

## **ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ**

Тексты лекций для студентов заочной формы обучения

В текстах лекций изложен теоретический материал, необходимый для изучения дисциплины "Теория механизмов и машин" студентами заочной формы обучения.

Тексты лекций могут быть использованы в учебном процессе преподавателями, студентами технических специальностей заочной формы обучения, студентами нетехнических специальностей и учениками колледжей всех форм обучения, а также инженерно – техническими работниками конструкторских бюро промышленных предприятий и проектных организаций.

## ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие машиностроения неразрывно связано с созданием новых, более совершенных конструкций механизмов и машин. Проектирование схем новых машин и механизмов различного по функциональному назначению и конструктивному исполнению базируется на общих законах механики, изучаемых в рамках курса теории механизмов и машин (ТММ).

В своем изложении ТММ опирается на сведения, полученные студентами при изучении физики, математики, черчения, теоретической механики. ТММ является базовой дисциплиной, изучающей решение задач анализа и задач синтеза механизмов и машин.

Задачи анализа включают проведение структурного, кинематического и динамического исследования свойств механизмов и машин.

Задачей синтеза является проектирование схем механизмов и машин по заданным кинематическим и динамическим условиям.

Таким образом, анализ современного развития машиностроения в области расчета и проектирования машин и механизмов показывает, что знания, полученные при изучении курса ТММ нужны и инженеру-конструктору, чтобы рационально спроектировать машину, и инженеру-технологу - чтобы эффективно использовать машину, и инженеру - эксплуатационщику - чтобы правильно эксплуатировать машину.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

ТММ - наука об общих методах исследования свойств механизмов и машин, проектирования их схем.

Машина - устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации.

Энергетическая машина - машина, предназначенная для преобразования энергии (двигатель внутреннего сгорания, электросгенератор и др.).

Рабочая машина - машина, предназначенная для преобразования материала.

Транспортная машина - рабочая машина, предназначенная для изменения положения материала (грузоподъемный кран, транспортер и др.).

Технологическая машина - рабочая машина, предназначенная для изменения формы, свойств или состояния материала (металлорежущий станок, прокатный стан и др.).

Информационная машина - машина, предназначенная для получения и преобразования информации (арифмометр, бухгалтерская машина и др.).

Кибернетическая машина - машина, заменяющая или имитирующая некоторые механические, физиологические или биологические процессы, присущие человеку (машина-автомат, манипулятор, робот).

В состав машин входит различные механизмы.

В общем случае механизмом называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел. Механизмы состоят из звеньев.

Звено - одно или несколько неподвижно соединенных между собой тел, входящих в состав механизма.

Звенья на схемах обозначают арабскими цифрами 1,2,3... и т.д.

Входное звено - звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев.

Выходное звено - звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Пачальное звено - звено, которому приписывается обобщенная координата или закон движения которого задан.

Механизмы, входящие в состав машины, разнообразны. Одни состоят из тел, принимаемых за абсолютно жесткие (рычажные, зубчатые, кулачковые механизмы и т.д.), другие в своем составе имеют жидкие или газообразные тела (гидравлические или пневматические механизмы).

При всем многообразии механизмов их можно классифицировать по различным признакам.

По функциональному назначению механизмы подразделяют на следующие виды:

а) механизмы двигателей и преобразователей (механизмы двигателя внутреннего сгорания, механизм насоса);

б) передаточные механизмы (редуктор);

в) исполнительные механизмы (механизм пресса);

г) механизмы управления, контроля (механизм регулятора, измерительный механизм);

д) механизмы подачи, транспортировки (механизм подачи пруткового материала, механизм винтового шнека).

По конструктивному исполнению механизмы подразделяют на рычажные, кулачковые, зубчатые, фрикционные, клиновые, винтовые, гидравлические, пневматические, электрические.

Предлагаемые классификации механизмов целесообразно применять при анализе и проектировании механизмов объединенных в группы по единым функциональным или конструктивным признакам. Такой подход имеет место при изучении инженерных дисциплин, таких как "Детали машин", "Основы проектирования", "Проектирование деталей и узлов машин и механизмов"

В ТММ применение получила структурная классификация, предложенная Л.В. Ассуром (1876-1920 гг.), позволяющая в едином подходе проводить структурное, кинематическое и динамическое исследования механизмов.

# I СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

## 1.1 Классификация кинематических пар

Кинематическая пара - соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Кинематические пары классифицируются по числу условий связи ( $S$ ), налагаемых парой на относительные движения звеньев. Условия связи уменьшают число степеней свободы ( $H$ ) звеньев в их относительном движении.

