

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
Курс лекций

Механизм – совокупность физических тел (звеньев) подвижно связанных между собой и обладающих определённой движением. Механизм предназначен для передачи и преобразования движения.

Машина – совокупность физических тел подвижно связанных между собой и обладающих определённой движением. Машины предназначены для преобразования одного вида энергии в другой и совершения полезной работы.

Машины бывают следующих видов:

1. Машины-двигатели, такие как электродвигатели, гидродвигатели, пневмодвигатели, двигатели внутреннего сгорания и другие.
2. Машины – орудия – машины, предназначены для совершения непосредственно технологических операций, для которых создавалась машина. Машины-орудия всегда работают в сочетании с машинами двигателями.

Все машины обязательно являются механизмами, но не все механизмы представляют собой машины.

Структурный анализ механизма.

Элементарной составной частью любого механизма является звено. Звенья бывают простые и сложные.

Простые звенья – звенья, состоящие из одной детали.

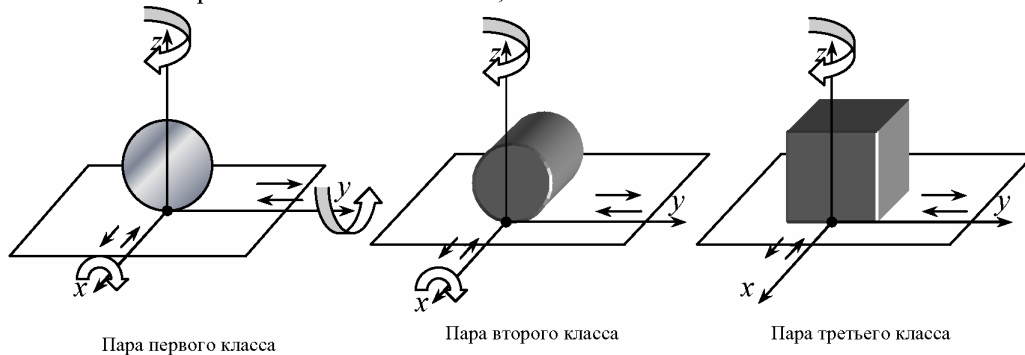
Сложные звенья – звенья, состоящие из нескольких деталей, иногда сложные звенья могут состоять из различных материалов, жёстко связанных между собой.

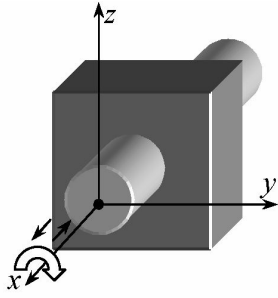
Подавляющее большинство звеньев – сложные звенья.

Понятия о кинематических парах и их классификация.

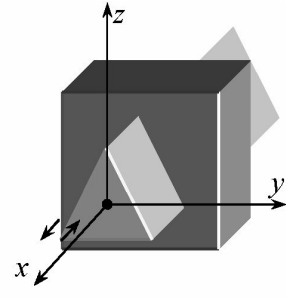
Два звена неподвижно связанных между собой образуют кинематическую пару. Все кинематические пары подвергаются двум независимым классификациям:

1. Пары бывают высшие или низшие:
 - a. Высшие пары – пары, в которых контакт осуществляется по линии.
 - b. Низшие пары – пары, в которых контакт осуществляется по поверхности.
2. Все пары делятся на пять классов, в зависимости от числа налагаемых связей на подвижность каждого из звеньев. Число степеней подвижности обозначается за H . Число налагаемых связей обозначается за S . При этом число степеней подвижности можно определить по формуле: $H = 6 - S$.
 - a. Пара первого класса: $S = 1$; $H = 5$.
 - b. Пара второго класса: $S = 2$; $H = 4$.
 - c. Пара третьего класса: $S = 3$; $H = 3$.
 - d. Пара четвёртого класса: $S = 4$; $H = 2$.
 - e. Пара пятого класса: $S = 5$; $H = 1$.



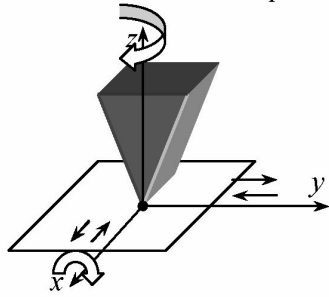


Пара четвертого класса

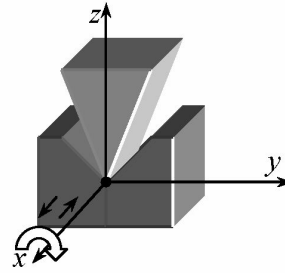


Пара пятого класса

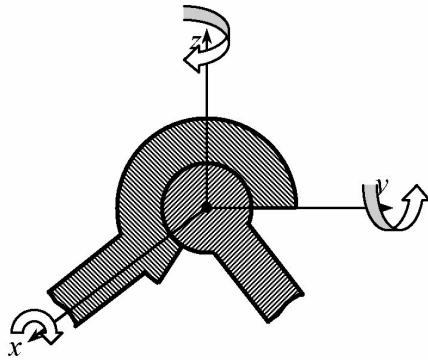
Примеры классификации пар:



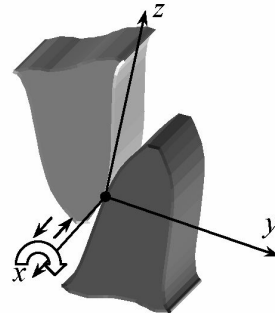
Пара второго класса: $S = 2$; $H = 4$



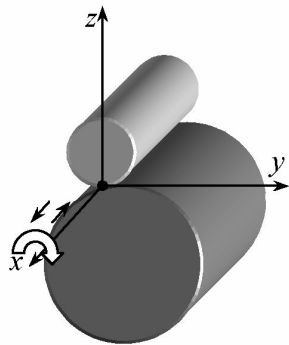
Пара четвертого класса: $S = 4$; $H = 2$



Пара третьего класса: $S = 3$; $H = 3$

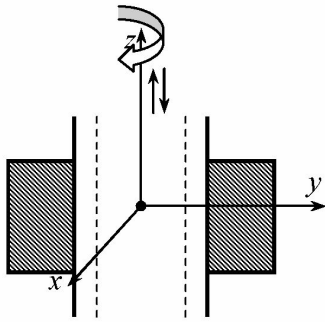


Пара четвертого класса: $S = 4$; $H = 2$



Пара четвертого класса: $S = 4$; $H = 2$

Рассмотрим кинематическую пару «винт-гайка». Число степеней подвижности этой пары H равно 1, а число налагаемых связей S равно 5. Это пара будет являться парой пятого класса, свободным можно выбрать только один вид движения для винта или гайки, а второе движение будет сопутствующим.



Кинематическая цепь – звенья, связанные между собой кинематическими парами различных классов.

Кинематические цепи бывают пространственными и плоскими.

Пространственные кинематические цепи – цепи, звенья которых двигаются в различных плоскостях.

Плоские кинематические цепи – цепи, звенья которых двигаются в одной или параллельных плоскостях.

Понятия о степени подвижности кинематических цепей и механизмов.

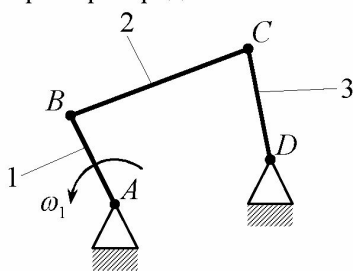
Число звеньев свободно парящих в пространстве обозначим за K . Для K звеньев степень подвижности можно определить по формуле: $H = 6K$. образуем из этих K звеньев кинематическую цепь, соединив между собой звенья парами различных классов. Число пар различных классов обозначается за p_i , где i – класс, то есть: p_1 – число пар первого класса, у которого $S_1 = 1$, а $H_1 = 5$; p_2 – число пар второго класса, у которого $S_2 = 2$, а $H_2 = 4$; p_3 – число пар третьего класса, у которого $S_3 = 3$, а $H_3 = 3$; p_4 – число пар четвертого класса, у которого $S_4 = 4$, а $H_4 = 2$; p_5 – число пар пятого класса, у которого $S_5 = 5$, а $H_5 = 1$. Степень подвижности образованной кинематической цепи можно определить по формуле: $H = 6K - S_1 p_1 - S_2 p_2 - S_3 p_3 - S_4 p_4 - S_5 p_5 = 6K - 1 \cdot p_1 - 2 \cdot p_2 - 3 \cdot p_3 - 4 \cdot p_4 - 5 \cdot p_5$.

образуем из кинематической цепи механизм. Одним из основных признаков механизма является наличие стойки (корпуса, основания), около которого движутся остальные звенья под действием ведущего звена (звеньев).

Степень подвижности механизма принято обозначать за W . Одно из звеньев кинематической цепи превратим в стойку, то есть отнимем у него все шесть степеней подвижности, тогда: $W = 6K - 1 p_1 - 2 p_2 - 3 p_3 - 4 p_4 - 5 p_5 - 6 = 6(K - 1) - 1 p_1 - 2 p_2 - 3 p_3 - 4 p_4 - 5 p_5$ – формула Сомова-Малышева.

В плоской системе максимальное число степеней подвижности H_{\max} равно двум. Поэтому степень подвижности плоской кинематической цепи можно определить по следующей формуле: $H = 3K - 1 p_4 - 2 p_5$. Степень подвижности плоского механизма определяется по формуле Чебышева: $W = 3K - 1 p_4 - 2 p_5 - 3 = 3(K - 1) - 1 p_4 - 2 p_5 = 3n - 1 p_4 - 2 p_5$, где n – число подвижных звеньев. Используя определение высших и низших кинематических пар формулу Чебышева можно записать следующим образом: $W = 3n - 1 p_{\text{выш}} - 2 p_{\text{низ}}$.

Пример определения степени подвижности:



$$\begin{aligned} n &= 3; \\ p_4 &= 0; \\ p_5 &= 4; \\ W &= 9 - 0 - 2 \cdot 4 = 9 - 8 = 1. \end{aligned}$$

Кинематическое исследование механизмов.

Кинематическое исследование – исследование трёх величин – перемещения, скорости и ускорения какой-либо точки интересующего нас звена.

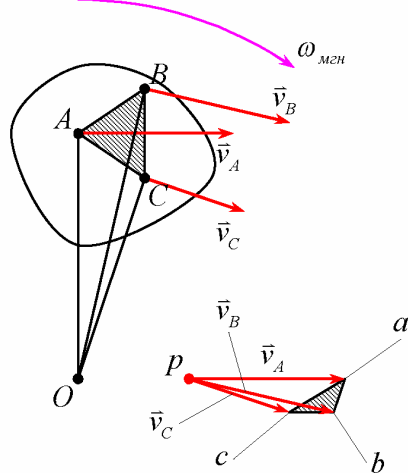
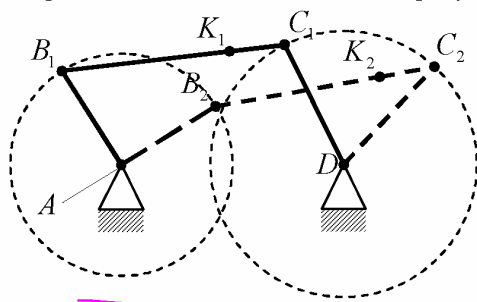


Схема №1

Цикл – время движения ведущего звена в машине, после которого положение звеньев повторяется.

Определение скоростей. Понятие о теореме подобия для определения скоростей отдельных точек звеньев.

Представим себе плоское движение.

Модуль скорости точки A можно определить по формуле: $v_A = \omega_{\text{мгн}} \cdot OA$, а линия действия этого вектора будет перпендикулярная отрезку OA .

Модуль скорости точки B можно определить по формуле: $v_B = \omega_{\text{мгн}} \cdot OB$, а линия действия этого вектора будет перпендикулярная отрезку OB .

Модуль скорости точки C можно определить по формуле: $v_C = \omega_{\text{мгн}} \cdot OC$, а линия действия этого вектора будет перпендикулярная отрезку OC .

O – мгновенный центр вращения.

Видно, что модули скоростей точек A , B и C пропорциональны длинам отрезков OA , OB и OC , то есть: $v_A : v_B : v_C = OA : OB : OC$.

Многоугольник $pabc$ подобен многоугольнику $OABC$, так как он образован взаимно перпендикулярными и пропорциональными прямыми. Поэтому

Схема №1 представляет собой план скоростей треугольника ABC , то есть треугольник abc является планом скоростей треугольника ABC .

План скоростей жёсткого звена – геометрическое место точек концов векторов абсолютных скоростей любых точек звена, если они построены из одной общей точки p , называемой полюсом плана скоростей.

План скоростей всегда строится в масштабе. В дисциплине «Теория машин и механизмов» масштаб имеет размерность, поэтому его принято называть масштабным коэффициентом:

$$\mu_v = \frac{v_A}{\rho a}, \quad [\mu_v] = \frac{\left[\frac{M}{C} \right]}{[MM]} = \left[\frac{M}{C \cdot MM} \right].$$

План скоростей подобен самому звену, и повернут на девяносто градусов в сторону мгновенного вращения.

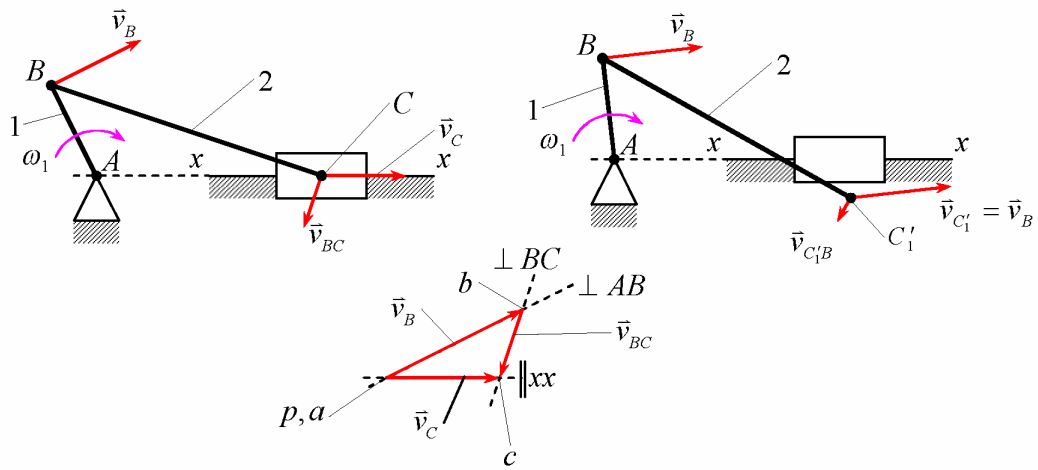
Если план скоростей жёсткого звена подобен своему звену, то план скоростей механизма не подобен самому механизму, так как в отличие от жёсткого звена механизм есть изменяемая подвижная система.

План скоростей механизма – совокупность планов скоростей отдельных звеньев, построенных из одной общей точки p , называемой полюсом плана скоростей.

Дано: l_{AB} , l_{BC} и ω_1 .

Требуется определить: v_C .

Зададимся неким масштабным коэффициентом μ_v .



Для построения плана скоростей механизма существуют различные методы, наиболее распространённым из которых является метод векторных уравнений, разработанный советскими учёными.

Модуль скорости точки B можно определить по следующей формуле: $\vec{v}_B = \omega \cdot l_{AB}$. Линия действия вектора скорости точки B перпендикулярна звену AB , а сам вектор направлен в сторону вращения звена AB .

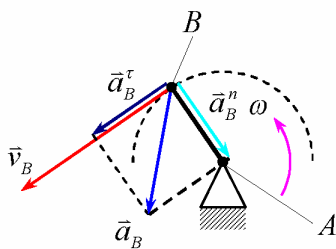
Допустим, что точка C не закреплена, и представим себе, что все точки звена BC совершают переносное движение со скоростью v_B , то есть $v'_C = v_B$. С одной стороны $B_1C'_1 = BC$, с другой стороны $B_1C'_1 \parallel BC$.

Вернём точку C'_1 на действительную траекторию xx , для чего придадим точке C'_1 скорость относительного вращательного движения около точки B_1 со скоростью относительного движения $v_{C'_1B}$.

