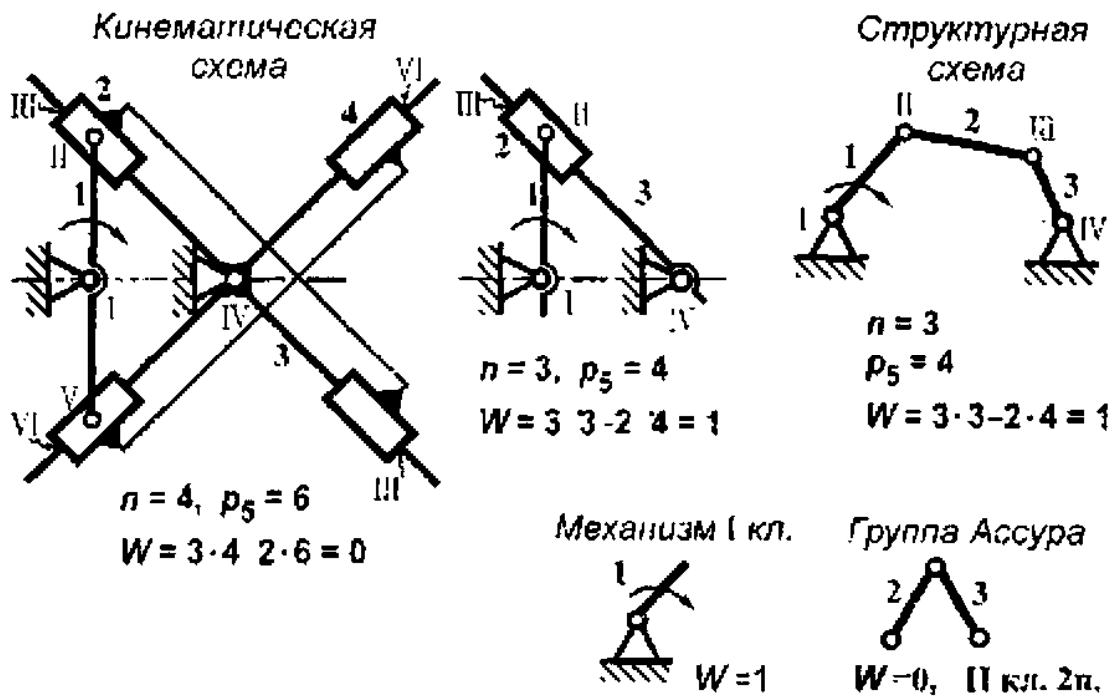


Рис. 16

Структурная схема легко строится после замены поступательной пары вращательной.

Вывод: механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \longrightarrow II_{2,3}$$



Задача № 7. Парораспределительный механизм паровой машины (рис. 17)

Особенностью кинематической схемы механизма является наличие звеньев, имеющих по три низшие пары (звенья 3, 5, 7, 8, 11). На структурной схеме эти звенья обычно изображаются в виде треугольников (рис. 17). Степень подвижности структурной схемы осталась равной единице (такой же, что и кинематической), это косвенно подтверждает правильность ее построения.

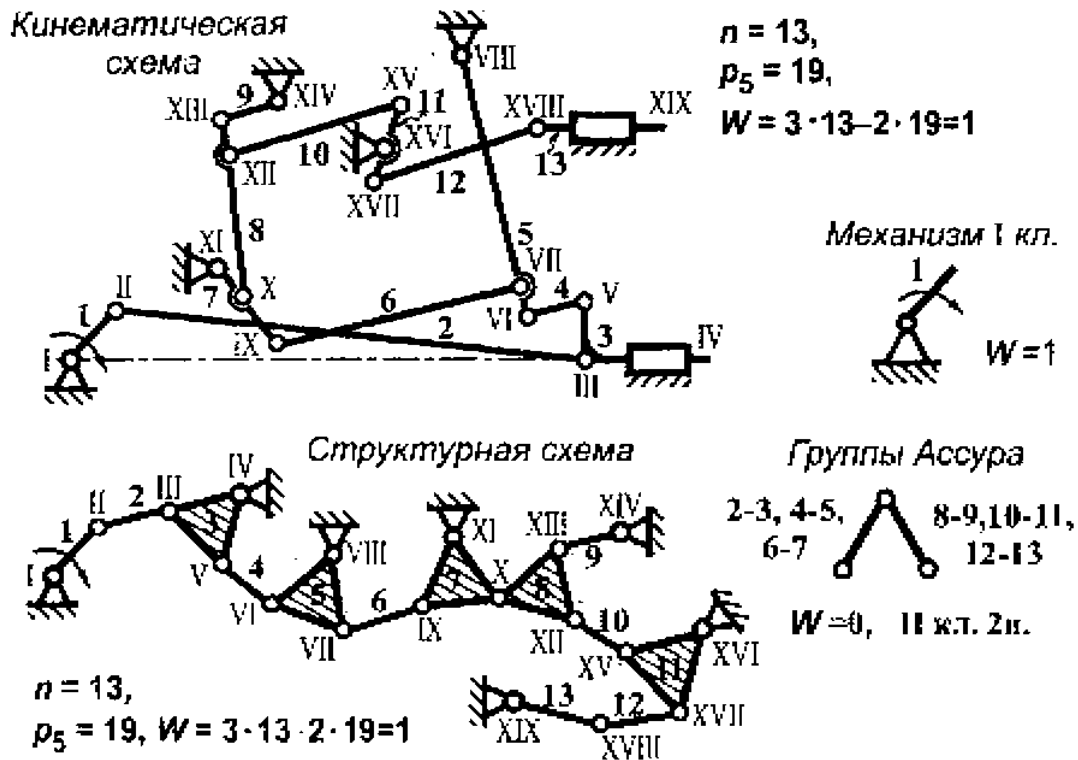


Рис. 17

Разделение структурной схемы начинают с последней по отношению к начальному звену группы Ассура, последовательно отделяя группы Ассура, что не изменяет степени подвижности оставшейся части структурной схемы. Последовательность отделения групп Ассура: это звенья (13-12), (11-10), (8-9), (7-6), (5-4), (3-2). Решение единственное при заданном начальном звене.

Так как все группы Ассура II класса и 2-го порядка, то и механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \rightarrow II_{2,3} \rightarrow III_{4,5} \rightarrow IV_{6,7} \rightarrow V_{8,9} \rightarrow VI_{10,11} \rightarrow VII_{12,13}$$

**Задача № 8.** Зубчато-кулисный механизм грейфера киноаппарата (рис. 18)

Особенность механизма – две высшие пары, образованные тремя зубчатыми колесами, находящимися в зацеплении. Высшие пары в зацеплении колес образованы эвольвентами контактирующих в полюсе зацепления зубьями колес. При замене этих пар следует иметь в виду, что «фиктивные» звенья располагаются на линии зацепления пары колес, где находятся центры кривизны эвольвент соприкасающихся зубьев.

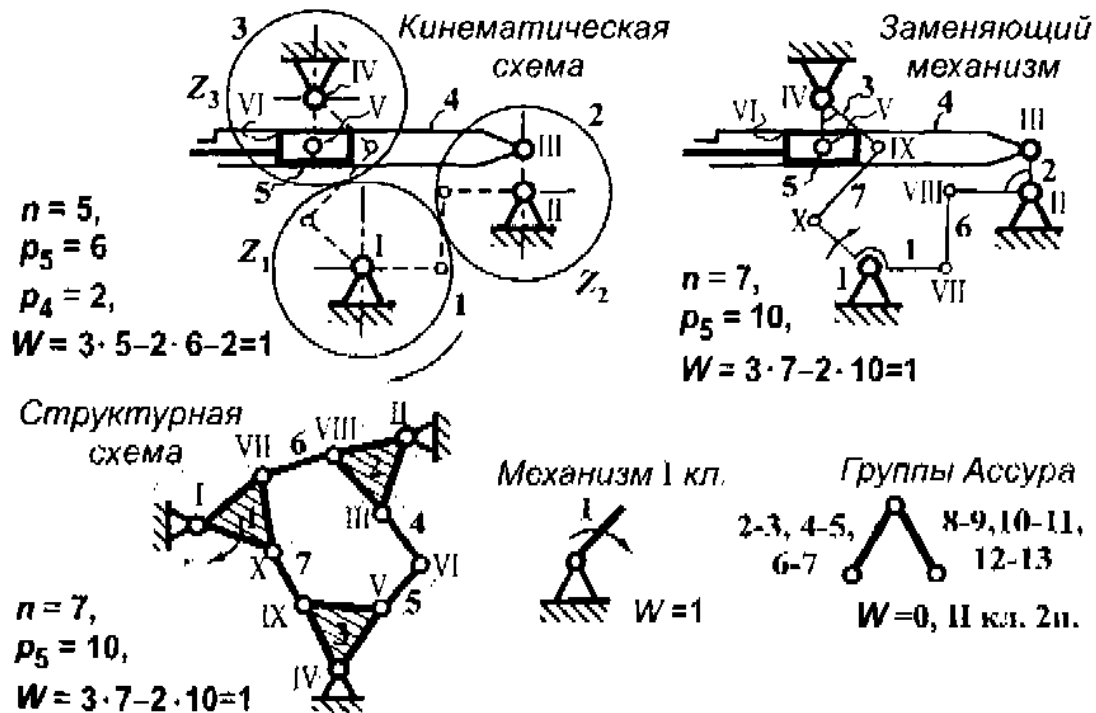


Рис. 18

Замена высших пар на кинематической схеме отмечена штриховыми линиями, а на заменяющем механизме – сплошной тонкой линией.

На структурной схеме звенья 1, 2, 3, имеющие в своем составе по три низшие пары каждое, изображаются треугольниками.

При разделении структурной схемы сначала отделяют звенья 4–5, представляющие группу Ассура II класса, а затем звенья 2–6 и 3–7, также являющиеся группами Ассура II класса.

Таким образом, механизм II-го класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \longrightarrow II_{6.2} \longrightarrow II_{7.3} \longrightarrow II_{4.5}$$

### Задача № 9. Механизм для черчения циссоиды Диоклеса (рис. 19)

Механизм имеет одно начальное звено, так как степень подвижности его равна единице.

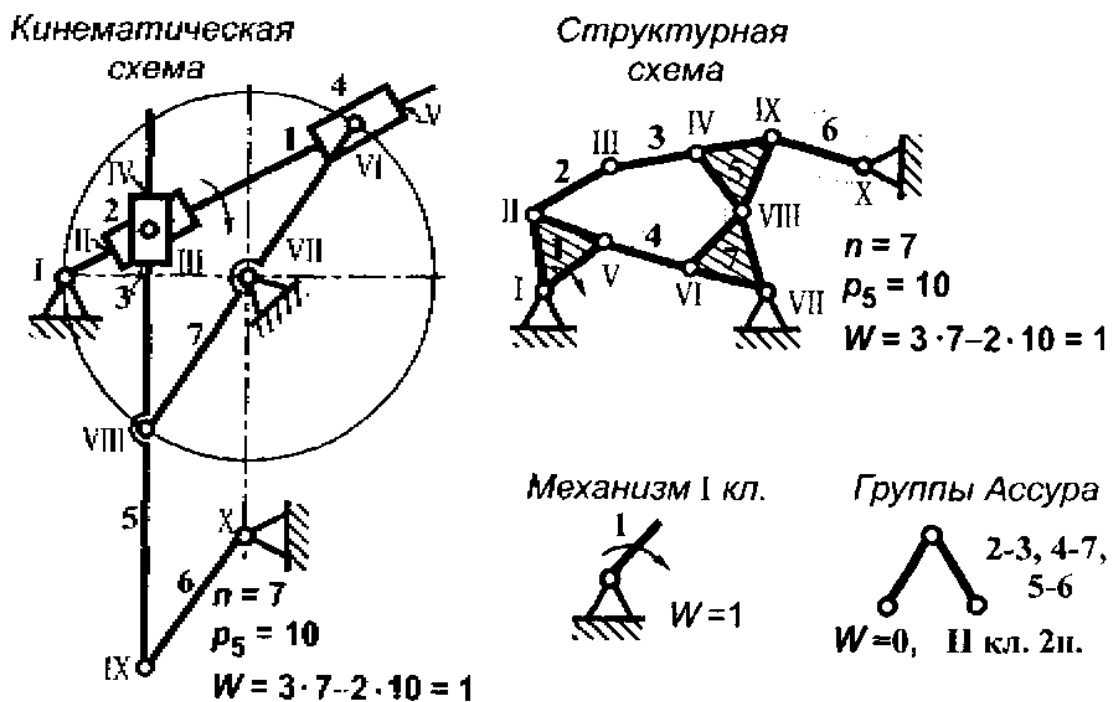


Рис. 19

На структурной схеме звенья 1, 5, 7 – треугольники, поскольку на каждом из них три низших пары. Ползуны 2, 3, 4 на структурной схеме представлены

звеньями 2, 3, 4 (о замене поступательных пар см. особенности структурного анализа).

Порядок разделения структурной схемы на группы Ассур: звенья (6-5), (7-4), (3-2).

Так как все перечисленные группы Ассур II класса и 2-го порядка, то и механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма  $I_1 \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} II_{2,3} \\ \\ II_{4,7} \end{matrix} \rightarrow II_{5,6}$

**Задача № 10.** Механизм копировального приспособления для фрезерования кулачков (рис. 20)

В механизме две высшие пары: одна между кулачком (звено 1) и зубчатой рейкой (звено 2), другая между зубчатым сектором (жестко связан со звеном 3) и зубчатой рейкой (жестко связанном с поступательно движущимся звеном 4).

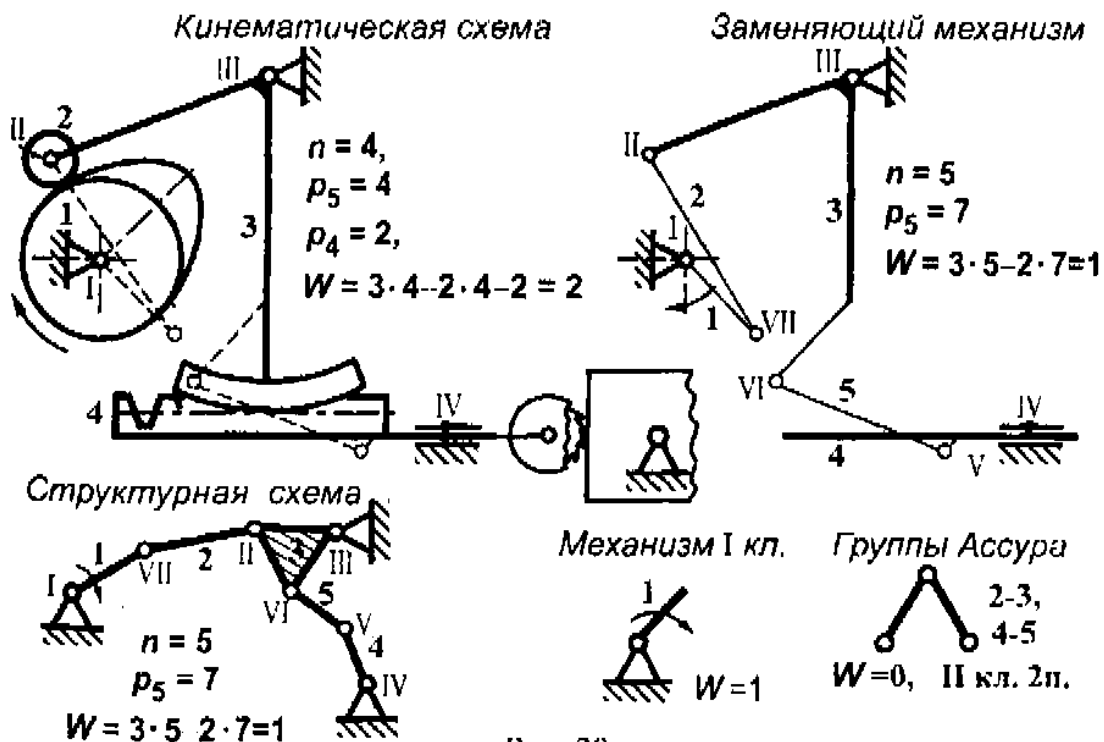


Рис. 20

Резущий инструмент – фреза и заготовка, в данном случае, в структурном анализе не участвуют, так как к механизму не относятся.

Замена указанных высших пар показано на кинематической схеме штриховой линией, а на заменяющем механизме (рис. 20) звенья образованные при замене высших пар – сплошной тонкой.

На структурной схеме звено 3, имеющее в своем составе три низших вращательных пары, изображено треугольником.

Разделение структурной схемы идет в таком порядке: группа Ассура (звенья 4-5), затем группа Ассура (звенья 3-2). Остается начальное звено 1.

Вывод: механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \longrightarrow II_{2,3} \longrightarrow II_{5,4}$$

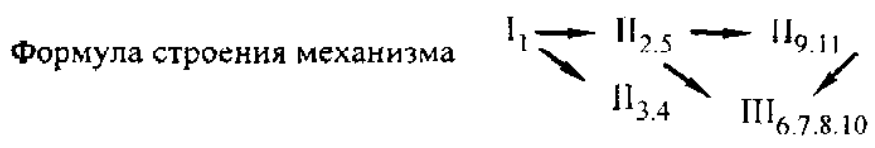
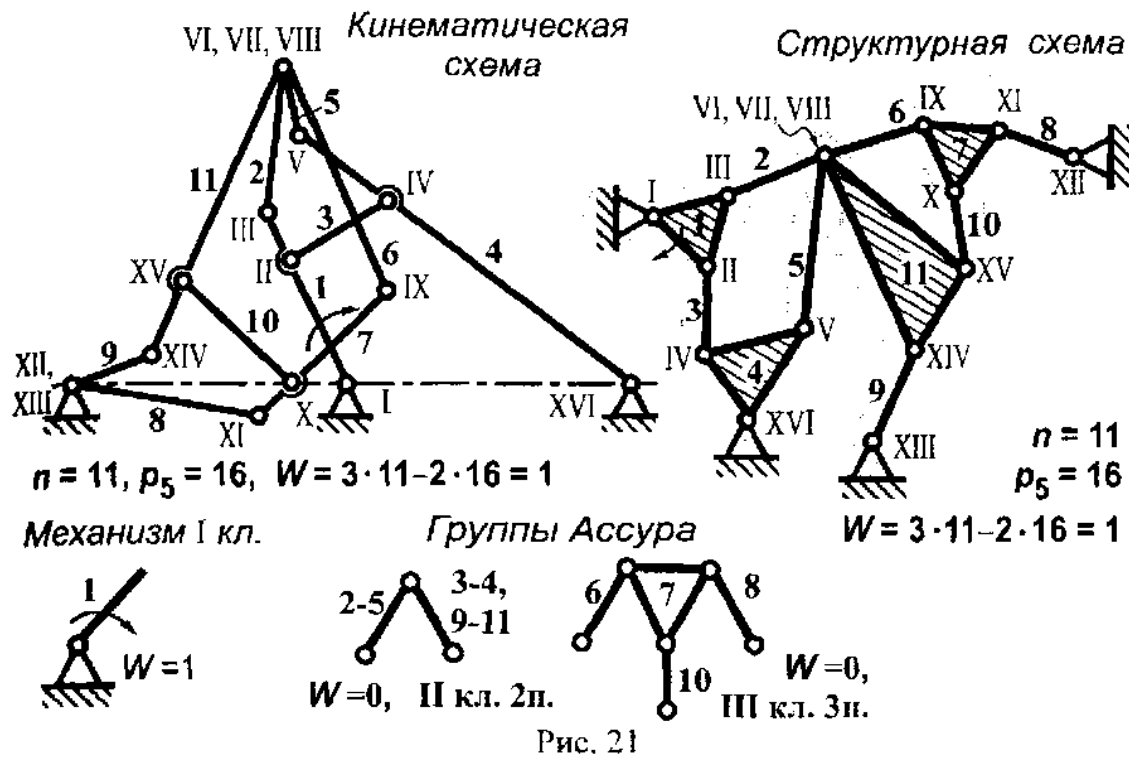
**Задача № 11.** Механизм для вычерчивания циссоиды Диоклеса (рис. 21)

В кинематической схеме имеется два сложных шарнира: один – место соединения звеньев 8, 9, стойки (две нижние пары), во втором сходятся четыре звена 2, 5, 6, 11 (три низших пары). Звенья 1, 4, 7, 11 имеют в своем составе (каждое) по три низших кинематических пары. На структурной схеме указанные выше звенья изображены в виде треугольников, а звенья между собой обязательно соединяются в том же порядке, что и на кинематической схеме.

Структурная схема разделяется на группы Ассура. Начинают с группы Ассура II класса, которая включает звенья (9-11), затем от схемы отделяют группу Ассура III класса (звенья 6, 7, 8, 10) и после этого две группы Ассура II класса (звенья 2-5, 3-4).

Из отделённых групп наибольшая по классу – группа Ассура III класса 3-го порядка. Она и определяет класс и порядок всего механизма.

Вывод: механизм III класса и 3-го порядка.



**Задача № 12.** Механизм передвижного упора прокатного стана (рис. 22)

На неподвижном корпусе в подшипниках вращаются два зубчатых колеса 1 и 2, находящихся в зацеплении, кроме того, с корпусом подвижно связаны звенья 4 и 7, а с большим зубчатым колесом – звено 3. Подвижный упор (звено 6) имеет возможность перемещаться по плоской поверхности при качении ролика 8, связанного подвижно с упором 6.

Для построения схемы заменяющего механизма высшие пары (зацепление зубчатых колес, ролик – плоская поверхность) заменяют низшими парами (порядок замены см. в особенностях структурного анализа). Для проверки правильности замены высших пар определяют степень подвижности механизма. Удаление ролика, вращающегося вокруг своей оси, привело к уменьшению степени подвижности механизма на единицу.

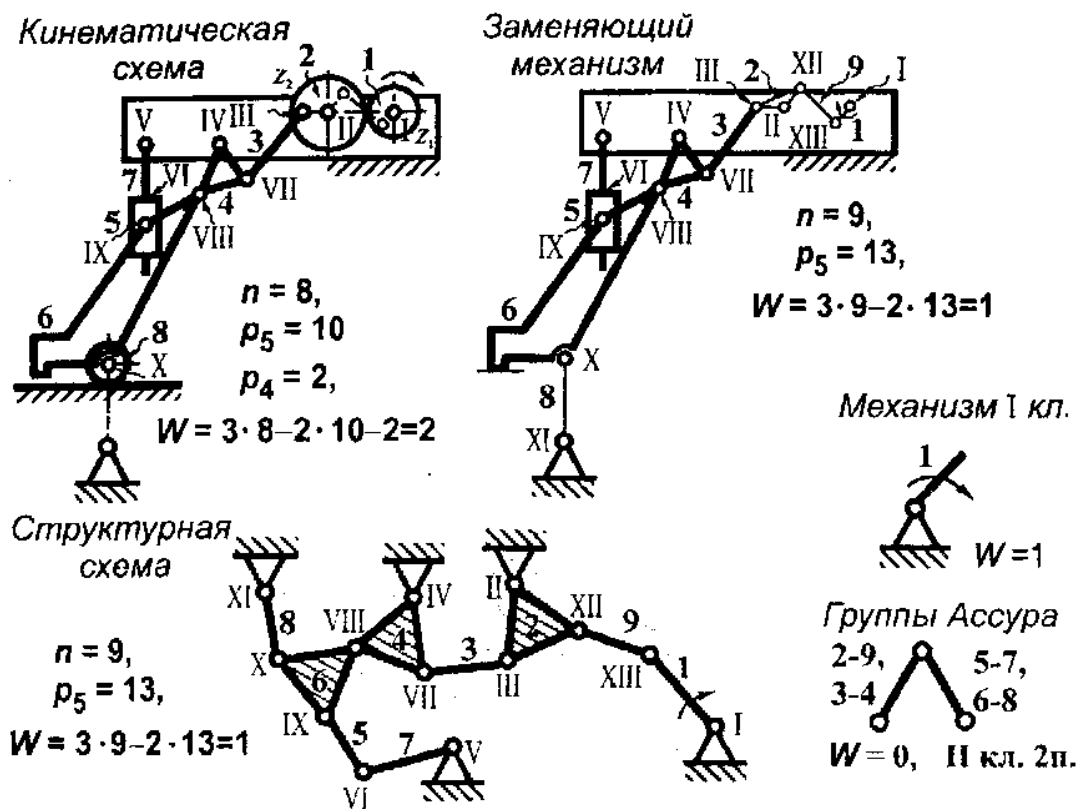


Рис. 22

Разделение структурной схемы на группы Ассур начинают с последней по отношению к начальному звену группы. Сначала отделяют группу Ассур (звенья 7-5), затем группу Ассур (звенья 6-8), после этого - группы Ассур (звенья 4-3 и 2-9). Осталось начальное звено 1.

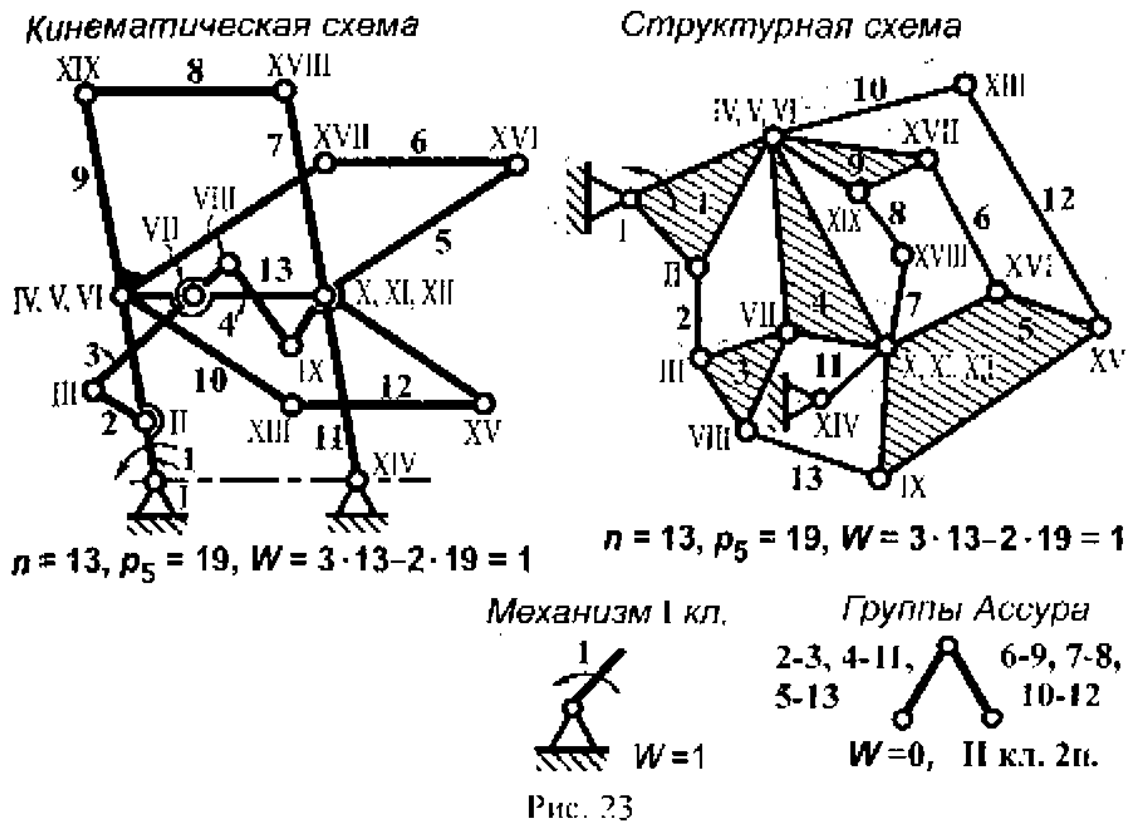
Поскольку в механизме все группы Ассур II класса 2-го порядка, то и механизм будет II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \rightarrow II_{2,9} \rightarrow II_{4,3} \rightarrow II_{6,8} \rightarrow II_{5,7}$$

### Задача № 13. Направляющий механизм (рис. 23)

Направляющий механизм – механизм, состоящий из шарнирно соединенных жестких звеньев, обеспечивающий движение хотя бы одной точки звена по прямой линии.



В механизме несколько сложных шарниров: в месте соединения звеньев 1, 4, 9, 10 (пары IV, V, VI) и соединения звеньев 5, 7, 11, 13 (пары X, XI, XII).

На структурной схеме звенья 1, 9, 4, 3, 5 образуют многоугольники: треугольники – звенья 1, 3, 4, 9; четырехугольник – звено 5.

Некоторые трудности возникают при разделении сложной структурной схемы на группы Ассура. Первой отделяют группу звеньев 10-12, затем звенья 7-8, далее 6-9, после этого 5-13, 2-3, 4-11. Все отдельные звенья, состоящие из двух звеньев и трех кинематических низших пар – группы Ассура II-го класса 2-го порядка.

Весь механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \rightarrow II_{4,11} \rightarrow II_{2,3} \rightarrow II_{5,13} \rightarrow II_{6,9} \rightarrow II_{7,8} \rightarrow II_{10,12}$$



**Задача № 14.** Механизм привода печатного цилиндра и талера (рис. 24)

Талер в полиграфии – металлическая плита в плоскочечатных машинах для установки печатной формы.

В механизме три высшие пары. Одна образована зубчатым сектором, жестко связанным с кулисой (звено 3), и зубчатым колесом с числом зубьев  $Z_2$ . Другая – зубчатым колесом с числом зубьев  $Z_3$  и зубчатой рейкой (звено 5). Зубчатые колеса с числами зубьев  $Z_2$  и  $Z_3$  жестко связаны между собой и образуют звено 4 механизма. Третья высшая пара образована зубчатым колесом с числом зубьев  $Z_1$  и зубчатой рейкой (звено 5). Рейка имеет возвратно-поступательное движение.

При замене высших пар, образованных зубьями колес, следует иметь в виду, что центры кривизны эвольвент контактирующих в полюсе зацепления зубьев, располагаются на линии зацепления.

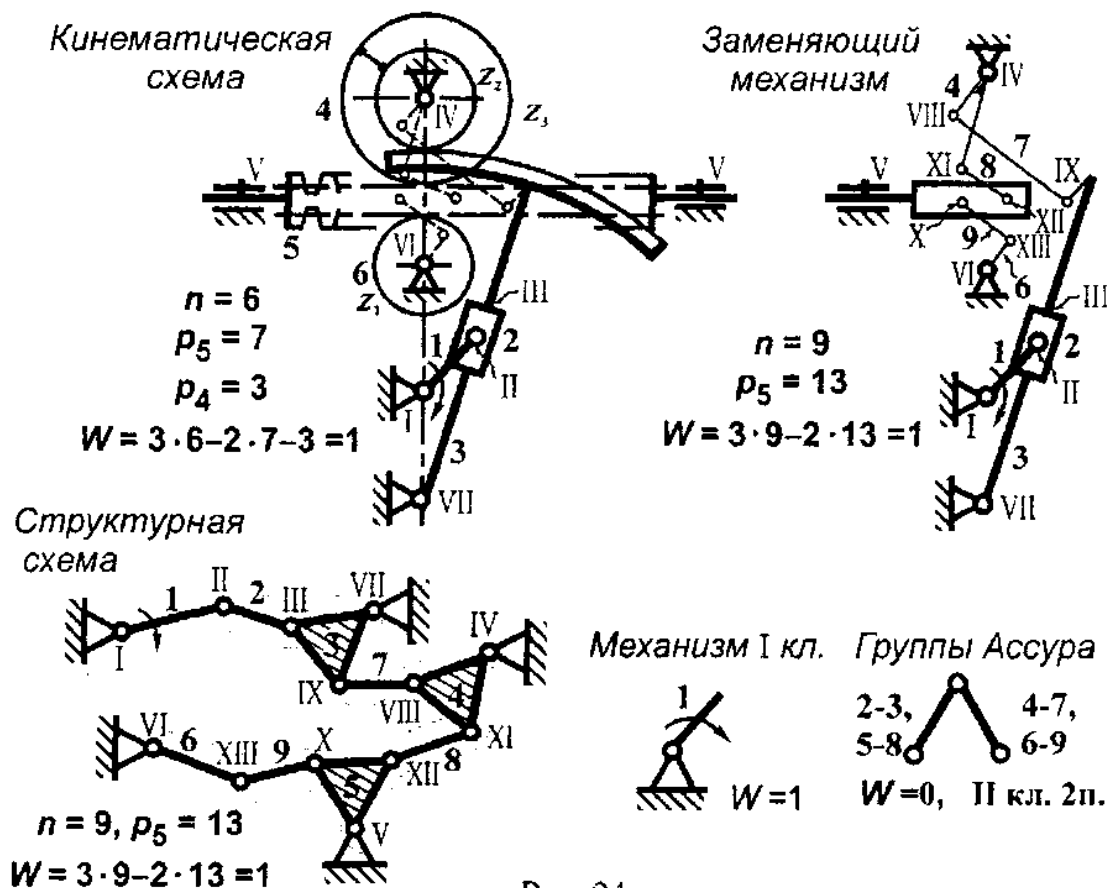


Рис. 24

Замена высших пар показана на кинематической схеме штриховыми линиями, а на заменяющем механизме – сплошной тонкой линией.

На структурной схеме звенья 3, 4, 5 изображают в виде треугольников, как содержащие по три низших пары каждое.

Разделение структурной схемы начинают с группы Ассура (звенья 6-9), как последней по отношению к начальному звену. Затем отделяют предыдущую группу Ассура (звенья 5-8), а далее звенья (4-7) и звенья (3-2). В итоге осталось начальное звено – механизм I класса. Так как все группы Ассура в механизме II класса 2-го порядка, то и механизм II класса и 2-го порядка.

Формула строения механизма

$$I_1 \longrightarrow II_{2,3} \longrightarrow II_{7,4} \longrightarrow II_{8,5} \longrightarrow II_{9,6}$$

**Задача № 15.** Кулисный механизм Г. П. Вяткина для черчения отрезков овалов Кассини (рис. 25)

Сложный по конструкции механизм, обладающий двумя степенями подвижности, то есть имеющий в своем составе два начальных звена.

На кинематической схеме шесть сложных шарниров, где сходятся по три звена в каждом. Первый образован звеньями 1, 2 и стойкой; второй – звеньями 6, 7, 8; третий – звеньями 5, 6, 10; четвертый – звеньями 10, 11, 12; пятый – звеньями 8, 12 и стойкой; шестой – звеньями 9, 13, 14.

На структурной схеме звенья 1, 3, 7, 9, 11, 13, как имеющие по три низших пары, изображены в виде треугольников. А звено 5, имеющее в своем составе четыре низших пары – в виде четырехугольника.

Вторым начальным звеном, кроме 1, можно принять звено 8.

Разделение структурной схемы на отдельные группы Ассура начинают с группы Ассура (звенья 2-3-4-14), затем отделяют группу Ассура, состоящую из звеньев 5-6, после этого группу Ассура, состоящую из звеньев 7-9-10-11-12-13. Последняя группа Ассура III класса 4-го порядка, а другие – III класса 3-го порядка и II класса 2-го порядка.

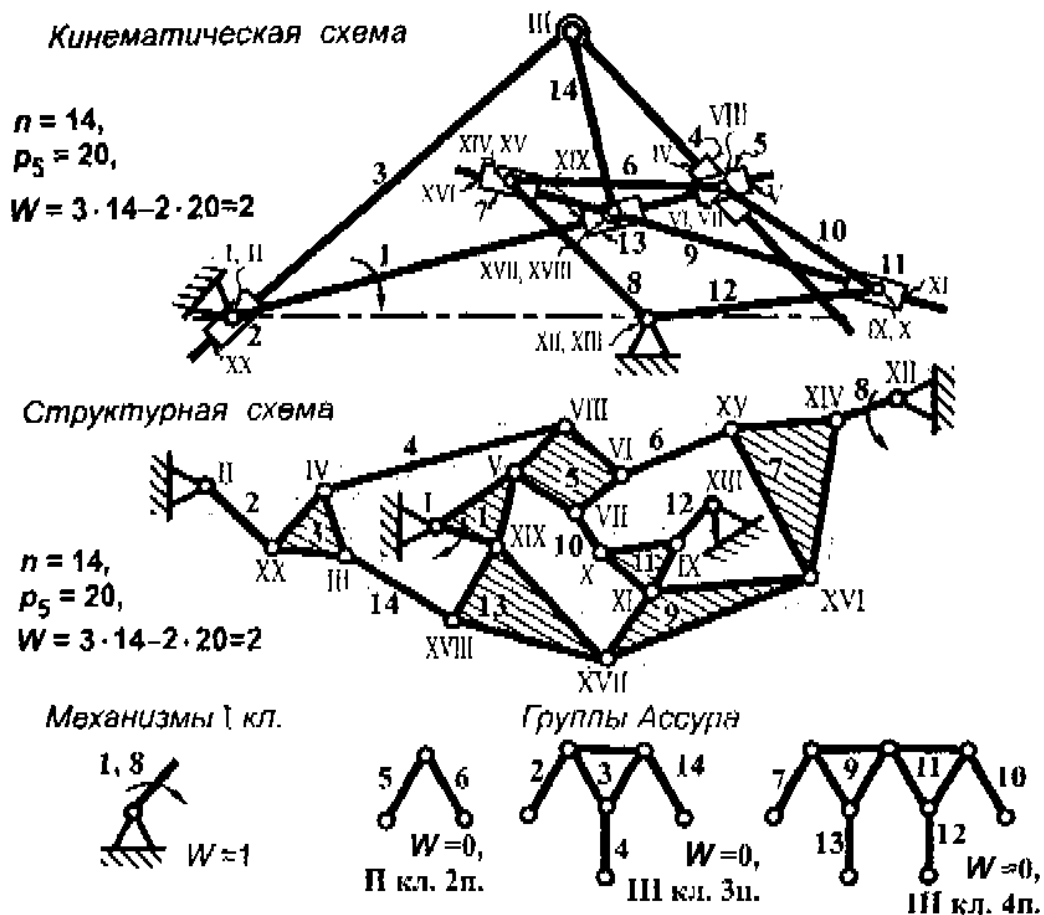
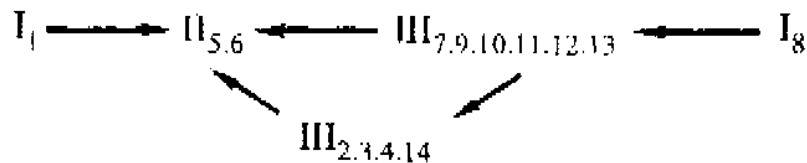


Рис. 25

Группа Ассур III класса 4-го порядка определяет класс механизма, то есть механизм III класса 4-го порядка.

Формула строения механизма



## 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ С НИЗШИМИ ПАРАМИ

### Основные задачи кинематического анализа механизма:

1. Построение планов механизма.
2. Определение линейных скоростей и ускорений точек звеньев механизма.
3. Определение угловых скоростей и ускорений звеньев механизма.

Исходными данными для анализа являются кинематическая схема механизма и ее параметры, угловая скорость начального звена.

В инженерной практике часто используют наиболее распространенный метод кинематического анализа – метод планов скоростей и ускорений, как обладающий наибольшей точностью и наглядностью из всех графоаналитических методов.

### Общие положения

#### Масштабный коэффициент

Все построения (планы механизма, скоростей, ускорений) выполняют с учетом масштабных коэффициентов. Масштабным коэффициентом физической величины называется отношение численного значения физической величины в собственных ей единицах к длине отрезка в миллиметрах, изображающего эту величину.

#### План механизма

Планом механизма называется графическое изображение кинематической схемы механизма (с учетом произвольно выбранного масштабного коэффициента длины  $\mu_l$ , м/мм), соответствующей заданному положению входного звена механизма.

## План скоростей

Планом скоростей механизма называется чертеж, на котором изображены в виде отрезков прямой векторы, равные по модулю и направлению скоростям всех точек механизма для заданного положения входного звена механизма. План скоростей строится с учетом произвольно выбранного масштабного коэффициента скоростей  $\mu_v$ , (м/с)/мм.

## План ускорений

Планом ускорений называется чертеж, на котором изображены в виде отрезков прямой векторы, равные по модулю и направлению ускорениям всех точек звеньев механизма для данного положения входного звена. План ускорений строится с учетом произвольно выбранного масштабного коэффициента ускорений  $\mu_a$ , (м/с<sup>2</sup>)/мм.

### Основные свойства планов скоростей и ускорений

1. Построения планов начинают от начального звена, закон движения которого задан.
2. Отрезки планов скоростей (ускорений), проходящие через полюс — векторы абсолютных скоростей (ускорений) точек звеньев механизма. Направление их всегда от полюса. В конце векторов абсолютных скоростей (ускорений) ставят малую (строчную) букву, соответствующую той букве, которая обозначает одноименный шарнир на плане механизма.
3. Отрезки плана скоростей (ускорений), не проходящие через полюс, изображают векторы относительных скоростей и полных относительных ускорений. Направление их всегда к той букве, которая стоит первой в обозначении скорости (ускорения).
4. Отрезки плана ускорений, изображающие нормальные составляющие полных относительных ускорений, направляют параллельно соответствующим

звеньям к центру их относительного вращения. Тангенциальные составляющие относительных ускорений линиями действия перпендикулярны нормальным составляющим этих же ускорений.

5. Ускорение Кориолиса линией действия перпендикулярно кулисе, а направление определяется по правилу Жуковского поворотом относительной скорости на  $90^\circ$  в сторону переносной угловой скорости кулисы.

6. Относительное (релятивное) ускорение линией действия параллельно кулисе.

7. На плане скоростей (ускорений) концы векторов абсолютных скоростей (ускорений) то же одного звена механизма образуют фигуру, подобную и сходственно расположенную относительно фигуры, образованной этими же точками на плане механизма. Это правило подобия, которое распространяется и на случай, когда точки одного звена расположены на одной прямой. На плане скоростей (ускорений) должна сохраняться такая же последовательность букв, как и на одноименном звене плана механизма.

#### Угловые скорости и ускорения

1. Направление угловой скорости звена определяется по направлению вектора линейной скорости (которая стоит в числителе выражения, определяющего угловую скорость), мысленно приложенной в соответствующую точку звена, для которого определяется угловая скорость.

2. Направление углового ускорения звена механизма определяют по направлению вектора тангенциальной составляющей относительного ускорения (которая стоит в числителе выражения, определяющего угловое ускорение), мысленно приложенного в соответствующую точку звена, для которого определяется угловое ускорение.

## ЗАДАЧИ

### Задача №16. Шестизвенный механизм (рис. 26)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,1$  м;  $l_{AB} = 0,3$  м;  $l_{BO_1} = 0,3$  м;  $l_{BC} = l_{CO_1} = 0,11$  м;  $x = 0,3$  м;  $y = 0,1$  м;  $\omega_1 = 10$  с<sup>-1</sup>;  $\varphi = 30^\circ$ .

Построить планы скоростей и ускорений для заданного положения механизма. Найти скорость и ускорение центра масс звена 3.