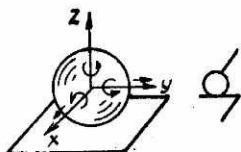


Рис. 1.1

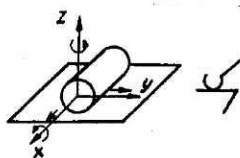


Рис. 1.2

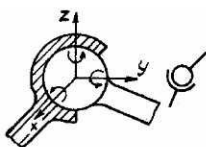


Рис. 1.3

На рис. 1.1 показана кинематическая пара, представляющая собой шар на плоскости. Не нарушая соединения звеньев, шар можно вращать вокруг осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и перемещать его вдоль осей  $x$  и  $y$ . Поэтому  $H=5$ . Невозможно движение шара вдоль оси  $z$ , т.е.  $S=1$ . Исходя из равенства  $S=I$ , кинематическая пара на рисунке 1.1 1-го класса. На рис. 1.2 представлена пара "цилиндр на плоскости", являющаяся парой 2-го класса, где  $H=4$ ,  $S=2$  (невозможны движения вдоль оси  $z$  и вокруг оси  $y$ ).

Пара 3-го класса показана на рис. 1.3 ( $H=3$ ,  $S=3$ ), а пара 4-го класса - на рис. 1.4 ( $H=2$ ,  $S=4$ ).

На рис. 1.5 и 1.6 показаны пары 5-го класса ( $H=1$ ,  $S=5$ ): с возможностью вращения звеньев вокруг оси  $x$ , рис. 1.5 (вращательная кинематическая пара); с возможностью поступательного движения одного звена относительно другого вдоль оси  $x$ , рис. 1.6 (поступательная кинематическая пара). На всех рисунках с изображением кинематических пар представлены также их условные изображения.

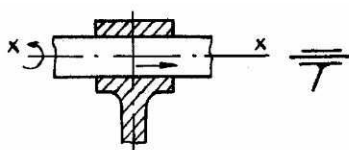


Рис. 1.4

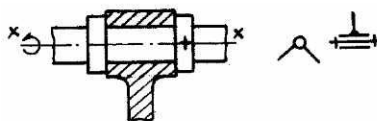


Рис. 1.5



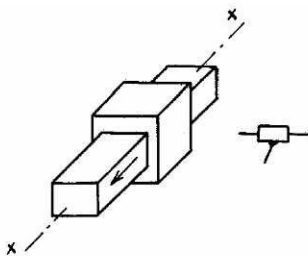


Рис. 1.6

Совокупность поверхностей, линий, точек, по которым одно звено может соприкасаться с другим звеном, называется элементом кинематической пары.

По характеру соприкосновения кинематические пары подразделяются на высшие и низшие пары.

Высшая пара - кинематическая пара, элементом которой является линия или точка (рис. 1.1, 1.2).

Низшая пара - кинематическая пара, элементом которой является поверхность (рис. 1.3 - 1.6).

По виду замыкания кинематические пары разделяют на кинематические пары с силовым и геометрическим замыканием.

Силовое замыкание обеспечивает постоянное соприкосновение звеньев, образующих кинематическую пару, под действием силы веса, силы упругости пружины и т.п. (рис. 1.1, 1.2).

Геометрическое замыкание обеспечивает постоянное соприкосновение звеньев, соответствующими геометрическими формами элементов кинематической пары (рис. 1.3 - 1.6).

### 1.2 Кинематические цепи

Кинематическая цепь - связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Как пространственные (есть точки звеньев, перемещающиеся в не параллельных плоскостях), так и плоские (точки звеньев перемещаются в параллельных плоскостях) кинематические цепи бывают простые и сложные, замкнутые и незамкнутые.

Простая кинематическая цепь - кинематическая цепь, в которой каждое звено образует с другими звеньями не более двух кинематических пар (рис. 1.7, а).

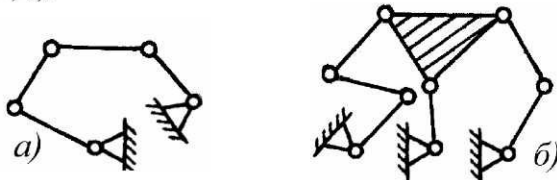


Рис. 1.7

Сложная кинематическая цепь - кинематическая цепь, в которой имеется хотя бы одно звено, образующее с другими звеньями более двух кинематических пар (рис. 1.7, б).

Замкнутая кинематическая цепь - кинематическая цепь, каждое звено которой образует с другими звеньями не менее двух кинематических пар (рис. 1.7, а).

Незамкнутая кинематическая цепь - кинематическая цепь, в которой есть хотя бы одно звено, образующее только одну кинематическую пару (рис. 1.7, б).

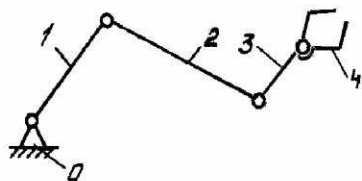


Рис. 1.8.

На рис. 1.8 показана плоская, простая, незамкнутая кинематическая цепь. Неподвижное звено кинематической цепи называется стойка и на схемах обозначается "0".