На плане скоростей векторы, исходящие из полюса скоростей p являются векторами абсолютных скоростей соответствующих точек, а векторы, которые не проходят через полюс плана ускорений, являются относительных скоростей соответствующих точек. Отрезок pa является планом скоростей звена AB , а отрезок bc является планом скоростей звена BC .

Определение ускорений. Понятие о теореме подобия для определения ускорений отдельных точек звеньев.

Рассуждая аналогично теореме подобия для определения скоростей отдельных точек звеньев, очевидно, что план ускорений жёсткого звена подобен самому звену, и повернут на девяносто градусов.

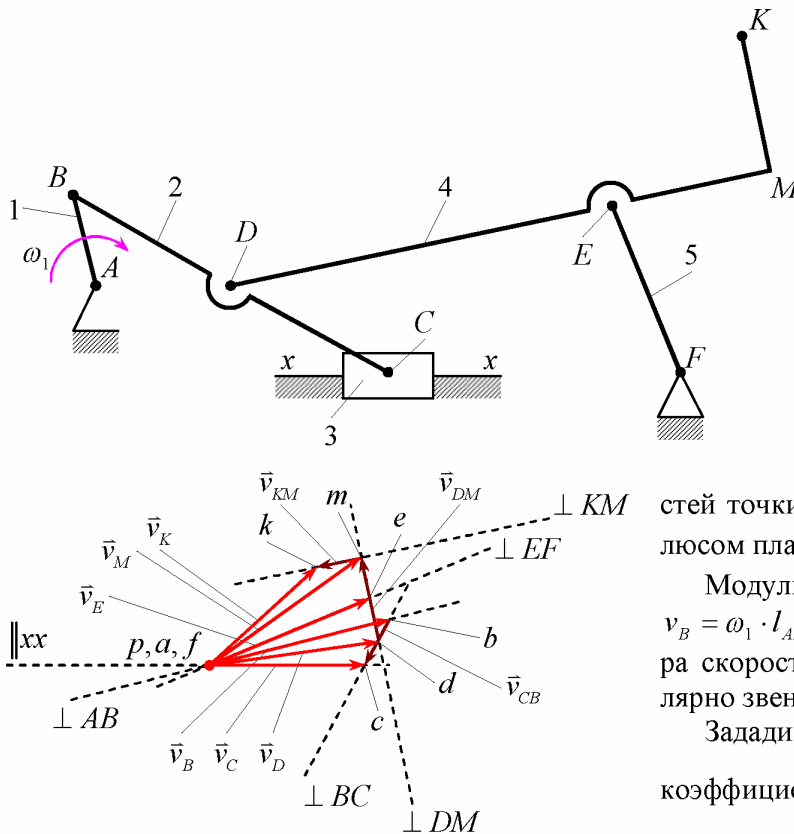


Полное ускорение можно найти геометрически просуммировав нормальное и тангенциальное ускорения, то есть: $\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau$.

Модуль вектора нормального ускорения точки B можно найти по формуле: $a_B^n = \frac{v_B^2}{l_{AB}}$. Линия действия этого вектора будет перпендикулярна звену AB .

Модуль вектора тангенциального ускорения точки B можно найти по формуле: $a_B^\tau = \frac{dv}{dt}$. Линия действия этого вектора будет параллельна звену AB .

План ускорений механизма, как и план скоростей, не подобен самому механизму, и является совокупностью планов ускорений отдельных звеньев, построенных из одного полюса плана ускорений π .



Заданы геометрические параметры всех звеньев и угловая скорость ω_1 , которая является постоянной величиной.

Требуется определить ускорение точки M .

Построение плана скоростей.

Скорости точек A и F равны нулю, поэтому на плане скоростей точки a и f совпадают с полюсом плана скоростей p .

Модуль скорости точки B : $v_B = \omega_1 \cdot l_{AB}$. Линия действия вектора скорости точки B : перпендикулярно звену AB .

Зададимся неким масштабным коэффициентом $\mu_v = \frac{v_b}{l_{v_b}}$, и построим вектор \vec{v}_B на плане скоростей.

им вектор \vec{v}_B на плане скоростей.

Скорость точки C определяется из решения векторного уравнения $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$, где \vec{v}_C - скорость точки C ; \vec{v}_B - скорость точки B , \vec{v}_{CB} - скорость звена BC в его относительном вращении около точки B . Вектор \vec{v}_B известен. Линия действия вектора \vec{v}_{CB} : перпендикулярно звену BC . Линия действия вектора \vec{v}_C : параллельно направляющей xx .

Скорость точки D определяется с помощью теоремы подобия и правила чтения букв. Правило чтения букв заключается в том, что порядок написания букв на плане скоростей или ускорений жёсткого звена должен в точности соответствовать порядку написания букв на самом звене. Из пропорции $\frac{bd}{bc} = \frac{l_{BD}}{l_{BC}}$, можно определить длину отрезка

$bd = bc \frac{l_{BD}}{l_{BC}}$ и, построив его на плане скоростей, получить точку d . Соединив полюс плана

скоростей p с точкой d получим вектор скорости точки D - \vec{v}_D .

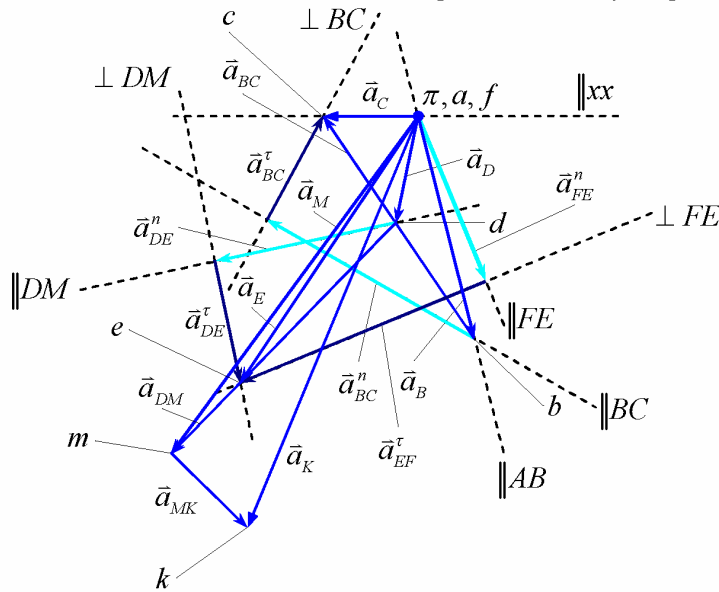
Скорость точки E определяется с помощью решения системы геометрических уравнений: $\begin{cases} \vec{v}_{E_4} = \vec{v}_D + \vec{v}_{E_4D} \\ \vec{v}_{E_5} = \vec{v}_F + \vec{v}_{E_5F} \end{cases}$, или $\begin{cases} \vec{v}_{E_4} = \vec{v}_D + \vec{v}_{E_4D} \\ \vec{v}_{E_5} = \vec{v}_{E_5F} \end{cases}$.

Скорости точек M и K определяются с помощью теоремы подобия и правила чтения букв: $\frac{dm}{de} = \frac{l_{DM}}{l_{DE}}$, следовательно, $dm = de \frac{l_{DM}}{l_{EM}}$; $\frac{mk}{dm} = \frac{l_{MK}}{l_{DM}}$, следовательно, $mk = dm \frac{l_{MK}}{l_{DM}}$, при этом $mk \perp dm$.

Выводы:

1. Как видно из построений, план скоростей механизма не подобен самому механизму.
2. План скоростей даёт возможность найти скорость любой точки любого звена по величине и направлению.

Построение плана ускорений.



Ускорения точек A и F равны нулю, поэтому соответствующие им точки a и f на плане ускорений совпадают с полюсом плана ускорений π .

Ускорение точки B можно найти с помощью решения векторного уравнения $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}$, где \vec{a}_A - ускорение точки A , которое равно нулю; \vec{a}_{BA} - ускорение звена AB в его относительном движении около точки A . Ускорение звена AB можно представить в виде векторной суммы его нормального и тангенциального ускорений, то есть: $\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$. Тангенциальное ускорение звена AB равно нулю, поскольку его угловая скорость не меняется, поэтому ускорение точки B равно нормальному ускорению звена AB , то есть $\vec{a}_B = \vec{a}_{BA}^n$. Модуль нормального ускорения звена AB : $a_{BA}^n = \frac{v_B^2}{l_{AB}}$. Линия действия вектора \vec{a}_{BA} : параллельно звену AB . Направление вектора \vec{a}_{BA} : к точке A . Задавшись масштабным коэффициентом $\mu_a = \frac{a_B}{l_{ab}}$, строится вектор \vec{a}_B .

Скорость точки C находится с помощью геометрического решения векторного уравнения: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB} = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau$, где \vec{a}_C - ускорение точки C ; \vec{a}_B - ускорение точки B ; \vec{a}_{CB}^n - нормальное ускорение звена BC ; \vec{a}_{CB}^τ - тангенциальное ускорение звена BC . Направление ускорения точки C : параллельно направляющей xx . Ускорение точки B известно. Модуль нормального ускорения звена BC : $a_{CB}^n = \frac{v_{BC}^2}{l_{BC}}$; линия действия вектора \vec{a}_{CB}^n : параллельно звену BC ; направление вектора \vec{a}_{CB}^n : к точке B . Линия действия вектора тангенциального ускорения звена BC : перпендикулярно звену BC .

Ускорение точки D находится с помощью теоремы подобия и правила чтения букв: $\frac{bd}{bc} = \frac{l_{BD}}{l_{BC}}$, следовательно, $bd = bc \frac{l_{BD}}{l_{BC}}$. Ускорение точки E можно найти с помощью решения системы векторных уравнений:

$$\begin{cases} \vec{a}_{E_4} = \vec{a}_D + \vec{a}_{E_4D} \\ \vec{a}_{E_5} = \vec{a}_F + \vec{a}_{E_5F} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \vec{a}_{E_4} = \vec{a}_D + \vec{a}_{E_4D}^n + \vec{a}_{E_4D}^\tau \\ \vec{a}_{E_5} = \vec{a}_F + \vec{a}_{E_5F}^n + \vec{a}_{E_5F}^\tau \end{cases}$$

Ускорения точек M и K определяются с помощью теоремы подобия и правила чтения букв: $\frac{dm}{de} = \frac{l_{DM}}{l_{DE}}$, следовательно, $dm = de \frac{l_{DM}}{l_{DE}}$; $\frac{mk}{dm} = \frac{l_{MK}}{l_{DM}}$, следовательно, $mk = dm \frac{l_{MK}}{l_{DM}}$.

Понятие о структурных группах Ассура.

Классификации подвергаются только группы звеньев пятого класса. Ассур предложил отдельные группы звеньев, из которых наверняка, как из модулей, можно уверенно создавать механизмы. При этом эти группы звеньев соединяются только парами пятого класса (рассматриваются только плоские механизмы). Если при классификации имеющегося механизма в нём будут присутствовать пары четвертого класса, то их следует заменить парами пятого класса.

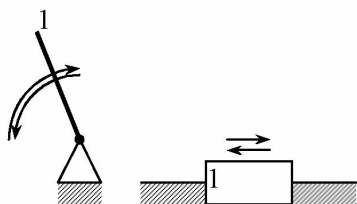


Схема №1а

Схема №1б

Представленные две схемы по Ассуру являются механизмами первого класса, так как они состоят из стоек и подвижного звена.

Найдём степень подвижности этих механизмов:

$$n = 1;$$

$$p_4 = 0;$$

$$p_5 = 1;$$

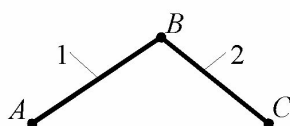
$W = 3 \cdot 1 - 0 - 2 \cdot 1 = 1$, то есть степень подвижности механизмов первого класса равна нулю.

Чтобы степень подвижности будущего механизма не изменялась, Ассур предложил создать группы с нулевой степенью подвижности, которые при присоединении к неподвижному звену дают степень подвижности равную нулю, то есть $W = 0$. Так как $W = 3n - p_4 - 2p_5$, а $p_4 = 0$, то $W = 3n - 2p_5 = 0$. Найдём соотношение между числом звеньев и кинематических пар, чтобы группа оставалась кинематически нейтральной: $n = \frac{2}{3}p_5$ или $p_5 = \frac{3}{2}n$. Так как число звеньев и кинематических пар не может быть дробным, то число пар пятого класса должно быть кратно трём, а число звеньев должно быть кратным двум:

n	2	4	6	8	10	12	...
p_5	3	6	9	12	15	18	...

При вышеприведённых сочетаниях степень подвижности равна нулю.

Все группы Ассура являются ведомыми комплексами, которые надо присоединить к механизмам первого класса.



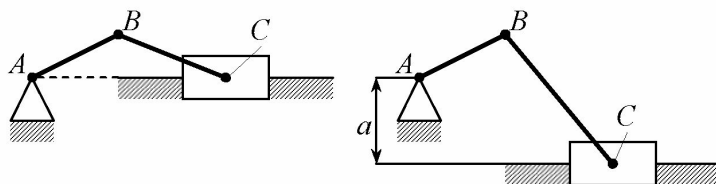
В группах различают внутренние (B) и внешние (A , C) пары. Внешние пары также называются активными или парами-агрессорами.

Кинематическое исследование механизмов аналитическими методами.

Аналитическое исследование кривошипно-ползунного механизма.

Аналитическое исследование кривошипно-ползунного механизма используется в двигателях внутреннего сгорания, насосах, компрессорах.

Различают две схемы кривошипно-ползунных механизмов: нормальный или центральный кривошипно-ползунный механизм и дизоксиальный кривошипно-ползунный механизм.



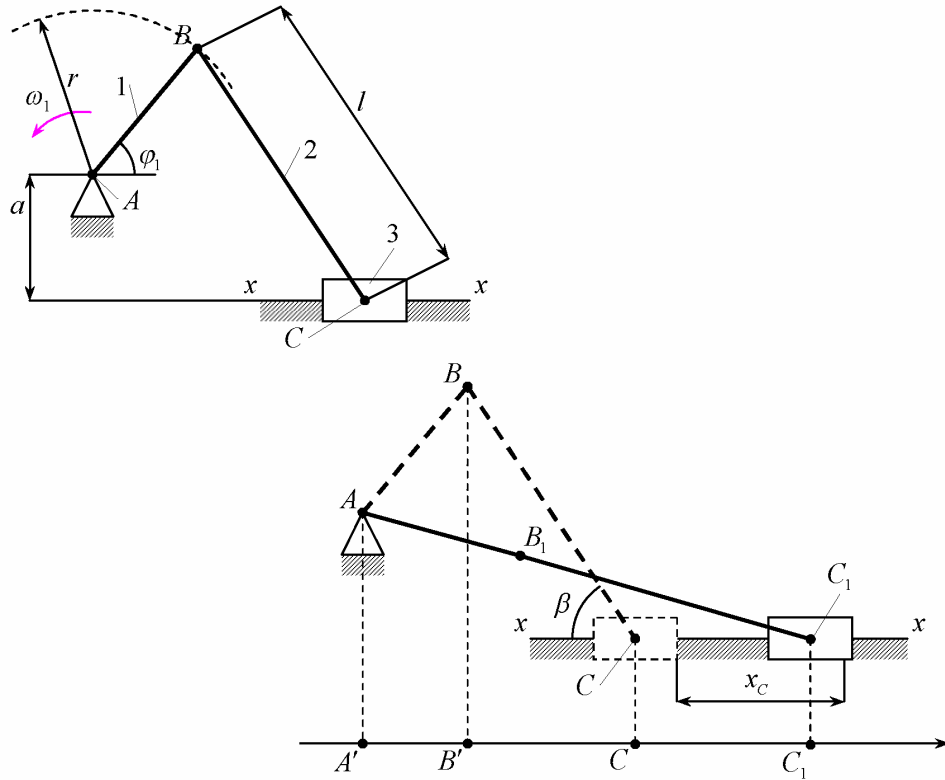
Если величина a равна нулю, то получится нормальный кривошипно-ползунный механизм.