#### План механизма

План механизма строится с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{\overline{OA}} = \frac{0,1}{20} = 0,005$  м/мм, где  $\overline{OA} = 20$  мм – отрезок, изображающий на чертеже  $l_{OA}$ . Построение плана механизма начинают с разметки опор и неподвижных направляющих поступательно движущегося звена 5. После этого с помощью чертежных инструментов определяют положение каждого звена механизма при заданном положении входного звена. Звенья на плане показывают сплошной основной линией. Положение центра масс (точка  $S_3$ ) звена 3 находят в месте пересечения медиан треугольника  $BCO_1$ .

#### План скоростей

Скорость точки  $A$  входного звена:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,1 = 1$  м/с.

На листе выбирают полюс (произвольная точка  $p$ ) плана скоростей. Из полюса перпендикулярно звену  $OA$  в направлении действия  $\omega_1$  откладывают отрезок  $\overline{pa} = 60$  мм, изображающий на плане  $\overline{v_A}$ . Тогда масштабный коэффициент скорости

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{1}{60} = 0,017 \text{ (м/с)/мм.}$$

Для определения скорости точки  $B$ , принадлежащей и звену 2 и звену 3, записывают два уравнения, имея виду, что скорость любой точки звена, совершающей плоское движение, складывается из скорости полюса и вращательной ско-

рости этой точки вокруг полюса. За полюс выбирают точку звена, скорость которой известна.

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad \bar{v}_C = \bar{v}_{O_1} + \bar{v}_{CO_1}, \quad v_{O_1} = 0.$$

Известны величина и направление вектора  $\bar{v}_A$ , а также линии действия (в дальнейшем л. д.) скоростей  $\bar{v}_{BA}$  и  $\bar{v}_{CO_1}$ .

На плане через точку  $a$  проводят л. д.  $\bar{v}_{BA} \perp BA$ , а через полюс —  $\bar{v}_{CO_1} \perp CO_1$ . Точка  $c$  пересечения этих линий действия определит на плане векторы скоростей: отрезок  $(\bar{p}c)$  плана —  $\bar{v}_C$ , а отрезок  $(\bar{a}c)$  плана —  $\bar{v}_{BA}$ .

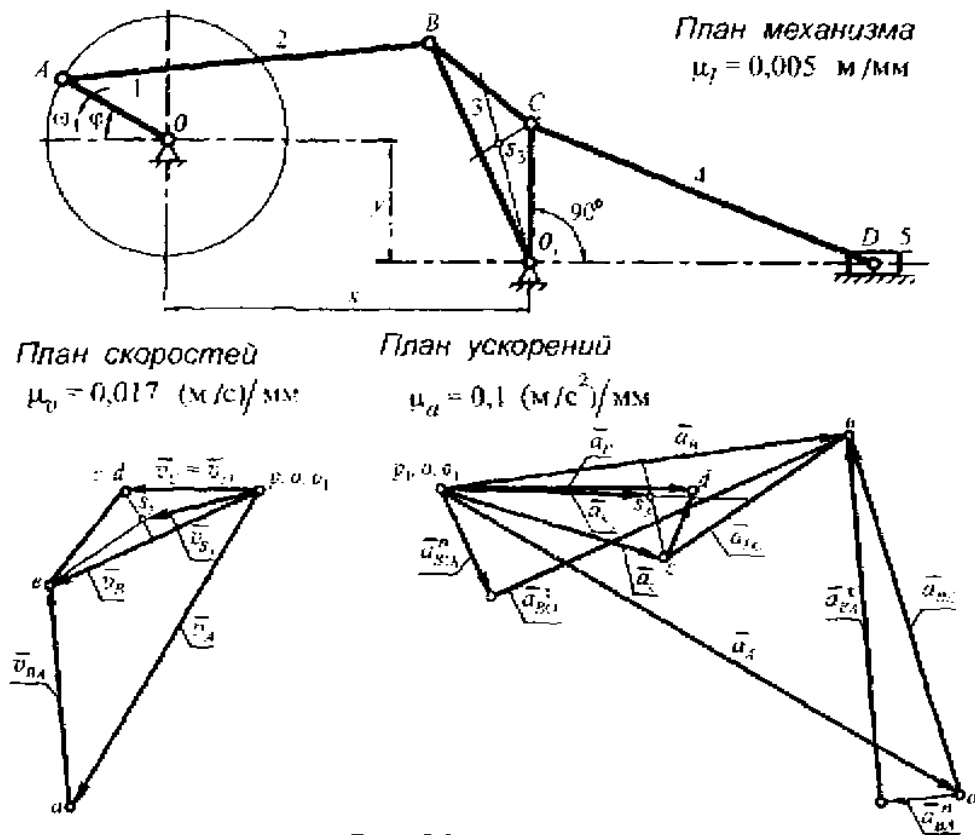


Рис. 26

Положение точки  $c$  на плане определится, если на отрезке  $(\bar{p}v)$  плана построить  $\Delta_{1}cvc$ , подобный и сходственно расположенный  $\Delta O_1BC$  на плане механизма.



Для определения скорости точки  $D$  достаточно одного уравнения

$$\bar{v}_D = \bar{v}_C + \bar{v}_{DC}$$

и того обстоятельства, что линия действия скорости точки  $D$  ползуна 5 параллельна неподвижному направляющему звена 5. На плане через точку  $c$  проводят л. д.  $\bar{v}_{DC} \perp DC$ , а через полюс –  $\bar{v}_{D_5}$ . Пересечение линий действия скоростей определит точку  $d$  плана. Поскольку линии действия  $\bar{v}_C$  и  $\bar{v}_D$  совпадают (угол  $CO_1D = 90^\circ$ ), то  $v_C = v_D$ , а  $v_{DC} = 0$ . Положение центра масс (точка  $S_3$ ) на плане определится, если в  $\Delta O_1bc$  на плане провести медианы. Прямая ( $\bar{ps}_3$ ) плана –  $\bar{v}_{S_3}$ .

$$\bar{v}_{S_3} = (\bar{ps}_3) \cdot \mu_v = 19 \cdot 0,017 = 0,323 \text{ м/с.}$$

### План ускорений

Ускорение точки  $A$  находят из выражения  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,1 = 10 \text{ м/с}^2$ .

Для определения ускорения точки  $B$  составляют два уравнения, аналогичных по сути уравнениям, составленным для определения скорости точки  $B$ . Но в приводимых ниже уравнениях полные относительные ускорения раскладывают на составляющие – нормальные и тангенциальные:

$$a_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t, \text{ где } \bar{a}_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{(35 \cdot 0,017)^2}{0,3} = 1,18 \text{ м/с}^2,$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{BO_1}^n + \bar{a}_{BO_1}^t, \text{ где } \bar{a}_{BO_1}^n = \frac{v_{BO_1}^2}{l_{BO_1}} = \frac{(37 \cdot 0,017)^2}{0,2} = 1,98 \text{ м/с}^2, a_{O_1} = 0.$$

Для построения плана ускорений выбирают произвольный масштабный коэффициент ускорений  $\mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ (м/с}^2\text{)/мм.}$

На листе из полюса  $p_1$  откладывают отрезок  $\overline{p_1 a} = 100 \text{ мм}$ , изображающий  $\bar{a}_A$ , параллельно звену 1 и направленный к центру вращения звена 1 (точка  $O$ ). К точке  $a$  плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{BA}^n \parallel BA$ , направляя его к центру относительного вращения звена 2. А к полюсу пристраивают  $\bar{a}_{BO_1}^n \parallel BO_1$ , на-

правляя его к центру вращения (точка  $O_1$ ). Через концы векторов  $\vec{a}_{BA}^n$  и  $\vec{a}_{BO_1}^n$  перпендикулярно им проводят л. д.  $\vec{a}_{BA}^t$  и л. д.  $\vec{a}_{BO_1}^t$ , продолжая их до взаимного пересечения в точке  $e$ . Отрезок  $(p_1e)$  плана  $a_B$ . На отрезке  $(p_1e)$  плана строят  $\Delta o_1ec$ , подобный и сходственно расположенный  $\Delta O_1BC'$  на плане механизма, одна из вершин которого – точка  $c$  плана.

Отрезок  $(\overline{p_1c})$  плана  $a_C$ .

Для определения ускорения точки  $d$  составляют векторное уравнение

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + a_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^t, \text{ где } \vec{a}_{DC}^n = \frac{v_{DC}^2}{l_{DC}} = 0, \text{ так как } v_{DC} = 0.$$

На плане через точку  $c$  проводят л. д.  $\vec{a}_{DC}^t \perp DC$  и продолжают ее до пересечения с линией действия ускорения точки  $D$  ползуна, проведенную через полюс параллельно направляющим ползуна. Пересечение линий действия определит на плане точку  $d$ . Отрезок  $(\overline{p_1d})$  плана  $a_D$ .

Положение точки  $s_3$  определяется, если в  $\Delta o_1ec$  провести медианы. Точка пересечения медиан –  $s_3$ . Отрезок  $(\overline{p_1s_3})$  плана  $a_{s_3}$ .

$$a_{s_3} = (\overline{p_1s_3}) \mu_a = 34 \cdot 0,1 = 3,4 \text{ м/с}^2.$$

#### Задача № 17. Четырехзвенный механизм (рис. 27)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,15 \text{ м}$ ;  $l_{AB} = 0,5 \text{ м}$ ;  $l_{OO_1} = 0,57 \text{ м}$ ;  $l_{O_1B} = 0,31 \text{ м}$ ;  
 $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

Построив планы скоростей и ускорений, определить угловые скорости и угловые ускорения звеньев механизма.

#### План механизма

План механизма строят по заданным параметрам кинематической схемы с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,15}{15} = 0,01 \text{ м/мм}$ . Отрезок  $\overline{OA}$  изображает на плане длину звена I.

### План скоростей

Скорость точки  $A$  звена 1:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,15 = 1,5$  м/с.

Масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_A}{\overline{pa}} = \frac{1,5}{75} = 0,02$  (м/с)/мм.

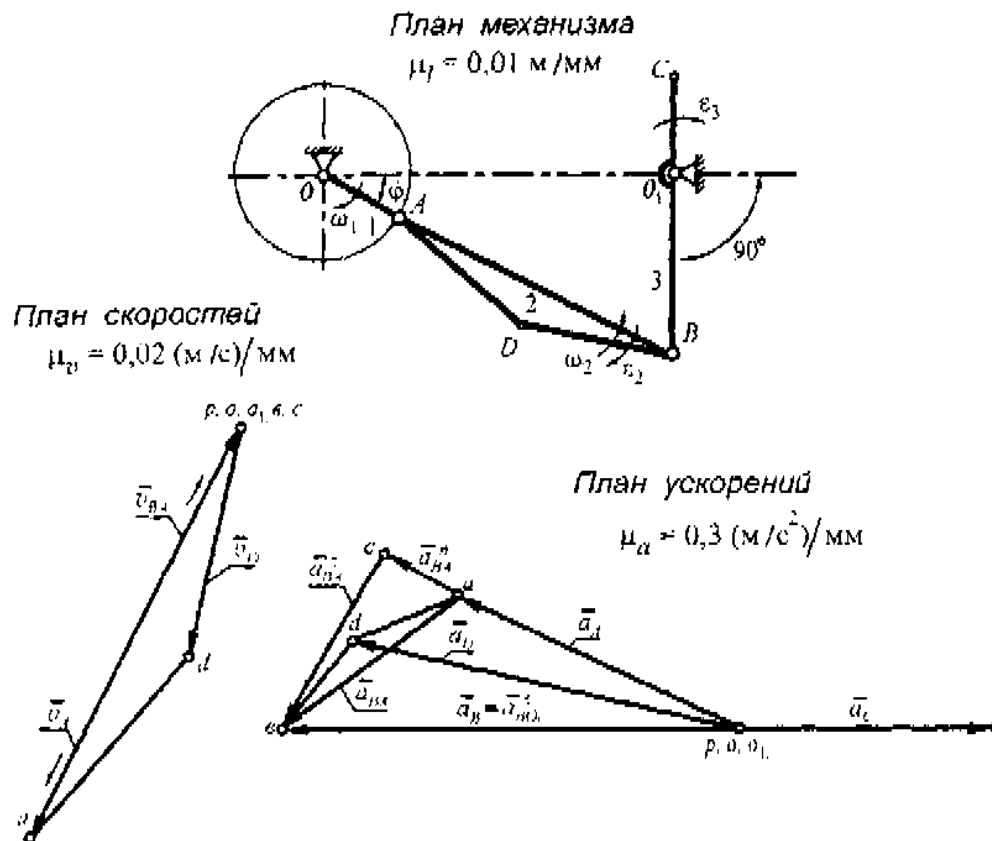


Рис. 27

Из произвольно выбранной точки за полюс плана откладывают отрезок  $\overline{pa} = 75$  мм, изображающий вектор  $\vec{v}_A$ , направляя его перпендикулярно звену 1 и в сторону действия  $\omega_1$ .

Для определения скорости точки  $B$  составляют два векторных уравнения: первое  $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$ , если точка  $B$  принадлежит звену 2 и второе — если она принадлежит звену 3 —  $\vec{v}_B = \vec{v}_{O_1} + \vec{v}_{BO_1}$ , где  $v_{O_1} = 0$ .

На плане через точку  $a$  проводят л. д.  $\vec{v}_{BA} \perp BA$ , а через точку  $O_1$  —  $\vec{v}_{BO_1} \perp BO_1$ . В пересечении этих линий — точка  $b$  плана. Но так как звенья  $OA$

и  $AB$  располагаются на одной прямой, а между звеньями  $OO_1$  и  $BO_1$  угол  $90^\circ$ , то  $v_A = -v_{BA}$ , а  $v_B = 0$ , следовательно, и  $v_C = 0$ . В данном положении механизма звено 3 находится в крайне правом положении. Для нахождения точки  $d$  на плане строят  $\Delta adb$ , подобный и сходственно расположенный  $\Delta ADB$  на плане механизма.

Угловые скорости звеньев 2 и 3

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{BA}} = \frac{(75 \cdot 0,02)}{0,5} = 3 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_3 = \frac{v_{BO_1}}{l_{BO_1}} = 0, \text{ так как } v_{BO_1} = 0.$$

Направление угловых скоростей определяют по направлению линейных, стоящих в числителе данных выражений.

### План ускорений

Ускорение точки  $a$  равно  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,15 = 15 \text{ м/с}^2$ .

Ускорение точки  $B$  определяют из двух векторных уравнений

$$a_B = a_A + \bar{a}_{BA}^n + a_{BA}^t, \text{ где } \bar{a}_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{v_A^2}{l_{BA}} = \frac{(1,5)^2}{0,5} = 4,5 \text{ м/с}^2,$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{BO_1}^n + a_{BO_1}^t, \text{ где } \bar{a}_{BO_1}^n = \frac{v_{BO_1}^2}{l_{BO_1}} = 0 \text{ м/с}^2, \text{ так как } v_{BO_1} = 0.$$

$$\text{Масштабный коэффициент ускорения } \mu_a = \frac{a_A}{\rho_1 a} = \frac{15}{50} = 0,3 \text{ (м/с}^2\text{)/мм}.$$

Из полюса (точка  $p_1$ ) откладывают отрезок  $\overline{p_1 a} = 50 \text{ мм}$ , параллельно звену 1, направляя его к точке  $O$  – центру вращения звена 1.

К точке  $a$  плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{BA}^n \parallel BA$ , направляя его к центру относительного вращения (точка  $A$ ). Через конец вектора  $\bar{a}_{BA}^n$  проводят л. д.  $\bar{a}_{BA}^t \perp BA$ , а через полюс проводят л. д.  $\bar{a}_{BO_1}^t \perp BO_1$ . Эти линии пересекаются на плане в точке  $b$ . Отрезок  $(\overline{p_1 b})$  плана –  $\bar{a}_B$ . Для определения ускорения точки  $d$  на отрезке  $(\overline{ab})$  плана строят  $\Delta abd$ , подобный и сходственно расположен-

ный  $\triangle ABD$ . Отрезок  $(\overline{p_1d})$  плана –  $\ddot{a}_D$ . Точку  $c$  плана определяют из пропорции

$$\frac{O_1B}{O_1C} = \frac{\overline{p_1b}}{\overline{p_1c}}, \quad (\overline{p_1c}) = \frac{O_1C \cdot (\overline{p_1b})}{O_1B} = \frac{(0,2 \cdot 75)}{0,31} = 48,4 \text{ мм.}$$

Так как точки  $C$  и  $B$  одного звена располагаются по разные стороны опоры  $O_1$ , то и на плане эти точки  $c$  и  $b$  будут расположены по одной прямой, но по разные стороны от полюса плана.

Угловые ускорения звеньев 2 и 3

$$\epsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{BA}} = \frac{(37 \cdot 0,3)}{0,5} = 22,2 \text{ с}^{-2}, \quad \epsilon_3 = \frac{a_{BC}^r}{l_{BC}} = \frac{(74 \cdot 0,3)}{0,31} = 71,6 \text{ с}^{-2}.$$

Направление угловых ускорений выбирают по направлению тангенциальных составляющих линейных ускорений, стоящих в числителе данных выражений.

**Задача № 18.** Механизм компрессора (рис. 28)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,1 \text{ м}$ ;  $l_{CO_1} = 0,16 \text{ м}$ ;  $l_{AC} = 0,28 \text{ м}$ ;  $l_{CB} = 0,14 \text{ м}$ ;  $l_{BD} = x = 0,3 \text{ м}$ ;  $y = 0,05 \text{ м}$ ;  $y_1 = 0,35 \text{ м}$ ;  $\omega_1 = 12 \text{ с}^{-1}$ .

Для данного положения механизма построить планы скоростей и ускорений.

### План механизма

План механизма построен по заданным параметрам кинематической схемы и с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{10} = 0,01 \text{ м/мм}$ .

На плане механизма отрезок  $\overline{OA}$  представляет  $l_{OA}$ .

### План скоростей

Скорость точки  $A$  входного звена:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 12 \cdot 0,1 = 1,2 \text{ м/с}$ .

Из полюса (точка  $p$ ) плана откладывают отрезок  $pa = 60 \text{ мм}$ , перпендикулярно звену 1 в направлении действия  $\omega_1$ . Масштабный коэффициент скорости

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{1,2}{60} = 0,02 \text{ (м/с)/мм}.$$

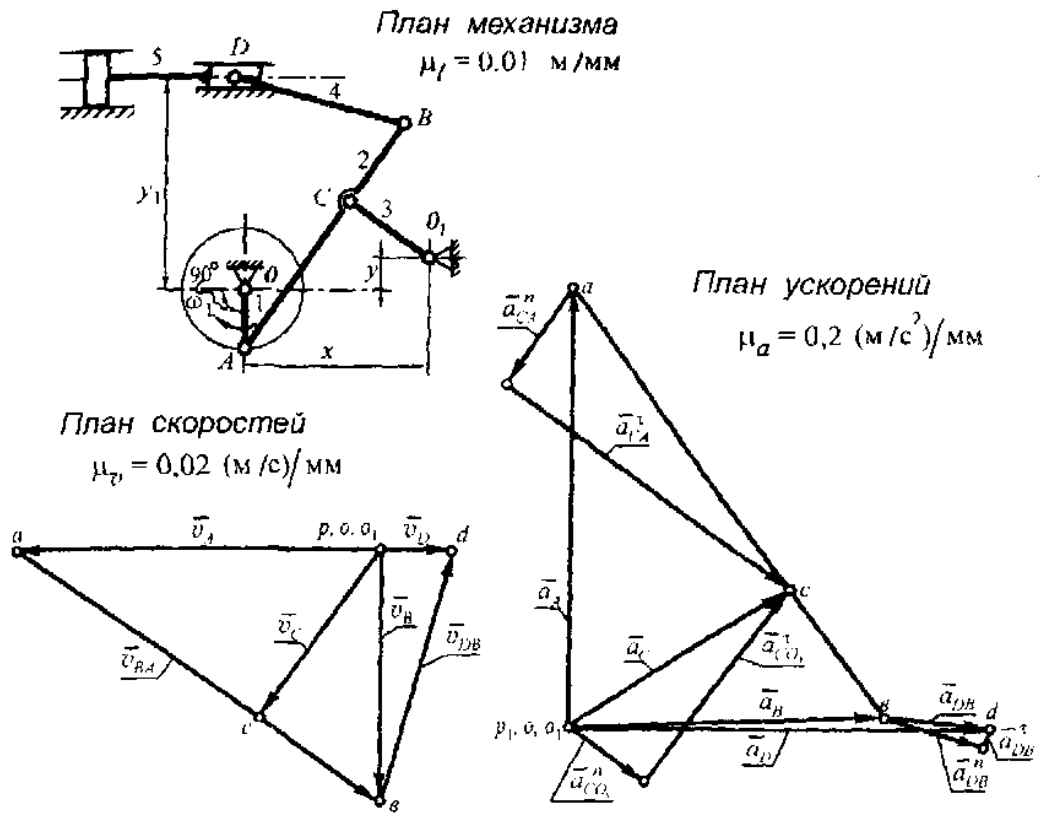


Рис. 28

Для определения скорости точки  $C$  записывают два векторных уравнения  $\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{v}_{CA}$ ,  $\vec{v}_C = \vec{v}_{O_1} + \vec{v}_{CO_1}$ ,  $v_{O_1} = 0$ . На плане через точку  $a$  проводят л. д.  $\vec{v}_{CA} \perp CA$ , и через полюс -  $\vec{v}_{CO_1} \perp CO_1$ . Пересечение этих линий действия - точка  $c$ . Отрезок  $(\overline{pc})$  плана -  $\vec{v}_C$ . Точки  $A, C, B$  принадлежат звену 2. Положение точки  $b$  на плане находят из пропорции  $\frac{l_{AC}}{l_{BC}} = \frac{\overline{ac}}{\overline{bc}}$ ,

$(\overline{bc}) = \frac{l_{BC}(\overline{ac})}{l_{AC}} = \frac{0,14 \cdot 51}{0,28} = 25,5$  мм. На плане, продолжив линию  $ac$  от точки  $c$ , откладывают отрезок  $(\overline{bc})$ . Соединив точку  $b$  с полюсом, находят отрезок  $(\overline{pb})$ , который изображает вектор  $\vec{v}_B$ . Для нахождения точки  $d$  плана достаточно записать векторное уравнение  $\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{DB}$  и иметь в виду, что л. д.  $\vec{v}_D$  (скорости точки  $D$  ползуна) параллельна направляющим ползуна. На плане через точку  $b$

проводят л. д.  $\bar{v}_{DB} \perp DB$ , а через полюс л. д.  $\bar{v}_D$ . В пересечении линий действия – точка  $d$ . Отрезок  $(\bar{p}_1 d)$  плана –  $\bar{v}_D$ .

### План ускорений

Ускорение точки  $A$  звена 1  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 12^2 \cdot 0,1 = 14,4 \text{ м/с}^2$ .

Масштабный коэффициент ускорений  $\mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{14,4}{72} = 0,2 \text{ (м/с}^2\text{)}/\text{мм}$ .

Из полюса параллельно звену  $OA$  к точке  $O$  откладывают отрезок  $\bar{p}_1 a$ , соответствующий  $\bar{a}_A$ . Ускорение точки  $C$  определяют из двух векторных уравнений

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^t, \text{ где } \bar{a}_{CA}^n = \frac{v_{CA}^2}{l_{CA}} = \frac{(51,5 \cdot 0,02)^2}{0,28} = 3,79 \text{ м/с}^2,$$

$$a_C = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{CO_1}^n + \bar{a}_{CO_1}^t, \text{ где } \bar{a}_{CO_1}^n = \frac{v_{CO_1}^2}{l_{CO_1}} = \frac{(35,5 \cdot 0,02)^2}{0,16} = 3,15 \text{ м/с}^2, \bar{a}_{O_1} = 0.$$

К точке  $a$  плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{CA}^n \parallel CA$ , направляя параллельно звену  $AC$  к центру вращения звена (точка  $A$ ), а к полюсу пристраивают вектор  $\bar{a}_{CO_1}^n$  параллельно звену  $CO_1$ , направляя его к центру вращения звена (точка  $O_1$ ). Через концы векторов  $\bar{a}_{CA}^n$  и  $\bar{a}_{CO_1}^n$ , перпендикулярно к ним проводят л. д.  $\bar{a}_{CA}^t$  и  $\bar{a}_{CO_1}^t$  соответственно. Пересечение линий действия – точка  $c$  плана.

Отрезок  $(\bar{p}_1 c)$  плана –  $\bar{a}_C$ . Положение точки  $b$  на плане находят из пропорции

$$\frac{(\bar{bc})}{l_{AC}} = \frac{l_{BC} \cdot (\bar{ac})}{0,28} = \frac{(0,14 \cdot 55,5)}{0,28} = 27,75 \text{ мм. На плане продолжают за точку } c \text{ отрезок } (\bar{ac}), \text{ на продолжении которого и откладывают отрезок } (\bar{bc}). \text{ Вектор ускорения точки } b \text{ на плане представлен отрезком } (\bar{p}_1 b). \text{ Для определения ускорения точки } d \text{ записывают векторное уравнение}$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_B + \bar{a}_{DB}^n + \bar{a}_{DB}^t, \text{ где } \bar{a}_{DB}^n = \frac{v_{DB}^2}{l_{DB}} = \frac{(49 \cdot 0,02)^2}{0,3} = 3,2 \text{ м/с}^2.$$

К точке  $a$  плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{DB}^n$  параллельно звену  $DB$  и направив его к точке  $B$ . Линия действия  $\bar{a}_{DB}^t \perp DB$ , пересечет линию действия  $\bar{a}_D$ , проведенную из полюса, параллельно направляющим ползуна 5. Точка пересечения этих линий действия – точка  $d$ . Отрезок  $(pa)$  плана –  $\bar{a}_D$ .

**Задача № 19.** Механизм V-образного двигателя (рис. 29)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,06$  м;  $l_{AB} = l_{CD} = 0,18$  м;  $l_{AC} = 0,06$  м;  $\theta = 60^\circ$ ;

$$\omega_1 = 200 \text{ с}^{-1}.$$

Необходимо для заданного положения механизма построить планы скоростей и ускорений. Определить угловые скорости и угловые ускорения звеньев механизма.

#### План механизма

План механизма строят по заданным параметрам кинематической схемы с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,06}{15} = 0,004$  м/мм.

Отрезок  $\bar{OA}$  изображает на плане длину звена 1.

#### План скоростей

Скорость точки  $A$  кривошипа:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 200 \cdot 0,06 = 12$  м/с.

От полюса плана откладывают отрезок  $(pa)$  прямой, перпендикулярно звену  $OA$  и в направлении действия угловой скорости  $\omega_1$ . Для построения плана

выбирают масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{12}{60} = 0,2$  (м/с)/мм.

Скорость точки  $B$  определяют из векторного уравнения  $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$  и положения, что скорость точки  $B$  поршня 3 линией действия параллельна оси  $OB$  цилиндра. На плане скоростей через точку  $a$  проводят прямую, перпендикулярную звену  $AB$ , а через полюс – прямую, параллельную оси  $OB$  цилиндра. Пере-



сечении этих линий – точка  $e$  плана. Отрезок прямой  $(pe)$  плана –  $\bar{v}_p$ . Вектор относительной скорости  $\bar{v}_{BA}$  – прямая, соединяющая на плане точки  $e$  и  $a$ . Положение точки  $c$  на плане, которая принадлежит звену 2, определится, если через точку  $a$  плана провести л. д.  $v_{CA} \perp CA$ , а через точку  $e$  плана – л. д.  $v_{CB} \perp CB$ . Пересечение линий действия – точка  $c$ .

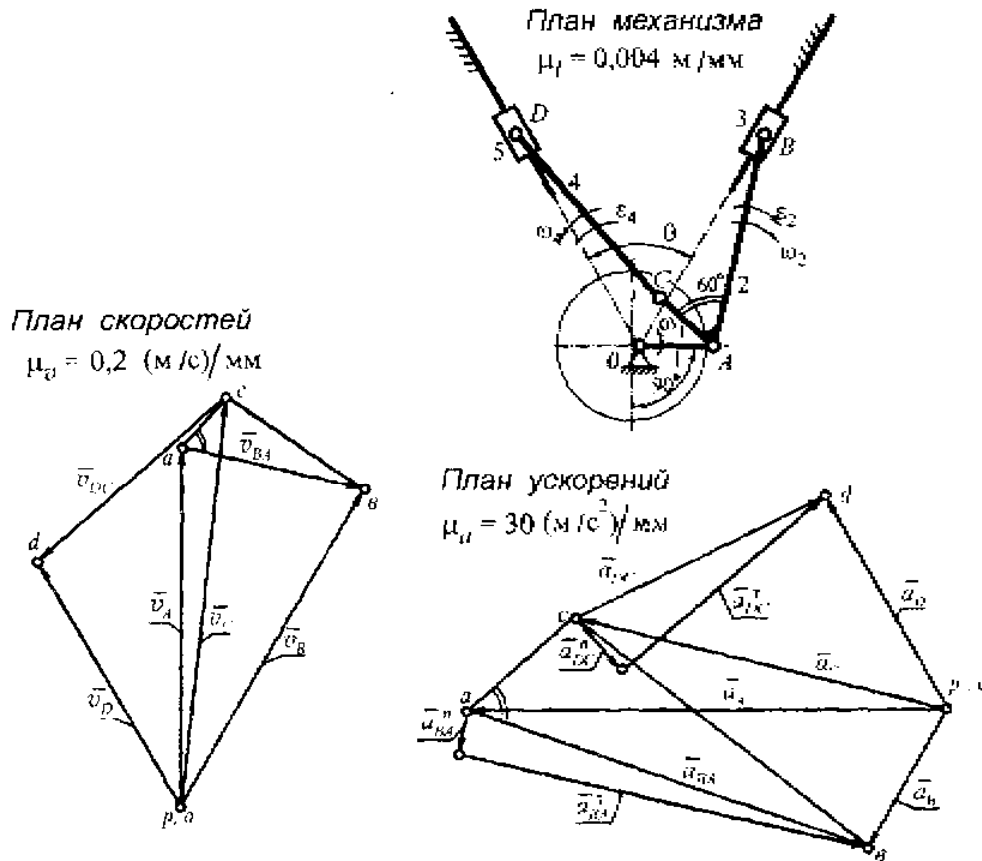


Рис. 29

Скорость точки  $D$  определяют из векторного уравнения, составленного для звена 4  $\bar{v}_D = \bar{v}_C + \bar{v}_{DC}$  и того случая, что л. д.  $v_D$  левого поршня совпадает с осью цилиндра (прямая  $DO$ ). На плане через полюс проводят прямую, параллельную звену  $DC$ . В пересечении этих линий – точка  $d$  плана. Отрезок прямой  $(pd)$  плана –  $\bar{v}_p$ , а другой отрезок  $(cd)$  плана – вектор относительной скорости  $\bar{v}_{DC}$ .

Угловые скорости звеньев 2 и 4

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{BA}} = \frac{(32 \cdot 0,2)}{0,18} = 35,5 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_4 = \frac{v_{DC}}{l_{DC}} = 45,5 \text{ с}^{-1}.$$

Направление угловых скоростей определяют по направлению линейных, стоящих в числителе данных выражений.

### План ускорений

Ускорение точки  $a$  кривошипа  $OA$ :  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 200^2 \cdot 0,06 = 2400 \text{ м/с}^2$ .

На чертеже выбирают за полюс точку ( $p_1$ ), направляя его параллельно звену  $OA$  к точке  $O$ , учитывая масштабный коэффициент ускорения

$$\mu_a = \frac{a_A}{\rho_1 a} = \frac{2400}{80} = 30 \text{ (м/с}^2\text{)/мм}.$$

Для определения ускорения точки  $B$ , если она принадлежит звену 2, записывают векторное уравнение

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t, \text{ где } \bar{a}_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{(32 \cdot 0,2)^2}{0,18} = 227,55 \text{ м/с}^2.$$

Линия действия ускорения точки  $B$  поршня 3 параллельна оси цилиндра (линия  $OB$ ). На плане через полюс проводят л. д.  $\bar{a}_B \parallel OB$ , к точке  $a$  плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{BA}^n \parallel BA$  и к точке  $A$ . Через конец вектора  $\bar{a}_{BA}^n$ , перпендикулярно к нему проводят л. д.  $\bar{a}_{BA}^t$ . Пересечение л. д.  $\bar{a}_B$  и  $\bar{a}_{BA}^t$  определяют точку в плане. Отрезок  $(p_1 b)$  плана –  $\bar{a}_B$ . Положение точки  $c$  плана определяют построением на отрезке  $(ab)$  плана  $\Delta cas$  подобного и сходственно расположенного  $\Delta CAB$  на плане механизма. Отрезок прямой, соединяющий точки  $p_1$  и  $c$  –  $\bar{a}_C$ .

Для определения положения точки  $d$  на плане необходимо знать л. д.  $\bar{a}_{D_3}$  и л. д.  $\bar{a}_{DC}^t$ . Сначала записывают векторное уравнение

$$\bar{a}_D = \bar{a}_C + \bar{a}_{DC}^n + \bar{a}_{DC}^t, \text{ где } \bar{a}_{DC}^n = \frac{v_{DC}^2}{l_{DC}} = \frac{(41,5 \cdot 0,2)^2}{0,18} = 382,72 \text{ м/с}^2.$$

Вектор  $\vec{a}_{DC}^n$  пристраивают к точке  $c$  плана, направляя его параллельно звену 4 и к точке  $C$  звена 4. Через конец этого вектора, перпендикулярно к нему проводят л. д.  $\vec{a}_{DC}^t$  и продолжают ее до пересечения с л. д.  $\vec{a}_{DC}^n$ , проведенно параллельно линии  $DO$ . На плане определится точка  $d$ . Отрезок  $(\vec{cd})$  на плане относительно ускорение  $\vec{a}_{DC}$ .

Угловые ускорения звеньев

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^t}{l_{BA}} = \frac{(70 \cdot 30)}{0,18} = 11666,7 \text{ с}^{-2}, \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^t}{l_{DC}} = \frac{(44 \cdot 30)}{0,18} = 7333,3 \text{ с}^{-2}.$$

Направление угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_4$  выбирают по направлению  $\vec{a}_{BA}^t$  и  $\vec{a}_{DC}^t$  соответственно, мысленно приложив эти векторы в соответствующие точки плана механизма.

**Задача № 20.** Сбрасывающий механизм Маркуса (рис. 30)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,25 \text{ м}$ ;  $l_{AB} = 0,45 \text{ м}$ ;  $l_{BO_1} = 0,6 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,15 \text{ м}$ ;

$l_{CD} = 0,25 \text{ м}$ ;  $l_{DO} = 0,30 \text{ м}$ ;  $l_{DE} = 0,70 \text{ м}$ ;  $x = 0,20 \text{ м}$ ;  $y = 0,20 \text{ м}$ ;

$r_1 = 0,40 \text{ м}$ ;  $n_1 = 430 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить скорости и ускорения точки  $E$  звена 7, построив планы скоростей и ускорений механизма.

**План механизма**

План механизма строят с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,25}{25} = 0,01 \text{ м/мм}$  и заданным параметрам кинематической схемы.

**План скоростей**

Скорость точки  $A$  звена  $OA$ :  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = \frac{\pi n_1}{30} l_{OA} = \frac{\pi \cdot 430}{30} \cdot 0,25 = 11,25 \text{ м/с}$

На плане из точки  $p$  – полюса плана перпендикулярно звену  $OA$  в направле

нии  $\omega_1$  откладывают отрезок  $(pa)$ , изображающий  $\bar{v}_A$  на плане с учетом масштабного коэффициента скорости  $\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{11,25}{37,5} = 0,3 \text{ (м/с)/мм}$ .

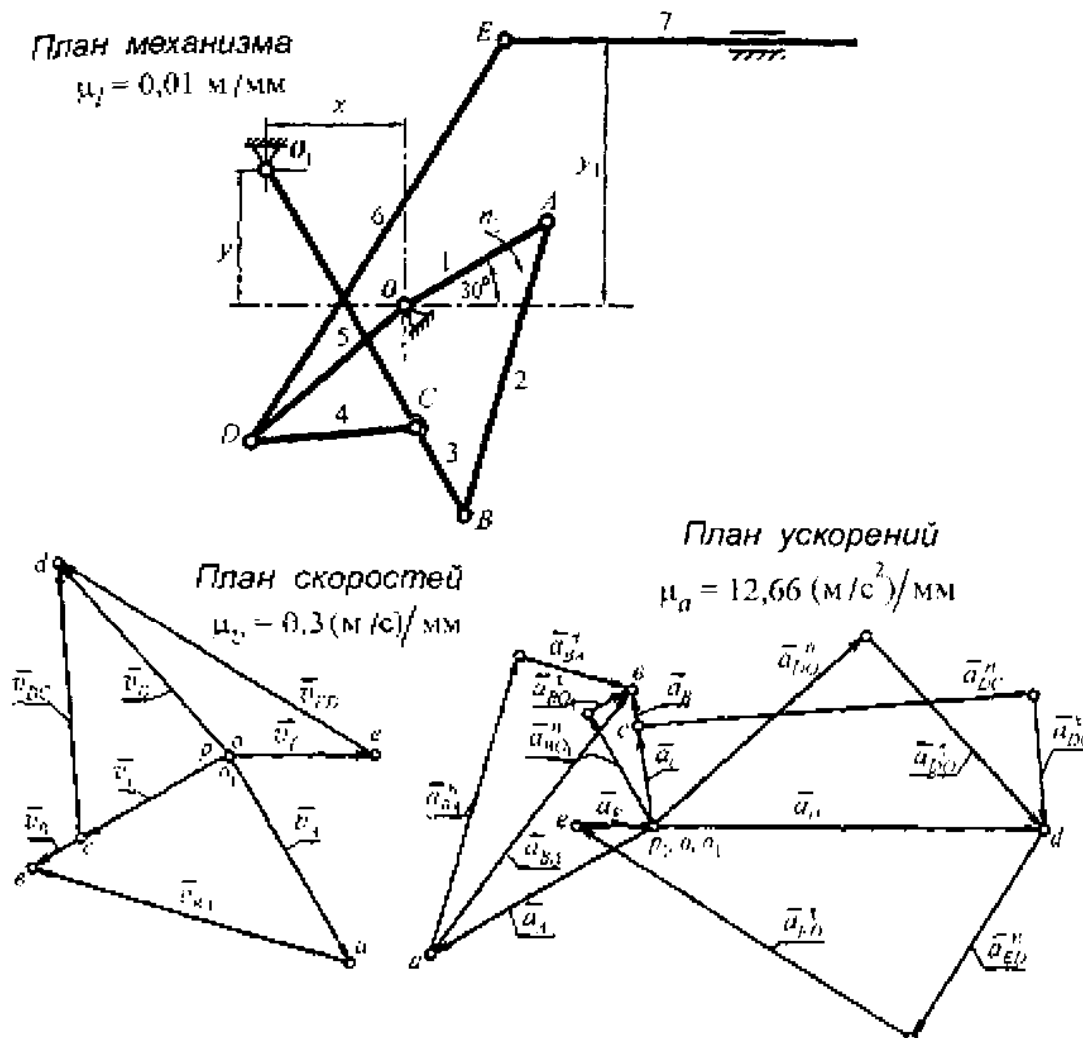


Рис. 30

Для определения скорости точки B записывают два векторных уравнения, оочередно принимая за центр вращения звеньев – точку A и точку O соответственно.  $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$ ,  $\bar{v}_B = \bar{v}_O + \bar{v}_{BO}$ ,  $\bar{v}_O = 0$ .

На плане через точку a проводят л. д.  $v_{BA} \perp BA$ , а через полюс – л. д.  $v_{BO} \perp BO$  и продолжают их до взаимного пересечения в точке b. Отрезок

прямой  $(\overline{p\theta})$  плана –  $\overline{v}_B$ . Скорость точки  $C$ , принадлежащую как и точка  $B$  звену 3, определяют из пропорции

$$\frac{l_{BO}}{l_{BC}} = \frac{\overline{p\theta}}{\overline{v_C}}$$

$\overline{v_C} = \frac{l_{BC} \cdot \overline{p\theta}}{l_{BO}} = \frac{0,15 \cdot 41}{0,6} = 10,25$  мм. На плане, отложив от точки  $\theta$  найденный

отрезок, находят точку  $c$ . Отрезок прямой  $(\overline{pc})$  плана –  $\overline{v}_C$ .

Скорость точки  $D$  определяют из двух векторных уравнений, составленных для звена 4 и звена 5,

$$v_D = \overline{v}_C + \overline{v}_{DC}, \quad \overline{v}_D = \overline{v}_O + \overline{v}_{DO}, \quad \overline{v}_O = 0.$$

На плане через точку  $c$  проводят л. д.  $v_{DC} \perp DC$ , а через точку  $p$  – л. д.  $v_{DO} \perp DO$ , эти две линии пересекаются между собой в точке  $d$  на плане. Отрезок  $(\overline{pd})$  плана –  $\overline{v}_D$ .

Скорость точки  $E$ , если она принадлежит звену 6, записывают в виде векторного уравнения  $\overline{v}_E = \overline{v}_D + \overline{v}_{ED}$ . А если точка  $E$  принадлежит звену 7, то л. д. скорости  $\overline{v}_{E7}$  параллельна направляющим звена 7.

Для определения положения точки  $e$  на плане, через точку  $d$  проводят л. д.  $v_{ED} \perp ED$ , а через полюс – л. д.  $v_{E7}$ , как показано выше. В пересечении линий действия – точка  $e$  плана. Отрезок прямой  $(\overline{pe})$  плана –  $\overline{v}_E$ .

Скорость точки  $E$ :  $v_E = (\overline{pe}) \cdot \mu_v = 22,5 \cdot 0,3 = 6,75$  м/с.

### План ускорений

Ускорение точки  $A$  звена 1:

$$a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = \left( \frac{\pi n_1}{30} \right)^2 \cdot l_{OA} = \left( \frac{\pi \cdot 430}{30} \right)^2 \cdot 0,25 = 506,25 \text{ м/с}^2.$$

Вектор этого ускорения изображен на плане отрезком  $(\overline{p_1 a}) = 40$  мм. Поэтому масштабный коэффициент ускорения  $\mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{506,25}{40} = 12,66 \text{ (м/с}^2\text{) / мм}$

Ускорение точки  $B$  определится из двух векторных уравнений, если рассматривать точку  $B$  принадлежащую звену 2 и звену 3 соответственно.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t, \text{ где } \vec{a}_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{(55 \cdot 0,3)^2}{0,45} = 605 \text{ м/с}^2,$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_1} + \vec{a}_{BO_1}^n + \vec{a}_{BO_1}^t, \text{ где } \vec{a}_{BO_1}^n = \frac{v_{BO_1}^2}{l_{BO_1}} = \frac{(41 \cdot 0,3)^2}{0,6} = 252 \text{ м/с}^2, \vec{a}_{O_1} = 0.$$

На плане к точке  $a$  пристраивают вектор  $\vec{a}_{BA}^n$ , параллельно звену 2 и направив его к точке  $A$ . К полюсу пристраивают вектор  $\vec{a}_{BO_1}^n$ , параллельно  $BO_1$  звену 3 и направив к точке  $O_1$ . Через концы этих векторов, перпендикулярно к ним проводят л. д.  $\vec{a}_{BA}^t$  и л. д.  $\vec{a}_{BO_1}^t$  и продолжают линии до взаимного пересечения в точке  $b$ . Тогда отрезок  $(\vec{p}_1 \vec{b})$  на плане -  $\vec{a}_B$ .