Кривошипно-ползунные механизмы предназначены для преобразования вращательного движения кривошипа в поступательное движение ползуна (насосы, компрессоры, меха-

Величина a называется смещением дизоксиальности. Если в дизоксиальном кривошипно-ползунном механизме сделать смещение дизоксиальности равным нулю, то получится нормальный кривошипно-ползунный механизм.

низмы шаговой подачи), или для преобразования возвратно-поступательного движения ползуна во вращательное движение коромысла (двигатели внутреннего сгорания).

Аналитическое исследование механизма с ведущим кривошипом.



Дано: ω_1 , $\varphi_1 = \omega_1 t$, r , l .

Скорость точки A равна нулю.

Модуль скорости точки B можно найти по формуле: $v_B = \omega_1 r$, а линия действия вектора скорости точки B перпендикулярна звену AB .

$$x_c = A'C_1 - A'C;$$

$$A'C_1 = \sqrt{(r+l)^2 - a^2};$$

$$A'C = A'B' + B'C = r \cos(\varphi_1) + l \cos(\beta);$$

$$x_c = \sqrt{(r+l)^2 - a^2} - r \cos(\varphi_1) - l \cos(\beta);$$

$$BB' = r \sin(\varphi_1) + a = l \sin(\beta);$$

$$\sin(\beta) = \frac{r \sin(\varphi_1) + a}{l};$$

$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} = \sqrt{1 - \left(\frac{r \sin(\varphi_1) + a}{l}\right)^2};$$

$$x_c = \sqrt{(r+l)^2 - a^2} - r \cos(\varphi_1) - l \sqrt{1 - \left(\frac{r \sin(\varphi_1) + a}{l}\right)^2}.$$

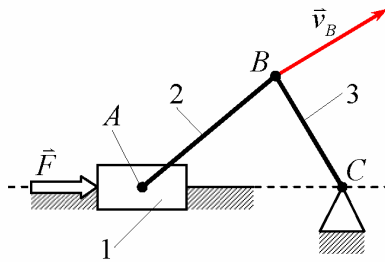
Получили формулу: $x_c = \sqrt{(r+l)^2 - a^2} - r \cos(\varphi_1) - l \sqrt{1 - \left(\frac{r \sin(\varphi_1) + a}{l}\right)^2}$, скорость точки

C можно получить с помощью формулы $v_c = \frac{dx_c}{dt}$, а ускорение точки C можно получить

с помощью формулы $a_c = \frac{dv_c}{dt} = \frac{d^2 x_c}{dt^2}$.

Понятия о мёртвых положениях в кривошипно-ползунных механизмах и способы их прохождения.

Рассмотрим случай, когда ведущим звеном является ползун. В этом случае происходит преобразование поступательного движения ползуна во вращательное движение ползуна.



В таких механизмах, в момент, когда кривошип и шатун находятся на одной прямой, то вывести механизм из состояния неподвижности ползун не может.

Работу точки A можно найти по формуле: $dA_A = FdS \cos(\vec{F}; \vec{v}_B)$.

На схеме 1 угол между силой \vec{F} и вектором скоростью точки B составляет 90 градусов, следовательно $dA_A = 0$, то есть как бы не была велика сила \vec{F} вывести механизм из этого положения она не может.

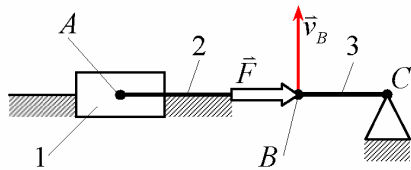


Схема 1

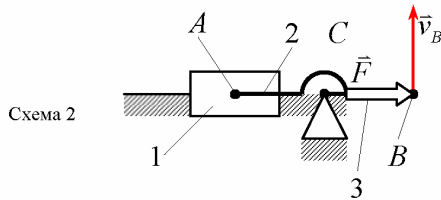


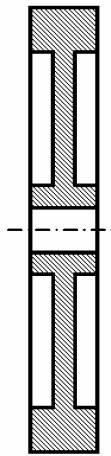
Схема 2

Положения механизма, представленные на схемах 1 и 2 из-за невозможности движения под действием силы F принято называть мёртвым положением.

Существует два способа прохождения мёртвых положений: динамический и кинематический.

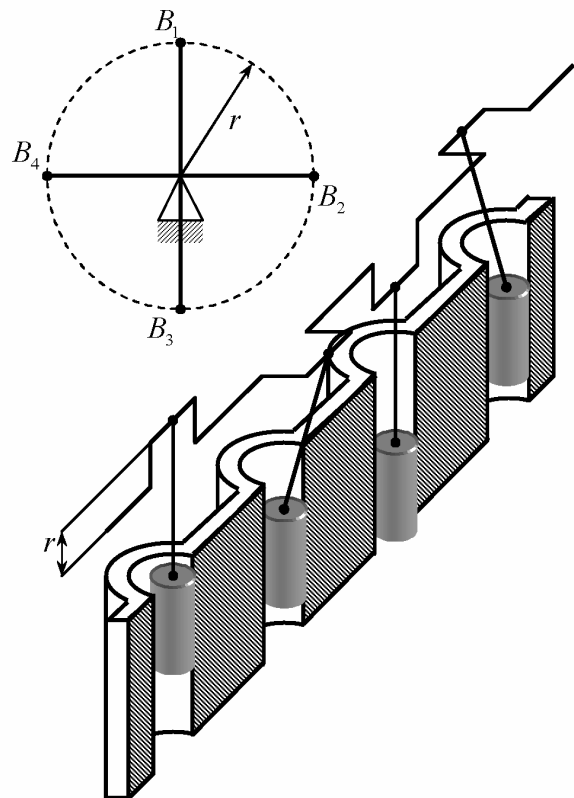
При динамическом методе на вал кривошипа одевается маховик.

Маховик – колесо со значительной массой, девяносто процентов которой сосредоточено в ободе этого колеса.



Таким образом, маховик является аккумулятором энергии, получаемой от механизма, когда положение звеньев представляет наилучшее для работы состояние. Поскольку масса маховика значительна, то при прохождении мёртвого положения кинетическая энергия маховика проворачивает кривошип. Далее действует сила ползуна.

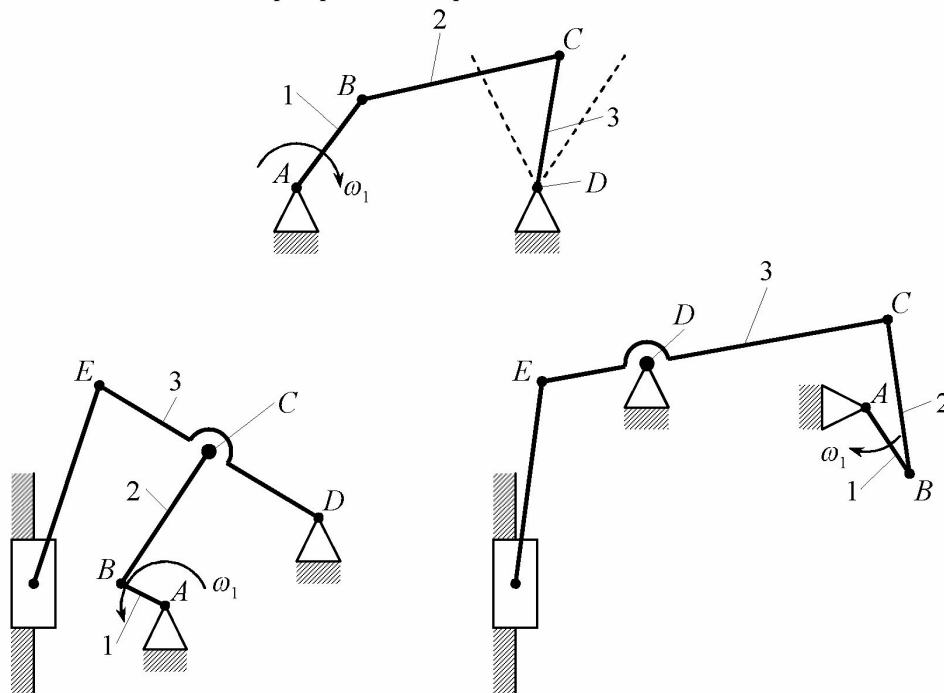
Кинематический способ используется в тех случаях, когда большие массы маховиков недопустимы. Этот способ заключается в том, что кривошипы нескольких одинаковых механизмов жёстко связаны между собой образуя коленчатый вал. У этих кривошипов общая ось вращения, но расположены они под углом друг к другу, чтобы при мёртвом положении одного механизма, другой имел более благоприятное положение, и проворачивал коленчатый вал остальных меха-



низмов. В этом случае также могут быть использованы маховики, но они будут иметь очень незначительную массу.

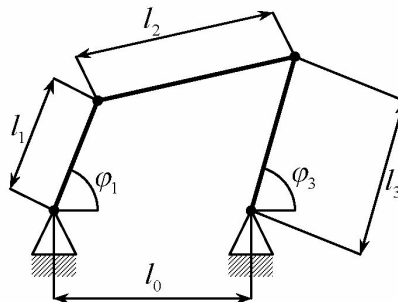
На приведённой схеме первый и третий механизмы находятся в мёртвых положениях, а второй и четвёртый механизмы находятся в наилучших положениях.

Шарнирный четырёхзвенный механизм.



При вращении кривошипа рабочим ведомым звеном является чаще всего коромысло CD . Чтобы найти зависимость угла поворота ведомого звена от ведущего аналитическим способом пользуются следующей формулой:

$$\varphi_3 = \arccos \left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - l_0^2 - l_1^2 + 2l_0l_1 \cos(\varphi_1)}{2l_3 \sqrt{l_0^2 + l_1^2 - 2l_0l_1 \cos(\varphi_1)}} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{-l_1 \sin(\varphi_1)}{l_1 \cos(\varphi_1) + l_0} \right).$$

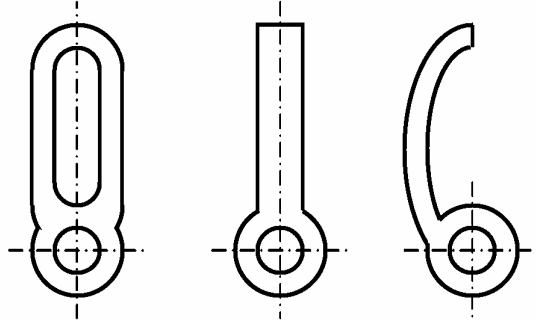


Кривошипно-кулисные механизмы.

Основным элементом кривошипно-кулисных механизмов является кулиса.

Кулиса – подвижная направляющая ползуна.

Кулисы бывают прямолинейные и изогнутые. Конструктивно они бывают выполнены в виде стержней или рамных направляющих.



Рамная кулиса

Прямолинейная кулиса

Изогнутая кулиса

По принципу действия кривошипно-кулисные механизмы бывают следующих видов: механизмы с возвратно-поступательным вращением кулисы, механизмы с вращательным движением кулисы.

Рассмотрим механизм с поступательным вращением кулисы.

1 – кривошип.

2 – ползун (камень).

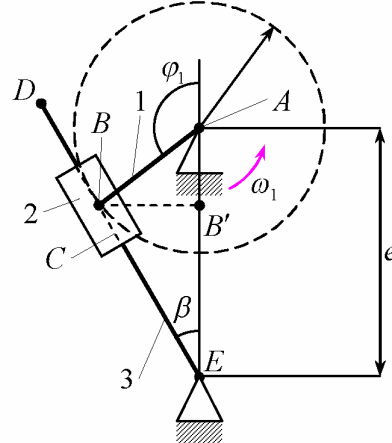
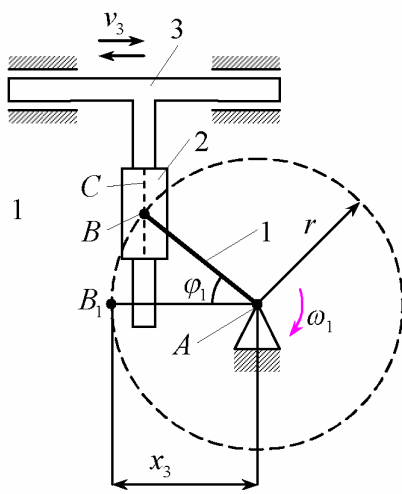
3 – кулиса.

$$x_3 = r - r \cos(\varphi_1) = r(1 - \cos(\varphi_1));$$

$$v_3 = r\omega_1 \sin(\varphi_1); \quad a_3 = r\omega_1^2 \cos(\varphi_1).$$

Назначением таково механизма является преобразование вращательного движения кривошипа в возвратно-поступательное движение кулисы.

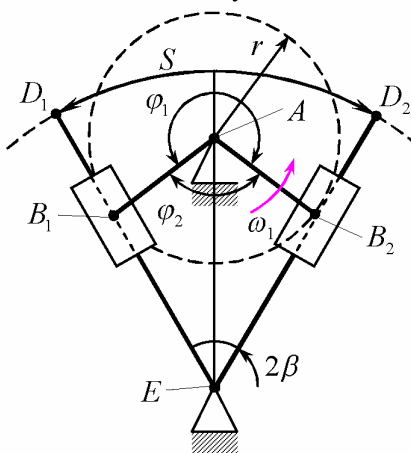
Кулисный механизм с вращающейся головкой.



1 – кривошип.

2 – ползун.

3 – качающаяся кулиса.



Этот механизм предназначен для преобразования вращающегося движения кривошипа в колебательное или вращательное движение кулисы.

Зададим $\omega_1 = const$.

φ_1 - угол поворота кривошипа при переходе кулисы из крайнего правого в крайнее левое положение.

φ_2 - угол поворота кривошипа при переходе кулисы из крайнего левого в крайнее правое положение.

Очевидно, что угол φ_1 больше угла φ_2 . Так как $\omega_1 = const$, то $\varphi_1 = \omega_1 t_1$, а $\varphi_2 = \omega_1 t_2$;

$\omega_1 = \frac{\varphi_1}{t_1} = \frac{\varphi_2}{t_2}$ или $\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{t_1}{t_2}$. Так как $\varphi_1 > \varphi_2$, то $t_1 > t_2$. Это означает, что прохождения кулисы влево и вправо различны, то есть влево кулиса движется медленнее, чем вправо.

Средняя скорость точки D : $v_{cpD} = \omega_{кул} l_{DE}$; $v_{cpD}^{\leftarrow} < v_{cpD}^{\rightarrow}$.

Путь $S = l_{D_1 D_2}$.

$$v_{cpD}^{\leftarrow} = \frac{S}{t_1}; \quad v_{cpD}^{\rightarrow} = \frac{S}{t_2}.$$

Найдём зависимость угла поворота кулисы от угла поворота кривошипа:

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{BB'}{EB'} = \frac{r \sin(\varphi_1)}{e + r \cos(\varphi_1)}; \quad \beta = \arccos\left(\frac{r \sin(\varphi_1)}{e + r \cos(\varphi_1)}\right).$$

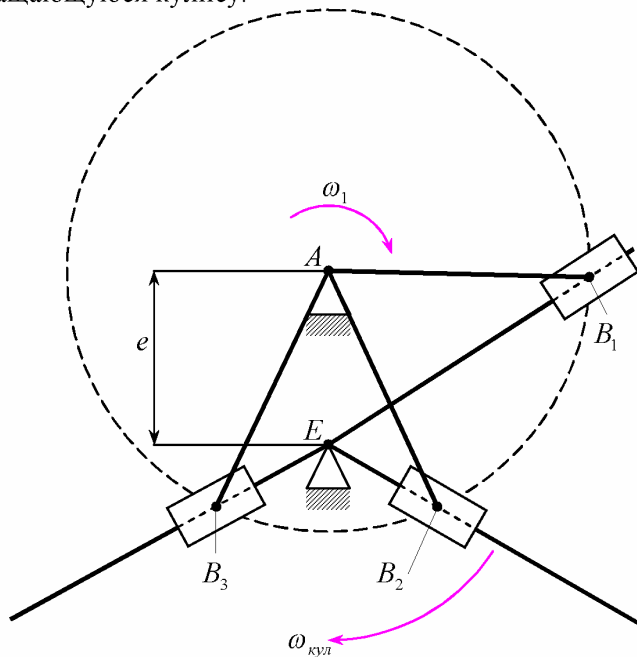
$$\varepsilon_3 = \frac{d^2 \beta}{dt^2};$$

$$v_D = \omega_3 l_{ED};$$

$$a_D = \sqrt{(a_D^n)^2 + (a_D^\tau)^2}; \quad a_D^n = \frac{v_D^2}{l_{ED}} = \omega_3^2 l_{ED}; \quad a_D^\tau = \frac{dv_D}{dt} = l_{ED} \varepsilon_3; \quad a_D = l_{ED} \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}.$$

Выше были рассмотрены механизмы, у которых радиус кривошипа r был меньше чем межцентровое расстояние e . В этих механизмах кулиса совершала колебательные движения.