Положение точки  $c$  плана определяют из пропорции

$$\frac{bc}{ac} = \frac{l_{BC}}{l_{BO_1}} \cdot \frac{p_1 b}{p_1 c} = \frac{0,15 \cdot 22}{0,6} = 5,5 \text{ мм.}$$

На плане этот отрезок отложен от точки  $b$ . Прямая  $\vec{p}_1 c$  -  $\vec{a}_C$ .

Для определения ускорения точки  $D$  составляют два векторных уравнения

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^t, \text{ где } \vec{a}_{DC}^n = \frac{v_{DC}^2}{l_{DC}} = \frac{(46 \cdot 0,3)^2}{0,25} = 761,76 \text{ м/с}^2,$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_O + \vec{a}_{DO}^n + \vec{a}_{DO}^t, \text{ где } \vec{a}_{DO}^n = \frac{v_{DO}^2}{l_{DO}} = \frac{(43 \cdot 0,3)^2}{0,3} = 554,7 \text{ м/с}^2, \vec{a}_O = 0.$$

На плане к точке  $c$  пристраивают вектор  $\vec{a}_{DC}^n$ , а к полюсу вектор  $\vec{a}_{DO}^n$ , направив каждый из них параллельно соответствующим звеньям и к центру их относительного вращения. Далее через концы этих векторов, перпендикулярно к ним проводят л. д.  $\vec{a}_{DC}^t$  и  $\vec{a}_{DO}^t$ , продолжая их до взаимного пересечения в точке  $d$  плана. Отрезок  $(\vec{p}_1 \vec{d})$  плана -  $\vec{a}_D$ .

Ускорение точки  $E$  поступательно движущегося звена 7 линией действия параллельно неподвижным направляющим этого звена. Через полюс проводят эту

линию действия. В то же время

$$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{ED}^n + \bar{a}_{ED}^t, \text{ где } \bar{a}_{ED}^n = \frac{v_{ED}^2}{l_{ED}} = \frac{(60 \cdot 0,3)^2}{0,7} = 462,86 \text{ м/с}^2.$$

Вектор  $\bar{a}_{ED}^n$  на плане пристраивают к точке  $d$ , направляя его параллельно звену  $ED$ , и к точке  $D$ . Через конец вектора  $\bar{a}_{ED}^n$ , перпендикулярно к нему проводят л. д.  $\bar{a}_{ED}^t$ , которую продолжают до пересечения с л. д.  $a_{E\gamma}$  в точке  $e$  плана. Отрезок  $(\overline{p_1 e})$  плана, соединяющий полюс с точкой  $e$ , —  $\bar{a}_E$ .

$$\text{Значение ускорения точки } E: a_E = (\overline{p_1 e}) \mu_a = 8 \cdot 12,66 = 101,28 \text{ м/с}^2.$$

**Задача № 21.** Механизм компрессорного двигателя (рис. 31)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,21 \text{ м}$ ;  $l_{O_1E} = 0,16 \text{ м}$ ;  $l_{O_1D} = 0,32 \text{ м}$ ;  $l_{CD} = 0,29 \text{ м}$ ;

$l_{EF} = 0,48 \text{ м}$ ;  $l_{AC} = 0,588 \text{ м}$ ;  $l_{AB} = 0,84 \text{ м}$ ;  $l_{AS_2} = 0,29 \text{ м}$ ;  $x = 0,21 \text{ м}$ ;

$y = 0,31 \text{ м}$ ;  $n_1 = 1000 \text{ мин}^{-1}$ .

Построить планы скоростей и ускорений механизма. Определить численные значения линейных скоростей и ускорений точек звеньев механизма, а также численные значения угловых скоростей и ускорений точек звеньев механизма.

Значения указанных параметров свести в таблицу.

### План механизма

План механизма построен по заданным параметрам кинематической схемы 1 с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{\overline{OA}} = \frac{0,21}{15} = 0,014 \text{ м/мм}$

Здесь отрезок  $\overline{OA}$  изображает длину звена  $OA$ .

### План скоростей

Скорость точки  $A$  входного звена механизма:

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = \left( \frac{\pi \cdot n_1}{30} \right) \cdot l_{OA} = \frac{\pi \cdot 1000}{30} \cdot 0,21 = 21,98 \text{ м/с}.$$

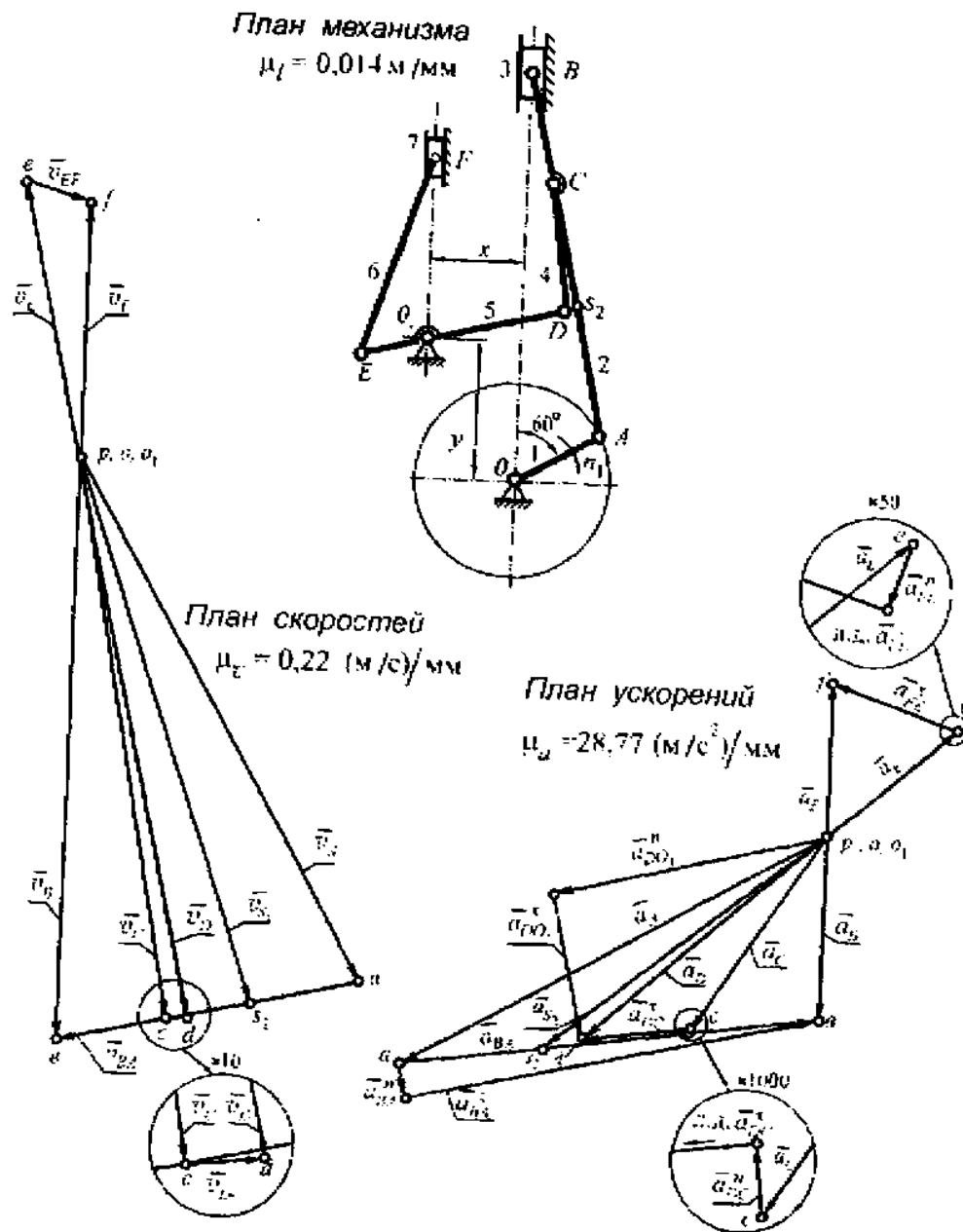


Рис. 31

Скорость точки  $B$  звена 2 определяют из уравнения  $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$  и того обстоятельства, что л. д.  $v_B$  поршня 3 двигателя совпадает с осью цилиндра (линия  $OB$ ).

Масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_A}{ra} = \frac{21,98}{100} = 0,22 \text{ (м/с)/мм.}$



Из полюса плана откладывают отрезок  $(\overline{pa})$ , изображающий  $\overline{v}_A$ , перпендикулярно звену  $OA$  и в направлении действия  $\omega_1$ . Через полюс плана проводят л. д.  $v_B$  поршня параллельно оси  $OB$  правого цилиндра. Через точку  $a$  плана – л. д.  $v_{BA} \perp AB$ . Пересечение этих двух линий действия определит положение точки  $b$  на плане. Отрезок  $(\overline{pb})$  плана –  $\overline{v}_B$ .

Точки  $S$  и  $S_2$  на плане определяют из пропорций

$$\frac{l_{AB}}{l_{AC}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{ac}}, \quad \overline{ac} = \frac{l_{AC} \cdot (\overline{ab})}{l_{AB}} = \frac{0,588 \cdot 53,5}{0,84} = 37,45 \text{ мм},$$

$$\frac{l_{AB}}{l_{AS_2}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{as_2}}, \quad \overline{as_2} = \frac{l_{AS_2} \cdot (\overline{ab})}{l_{AB}} = \frac{0,29 \cdot 53,5}{0,84} \cong 18,5 \text{ мм}.$$

Полученные точки  $c$  и  $s_2$  на плане соединяют прямыми с полюсом. Отрезки  $(\overline{pc})$  и  $(\overline{ps_2})$  плана –  $\overline{v}_C$  и  $\overline{v}_{S_2}$  соответственно.

Скорость точки  $D$  определяют из двух векторных уравнений

$$\overline{v}_D = \overline{v}_C + \overline{v}_{DC}, \quad \overline{v}_D = \overline{v}_{O_1} + \overline{v}_{DO_1}, \quad \overline{v}_{O_1} = 0.$$

На плане через точку  $c$  проводят л. д.  $v_{DC} \perp CD$ , а через точку  $o_1$  – л. д.  $\overline{v}_{DO_1} \perp DO_1$ . Пересечение линий действия – точка  $d$  на плане. Отрезок  $(\overline{pd})$  плана –  $\overline{v}_D$ . Положение точки  $e$  на плане определяют из пропорции

$$\frac{l_{DO_1}}{l_{EO_1}} = \frac{\overline{pd}}{\overline{pe}}, \quad \overline{pe} = \frac{l_{EO_1} \cdot (\overline{pd})}{l_{DO_1}} = \frac{0,16 \cdot 94}{0,32} = 47 \text{ мм}.$$

Отрезок  $(\overline{pe})$  откладывают от полюса вверх на продолжении л. д.  $\overline{v}_D$ .

Для определения скорости точки  $F$  записывают уравнение  $\overline{v}_F = \overline{v}_E + \overline{v}_{FE}$  а на плане через точку  $e$  проводят л. д.  $v_{FE} \perp FE$ , а через полюс –  $\overline{v}_F$  параллельно оси левого цилиндра. Обе линии продолжают до взаимного пересечения в точке  $f$  – точке плана. Отрезок прямой  $(\overline{pf})$  плана –  $\overline{v}_F$ .

Угловые скорости звеньев:

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{BA}} = \frac{53,5 \cdot 0,22}{0,84} = 14,01 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_3 = \frac{v_{DO_1}}{l_{DO_1}} = \frac{94,5 \cdot 0,22}{0,32} = 64,97 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_4 = \frac{v_{DC}}{l_{DC}} = \frac{1,5 \cdot 0,22}{0,29} = 1,14 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_6 = \frac{v_{FE}}{l_{FE}} = \frac{8,5 \cdot 0,22}{0,48} = 3,89 \text{ с}^{-1}.$$

Значение линейных скоростей точек звеньев механизма определяют как, например,  $v_B = (\overline{p_B}) \cdot \mu_v$ . Значения скоростей точек звеньев сведены в табл. 1.

Таблица 1

Точки	O	A	B	C	D	O <sub>1</sub>	E	F	S <sub>2</sub>
v, м/с	0	21,98	21,23	20,79	20,79	0	10,12	9,46	20,9

### План ускорений

Ускорение точки A кривошипа

$$a_A = \omega_2^2 \cdot l_{OA} = \left( \frac{\pi n_1}{30} \right)^2 \cdot l_{OA} = \left( \frac{\pi \cdot 1000}{30} \right)^2 \cdot 0,21 = 2302 \text{ м/с}^2.$$

План ускорений строится с учетом масштабного коэффициента ускорений

$$\mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{2302}{80} = 28,77 \text{ (м/с}^2\text{)}/\text{мм}, \text{ где } (\overline{p_1 a}) \text{ отрезок на плане, изображающий } \overline{a_A}.$$

На плане из полюса откладывают этот отрезок параллельно звену OA, направляя его к точке O звена OA.

Для определения ускорения точки B записывают векторное уравнение

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^t}, \text{ где } \overline{a_{BA}^n} = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{(53,5 \cdot 0,22)^2}{0,84} = 164,92 \text{ м/с}^2,$$

и определяют вектор  $\overline{a_{BA}^n}$ , который пристраивают к точке a плана параллельно звену AB и к точке A – центру относительного вращения звена 2. Через конец этого вектора, проводят л. д.  $\overline{a_{BA}^t} \perp BA$ . В то же время через полюс проводят л. д.  $a_B$  правого цилиндра параллельно оси цилиндра (прямая OB). Пересечение линий действия определит на плане точку b.

Положение точек  $c$  и  $s_2$  на плане определяют из пропорций

$$\overline{ac} = \frac{l_{AC} \cdot (\overline{ab})}{l_{AB}} = \frac{0,588 \cdot 68,5}{0,84} = 47,95 \text{ мм}, \quad \overline{as_2} = \frac{l_{AS_2} \cdot (\overline{ab})}{l_{AB}} = \frac{0,29 \cdot 68,5}{0,84} = 23,6 \text{ мм}.$$

Ускорение точки  $D$  можно определить из двух векторных уравнений

$$\overline{a}_D = \overline{a}_C + \overline{a}_{DC}^n + \overline{a}_{DC}^t, \text{ где } \overline{a}_{DC}^n = \frac{v_{DC}^2}{l_{DC}} = \frac{(1,5 \cdot 0,22)^2}{0,29} = 0,37 \text{ м/с}^2,$$

$$\overline{a}_D = \overline{a}_{O_1} + \overline{a}_{DO_1}^n + \overline{a}_{DO_1}^t, \text{ где } \overline{a}_{DO_1}^n = \frac{v_{DO_1}^2}{l_{DO_1}} = \frac{(94 \cdot 0,22)^2}{0,32} = 1336,44 \text{ м/с}^2.$$

Нормальные составляющие ускорений пристраивают на плане: к точке вектор  $\overline{a}_{DC}^n \parallel DC$ , а к полюсу – вектор  $\overline{a}_{DO_1}^n \parallel DO_1$ . Оба вектора направляют параллельно звеньям и к центру их относительного вращения.

Через концы этих векторов, перпендикулярно к ним проводят л. д.  $\overline{a}_{DC}^t$  и  $\overline{a}_{DO_1}^t$ .

Точка пересечения л. д. – точка  $d$ . Отрезок  $(p_1 \overline{d})$  плана –  $\overline{a}_D$ .

Положение точки  $e$  плана определяют из пропорции

$$p_1 \overline{e} = \frac{l_{EO_1} \cdot (p_1 \overline{d})}{l_{DO_1}} = \frac{55,5 \cdot 0,16}{0,32} = 27,75 \text{ мм}.$$

Отрезок  $(p_1 \overline{e})$  на плане откладывают от полюса на продолжении л. д.  $\overline{a}_D$ .

Ускорение точки  $F$  определяют из уравнения

$$\overline{a}_F = \overline{a}_E + \overline{a}_{FE}^n + \overline{a}_{FE}^t, \text{ где } \overline{a}_{FE}^n = \frac{v_{FE}^2}{l_{FE}} = \frac{(8,5 \cdot 0,22)^2}{0,48} = 7,28 \text{ м/с}^2$$

и имея в виду, что л. д.  $\overline{a}_F$  поршня 7 параллельна оси цилиндра (линия  $FO_1$ ).

На плане к точке  $e$  пристраивают  $\overline{a}_{FE}^n \parallel FE$  и направляют к центру (точка  $E$  его относительного вращения).

Через конец вектора  $\overline{a}_{FE}^n$  проводят л. д.  $\overline{a}_{FE}^t \perp FE$  и продолжают ее до пересечения с л. д.  $\overline{a}_F$  поршня 7. Пересечение линий действия определяет на плане точку  $f$ . Отрезок  $(p_1 \overline{f})$  плана –  $\overline{a}_F$ .

Угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{BA}} = \frac{(68 \cdot 28,77)}{0,84} = 2329 \text{ с}^{-2}, \quad \varepsilon_5 = \frac{a_{DO_1}^r}{l_{DO_1}} = \frac{(29 \cdot 28,77)}{0,32} = 2607,28 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^r}{l_{DC}} = \frac{(21 \cdot 28,77)}{0,29} = 2083,34 \text{ с}^{-2}, \quad \varepsilon_6 = \frac{a_{EF}^r}{l_{EF}} = \frac{(21,5 \cdot 28,77)}{0,48} = 1288,66 \text{ с}^{-2}.$$

Значение линейных ускорений точек звеньев механизма определяют как, например,  $a_B = (\overline{p_1 v}) \cdot \mu_a$  (табл. 2).

Таблица 2

Точки	O	A	B	C	D	O <sub>1</sub>	E	F	S <sub>2</sub>
a, м/с <sup>2</sup>	0	2302	978,18	1179,57	1611,12	0	805,16	733,63	1354,8

**Задача № 22.** Восьмизвенный механизм с низшими парами (рис. 32)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,1$  м;  $l_{AB} = 0,39$  м;  $l_{BC} = 0,2$  м;  $l_{CO_1} = l_{DO_1} = 0,12$  м;

$l_{CD} = 0,21$  м;  $l_{ED} = 0,36$  м;  $x = 0,30$  м;  $y = 0,22$  м;  $y_1 = 0,17$  м;  $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

Определить скорости и ускорения всех точек звеньев механизма, построив планы скоростей и ускорений.

### План механизма

План механизма строят по данным параметрам кинематической схемы с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{\overline{OA}} = \frac{0,1}{14} = 0,007 \text{ м/мм}$ ,

где  $\overline{OA} = 14$  мм – отрезок на плане, изображающий длину начального звена OA.

### План скоростей

Скорость точки A звена OA:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,1 = 1 \text{ м/с}$ .

Из полюса (точка p) плана перпендикулярно звену 1 в направление действия угловой скорости  $\omega_1$  откладывают отрезок  $(\overline{pa}) = 50$  мм, изображающий на

плане вектор  $\vec{v}_A$ . Тогда масштабный коэффициент скорости

$$\mu_v = \frac{v_A}{r_{OA}} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ (м/с)/мм.}$$

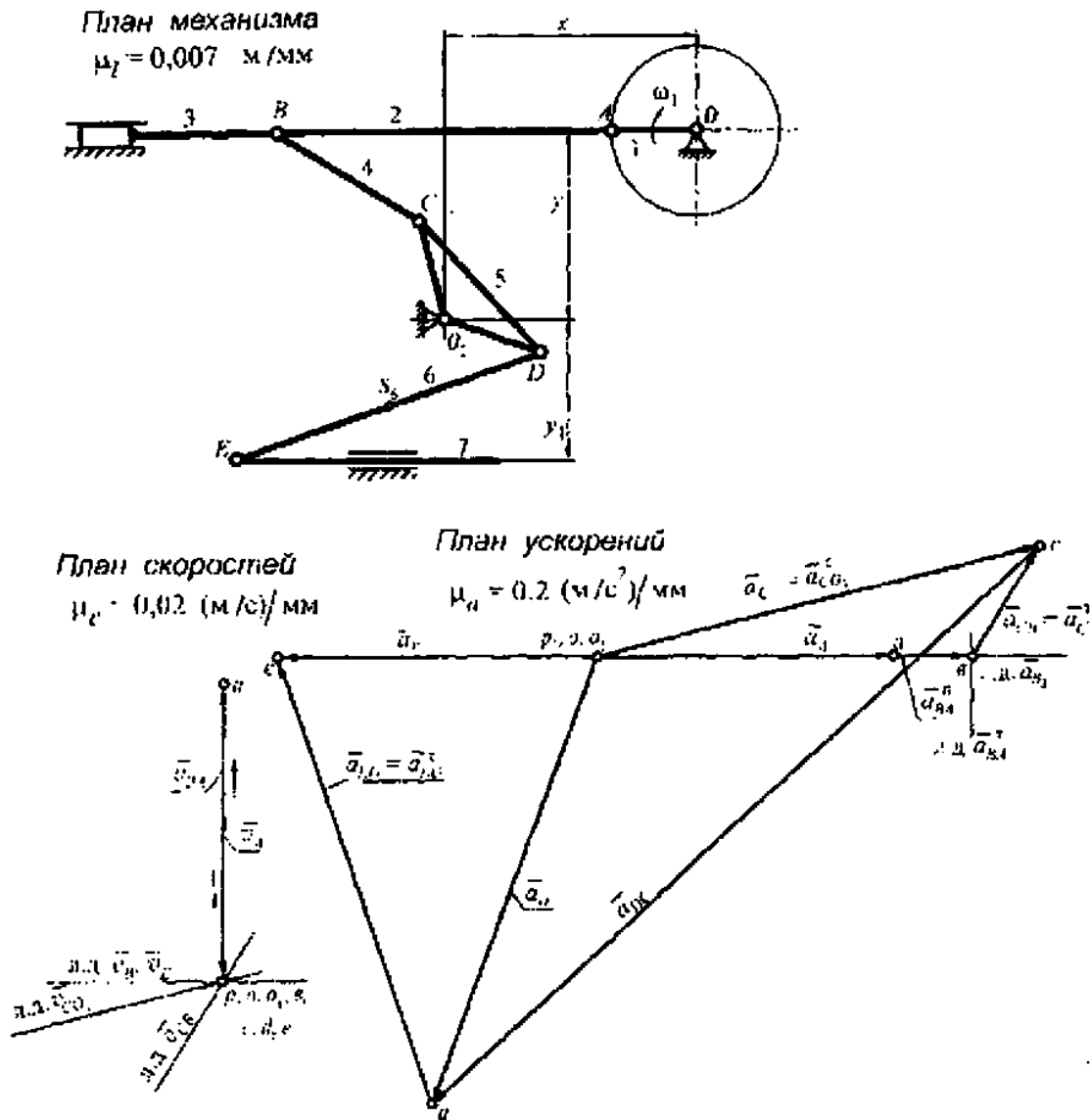


Рис. 32

Для определения скорости точки  $B$  записывают векторное уравнение  $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$  и полагают, что скорость точки  $B$  звена 3 линии действия парапелльна направляющим звена 3. На плане через точку  $a$  проводят л. д.  $u_{BA} \perp B$

а через полюс плана – прямую л. д.  $v_{B3}$ , как сказано выше. Поскольку, в данном случае звенья 1, 2, 3 располагаются на одной прямой, точка  $b$  плана окажется в полюсе, то есть  $\bar{v}_B = 0$ , а  $\bar{v}_{BA} = -\bar{v}_A$ .

Для определения скорости точки  $C$  записывают два векторных уравнения

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}, \quad \bar{v}_C = \bar{v}_{O_1} + \bar{v}_{CO_1}, \quad \bar{v}_{O_1} = 0.$$

На плане через точку  $b$  проводят л. д.  $v_{CB} \perp CB$ , а через полюс плана – л. д.  $\bar{v}_{CO_1} \perp CO_1$ . На плане точка  $c$  оказывается в полюсе,  $\bar{v}_C = 0$ .

Для определения скорости точки  $D$  необходимо на плане (отрезок  $CO_1$ ) построить  $\Delta cdo_1$ , подобный и сходственно расположенный  $\Delta CDO_1$ . Но отрезка  $CO_1$  на плане нет, точка  $d$  находится в полюсе и  $\bar{v}_D = 0$ .

Для определения скорости точки  $E$  записывают уравнение  $\bar{v}_E = \bar{v}_D + \bar{v}_{ED}$  и считают известной л. д.  $v_{E7}$ . На плане через полюс проводят л. д.  $\bar{v}_{E7}$  параллельно направляющим звена 7. Через точку  $d$  плана, а она в полюсе, необходимо провести л. д.  $v_{ED} \perp ED$ . Пересечение этих линий действия происходит в полюсе и  $\bar{v}_E = 0$ .

### План ускорений

Ускорение точки  $A$ :  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,1 = 10 \text{ м/с}^2$ .

Для построения плана ускорений принимают масштабный коэффициент ускорений  $\mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{10}{50} = 0,2 \text{ (м/с}^2\text{)}/\text{мм}$ ,

где отрезок  $(\bar{p}_1 \bar{a})$  представляет на плане вектор  $\bar{a}_A$ .

Далее записывают векторное уравнение  $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t$ , где

$$\bar{a}_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{(1)^2}{0,39} = 2,56 \text{ м/с}^2.$$

Вектор  $\bar{a}_{BA}^n$  пристраивают на плане к точке  $a$ , направляя его параллельно звену  $BA$  и к центру вращения звена  $BA$ . Через конец этого вектора проводят

л. д.  $a_{BA}^t \perp AB$ . Через полюс плана – л. д.  $a_{B_1}$ , параллельно направляющим звена 3.  
Пересечение этих линий действия – точка  $b$  плана. Отрезок  $(p_1\bar{b})$  плана –  $\bar{a}_B$ .

Ускорение точки  $C$  плана определяют из двух векторных уравнений:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^t, \text{ где } \bar{a}_{CB}^n = \frac{v_{CB}^2}{l_{CB}} = 0 \text{ м/с}^2, \text{ так как } v_{CB} = 0,$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{CO_1}^n + \bar{a}_{CO_1}^t, \text{ где } \bar{a}_{CO_1}^n = \frac{v_{CO_1}^2}{l_{CO_1}} = 0 \text{ м/с}^2, \text{ так как } v_{CO_1} = 0.$$

Через полюс плана проводят л. д.  $\bar{a}_{CO_1}^t = \bar{a}_{CO_1}$ , перпендикулярно звену  $CO$   
а через точку  $b$  плана л. д.  $\bar{a}_{CB}^t = \bar{a}_{CB}$ , перпендикулярно звену  $BC$  и продолжая  
до взаимного пересечения в точке  $c$  плана. Отрезок прямой, соединяющий то-  
чки  $p_1$  и  $c$ , –  $\bar{a}_C$ .

Для нахождения точки  $d$  на плане можно воспользоваться правилом подоби-  
я, то есть на отрезке  $o_1c$  плана строят  $\Delta o_1cd$ , подобный и сходственно распо-  
ложенный  $\Delta O_1CD$  на плане механизма. Отрезок  $(p_1\bar{d})$  плана –  $\bar{a}_D$ .

Ускорение точки  $E$  определяют из векторного уравнения

$$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{ED}^n + \bar{a}_{ED}^t, \text{ где } \bar{a}_{ED}^n = \frac{v_{ED}^2}{l_{ED}} = 0 \text{ м/с}^2, \text{ так как } v_{ED} = 0.$$

На плане через точку  $d$  проводят л. д.  $\bar{a}_{ED}^t \perp ED$  и через полюс – л. д.  $\bar{a}_E$ .  
Отрезок  $(p_1\bar{e})$  плана –  $\bar{a}_E$ .

Для определения численных значений линейных скоростей и ускорений т-  
чек звеньев механизма необходимо отрезки планов скоростей и ускорений у-  
ложить на соответствующие масштабные коэффициенты скорости и ускорени-

### Задача № 23. Кривошипно-ползунный механизм (рис. 33)

Исходные данные:  $l_{O_1A} = 0,1$  м;  $l_{AB} = 0,3$  м;  $l_{BC} = 0,1$  м;  $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

Построить планы скоростей и ускорений для частного положения механиз-  
ма. Найти угловую скорость и угловое ускорение звена 2.

### План механизма

План механизма построен по заданным параметрам кинематической схемы

с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{25} = 0,004$  м/мм.

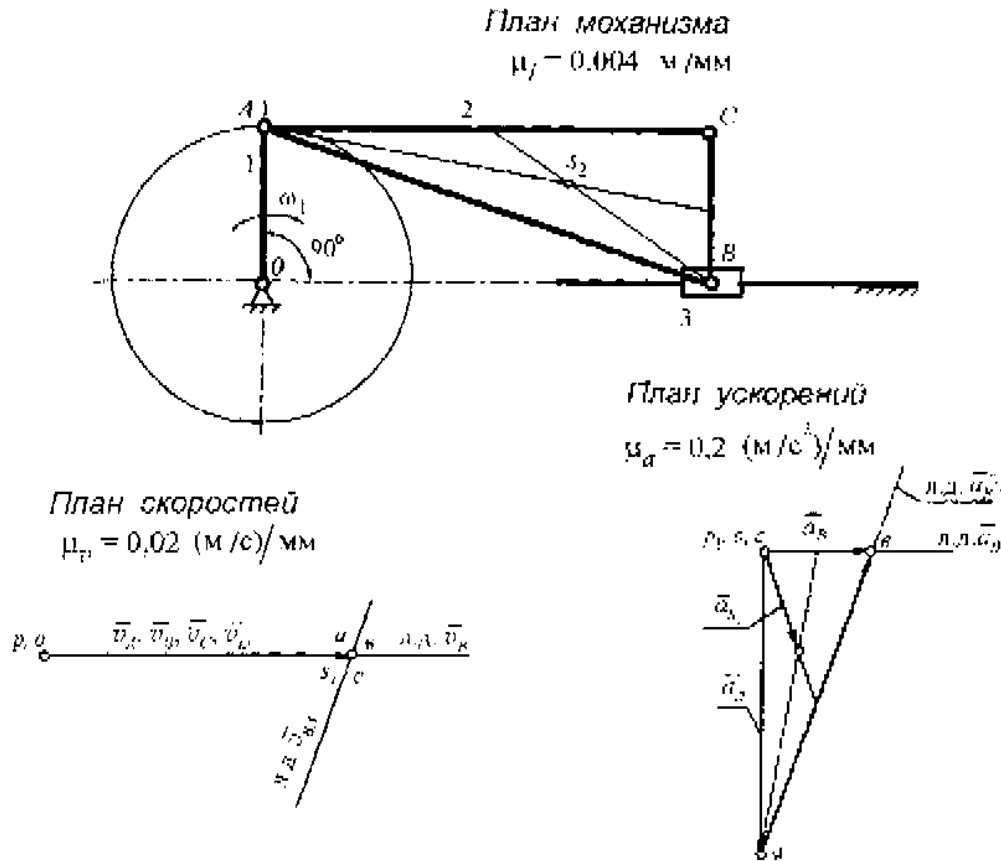


Рис. 33

### План скоростей

Скорость точки  $A$  звена 1:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,1 = 1$  м/с.

Вектор скорости точки  $A$  откладывают из полюса плана скоростей, перпендикулярно звену 1 в направлении действия  $\omega$ ; в виде отрезка  $pa = 50$  мм. Мас-

штабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{1}{50} = 0,02$  (м/с)/мм.



Для определения скорости точки  $B$  необходимо записать векторное уравнение  $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$  и знать л. д. скорости точки  $B$  ползуна 3, которая параллельна неподвижному направляющему ползуна. Из точки  $a$  на плане проводят л. д.  $v_{BA} \perp AB$ , а через полюс –  $v_{BO} \parallel OB$ . Пересечение линий действия происходит в полюсе плана, то есть  $\vec{v}_B = \vec{v}_A$ .

Для определения скорости точки  $c$  строят  $\Delta acv$ , подобный и сходственно расположенный  $\Delta ACB$  на плане механизма. Но на плане скоростей точки  $a$  и  $v$  совпадают, следовательно, и точка  $c$  окажется в полюсе. Все точки звена 2 в том числе и точка  $s_2$  будут иметь одну скорость, что соответствует мгновенному поступательному движению звена 2.

Угловая скорость звена 2  $\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{BA}} = 0 \text{ с}^{-1}$ , так как  $v_{BA} = 0$ .

### План ускорений

Ускорение точки  $A$ :  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,1 = 10 \text{ м/с}^2$ .

Из полюса плана откладывают вектор  $\vec{a}_A$  в виде отрезка  $(p_1a)$ , направляя его параллельно звену 1 и к центру вращения звена 1 (точка  $O$ ).

Масштабный коэффициент ускорений  $\mu_a = \frac{a_A}{p_1a} = \frac{10}{50} = 0,2 \text{ (м/с}^2\text{)/мм}$ .

Для определения ускорения точки  $B$  звена 2 записывают векторное уравнение  $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$ , где  $\vec{a}_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} = 0 \text{ м/с}^2$ .

На плане через точку  $a$  проводят л. д.  $\vec{a}_{BA}^t \perp AB$ , а через полюс – л. д.  $\vec{a}_B$  ползуна, параллельно направляющему ползуна (прямая  $OB$ ). В пересечении этих линий действия – точка  $v$ . Отрезок  $(p_1v)$  плана –  $\vec{a}_B$ , а отрезок  $(av)$  плана  $\vec{a}_{BA}^t = \vec{a}_{BA}$ .

Точку  $s$  плана определяют по правилу подобия: на отрезке  $(\overline{as})$  плана строят  $\Delta acs$ , подобный и сходственно расположенный  $\Delta ACB$  на плане механизма. В данном случае точка  $s$  оказывается в полюсе плана. Положение точки  $s_2$  звена 2 определится, если в  $\Delta acs$  плана провести медианы. Отрезок  $(\overline{ps_2})$  плана –  $\vec{a}_{s_2}$ .

$$\text{Угловое ускорение звена 2: } \varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^1}{l_{BA}} = \frac{(52 \cdot 0,2)}{0,3} = 34,67 \text{ с}^{-2}.$$

#### Задача № 24. Синусный механизм (рис. 34)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,1 \text{ м}$ ;  $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

Построив планы скоростей и ускорений, определить скорость и ускорение звена 3 механизма.

##### План механизма

Масштабный коэффициент длины, выбранный для построения плана механизма  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{\overline{OA}} = \frac{0,1}{20} = 0,005 \text{ м/мм}$ , где  $\overline{OA}$  – отрезок на плане механизма, соответствующий длине звена 1.

##### План скоростей

Точка  $A$ , принадлежащая звену 1 –  $A_1$ , звену 2 –  $A_2$ , звену 3 –  $A_3$ . Скорости точек  $A_1$  и  $A_2$ :  $v_{A_1} = v_{A_2} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,1 = 1 \text{ м/с}$ .

Для определения скорости точки  $A_3$  записывают векторное уравнение  $\vec{v}_{A_3} = \vec{v}_{A_2} + \vec{v}_{A_3A_2}$ . Линия действия скорости точки  $A_3 \perp Ox$ , а относительной скорости  $\vec{v}_{A_3A_2} \parallel Ox$ .

Выбирают масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_A}{\rho_A} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ (м/с)/мм}$ .

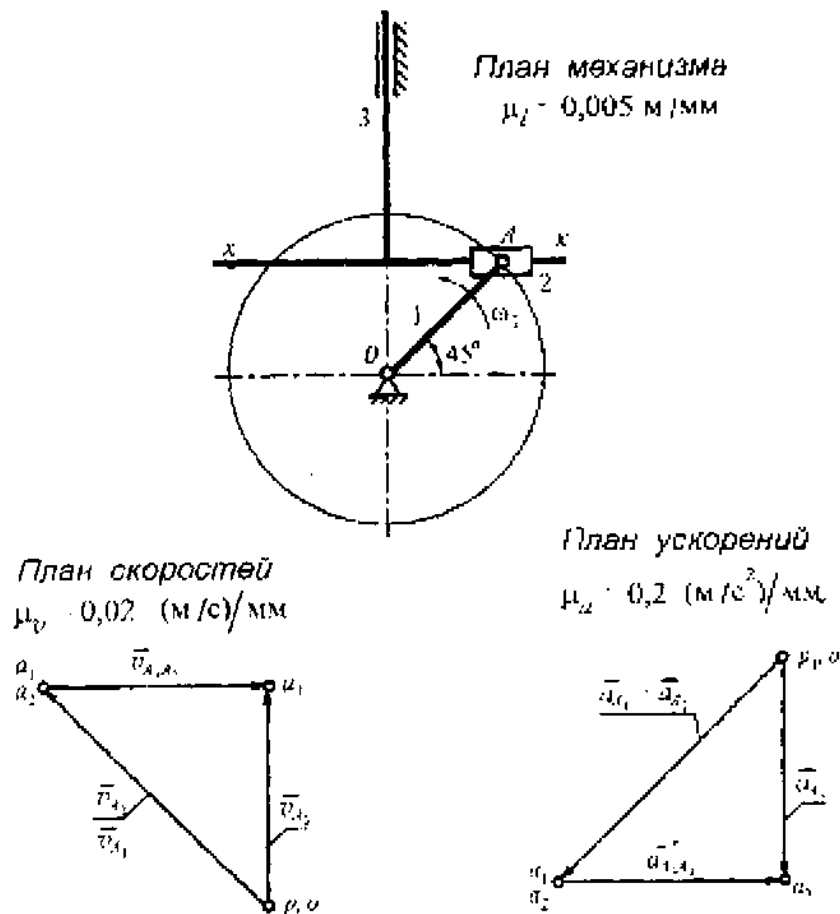


Рис. 34

Из полюса плана скоростей (точка  $p$ ) откладывают отрезок  $(\overline{pa_1})$ , изображающий на плане  $\overline{v_{A_1}}$ , направляя его перпендикулярно звену  $OA$  в сторону действия  $\omega_1$ . Через полюс проводят л. д.  $\overline{v_{A_1}}$ , а через точку  $a_1$  — л. д.  $\overline{v_{A_3A_2}}$ . В пересечении этих линий действия — точка  $a_3$  плана. Отрезок  $(\overline{pa_3})$  плана —  $\overline{v_{A_3}}$ , отрезок  $(\overline{a_1a_3})$  плана —  $\overline{v_{A_3A_2}}$ .

$$\text{Значение } \overline{v_{A_3}} = (\overline{pa_3}) \cdot \mu_v = 36,5 \cdot 0,02 = 0,73 \text{ м/с.}$$

### План ускорений

$$\text{Ускорение точек } A_1 \text{ и } A_2: a_{A_1} = a_{A_2} = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,1 = 10 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Масштабный коэффициент ускорений } \mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{10}{50} = 0,2 \text{ (м/с}^2\text{)/мм.}$$

Из полюса (точка  $p_1$ ), параллельно звену 1, откладывают отрезок  $(\bar{p}_1\bar{a}_1) = 50$  мм, изображающий на плане  $\bar{a}_{A_1}$ , направляя его к центру вращения звена 1.

Для определения ускорения точки  $A_3$  записывают векторное уравнение  $\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_3}'' + \bar{a}_{A_3}' = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3 A_2}' + \bar{a}_{A_3 A_2}''$  и кроме того, полагают, что, л. д.  $\bar{a}_{A_3}$  параллельна направляющим звена 3. Ускорение Кориолиса  $\bar{a}_{A_3 A_2}'' = 2\bar{v}_{A_3 A_2}' \cdot \omega_3 = 0$ , так как  $\omega_3 = 0$ . На плане через полюс проводят л. д.  $\bar{a}_{A_3}$ , а через точку  $a_1$  – плана л. д.  $\bar{a}_{A_3 A_2}' \parallel \bar{v}_{A_3 A_2}'$ . В пересечении этих линий действия – точка  $a_3$  на плане. Отрезок  $(\bar{p}_1\bar{a}_3)$  плана  $\bar{a}_{A_3}$ .

Численное значение  $\bar{a}_{A_3} = (\bar{p}_1\bar{a}_3)\mu_a = 34,5 \cdot 0,2 = 6,9$  м/с.

**Задача № 25.** Кулисно-рычажный механизм (рис. 35)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,14$  м;  $l_{OC} = l_{CO_1} = 0,43$  м;  $x = 0,43$  м;  $x_1 = 0,18$  м;  $y = 0,42$  м;  $\varphi = 40^\circ$ ;  $\omega_1 = 10$  с<sup>-1</sup>.

Требуется построить планы скоростей и ускорений для заданного положения механизма. Определить численные значения скоростей и ускорений всех точек звеньев, а также угловые скорости и угловые ускорения всех точек звеньев механизма.

### План механизма

План механизма для заданного положения входного звена и заданным параметрам кинематической схемы построен с учетом произвольно выбранного

масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{\bar{OA}} = \frac{0,14}{14} = 0,01$  м/мм, где  $OA$  – от-

резок, изображающий длину звена 1 на плане механизма.

### План скоростей

Скорость точки  $A$  звена 1:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,14 = 1,4$  м/с.

Для определения скорости точки  $C$  записывают два векторных уравнения имея ввиду, что точка  $C$  принадлежит звену 3 и звену 4

$$\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{v}_{CA}, \quad \vec{v}_C = \vec{v}_{O_1} + \vec{v}_{CO_1}.$$

Для построения плана скоростей выбран масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_A}{\overline{pa}} = \frac{1,4}{70} = 0,02 \text{ (м/с)/мм}$ , где  $(\overline{pa})$  – отрезок на плане, изображающий вектор  $\vec{v}_A$ , который откладывают из полюса плана, перпендикулярно звену  $OA$  в сторону действия  $\omega_1$ . Далее через полюс проводят л. д.  $v_{CO_1} \perp CO_1$ , а через точку  $a$  шлана л. д.  $v_{CA} \perp CA$ . В пересечении линий действия – точка  $c$ . Отрезок  $(\overline{pc})$  плана –  $\vec{v}_C$ , а отрезок  $(\overline{ac})$  –  $\vec{v}_{CA}$ .