Рассмотрим вариант, когда радиус кривошипа будет больше межцентрового расстояния e . В этом случае центр вращения кулисы – точка E будет находиться внутри кривошипной окружности, очерчиваемой шарниром B кривошипа. Такие механизмы имеют вращающуюся кулису.



Так как радиус l_{EB_1} величина переменная, то угловая скорость кулисы $\omega_{кул}$ тоже будет величиной переменной. Верхнюю часть окружности кулиса проходит медленнее, чем нижнюю часть.

Кинестатический расчёт механизмов.

Силовой расчёт механизмов.

Кинестатический расчёт механизма является обязательным этапом, предшествующим конструированию узлов механизма. При кинестатическом расчёте механизма должны быть известны все внешние нагрузки, действующие в интересующих нас точках.

Так как звенья механизма находятся в движении, и имеют свои массы, то, особенно в быстродействующих механизмах рычажного типа, обязательно имеет место неравномерность движения звеньев. Это означает, что ускорения этих звеньев не равны нулю, что приводит к возникновению дополнительных сил динамического характера в виде сил инерции P_u и моментов инерции M_u . Силы инерции находятся по формуле: $P_u = -ma_s$, а моменты инерции определяются с помощью формулы $M_u = -I_s \varepsilon$. В этих выражениях ускорения a_s и ε могут иметь любые значения, а это означает, что их обязательно надо учитывать, как и внешние нагрузки, которые нам заданы.

В задачу кинестатического расчёта входит определение усилий во всех кинематических парах.

Рассмотрим определение сил и моментов в различных случаях.

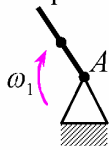


Схема 1

Схема 1.

$$\begin{aligned}\omega_1 &\neq const; \\ \varepsilon &\neq 0; M_u \neq 0; \\ a_s &\neq 0; P_u \neq 0.\end{aligned}$$

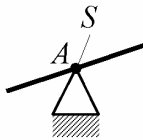


Схема 2

$$\begin{aligned}\omega_1 &= const; \\ \varepsilon &= 0; M_u = 0; \\ a_s &\neq 0; P_u \neq 0.\end{aligned}$$

Схема 2.

$$\begin{aligned}\omega_1 &\neq const; \\ \varepsilon &\neq 0; M_u \neq 0; \\ a_s &= 0; P_u = 0.\end{aligned}$$

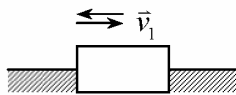


Схема 3

$$\begin{aligned}\omega_1 &= const; \\ \varepsilon &= 0; M_u = 0; \\ a_s &= 0; P_u = 0.\end{aligned}$$

Схема 3.

$$\begin{aligned}v_1 &\neq const; \\ \varepsilon &= 0; M_u = 0; \\ a_s &\neq 0; P_u \neq 0. \\ v_1 &= const; \\ \varepsilon &= 0; M_u = 0; \\ a_s &= 0; P_u = 0.\end{aligned}$$

Этапы кинестатического расчёта.

Различают два этапа кинестатического расчёта:

1. Расчёт механизма без учёта потерь на трение в кинематических парах.
2. После конкретного конструирования узлов производится дополнительный расчёт потерь мощности в кинематических парах на преодоление трения.

Итогом кинетостатического расчёта является определение движущей силы на ведущем звене, которая даёт возможность определить крутящий момент по формуле $M_{кр} = T_{ур} I$ и мощность, по формуле: $N_{расч2} = P v_1$.

Полная мощность определяется по формуле: $N_{дв} = N_{расч} + N_{пот}$. По значению полной мощности выбирается мощность двигателя.

Порядок проведения кинетостатического расчёта:

1. Определение степени подвижности механизма.
2. Для каждого отдельного положения механизма внутри цикла его работы строятся планы скоростей и планы ускорений. С помощью планов ускорений определяются ускорения центров масс.
3. Механизм раскладывается на структурные группы Ассура.
4. Производится кинетостатический расчёт отдельных структурных групп начиная с последней, постепенно приближаясь к ведущему звену.
5. Кинетостатический расчёт ведущего звена.
6. Определение крутящего момента или движущей силы на ведущем звене.
7. Определение мощности двигателя.
8. Пункты 4-7 повторяются для множества положений механизма за полный цикл его работы.
9. Выбираются наибольшие значения мощности и усилий, действующие в кинематических парах.
10. На основании полученных данных составляется задание на проектирование.

Передачи.

Передачи – механизмы колёсного типа.

Назначение передач – преобразование и передача вращательного движения.

По характеру передачи движения передачи бывают следующих видов:

1. Передача движения за счёт сил трения:
 - a. Фрикционные передачи.
 - b. Ременные передачи.
2. Передача движения за счёт зацепления:
 - a. Зубчатые передачи.
 - b. Цепные передачи.
 - c. Передачи перфорированной лентой.

Конструктивно передачи делятся на следующие типы:

1. Передачи с непосредственным контактом:
 - a. Некоторые фрикционные передачи.
 - b. Зубчатые передачи.
2. Передачи с промежуточным звеном:
 - a. Некоторые фрикционные передачи.
 - b. Некоторые разновидности вариаторов.
 - c. Ременные передачи.
 - d. Цепные передачи.
 - e. Передачи перфорированной лентой.

Основной кинематической характеристикой всех передач является передаточное отношение.

Понятие о передаточном отношении и передаточном числе.

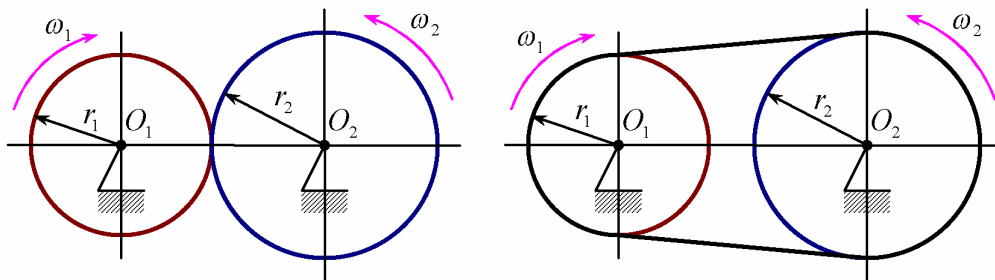
Передаточное отношение U_{1-2} – отношение угловых скоростей ведущего и ведомого

звена, то есть $U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$.

Ведущее звено – звено, которое приносит энергию в передачу (ведущий вал, ведущее колесо).

Ведомое звено – вал или колесо, воспринимающее усилие от ведущего звена.

Степень передачи – два колеса сопряжены работающих между собой с непосредственным сопряжением или с промежуточным звеном.



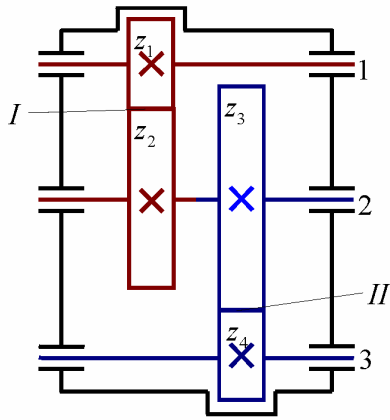
Различают две разновидности передачи по передаточному отношению:

1. Редуцирование $U_{1-2} > 1$, при $\omega_1 > \omega_2$. Назначение такой передачи – уменьшить число оборотов на ведомом звене по сравнению с ведущим.
2. Мультипликаторы $U_{1-2} < 1$, при $\omega_1 < \omega_2$. Назначение такой передачи – увеличить число оборотов на ведомом звене, по сравнению с ведущим.

Передача, играющая роль редуктора или мультипликатора выявляется только в общей схеме привода.

Рассмотрим двухступенчатый зубчатый механизм.

z_i – число зубьев на i -том зубчатом колесе.



I – редуктор.

II – мультипликатор.

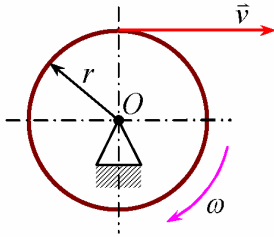
Передаточное число i_{1-2} - отношение числа оборотов быстроходного вала к числу оборотов тихоходного вала, то есть $i_{1-2} = \frac{\omega_{\text{быстроход}}}{\omega_{\text{тихоход}}} = \frac{n_{\text{быстроход}}}{n_{\text{тихоход}}}$.

$$i_{1-2} = \frac{\omega_{\text{быстроход}}}{\omega_{\text{тихоход}}} = \frac{n_{\text{быстроход}}}{n_{\text{тихоход}}}$$

В редукторах $i_{1-2} = U_{1-2}$.

В мультипликаторах: $i_{1-2} = \frac{1}{U_{1-2}}$.

Понятие о «ЗОЛОТОМ» правиле в механике.



$$v = \omega r ;$$

$$N = Fv = \frac{M_{кр}}{r} v = M_{кр} \omega ;$$

$$N_1 = M_{кр1} \omega_1 ;$$

$$N_2 = M_{кр2} \omega_2 ;$$

$N_1 > N_2$, так как происходят потери при передаче.

Коэффициент полезного действия передачи η – отношение мощности ведомого вала к мощности ведущего вала, то есть $\eta_{1-2} = \frac{N_2}{N_1}$.

$$\eta_{1-2} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$N_2 = N_1 \eta_{1-2} ;$$

$$M_{кр2} \omega_2 = M_{кр1} \omega_1 \eta_{1-2} ;$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_{кр2}}{M_{кр1} \eta_{1-2}} ;$$

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_{кр2}}{M_{кр1} \eta_{1-2}} .$$

Отношение угловых скоростей и крутящих моментов называют «ЗОЛОТЫМ» правилом механики.

«Золотое» правило механики: если не учитывать коэффициент полезного действия, то отношение угловых скоростей обратно пропорционально отношению крутящих моментов.

$$M_{кр2} = M_{кр1} \eta_{1-2} U_{1-2} .$$

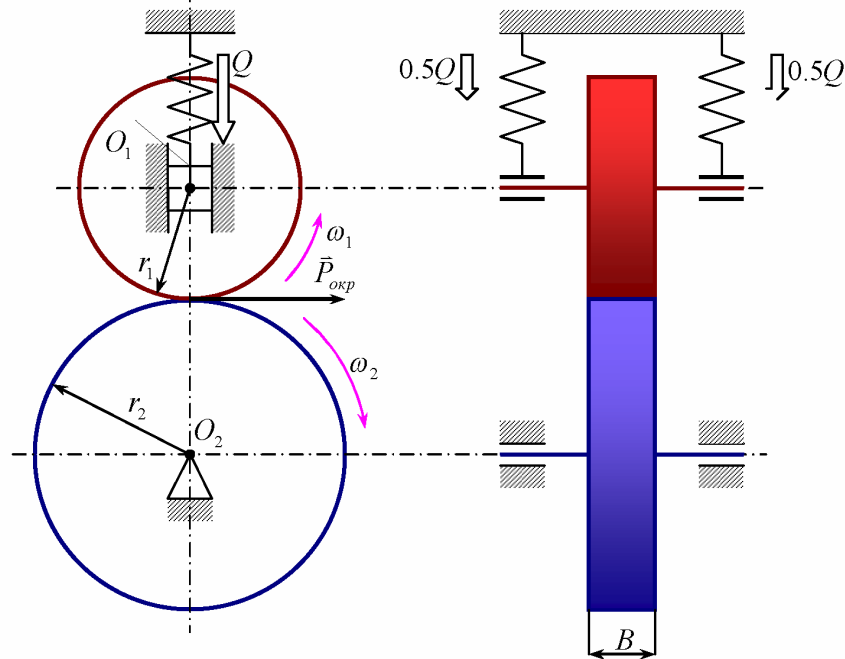
Фрикционные передачи.

Достоинства фрикционных передач:

1. Простота изготовления самих катков.
2. Возможность проскальзывания при перегрузках, что позволяет сохранить от поломок другие узлы машины связанные в кинематические цепи.
3. Возможность безступенчато менять передаточное отношение в передаче в пределах определённого диапазона регулирования (вариаторы).

Недостатки фрикционных передач:

1. Возможность проскальзывания, что не позволяет иметь стабильное передаточное отношение.
2. Громоздкость опор валов по сравнению с передачами зацепления.



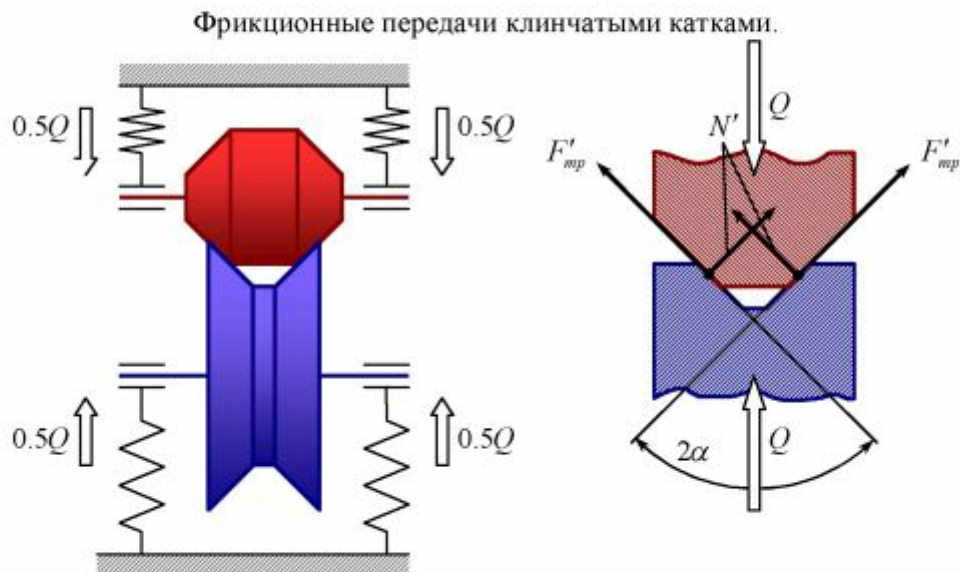
Данная передача имеет название фрикционная передача с гладкими цилиндрическими катками. Кроме этой простой передачи бывают передачи клинчатыми цилиндрическими катками. Для передач с пересекающимися в пространстве осями применяются фрикционные передачи с коническими катками. Во всех перечисленных передачах передаточное отношение постоянно. Кроме того, существуют передачи с переменным передаточным отношением – вариаторы, у которых передаточное отношение U_{1-2} меняется в пределах диапазона регулирования « D ».

Чтобы передать крутящий момент, нужно создать на границе силу трения, которая должна быть больше окружного усилия, то есть $F_{тр} > P_{окр}$.

Для надёжности передачи окружного усилия вводится коэффициент надёжности c , который для машинных передач равен 1.2-1.5, а для приборных передач – 2-5. С учётом этого $Qf_{тр} = P_{окр}c$. Нужно выполнить передачу окружного усилия $P_{окр}$. Задав коэффициентами надёжности и трения можно определить требуемое усилие: $Q = P_{окр} \frac{c}{f_{тр}}$.

Рассмотрим случай сухого трения, при котором $f_{тр} = 0.15$, а коэффициент надёжности $c = 1.5$, тогда $Q = P \frac{1.5}{0.15} = 10P$.

Ширина катков B определяется в зависимости от допускаемого удельного давления p на единицу длины линии контакта, соответствующая сопряжённым материалам. Таким образом: $B = \frac{Q}{[p]}$.



Так как передача находится в равновесии, то сумма всех сил, действующих на ось $z-z$ равна нулю, то есть $\sum \vec{P} = 0$, или $\sum \vec{P} = Q - F_{mp} \cos(\alpha) - N \sin(\alpha) = 0$, где $F_{mp} = 2F'_{mp}$; $N = 2N'$; $Q = F_{mp} \cos(\alpha) + N \sin(\alpha)$.

$$F_{mp} = Nf;$$

$$Q = N(f \cos(\alpha) + \sin(\alpha));$$

$$N = \frac{Q}{f \cos(\alpha) + \sin(\alpha)}.$$

Сила трения по окружности: $F_{mp.окр} = Nf = \frac{Qf}{f \cos(\alpha) + \sin(\alpha)} = Qf'$, в которой

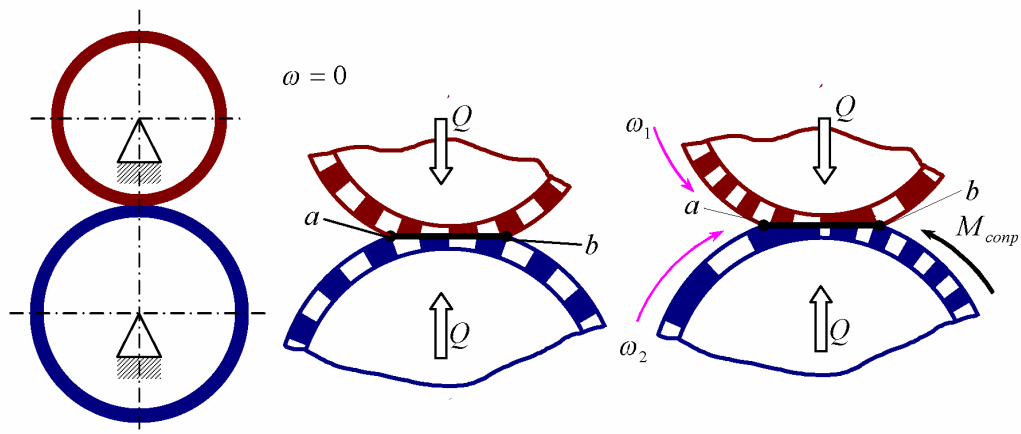
$f' = \frac{f}{f \cos(\alpha) + \sin(\alpha)}$ - приведённый коэффициент трения. Анализируя приведённый коэффициент трения f' , видно, что чем меньше угол α , тем больше будет приведённый коэффициент трения f' .

В передаче гладкими цилиндрами угол α равен девяносто градусам, поэтому коэффициент трения будет равен приведённому коэффициенту трения, то есть: $f = f'$. Так как в фрикционных передачах клинчатыми катками приведённый коэффициент трения больше коэффициента трения, то есть $f' > f$, то сила $F_{mp.окр} > F_{mp.зад}$.

Во всех фрикционных передачах имеет место упругое скольжение, то есть затрачивается некоторая энергия, переходящая в тепло за счёт относительного скольжения деформируемых сопряжённых поверхностей.

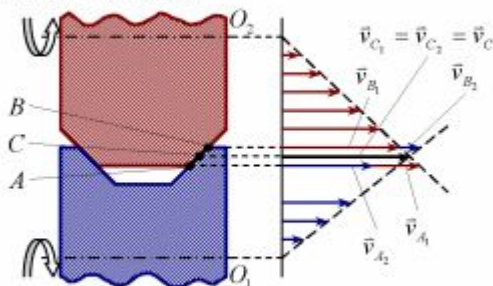
«Встреча» растянутых и сжатых участков на линии контакта $a-b$ во время работы передачи приводит к встрече противоположно деформированных участков, то есть от точки a до точки b на линии контакта неизбежно относительное скольжение поверхностей, что приводит к их нагреву и износу. Это имеет место во всех фрикционных передачах. Чем твёрже сопряжённые поверхности, тем меньше линия контакта $a-b$.

Кроме того, в некоторых фрикционных передачах происходит геометрическое скольжение, например в передаче с клинчатыми катками.



Понятие о геометрическом скольжении.

Примером геометрического скольжения могут служить фрикционные передачи с клинчатыми катками.

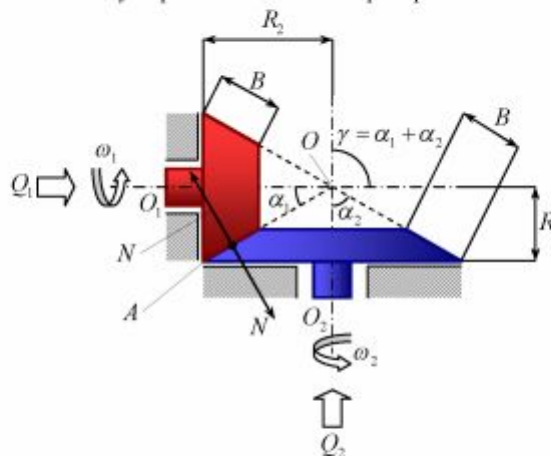


Допустим, что на линии контакта AB есть некоторая точка C , на которой скорости обоих колёс одинаковы, то есть $v_{C_1} = v_{C_2} = v_C$. На самой линии контакта AB , на всём её протяжении, кроме точки C , линейные скорости колёс различны, то есть $v_{B_1} > v_{B_2}$ и $v_{A_2} > v_{A_1}$. Таким образом, везде происходит относительное скольжение, что приводит к нагреву и износу сопряжённых конусных поверхностей, что, в свою очередь, понижает коэффициент полезного действия передачи. Чтобы избежать этого не следует делать общую образующую AB больших размеров. Необходимо уметь находить оптимальный размер образующей AB .

Явление, где на сопряжённых поверхностях векторы линейных скоростей в одних и тех же точках различны, что связано с геометрией формы, принято называть геометрическим скольжением. Его следует избегать, однако это не всегда удаётся.

Фрикционные передачи с коническими катками.

Назначением фрикционных передач с коническими катками является преобразование вращательного движения между пересекающимися в пространстве осями.



γ - угол между осями вращения.

$$\text{Передаточное отношение: } U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Допустим, что в некоторой точке A выполняется условие: $v_{A_1} = v_{A_2}$, где $v_{A_1} = \omega_1 R_1$, $v_{A_2} = \omega_2 R_2$. Тогда $\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$ или $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = U_{1-2}$.

Рассмотрим два треугольника $\triangle OO_1A$ и $\triangle OO_2A$:

$$\frac{R_1}{OA} = \sin(\alpha_1); \quad \frac{R_2}{OA} = \sin(\alpha_2);$$

$$R_1 = OA \sin(\alpha_1); R_2 = \sin(\alpha_2);$$

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)}.$$

Как следует из последнего выражения, передаточное отношение в передаче с коническими катками выражается через тригонометрические функции, то есть выбранное нами положение точки A на общей образующей OA безразлично, то есть на всём протяжении образующей OA в точках контакта линейные скорости одинаковы, то есть происходит чистое обкатывание без скольжения.

Это справедливо только для случая, когда общая образующая проходит через точку пересечения осей вращения катков. Если это условие нарушается, то появляется геометрическое скольжение.

Зубчатые передачи.

Зубчатые передачи – передачи, в которых усилия между колёсами передаются за счёт зацепления.

С их помощью осуществляется передача и преобразование вращательного движения между параллельными осями (цилиндрические колёса), пересекающимися осями (конические зубчатые колёса), скрещивающимися осями (цилиндрические винтовые колёса, конические колёса, гипоидная передача). Кроме того, с помощью зубчатых передач можно преобразовывать поступательное движение зубчатой рейки во вращательное движение зубчатого колеса и наоборот.

Достоинства зубчатых передач:

1. Постоянство передаточного отношения или изменение передаточного отношения по какой-либо жёсткой функции.
2. С помощью зубчатых передач передаются самые большие мощности.

Недостатки зубчатых передач:

1. Сложность изготовления.

Различают зубчатые передачи с постоянным положением осей в пространстве и передачи с бегающими в пространстве осями (планетарные и дифференциальные передачи).

Геометрические параметры цилиндрических зубчатых колёс.

Ступень зубчатой передачи – два зубчатых колеса, сопряжено работающих между собой.

Начальные окружности – две окружности, которые обкатываются друг об друга без скольжения.

Начальная окружность определена только тогда, когда колёса находятся в зацеплении.

Делительная окружность – окружность, на которой толщина зуба и ширина впадины одинаковы.

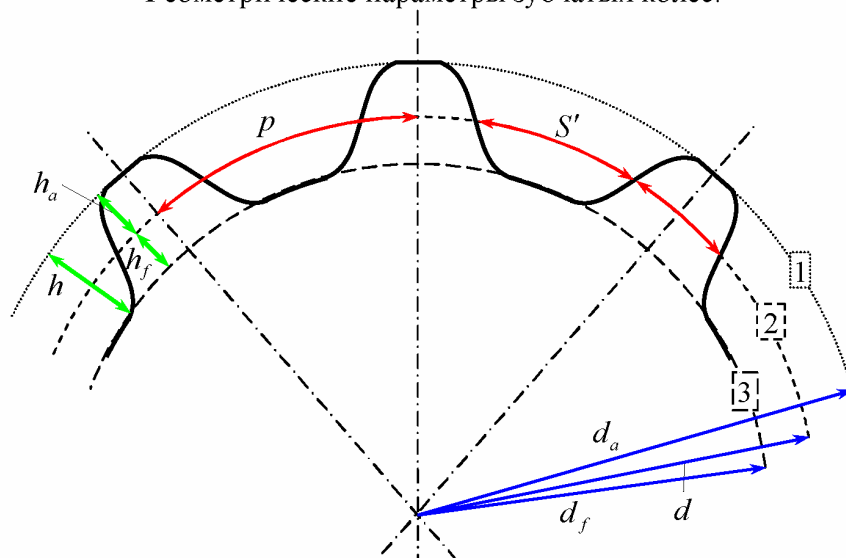
На делительной окружности модуль зацепления m есть величина стандартная.

Если передача образована нормальными, не скорректированными колёсами, то начальная и делительная окружности совпадают.

Основными кинематическими параметрами зубчатых передач являются: число зубьев z и шаг зацепления p - расстояние между одноимёнными точками двух соседних зубьев, измеренное по дуге делительной окружности.

Делительная окружность делит зуб на две части: на головку зуба и ножку зуба. Головка зуба h_a находится между наружным диаметром колеса и делительной окружностью. Ножка зуба h_f находится между делительной окружностью и окружностью впадин.

Геометрические параметры зубчатых колёс.



Кинематическими характеристиками всякого колеса являются число зубьев z и шаг зацепления p .

1 – наружная окружность d_a .

2 – делительная окружность d .

3 – окружность впадин d_f .

Если дано число зубьев и длина шага, то длину делительной окружности можно найти по формуле: $L = zp$, тогда диаметр делительной окружности определяется с помощью выражения $d = z \frac{p}{\pi}$, где $\frac{p}{\pi} = m$ - модуль зацепления, то есть $d = zm$.

Через модуль зацепления m выражаются все геометрические параметры зубчатого колеса и межосевые расстояния передач. Модуль зацепления является гостированной величиной, поскольку профильный инструмент для изготовления зубчатых колёс и измерительные инструменты дорогостоящи.

Делительная окружность делит зуб на две части: $h_a = 1m$; $h_f = 1.25m$; $h = 2.25m$.

Определяем диаметры колёс:

$$d_a = d + 2h_a = zm + 2m = m(z + 2);$$

$$d_f = d - 2h_f = zm - 2 \cdot 1.25m = m(z - 2.5).$$

S - толщина зуба.

S' - ширина впадины.

Теоретически толщина зуба должна быть равна ширине впадины, но, чтобы не было защемления при зацеплении, на практике ширина впадины делается больше, чем толщина зуба в пределах допуска на боковой зазор.

Межосевое расстояние в передачах принято обозначать a : $a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$.

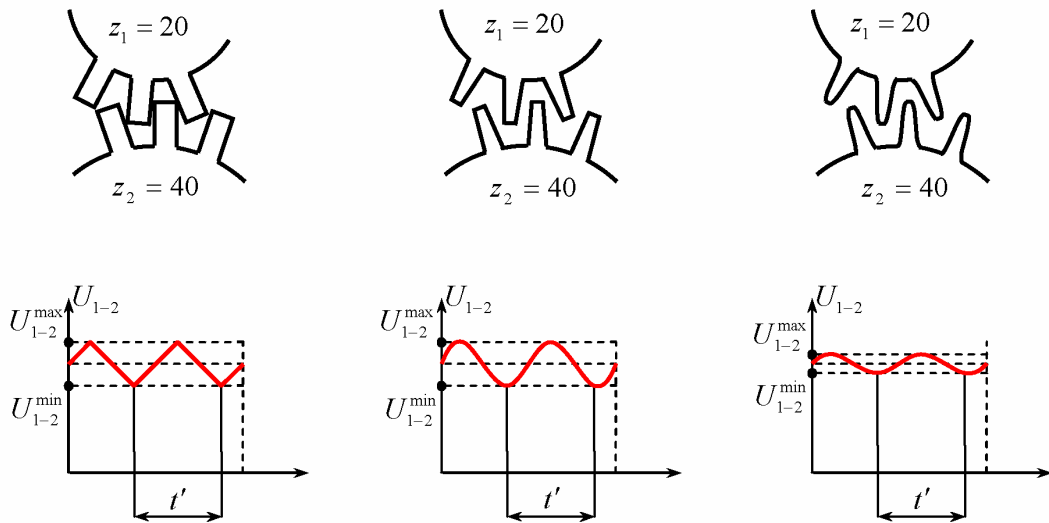
Основная теорема зацепления.

Теорема Виллиса.

$$z_1 = 20; z_2 = 40.$$

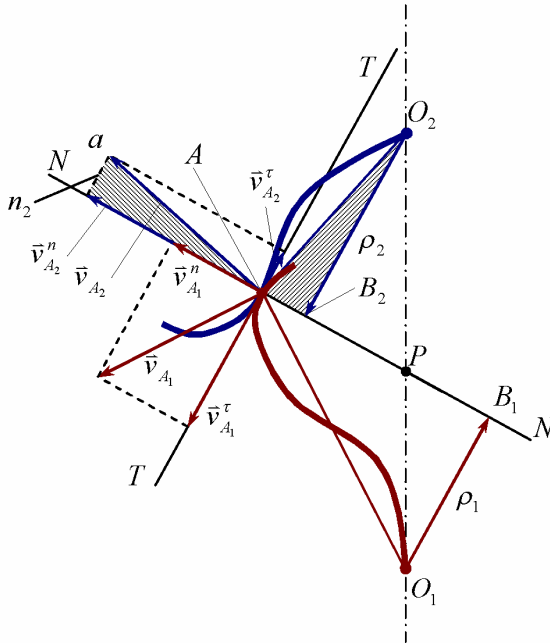
$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{20} = 2$$

t' - время полного контакта двух сопряжённо работающих зубьев, от встречи до расставания. Внутри этого промежутка заметно, что передаточное отношение U_{1-2} будет переменным. Если зубчатая передача быстроходна, то такие передачи непригодны.



Теорема Виллиса.

Какой кривой необходимо очертить профили зубьев, чтобы мгновенное передаточное отношение было постоянным?



Известны угловые скорости ω_1 и ω_2 .

$$v_{A_1} = \omega_1 \cdot O_1A; \quad \vec{v}_{A_1} \perp O_1A.$$

$$v_{A_2} = \omega_2 \cdot O_2A; \quad \vec{v}_{A_2} \perp O_2A.$$

$$v_{A_1} \neq v_{A_2}.$$

Через точку A проведём общую касательную TT к сопряжённым профилям. Разложим вектора скоростей на нормальные и тангенциальные составляющие, и сравним нормальные составляющие скоростей. Возможны следующие варианты:

1. $\vec{v}_1^n > \vec{v}_2^n$ - первый профиль «внедрится» во второй, что приведёт к их разрушению.
2. $\vec{v}_1^n = \vec{v}_2^n$ - профили работают в контакте.