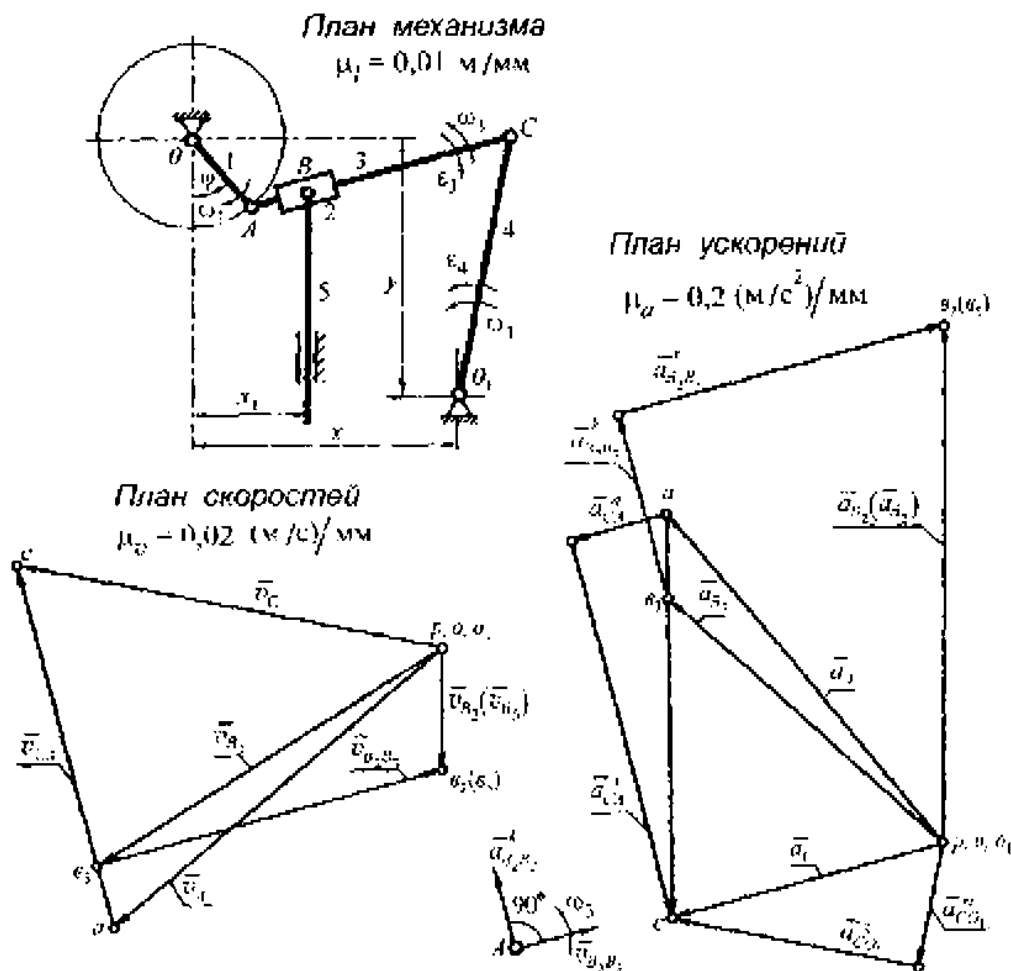


Рис. 35

На плане механизма определяют длину  $BC$  звена 3  $l_{BC} = BC \cdot \mu_l = 35 \cdot 0,01 = 0,35$  м.

Положение точки  $v_3$  на плане определяют из пропорции  $\frac{l_{AC}}{l_{CB}} = \frac{\overline{ac}}{\overline{cv_3}}$ ,  
 $(\overline{cv_3}) = \frac{l_{CB} \cdot (\overline{ac})}{l_{AC}} = \frac{0,35 \cdot 62}{0,43} = 50,46$  мм.

На отрезке  $(\overline{ac})$  плана от точки  $c$  откладывают 50,46 мм, что и определит положение точки  $v_3$ . Соединив эту точку с полюсом, получают  $v_{B_3}$  (отрезок  $\overline{pv_3}$  плана).

Скорость точки  $B_2$ :  $\overline{v}_{B_2} = \overline{v}_{B_3} + \overline{v}_{B_2B_3}$ . Линии действия скоростей  $\overline{v}_{B_5}$  и  $\overline{v}_{B_2}$  совпадают, и они параллельны направляющим звена 5. На плане через точку  $v_3$  проводят л. д.  $v_{B_2B_3} \parallel AC$ , а через полюс – л. д.  $v_{B_5}$ . В пересечении линий действия – точка  $v_2(v_5)$ . Отрезок  $(\overline{pv_2}) = (\overline{pv_5})$  плана –  $\overline{v}_{B_2}$  ( $\overline{v}_{B_5}$ ), а отрезок  $(\overline{v_2v_3})$  –  $\overline{v}_{B_2B_3}$ .

Численные значения линейных скоростей точек звеньев заносят в табл. 3

Таблица 3

Точки	$O$	$A$	$B_2$	$B_3$	$B_5$	$C$	$O_1$
$v$ , м/с	0	1,40	0,44	1,3	0,44	1,34	0

Угловые скорости звеньев

$$\omega_3 = \frac{v_{CA}}{l_{CA}} = \frac{62 \cdot 0,02}{0,43} = 2,88 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_4 = \frac{v_{CO_1}}{l_{CO_1}} = \frac{67,5 \cdot 0,02}{0,43} = 3,14 \text{ с}^{-1}.$$

Направления  $\omega_3$  и  $\omega_4$  по направлениям  $\overline{v}_{CA}$  и  $\overline{v}_{CO_1}$ .

**План ускорений**

Для точки  $A$  звена  $OA$  ускорение:  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,14 = 14 \text{ м/с}^2$ .

Ускорение точки С определяется из двух векторных уравнений:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^t, \text{ где } \bar{a}_{CA}^n = \frac{v_{CA}^2}{l_{CA}} = \frac{(62 \cdot 0,02)^2}{0,43} = 3,75 \text{ м/с}^2;$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{CO_1}^n + \bar{a}_{CO_1}^t, \text{ где } \bar{a}_{CO_1}^n = \frac{v_{CO_1}^2}{l_{CO_1}} = \frac{(67,5 \cdot 0,02)^2}{0,43} = 4,24 \text{ м/с}^2.$$

Для построения плана ускорений выбирают масштабный коэффициент ускорений

$$\mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{14}{70} = 0,2 \text{ (м/с}^2\text{)/мм}.$$

Из полюса плана откладывают отрезок  $(\overline{p_1 a}) = 70$  мм параллельно звену OA и направляя его к центру вращения звена 1. Далее к полюсу пристраивают  $\bar{a}_{CO}^n$  параллельно звену 4 и направляя вектор к центру вращения звена 4.

К точке a плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{CA}^n \parallel CA$  и направленный к центру вращения звена 3. Через концы векторов  $\bar{a}_{CO_1}^n$  и  $\bar{a}_{CA}^n$  перпендикулярно им проводят л. д.  $\bar{a}_{CO_1}^t$  и  $\bar{a}_{CA}^t$  соответственно. В пересечении этих линий действия – точка c. Отрезок  $(\overline{p_1 c})$  плана –  $\bar{a}_C$ .

Из пропорции определяют положение точки  $v_3$  на плане  $(\overline{c v_3}) = \frac{l_{CB}}{l_{AC}} \cdot (\overline{ac}) = \frac{0,35 \cdot 64}{0,43} = 52,09$  мм.

Ускорение точки  $B_2$  – из векторного уравнения  $\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_3} + \bar{a}_{B_2 B_3}^t + \bar{a}_{B_2 B_3}^k$ , где  $\bar{a}_{B_2 B_3}^k = 2v_{A_2 A_3} \cdot \omega_3 = 2 \cdot (57 \cdot 0,02) \cdot 2,88 = 6,57 \text{ м/с}^2$ . На плане к точке  $v_3$  пристраивают вектор  $\bar{a}_{B_2 B_3}^k$  перпендикулярно звену 3, но предварительно определив его направление поворотом вектора  $\bar{v}_{A_2 A_3}$  на  $90^\circ$  в сторону действия  $\omega_3$  (см рис. 35). Через конец вектора  $\bar{a}_{B_2 B_3}^k$  проводят л. д.  $\bar{a}_{B_2 B_3}^t \parallel AC$  и продолжив ее до пересечения с л. д.  $\bar{a}_{B_2}$ , которая параллельна направляющим звена 5. В пересечении линий действия – точка  $v_2(v_5)$  плана. Отрезок  $(\overline{p_1 v_2})$  плана –  $\bar{a}_{B_2}$  ( $\bar{a}_{B_5}$ ).

Численные значения линейных ускорений точек звеньев заносят в табл. 4.

Таблица 4

Точки	O	A	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>5</sub>	C	O <sub>1</sub>
a, м/с <sup>2</sup>	0	14,0	16,8	12,2	16,8	10,2	0

Угловые ускорения звеньев

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{CA}^x}{l_{CA}} = \frac{(62 \cdot 0,2)}{0,43} = 28,84 \text{ с}^{-2}, \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{CO_1}^x}{l_{CO_1}} = \frac{(46 \cdot 0,2)}{0,43} = 21,39 \text{ с}^{-2}.$$

Направление  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$  по направлению  $\vec{a}_{CA}^x$  и  $\vec{a}_{CO_1}^x$ .

**Задача № 26.** Кулисный механизм поперечно-строгального станка (рис. 36)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,3 \text{ м}$ ;  $l_{O_1B} = 1,0 \text{ м}$ ;  $l_{OO_1} = 0,6 \text{ м}$ ;  $y = 0,525 \text{ м}$ ;  $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

Требуется построить планы скоростей и ускорений механизма. Определить скорость и ускорение звена 5.

**План механизма**

Произвольно выбранный масштабный коэффициент длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,3}{20} = 0,015 \text{ м/мм}$ , с учетом которого и по параметрам кинематической схемы строят план механизма.

**План скоростей**

Скорости точек  $A_1$  и  $A_2$ :  $v_{A_1} = v_{A_2} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,3 = 3,0 \text{ м/с}$ .

Масштабный коэффициент скорости для построения плана скоростей

$$\mu_v = \frac{v_{A_1}}{pa_1} = \frac{3}{50} = 0,06 \text{ (м/с)/мм}.$$

Для определения скорости точки  $A_3$  составляют векторное уравнение  $\vec{v}_{A_3} = \vec{v}_{A_2} + \vec{v}_{A_3A_2}$  и из полюса в направлении  $O_1$  перпендикулярно звену  $OA$  от-



кладывают отрезок  $(\overline{pa_1})$ , представляющий на плане векторы  $\overline{v_{A_1}} = \overline{v_{A_2}}$ . Через полюс проводят л. д.  $v_{A_3} \perp O_1A$ , а через точку  $a_1$  плана л. д.  $v_{A_3A_2} \parallel O_1A$ . Пересечение линий действия происходит в полюсе (точка  $p$ ) плана, то есть  $\overline{v_{A_1}} = -\overline{v_{A_3A_2}}$ . Положение точки  $v_3$  на плане определяют из пропорции  $\frac{l_{AO_1}}{l_{AO_2}} = \frac{pv_3}{pa_3}$ ,  $(\overline{pv_3}) = \frac{l_{BO_1} \cdot (\overline{pa_3})}{l_{AO_1}} = 0$ . Точки  $v_3$  и  $v_4$  располагаются в полюсе, следовательно,  $v_{B_3} = 0$ ,  $v_{B_4} = 0$ .

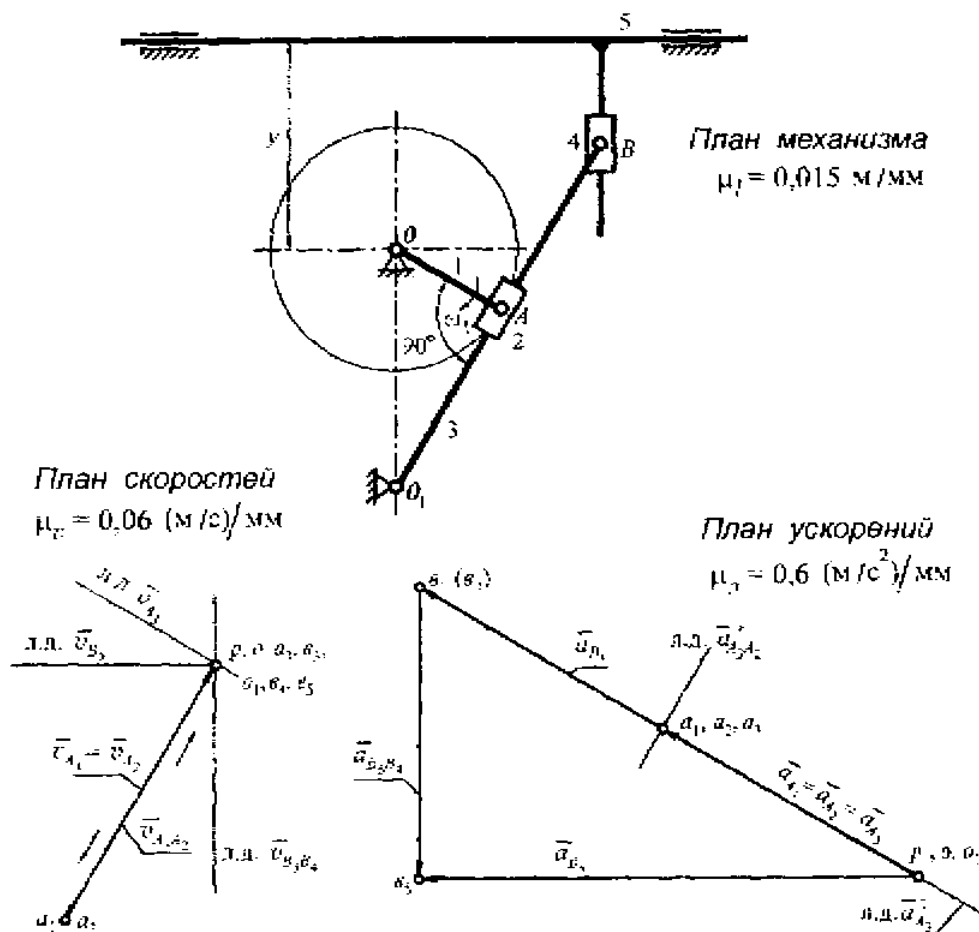


Рис. 36

Скорость точки  $B_5$  определяют из векторного уравнения  $\overline{v_{B_5}} = \overline{v_{B_4}} + \overline{v_{B_5B_4}}$  условия, что л. д.  $\overline{v_{B_5}}$  параллельна направляющим звена 5. Линии действия

скоростей  $\vec{v}_{B_3}$  и  $\vec{v}_{B_2}$  совпадают, и они параллельны направляющим звена 5. На плане через точку  $a_4$  проводят л. д.  $v_{B_3, B_4}$  параллельно вертикальной части звена 5, а через полюс — л. д.  $v_{B_3}$ , параллельно горизонтальной части звена 5. Точка  $b_3$  плана — в полюсе, то есть  $v_{B_3} = 0$ .

Таким образом, для крайнего правого положения кулисы 3 данного механизма скорости точек  $A_3, B_3, B_4, B_5$  звеньев 3, 4, 5 равны нулю.

### План ускорений

Для ускорения точек  $A_1$  и  $A_2$ :  $a_{A_1} = a_{A_2} = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,3 = 30 \text{ м/с}^2$ .

Из полюса плана (точка  $p_1$ ) откладывают вектор  $\vec{a}_{A_1}$  в виде отрезка  $(\vec{p}_1 \vec{a}_1) = 50 \text{ мм}$ , направляя его параллельно звену  $OA$  и к центру вращения этого звена. Масштабный коэффициент ускорений принят таким:

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{p_1 a_1} = \frac{30}{50} = 0,6 \text{ (м/с}^2\text{)/мм}.$$

Ускорение точки  $A_3$  можно определить из векторного уравнения

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_3}^n + \vec{a}_{A_3}^t = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{A_3, A_2}^r + \vec{a}_{A_3, A_2}^k,$$

здесь  $\vec{a}_{A_3}^n = \frac{v_{A_3}^2}{l_{O_1 A_3}} = 0$ , так как  $v_{A_3} = 0$ . Ускорение Кориолиса

$$\vec{a}_{A_3, A_2}^k = 2 v_{A_3, A_2} \cdot \omega_3 = 0 \text{ при } \omega_3 = 0.$$

На плане через точку  $a_2$  проводят л. д.  $a_{A_3, A_2}^r \parallel O_1 A$ , а через полюс — л. д.  $a_{A_3}^t \perp O_1 A$ . Пересечение линий действия в точке  $a_1$  плана. Следовательно,  $a_{A_1} = a_{A_2} = a_{A_3}$ .

Положение точки  $b_3$  плана определяют из пропорции  $\frac{l_{BO_1}}{l_{AO_1}} = \frac{p_1 b_3}{p_1 a_3}$ ,

$$(p_1 b_3) = \frac{l_{BO_1} \cdot (p_1 a_3)}{l_{AO_1}} = \frac{1 \cdot 50}{0,52} = 96,15 \text{ мм}.$$

Длину отрезка  $O_1A$  звена 3 определяют из  $\Delta O_1AO$  на плане механизма,  $l_{AO_1} = 0,52$  м.

Для определения ускорения точки  $B$  звена 5 записывают векторное уравнение  $\bar{a}_{B_5} = \bar{a}_{B_4} + \bar{a}'_{B_5B_4} + \bar{a}^k_{B_5B_4}$ , где  $\bar{a}^k_{B_5B_4} = 2v_{A_5A_4} \cdot \omega_5 = 0$ , так как  $\omega_5 = 0$ .

На плане через точку  $v_3$  проводят л. д.  $v_{B_5B_4}$  параллельно вертикальной части звена 5, а через полюс – л. д.  $\bar{a}_{B_5}$ , параллельно неподвижным направляющим звена 5. Линии действия пересекаются в точке  $v_5$ . Отрезок  $(\bar{p}_1v_5)$  плана –  $\bar{a}_{B_5}$ .

Численное значение ускорения  $a_{B_5} = (\bar{p}_1v_5) \cdot \mu_a = 82 \cdot 0,6 = 49,2$  м/с<sup>2</sup>.

### Задача № 27. Кулисный механизм (рис. 37)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,5$  м;  $l_{OO_1} = 0,88$  м;  $x = 0,48$  м;  $\omega_1 = 10$  с<sup>-1</sup>.

Построить планы скоростей и ускорений. Определить угловую скорость и угловое ускорение кулисы 3.

#### План механизма

По исходным данным кинематической схемы строят план механизма для заданного положения входного звена с учетом масштабного коэффициента длины

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,5}{25} = 0,02 \text{ м/мм.}$$

#### План скоростей

В механизме три точки  $A$  и три точки  $B$ . Одна точка  $A_1$  принадлежит звену 1, другая  $A_2$  – звену 2, третья  $A_3$  – звену 3. Точка  $B_3$  принадлежит звену 3, точка  $B_4$  – звену 4, точка  $B_5$  – звену 5.

Скорости точек  $A_1$  и  $A_2$ :  $v_{A_1} = v_{A_2} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,5 = 5,0$  м/с.

Масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_{A_1}}{ra_1} = \frac{5}{50} = 0,1 \text{ (м/с)/мм}$ , где

$(ra_1)$  – отрезок плана, изображающий вектор  $\vec{v}_{A_1}$ .

Из полюса плана откладывают  $v_{A_1} \sim OA$  в направлении действия  $\omega_1$ .

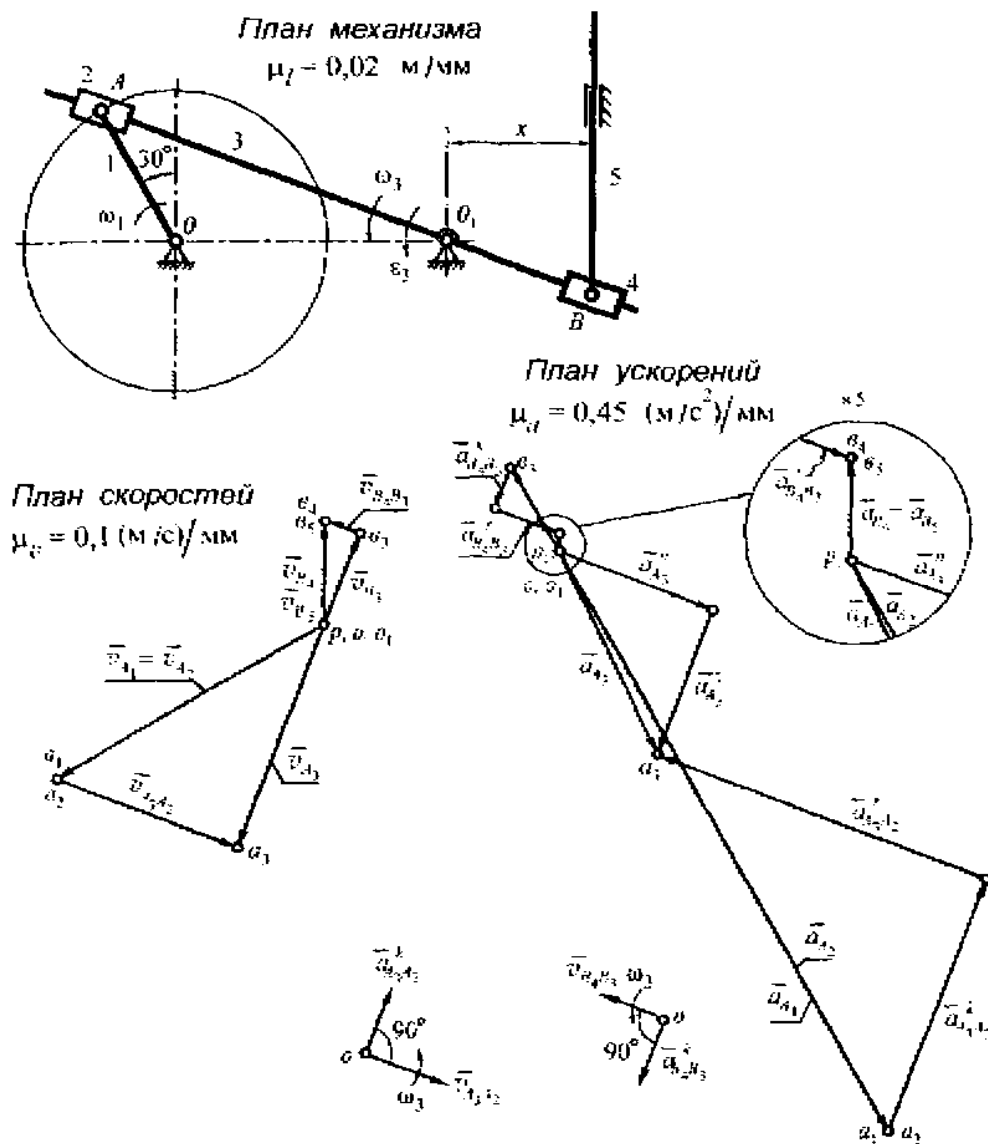


Рис. 37

Скорость точки  $A_3$  определяют из векторного уравнения  $\vec{v}_{A_3} = \vec{v}_{A_2} + \vec{v}_{A_3A_2}$ .  
 На плане через точку  $a_1$  проводят л. д.  $v_{A_3A_2} \perp O_1A$ , а через полюс - л. д.

$v_{A_3} \perp O_1A$ . В пересечении линий действия – точка  $a_3$  плана. Отрезок  $(\overline{pa_3})$  плана –  $\overline{v_{A_3}}$ . Положение точки  $e_3$  на плане определяют из пропорции  $\frac{l_{AO_1}}{l_{BO_1}} = \frac{\overline{pa_3}}{\overline{pe_3}}$ ,

$$(\overline{pe_3}) = \frac{l_{BO_1} \cdot (\overline{pa_3})}{l_{AO_1}} = \frac{26 \cdot 39}{60,5} = 16,76 \text{ мм.}$$

Далее из векторного уравнения определяют скорость точки  $B_5$ ,  $\overline{v_{B_4}} = \overline{v_{B_5}} = \overline{v_{B_3}} + \overline{v_{B_4B_3}}$ . На плане через полюс проводят л. д.  $v_{B_3}$  параллельно неподвижному направляющему звена 5, а через точку  $e_3$  плана – л. д.  $v_{B_4B_3} \parallel BO_1$ . Пересечение этих линий действия – точка  $e_4$ . Отрезок  $(\overline{pe_4}) = (\overline{pe_5})$  плана –  $\overline{v_{B_4}} = \overline{v_{B_5}}$ .

Угловая скорость кулисы (звено 3)

$$\omega_3 = \frac{v_{A_3}}{l_{AO_1}} = \frac{39 \cdot 0,1}{1,21} = 3,22 \text{ с}^{-1}.$$

### План ускорений

Ускорение точек  $A_1$  и  $A_2$ :  $a_{A_1} = a_{A_2} = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,5 = 50 \text{ м/с}^2$ .

Для определения ускорения точки  $A_3$  составляют векторное уравнение

$$\overline{a_{A_3}} = \overline{a_{A_3}^n} + \overline{a_{A_3}^r} = a_{A_2} + \overline{a_{A_3A_2}^r} + \overline{a_{A_3A_2}^k}, \text{ где } \overline{a_{A_3}^n} = \frac{v_{A_3}^2}{l_{O_1A}} = \frac{(39 \cdot 0,1)^2}{1,21} = 12,75 \text{ м/с}^2$$

$$\overline{a_{A_3A_2}^k} = 2 v_{A_3A_2} \cdot \omega_3 = 2(31 \cdot 0,1) \cdot 3,22 = 19,96 \text{ м/с}^2.$$

Для построения плана ускорений выбирают масштабный коэффициент уско-

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{\rho_1 a_1} = \frac{50}{110} = 0,45 \text{ (м/с}^2\text{)/мм.}$$

Из полюса откладывают отрезок  $(\overline{\rho_1 a_1}) = 110 \text{ мм}$ , параллельно звену  $O$  в направлении к центру вращения звена 1. К точке  $a_1$  плана пристраивают вектор  $\overline{a_{A_3A_2}^k} \perp O_1A$ , направление которого определяют поворотом вектора  $\overline{v_{A_3A_2}}$

$90^\circ$  в сторону действия  $\omega_3$  (см. рис. 37). К полюсу пристраивают вектор  $a_{A_3}^n$  параллельно звену  $AO_1$  к центру его вращения. Через концы векторов  $\bar{a}_{A_3A_2}^k$  и  $\bar{a}_{A_3}^n$  перпендикулярно к ним проводят л. д.  $\bar{a}_{A_3A_2}^r$  и  $a_{A_3}^r$  соответственно и продолжают их до взаимного пересечения в точке  $a_3$ . Отрезок  $(\overline{p_1a_3})$  плана –  $\bar{a}_{A_3}$ .

Положение точки  $v_3$  плана определяют из пропорции

$$(\overline{p_1v_3}) = \frac{l_{BO_1} \cdot (\overline{p_1a_3})}{l_{AO_1}} = \frac{26 \cdot 38,5}{60,5} = 16,54 \text{ мм.}$$

Ускорение точки  $B_4$  определяют из векторного уравнения

$$\bar{a}_{B_4} = \bar{a}_{B_3} + \bar{a}_{B_4B_3}^r + \bar{a}_{B_4B_3}^k, \text{ где } \bar{a}_{B_4B_3}^k = 2v_{A_4A_3} \cdot \omega_3 = 2(6 \cdot 0,1) \cdot 3,22 = 3,86 \text{ м/с}^2.$$

На плане к точке  $v_3$  пристраивают вектор  $\bar{a}_{B_4B_3}^k \perp O_1B$  направление этого вектора определяется поворотом вектора скорости  $\bar{v}_{B_4B_3}$  на  $90^\circ$  в сторону действия  $\omega_3$  (см. рис. 37). Через конец вектора  $\bar{a}_{B_4B_3}^k$  проводят л. д.  $\bar{a}_{B_4B_3}^r \parallel O_1B$ , а через полюс проводят л. д.  $\bar{a}_{B_3}$  параллельно направляющим звена 5. В пересечении линий действия – точка  $v_4$ . Отрезок  $(\overline{p_1v_4})$  плана –  $\bar{a}_{B_4}$  и равный ему вектор  $\bar{a}_{B_4}$ .

Угловое ускорение кулисы:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{A_3}^r}{l_{O_1A}} = \frac{(25 \cdot 0,45)}{1,21} = 9,3 \text{ с}^{-2}.$$

#### Задача № 28. Кулисный механизм (рис. 38)

Исходные данные:  $l_{OO_1} = 0,6 \text{ м}$ ;  $l_{OA} = 0,2 \text{ м}$ ;  $l_{O_1B} = 1,0 \text{ м}$ ;  $l_{O_1S_3} = 0,3 \text{ м}$ ;  $l_{BC} = 0,1 \text{ м}$ ;  $\omega_1 = 8 \text{ с}^{-1}$ .

Построить планы скоростей и ускорений для данного положения механизма. Определить линейные скорости и ускорения центра масс кулисы (точка  $S_3$ ), угловую скорость и угловое ускорение звена 3.

Особенностью данного положения механизма является его среднее расположение между крайними положениями кулисы – верхним и нижним. То есть входное звено и кулиса находятся на одной прямой. Основной тонкой линией показано предыдущее перед данным положение механизма.

### План механизма

Для построения плана механизма по данным задания рассчитывают масштабный коэффициент длины  $\mu_l = \frac{l_{OA}}{\overline{OA}} = \frac{0,2}{20} = 0,01$  м/мм, где  $\overline{OA}$  – отрезок, н. плане, изображающий длину звена 1.

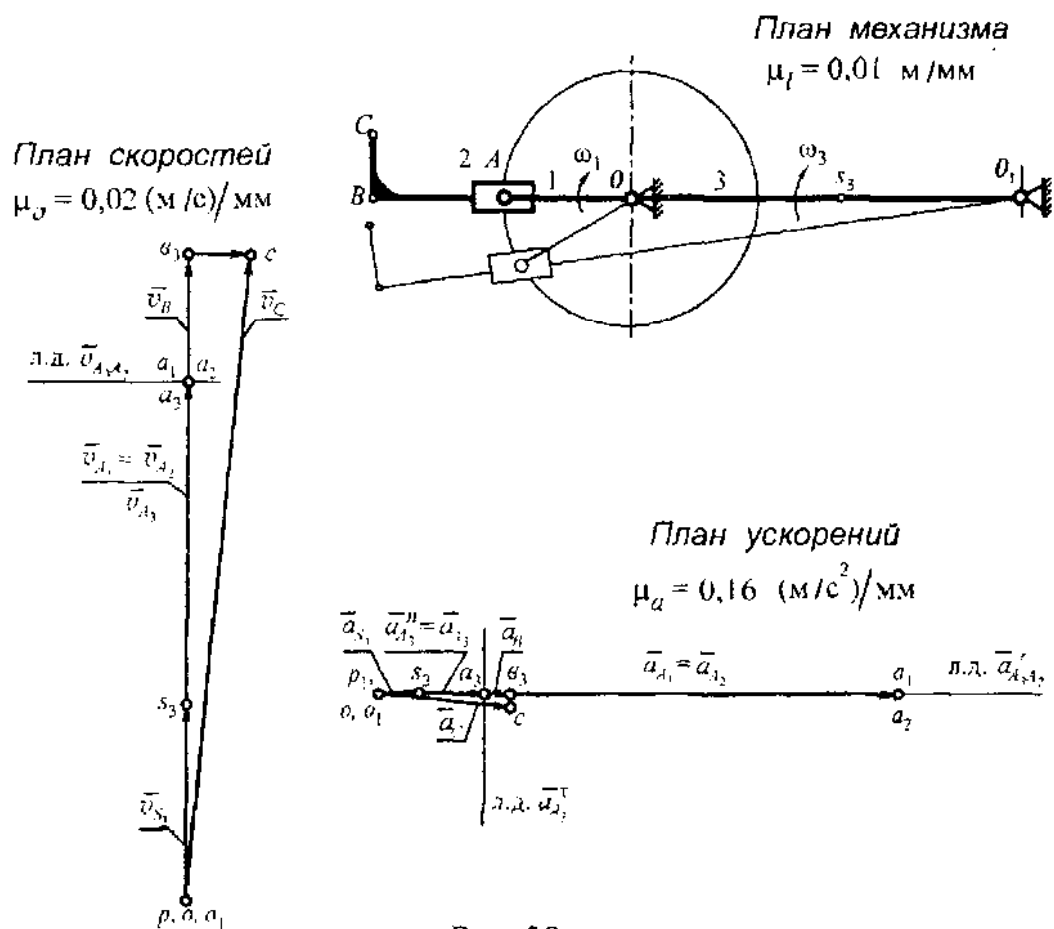


Рис. 38

### План скоростей

Скорости точек  $A_1$  и  $A_2$ , принадлежащих звеньям 1 и 2 механизма  
 $v_{A_1} = v_{A_2} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 8 \cdot 0,2 = 1,6$  м/с.

Скорость точки  $A$  звена 3 определяется из векторного уравнения  $\vec{v}_{A_3} = \vec{v}_{A_2} + \vec{v}_{A_1A_2}$ .

Вычисляют масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_{A_1}}{p a_1} = \frac{1,6}{80} = 0,02 \text{ (м/с)/мм}$ .

Из полюса (точка  $p$ ) плана перпендикулярно звену  $OA$  в направлении действия  $\omega_1$  откладывают отрезок  $(p a_1)$ , изображающий  $v_{A_1} = v_{A_2}$ . Через точку  $a_1$  плана проводят л. д.  $v_{A_3A_2} \perp O_1A_1$ , а через полюс - л. д.  $v_{A_3} \perp AO_1$ . Линии действия пересекаются в точке  $a_3$ , которая в данном случае совпадает с точками  $a_1$  и  $a_2$ . То есть,  $v_{A_1} = \vec{v}_{A_2} = \vec{v}_{A_3} = 1,6 \text{ м/с}$ ,  $\vec{v}_{A_3A_2} = 0$ . Положение точки  $a_3$  определяют из

пропорции  $\frac{v_B}{v_{A_3}} = \frac{l_{O_1B}}{l_{O_1A}} = \frac{\overline{p b_3}}{\overline{p a_3}}$ ,  $(\overline{p b_3}) = \frac{l_{O_1B}}{l_{O_1A}} \cdot (\overline{p a_3}) = \frac{1 \cdot 80}{0,8} = 100 \text{ мм}$ ,  $v_B = \vec{v}_{B_3}$ .

Точку  $C$  плана определяют из подобия и сходственного расположения  $\Delta O_1BC$ , построенного на отрезке  $(\overline{p b})$  плана, и  $\Delta O_1BC$  на плане механизма.

Положение точки  $S_3$  определяют из пропорции  $\frac{l_{O_1B}}{l_{O_1S_3}} = \frac{p b}{p s_3}$ ,

$(\overline{p s_3}) = \frac{l_{O_1S_3} \cdot (\overline{p b})}{l_{O_1B}} = \frac{0,3 \cdot 100}{1} = 30 \text{ мм}$ , где  $l_{O_1S_3} = (O_1S_3)\mu_l = 30 \cdot 0,01 = 0,3 \text{ м}$ .

Отрезок  $(\overline{p s_3})$  плана -  $\vec{v}_{S_3}$ ,  $\vec{v}_{S_3} = (\overline{p s_3})\mu_v = 30 \cdot 0,02 = 0,6 \text{ м/с}$ .

Угловая скорость кулисы  $\omega_3 = \frac{v_{A_3}}{l_{AO_1}} = \frac{1,6}{0,8} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

### План ускорений

Ускорение точек  $A_1$  и  $A_2$  звеньев 1 и 2:

$$a_{A_1} = a_{A_2} = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 8^2 \cdot 0,2 = 12,8 \text{ м/с}^2.$$

Масштабный коэффициент ускорений  $\mu_a = \frac{a_{A_1}}{p_1 a_1} = \frac{12,8}{80} = 0,16 \text{ (м/с}^2\text{)/мм}$ ,

где  $(\overline{p_1 a_1}) = 80 \text{ мм}$  - отрезок, изображающий на плане ускорение вектора  $a_{A_1}$ .



Из полюса откладывают отрезок  $(\overline{p_1 a_1})$  параллельно звену  $OA$  и направляя его к центру вращения звена 1.

Для определения ускорения точки  $A_3$  составляют векторное уравнение

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_3}^n + \bar{a}_{A_3}^t = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3 A_2}^r + \bar{a}_{A_3 A_2}^k, \quad \text{где} \quad \bar{a}_{A_3}^n = \frac{v_{A_3}^2}{l_{O_1 A_3}} = \frac{(1,6)^2}{0,8} = 3,2 \text{ м/с}^2,$$

$$\bar{a}_{A_3 A_2}^k = 2 v_{A_3 A_2} \cdot \omega_3 = 0, \text{ так как } v_{A_3 A_2} = 0.$$

К полюсу пристраивают вектор  $a_{A_3}^n$  параллельно звену  $AO_1$  и в направлении к точке  $O_1$  – центра вращения звена 3. Через конец вектора  $\bar{a}_{A_3}^n$  перпендикулярно звену  $AO_1$  к нему проводят л. д.  $a_{A_3}^t \perp O_1 A$ . Из точки  $a_2$  параллельно проводят л. д.  $a_{A_3 A_2}^r$  и продолжают ее до пересечения с л. д.  $a_{A_3}^t$  в точке  $a_3$  плана.

Точку  $b$  плана определяют из пропорции  $(\overline{p_1 b_3}) = \frac{l_{O_1 B}}{l_{O_1 A}} \cdot (\overline{p_1 a_3}) = \frac{1 \cdot 20}{0,8} = 25 \text{ мм}.$

Отрезок  $(\overline{p_1 b})$  плана –  $\bar{a}_B$ .

Положение точки  $c$  плана определяют из подобия и сходственного расположения  $\Delta O_1 b c$ , построенного на отрезке  $(\overline{p_1 b})$  плана и  $\Delta O_1 B C$ . Точку  $S_3$  плана находят из пропорции

$$(\overline{p_1 S_3}) = \frac{l_{O_1 S_1}}{l_{O_1 B}} \cdot (\overline{p_1 b}) = \frac{0,3 \cdot 25}{1} = 7,5 \text{ мм}. \text{ Отрезки } (\overline{p_1 c}) \text{ и } (\overline{p_1 S_3})$$

плана изображают –  $\bar{a}_C$  и  $\bar{a}_{S_3}$  соответственно.

Ускорение центра масс кулисы  $a_{S_3} = (\overline{p_1 S_3}) \mu_a = 7,5 \cdot 0,16 = 1,2 \text{ м/с}^2.$

Угловое ускорение кулисы:  $\varepsilon_3 = \frac{a_{S_3}^t}{l_{O_1 A}} = 0, \text{ так как } a_{A_3}^t = 0.$

### Задача № 29. Механизм строгального станка (рис. 39)

Исходные данные:  $l_{O_1 A} = 0,4 \text{ м}; l_{BO_1} = 0,25 \text{ м}; l_{BC} = 0,75 \text{ м}; l_{CO_1} = 0,2 \text{ м}$   
 $l_{BS_4} = l_{CS_4}; \omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}.$

Требуется построить планы скоростей и ускорений для данного положения механизма, определяемого положением входного звена.

### План механизма

План строится по заданным параметрам кинематической схемы и с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{l_{O_1A}}{AO_1} = \frac{0,4}{40} = 0,01$  м/мм.

Длину звена  $OA$  определяют из  $\triangle OO_1A$ :  $AO = \sqrt{(O_1A)^2 - (OO_1)^2} = \sqrt{(0,4)^2 - (0,2)^2} = 0,346$  м.

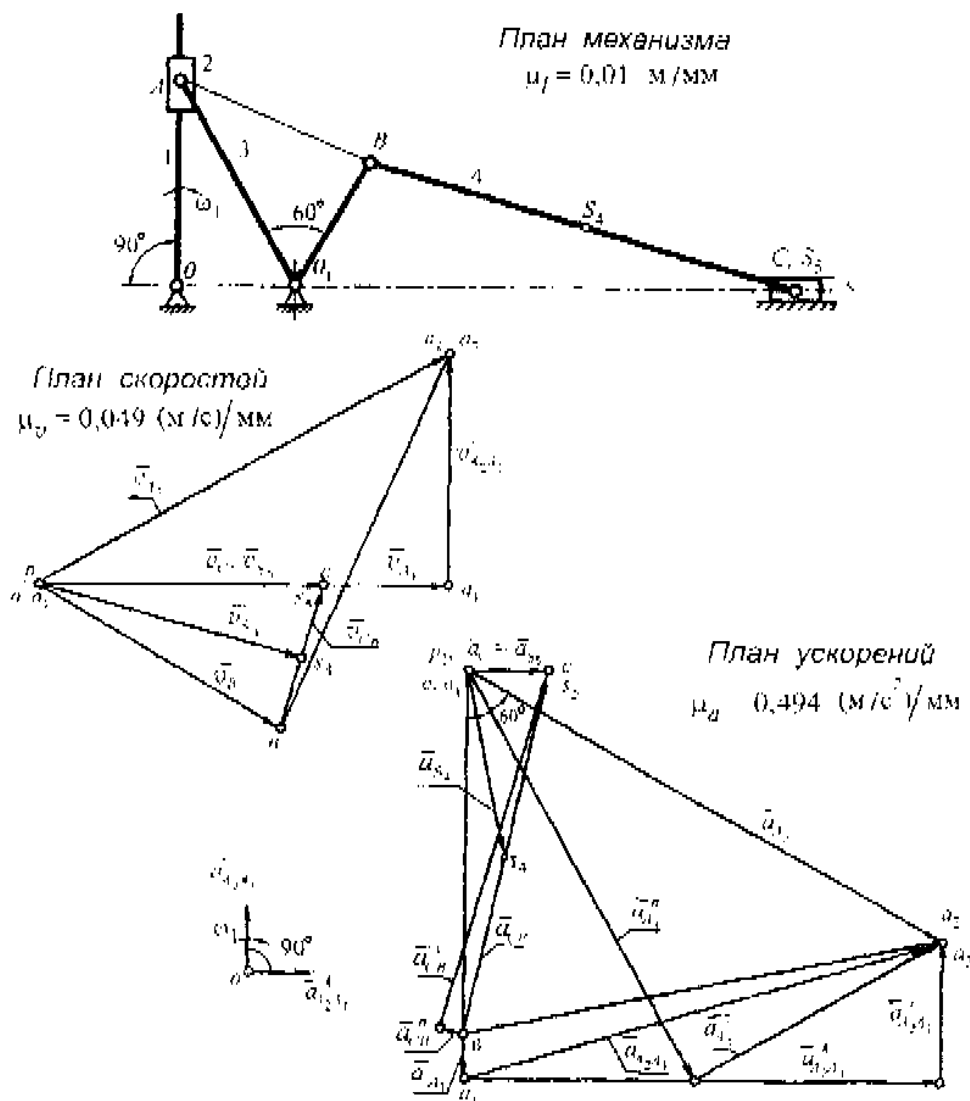


Рис. 39

### План скоростей

Скорость точки  $A_1$  звена 1:  $v_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,346 = 3,46$  м/с.

Масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_{A_1}}{pa_1} = \frac{3,46}{70} = 0,049$  (м/с)/мм,

где отрезок  $(\overline{pa_1})$  плана изображает на нем  $\vec{v}_{A_1}$ .

Скорость точки  $A_3(A_2)$  определяют из двух векторных уравнений:  $\vec{v}_{A_1} = \vec{v}_{A_2} = \vec{v}_{A_1} + \vec{v}_{A_2A_1}$  и  $\vec{v}_{A_3} = \vec{v}_{O_1} + \vec{v}_{A_3O_1}$ , где  $\vec{v}_{O_1} = 0$ .

На плане из полюса откладывают отрезок  $(\overline{pa_1})$  перпендикулярно звену и в направлении действия  $\omega_1$ . Через точку  $a_1$  плана проводят л. д.  $v_{A_2A_1}$  параллельно звену 1, а через точку  $o_1$  — л. д.  $v_{A_3O_1} \perp AO_1$ . Пересечение линий действия — точка  $a_3(a_2)$  плана. Отрезки  $(\overline{pa_3})$  и  $(\overline{pa_2})$  плана —  $\vec{v}_{A_3}$  и  $\vec{v}_{A_2}$  соответственно. Для нахождения положения точки  $b$  плана на отрезке  $(\overline{pa_3})$  строят  $\Delta a_3bo_1$ , подобный и сходственно расположенный  $\Delta ABO_1$  на плане механизма. Отрезок  $(\overline{pb})$  плана —  $\vec{v}_B$ .