Так как $v_{A_1} = v_{A_2}$, а $v_{A_1}^n = v_{A_2}^n$, следо-

вательно, $v_{A_1}^t \neq v_{A_2}^t$, что допустимо и имеет место на практике. В процессе зацепления происходит не чистое обкатывание профилей, а соскальзывание, что приводит к износу зубьев по профилю.

Сравним треугольники ΔO_2B_2A и ΔAn_2a . Эти треугольники подобны, поэтому оче-

видно равенство $\frac{v_{A_2}^n}{v_{A_1}^n} = \frac{O_2B_2}{O_2A}$, следовательно, $v_{A_2}^n = \frac{v_{A_2}^n \cdot O_2B_2}{O_2A} = \omega_2 \cdot O_2B_2 = \omega_2 \rho_2$.

Обозначим $O_2B_2 = \rho_2$, $O_1B_1 = \rho_1$.

Аналогично: $v_{A_2}^n = \omega_1 \rho_1$.

Исходя из того, что $v_{A_2}^n = v_{A_2}^n$, получим: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = U_{1-2} = const$.

Рассмотрим треугольники $\Delta O_1 B_1 P$ и $\Delta O_2 B_2 P$. Они подобны, как прямоугольные со смежными сторонами.

Обозначим: $O_1 P = r_1$; $O_2 P = r_2$.

Тогда: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{r_2}{r_1} = U_{1-2} = const$.

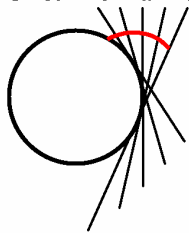
Следовательно, положение точки P на линии центров $O_1 O_2$ в процессе зацепления должно быть неизменным.

Для постоянства передаточного отношения в зубчатой передаче необходимо, чтобы общая нормаль NN к профилям зубьев всегда проходила бы через одну и ту же точку P (полное зацепление) на линии центров $O_1 O_2$, и делила бы линию центров в отношении обратно пропорциональном отношению угловых скоростей.

Следствия:

1. Чтобы в зубчатой передаче иметь постоянным передаточное отношение, необходимо профили зубьев очертить тонкими кривыми, которые отвечали бы требованиям основной теоремы зацепления.
2. Требованиям основной теоремы зацепления соответствует эвольвента, образующая эвольвентное зацепление и сочетание эпициклоиды и гипоциклоиды, образующей циклоидное зацепление.

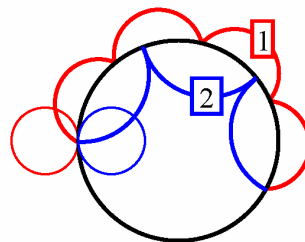
Эвольвента является бесконечной спиралью вне данной окружности.



Эвольвента

Проведём обкатывание вспомогательных окружностей D_1 и D_2 без скольжения по начальной окружности, и получим эпициклоиду и гипоциклоиду.

Ножка зуба оформляется по гипоциклоиде, а головка зуба оформляется по эпициклоиде.



- 1 – эпициклоида
- 2 – гипоциклоида

Понятие о начальной окружности.

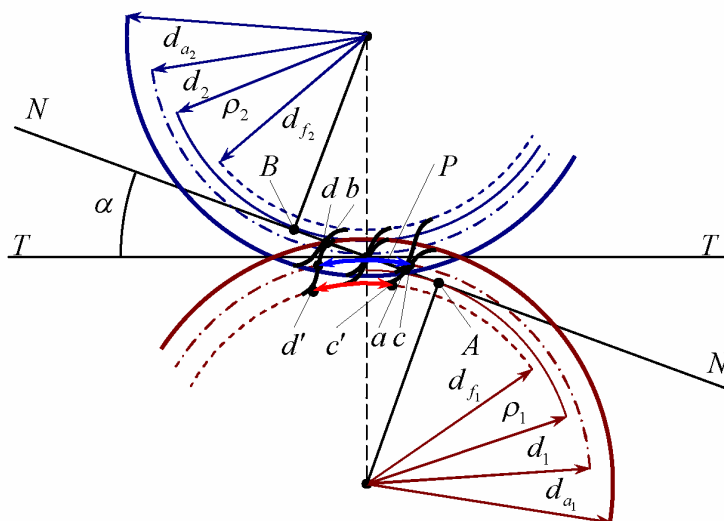
На каждом зубчатом колесе, сопряжено работающем в паре, обязательно есть такие окружности, которые обкатываются одна по другой без скольжения. Такими окружностями являются окружности, сопрягаемые в полюсе зацепления. Эти окружности называются начальными окружностями.

В нашем случае это окружности $r_{w_1} = O_1P$ и $r_{w_2} = O_2P$. Если колёса не корректированы, то начальные окружности совпадают с делительными. Если колёса в передаче корректированы, то $r_{w_1} \neq r_1$ и $r_{w_2} \neq r_2$. При корректировании могут быть исправлены межцентровое расстояние O_1O_2 . Центры O_1 и O_2 могут быть разведены или сближены, в зависимости от требований. В таких колёсах постоянными остаются диаметры делительных окружностей d_1 и d_2 , и появляются диаметры начальных окружностей d_{w_1} и d_{w_2} .

На отдельно взятом колесе отсутствует начальная окружность, она появляется только в процессе сопряжено работающих колёс.

На зубчатом колесе следует различать пять окружностей:

1. Делительная окружность d .
2. Начальная окружность d_w (в сопряжённой передаче).
3. Основная окружность d_0 (окружность от которой строится эвольвента).
4. Окружность выступов d_a .
5. Окружность впадин d_f .



Основные понятия и определения из теории зацепления.

ρ_1 и ρ_2 - радиусы основных окружностей.

NN - общая касательная к основным окружностям.

Изобразим сопряжённые профили у полюса зацепления. Так как линия NN является общей касательной к основным окружностям, то, исходя из геометрии построения эвольвенты, профили зубьев всегда будут касаться только на этой линии.

Линия NN всегда будет перпендикулярна к сопряжённым профилям. Поэтому линии NN принято называть линией зацепления.

Линия зацепления – геометрическое место точек контакта двух сопряжено работающих профилей.

На линии NN различают теоретический и рабочий участки линии зацепления.

Теоретический участок – отрезок между основаниями перпендикуляров, опущенных на линию зацепления NN из центров.

Практический или рабочий участок – участок линии зацепления, ограниченный внешними окружностями колёс.

Если за пределами теоретического участка частично окажется рабочий участок, то нарушится постоянство передаточного соотношения. Чтобы передаточное отношение было постоянным необходимо, чтобы рабочий участок находился в пределах теоретического.

Изобразим профили зубьев в момент встречи и расставания, и отметим на начальной окружности положение профилей при встрече и расставании. Дуга cd на начальной окружности есть путь S в процессе контакта. Дуга $c'd' = S_0$ - дуга зацепления на основной окружности.

Коэффициент перекрытия ε - коэффициент, показывающий количество шагов, укладываемых в дуге зацепления, $\varepsilon = \frac{S}{P}$.

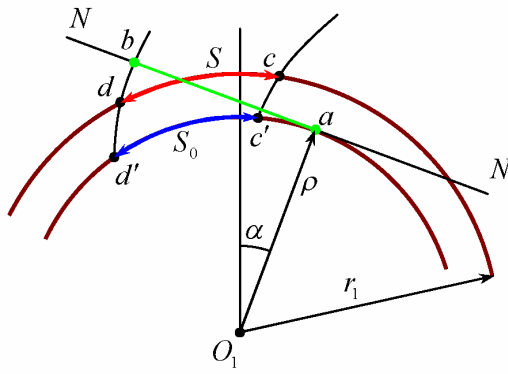
α - угол зацепления. Угол зацепления гостирован, так как положение нормали определяет кривизну профиля.

Коэффициент перекрытия оптимален, если он больше единицы. Чем больше коэффициент перекрытия ε , тем лучше работает передача, то есть улучшается плавность зацепления. Если коэффициент перекрытия меньше единицы, то встречи и расставания зубьев будут сопровождаться ударами.

$$\varepsilon_{\max} = 1.92 \text{ при } \alpha = 20^\circ; \varepsilon_{\max} = 2.54 \text{ при } \alpha = 15^\circ.$$

Численное значение коэффициента перекрытия ε показывает количество пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении. Если $\varepsilon = 1.42$, то в процессе зацепления 42 процента времени в контакте между колёсами находится две пары зубьев, а остальные 58 процентов времени контакт между колёсами осуществляется только одной парой зубьев.

В технике более распространены передачи с углом зацепления $\alpha = 20^\circ$, поскольку габариты передачи в этом случае получаются меньше, чем при угле зацепления $\alpha = 15^\circ$.



S_0 - дуга зацепления на основной окружности.

$ab = c'd'$, так как ab является развёрткой дуги $c'd'$.

Соотношение между длинами дуг и радиусами:

$$\frac{S_0}{S} = \frac{\rho_1}{r} = \cos(\alpha);$$

$$S = \frac{S_0}{\cos(\alpha)};$$

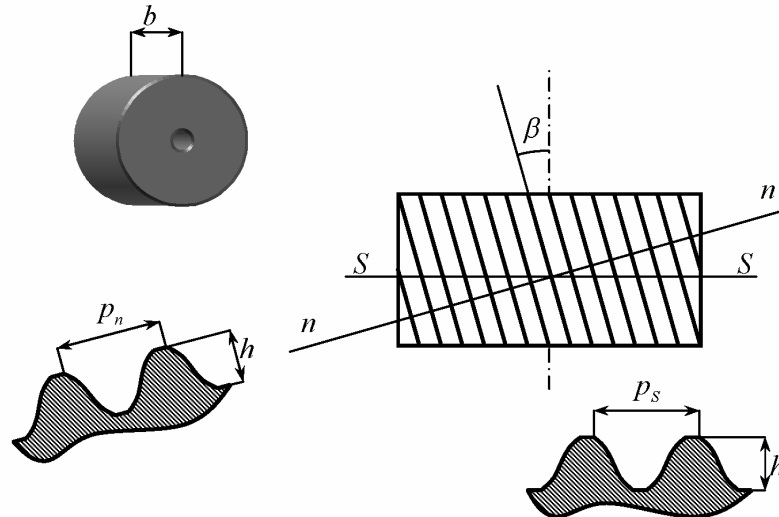
$$\varepsilon = \frac{S}{P} = \frac{S_0}{p \cos(\alpha)} = \frac{ab}{p \cos(\alpha)}.$$

Выше приведённым образом определяется значение коэффициента перекрытия ε . Если коэффициент перекрытия ε больше единицы, то шаг p будет больше, чем дуга зацепления S и передача будет работать с ударами.

Сравним коэффициенты перекрытия косозубой и прямозубой передач: $\varepsilon_{\text{косозубой}} = \varepsilon_{\text{прямозубой}} + \frac{b}{p_s} \operatorname{tg}(\beta)$, где b - ширина венца зубчатого колеса, p_s - шаг зацепления в торцевом сечении колеса.

Косозубая конструкция позволяет довести коэффициент перекрытия до 8-10.

Геометрические параметры косозубых зубчатых колёс.



В косозубом зубчатом колесе различают шаг и модуль зацепления в нормальном по отношению к зубу сечении m и в торцевом сечении SS' - p_n и p_s соответственно. При этом выполняется условие: $\frac{p_n}{p_s} = \cos(\beta)$, или $p_s = \frac{p_n}{\cos(\beta)}$. Так как шаг зацепления пропорционален модулю зацепления, то $m_s = \frac{m_n}{\cos(\beta)}$, то есть $p_s > p_n$, где m_n - стандартная величина.

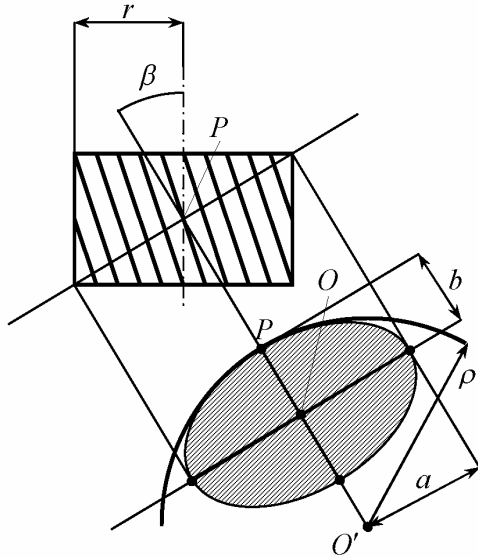
Диаметр окружности выступов: $d_a = d + 2h_a$, где $h_a = m_n$;

$$d_a = \frac{z m_n}{\cos(\beta)} + 2m_n; \quad d_a = m_n \left(\frac{z}{\cos(\beta)} + 2 \right).$$

Диаметр окружности впадин: $d_f = d - 2h_f$, где $h_f = 1.25m_n$;

$$d_f = \frac{zm_n}{\cos(\beta)} - 2 \cdot 1.25m_n; \quad d_f = m_n \left(\frac{z}{\cos(\beta)} - 2.5 \right).$$

При расчётах на прочность зубьев косозубых колёс пользуются формулами для расчёта прямозубых цилиндрических колёс. Это допускается, если представить себе зуб косозубого колеса, как зуб, принадлежащий некоторому цилиндрическому прямозубому колесу. Такое колесо отличается от косозубого числом зубьев. Его принято называть приведённым или эквивалентным. Определим число зубьев эквивалентного прямозубого колеса. Это нужно знать при расчете зуба на изгиб. Коэффициент формы зуба Y берётся в зависимости от числа зубьев.



$$b = r;$$

$$a = \frac{r}{\cos(\beta)};$$

Рассмотрим околополюсное состояние зацепления. Зубья в полученном сечении располагаются, как около начальной окружности некруглого колеса.

Представим себе околополюсное состояние в виде цилиндра, имеющего радиус кривизны, соответствующий точке p на эллипсе:

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2(\beta)}.$$

Диаметр этой окружности, равный 2ρ будет являться диаметром эквивалентного цилиндрического колеса.

Определим число зубьев приведённого колеса z_v :

$$2\rho = z_v m_n;$$

$$z_v = \frac{2\rho}{m_n} = \frac{2r}{m_n \cos^2(\beta)} = \frac{z \cdot m_s}{m_n \cos^2(\beta)} = \frac{z \cdot m_n}{m_n \cos^2(\beta)} = \frac{z}{\cos^2(\beta)}.$$

То есть число зубьев приведенного колеса больше числа зубьев данного косозубого колеса: $z_v > z$.

Зубчатые передачи с коническими зубчатыми колёсами.

Зубчатые передачи с коническими зубчатыми колёсами применяются для передачи и преобразования вращательного движения между пересекающимися (обычные передачи) или скрещивающимися (гипоидные передачи) в пространстве осями.

OP - общая образующая конических поверхностей.

$$v_{P_1} = v_{P_2};$$

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2;$$

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1};$$

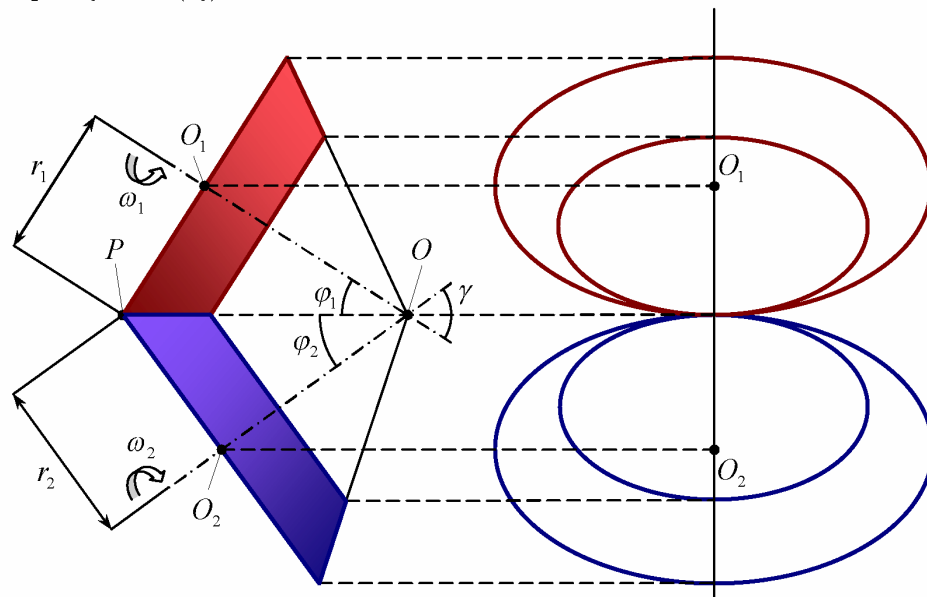
Рассмотрим треугольники ΔOO_1P и ΔOO_2P :

$$\frac{r_1}{OP} = \sin(\varphi_1); \quad \frac{r_2}{OP} = \sin(\varphi_2);$$

$$\gamma = \varphi_1 + \varphi_2;$$

$$r_1 = OP \sin(\varphi_1); r_2 = OP \sin(\varphi_2);$$

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin(\varphi_2)}{\sin(\varphi_1)}.$$



Получили, что передаточное отношение выразилось через тригонометрические функции, то есть положение точки P на образующей безразлично.

OP - мгновенная ось вращения одного конуса относительно другого. Конуса обкатываются один по другому без скольжения, аналогично начальным цилиндрам зубчатых цилиндрических колёс, поэтому они называются начальными конусами.

Для того чтобы воспользоваться формулами, которые используются в цилиндрических прямозубых колёсах для расчёта зубьев на прочность, в конических передачах вводится понятие приведённого цилиндрического прямозубого колеса (эквивалентного колеса). При этом модуль для такого колеса берётся в среднем сечении.

$$\frac{0.5d_{e_1}}{R_e} = \sin(\varphi_1); R_e = \frac{0.5d_{e_1}}{\sin(\varphi_1)} = \frac{0.5d_{e_2}}{\sin(\varphi_2)}.$$

Модуль в среднем сечении обозначим за m_m . Через точку p_m проведём перпендикуляр $O_1'O_2'$ к общей образующей OP до пересечения его с осями вращения. Радиусы r_{V_1} и r_{V_2} являются радиусами приведённых (эквивалентных) прямозубых цилиндрических колёс.

Определим число зубьев приведённых колёс:

$$\frac{d_m}{d_e} = \frac{R_m}{R_e}; d_m = d_e \frac{R_m}{R_e};$$

$$\frac{r_m}{r_{V_1}} = \cos(\varphi_1) = \frac{d_m}{d_{V_1}};$$

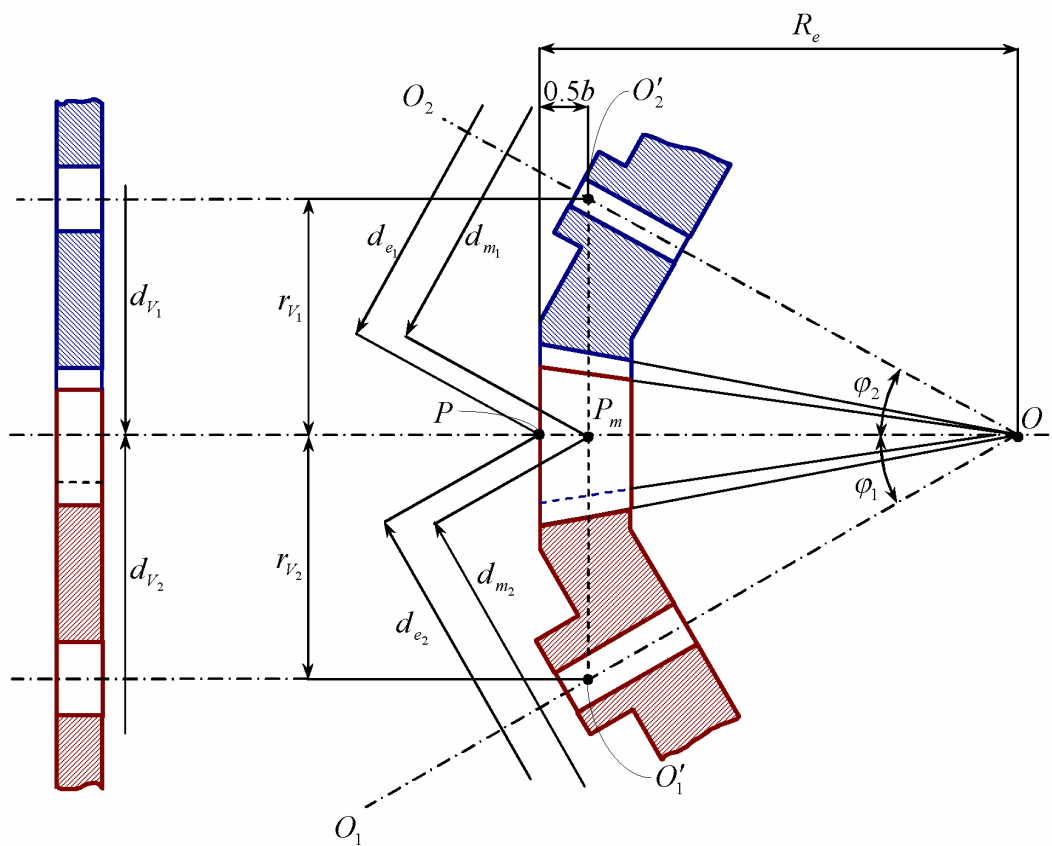
$$d_{V_1} = \frac{d_{m_1}}{\cos(\varphi_1)};$$

$$z_{V_1} m_m = \frac{z_1 m_m}{\cos(\varphi_1)};$$

$$z_1 = \frac{z_1}{\cos(\varphi_1)}; z_{V_2} = \frac{z_2}{\cos(\varphi_2)}.$$

По числу зубьев приведённого колёса определяется коэффициент формы зуба при рас-

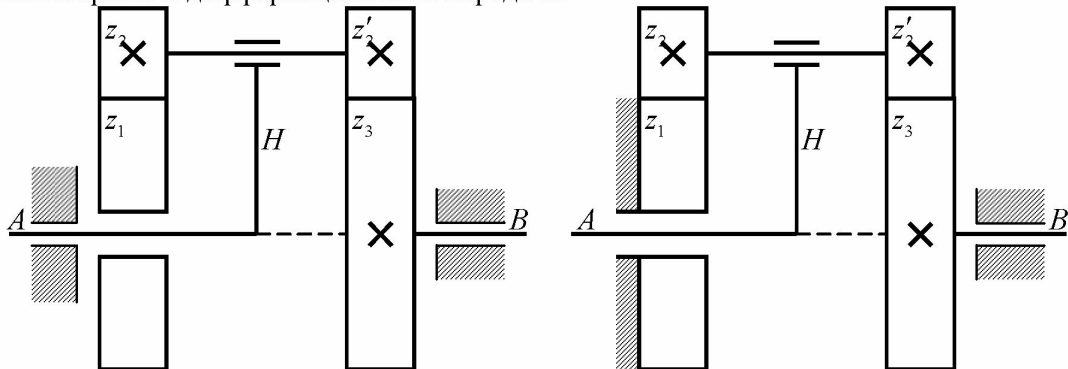
чѐте зубьев конического колеса на изгиб.



Эпициклические зубчатые передачи.

Планетарные и дифференциальные механизмы.

До сих пор рассматривались механизмы, в которых геометрические оси колёс в пространстве были неподвижны. Но в технике имеют место зубчатые передачи, в которых есть подвижные оси вращения – бегающие оси. Различают две разновидности таких передач: планетарные и дифференциальные передачи.



Дифференциальный механизм

Планетарный механизм

Для дифференциального механизма:

z_1 и z_3 - центральные или солнечные колёса, имеющие единую ось вращения.

z_2 и z_2' - блок шестерён – спутники или саттелиты.

H - водило.

$$n = 4; p_4 = 2; p_5 = 4;$$

$$W = 3n - p_4 - 2p_5 = 3 \cdot 4 - 2 - 2 \cdot 4 = 2.$$

Для планетарного механизма:

z_1 и z_3 - центральные или солнечные колёса, имеющие единую ось вращения.

z_2 и z_2' - блок шестерён – спутники или саттелиты.

H - водило.

$$n = 3; p_4 = 2; p_5 = 3;$$

$$W = 3n - p_4 - 2p_5 = 3 \cdot 3 - 2 - 2 \cdot 3 = 1.$$

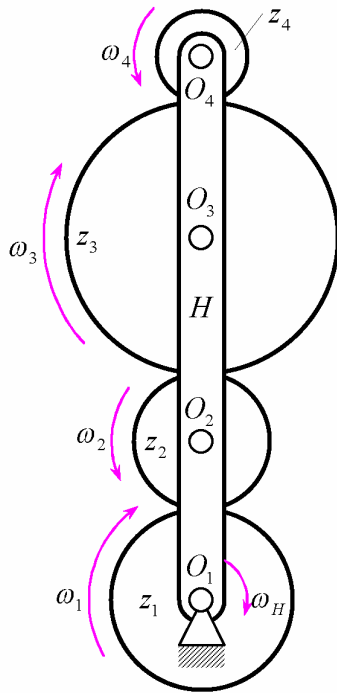
Дифференциальный механизм – механизм, имеющий подвижную в пространстве или бегающую ось вращения зубчатых колёс, и все зубчатые колёса подвижны.

Степень подвижности дифференциальных механизмов равна двум. Такие механизмы применяются в качестве сумматоров движения для сложения и вычитания движения.

Планетарный механизм – механизм, в котором имеется подвижная в пространстве геометрическая ось вращения колёс, при этом одно из центральных зубчатых колёс закреплено.

Степень подвижности планетарных механизмов равна единице. Такие механизмы широко используются для реализации больших передаточных отношений при очень хорошей компактности (механизм Давида).

Аналитическое определение передаточных отношений
в дифференциальных и планетарных механизмах.



Задано: ω_1 и ω_H .

Требуется определить: U_{1-4} .

Абсолютные скорости вращения:

До обращения движения	После обращения движения
ω_1	$\omega'_1 = \omega_1 - \omega_H$
ω_2	$\omega'_2 = \omega_2 - \omega_H$
ω_3	$\omega'_3 = \omega_3 - \omega_H$
ω_4	$\omega'_4 = \omega_4 - \omega_H$
ω_H	$\omega'_H = \omega_H - \omega_H = 0$

Чтобы воспользоваться формулой для передаточного отношения, в передачах с рядовым соединением колёс, придадим чертежу вращательное движение около центра O_1 в сторону, обратную вращению водила, то есть $\omega_{чертежа} = -\omega_H$. В этом случае водило остановиться в пространстве, и передача превращается в передачу с неподвижными в пространстве осями.

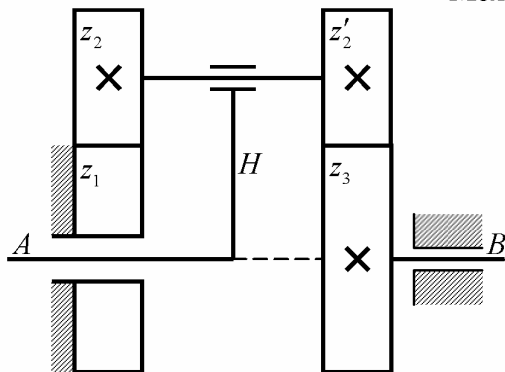
Передаточное отношение в этом случае можно найти следующим образом: $U_{1-2}^{(H)} = \frac{\omega'_1}{\omega'_4} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{z_4}{z_1} (-1)^K$ - формула для передач с рядовым соединением колёс.

формула для передач с рядовым соединением колёс.

$$U_{1-2}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \dots \cdot \frac{z_n}{z_{n-1}} (-1)^K$$

формула для передач с последовательным соединением колёс.

Если механизм планетарный, то одно из центральных колёс неподвижно, то есть $\omega_1 = 0$ или $\omega_n = 0$.



Механизм Давида.

Дано:

- $z_1 = 99$;
- $z_2 = 100$;
- $z'_2 = 101$;
- $z_3 = 100$.

Найти: $U_{H-3} - ?$.

Решение:

$$U_{1-3}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z'_2} (-1)^K;$$

$$n_1 = 0;$$

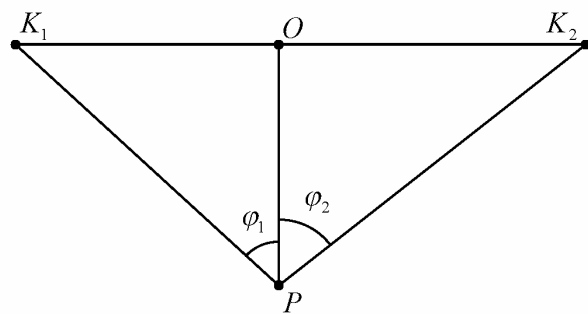
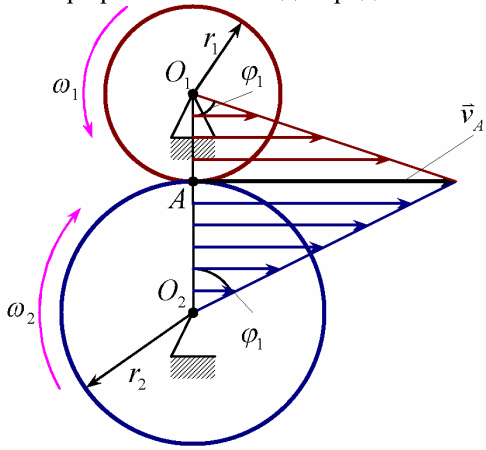
$$U_{1-3}^{(H)} = \frac{-n_H}{n_3 - n_H} = \frac{100}{99} \cdot \frac{100}{101} \cdot (-1)^2 = \frac{10000}{9999};$$

$$-9999n_H = 10000n_3 - 10000n_H;$$

$$n_H = 10000n_3;$$

$$U_{H-3} = \frac{n_H}{n_3} = 10000.$$

Графический метод определения передаточного отношения в зубчатых колесах.



$$v_{A_1} = \omega_1 z_1;$$

$$v_{A_2} = \omega_2 z_2;$$

$$v_{A_1} = v_{A_2} = v_A;$$

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2};$$

$$\omega_1 = \frac{v_A}{r_1} = \operatorname{tg}(\varphi_1);$$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{r_2} = \operatorname{tg}(\varphi_2);$$

$$PK_1 \parallel O_1 a;$$

$$PK_2 \parallel O_2 a;$$

$$\operatorname{tg}(\varphi_1) = \frac{OK_1}{OP};$$

$$\operatorname{tg}(\varphi_2) = \frac{OK_2}{OP};$$

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_1)}{\operatorname{tg}(\varphi_2)} = \frac{\frac{OK_1}{OP}}{\frac{OK_2}{OP}} =$$

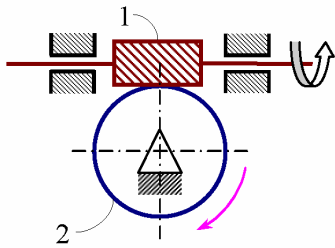
$$= \frac{OK_1}{OK_2};$$

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{OK_1}{OK_2};$$

Если отрезки OK_i находятся с разных сторон относительно точки O , то звенья вращаются в разные стороны. Если отрезки OK_i находятся с одной стороны относительно точки O , то звенья вращаются в одну и ту же сторону.

Червячные передачи.

Основными элементами червячной передачи являются два звена: червяк и червячное колесо.



Червяк – винт с трапециидальной резьбой.

Червячное колесо – косозубое цилиндрическое колесо с вогнутыми, охватывающими червяк, зубьями.

Червячные передачи служат для передачи и преобразования вращательного движения между скрещивающимися в пространстве осями.