Для нахождения точки  $C$  на плане составляют векторное уравнение  $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$  и имеют в виду, что л. д.  $\vec{v}_{CB}$  ползуна параллельна направляющим ползуна (то есть линии  $O_1C$ ). На плане через полюс проводят л. д.  $\vec{v}_{CB} \parallel CO_1$ , а через точку  $b$  плана — л. д.  $\vec{v}_{CB} \perp CB$  и продолжают линии до взаимного пересечения, чему соответствует точка  $c$ . Отрезок  $(\overline{pc})$  плана —  $\vec{v}_C$ .

Положение центров масс (точки  $S_4$  и  $S_5$ ) звеньев определяют по правилу подобия. Отрезки  $(\overline{ps_4})$  и  $(\overline{ps_5})$  плана —  $\vec{v}_{S_4}$  и  $\vec{v}_{S_5}$ .

### План ускорений

Ускорение точек  $A_1$  и  $A_2$  звеньев 1 и 2:

$$a_{A_1} = a_{A_2} = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,346 = 34,6 \text{ м/с}^2.$$

Масштабный коэффициент ускорений  $\mu_a = \frac{a_{A_1}}{p_1 \alpha_1} = \frac{34,6}{70} = 0,494 \text{ (м/с}^2\text{)}/\text{мм}$ .

Далее составляют два векторных уравнения для определения ускорения точки  $A_1$

$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2 A_1}^r + \bar{a}_{A_2 A_1}^k$ , где  $a_{A_2 A_1}^k = 2 v_{A_2 A_1} \cdot \omega_1 = 2 \cdot (41 \cdot 0,049) \cdot 10 = 40,18 \text{ м/с}^2$ ,

$\bar{a}_{A_4} = \bar{a}_{A_1 O_1} + \bar{a}_{A_3 O_1}^n + \bar{a}_{A_3 O_1}^r$ , где  $\dot{a}_{A_3 O_1}^n = \frac{v_{A_3 O_1}^2}{l_{A_3 O_1}} = \frac{(81,5 \cdot 0,049)^2}{0,4} = 39,87 \text{ м/с}^2$ .

Из полюса параллельно звену 1 к центру его вращения откладывают отрезок  $(p_1 \bar{a}_1)$ , изображающий на плане  $a_{A_1}$ . К точке  $a_1$  плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{A_2 A_1}^k \perp OA$ , а направление его определяют поворотом вектора  $\bar{v}_{A_2 A_1}$  на  $90^\circ$  в сторону действия  $\omega_1$  (см. рис. 39). К полюсу параллельно звену  $AO_1$  пристраивают вектор  $\bar{a}_{A_3 O_1}^n$ , направляя его к центру вращения звена  $\omega_3$ .

Далее через конец вектора  $\bar{a}_{A_3 O_1}^n$  проводят л. д.  $\bar{a}_{A_3 O_1}^r \perp AO_1$ , а через конец вектора  $\bar{a}_{A_2 A_1}^k$  — л. д.  $\bar{a}_{A_2 A_1}^r \parallel AO$ . Линии действия взаимно пересекаются в точке  $a_3$ . Отрезок  $(p_1 \bar{a}_3)$  плана —  $a_{A_3}$ . Точку  $b$  на плане определяют из подобия и сходственного расположения  $\Delta O_1 a_3 b$ , построенного на отрезке  $(p_1 \bar{a}_3)$  плана и  $\Delta O_1 AB$  на плане механизма. Отрезок  $(p_1 b)$  плана —  $\bar{a}_B$ . Чтобы найти ускорение точки  $C$ , необходимо записать векторное уравнение

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^r, \text{ где } a_{CB}^n = \frac{v_{CB}^2}{l_{CB}} = \frac{(27 \cdot 0,049)^2}{0,75} = 2,33 \text{ м/с}^2$$

и знать л. д.  $\bar{a}_{CB}^r$ . На плане к точке  $b$  пристраивают вектор  $a_{CB}^n$ , параллельно звену  $CB$  и направив его к точке  $B$  — центру относительного вращения звена 4. Через конец вектора  $a_{CB}^n$  перпендикулярно к нему проводят л. д.  $\bar{a}_{CB}^r$  и продолжают до пересечения с л. д.  $\bar{a}_{C_3}$ , проведенной через полюс параллельно линии  $O_1 C$ . Пересечение этих линий действия определит положение точки  $c$  на

плана. Отрезок  $(p_1c)$  плана –  $a'_c$ . Ускорения точек  $S_4$  и  $S_5$  определяют из условия подобия. Отрезки  $(\overline{p_1s_4})$  и  $(\overline{p_1s_5})$  плана –  $\overline{a}_{S_4}$  и  $\overline{a}_{S_5}$ .

**Задача №30.** Шестицветный кулисный механизм (рис. 40)

Исходные данные:  $l_{OA} = 0,15$  м;  $l_{OB} = l_{OC} = 0,45$  м;  $l_{CD} = 0,515$  м;  $\omega_1 = 10$  с<sup>-1</sup>.

Построив планы скоростей и ускорений, определить численные значения скорости и ускорения точки  $C$  звена 5.

#### План механизма

Построен с учетом масштабного коэффициента длины

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,15}{15} = 0,01 \text{ м/мм}$$

и заданным параметрам кинематической схемы

Длина звена  $AB$  для данного положения механизма определится из  $\triangle OAB$  (по условию решения косоугольного треугольника)  $l_{AB} = 0,397$  м.

#### План скоростей

Скорости точки  $A$  звена 1:  $v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,15 = 1,5$  м/с.

Скорость точки  $B$  звена 2 определяют из векторных уравнений  $v_{B_2} = \overline{v}_A + \overline{v}_{B_2A}$  и  $\overline{v}_{B_2} = \overline{v}_{B_3} + \overline{v}_{B_2B_3}$ ,  $\overline{v}_{B_3} = 0$ .

Произвольно выбранный масштабный коэффициент скорости

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{1,5}{75} = 0,02 \text{ (м/с)/мм}.$$

Из полюса плана, перпендикулярно звену  $OA$  в сторону действия  $\omega_1$ , откладывают отрезок  $(pa) = 75$  мм. Через точку  $a$  плана проводят л. д.  $v_{B_2A} \perp AB$  а через полюс – л. д.  $v_{B_2B_3} \parallel AB$ . В пересечении линий действия – точка  $b_2$ . Отрезок  $(pb_2)$  плана –  $v_{B_2B_3}$ . Скорость точки  $D$  определяют из условия подобия сходственного расположения  $\triangle ab_2d$ , построенного на отрезке  $(ab_2)$  плана скоростей и  $\triangle ABD$  на схеме механизма. Отрезок  $(\overline{pd})$  плана –  $\overline{v}_D$ .

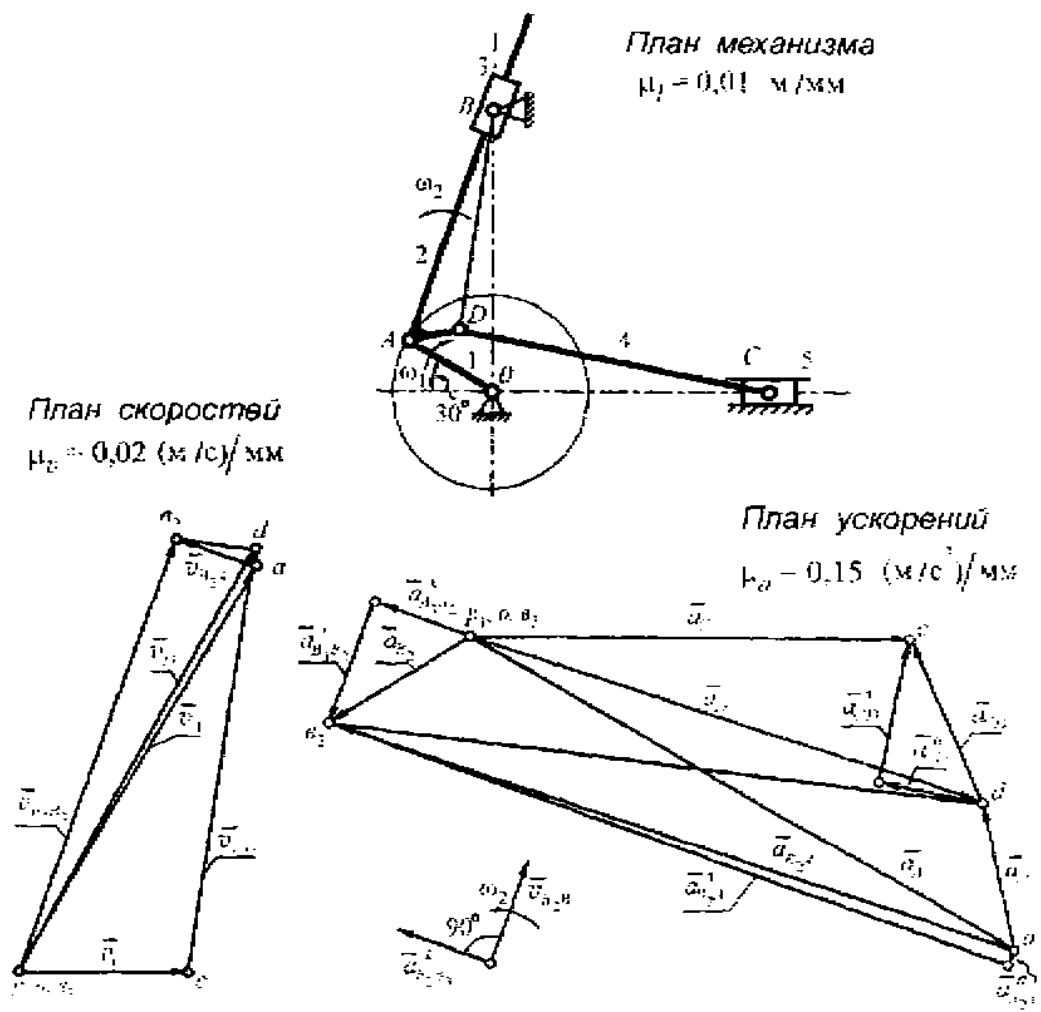


Рис. 40

Для определения скорости точки  $C$  записывают векторное уравнение  $\vec{v}_C = \vec{v}_D - \vec{v}_{CD}$  и имеют ввиду, что известна л. д.  $\vec{v}_{C_3}$  ползуна. На плане через точку  $d$  проводят л. д.  $\vec{v}_{CD} \perp CD$ , а через полюс — л. д.  $\vec{v}_{D_3} \parallel OC$ . Пересечение линий действия определит точку  $c$  плана. Отрезок  $(\overline{pc})$  плана —  $\vec{v}_C$ .

Численное значение скорости  $\vec{v}_C = (\overline{pc}) \cdot \mu_v = 28 \cdot 0,02 = 0,56 \text{ м/с}$ .

**План ускорений**

Ускорение точки  $A$  звена 1:  $a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,15 = 15 \text{ м/с}^2$ .

Для точки  $B_2$  ускорение определяют из векторных уравнений

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_A + \bar{a}_{B_2A}^n + \bar{a}_{B_2A}^t, \text{ где } \bar{a}_{B_2A}^n = \frac{v_{B_2A}^2}{l_{BA}} = \frac{(17,5 \cdot 0,02)^2}{0,397} = 0,308 \text{ м/с}^2,$$

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_3} + \bar{a}_{B_2B_3}^r + \bar{a}_{B_2B_3}^k, \text{ где } \bar{a}_{B_2B_3}^k = 2 v_{B_2B_3} \cdot \omega_2, \omega_2 = \frac{v_{B_3A}}{l_{BA}} = \frac{17,5 \cdot 0,02}{0,397} = 0,88 \text{ м/с}.$$

$$\text{Масштабный коэффициент ускорений } \mu_a = \frac{a_A}{p_1 a} = \frac{15}{100} = 0,15 \text{ (м/с}^2\text{)}/\text{мм}.$$

Из полюса плана откладывают отрезок  $(p_1 a) = 100$  мм, соответствующий на плане  $\bar{a}_A$ , параллельно звену 1 и к центру вращения этого звена (точка  $O$ ). К точке  $a$  плана пристраивают вектор  $a_{BA}^n \parallel AB$  в направлении к точке  $A$ . А к полюсу пристраивают вектор  $a_{B_2B_3}^k \perp AB$ , направление этого вектора определяют поворотом вектора скорости  $\bar{v}_{B_2B_3}$  на  $90^\circ$  в сторону действия  $\omega_2$  (см. рис. 40). Через концы векторов  $\bar{a}_{BA}^n$  и  $\bar{a}_{B_2B_3}^k$ , перпендикулярно к ним проводят л. д.  $\bar{a}_{B_2A}^t$  и  $\bar{a}_{B_2B_3}^r$  соответственно. Взаимное пересечение линий действия определяет точку  $b_2$  плана. Отрезок  $(p_1 b_2)$  плана –  $\bar{a}_{B_2}$ . Положение точки  $d$  на плане определится, если на отрезке  $(\bar{a} b_2)$  плана построить  $\Delta dab_2$ , подобный и сходственный расположенный  $\Delta DAB$  на плане механизма. Отрезок  $(p_1 d)$  плана –  $\bar{a}_D$ .

Для определения ускорения точки  $C$  необходимо составить векторное уравнение  $\bar{a}_C = a_D + a_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^t$  и знать л. д.  $\bar{a}_{C_3}$ . К точке  $d$  плана пристраивают вектор  $\bar{a}_{CD}^n = \frac{v_{CD}^2}{l_{CD}} = \frac{(67 \cdot 0,02)^2}{0,515} = 3,49 \text{ м/с}^2$ , направляя его параллельно звену  $CD$  от точки  $C$  к точке  $D$ . Через конец этого вектора проводят л. д.  $\bar{a}_{CD}^t \perp CD$ , а через полюс – л. д.  $\bar{a}_{C_3} \parallel OC$ . Пересечение линий действия определит на плане точку  $c$ . Отрезок  $(p_1 c)$  плана –  $\bar{a}_C$ .

$$\text{Численное значение ускорения } a_C = (p_1 c) \cdot \mu_a = 63 \cdot 0,15 = 9,45 \text{ м/с}^2.$$

### 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

Основной целью кинематического исследования сложных зубчатых механизмов является определение их передаточного отношения.

#### Общие положения

Передаточным отношением  $U_{12}$  пары зубчатых колес (рис. 41) является отношение угловой скорости  $\omega_1$  входного звена 1 к угловой скорости  $\omega_2$  выходного звена 2:

$$U_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Знак плюс соответствует случаю, когда зацепляющиеся колеса вращаются в одну сторону: внутреннее зацепление колес (рис. 41 а). Знак минус – в разные стороны: внешнее зацепление (рис. 41 б).

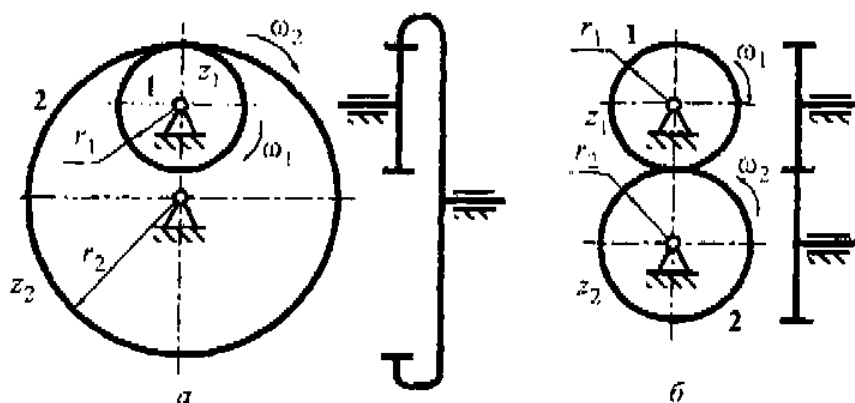


Рис. 41

Передаточное отношение может быть выражено через радиусы колес или пропорциональные им числа зубьев колес.

$$U_{12} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}.$$



Общее передаточное отношение многоступенчатой зубчатой передачи равно произведению частных передаточных отношений отдельных ступеней ее. На рис. 42 представлена четырехступенчатая зубчатая передача, для которой передаточное отношение

$$U_{15} = U_{12} \cdot U_{2'3} \cdot U_{3'4} \cdot U_{4'5} (-1)^k,$$

где  $k$  – число внешних зацеплений, а

$$U_{12} = \left( + \frac{\omega_1}{\omega_2} \right), \quad U_{2'3} = \left( - \frac{\omega_{2'}}{\omega_3} \right),$$

$$U_{3'4} = \left( + \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} \right), \quad U_{4'5} = \left( - \frac{\omega_{4'}}{\omega_5} \right),$$

отсюда 
$$U_{15} = \frac{\omega_1 \cdot \omega_{2'} \cdot \omega_{3'} \cdot \omega_{4'}}{\omega_2 \cdot \omega_3 \cdot \omega_4 \cdot \omega_5}.$$

При заданных числах зубьев колес

$$U_{15} = \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4 \cdot z_5}{z_1 \cdot z_{2'} \cdot z_{3'} \cdot z_{4'}}.$$

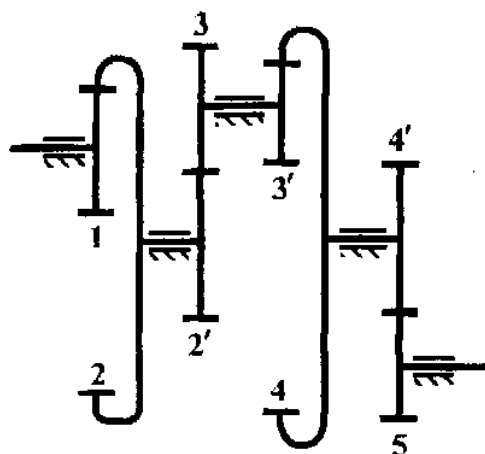


Рис. 42

Составной частью многоступенчатых зубчатых механизмов часто входят планетарные ступени. Планетарным механизмом называется эпициклический механизм с одной степенью подвижности.

На рис. 43 представлены четыре основных кинематических схемы планетарных механизмов.

Выбор той или иной схемы планетарной передачи зависит от условий работы механизма. Для кинематического анализа планетарных механизмов используют три основных метода: аналитический, табличный, графический.

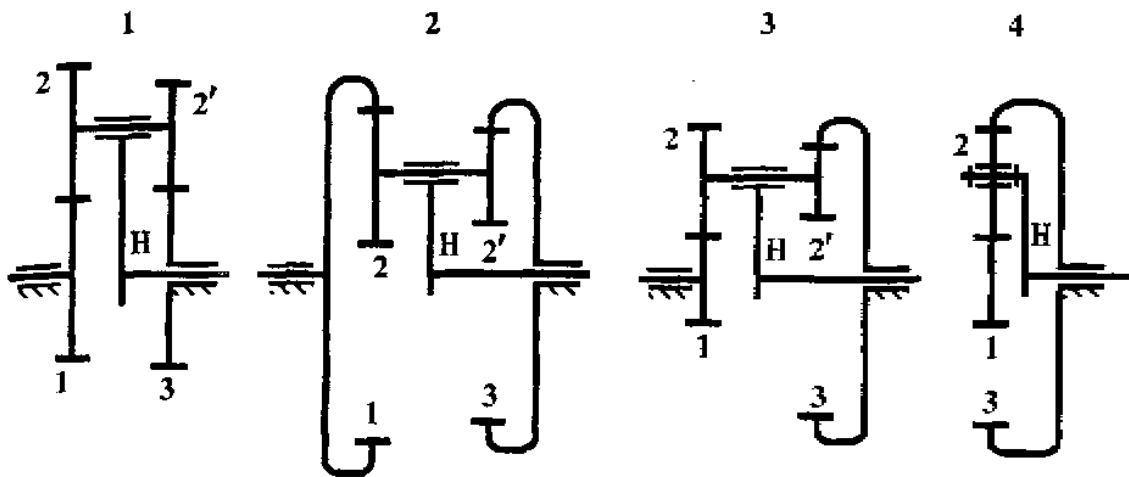


Рис. 43. Основные схемы планетарных механизмов:  
 на схеме 1 неподвижное колесо 3 – солнечное; на схемах 2, 3, 4 – неподвижное колесо 3 – корончатое; колеса 2-2' – сателлиты; рычаг Н – водило

### 1. Аналитический (метод Виллиса Р.)

Аналитическое исследование основано на предварительном определении скоростей колес механизма относительно водила, то есть на способе останова водила (метод обращения движения). На рис. 44 представлен простейший эллиптический механизм.

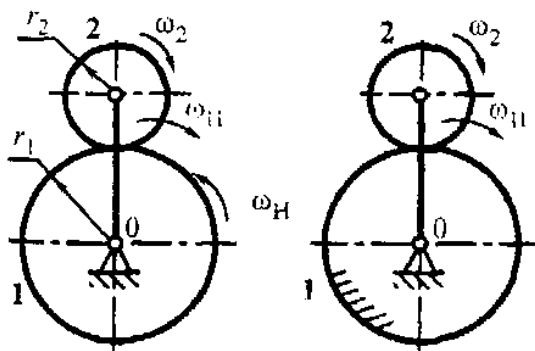


Рис. 44

циклический механизм. Мысленно жестко соединяют его звенья между собой и сообщают этой системе вращение вокруг оси «0» с угловой скоростью  $(-\omega_H)$ . При этом скорость относительного движения зацепляющихся колес и передаточное отношение  $U_{12}$  не изменяется, так как оно определяется отношением чисел

зубьев колес. Результат такого движения: для водила результирующая угловая скорость  $(\omega_H + (-\omega_H)) = 0$ . Водило окажется остановленным, а относительные угловые скорости колес: первого  $(\omega_1 - \omega_H)$ , второго  $(\omega_2 - \omega_H)$ .

При неподвижном водиле эпициклический механизм превращается в простую зубчатую передачу, передаточное отношение которой

$$U_{12} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}.$$

Это и есть универсальная формула Виллиса для пары зацепляющихся колес эпициклического механизма.

В планетарном механизме (рис. 44) при неподвижном колесе 1 ( $\omega_1 = 0$ ) передаточное отношение

$$U_{21} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_1 - \omega_H} = -\frac{\omega_2}{\omega_H} + 1 = 1 - U_{2H}, \quad U_{2H} = 1 - U_{21}^H = 1 - \left(-\frac{z_1}{z_2}\right) = 1 + \frac{z_1}{z_2}.$$

При пользовании формулой Виллиса необходимо учитывать следующее:

угловые скорости неподвижных колес целесообразно иметь в знаменателе, так как это упрощает математические преобразования;

угловую скорость сателлита не следует вводить в формулу Виллиса, кроме случая, когда она является искомой;

в формуле для передаточного отношения обращенного механизма числа зубьев колес, зацепляющихся между собой, а также колес, заклиненных на общем валу, не должны стоять рядом (то есть не должны стоять оба в числителе или оба в знаменателе):

нецелесообразно решать формулу Виллиса в общем виде, так как при этом теряется ее физическая суть и возможны ошибки;

в сложных механизмах желательно составлять несколько уравнений Виллиса для отдельных ступеней.

## 2. Табличный (метод Свампа)

Сущность табличного метода заключается в разложении сложного движения сателлитов на более простые, угловые скорости которых легко вычислить, а затем сложить. Выбирать эти вращения следует так, чтобы в окончательном результате получилось заданное абсолютное движение ведущих звеньев механизма.

Практически табличный метод осуществляется в следующей последовательности (рис. 45).

1. Мысленно все звенья механизма жестко соединяют между собой и всю эту жесткую систему, как единое твердое тело, поворачивают вокруг общей оси (в данном случае ось водила и ось колеса 3) на один оборот по часовой стрелке – *переносное* движение. Все колеса и водило сделали по данному обороту. Данные заносятся в табл. 5.

Таблица 5

Характер движения	1	2-2'	3	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	-1	$-\frac{z_1}{z_2}$	$+\frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	0
Сложное	0	$1 - \frac{z_1}{z_2}$	$1 + \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	+1

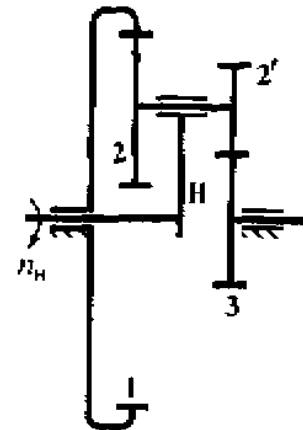


Рис. 45

2. Систему раскрепляют, но водило удерживают, то есть получают простую зубчатую передачу. Колесо, которое в действительности закреплено, поворачивают на один оборот против часовой стрелки. При этом все колеса зубчатого механизма придут во вращение. Число оборотов каждого из колес при одном обороте «закрепленного» зависит от радиусов колес или от пропорциональных им чисел зубьев колес. Результаты *относительного* вращения колес записывают во вторую строчку таблицы.

3. Алгебраическое сложение в каждом столбце таблицы дает результат *сложного* движения – числа оборотов колес при одном обороте водила.

4. Передаточное отношение механизма

$$U_{H3} = \frac{n_H}{n_3} = \frac{1}{1 + \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}}$$

### 3. Графический (метод Смирнова Л. П.)

Графический метод нагляден и прост. Метод основан на положении, что линейная скорость при вращении тела пропорциональна радиусу вращения ( $v = \omega r$ ), то есть линейные скорости точек, лежащих на любом радиусе вращающегося тела, изменяются по закону прямой линии.

Исходными данными для построения картины линейных скоростей и картины частоты вращения являются угловая скорость входного звена и кинематическая схема зубчатого механизма, построенная с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_r$ , м/мм. Размеры по горизонтали кинематической схемы выбирают произвольно, но руководствуясь аналогичными схемами в учебниках или на плакате в лаборатории ТММ.

Порядок построения картины линейных скоростей зубчатого механизма следующий:

1. Через точки контакта зубчатых колес, оси колес (водила) проводят горизонтальные сплошные линии, параллельные друг другу и общей оси механизма (рис. 46).

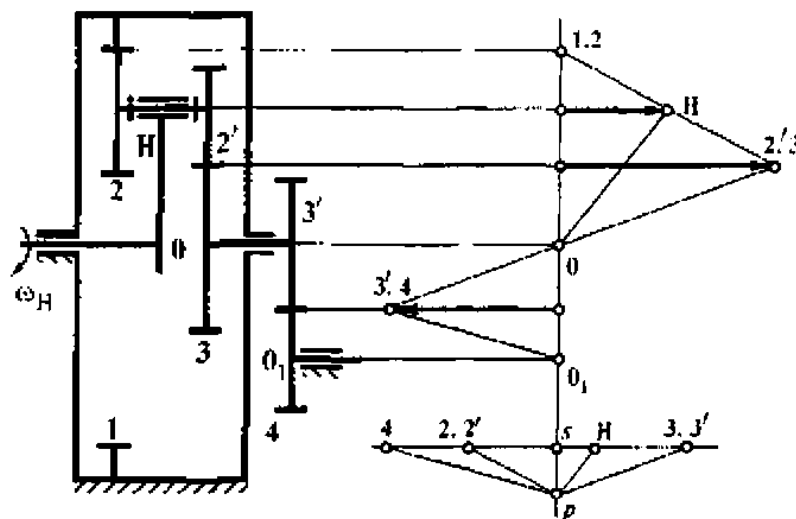


Рис. 46

2. Примерно в середине длины этих линий, перпендикулярно к ним проводят нулевую линию (точки, попадающие на эту линию, имеют скорость, равную нулю).

3. Определяют линейную скорость точки входного звена ( $v = \omega r$ ). Если входное звено колесо, то эта точка контакта входного звена с зацепляющимся с ним колесом. Если входное звено – водило (как на рис. 46), то это наиболее удаленная точка от оси вращения водила. На рис. 46 вектор этой скорости  $v_H = \omega_H (r_1 - r_2)$  обозначают буквой  $H$ . Сплошная тонкая линия, соединяющая точку  $H$ , отложенного вектора, с точкой  $O$ , находящейся на оси входного звена – закон распределения скоростей точек входного звена – водила.

4. Далее последовательно, начиная с входного звена, обходят все звенья зубчатого механизма, соединяя прямой линией на каждом звене точки, скорости которых известны. На рис. 46 следующим за входным водилом является блок сателлитов (колеса 2–2'), для которого известны скорости двух точек: одна лежит на оси блока, другая – в месте контакта колес 2 и 1, скорость последнего равна нулю.

Отрезок прямой, соединяющий указанные выше точки и продолженный до линии, проходящей через точку контакта колес 2' и 3, будет законом распределения скоростей точек блока сателлитов (колеса 2 и 2').

Колеса 3 и 3' жестко скреплены между собой (рис. 46). Для них известны скорости точек 2', 3 и  $O$ . Прямая, соединяющая эти точки и продолженная за точку  $O$  до пересечения с линией, проходящей через точку контакта колес 3' и 4 –  $O_1$  – закон распределения скоростей точек, расположенных на радиусе колеса 4.

Порядок построения картины частоты вращения элементов зубчатого механизма:

1. Продолжают вниз нулевую линию и из произвольной точки  $z$ , взятой на этой линии, откладывают отрезок  $zr = \frac{30}{\pi} \frac{\mu_v}{\mu_f \mu_n} \cdot 1$ , если требуется определять

частоты вращения колес и водила, а если определяют только передаточное отношение, то отрезок  $sr$  выбирают произвольно.  $\mu_n$ , ( $\text{мин}^{-1}$ )/мм – масштабный коэффициент частоты вращения, принимают исходя из удобства построения.

2. Из полюса (точка  $p$ ), параллельно соответствующим законам распределения линейных скоростей, проводят лучи и продолжают их до пересечения с горизонтальной прямой, проведенной через точку  $s$ , расположенной на нулевой линии (см. рис. 46).

3. Горизонтальные отрезки, отсчитываемые от точки  $s$  вправо и влево, определяют с учетом масштабного коэффициента  $\mu_n$  частоты вращения элементов зубчатого механизма.

Например, на рис. 46 числа оборотов колес и водила:

$$n_1 = 0; n_{2,2'} = (\overline{s2})\mu_n; n_{3,3'} = (\overline{s3})\mu_n; n_4 = (\overline{s4})\mu_n; n_5 = (\overline{s5})\mu_n.$$

Любое передаточное отношение для данного зубчатого механизма от элемента  $i$  к элементу  $k$  определяется как  $U_{ik} = \pm \frac{n_i}{n_k} = \frac{(\overline{si})}{(\overline{sk})}$ . Если отрезки картины

частоты вращения отложены в разные стороны от нулевой линии, то знак передаточного отношения «минус» (колеса вращаются в разные стороны). Если отрезки располагаются по одну сторону от нулевой линии, то знак «плюс» (колеса вращаются в одну сторону).

#### ПРИМЕЧАНИЯ:

1. В приведенных ниже задачах входное звено (кроме задачи №41 и №44) имеет индекс 1. В задачах №41 и №44 – индекс Н. Направление вращения звена Н и звена 1 – по часовой стрелке. Модуль  $m$  зубчатых колес во всех задачах – 1 мм.

Неуказанные в задачах числа зубьев колес определить из условия прочности.

2. В задачах в учебных целях к основным планетарным ступеням добавлены простые ступени соединения зубчатых колес.

## Задачи

### Задача № 31.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 17, z_2 = 34, z_2' = 18, z_3 = 69$ .

Число оборотов входного вала  $n_1 = 867 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить общее передаточное отношение  $U_{1H}$  механизма и числа оборотов водила и сателлитов.

#### 1. Аналитический метод

По формуле Виллиса  $U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1$ , так как  $\omega_3 = 0$  и

$$U_{1H} = 1 - U_{13}^H = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2'} \right) = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = 1 + \frac{34 \cdot 69}{17 \cdot 18} = 1 + 7,67 = 8,67.$$

Число оборотов водила определяется из отношения  $U_{1H} = \frac{n_1}{n_H}$

$$n_H = \frac{n_1}{U_{1H}} = \frac{867}{8,67} = 100 \text{ мин}^{-1}.$$

Для определения  $n_{2'}$  записывают  $\omega_{2'3} = \frac{\omega_{2'} - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{2'H} + 1$ , а

$$U_{2'H} = 1 - U_{2'3}^H = \frac{n_{2'}}{n_H} = 1 - \left( \frac{z_3}{z_2'} \right) = 1 - \frac{z_3}{z_2'} = 1 - \frac{69}{18} = 1 - 3,83 = -2,83.$$

Знак «минус» указывает на то, что водило  $H$  и колесо  $2'$  вращаются в разные стороны.

#### 2. Графический метод

Делительные диаметры колес

$$d_1 = m \cdot z_1 = 17 \text{ мм},$$

$$d_{2'} = m \cdot z_{2'} = 18 \text{ мм},$$

$$d_2 = m \cdot z_2 = 34 \text{ мм},$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 69 \text{ мм}.$$

Модуль колес по условию равен 1 мм.

Кинематическая схема механизма (рис. 47) построена с учетом произвольно выбранного масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{d_1} = \frac{0,017}{17} = 0,001 \text{ м/мм}$ .



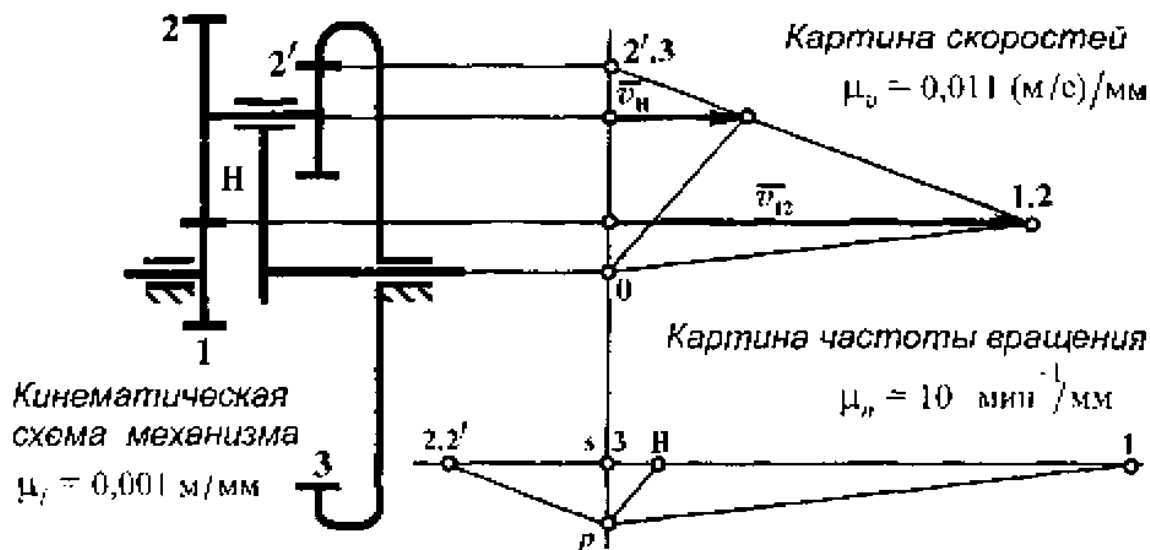


Рис. 47

Линейная скорость  $v_{12}$  точки контакта колес 1 и 2

$$v_{12} = \omega_1 r_1 = \frac{\pi n_1}{30} \cdot 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 867}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,017 = 0,77 \text{ м/с.}$$

Масштабный коэффициент скорости (выбирается произвольно)

$$\mu_v = \frac{v_{12}}{\overline{v_{12}}} = \frac{0,77 \text{ м/с}}{70 \text{ мм}} = 0,011 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}},$$

где  $\overline{v_{12}}$  – отрезок, изображающий скорость на чертеже.

Вправо от кинематической схемы проводят параллельные друг другу и общей оси механизма тонкие линии через оси колес и точки контакта колес (рис. 47). Примерно в середине длины этих линий проводят «нулевую» линию. Точки, лежащие на эту линию, имеют скорость, равную нулю.

От нулевой линии вправо (влево) на линии, проходящей через точку контакта колес 1 и 2 откладывают вектор  $\overline{v_{12}}$  в виде отрезка длиной 70 мм. Линия, соединяющая точку 1.2 с точкой 0 – закон распределения скоростей точек, расположенных на радиусе колеса 1. Для блока сателлитов (колеса 2 и 2') известны скорости точки 1.2 и 2'.3, равной нулю. Линия, соединяющая эти точки – закон

распределения скоростей точек, расположенных на колесах 2 и 2'. Скорость точки, расположенной на оси этих колес, равна скорости наиболее удаленной от оси вращения точки водила. Вектор скорости  $\overline{v}_H$  этой точки упирается в наклонную линию 1.2 – 2'.3. Линия, соединяющая точки O и H, – закон распределения скоростей точек, расположенных на водиле.

Для построения картины частоты вращения колес на продолжении нулевой линии (рис. 47) от точки S (произвольно выбранная точка) откладывают отрезок

$$\frac{sr}{\mu} = \frac{30 \mu_v}{\pi \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,011}{\pi \cdot 0,001 \cdot 10} = 10,51 \text{ мм,}$$

где  $\mu_n$  – произвольно выбранный масштабный коэффициент частоты вращения.

Из точки  $r$  проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей, до пересечения с горизонтальной прямой, проходящей через точку S. Отрезки этой прямой, отсчитываемые от точки S – есть частоты вращения элементов зубчатого механизма.

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{\overline{s1}}{sH} = \frac{86,5}{10} = 8,65.$$

Число оборотов водила

$$n_H = (\overline{sH}) \cdot \mu_n = 10 \cdot 10 = 100 \text{ мин}^{-1}.$$

Число оборотов сателлитов (колеса 2 и 2')

$$n_{22'} = (\overline{s2.2'}) \cdot \mu_n = 28,5 \cdot 10 = 285 \text{ мин}^{-1}.$$

### 3. Табличный метод

Составляется таблица. Число столбцов, которой зависит от количества колес планетарной ступени.

Сначала всю систему, как одно целое, поворачивают на один оборот по часовой стрелке, что и отображено в первой строке табл. 6. Затем систему раскрепляют, водило останавливают, а колесо 3, которое в действительности закреплено, поворачивают на один оборот против часовой стрелки. Все остальные ко-

леса придут во вращение и сделают определенное число оборотов, что и отмечено во второй строке табл. 6. Результаты сложного движения получают путем сложения в каждом столбце табл. 6. Третья строка табл. 6 - числа оборотов колес при одном обороте водила.

Таблица 6

Характер движения	1	2-2'	3	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	$+\frac{z_3 z_2}{z_2' z_1}$	$-\frac{z_3}{z_2'}$	-1	0
Сложное	$1 + \frac{z_3 z_2}{z_2' z_1}$	$1 - \frac{z_3}{z_2'}$	0	+1

Общее передаточное отношение редуктора

$$U_{IH} = \frac{n_I}{n_H} = \frac{1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}}{1} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = 1 + \frac{34 \cdot 69}{17 \cdot 18} = 1 + 7,67 = 8,67.$$

Число оборотов сателлита при одном обороте водила

$$n_{2,2'} = 1 - \frac{z_3}{z_2'} = 1 - \frac{69}{18} = 1 - 3,83 = -2,83 \text{ мин}^{-1}.$$

При  $n_H = 100 \text{ мин}^{-1}$   $n_{2,2'} = -2,83 \cdot 100 = -283 \text{ мин}^{-1}$ .

Сравнительная оценка результатов (в качестве примера) приведена в табл. 7.

Таблица 7

Метод	$U_{IH}$	$n_H$	$n_{2,2'}$
Аналитический	8,67	100	-283
Графический	8,65	100	-283
Табличный	8,67	100	-283

Все три метода кинематического исследования планетарной ступени равноценны и при аккуратном исполнении конечные результаты практически одинаковы.

Задача № 32.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 40$ ,  $z_3 = 70$ ,  $z_4 = 22$ ,  
 $z_4' = 28$ ,  $z_5 = 76$ .

Число оборотов входного вала  $n_1 = 588$  об/мин.

Определить общее передаточное отношение  $U_{15}$  механизма и числа оборотов колеса 5 и блока сателлитов 4–4'.

Механизм (рис. 48) состоит из двух ступеней – простой (колеса 1 и 2) и планетарной (колеса 3, 4, 4', 5 и водило  $H$ ). Кинематическая схема механизма построена с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{d_1} = \frac{0,02}{20} = 0,001$  м/мм.

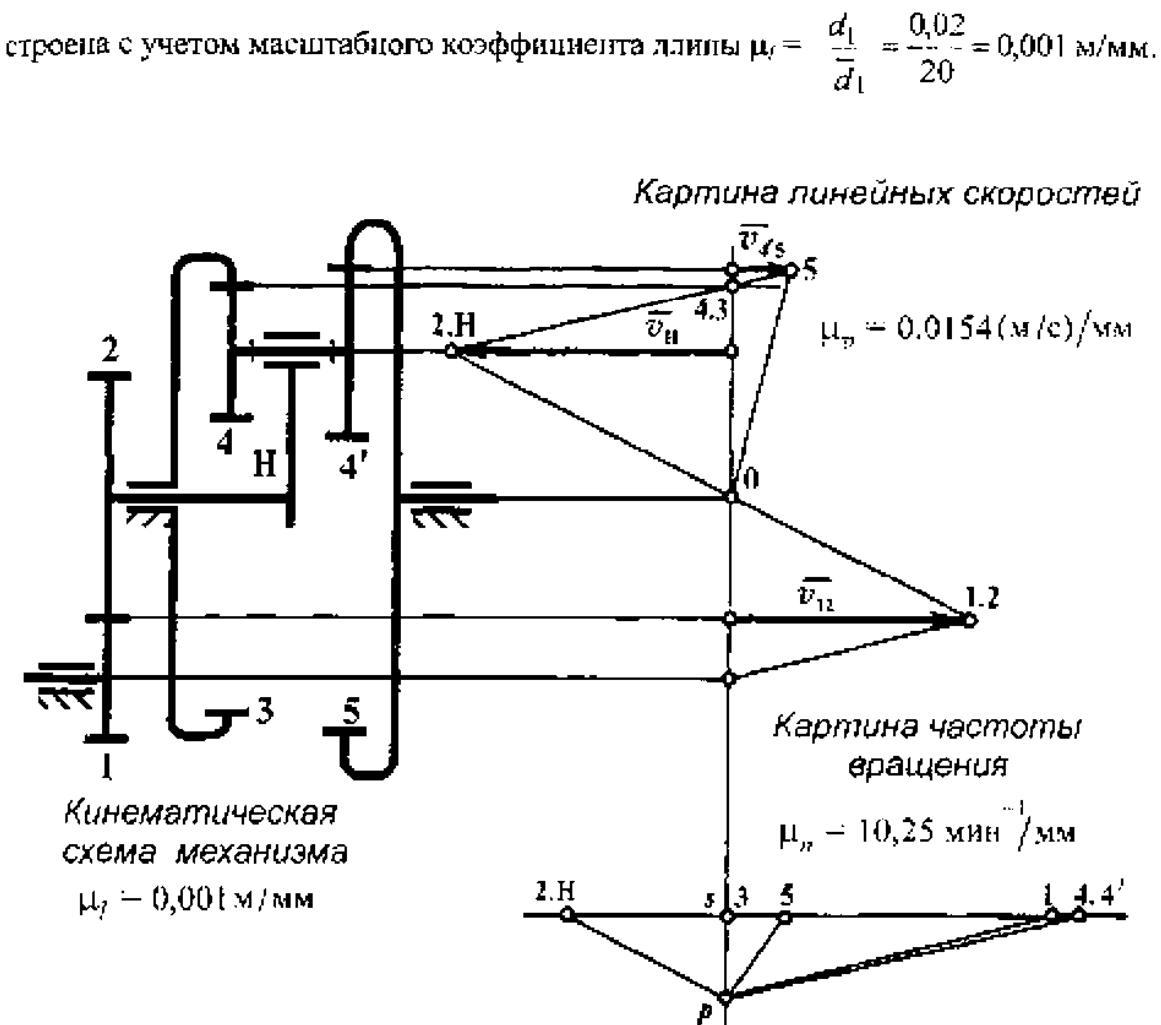


Рис. 48

## 1. Аналитический метод

Передаточное число механизма  $U_{15} = U_{12} \cdot U_{H5}$ .