Достоинства червячной передачи:

1. Очень хорошая компактность по сравнению с другими зубчатыми передачами, при этом червячные механизмы реализуют достаточно большие передаточные отношения, в основном $U_{1-2} = 8 \div 60$, однако передаточное отношение может быть и больше, если это нужно (делительные механизмы с поворотными столами).

2. Бесшумность работы передачи и хорошая плавность зацепления.

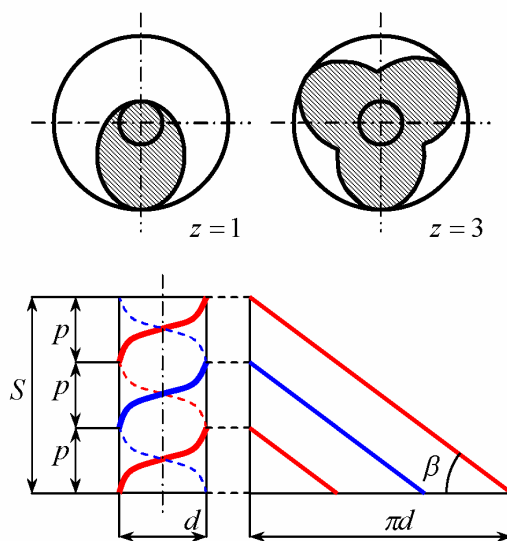
Недостатки червячной передачи:

1. Большие потери на трение из-за скольжения витков червяка вдоль зубьев червячного колеса. Для исправления этого недостатка приходится применять антифрикционные материалы, большей частью это бронзы, у которых коэффициент трения скольжения меньше, чем коэффициент трения скольжения у стали, то есть $f_{\text{Бр.}} < f_{\text{Ст.}}$.

2. Большие потери на трение в зацеплении порой резко понижают КПД этой передачи, и он составляет 45-94 процента.

Число заходов на червяке z берется равным 1, 2 и 4, но бывает и больше.

Понятие “заход” относится к виткам. Заходность легко определяется в нормальном сечении к оси винта.



Заходность – число начал витков в нормальном сечении к оси винта.

Введём понятие о шаге и ходе винта.

Шаг винта p – расстояние между одноимёнными точками двух соседних витков, измеренное по образующей.

Ход винта S – путь, пройденный по образующей точкой, принадлежащей витку, за один оборот винта, при этом ход винта определяется по следующей формуле: $S = pz$.

Чем меньше заходность червяка при одном и том же его диаметре, тем меньше угол подъёма.

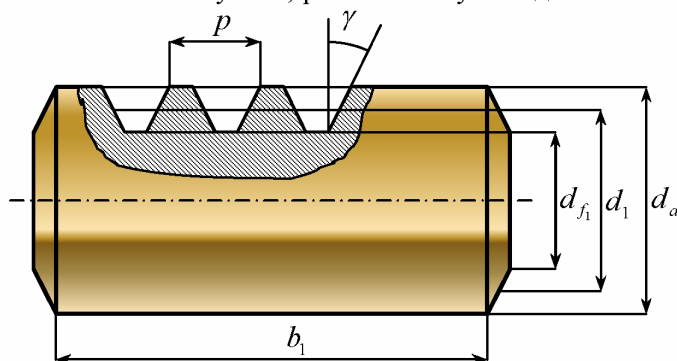
Если угол подъёма больше, чем угол трения $\beta > \varphi_{\text{мп}}$, то в червячной передаче ведущим может быть как червяк, так и червячное колесо.

Если же угол подъёма меньше угла трения $\beta < \varphi_{\text{мп}}$ то ведущим может быть только червяк, и такая червячная передача называется самотормозящейся.

Угол трения зависит от чистоты поверхности и от пары трущихся материалов, например, для стали $\text{tg}(\varphi_{\text{мп}}) = f$, где f – коэффициент сухого трения. В крепёжных деталях (винт и гайка) угол подъёма резьбы всегда меньше угла трения.

Передаточное отношение в червячных передачах определяется, как отношение числа зубьев червячного колеса к числу заходов.

Возьмем передачу с ведущим червяком, при этом z_1 - число заходов червяка, z_2 - число зубьев червячного колеса, тогда $U_{1-2} = \frac{z_2}{z_1}$. При одном обороте червяка колесо поворачивается на число зубьев, равное числу заходов.



В червяках следует различать следующие величины: угол зацепления α ; модуль зацепления m ; коэффициент, определяющий число модулей находящихся в делительном диаметре червяка q , поэтому $d_{\text{чер}} = qm = d_1$; z - число заходов; β - угол подъема винтовой линии; γ -

угол профиля.

Величина коэффициента q берется по стандарту СТСЭВ-31 1-76 в пределах от 8 до 20, при этом, чем больше значение коэффициента q , тем жестче червяк, поэтому рекомендуется для малых модулей брать большие значения коэффициента q , что бы червяк был более жестким, а для больших модулей брать маленькие значения коэффициента q , так как червяк и так достаточно жесткий.

По стандарту:

z	U_{1-2}
1	40+
2	15-40
4	3-15

Чтобы червяк был жестким, требуется выполнение следующего условия $q \geq 0.25z_2$.

Так как диаметр делительного цилиндра выражается через значение коэффициента q , а не через число заходов, то передаточное отношение в червячной передаче не зависит от отношения диаметров.

Определение угла подъема винтовой линии.

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{S}{\pi d_1} = \frac{z_1 P}{\pi q m} = \frac{z_1 \pi m}{\pi q m} = \frac{z_1}{q}, \text{ следовательно, чем больше диаметр, при одном и том}$$

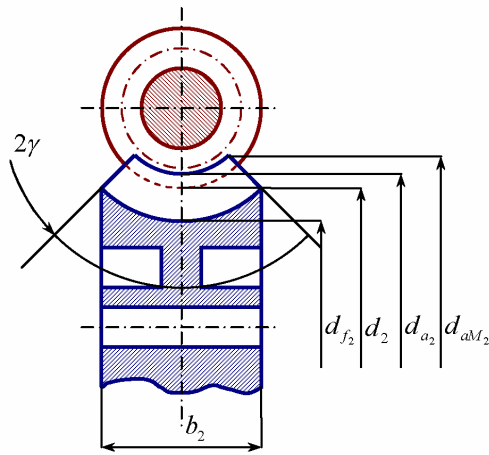
же числе заходов, тем меньше угол подъема.

Геометрические параметры червяка.

Внешний диаметр червяка: $d_{a1} = d_1 + 2h_a$, где $h_a = 1m$; $h = 1.2m$. Тогда: $d_{a1} = qm + 2m$ или $d_{a1} = m(q + 2)$.

Внутренний диаметр червяка: $d_{f1} = d_1 - 2h_f = qm - 2 \cdot 1.2m$ или $d_{f1} = m(q - 2.4)$.

Длина нарезанной части червяка b_1 зависит от числа зубьев червячного колеса и числа заходов: если $z_1 = 1$ или $z_1 = 2$, то $b_1 = (11 + 0.06z_1)m$; если $z_1 = 4$, то $b_1 = (12.5 + 0.09z_1)m$.



$$d_2 = z_2 m;$$

$$d_{a_2} = d_2 + 2m = z_2 m + 2m = m(z_2 + 2);$$

$$d_{f_2} = d_2 - 2 \cdot 1.2m = z_2 m - 2.4m = m(z_2 - 2.4);$$

Величина d_{aM_2} берётся в зависимости от числа заходов червяка.

$$\text{Если } z_1 = 1, \text{ то } d_{aM_2} = d_2 + 2m.$$

$$\text{Если } z_1 = 2, \text{ то } d_{aM_2} = d_2 + 1.5m.$$

$$\text{Если } z_1 = 4, \text{ то } d_{aM_2} = d_2 + m.$$

Если $z_1 = 1$ или $z_1 = 2$, то величина b_2 берётся приблизительно равной $0.75d_{a_1}$. Если же $z_1 = 4$, то $b_2 \cong 0.67d_{a_1}$.

$$\text{Межосевое расстояние: } a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} =$$

$$\frac{qm + z_2 m}{2} = \frac{m(q + z_2)}{2}.$$

Угол 2γ обычно составляет 100 – 110 градусов.

КПД червячных передач

Его различают в зависимости от того, какое звено является ведущим – червяк или червячное колесо. Если ведущим является червяк, то: $\eta_{1-2} = \frac{\operatorname{tg}(\beta)}{\operatorname{tg}(\beta + \varphi_{mp})}$. Эта формула используется только в случае, когда $\beta < \varphi_{mp}$. Если ведущим является червячное колесо, то:

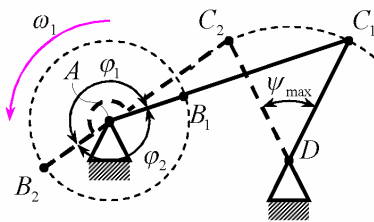
$$\eta_{1-2} = \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varphi_{mp})}{\operatorname{tg}(\beta)}.$$

Эта формула действует только тогда, когда $\beta < \varphi_{mp}$.

Синтез схем четырёхшарнирных рычажных механизмов.

Прототипами таких механизмов могут служить схемы станков-качалок.

Существуют различные потребности к созданию схем таких механизмов. Наиболее распространённой является проектирование четырёхшарнирного рычажного механизма по заданному коэффициенту изменения средней скорости выходного звена (рабочего звена). В данном случае таковым является коромысло CD . Ведущим в данном механизме считаем кривошип AB . BC - шатун. Длина коромысла и максимальный угол качания заданы. Требуется определить размеры кривошипа и найти расстояние AD .

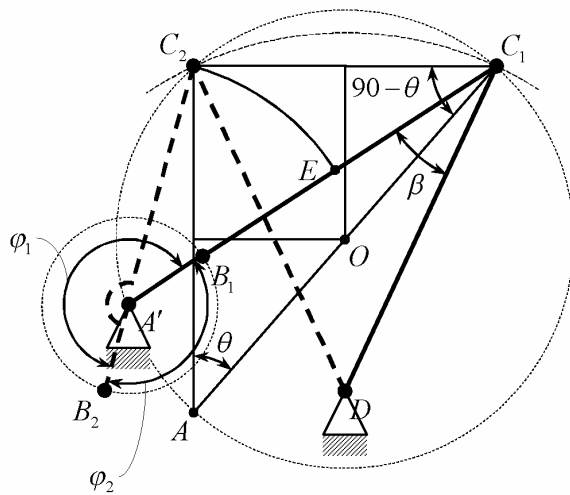


При переходе коромысла из крайнего правого положения в крайнее левое положение, кривошип из точки B_1 перейдёт в положение B_2 и пройдёт угол φ_1 . При переходе из крайнего левого положения в крайнее правое положение, кривошип перейдёт из точки B_2 в точку B_1 и пройдёт угол φ_2 . Кривошип обладает постоянной угловой скоростью ω . Так как скорость постоянна, то очевидно, что $t_1 > t_2$.

Средние скорости кривошипа можно определить по формулам: $v_{cp \leftarrow} = \frac{c_1 c_2}{t_1}$; $v_{cp \rightarrow} = \frac{c_2 c_1}{t_2}$.

Так как $t_1 > t_2$, то $v_{cp \leftarrow} < v_{cp \rightarrow}$. Тогда отношение скоростей: $\frac{v_{cp \rightarrow}}{v_{cp \leftarrow}} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{t_1}{t_2} = K$ - коэффициент

неравномерности или коэффициент изменения средней скорости.



K - коэффициент изменения скорости при движении ведомого звена влево и вправо, этот коэффициент можно определить по следующей формуле:

$$K = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta}, \text{ откуда угол } \theta \text{ можно оп-}$$

ределить по формуле: $\theta = \frac{\pi(K-1)}{K+1}$

Часто необходимо иметь такую неравномерность движения, которая диктуется технологическими требованиями рабочего процесса, когда время на холостой ход можно сократить кинематическим способом. Рабочий ход происходит с необходимой для процесса скоростью и в заданное

время. Такой механизм позволяет сохранить холостой ход. При проектировании нового механизма движение ведомого звена (чаще всего оно является рабочим) задаётся с различными скоростями, то есть задаётся коэффициент K , при этом задаются длиной коромысла и максимальным углом качания. Требуется определить положение центра вращения кривошипа и длины кривошипа и шатуна, чтобы соблюдался заданный коэффициент K .

Имея заданный размер коромысла и угол его качания строим крайние положения. Определяем угол θ по заданному коэффициенту K , с помощью формулы $\theta = \pi \frac{K-1}{K+1}$. Со-

единим C_1 с C_2 соответствующей хордой. Из точки C_2 опустим перпендикуляр C_2n к хорде и построим угол C_2C_1A , который равен $90 - \theta$. Через точки AC_2C_1 проведём окружность L . Лучи проведённые из любой точки этой окружности будут образовывать один и тот же угол θ .

$$A'C_1 = r + l, \text{ где } r = AB; l = BC.$$

$$A'C_2 = r - l, \text{ где } r = AB; l = BC.$$

Длину кривошипа можно определить следующим способом: $A'C_1 - A'C_2 = 2r$. Раствором циркуля равным $A'C_2$ проведём дугу до пересечения с прямой $A'C_1$ и получим точку

$$E. \text{ Тогда } EC_1 = 2r, \text{ откуда } r = \frac{EC_1}{2}.$$

Построения, произведённые в масштабе, дадут нам реальную длину кривошипа, которую можно определить следующим образом: $A'B = r\mu_l$. Углы φ_1 и φ_2 определяются из формул: $\varphi_1 = \pi + \theta$ и $\varphi_2 = \pi - \theta$. Длины звеньев BC и AD можно определить по следующим формулам: $B_1C_1 = l_{B_1C_1}\mu_l$ и $A'D = l_{A'D}\mu_l$ соответственно.

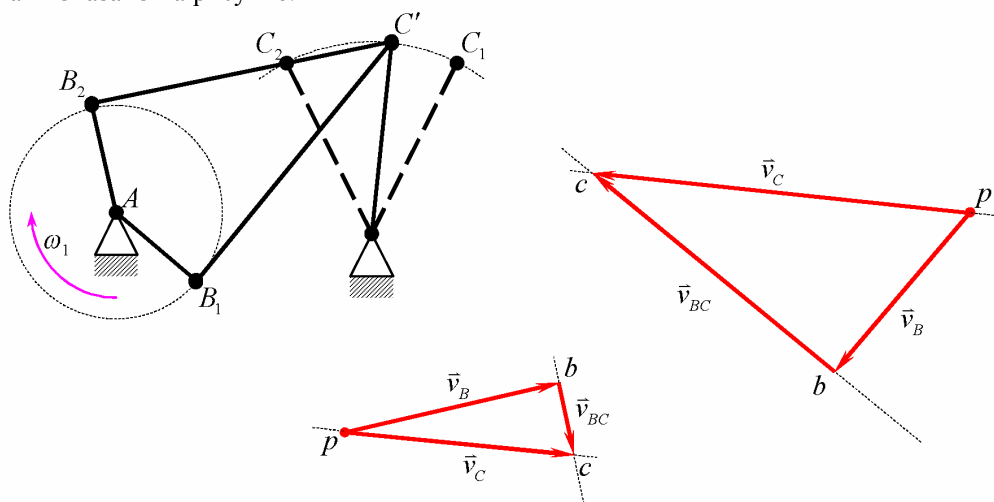
Таким образом все геометрические параметры механизма определены.

Чтобы определить оптимальное положение центра вращения кривошипа A' следует учитывать дополнительное требование. Таковым является угол давления β . Этот угол должен лежать в пределах от 25° до 35° . Точка A' для центра вращения кривошипа должна лежать всегда левее (в случае нашего механизма) угла $A'C_1D = \beta$.

Построим планы скоростей для определения максимальных скоростей точки C коромысла при движении влево и вправо.

Максимальная скорость будет в тех положениях, когда расположение кривошипа и шатуна будет взаимно перпендикулярным, то есть звено AB будет перпендикулярно звену

BC , как показано на рисунке.



$$AC' = \sqrt{AB^2 + BC^2};$$

$$v_B = \omega_1 l_{AB}; \quad \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}.$$

Имея планы скоростей можно проверить правильность выдерживания коэффициента изменения скорости K .