Передаточное число простой ступени  $U_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{40}{20} = -2$ .

Передаточное число планетарной ступени определяют из формулы Виллиса

$$U_{53} = \frac{\omega_5 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{5H} + 1, \text{ а так как } \omega_3 = 0,$$

$$U_{5H} = 1 - U_{53}^H = 1 - \left( \frac{z_4'}{z_5} \right) \left( \frac{z_3}{z_4} \right) = 1 - \frac{z_3 z_4'}{z_4 z_5} = 1 - \frac{70 \cdot 28}{22 \cdot 76} = 1 - 1,17 = -0,17,$$

$$U_{H5} = \frac{1}{U_{5H}} = \frac{1}{-0,17} = -5,88.$$

Тогда общее передаточное число  $U_{15} = U_{12} \cdot U_{H5} = (-2) \cdot (-5,88) = 11,76$ .

Число оборотов колеса 5 можно найти из соотношения  $U_{15} = \frac{n_1}{n_5}$ ,

$$n_5 = \frac{n_1}{U_{15}} = \frac{588}{11,76} = 50 \text{ мин}^{-1}.$$

А число оборотов водила из  $U_{H5} = \frac{n_H}{n_5}$ ,  $n_H = U_{H5} \cdot n_5 = (-5,88) \cdot 50 = -294 \text{ мин}^{-1}$ .

По формуле Виллиса  $U_{43} = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{4H} - 1$ ,

$$U_{4H} = 1 - U_{43}^H = 1 - \left( \frac{z_3}{z_4} \right) = 1 - \frac{z_3}{z_4} = 1 - \frac{70}{22} = 1 - 3,18 = -2,18.$$

Из соотношения  $U_{4H} = \frac{n_4}{n_H}$ ,  $n_4 = U_{4H} \cdot n_H = (-2,18) \cdot (-294) = 640,92 \text{ мин}^{-1}$ .

## 2. Графический метод

Делительные диаметры колес

$$d_1 = m \cdot z_1 = 20 \text{ мм},$$

$$d_4 = m \cdot z_4 = 22 \text{ мм},$$

$$d_2 = m \cdot z_2 = 40 \text{ мм},$$

$$d_4' = m \cdot z_4' = 28 \text{ мм},$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 70 \text{ мм},$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 76 \text{ мм}.$$

Модуль колес по условию равен 1 мм.

На рис. 48 с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{d_1} = \frac{0,02}{20} = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  построена кинематическая схема механизма.

Линейная скорость  $v_{12}$  точки контакта колес 1 и 2

$$v_{12} = \frac{\pi n_1}{30} 0,5d_1 = \frac{\pi \cdot 588}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 0,615 \text{ м/с.}$$

Через оси колес и точки контакта колес проводят тонкие линии, параллельные друг другу и общей оси механизма (рис. 48), и перпендикулярно к ним – «нулевую» линию. От нулевой линии вправо (влево) откладывают вектор  $\overline{v_{12}}$  с учетом масштабного коэффициента скорости  $\mu_v = \frac{v_{12}}{v_{12}} = \frac{0,615}{40} = 0,0154 \text{ (м/с)/мм}$ .

Конец вектора  $\overline{v_{12}}$  соединяют прямыми с точками на нулевой линии (одна соответствует точке на оси колеса 1, другая на оси колеса 2). Наклонные линии – законы распределения скоростей точек на радиусах колес 1 и 2 соответственно. Колесо 2 и водило *II* жестко связаны между собой и имеют один закон распределения скоростей точек, расположенных на водиле и колесе 2. Это обстоятельство позволяет определить вектор  $\overline{v_H}$  скорости водила *H*.

Далее продолжают линию 1.2 – 0 до пересечения с линией, проходящей через ось блока сателлитов 4 – 4'. Для сателлитов известна скорость точки на оси (точка *H*) и скорость точки 4.3 – контакта колес 4 и 3. Соединяют эти точки прямой и продолжают ее до пересечения с линией, проходящей через точку контакта колес 4' и 5. Прямая *H*–5 – закон распределения скоростей точек, расположенных на колесах 4 и 4'. Прямая 5 – 0 – закон распределения скоростей точек на колесе 5.

Для построения картины частоты вращения колес определяют отрезок на нулевой линии

$$\overline{sp} = \frac{30 \mu_v}{\pi \mu_l \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,0154}{\pi \cdot 0,001 \cdot 10,52} = 13,99 \text{ мм,}$$

где  $\mu_n = 10,52 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}$  – масштабный коэффициент частоты вращения.

Через точку  $p$  проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек на картине линейных скоростей (рис. 48). От точки  $s$  вправо и влево по прямой – числа оборотов колес и водила с учетом  $\mu_n$ .

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{s1}{s5} = \frac{56,5}{4,5} = 11,77.$$

Число оборотов колеса 5

$$n_5 = (\overline{s5}) \cdot \mu_n = 4,8 \cdot 10,52 = 50,5 \text{ мин}^{-1}.$$

Число оборотов блока сателлитов

$$n_{44'} = (\overline{s4}) \cdot \mu_n = 60,5 \cdot 10,52 = 635,5 \text{ мин}^{-1}.$$

### 3. Табличный метод

Поворачивают всю систему, как одно целое, вокруг общей оси на один оборот по часовой стрелке. Все колеса и водило сделают по одному обороту что и отражено в первой строке табл. 8. Далее система раскрепляется, водило удерживается, а колесо 3 (в действительности неподвижное) поворачивают на один оборот против часовой стрелки. Все колеса придут во вращение. Число оборотов каждого колеса отражено в таблице во второй строке. Итог сложения в каждом столбце табл. 8 – число оборотов всех колес при одном обороте водила.

Таблица 8

Характер движения	3	4-4'	5	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	-1	$-\frac{z_3}{z_4}$	$-\frac{z_3 z_4'}{z_4 z_5}$	0
Сложное	0	$1 - \frac{z_3}{z_4}$	$1 - \frac{z_3 z_4'}{z_4 z_5}$	+1

Передаточное отношение планетарной ступени

$$U_{H5} = \frac{n_H}{n_5} = \frac{1}{1 - \frac{z_3 \cdot z_{4'}}{z_4 \cdot z_5}} = \frac{1}{1 - \frac{70 \cdot 28}{22 \cdot 76}} = \frac{1}{1 - 1,17} = \frac{1}{-0,17} = -5,88.$$

Число оборотов колеса 5 при одном обороте водила

$$n_5 = 1 - \frac{z_3 \cdot z_{4'}}{z_4 \cdot z_5} = 1 - \frac{70 \cdot 28}{22 \cdot 76} = 1 - 1,17 = -0,17 \text{ мин}^{-1}.$$

При  $n_H = -294 \text{ мин}^{-1}$   $n_5 = (-0,17) \cdot (-294) = 49,98 \text{ мин}^{-1}$ .

Число оборотов сателлитов 4—4' при одном обороте водила

$$n_4 = 1 - \frac{z_3}{z_4} = 1 - \frac{70}{22} = 1 - 3,18 = -2,18 \text{ мин}^{-1}.$$

При  $n_H = -294 \text{ мин}^{-1}$   $n_4 = (-2,18) \cdot (-294) = 640,92 \text{ мин}^{-1}$ .

### Задача № 33.

Исходные данные: числа зубьев колес —  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 30$ ,  $z_3 = 80$ ,  $z_4 = z_5 = 18$ ,  $z_6 = 40$ ,  $z_7 = 76$ .

Число оборотов входного вала  $n_1 = 2342 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить число оборотов колеса 6 по модулю и направлению, передаточное отношение  $U_{16}$ .

#### 1. Аналитический метод

Механизм состоит из трех ступеней: планетарной (колеса 1, 2, 3 водило  $H$ ) и двух простых (колеса 4—5) и (5'—6). На рис. 49 построена кинематическая схема зубчатого механизма с учетом масштабного коэффициента длины

$$\mu_r = \frac{d_1}{d_t} = \frac{0,02}{20} = 0,001 \text{ м/мм}.$$

Общее передаточное отношение зубчатого механизма  $U_{16} = U_{1H} \cdot U_{H5} \cdot U_{56}$ .



Кинематическая схема механизма

$$\mu_j = 0,001 \text{ м/мм}$$

Картина линейных скоростей

$$\mu_v = 0,0306 \text{ (м/с)/мм}$$

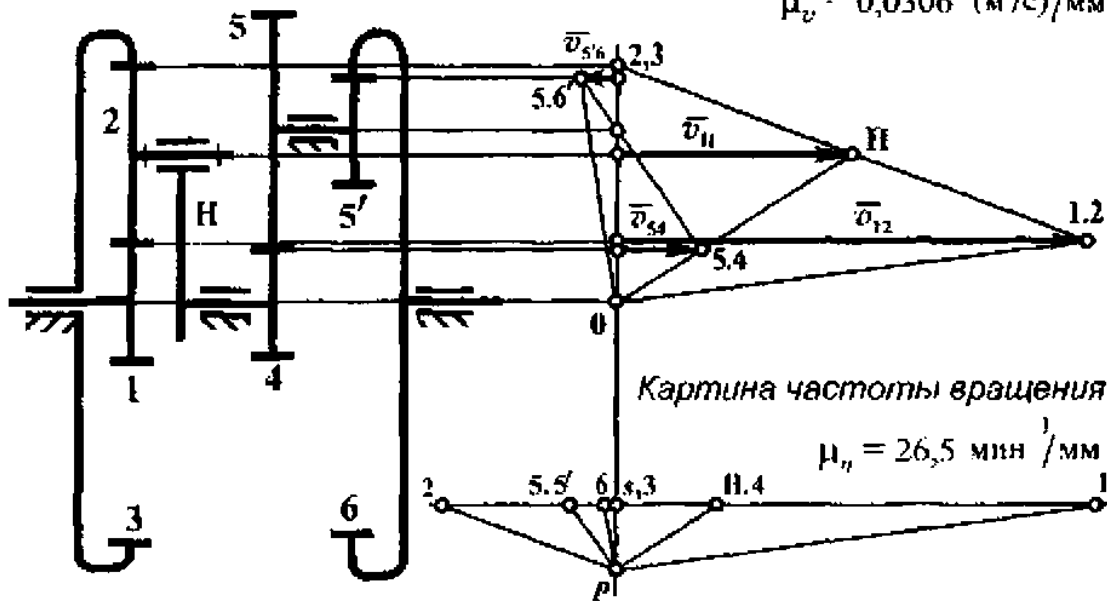


Рис. 49

Передаточное отношение планетарной ступени определяют из формулы

Виллиса  $U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1$ , а так как  $\omega_3 = 0$ ,

$$U_{1H} = 1 - U_{13} = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{80}{20} = 5.$$

Передаточные отношения простых ступеней  $U_{45} = -\frac{z_5}{z_4} = -\frac{40}{18} = -2,22$ ,

$$U_{5'6} = \frac{z_6}{z_{5'}} = \frac{76}{18} = 4,22.$$

Общее передаточное отношение механизма  $U_{16} = 5 \cdot (-2,22) \cdot (4,22) = -46,84$ .

Число оборотов колеса 6 находят из соотношения  $U_{16} = \frac{n_1}{n_6}$ ,

$$n_6 = \frac{n_1}{U_{16}} = \frac{2342}{-46,84} = -50 \text{ мин}^{-1}.$$

Колесо 6 вращается в противоположную сторону колесу 1.

## 2. Графический метод

Делительные диаметры колес

$$d_1 = m \cdot z_1 = 20 \text{ мм},$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 40 \text{ мм},$$

$$d_2 = m \cdot z_2 = 30 \text{ мм},$$

$$d_{5'} = m \cdot z_{5'} = 18 \text{ мм},$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 80 \text{ мм},$$

$$d_6 = m \cdot z_6 = 76 \text{ мм},$$

$$d_4 = m \cdot z_4 = 18 \text{ мм}.$$

Модуль колес по условию равен 1 мм.

Через точки контакта колес и оси колес проводят прямые тонкой линией параллельные друг другу и общей оси системы (рис. 49), а также вертикальную прямую (нулевая линия) перпендикулярно к ним.

Скорость – точки контакта колес 1 и 2

$$v_{12} = \frac{\pi n_1}{30} 0,5d_1 = \frac{\pi \cdot 2342}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 2,45 \text{ м/с}.$$

От нулевой линии вправо откладывают отрезок длиной 80 мм, изображающий вектор  $\vec{v}_{12}$ . Масштабный коэффициент скорости в этом случае

$$\mu_v = \frac{v_{12}}{r_{12}} = \frac{2,45}{80} = 0,0306 \text{ (м/с)/мм}. \text{ Линия, соединяющая точки 1.2 и 0 – закон}$$

распределения скоростей точек, расположенных на радиусе колеса 1. Для колеса 2 известны скорости точек 1.2 и 2.3, скорость последней равна нулю. Линия, соединяющая эти точки, – закон распределения скоростей точек, расположенных на радиусе колеса 2. Точки, расположенные на оси колеса 2, и точка наиболее удаленная от оси водила, будут иметь одинаковую скорость. Вектор  $\vec{v}_H$  этой скорости упирается в наклонную линию – закон распределения скоростей точек колеса 2. А линия  $H - 0$  – закон распределения скоростей точек, расположенных на водиле. Часть этой линии (отрезок 0 - 5.4) – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 4 (колесо 4 и водило жестко между собой связаны). Для колес 5 и 5' известны скорости точек 5,4 и скорость точки на оси этих колес (она равна нулю). Соединив эти точки прямой и продолжив прямую до линии, проходящей через точку зацепления колес 5' и 6, получают закон

распределения скоростей точек на колесах 5 и 5'. Вектор  $\overline{v_{5'6}}$  – скорость точки контакта колес 5' и 6. Закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 6 – линия 5'.6 – 0.

$$\text{Отрезок } \overline{sp} = \frac{30 \mu_v}{\pi \mu_1 \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,0306}{\pi \cdot 0,001 \cdot 26,5} = 11 \text{ мм, где } \mu_n = 26,5 \text{ мин}^{-1}/\text{мм} - \text{масштабный коэффициент частоты вращения.}$$

На нулевой линии откладывают отрезок  $\overline{sp}$ , через точку  $p$  которого проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек на картине линейных скоростей (рис. 49), до пересечения с горизонтальной линией, проходящей через точку  $s$  до полученных. Отрезки – частоты вращения колес и водила.

Число оборотов колеса 6

$$n_6 = (\overline{s6}) \cdot \mu_n = (-1,8) \cdot 26,5 = -47,7 \text{ мин}^{-1}.$$

Передаточное отношение механизма

$$U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{\overline{S1}}{\overline{SH}} = \frac{84}{17,5} = 4,8.$$

### 3. Табличный метод

В переносном движении всю систему, как одно целое, поворачивают по часовой стрелке на один оборот. Все колеса и водило сделают по одному обороту что и отражено в первой строке табл. 9.

Таблица 9

Характер движения	1	2	3	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_3 \cdot z_2}{z_1 \cdot z_1}$	$-\frac{z_1}{z_2}$	-1	0
Сложное	$1 + \frac{z_3}{z_1}$	$1 - \frac{z_3}{z_2}$	0	+1

Систему раскрещляют, водило удерживают, а колесо 3 возвращают в исходное положение путем поворота на один оборот против часовой стрелки. При

повороте колеса 3 все остальные колеса придут во вращение. Число оборотов каждого из колес отмечено во второй строке таблицы. Третья строка табл. 9 отражает результат сложения в каждом столбце – число оборотов каждого из колес при одном обороте водила.

Передаточное отношение планетарной ступени

$$U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{80}{20} = 5.$$

### Задача № 34.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = z_2' = 18$ ,  $z_2 = 26$ ,  $z_2'' = 24$ ,  $z_3 = 62$ ,  $z_4 = 68$ . Число оборотов входного вала  $n_1 = 1382 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить общее передаточное отношение механизма  $U_{14}$ , числа оборотов колеса 4 и водила  $H$ .

#### 1. Аналитический метод

На рис. 50 построена кинематическая схема зубчатого механизма с учетом

масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{d_1} = \frac{0,018}{18} = 0,001 \text{ м/мм}$ .

Общее передаточное отношение механизма  $U_{14} = U_{1H} U_{H4}$ .

Из формулы Вилляса  $U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1$ , при  $\omega_3 = 0$  находят

$$U_{1H} = 1 - U_{13}^H = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2'} \right) = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = 1 + \frac{26 \cdot 62}{18 \cdot 18} = 1 + 4,97 = 5,97.$$

Так же из формулы Вилляса  $U_{43} = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{4H} + 1$ , при  $\omega_3 = 0$  находят

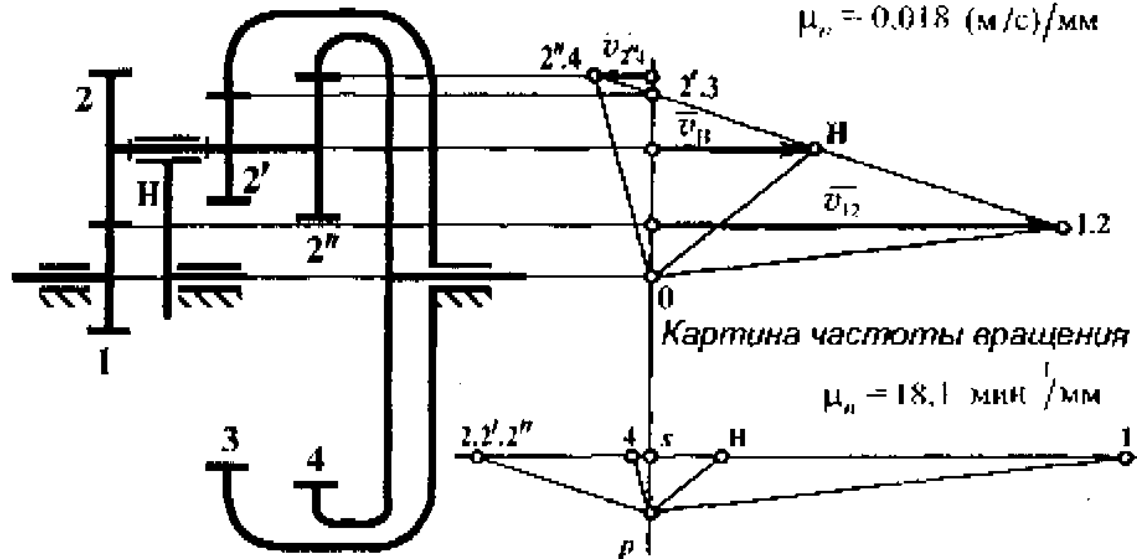
$$U_{4H} = 1 - U_{43}^H = 1 - \left( \frac{z_2''}{z_4} \right) \left( \frac{z_3}{z_2'} \right) = 1 - \frac{z_2'' z_3}{z_4 z_2'} = 1 - \frac{24 \cdot 62}{18 \cdot 68} = 1 - 1,216 = -0,216,$$

$$U_{H4} = \frac{1}{U_{4H}} = \frac{1}{-0,216} = -4,63.$$

Кинематическая  
схема механизма  $\mu_1 = 0,001 \text{ м/мм}$

Картина линейных скоростей

$\mu_v = 0,018 \text{ (м/с)/мм}$



Картина частоты вращения

$\mu_\omega = 18,1 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}$

Рис. 50

Общее передаточное отношение механизма  $U_{14} = 5,97(-4,63) = -27,64$ .

Число оборотов колеса 4 определяют из соотношения  $U_{14} = \frac{n_1}{n_4}$ :

$$n_4 = \frac{n_1}{U_{14}} = \frac{1382}{-27,64} = -50 \text{ мин}^{-1}.$$

Число оборотов водила определяют из соотношения  $U_{4H} = \frac{n_4}{n_H}$ :

$$n_H = \frac{n_4}{U_{4H}} = \frac{-50}{-0,216} = 234,48 \text{ мин}^{-1}.$$

## 2. Графический метод

На рисунке 50 через оси колес и точки зацепления колес проведены прямые, параллельные друг другу и общей оси зубчатого механизма, а также прямая, перпендикулярная проведенным линиям.

Скорость точки зацепления колес 1 и 2 колес

$$v_{12} = \frac{\pi n_1}{30} \cdot 0,5d_1 = \frac{\pi \cdot 1382}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,018 = 1,3 \text{ м/с}.$$

На прямой, проходящей через точку контакта колес, от нулевой линии вправо откладывают вектор  $\dot{v}_{12}$  с учетом масштабного коэффициента скорости

$$\mu_v = \frac{v_{12}}{v_{12}} = \frac{1,3}{70} = 0,018 \text{ (м/с)/мм, где } 70 \text{ мм -- отрезок, изображающий на}$$

чертеже вектор  $\overline{v_{12}}$ . Прямая 1,2-0 – закон распределения скоростей точек, расположенных на радиусе колеса 1. Далее рассматривают блок сателлитов, состоящий из колес 2, 2', 2'', для которого известна скорость точки зацепления колес 1 и 2 и скорость точки контакта колес 2' и 3, которая равна нулю. Соединяя эти точки, получают закон распределения скоростей точек на колесах 2 и 2'. Продолжая дальше линию 1,2 – 2',3 до пересечения с линией контакта колес 2'' и 4 получают вектор  $\overline{v_{2''4}}$  – скорость точки зацепления колес 2'' и 4. Линия, соединяющая точки 2'' и 4 и 0, – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 4. Вектор скорости наиболее удаленной от оси точки водила упирается в наклонную линию 1,2 – 2',3.

На нулевой линии откладывают отрезок

$$s_p = \frac{30 \cdot \mu_v}{\pi \cdot \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,018}{\pi \cdot 0,001 \cdot 18,1} = 9,5 \text{ мм, где } \mu_n = 18,1 \text{ мин}^{-1}/\text{мм -- масштабный}$$

коэффициент частоты вращения. Через точку  $p$  проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек на картине колеса и водила (рис. 50). Точки пересечения этих лучей с горизонталью, проходящей через точку  $s$ , ограничивают отрезки, изображающие числа оборотов колес и водила.

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{14} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{s1}{s4} = -\frac{78}{2,8} = -27,86.$$

Число оборотов колеса 4

$$n_4 = (s4) \cdot \mu_n = 2,8 \cdot 18,1 = 50,68 \text{ мин}^{-1}.$$

Число оборотов водила

$$n_H = (sH) \cdot \mu_n = 12,8 \cdot 18,1 = 231,68 \text{ мин}^{-1}.$$

### 3. Табличный метод

Всю систему, как одно целое, поворачивают на один оборот по часовой стрелке. Все колеса и водило сделают по одному обороту, что и отражено в первой строке табл. 10. Далее систему раскрепляют, водило удерживают, а колесо 3 поворачивают на один оборот против часовой стрелки, то есть возвращают в исходное положение. При повороте колеса 3 все остальные колеса придут во вращение. Обороты этих колес зафиксированы во второй строке таблицы 10. Результаты – числа оборотов каждого из колес получены путем сложения в каждом столбце табл. 10.

Таблица 10

Характер движения	1	2, 2', 2''	3	4	И
Переносное	+1	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_3 z_2}{z_2' z_1}$	$-\frac{z_3}{z_2'}$	-1	$-\frac{z_3 z_2'}{z_2' z_4}$	0
Сложное	$1 + \frac{z_3 z_2}{z_2' z_1}$	$1 - \frac{z_3}{z_2'}$	0	$1 - \frac{z_3 z_2'}{z_2' z_4}$	+1

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{14} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{1 + \frac{z_3 z_2}{z_2' z_1}}{1 - \frac{z_3 z_2'}{z_2' z_4}} = \frac{1 + \frac{26 \cdot 62}{18 \cdot 18}}{1 - 1,216} = \frac{1 + 4,97}{-0,216} = \frac{5,97}{-0,216} = -27,64.$$

Число оборотов колеса 4 при одном обороте водила

$$n_5 = 1 - \frac{z_3 z_2'}{z_2' z_4} = 1 - \frac{24 \cdot 62}{18 \cdot 68} = 1 - 1,216 = -0,216 \text{ мин}^{-1}.$$

При  $n_H = 231,48 \text{ мин}^{-1}$   $n_4 = (-0,216) \cdot 231,48 = -49,99 \approx 50 \text{ мин}^{-1}$ .

### Задача № 35.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 60$ ,  $z_3 = 140$ ,  $z_4 = 62$ ,  
 $z_5 = 18$ ,  $z_5' = 32$ ,  $z_6 = 48$ . Число оборотов входного вала  
 $n_1 = 1232 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить общее передаточное отношение механизма  $U_{16}$ , числа оборотов  
водила  $H$  и колеса 6.

#### 1. Аналитический метод

Зубчатый механизм состоит из двух планетарных ступеней при одном во-  
диле. Первая ступень (колеса 1, 2, 3 и водило  $H$ ), вторая – (колеса 4, 5, 5', 6, во-  
дило  $H$ ) (рис. 51).

Общее передаточное отношение механизма  $U_{16} = U_{1H} U_{H6}$ .

Передаточное отношение  $U_{1H}$  может быть определено по формуле Виллиса

$$U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1, \text{ а так как } \omega_3 = 0,$$

$$U_{1H} = 1 - U_{13}^H = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{140}{20} = 1 + 7 = 8.$$

Так же по формуле Виллиса определяют передаточное отношение  $U_{H6}$

$$U_{64} = \frac{\omega_6 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = -U_{6H} + 1, \text{ а так как } \omega_4 = 0,$$

$$U_{4H} = 1 - U_{43}^H = 1 - \left( -\frac{z_2'}{z_4} \right) \left( \frac{z_3}{z_2'} \right) = 1 + \frac{z_2' z_3}{z_2 z_4} = 1 + \frac{24 \cdot 62}{18 \cdot 68} = 1 - 1,216 = -0,216,$$

$$U_{H6} = \frac{1}{U_{6H}} = \frac{1}{-1,296} = -0,77.$$

Общее передаточное отношение механизма  $U_{16} = 8 \cdot (-0,77) = -6,16$ .

Число оборотов колеса 6 находят из соотношения  $U_{16} = \frac{n_1}{n_6}$ ,

$$n_6 = \frac{n_1}{U_{16}} = \frac{1232}{-6,16} = -200 \text{ мин}^{-1}.$$



Число оборотов водила из соотношения  $U_{1H} = \frac{n_1}{n_H}$ ,

$$n_H = \frac{n_1}{U_{1H}} = \frac{1232}{8} = 154 \text{ об/мин.}$$

## 2. Графический метод

На рис. 51 построена кинематическая схема механизма с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{d_1} = \frac{0,02}{10} = 0,002 \text{ м/мм}$ , где  $\bar{d}_1$  – отрезок, изображающий на чертеже диаметр колеса 1.

Через точки контакта зубчатых колес и оси колес (рис. 51) проводят тонкие линии, параллельные между собой и общей оси механизма, а также вертикальную прямую («нулевая» линия), перпендикулярную проведенным ранее линиям.

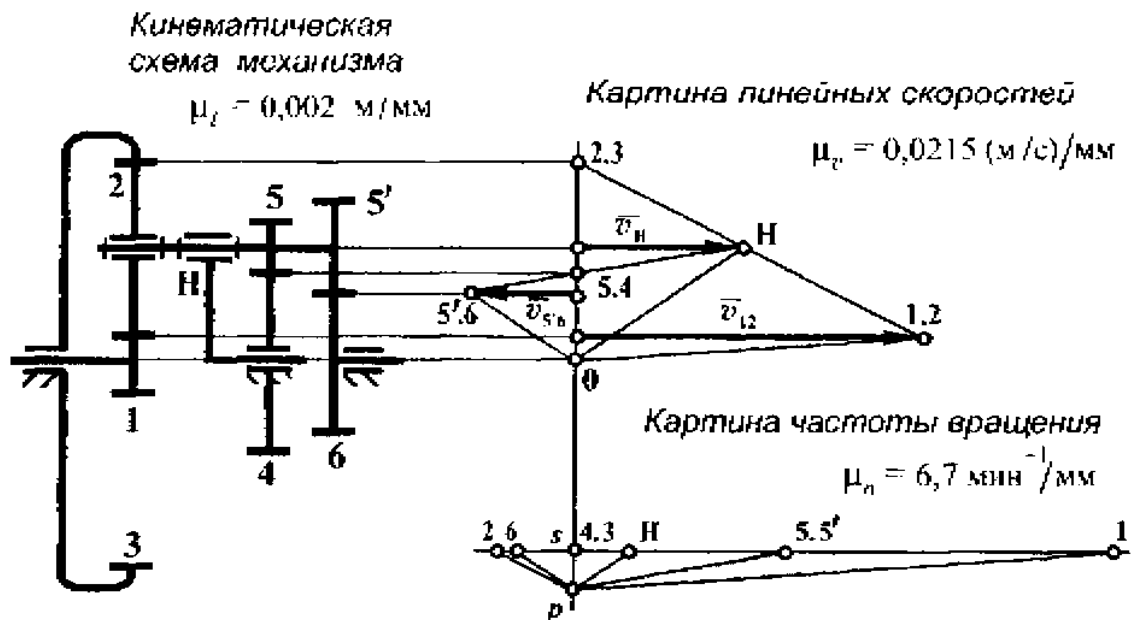


Рис. 51

Далее определяют линейную скорость точки контакта колес 1 и 2

$$v_{12} = \omega_1 r_1 = \frac{\pi n_1}{30} \cdot 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 1232}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 1,29 \text{ м/с.}$$

На чертеже от нулевой линии вправо откладывают вектор  $\overline{v_{12}}$  в виде отрезка длиной 60 мм. Тогда масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_{12}}{l} = \frac{1,29}{60} = 0,0215 \text{ (м/с)/мм}$ , где  $l = 60 \text{ мм}$  – произвольно выбранный отрезок, изображающий на чертеже вектор  $\overline{v_{12}}$ . Линия, соединяющая конец вектора  $\overline{v_{12}}$  (точка 1,2) с точкой 0, – закон распределения скоростей точек, расположенных на радиусе колеса 1. Следующим предметом рассмотрения является колесо 2 для которого известны скорости точки 1.2 и точки 2.3, которая находится на нулевой линии. Следовательно, закон распределения скоростей точек колеса 2 будет прямая 1.2–2.3. Скорости точек на оси колеса 2 и водила (наиболее удаленная от оси водила точка) совпадают, поэтому вектор  $\overline{v_H}$  это отражает. Линия 0–H закон распределения скоростей точек водила. Далее следует блок сателлитов (колеса 5 и 5'), для которых известны скорости точки H на оси этих колес и точки 5.4, расположенной на нулевой линии (скорость равна нулю). Соединяя эти точки и продолжая линию дальше, отмечают точку 5'.6 контакта колес 5' и 6 и вектор этой скорости  $\overline{v_{5'6}}$ . Наклонная прямая – закон распределения скоростей точек на колесах 5 и 5'. А линия 5'.6–0 – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 6.

На нулевой линии (ниже точки 0) откладывают отрезок

$$\overline{sp} = \frac{30 \mu_v}{\pi \mu_l \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,0215}{\pi \cdot 0,002 \cdot 14,67} = 7 \text{ мм,}$$

где  $\mu_n = 14,67 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}$  – произвольно выбранный масштабный коэффициент числа оборотов. Из точки  $p$  (рис. 51) проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек на колесах и водиле и продолжают их до пересечения с горизонтальной линией, проходящей через точку  $s$ . Отрезки по этой горизонтали, отсчитываемые от нулевой линии, – числа оборотов колес и водила с учетом  $\mu_n$ .

Общее передаточное отношение механизма  $U_{16} = \frac{s1}{s6} = -\frac{81}{13} = -6,23$ .

Число оборотов колеса 6  $n_6 = (s\bar{6}) \cdot \mu_n = 13,5 \cdot 14,67 = 198 \text{ мин}^{-1}$ .

Число оборотов водила  $n_{II} = (s\bar{H}) \cdot \mu_n = 10,5 \cdot 14,67 = 154 \text{ мин}^{-1}$ .

### 3. Табличный метод

Метод предполагает разложение сложного движения сателлитов на более простые с последующим их суммированием.

Сначала каждую из двух планетарных ступеней, как одно целое поворачивают по часовой стрелке на один оборот – переносное движение. При этом все колеса и водило сделают по одному обороту. Результаты для каждой ступени заносят в табл. 11.

Таблица 11

Характер движения	1	2	3	4	5-5'	6	H
Переносное	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_3}{z_2} \frac{z_2}{z_1}$	$-\frac{z_3}{z_2}$	-1	-1	$\frac{z_4}{z_5}$	$-\frac{z_4}{z_5} \frac{z_5'}{z_6}$	0
Сложное	$1 + \frac{z_3}{z_1}$	$1 - \frac{z_3}{z_2}$	0	0	$1 + \frac{z_4}{z_5}$	$1 - \frac{z_4}{z_5} \frac{z_5'}{z_6}$	+1

Затем всю систему раскрепляют. Водило удерживают, а те колеса (3 и 4), которые в действительности заторможены, поворачивают на один оборот против часовой стрелки. В первой ступени колесо 3 во второй – 4. Все колеса, зацепляющиеся с 3 и 4 начинают вращаться. Число оборотов каждого зависит от размеров колес или от числа зубьев колес. Результаты движения показаны во второй строке табл. 11. В третьей строке (в каждом столбце) производят алгебраическое сложение значений двух предыдущих строк, получают результаты в числах оборотов в минуту. Для первой ступени левая сторона табл. 11, для второй – правая.

Общее передаточное отношение

$$U_{16} = \frac{n_1}{n_6} = \frac{1 + \frac{z_3}{z_1}}{1 - \frac{z_4 z_5'}{z_5 z_6}} = \frac{1 + \frac{140}{20}}{\frac{62 \cdot 32}{18 \cdot 48}} = \frac{1 + 7}{1 - 2,3} = -\frac{8}{1,3} = -6,15.$$

Число оборотов колеса 6  $n_6 = 1 - \frac{z_4 z_5'}{z_5 z_6} = 1 - 2,3 = -1,3 \text{ мин}^{-1}$  при одном обороте водила, при  $n_H = 154 \text{ мин}^{-1}$   $n_4 = (-1,3) \cdot 154 = -200,2 \text{ мин}^{-1}$ .

### Задача № 36.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 70$ ,  $z_2 = 26$ ,  $z_3 = 18$ ,  $z_3' = 80$ ,  $z_4 = 22$ ,  $z_4' = 18$ ,  $z_5 = 40$ . Число оборотов колеса 1  $n_1 = 205 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить общее передаточное отношение зубчатого механизма, число оборотов колеса 3' и водила  $H$ .

#### 1. Аналитический метод

Общее передаточное отношение механизма (рис. 52) равно произведению частных передаточных отношений его ступеней  $U_{1H} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{3'H}$ .

В состав механизма входят две ступени – первая простая (колеса 1-2 и 2-3) и планетарная (колеса 3', 4, 4', 5 и водило  $H$ ).

$$\text{Передаточное отношение } U_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{26}{70} = 0,371, \quad U_{23} = -\frac{z_3}{z_2} = -\frac{18}{26} = -0,692.$$

А передаточное отношение планетарной ступени определяют из формулы

$$\text{Виделиса } U_{3'5} = \frac{\omega_{3'} - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = -U_{3'H} + 1, \text{ так как } \omega_5 = 0$$

$$U_{3'H} = 1 - U_{3'5}^H = 1 - \left( \frac{z_4}{z_3'} \right) \left( -\frac{z_5}{z_4'} \right) = 1 + \frac{z_4 z_5}{z_3' z_4'} = 1 + \frac{22 \cdot 40}{80 \cdot 18} = 1 + 0,61 = 1,61.$$

Общее передаточное отношение механизма  $U_{1H} = (0,37) \cdot (-0,69) \cdot (1,61) = -0,41$ .

Число оборотов водила из соотношения  $U_{1H} = \frac{n_1}{n_H}$ ,

$$n_H = \frac{n_1}{U_{1H}} = \frac{205}{-0,41} = -500 \text{ мин}^{-1}.$$

Число оборотов колеса 3' из соотношения  $U_{3'H} = \frac{n_{3'}}{n_H}$ ,

$$n_{3'} = U_{3'H} \cdot n_H = 1,61 \cdot (-500) = -805 \text{ мин}^{-1}.$$

## 2. Графический метод

Строят кинематическую схему зубчатого механизма с учетом масштабного коэффициента длины (рис. 52)  $\mu_l = \frac{d_1}{\bar{d}_1} = \frac{0,07}{70} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $\bar{d}_1 = 70 \text{ мм}$  – отрезок на чертеже, изображающий диаметр колеса 1.

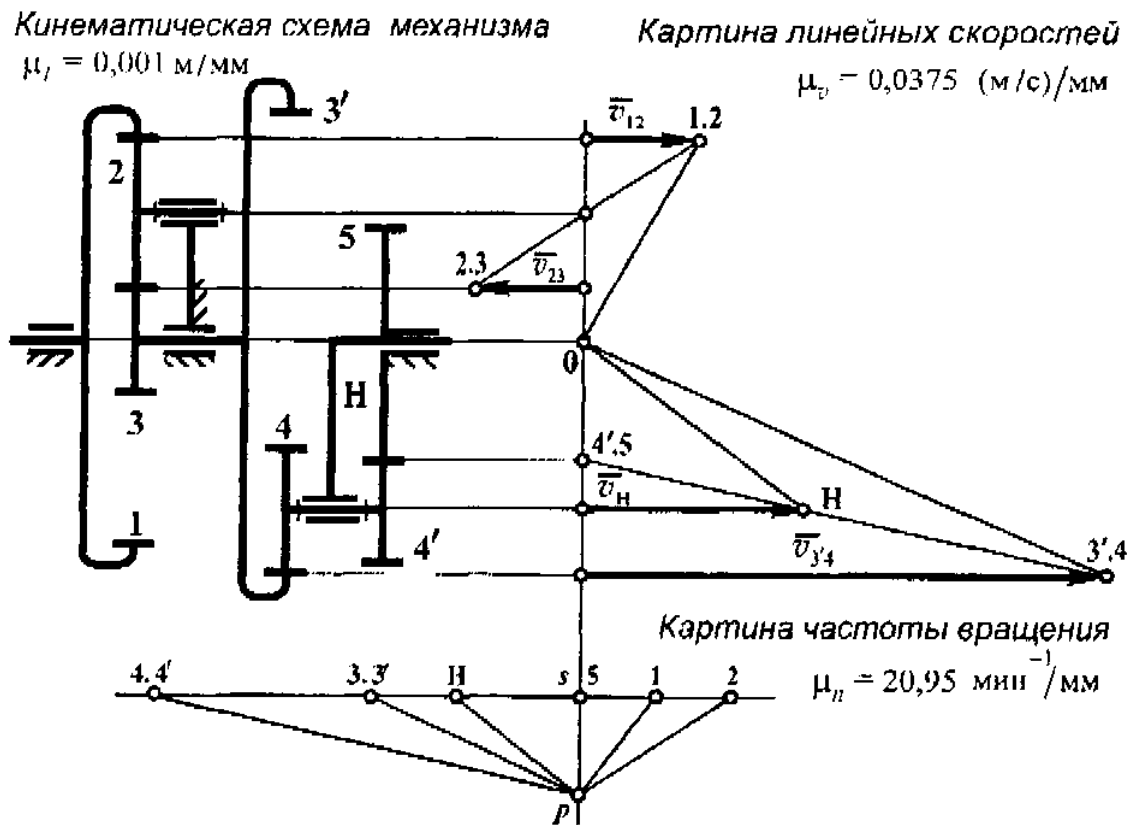


Рис. 52

Для построения картины линейных скоростей механизма через оси колес и точки зацепления колес проводят тонкими линиями горизонтальные прямые, параллельные общей оси механизма. А перпендикулярно им – нулевую линию.

Определяют линейную скорость точки зацепления колес 1 и 2 колес

$$v_{12} = \omega_1 r_1 = \frac{\pi n_1}{30} 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 205}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,07 = 0,75 \text{ м/с.}$$

Выбирают произвольный отрезок прямо, например, 20 мм, который на чертеже будет изображать  $\overline{v_{12}}$ . Тогда масштабный коэффициент скорости

$$\mu_v = \frac{v_{12}}{\overline{v_{12}}} = \frac{0,75}{20} = 0,0375 \text{ (м/с)/мм.}$$

Далее совершают постепенный «обход» (начиная от колеса 1) всей системы, находя две точки каждого колеса (водила), скорости которых известны. Для колеса 1 известны скорости точки 1.2 и скорость точки 0. Прямая 1.2 – 0 – закон распределения скоростей точек на колесе 1. На колесе 2 – линия 1.2 – 2.3 – закон распределения скоростей точек на диаметре колеса 2. Колеса 3 и 3' жестко между собой связаны и для них закон распределения скоростей будет линия 2.3 – 3'.4. Линия 3'.4 – 4'.5 – закон распределения скоростей точек на блоке сателлитов (колеса 4 и 4').

Вектор  $v_H$  – наибольшей линейной скорости водила упрется в наклонную линию 4'.5 – 3'.4. А закон распределения линейных скоростей точек на водиле – прямая 0 – H.

На нулевой линии откладывают отрезок (рис. 52)  $sp = \frac{30}{\pi} \frac{\mu_p}{\mu_l \mu_n} =$   
 $= \frac{30}{\pi} \frac{0,0375}{0,001 \cdot 21,1} = 17 \text{ мм}$  и через точку  $p$  проводят лучи, параллельные законам

распределения скоростей точек колес и водила. Лучи на горизонтальной прямой, проходящей через точку  $s$  «отсекают», на этой прямой отрезки, отсчитываемые от точки  $S$  и представляющие собой числа оборотов элементов механизма с учетом  $\mu_n = 21,2 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}$  (масштабный коэффициент числа оборотов).

Общее передаточное отношение механизма  $U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{s1}{sH} = -\frac{10}{23,5} = 0,42$ .

Число оборотов водила  $n_H = (\overline{sH}) \cdot \mu_n = -23,5 \cdot 21,1 = -495,85 \text{ мин}^{-1}$ .

Число оборотов колеса 3'  $n_{3'} = (\overline{s3'}) \cdot \mu_n = -38,5 \cdot 21,1 = -812,35 \text{ мин}^{-1}$ .

### 3. Табличный метод (только для планетарной ступени)

При переносном движении всю систему, как одно целое, поворачивают на один оборот вокруг общей оси по часовой стрелке. Все колеса и водило сделают по одному обороту. Результаты записаны в первой строке табл. 12. Далее систему раскрепляют, удерживают водило, а колесо 5 поворачивают на один оборот против часовой стрелки. Все остальные колеса получают вращение. Число оборотов их в относительном вращении отмечено во второй строке табл. 12. Результат сложного движения отражен в третьей строке таблицы, полученный путем сложения в каждом столбце табл. 12, итогов переносного и относительного вращения.

Таблица 12

Характер движения	3'	4-4'	5	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_5 \cdot z_4}{z_{4'} \cdot z_{3'}}$	$\frac{z_5}{z_{4'}}$	-1	0
Сложное	$1 + \frac{z_5 \cdot z_4}{z_{4'} \cdot z_{3'}}$	$1 + \frac{z_5}{z_{4'}}$	0	+1

Число оборотов колеса 3 при одном обороте водила

$$n_{3'} = 1 + \frac{z_4 \cdot z_5}{z_{4'} \cdot z_{3'}} = 1 + \frac{22 \cdot 40}{18 \cdot 80} = 1 + 0,61 = 1,61 \text{ мин}^{-1},$$

при  $n_H = -500 \text{ мин}^{-1}$   $n_{3'} = (-500) \cdot 1,61 = -805 \text{ мин}^{-1}$ .

В механизме, кинематическая схема которого представлена на рис. 52, колесо 1 (вход) имеет число оборотов  $n_1 = 205 \text{ мин}^{-1}$ , а водило (выход) –  $500 \text{ мин}^{-1}$ .

Механизм, у которого число оборотов выходного звена больше числа оборотов входного, называется мультипликатором.

**Задача № 37.**

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 18, z_2 = 26, z_3 = 70, z_4 = 22,$   
 $z_5 = 30, z_6 = 82, z_7 = 26, z_8 = 32, z_9 = 90.$  Частота вращения  
 вала колеса 1  $n_1 = 1032 \text{ мин}^{-1}.$

Требуется определить общее передаточное отношение механизма и число оборотов водила  $H_2.$

**1. Аналитический метод**

Зубчатый механизм – соединение трех одноступенчатых планетарных механизмов (рис. 53). Первый – колеса 1, 2, 3, водило  $H,$  второй – колеса 4, 5, 6, водило  $H_1,$  третий – колеса 7, 8, 9, водило  $H_2.$

Общее передаточное отношение механизма  $U_{1H_2} = U_{1H} \cdot U_{4H_1} \cdot U_{7H_2}.$

Для определения передаточного отношения каждой ступени можно воспользоваться универсальной формулой Виллиса

первая ступень  $U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1,$  а так как  $\omega_3 = 0,$

$$U_{1H} = 1 - U_{13}^H = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{70}{18} = 1 + 3,89 = 4,89,$$

вторая ступень  $U_{46} = \frac{\omega_4 - \omega_{H_1}}{\omega_6 - \omega_{H_1}} = -U_{4H_1} + 1,$  а так как  $\omega_6 = 0,$

$$U_{4H_1} = 1 - U_{46}^{H_1} = 1 - \left( -\frac{z_5}{z_4} \right) \left( \frac{z_6}{z_5} \right) = 1 + \frac{z_6}{z_4} = 1 + \frac{82}{22} = 1 + 3,73 = 4,73,$$

третья ступень  $U_{79} = \frac{\omega_7 - \omega_{H_2}}{\omega_9 - \omega_{H_2}} = -U_{7H_2} + 1,$  а так как  $\omega_9 = 0,$

$$U_{7H_2} = 1 - U_{79}^{H_2} = 1 - \left( -\frac{z_8}{z_7} \right) \left( \frac{z_9}{z_8} \right) = 1 + \frac{z_9}{z_7} = 1 + \frac{90}{26} = 1 + 3,46 = 4,46.$$



Тогда общее передаточное число  $U_{1H_2} = (4,89) \cdot (4,73) \cdot (4,46) \cong 103,2$ .

Число оборотов водила  $H_2$  определяют из соотношения  $U_{1H_2} = \frac{n_1}{n_{H_2}}$ ,

$$n_{H_2} = \frac{n_1}{U_{1H_2}} = \frac{1032}{103,2} = 10 \text{ мин}^{-1}.$$

## 2. Графический метод

Строят кинематическую схему механизма (рис. 53) с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{d_1} = \frac{0,018}{18} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $d_1$  – отрезок на схеме, изображающий диаметр колеса 1.

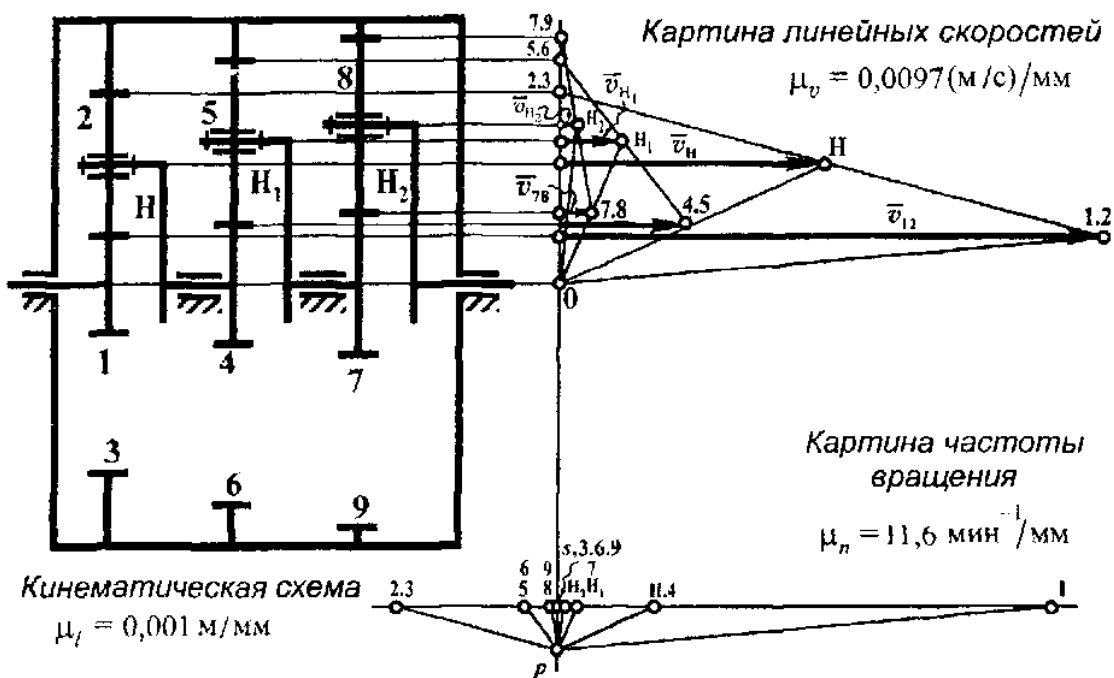


Рис. 53

Для построения картины линейных скоростей через оси колес и точки зацепления колес проводят прямые, параллельные друг другу и общей оси механизма, а также «нулевую» линию, перпендикулярную к ним (рис. 53). Определяют линейную скорость точки зацепления колес 1 и 2

$$v_{12} = \omega_1 r_1 = \frac{\pi n_1}{30} \cdot 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 1032}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,018 = 0,972 \text{ м/с}.$$

Вектор  $\overline{v_{12}}$  той скорости откладывают от нулевой линии вправо отрезком длиной 100 мм. Масштабный коэффициент скорости в этом случае

$$\mu_v = \frac{v_{12}}{l} = \frac{0,972}{100} = 0,0097 \text{ (м/с)/мм.}$$

Далее построение картины линейных скоростей идет, как обычно, то есть для каждого колеса и водила определяют две точки, скорости которых известны. Эти точки соединяют прямой линией, которая будет законом распределения скоростей точек на данном элементе механизма.

Для колеса 1 известна скорость точки 1.2 и точки 0. Прямая 1.2 - 0 - закон распределения скоростей точек на колесе 1. Для колеса 2 известна скорость точки 1.2 и точки 2.3. Последняя точка имеет скорость равную нулю. Прямая 1.2 - 2.3 - закон распределения скоростей точек на колесе 2. Вектор  $\overline{v_H}$  наибольшей линейной скорости водила упирается в наклонную. Прямая 0 - H - закон распределения скоростей точек на водиле.

Картина скоростей для двух других ступеней аналогична первой.

Вектор  $\overline{v_{45}}$  легко определяется, так как водило II и колесо 4 жестко связаны между собой. Следовательно, вектор  $\overline{v_{45}}$  будет упираться в наклонную линию 0 - H. А закон распределения скоростей точек колеса 5 на картине представлен линией 4.5 - 5.6. Вектор скорости  $\overline{v_{H_1}}$  упирается в наклонную линию 4.5 - 5.6. А прямая  $H_1 - 0$  - закон распределения скоростей точек водила  $H_1$ . Водило  $H_1$  и колесо 7 представляют одно целое, поэтому вектор  $\overline{v_{78}}$ , представляющий скорость точки зацепления колес 7 и 8, упирается в наклонную линию  $H_1 - 0$ . Для колеса 8 - закон распределения скоростей точек появится, если соединить прямой точки 7.8 и 7.9. И вектор  $\overline{v_{H_2}}$  должен упираться в эту прямую. Отрезок прямой  $H_2 - 0$  - закон распределения скоростей точек водила  $H_2$ .

Далее на нулевой линии откладывают отрезок

$$\overline{sp} = \frac{30 \mu_v}{\pi \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,0097}{\pi \cdot 0,001 \cdot 11,6} = 8 \text{ мм,}$$

где  $\mu_n = 11,6 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}$  - масштабный коэффициент частоты вращения.

Через полюс (точку  $p$ ) проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек на колесах и водилах, и продолжают их до пересечения с горизонтальной прямой, проходящей через точку  $s$ . Эти лучи отсекают на прямой отрезки, отмеряемые от точки  $s$  и представляющие числа оборотов всех элементов данной конструкции.

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{III_2} = \frac{n_1}{n_{H_2}} = \frac{\overline{sI}}{sH_2} = \frac{92,5}{0,9} = 102,78.$$

Число оборотов водила  $n_{H_2} = (\overline{sH_2}) \cdot \mu_n = 0,9 \cdot 11,6 = 10,44 \text{ мин}^{-1}$ .

### 3. Табличный метод

Сначала поворачивают всю систему, как одно целое, вокруг общей оси на один оборот по часовой стрелке – переносное движение. Затем система раскрепляется, а водило в каждой ступени удерживается. В первой ступени поворачивают колесо 3, во второй – колесо 6, в третьей – колесо 9. Колеса в каждой ступени придут во вращение, что и фиксируется в табл. 13 во второй строке. После этого в каждом столбце таблицы суммируют данные и записывают результаты сложного движения.

Общее передаточное отношение механизма

$$U_{III_2} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \left(1 + \frac{z_6}{z_4}\right) \left(1 + \frac{z_9}{z_7}\right) = \left(1 + \frac{70}{18}\right) \left(1 + \frac{82}{22}\right) \left(1 + \frac{90}{26}\right) = \\ = (1+3,89)(1+3,73)(1+3,46) = 103,16 \approx 103,2.$$

Таблица 13

Характер движения	1 ступень				2 ступень				3 ступень			
	1	2	3	H	4	5	6	H <sub>1</sub>	7	8	9	H <sub>2</sub>
Переносное	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_3}{z_2} \frac{z_2}{z_1}$	$-\frac{z_3}{z_2}$	-1	0	$\frac{z_6}{z_5} \frac{z_5}{z_4}$	$-\frac{z_6}{z_5}$	-1	0	$\frac{z_9}{z_8} \frac{z_8}{z_7}$	$-\frac{z_9}{z_8}$	-1	0
Сложное	$1 + \frac{z_3}{z_1}$	$1 - \frac{z_3}{z_2}$	0	+1	$1 + \frac{z_6}{z_4}$	$1 - \frac{z_6}{z_5}$	0	+1	$1 + \frac{z_9}{z_7}$	$1 - \frac{z_9}{z_8}$	0	+1

### Задача № 38.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 40$ ,  $z_2' = 18$ ,  $z_3 = 42$ ,  $z_4 = 70$ ;  $z_5 = 30$ ,  $z_5' = 15$ ,  $z_6 = 25$ . Число оборотов колеса 1  $n_1 = 1310 \text{ мин}^{-1}$ .

Требуется определить общее передаточное отношение зубчатого механизма, числа оборотов колес 6, 4, 2'.

#### 1. Аналитический метод

Зубчатый механизм состоит из трех отдельных ступеней (рис. 54): планетарной (колеса 1, 2, 2', водило  $H$ ) и простых (колеса 4 – 5 и 5' – 6).

Общее передаточное отношение механизма равно произведению передаточных отношений его ступеней  $U_{16} = U_{1H} \cdot U_{45} \cdot U_{5'6}$ .

Передаточное отношение планетарной ступени определяют из формулы

Виллиса  $U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1$ , а так как  $\omega_3 = 0$ ,

$$U_{1H} = 1 - U_{13}'' = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( -\frac{z_3}{z_2'} \right) = 1 - \frac{40 \cdot 42}{20 \cdot 18} = 1 - 4,67 = -3,67.$$

Передаточные отношения простых ступеней  $U_{45} = \frac{z_5}{z_4} = \frac{30}{70} = 0,428$ ,

$$U_{5'6} = -\frac{z_6}{z_5'} = -\frac{25}{15} = -1,67.$$

Общее передаточное отношение механизма  $U_{16} = (-3,67) \cdot (0,428) \cdot (-1,67) = 2,62$ .

Число оборотов колеса 6 определяют из соотношения  $U_{16} = \frac{n_1}{n_6}$ ,

$$n_6 = \frac{n_1}{U_{16}} = \frac{1310}{2,62} = 500 \text{ мин}^{-1}.$$

Число оборотов колеса 4 – из соотношения  $U_{1H} = U_{14} = \frac{n_1}{n_4}$ ,

$$n_4 = \frac{n_1}{U_{1H}} = \frac{1310}{-3,67} = -356,95 \text{ мин}^{-1}.$$

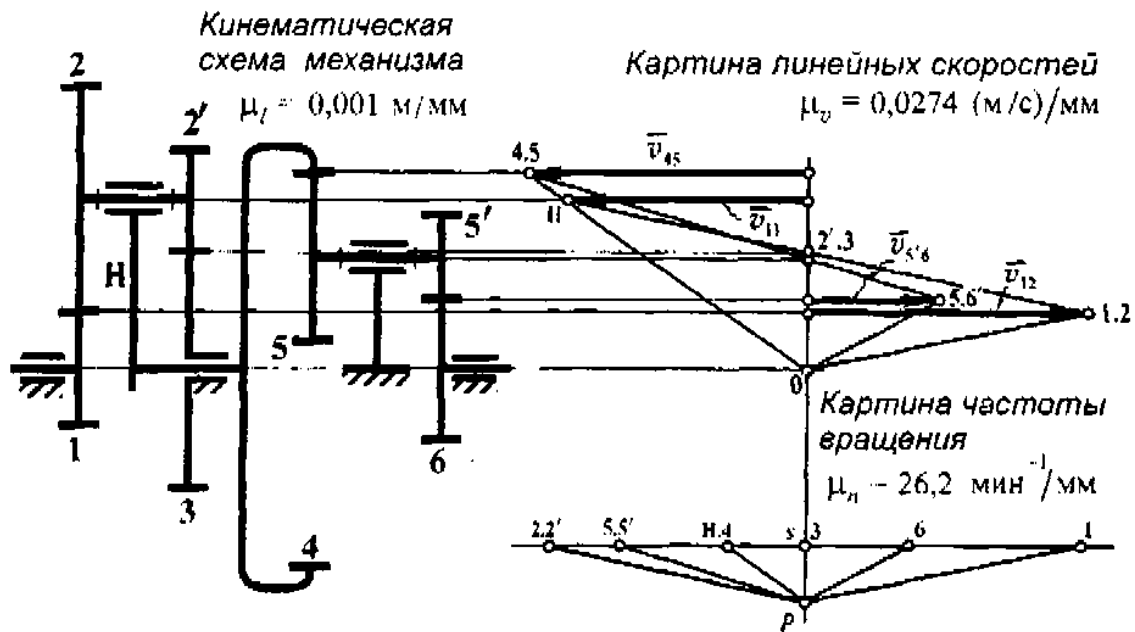


Рис. 54

Передаточное отношение  $U_{2'H}$  находят из формулы Виллиса

$$U_{2'3} = \frac{\omega_{2'} - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{2'H} + 1, \text{ а так как } \omega_3 = 0,$$

$$U_{2'H} = 1 - U_{2'3}^H = 1 - \left( -\frac{z_3}{z_{2'}} \right) = 1 + \frac{z_3}{z_{2'}} = 1 + \frac{42}{18} = 1 + 2,33 = 3,33.$$

А число оборотов колеса 2' – из соотношения  $U_{2'H} = \frac{n_{2'}}{n_H} = \frac{n_2'}{n_4}$ ,

$$n_{2'} = n_4 \cdot U_{2'H} = (-356,95) \cdot 3,33 = -1188,64 \text{ мин}^{-1}.$$

## 2. Графический метод

На рис. 54 построена кинематическая схема зубчатого механизма с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{\bar{d}_1}{d_1} = \frac{0,02}{20} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $\bar{d}_1$  – диаметр колеса 1 на чертеже.

Скорость точки контакта колес 1 и 2, находящихся в зацеплении,

$$v_{12} = \omega_1 \cdot r_1 = \frac{\pi n_1}{30} \cdot 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 1310}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 1,37 \text{ м/с}.$$

На чертеже (кинематическая схема) через точки зацепления колес и их оси проводят прямые, параллельные друг другу и общей оси механизма. И перпендикулярно параллельным – нулевую линию (точки на этой прямой имеют скорость, равную нулю).

От нулевой линии вправо откладывают отрезок 50 мм, изображающий на чертеже вектор  $\overline{v_{12}}$ . Масштабный коэффициент скорости в этом случае

$$\mu_v = \frac{v_{12}}{v_{12}} = \frac{1,37}{50} = 0,0274 \text{ (м/с)/мм.}$$

Линия, соединяющая точку 1.2 (конец вектора  $\overline{v_{12}}$ ) и 0 – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 1. Для блока сателлитов 2 – 2' известны скорости точек 1.2 и 2'.3, последняя расположена на нулевой линии. Прямая, соединяющая эти точки, – закон распределения скоростей для точек колес 2 и 2'. Продолжая эту линию, определяют скорость точки, наиболее удаленной от оси водила (вектор  $\overline{v_H}$ ). Прямая H – 0 – закон распределения скоростей точек, расположенных на водиле. Так как колесо 4 жестко связано с водилом, то продолжая линию 0 – H определяют линейную скорость точки 4.5 – контакта колес 4 и 5. Прямая 4.5 – 0 – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 4. Колеса 5 и 5' жестко соединены между собой и имеют один закон распределения скоростей точек. Это линия 4.5 – 5'.6. А прямая 5'.6 – 0 – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 6.

Через точку s на нулевой линии проводят прямую, параллельную ранее проведенным, и откладывают вниз от точки s отрезок

$$\overline{sp} = \frac{30 \mu_v}{\pi \mu_i \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,0274}{\pi \cdot 0,001 \cdot 26,2} = 10 \text{ мм,}$$

где  $\mu_n = 26,2 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}$  – масштабный коэффициент числа оборотов. Через точку p проводят лучи, параллельные соответствующим законам распределения скоростей на картине скоростей (рис. 54). Отрезки на прямой, которая проходит через точку s, отсчитываемые от этой точки, – числа оборотов колес и водила.

Общее передаточное отношение механизма  $U_{16} = \frac{n_1}{n_6} = \frac{s1}{s6} = \frac{51,5}{19} = 2,71$ .

Число оборотов колеса 6  $n_6 = (s6) \cdot \mu_n = 19 \cdot 26,2 = 497,8 \text{ мин}^{-1}$ ,

Число оборотов колеса 4  $n_4 = (s4) \cdot \mu_n = (-13,5) \cdot 26,2 = -353,17 \text{ мин}^{-1}$ ,

Число оборотов колеса 2'  $n_{2'} = (s2') \cdot \mu_n = 45 \cdot 26,2 = 1179 \text{ мин}^{-1}$ .

### 3. Табличный метод (только для планетарной ступени)

Переносное движение – поворот всей системы, как одного целого, по часовой стрелке на один оборот. Все колеса и водило сделают по одному обороту. Далее систему растормаживают, но удерживают водило, а колесо 3 возвращают обратно, то есть делают один оборот против часовой стрелки. Все колеса сделают некоторое число оборотов. Результаты вращения записывают в графе «относительное движение». Затем подводят итог – складывают числа оборотов элементов системы в каждом столбце табл. 14. Последняя строка табл. 14 – числа оборотов колес при одном обороте водила.

Передаточное отношение планетарной ступени

$$U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}}{1} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = 1 + \frac{40 \cdot 42}{20 \cdot 18} = 1 - 4,67 = -3,67.$$

Таблица 14

Характер движения	1	2-2'	3	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_3}{z_2'} \cdot \frac{z_2}{z_1}$	$\frac{z_3}{z_2'}$	-1	0
Сложное	$1 - \frac{z_3}{z_2'} \cdot \frac{z_2}{z_1}$	$1 + \frac{z_3}{z_2'}$	0	+1

Число оборотов колес 2 – 2'  $n_{2'} = 1 + \frac{z_3}{z_2'} = 1 + \frac{42}{18} = 1 + 2,33 = 3,33 \text{ мин}^{-1}$  – при одном обороте водила, а при  $n_H = 356,65 \text{ мин}^{-1}$   $n_{2'} = 356,95 \cdot 3,33 = 1188,6 \text{ мин}^{-1}$ .

### Задача № 39.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 24$ ,  $z_3 = 18$ ,  $z_3' = 22$ ,  $z_4 = 32$ ;  $z_5 = 28$ ,  $z_5' = 18$ ,  $z_6 = 26$ . Число оборотов колеса 1  $n_1 = 1740 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить общее передаточное отношение зубчатого механизма и передаточное отношение планетарной ступени.

#### 1. Аналитический метод

Общее передаточное отношение зубчатого механизма (рис. 55)  $U_{16} = U_{12} \cdot U_{HS} \cdot U_{S'6}$ , где  $U_{12}$  и  $U_{S'6}$  – передаточные отношения простых ступеней зубчатых колес, а  $U_{HS}$  – передаточное отношение планетарной ступени.

$$\text{Простые ступени } U_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{24}{20} = -1,2, \quad U_{S'6} = -\frac{z_6}{z_5'} = -\frac{26}{18} = -1,44.$$

Передаточное отношение  $U_{HS}$  определяют из формулы Виллиса

$$U_{54} = \frac{\omega_5 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = -U_{5H} - 1, \quad U_{5H} = 1 - U_{54}^H = 1 - \left( -\frac{z_3'}{z_5} \right) \left( -\frac{z_4}{z_3} \right) = 1 - \frac{22 \cdot 32}{28 \cdot 18} = 1 - 1,397 = -0,397,$$

$$U_{HS} = \frac{1}{U_{5H}} = \frac{1}{-0,397} = -2,52.$$

Тогда общее передаточное отношение  $U_{16} = (-1,2) \cdot (-2,52) \cdot (-1,44) = -4,35$ .

#### 2. Графический метод

Строят кинематическую схему механизма с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{\bar{d}_1} = \frac{0,02}{20} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $\bar{d}_1$  – графическое изображение диаметра колеса 1 (рис. 55).

Вправо от схемы механизма через точки зацепления колес и оси колес проводят тонкие линии, параллельные друг другу и общей оси механизма, а также – линию, перпендикулярную параллельным, так называемую, «нулевую».

Линейная скорость точки контакта колес 1 и 2

$$v_{12} = \frac{\pi n_1}{30} \cdot 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 1740}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 1,82 \text{ м/с}.$$



Кинематическая  
схема механизма

$\mu_l = 0,001 \text{ м/мм}$

Картина линейных скоростей

$\mu_v = 0,0455 \text{ (м/с)/мм}$

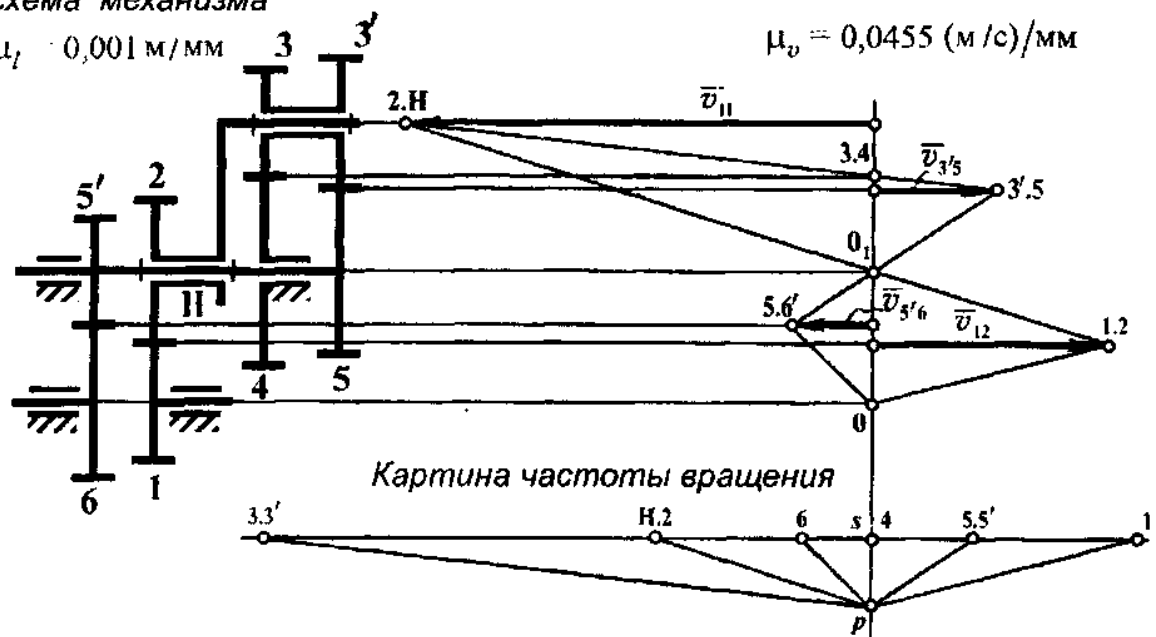


Рис. 55

Выбирают масштабный коэффициент скорости для построения картины скоростей  $\mu_v = \frac{v_{1.2}}{l} = \frac{1,82}{40} = 0,0455 \text{ (м/с)/мм}$ , где  $l = 40 \text{ мм}$  – отрезок прямой, изображающий на чертеже вектор  $\overline{v_{1.2}}$ .

Для каждого элемента механизма находят две точки, скорости которых известны. Так для колеса 1 – известны скорости точек 1.2 и 0. Прямая 1.2 – 0 – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 1. Для колеса 2 и водила  $H$  известны скорости точек 1.2 и  $0_1$ . Прямая, соединяющая эти точки и продолженная за точку  $0_1$ , – закон распределения скоростей точек на колесе 2 и водиле  $H$  (линия 1.2– $0_1$ –2.H). Блок сателлитов 3 – 3' имеет точки 3.4 и 2.H, скорости которых известны. Соединяют их прямой, которую продолжают до пересечения с линией, проходящей через точку 3'.5 зацепления колес 3 и 5. Это закон распределения скоростей точек на блоке сателлитов. Для колес 5 и 5', заклиненных на одной оси, известны скорости точек 3'.5 и  $0_1$ , которые соединяют прямой, – закон распределения скоростей точек на колесах 5 и 5'. А соединив

вектор  $\overline{v_{5'6}}$  с точкой 0, получают закон распределения скоростей точек на радиусе колеса б.

Ниже картины линейных скоростей строят картину чисел оборотов. Для этого через полюс (точка  $p$ ) – проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей. Отрезки, отсчитываемые от нулевой линии, вправо и влево до точек пересечения лучей с горизонталью, проходящей через точку  $s$ , – числа оборотов колес.

$$\text{Общее передаточное отношение механизма } U_{16} = \frac{n_1}{n_6} = -\frac{s1}{s6} = -\frac{44}{10,5} = -4,19.$$

$$\text{Передаточное отношение планетарной ступени } U_{H5} = \frac{n_H}{n_5} = -\frac{sH}{s5} = -\frac{33}{13,5} = -2,44.$$

### 3. Табличный метод (только для планетарной ступени)

При переносном движении все колеса и водило сделают по одному обороту по часовой стрелке при повороте всей системы как одного целого.

Таблица 15

Характер движения	5	3-3'	4	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_4 z_3'}{z_3 z_5}$	$\frac{z_4}{z_3}$	-1	0
Сложное	$1 - \frac{z_4 z_3'}{z_3 z_5}$	$1 + \frac{z_4}{z_3}$	0	+1

При относительном движении система раскрепляется, водило удерживают, а колесо 4 поворачивают на один оборот против часовой стрелки. Число оборотов других колес отображено во второй строке табл. 15. Все колеса сделают некоторое число оборотов. Последняя строка табл. 15 – результат сложного движения – суммируют числа оборотов колес в каждом столбце табл. 15.

Передаточное отношение планетарной ступени

$$U_{H5} = \frac{n_H}{n_5} = \frac{1}{1 - \frac{z_4 z_3'}{z_3 z_5}} = \frac{1}{1 - \frac{22 \cdot 32}{18 \cdot 28}} = \frac{1}{1 - 1,397} = -2,52.$$

### Задача № 40.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = z_2 = 20$ ,  $z_2 = z_3 = 60$ ,  $z_2' = 15$ ,  
 $z_4 = 65$ ;  $z_5 = 17$ ,  $z_6 = 20$ ,  $z_7 = 24$ ,  $z_8 = 20$ . Число оборотов ко-  
леса 1  $n_1 = 1560 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить общие передаточные отношения  $U_{16}$  и  $U_{18}$ .

#### 1. Аналитический метод

Зубчатый механизм (рис. 56) состоит из планетарной ступени (колеса 1, 2, 2', 2'', 3, 4, водило  $H$ ) и простых ступеней (колеса 5, 6) и (колеса 7, 8). Кроме того имеет два выхода: один от колеса 4, другой от водила  $H$ .

Общие передаточные отношения  $U_{16} = U_{1H} \cdot U_{65}$ ;  $U_{18} = U_{1H} \cdot U_{H4} \cdot U_{78}$ .

Передаточные отношения  $U_{1H}$  и  $U_{H4}$  определяют из формулы Виллиса

$$U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1, \quad U_{1H} = 1 - U_{13}^H = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( -\frac{z_3}{z_2'} \right) = 1 - \frac{60 \cdot 60}{20 \cdot 20} = 1 - 9 = -8,$$

$$U_{43} = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{4H} + 1, \quad U_{4H} = 1 - U_{43}^H = 1 - \left( -\frac{z_2'}{z_4} \right) \left( -\frac{z_3}{z_2} \right) = 1 - \frac{15 \cdot 60}{20 \cdot 65} = 1 - 0,692 = 0,308,$$

$$U_{H4} = \frac{1}{U_{4H}} = \frac{1}{0,308} = 3,25.$$

Передаточные отношения простых ступеней  $U_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{20}{17} = -1,176$ ,

$$U_{78} = -\frac{z_8}{z_7} = -\frac{20}{24} = -0,833.$$

Тогда общие передаточные отношения  $U_{16} = (-8) \cdot (-1,176) = 9,408$ ,

$$U_{18} = (-8) \cdot (3,25) \cdot (-0,833) = 21,658.$$

#### 2. Графический метод

По исходным данным строится кинематическая схема зубчатого механизма (рис. 56). Масштабный коэффициент длины  $\mu_l = \frac{d_1}{\bar{d}_1} = \frac{0,02}{20} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $\bar{d}_1 = 20 \text{ мм}$  – графическое изображение диаметра колеса 1 (рис. 56).

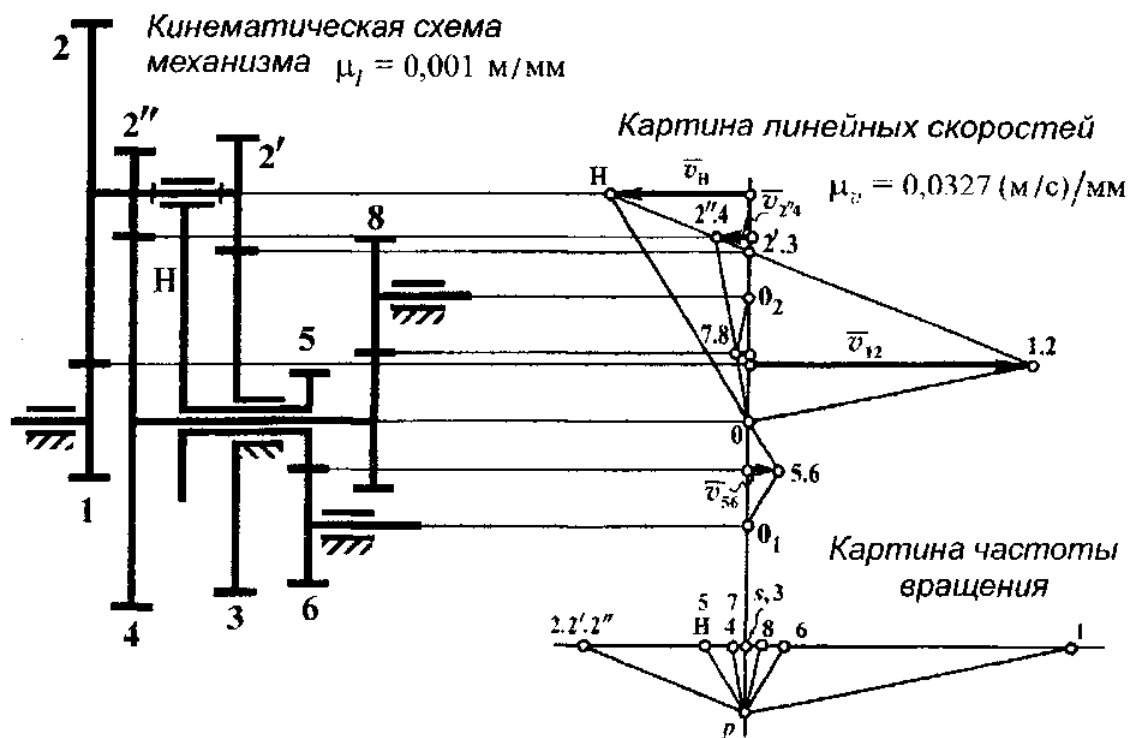


Рис. 56

Справа от кинематической схемы механизма проведены параллельные друг другу и общей оси механизма тонкие линии и еще одна, перпендикулярная им «нулевая» линия. Далее определяют линейную скорость точки зацепления колес 1 и 2

$$v_{12} = \omega_1 r_1 = \frac{\pi n_1}{30} 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 1560}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 1,633 \text{ м/с}$$

и строят картину линейных скоростей. От нулевой линии вправо откладывают вектор  $\overline{v_{12}}$  в виде отрезка прямой, равного 50 мм. Тогда масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_{12}}{l} = \frac{1,633}{50} = 0,0327$  (м/с)/мм.

Линия 1.2–0 – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 1. Прямая, соединяющая точки 1.2–2'.3, – закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 2. Этот закон распределения скоростей справедлив для всего блока сателлитов 2–2'–2''. Поэтому, продолжив линию 1.2–2'.3, можно опреде-

лить линейную скорость наиболее удаленной от оси вращения точки водила  $\overline{v_H}$ , и линейную скорость  $\overline{v_{2''4}}$  точки контакта колес 2''-4. Соединяя точки  $H$  и 2''-4 с точкой  $O$ , получают законы распределения скоростей точек на водиле и колесе 4. Прямая 7.8-0<sub>2</sub> – закон распределения скоростей точек на колесе 8. Продолжение прямой  $H-O$  – отрезок  $O-5.6$  и отрезок  $5.6-O_1$ , соединяющий последние две точки, – законы распределения скоростей точек на радиусе колеса 5 и на радиусе колеса 6 соответственно.

На нулевой линии откладывают отрезок  $sr$  и через полюс (точка  $p$ ) проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек на колесах и водиле. Лучи, отсекают на прямой, проходящей через точку  $s$ , отрезки. Эти отрезки, отсчитываемые от точки  $s$ , – числа оборотов колес и водила с учетом некоторого масштабного коэффициента числа оборотов.

$$\text{Передаточные отношения } U_{16} = \frac{n_1}{n_6} = \frac{s1}{s6} = \frac{66,5}{7} = 9,5, \quad U_{18} = \frac{n_1}{n_8} = \frac{s1}{s8} = \frac{66,5}{3} = 22,17.$$

### 3. Табличный метод (только для планетарной ступени)

Сначала все колеса и водило жестко скрепляют между собой, и это жесткое тело поворачивают по часовой стрелке на один оборот, что и отмечают в первой строке табл. 16.

Таблица 16

Характер движения	4	1	2-2'-2''	3	H
Переносное	+1	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_3 z_{2''}}{z_{2'} z_4}$	$\frac{z_3 z_2}{z_{2'} z_1}$	$\frac{z_3}{z_{2'}}$	-1	0
Сложное	$1 - \frac{z_3 z_{2''}}{z_{2'} z_4}$	$1 - \frac{z_3 z_2}{z_{2'} z_1}$	$1 + \frac{z_3}{z_{2'}}$	0	+1

Далее система раскрепляется, но водило удерживается, колесо 3 поворачивают на один оборот против часовой стрелки. При этом все колеса системы

придут во вращение. Число оборотов колес зафиксировано во второй строке таблицы как относительное движение. Затем, суммируя движения в каждом столбце табл. 16, подводят итог в виде сложного движения. Это отмечено в третьей строке табл. 16.

Передачное отношение планетарной ступени:

$$U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{1 - \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2'}}{1} = 1 - \frac{60 \cdot 60}{20 \cdot 20} = 1 - 9 = -8,$$

$$U_{H4} = \frac{n_H}{n_4} = \frac{1}{1 - \frac{z_2' \cdot z_3}{z_2' \cdot z_4}} = \frac{1}{1 - \frac{15 \cdot 60}{20 \cdot 65}} = \frac{1}{1 - 0,692} = 3,25.$$

#### Задача № 41.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 18$ ,  $z_2 = 24$ ,  $z_3 = 22$ ,  $z_4 = 18$ .

Число оборотов водила (входное звено механизма)

$$n_H = 2 \text{ мин}^{-1}.$$

Определить передаточные отношения  $U_{H4}$  и  $U_{H2}$ .

#### 1. Аналитический метод

Воспользуемся для определения передаточных отношений универсальной формулой Виллиса

$$U_{41} = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_1 - \omega_H} = -U_{4H} + 1, \quad U_{4H} = 1 - U_{41}^H = 1 - \left( -\frac{z_3}{z_4} \right) \left( -\frac{z_2}{z_3} \right) \left( -\frac{z_1}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_1}{z_4} = 1 + \frac{18}{18} = 2,$$

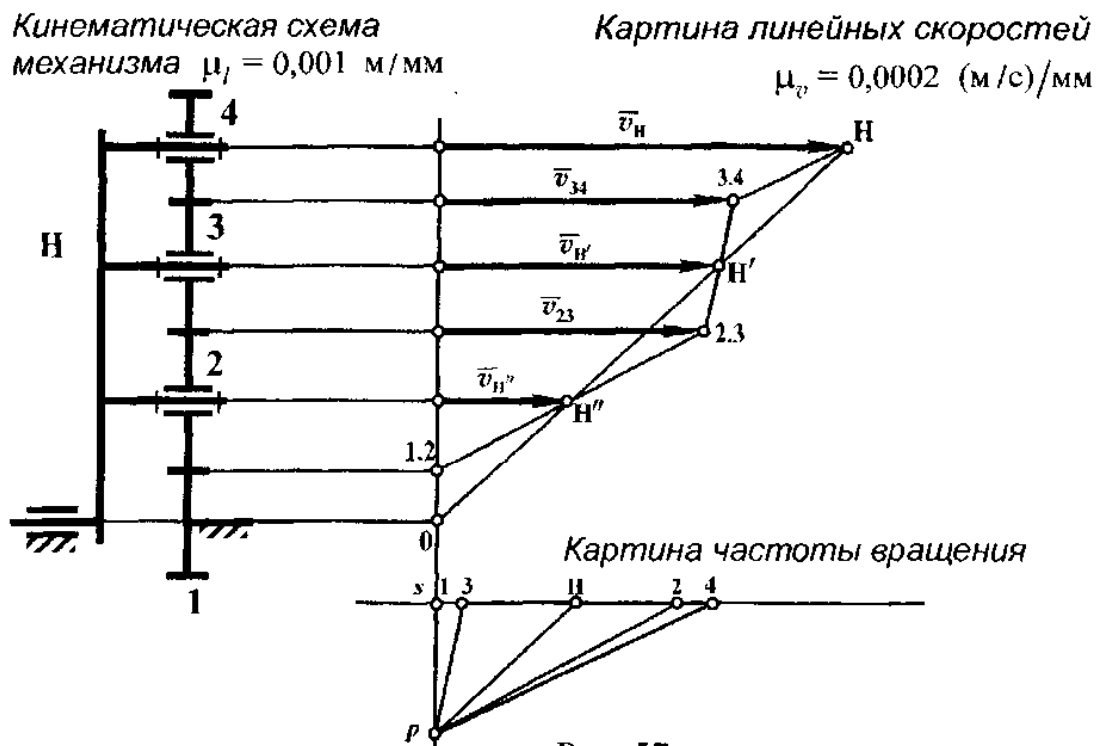
$$U_{H4} = \frac{1}{U_{4H}} = \frac{1}{2} = 0,5, \quad U_{H4} = \frac{n_H}{n_4}, \quad n_4 = \frac{n_H}{U_{H4}} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ мин}^{-1}.$$

$$U_{21} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_1 - \omega_H} = -U_{2H} + 1, \quad U_{2H} = 1 - U_{21}^H = 1 - \left( -\frac{z_1}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_1}{z_2} = 1 + \frac{18}{24} = 1,75,$$

$$U_{H2} = \frac{1}{U_{2H}} = \frac{1}{1,75} = 0,571, \quad U_{H2} = \frac{n_H}{n_2}, \quad n_2 = \frac{n_H}{U_{H2}} = \frac{2}{0,571} = 3,5 \text{ мин}^{-1}.$$

## 2. Графический метод

На рис. 57 построена кинематическая схема зубчатого механизма. Масштабный коэффициент длины при построении схемы  $\mu_l = \frac{\bar{d}_1}{d_1} = \frac{0,018}{18} = 0,001$  м/мм, где  $\bar{d}_1 = 18$  мм – отрезок на чертеже, соответствующий диаметру колеса 1.



Через оси колес и точки зацепления колес проводят прямые тонкие линии, параллельные друг другу и общей оси водила и колеса 1. Перпендикулярно этим прямым проходит «нулевая» линия, точки которой имеют скорость, равную нулю.

Определяют линейную скорость наиболее удаленной от оси вращения точки водила

$$v_{12} = \frac{\pi n_H}{30} (r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4) = \frac{\pi \cdot 2}{30} \cdot \left( \frac{0,18}{2} + 0,024 + 0,022 + \frac{0,18}{2} \right) = 0,0134 \text{ м/с.}$$

Масштабный коэффициент скорости для построения картины скоростей  $\mu_v = \frac{v_H}{l} = \frac{0,0134}{70} = 0,0002 \text{ (м/с)/мм}$ , где  $l = 70 \text{ мм}$  изображает на чертеже скорость водила.

От нулевой линии откладывают вектор  $\overline{v_H}$  (рис. 57). Закон распределения скоростей точек водила будет линия, соединяющая точки  $H$  и  $O$ . Точки водила, расположенные на осях колес 2 и 3, имеют векторы скоростей  $\overline{v_{H'}}'$  и  $\overline{v_{H''}}'$ . Концы этих векторов упираются в наклонную  $O - H$ .

Далее построение идет от точки 1.2 и  $H''$ . Прямая, соединяющая эти точки и продолженная до линии, проходящей через точку контакта колес 2 и 3, есть закон распределения скоростей точек на диаметре колеса 2. А прямая, проходящая через точки 2.3 и  $H'$  и продолженная далее до линии, проходящей через точку зацепления колес 3 и 4, есть закон распределения скоростей точек на диаметре колеса 3. При выполненных построениях определяют векторы скоростей  $\overline{v_{23}}$  и  $\overline{v_{H'}}'$ . И последнее, линия, соединяющая точки 3.4 и  $H$ , — закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 4.

Вниз по нулевой линии откладывают отрезок  $sr$ , из точки  $r$  которого проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек на водиле и колесах. Лучи отсекут на линии, проходящей через точку  $s$ , отрезки, которые изображают (с учетом некоторого масштабного коэффициента) числа оборотов колес и водила.

Передаточные отношения  $U_{H4} = \frac{n_H}{n_4} = \frac{sH}{s4} = \frac{31}{63} = 0,49$ ,  $U_{H2} = \frac{n_H}{n_2} = \frac{sH}{s2} = \frac{31}{54} = 0,57$ .

### 3. Табличный метод

В переносном движении все колеса и водило при повороте всей системы, как одного целого, по часовой стрелке сделают по одному обороту, что и отмечено в табл. 17.



Таблица 17

Характер движения	1	2	3	4	H
Переносное	+1	+1	+1	+1	+1
Относительное	-1	$z_1$ $z_2$	$-\frac{z_1 z_2}{z_2 z_3}$	$\frac{z_1 z_2 z_3}{z_2 z_3 z_4}$	0
Сложное	0	$1 + \frac{z_1}{z_2}$	$1 - \frac{z_1}{z_3}$	$1 + \frac{z_1}{z_4}$	+1

При относительном движении водило заторможено, а колеса раскреплены. Поэтому при вращении колеса 1 против часовой стрелки на один оборот все остальные колеса сделают некоторое число оборотов. Это отражено во второй строке таблицы. Суммируя движения в каждом столбце табл. 17 получают результат сложного движения колес при одном обороте водила.

$$U_{H4} = \frac{n_H}{n_4} = \frac{1}{1 + \frac{z_1}{z_4}} = \frac{1}{1 + \frac{18}{18}} = \frac{1}{2} = 0,5; \quad U_{H2} = \frac{n_H}{n_2} = \frac{1}{1 + \frac{z_1}{z_2}} = \frac{1}{1 - \frac{18}{24}} = \frac{1}{1,75} = 0,571.$$

Примечание. При заданном числе оборотов водила  $n_H = 2 \text{ мин}^{-1}$  числа оборотов ведомых колес 4 и 2 соответственно выглядят так:  $n_4 = 4 \text{ мин}^{-1}$ ,  $n_2 = 3,5 \text{ мин}^{-1}$ . То есть данный зубчатый механизм работает как мультипликатор.

#### Задача № 42.

Исходные данные: числа зубьев колес —  $z_1 = 40$ ,  $z_2 = 20$ ,  $z_3 = 80$ ,  $z_2' = 18$ ,  
 $z_4 = 42$ ,  $z_4' = 18$ ,  $z_5 = 32$ ,  $z_5' = 18$ ,  $z_6 = 68$ . Число оборотов  
 колеса 1  $n_1 = 100 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить передаточное отношение  $U_{16}$  и  $U_{14}$ , числа оборотов колес 6 и 4.

Механизм (рис. 58) состоит из трех ступеней. Первая ступень планетарная (колеса 1, 2, 2', 3, 4 и водило H), вторая ступень (колеса 4' и 5), третья (колеса 5' и 6) — простые.

### 1. Аналитический метод

Общее передаточное отношение – произведение частных передаточных отношений отдельных ступеней механизма  $U_{16} = U_{1H} \cdot U_{H4} \cdot U_{4'5} \cdot U_{5'6}$ .

Передаточное отношение планетарной ступени находят из формулы Виллиса

$$U_{13} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{1H} + 1, \quad U_{1H} = 1 - U_{13}^H = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{80}{40} = 3.$$

$$U_{43} = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -U_{4H} + 1, \quad U_{4H} = 1 - U_{43}^H = 1 - \left( -\frac{z_2'}{z_4} \right) \left( \frac{z_3}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_2' z_3}{z_4 z_1} = 1 + \frac{18 \cdot 80}{20 \cdot 42} = 2,714,$$

$$U_{H4} = \frac{1}{U_{4H}} = \frac{1}{2,714} = 0,368.$$

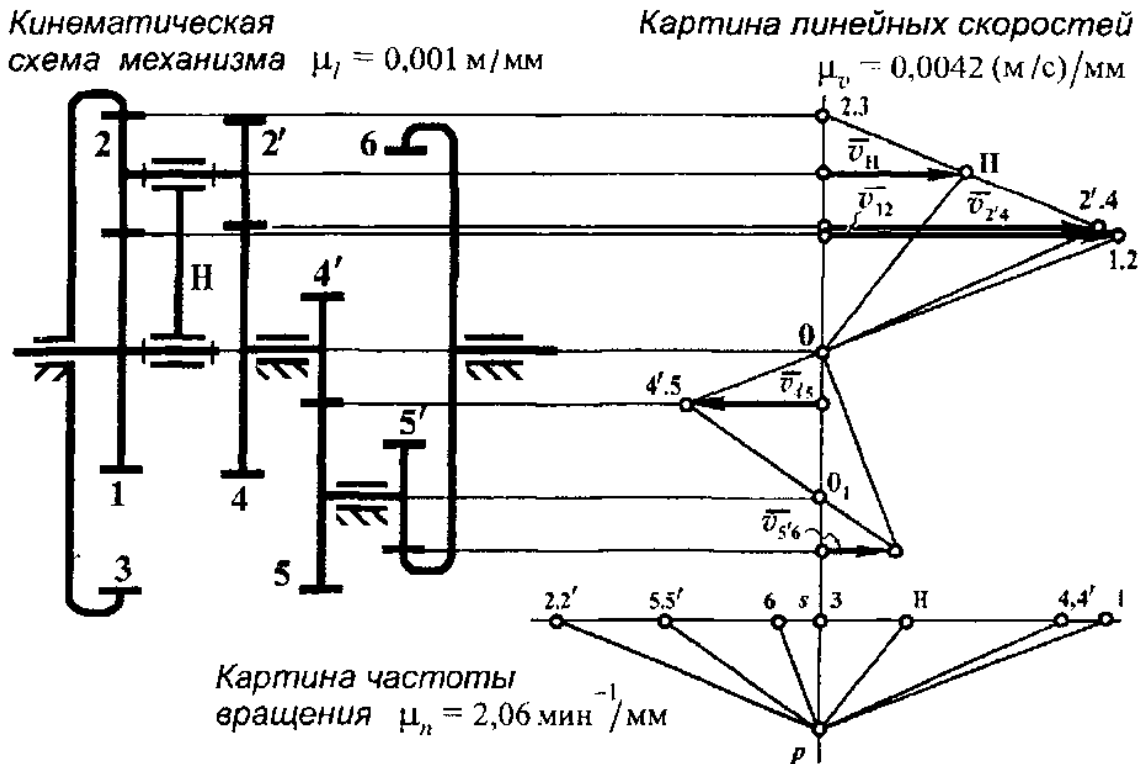


Рис. 58

Передаточные отношения простых ступеней

$$U_{4'5} = -\frac{z_5}{z_4'} = -\frac{32}{18} = -1,78, \quad U_{5'6} = \frac{z_6}{z_5'} = \frac{68}{18} = 3,78.$$

Общее передаточное отношение зубчатого механизма

$$U_{16} = 3 \cdot (0,368) \cdot (-1,78) \cdot (3,78) = -7,428.$$

Число оборотов колеса 6 можно найти из соотношения  $U_{16} = \frac{n_1}{n_6}$ ,

$$n_6 = \frac{n_1}{U_{16}} = \frac{100}{-7,428} = -13,46 \text{ мин}^{-1}.$$

Передаточное отношение  $U_{14} = U_{117} U_{14} = 3 \cdot 0,368 = 1,104$ .

Тогда число оборотов колеса 4 определится из соотношения  $U_{14} = \frac{n_1}{n_4}$ ,

$$n_4 = \frac{n_1}{U_{14}} = \frac{100}{1,104} = 90,58 \text{ мин}^{-1}.$$

## 2. Графический метод

Кинематическую схему зубчатого механизма (рис. 58) строят с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{\bar{d}_1} = \frac{0,04}{40} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $\bar{d}_1$  – графическое изображение диаметра колеса 1.

Далее проводят тонкие прямые, параллельные друг другу и общей оси зубчатого механизма, и прямую, перпендикулярную параллельным, – «нулевая» линия.

Определяют скорость точки контакта колес 1 и 2

$$v_{12} = \frac{\pi n_1}{30} 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 100}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,04 = 0,209 \text{ м/с}.$$

Для построения картины линейных скоростей выбирают масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_{12}}{\bar{v}_{12}} = \frac{0,209}{50} = 0,0042 \text{ (м/с)/мм}$ , где  $\bar{v}_{12} = 50 \text{ мм}$  – отрезок, изображающий скорость на чертеже (рис. 58).

Соединив точку 1.2 с точкой 0 – получают закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 1. Далее рассматривают блок сателлитов 2–2', для которого известны скорости точек 1.2 и 2.3. Прямая, соединяющая эти точки, есть закон распределения скоростей точек на блоке сателлитов. И, следовательно,

векторы наибольшей линейной скорости водила и точки контакта колес 2'.4 будут упираться в проведенную наклонную линию. Прямая  $11-0$  – закон распределения скоростей точек на водиле. Линия 2'.4 – 0 – 4'.5, закон распределения скоростей точек на колесах 4 и 4'.

Для блока колес 5 и 5', законом распределения скоростей точек является линия 4'.5 – 0<sub>1</sub> – 5'.6.

И, наконец, соединив точку 0<sub>1</sub> и 5'.6, определяют вектор  $\vec{v}_{5'6}$ , а линия 5'.6–0<sub>1</sub> есть закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 6.

Затем на нулевой линии откладывают отрезок

$$sp = \frac{30 \cdot \mu_{v_{---}}}{\pi \cdot \mu_r \mu_n} = \frac{30 \cdot 0,0042}{\pi \cdot 0,001 \cdot 2,1} = 19 \text{ мм},$$

где  $\mu_n = 2,1 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}$  – масштабный коэффициент частоты вращения.

Через точку  $p$  проводят лучи, параллельные соответствующим законам распределения скоростей точек на колесах и водиле (рис. 58). Лучи пересекут прямую, проведенную через точку  $s$ . Отрезки на прямой  $\bar{s}1, \bar{s}2, \bar{s}3 \dots$  – изображают с учетом  $\mu_n$  числа оборотов колес и водила.

Передаточные отношения механизма

$$U_{16} = \frac{n_1}{n_6} = -\frac{\bar{s}1}{\bar{s}6} = -\frac{49,5}{6,5} = -7,61, \quad U_{14} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{\bar{s}1}{\bar{s}4} = \frac{49,5}{44} = 1,125.$$

Числа оборотов

$$n_6 = (\bar{s}6) \cdot \mu_n = 6,5 \cdot 2,1 = -13,65 \text{ мин}^{-1},$$

$$n_4 = (\bar{s}4) \cdot \mu_n = 43,5 \cdot 2,1 = 91,35 \text{ мин}^{-1}.$$

### 3. Табличный метод (только для планетарной ступени)

Поворачивают весь механизм, как жесткое тело, на один оборот по часовой стрелке. Результат этого движения отмечен в первой строке табл. 18. Систему раскрепляют, водило удерживают, а колесо 3 поворачивают против часовой стрелки на один оборот. Число оборотов других колес отмечено во второй

строке таблицы как относительное движение. Третья строка табл. 18 – результат сложного движения как сумма отдельных движений – переносного и относительного, представлены в каждом столбце табл. 18 в виде числа оборотов.

Таблица 18

Характер движения	1	2-2'	3	II	4
Переносное	+1	+1	+1	+1	+1
Относительное	$\frac{z_3 z_2}{z_2 z_1}$	$-\frac{z_3}{z_2}$	-1	0	$\frac{z_3 z_2'}{z_2 z_4}$
Сложное	$1 + \frac{z_3}{z_1}$	$1 - \frac{z_3}{z_2}$	0	+1	$1 + \frac{z_3 z_2'}{z_2 z_4}$

Передаточное отношение

$$U_{14} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{1 + \frac{z_3}{z_1}}{1 + \frac{z_2' z_3}{z_2 z_4}} = \frac{1 + \frac{80}{40}}{1 - \frac{18 \cdot 80}{20 \cdot 42}} = \frac{3}{2,714} = 1,105.$$

Число оборотов колеса 4  $n_4 = 1 + \frac{z_2' z_3}{z_2 z_4} = 1 + \frac{18 \cdot 80}{20 \cdot 42} = 2,714 \text{ мин}^{-1}$  при одном

обороте водила. При  $n_H = 3,33 \text{ мин}^{-1}$   $n_4 = 2,714 \cdot 3,33 = 90,46 \text{ мин}^{-1}$ .

Здесь  $n_H$  определяется из соотношения  $U_{1H} = \frac{n_1}{n_H}$ ,  $n_H = \frac{n_1}{U_{1H}} = \frac{100}{3} = 33,33 \text{ мин}^{-1}$ .

### Задача № 43.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 40$ ,  $z_2' = 16$ ,  $z_3 = 44$ ,  
 $z_3' = 25$ ,  $z_4 = 35$ ,  $z_4' = 24$ ,  $z_5 = 36$ . Число оборотов колеса 1  
 $n_1 = 1155 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить общее передаточное отношение зубчатого механизма и число оборотов колеса 5.

Приведенная на рис. 59 кинематическая схема зубчатого механизма представляет собой обычную многоступенчатую передачу. Появление этой задачи в настоящем пособии связано с тем, что часто кинематическую схему такого механизма принимают за схему планетарного механизма.

### 1. Аналитический метод

Общее передаточное отношение зубчатого механизма представляет собой произведение частных передаточных отношений его отдельных ступеней  $U_{15} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{3'4} \cdot U_{4'5}$ .

$$\text{Частные передаточные отношения отдельных ступеней } U_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{40}{20} = -2;$$

$$U_{23} = -\frac{z_3}{z_2'} = -\frac{44}{16} = -2,75; U_{3'4} = -\frac{z_4}{z_3'} = -\frac{35}{25} = -1,4; U_{4'5} = -\frac{z_5}{z_4'} = -\frac{36}{24} = -1,5.$$

$$\text{Общее передаточное отношение } U_{15} = (-2) \cdot (-2,75) \cdot (-1,4) \cdot (-1,5) = 11,55.$$

Число оборотов колеса 5 определяют из соотношения  $U_{15} = \frac{n_1}{n_5}$ ,

$$n_5 = \frac{n_1}{U_{15}} = \frac{1155}{11,55} = 100 \text{ мин}^{-1}.$$

### 2. Графический метод

На рисунке 59 построена кинематическая схема зубчатого механизма с учетом масштабного коэффициента длины  $\mu_l = \frac{d_1}{\bar{d}_1} = \frac{0,02}{20} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $\bar{d}_1 = 20 \text{ мм}$  – графическое изображение диаметра колеса 1 на чертеже.

Для построения картины линейных скоростей через все оси колес и точки контакта колес проводят параллельные между собой и общей оси механизма тонкие линии. А так же линию, перпендикулярную ранее проведенным параллельным – «нулевая» линия.

Скорость точки контакта колес 1 и 2

$$v_{12} = \frac{\pi n_1}{30} 0,5 d_1 = \frac{\pi \cdot 1155}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,02 = 1,21 \text{ м/с}.$$

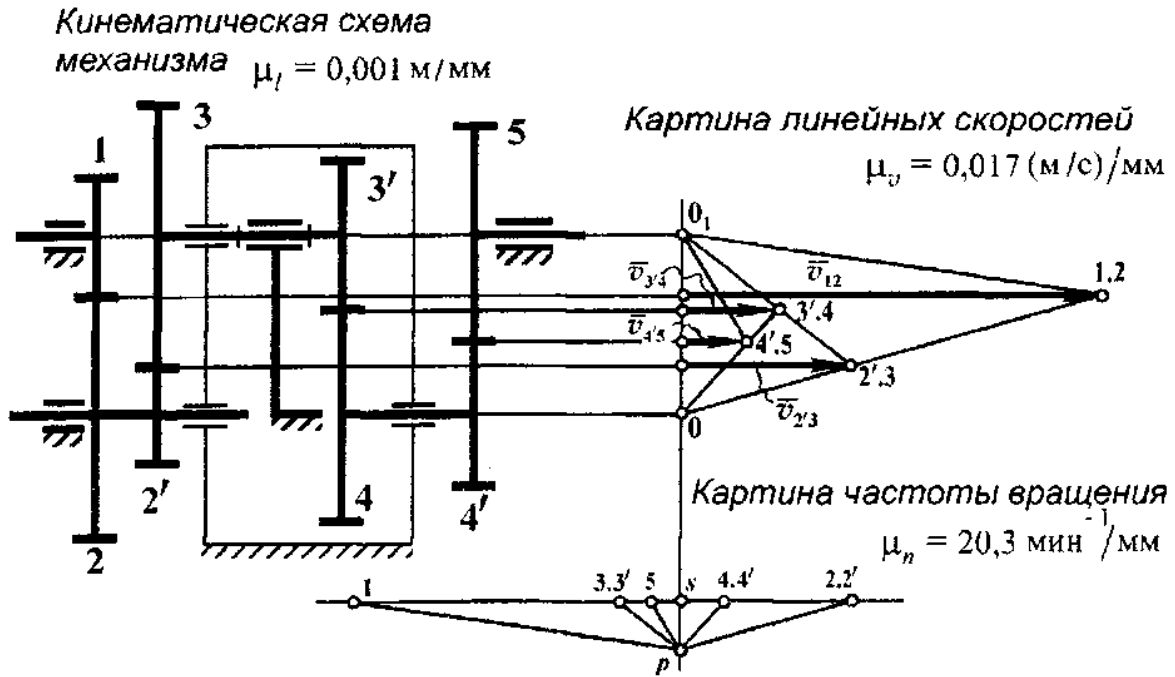


Рис. 59

От вертикальной («нулевой») линии откладывают отрезок  $l = 70 \text{ мм}$ , представляющий на картине линейных скоростей вектор  $\vec{v}_{12}$ .

Тогда масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_{12}}{l} = \frac{1,21}{70} = 0,017 \text{ (м/с)/мм}$ .

Далее строят картину скоростей. Прямая, соединяющая точки 1.2 и  $0_1$ , — закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 1. Для колес 2 и 2' — закон распределения скоростей точек на этих колесах будет линия, соединяющая точки 1.2 и 0. Вектор  $\vec{v}_{23}$  упирается в эту линию. Для колес 3 и 3', сидящих на одной оси, линия 2'.3 и  $0_1$  — закон распределения скоростей точек на этих колесах. Вектор скорости точки 3'.4 будет упираться в эту наклонную. Для блока колес 4 и 4', заклиенных на одной оси, законом распределения скоростей точек на этих колесах будет линия 3'.4–0, которая и определит величину вектора  $\vec{v}_{45}$  скорости точки контакта колес 4'.5. И для колеса 5 скорости точек будут располагаться на прямой  $0_1$ –4'.5.

Ниже точки 0 по вертикальной линии откладывают отрезок  $sp = 8$  мм и через точку  $s$  этого отрезка проводят прямую, перпендикулярную «нулевой» линии. Из точки  $p$  проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей точек колес (рис. 59), и продолжают их до пересечения с горизонталью, проходящей через  $s$ . Отрезки по этой линии, отсчитываемые от точки  $s$  до полученных – числа оборотов колес с учетом масштабного коэффициента числа оборотов,

который определяется как 
$$\mu_n = \frac{30 \cdot \mu_v}{\pi \cdot \mu_l \cdot sp} = \frac{30 \cdot 0,017}{\pi \cdot 0,001 \cdot 8} = 20,3 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}.$$

Общее передаточное отношение механизма 
$$U_{15} = \frac{n_1}{n_5} = -\frac{\overline{s1}}{s5} = \frac{56}{5} = 11,2.$$

Число оборотов колеса 5 
$$n_5 = (\overline{s5}) \cdot \mu_n = 5 \cdot 20,3 = 101,5 \text{ мин}^{-1}.$$

#### Задача № 44.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 55$ ,  $z_2 = 25$ ,  $z_2' = 18$ ,  $z_3 = 22$ ,  $z_3' = 16$ ,  $z_4 = 24$ ,  $z_4' = 16$ ,  $z_5 = 48$ . Число оборотов колеса 1  $n_H = 720 \text{ мин}^{-1}$ .

Требуется определить передаточные отношения  $U_{H5}$  и  $U_{H4}$ , числа оборотов колес 4 и 5.

Зубчатый механизм состоит из двух ступеней (рис. 60),: планетарной (колеса 1, 2, 2', 3, 3', 4 и водила  $H$ ) и простой (колеса 4' и 5).

#### 1. Аналитический метод

Общее передаточное отношение зубчатого механизма  $U_{H5} = U_{H4} \cdot U_{4'5}$ .

Для определения передаточного отношения планетарной ступени воспользу-

емся формулой Виллиса 
$$U_{41} = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_1 - \omega_H} = -U_{4H} + 1,$$

$$U_{4H} = 1 - U_{41}'' = 1 - \left( -\frac{z_3'}{z_4} \right) \left( -\frac{z_2'}{z_3} \right) \left( -\frac{z_1}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_1 z_2' z_3'}{z_2 z_3 z_4} = 1 + \frac{55 \cdot 18 \cdot 16}{25 \cdot 22 \cdot 24} = 1 + 1,2 = 2,2,$$



$$U_{H4} = \frac{1}{U_{4H}} = \frac{1}{2,2} = 0,454.$$

Число оборотов колеса 4 определяют из соотношения  $U_{H4} = \frac{n_H}{n_4}$ ,

$$n_4 = \frac{n_H}{U_{H4}} = \frac{720}{0,454} = 1585,9 \text{ мин}^{-1}.$$

Передаточное отношение простой передачи  $U_{4'5} = \frac{z_5}{z_{4'}} = \frac{48}{16} = 3$ .

Общее передаточное отношение зубчатого механизма  $U_{H5} = (0,454) \cdot 3 = 1,362$ .

Число оборотов колеса 5 – из соотношения  $U_{H5} = \frac{n_H}{n_5}$ ,

$$n_5 = \frac{n_H}{U_{H5}} = \frac{720}{1,362} = 528,63 \text{ мин}^{-1}.$$

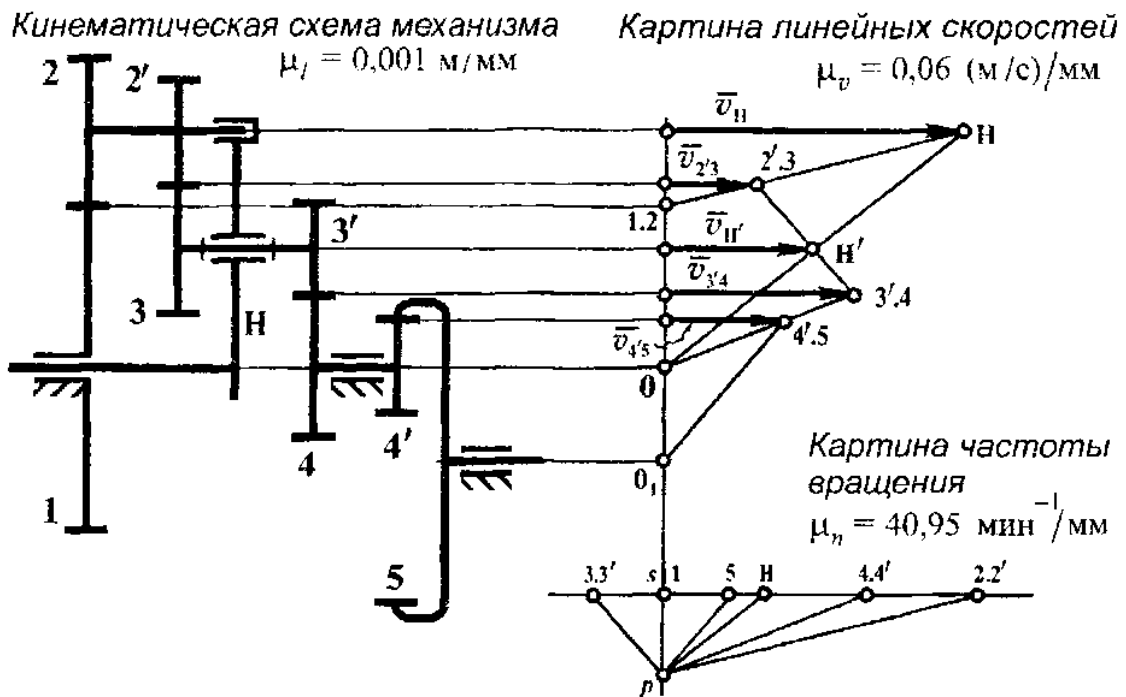


Рис. 60

## 2. Графический метод

На рис. 60 построена кинематическая схема зубчатого механизма. Масштабный коэффициент длины принят:  $\mu_l = \frac{d_1}{55} = \frac{0,055}{55} = 0,001$  м/мм, где  $\overline{d_1}$  – размер диаметра колеса 1 на схеме.

Для построения картины линейных скоростей через оси колес и точки их зацепления проводят прямые, параллельные между собой и общей оси механизма. А также прямую, перпендикулярную параллельным. Точки, попадающие на эту прямую, имеют скорость, равную нулю.

Линейная скорость наиболее удаленной от оси точки водила

$$v_H = \frac{\pi n_H}{30} 0,5(d_1 + d_2) = \frac{\pi \cdot 720}{30} \cdot 0,5 \cdot (0,055 + 0,025) = 3,01 \text{ м/с.}$$

Вектор  $\overline{v_H}$  представлен на картине линейных скоростей отрезком длиной 50 мм,

то есть масштабный коэффициент скорости  $\mu_v = \frac{v_H}{50} = \frac{3,01}{50} = 0,06$  (м/с)/мм.

Прямая, соединяющая конец вектора  $\overline{v_H}$  и точку 0, находящуюся на оси водила, есть закон распределения скоростей точек на водиле. Следовательно, вектор  $\overline{v'_H}$  будет упираться в эту наклонную линию. Далее последовательно «обходят» зубчатый механизм, начиная с колеса 1. Колесо 1 неподвижно, то есть скорость точки 1.2 равна нулю. Для блока сателлитов 2–2' известны скорости точек 1.2 и H. Прямая, соединяющая эти точки, – закон распределения скоростей точек на колесах 2 и 2'. Вектор  $\overline{v_{2'3}}$  точки 2'.3 контакта колес 2' и 3 упирется в наклонную H–1.2. Для блока сателлитов 3–3' законом распределения скоростей точек будет прямая 2'.3–3'.4, проведенная через точки 2'.3 и H' и продолженная до линии, проходящей через точку контакта колес 3' и 4. Прямая, соединяющая точки 3'.4 и 0, – закон распределения скоростей точек на колесах 4 и 4', жестко скрепленных между собой. Вектор  $\overline{v_{4'5}}$  точки контакта колес

4' и 5 упирается в эту прямую. И последнее, соединив точки 4'.5 и 0, получают закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 5.

На нулевой линии откладывают отрезок  $sp = 14$  мм и из точки  $p$  этого отрезка проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей на колесах и водиле. Пересечение лучей с прямой, проходящей через точку  $s$ , определяют точки 1, 2, 3...5, а отрезки на прямой  $\overline{s1}$ ,  $\overline{s2}$ ,  $\overline{s3}$  ...  $\overline{s5}$  – суть числа оборотов колес и водила с учетом масштабного коэффициента частоты вращения

$$\mu_n = \frac{30 \mu_v}{\pi \mu_{fsp}} = \frac{30 \cdot 0,06}{\pi \cdot 0,001 \cdot 14} = 40,95 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}.$$

Передаточные отношения

$$U_{H5} = \frac{n_H}{n_5} = \frac{\overline{sH}}{\overline{s5}} = \frac{18}{13} = 1,38, \quad U_{H4} = \frac{n_H}{n_4} = \frac{\overline{sH}}{\overline{s4}} = \frac{18}{39} = 0,46.$$

Числа оборотов

$$n_4 = (\overline{s4}) \cdot \mu_n = 39 \cdot 40,95 = 1597,05 \text{ мин}^{-1},$$

$$n_5 = (\overline{s5}) \cdot \mu_n = 13 \cdot 40,95 = 532,35 \text{ мин}^{-1}.$$

### 3. Табличный метод (только для планетарной ступени)

Порядок действий следующий: сначала всю систему, как жесткое тело, поворачивают на один оборот по часовой стрелке. Результат этого движения заносят в первую строку табл. 19. Затем систему раскрепляют, водило удерживают, а колесо 1 поворачивают против часовой стрелки на один оборот. Остальные колеса, число оборотов которых зависит от размеров колес или от числа зубьев на них, придут во вращение. Результат отмечен во второй строке табл. 19. В каждом столбце таблицы суммируется результат сложного движения – числа оборотов колес и водила.

Таблица 19

Характер движения	1	2-2'	3-3'	4-4'	H
Переносное	+1	+1	+1	+1	+1
Относительное	-1	$\frac{z_2}{z_1}$	$-\frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	$\frac{z_1 z_2' z_3'}{z_2 z_3 z_4}$	0
Сложное	0	$1 + \frac{z_2}{z_1}$	$1 - \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	$1 + \frac{z_1 z_2' z_3'}{z_2 z_3 z_4}$	+1

Передаточное отношение планетарной ступени

$$U_{H4} = \frac{n_H}{n_4} = \frac{1}{1 + \frac{z_1 z_2' z_3'}{z_2 z_3 z_4}} = \frac{1}{2,2} = 0,454.$$

Число оборотов колеса 4  $n_4 = 1 + \frac{z_1 z_2' z_3'}{z_2 z_3 z_4} = 1 + 2,2 = 2,2 \text{ мин}^{-1}$  при одном

обороте водила. При  $n_H = 720 \text{ мин}^{-1}$   $n_4 = 720 \cdot 2,2 = 1584 \text{ мин}^{-1}$ .

#### Задача № 45.

Исходные данные: числа зубьев колес –  $z_1 = 18$ ,  $z_2 = 36$ ,  $z_2' = 20$ ,  $z_3 = 34$ ,  
 $z_3' = 22$ ,  $z_4 = 32$ ,  $z_5 = 70$ ,  $z_6 = 30$ . Число оборотов колеса 1  
 $n_1 = 100 \text{ мин}^{-1}$ .

Определить передаточные отношения  $U_{16}$  и  $U_{2H}$ , числа оборотов колес 6 и водила H.

Зубчатый механизм (рис. 61) состоит из простой передачи (колеса 1 и 2), планетарной ступени (колеса 2', 3, 3', 4 и водила H) и ступени из колес 5 и 6.

#### 1. Аналитический метод

Общее передаточное отношение зубчатого механизма – произведение частных передаточных отношений его ступеней  $U_{16} = U_{12} \cdot U_{2H} \cdot U_{H6}$ .

Передаточное отношение планетарной ступени определяют из формулы Виллиса  $U_{24} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = -U_{2H} + 1$ , при  $\omega_4 = 0$ ,

$$U_{2H} = 1 - U_{24} = 1 - \left( - \frac{z_3}{z_2} \right) \left( - \frac{z_4}{z_5} \right) = 1 - \frac{z_3 z_4}{z_2 z_5} = 1 - \frac{34 \cdot 16}{20 \cdot 22} = 1 - 2,47 = -1,47.$$

Передаточные отношения простых передач:

$$U_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{36}{18} = 2, \quad U_{56} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{30}{70} = 0,428.$$

Общее передаточное отношение зубчатого механизма

$$U_{16} = (-2) \cdot (-1,47) \cdot 0,428 = 1,258.$$

Число оборотов колеса 6 определяют из соотношения  $U_{16} = \frac{n_1}{n_6}$ ,

$$n_6 = \frac{n_1}{U_{16}} = \frac{100}{1,258} = 79,49 \text{ мин}^{-1}.$$

Число оборотов водила из соотношения

$$U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = U_{12} \cdot U_{2H} = (-2) \cdot (-1,47) = 2,94, \quad n_H = \frac{n_1}{U_{1H}} = \frac{100}{2,94} = 34 \text{ мин}^{-1}.$$

## 2. Графический метод

На рис. 61 построена кинематическая схема зубчатого механизма. Масштабный коэффициент длины при этом  $\mu_l = \frac{d_1}{18} = \frac{0,018}{18} = 0,001 \text{ м/мм}$ , где  $d_1 = 18 \text{ мм}$  — графическое изображение диаметра колеса 1.

Через оси колес и точки контакта колес проведены тонкие линии, параллельные между собой и общей оси механизма. Вертикальная прямая, перпендикулярная этим параллельным, изображает «нулевую» линию, то есть точки, попадающие на эту прямую, имеют скорость, равную нулю.

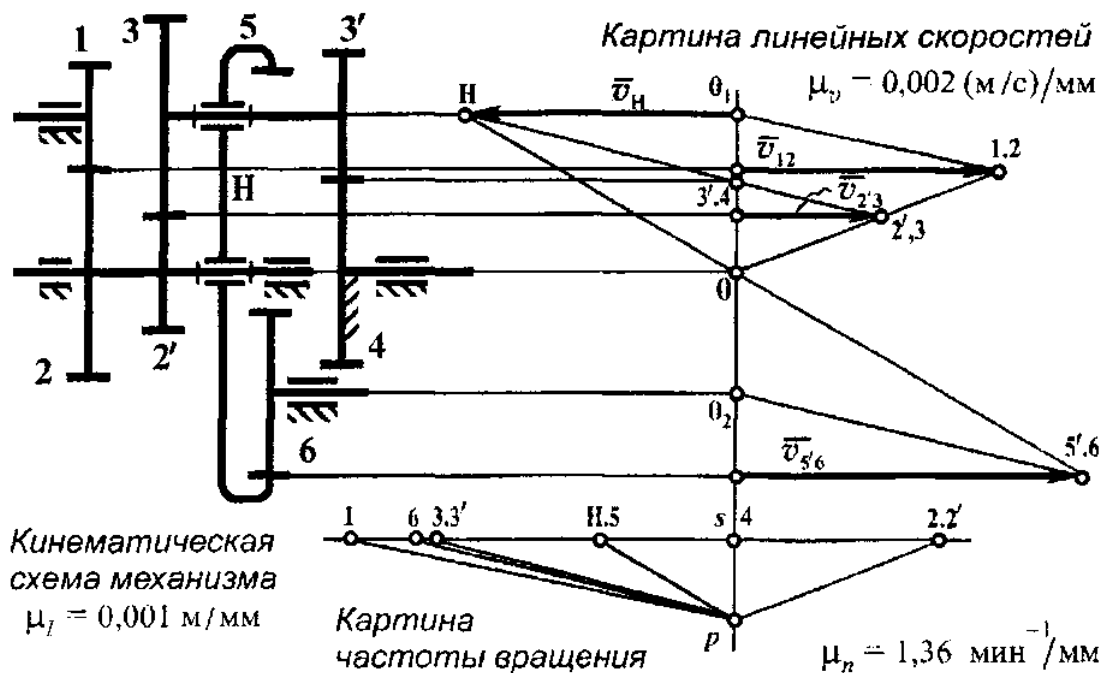


Рис. 61

На соответствующей линии откладывают от «нулевой» вектор скорости точки контакта колес 1 и 2 с учетом масштабного коэффициента скорости

$$v_{12} = \frac{\pi n_1}{30} \cdot 0,5d_1 = \frac{\pi \cdot 100}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,018 = 0,0942 \text{ м/с,}$$

а  $\mu_n = \frac{v_{12}}{l} = \frac{0,0942}{45} = 0,0021 \text{ (м/с)/мм}$ , где  $l = 45 \text{ мм}$  изображает вектор  $\overline{v_{12}}$  на картине линейных скоростей.

Прямая 1.2 - 0<sub>1</sub> – закон распределения скоростей точек, расположенных на колесе 1. А линия 1.2 – 0 – закон распределения скоростей точек на колесах 2 и 2', которые жестко закреплены на одной оси. Вектор  $\overline{v_{2'3}}$  скорости точки контакта колес 2' и 3 улирается в ранее проведенную линию 1.2 – 0. Для блока сателлитов (колеса 3 и 3') известны скорости точек 2'.3 и 3'.4 (скорость последней равна нулю). Законом распределения скоростей точек на колесах 3 и 3' будет прямая 2'.3 – 3'.4 – H. А прямая H – 0 – закон распределения скоростей точек на водиле, продолжая который можно получить закон распределения

скоростей точек на радиусе колеса 5. То есть, прямая  $H - 0 - 5.6$  относится и к водилу  $H - 0$  и к колесу  $5 - 0 - 5.6$ . Прямая  $0_2 - 5.6$  отображает закон распределения скоростей точек на радиусе колеса 6.

Далее строят картину числа оборотов колес и водила. На нулевой линии откладывают отрезок  $sp = 14$  мм и из точки  $p$  проводят лучи, параллельные законам распределения скоростей на колесах и водиле. Лучи на прямой, проходящей через точку  $s$ , отсекают отрезки, отсчитываемые от точки  $s$  на этой прямой, которые с учетом масштабного коэффициента частоты вращения  $\mu_n$ ,  $\text{мин}^{-1}/\text{мм}$  представляют собой числа оборотов колес и водила.

$$\mu_n = \frac{30 \cdot \mu_r}{\pi \cdot \mu_f \cdot sp} = \frac{30 \cdot 0,002}{\pi \cdot 0,001 \cdot 14} = 1,36 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}.$$

Передаточные отношения

$$U_{26} = \frac{n_1}{n_6} = \frac{s_1}{s_6} = \frac{72}{58} = 1,24, \quad U_{2H} = \frac{n_2}{n_H} = \frac{s_2'}{s_H} = \frac{-35}{24} = -1,458.$$

Числа оборотов:

$$n_6 = (s_6) \cdot \mu_n = 58 \cdot 1,36 = 78,88 \text{ мин}^{-1},$$

$$n_H = (s_H) \cdot \mu_n = 24 \cdot 1,36 = 32,64 \text{ мин}^{-1}.$$

### 3. Табличный метод (только для планетарной ступени)

Табличный метод основан на разложении сложного движения сателлитов на более простые, с последующим их суммированием.

Переносное движение – поворот всей системы, как одного целого, на один оборот по часовой стрелке. Все колеса и водило сделают по одному обороту, что и отмечено в первой строке табл. 20. При относительном движении система раскрепляется, водило удерживается, а колесо 4 поворачивают на один оборот против часовой стрелки. При этом числа оборотов других колес при одном обороте колеса 4 отмечены во второй строке табл. 20.

Таблица 20

Характер движения	2-2'	3-3'	4	H
Переносное	+1	+1	+1	+1
Относительное	$-\frac{z_4 \cdot z_3}{z_{3'} \cdot z_{2'}}$	$\frac{z_4}{z_3}$	-1	0
Сложное	$1 - \frac{z_3 \cdot z_4}{z_{2'} \cdot z_{3'}}$	$1 + \frac{z_4}{z_3}$	0	+1

В каждом столбце таблицы 20 данные суммируются и записываются в третьей строке таблицы в виде числа оборотов каждого колеса при одном обороте водила.

Передаточное отношение планетарной ступени

$$U_{z_H} = \frac{n_y}{n_H} = \frac{1 - \frac{z_3 \cdot z_4}{z_{2'} \cdot z_{3'}}}{1} = 1 - \frac{34 \cdot 32}{20 \cdot 22} = 1 - 2,47 = -1,47.$$



## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Абрамов, Б. М.** Типовые задачи по теории механизмов и машин / Б. М. Абрамов. – Харьков: Вища школа, 1976. – 207 с.
2. **Артоболевский, И. И.** Механизмы. Т. IV. / И. И. Артоболевский. – М.: АН СССР, 1951. – 1176 с.
3. **Артоболевский, И. И.** Синтез плоских механизмов / И. И. Артоболевский, Н. И. Левитский, С. А. Черкудинов. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 1084 с.
4. **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
5. **Артоболевский, И. И.** Сборник задач по теории механизмов и машин. / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, 1973. – 256 с.
6. **Артоболевский, С. И.** Теория механизмов и машин / С. И. Артоболевский. – М.: Высшая школа, 1965. – 367 с.
7. **Барсов, Г. А.** Теория механизмов и машин: учебно-методическое пособие по решению задач / Г. А. Барсов и др. – М.: Советская наука, 1958. – 136 с.
8. **Гавриленко, В. А.** Теория механизмов / В. А. Гавриленко. – М.: Высшая школа, 1972. – 510 с.
9. **Кетов, Х. Ф.** Теория механизмов и машин / Х. Ф. Кетов, Н. И. Колчин. – М.-Л.: Машгиз, 1939. – 608 с.
10. **Кожевников, С. Н.** Механизмы / С. Н. Кожевников, Я. И. Есипенко, Я. М. Раскин. – М.: Машиностроение, 1965. – 1058 с.
11. **Кореняко, А. С.** Теория механизмов и машин / А. С. Кореняко. – Киев: Вища школа, 1976. – 385 с.
12. **Курсовое проектирование по теории механизмов и машин** / под ред. А. С. Кореняко. – Киев: Вища школа, 1970. – 332 с.
13. **Левинсон, Л. Б.** Теория механизмов и машин / Л. Б. Левинсон – М.: Машгиз, 1954. – 504 с.

14. **Машиностроение.** Энциклопедический справочник. Т. II. – М.: Машгиз, 1948. – 894 с.
15. **Машков, А. А.** Теория механизмов и машин / А. А. Машков. – Минск.: Виша школа, 1971. – 471 с.
16. **Рузинов, Л. Д.** Проектирование и расчет механизмов на основе геометрических преобразований / Л. Д. Рузинов. – Л.: Машиностроение, 1964. – 148 с.
17. **Рузинов, Л. Д.** Проектирование механизмов точными методами / Л. Д. Рузинов. – Л.: Машиностроение, 1972. – 192 с.
18. **Турбин, В. И.** Теория механизмов и машин / В. И. Турбин, К. Д. Карпин. – М.: Высшая школа, 1968. – 336 с.
19. **Юдин, В. А.** Теория механизмов и машин / В. А. Юдин, Л. В. Петрокас. – М.: Высшая школа, 1977. – 527 с.