Пусть имеется пространственная кинематическая цепь, состоящая из  $m$  звеньев, соединенных кинематическими парами различных классов. При этом  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  - число кинематических пар 1-го, 2-го, 3-го, 4-го, 5-го классов соответственно. Каждое звено до соединения кинематической парой с другим звеном обладало шестью степенями свободы, а  $m$  звеньев -  $6m$  степенями свободы. После соединения звеньев кинематическими парами каждая пара 1-го класса накладывает одно условие связи, 2-го класса - два, 3-го класса - три, 4-го класса - четыре, 5-го класса - пять условий связи.

Тогда, общее число степеней свободы кинематической цепи в пространстве можно определить из выражения

$$H = 6m - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.1)$$

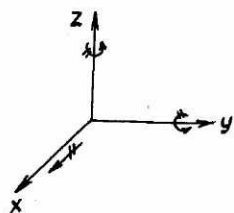


Рис. 1.9

В плоской цепи на все звенья наложено три общих условия связи (рис. 1.9). Поэтому  $m$  несвязанных звеньев такой цепи обладают  $(6-3)m = 3m$  степенями свободы. Тогда уравнение для определения числа степеней свободы плоской цепи примет вид

$$H = 3m - 2p_5 - 1p_4. \quad (1.2)$$

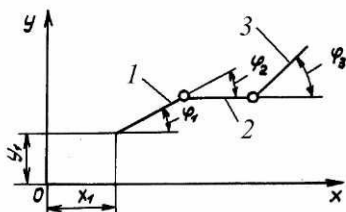


Рис. 1.10

В качестве примера определим число степеней свободы кинематической цепи, изображенной на рис. 1.10.

Так как кинематическая цепь плоская, то воспользуемся выражением (1.2):

$$H = 3m - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 0 = 5.$$

Число степеней свободы кинематической цепи - число независимых возможных перемещений или число обобщенных координат, определяющих положение всех звеньев цепи относительно некоторой системы координат.

В данном примере  $H = 5$ , т.е. пять обобщенных координат  $(x_1, y_1, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$  определяют положение цепи на плоскости  $xoy$ .

Учитывая, что в механизмах одно из звеньев кинематической цепи принимается за неподвижное, общее число степеней свободы для пространственной цепи уменьшится на 6, а для плоской на 3.

$$W = H - 6 = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (1.3)$$

где  $n = m - 1$  - число подвижных звеньев.

Равенство (1.3) носит название структурной формулы пространственной кинематической цепи Сомова - Малышева.

На основании (1.2) для плоской цепи

$$W = H - 3 = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.4)$$

Выражение (1.4) носит название формулы Чебышева.

Степень подвижности механизма определяется числом степеней свободы  $W$  относительно стойки. Для того чтобы осуществлялось требуемое преобразование движений, необходимо, чтобы степень подвижности цепи совпадала с числом ее начальных звеньев. Таким образом, степень подвижности определяет условия, при котором данная кинематическая цепь будет удовлетворять понятию механизм.

Вычислим степень подвижности кинематической цепи представленной в условных обозначениях (структурная схема) на рис. 1.11. Кинематические пары обозначены заглавными латинскими буквами.

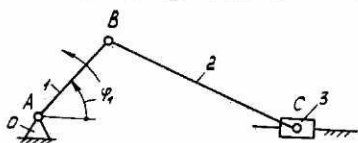


Рис. 1.11

данная кинематическая цепь удовлетворяет понятию механизм.

Воспользуемся формулой Чебышева

(1.4):

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Условие  $W = 1$  означает, что при одном начальном звене (на рисунке 1.11 - звено I)

### 1.3 Структурные группы и их классификация

В 1914 г. русским ученым Л.В. Ассуром был сформулирован принцип образования механизмов путем последовательного присоединения к группе начальных звеньев (стойка и начальные звенья) простейших кинематических цепей с нулевой степенью подвижности. Кинематические цепи с нулевой степенью подвижности являются простейшими кинематическими цепями и получили название групп Ассура или структурных групп. В дальнейшем с целью упрощения будем рассматривать плоские механизмы, в состав которых входят только кинематические пары 5-го класса. В соответствии с (1.4) выражение для определения степени подвижности структурных групп  $W_{gp}$  примет вид

$$W_{gp} = 3n - 2p_5 - p_4 = 0, \tag{1.5}$$

откуда

$$p_5 = 3/2n.$$

(1.6)

Условию (1.6) удовлетворяют только следующие сочетания звеньев и кинематических пар:  $n = 2, p_5 = 3; n = 4, p_5 = 6; n = 6, p_5 = 9; \dots$ . Таким образом, структурные группы должны содержать четное число звеньев и в полтора раза большее число кинематических пар 5-го класса.

Структурные группы характеризуются классом и порядком. Класс структурной группы определяется числом кинематических пар наиболее сложного контура. В таблице 1.1 показаны структурные группы различных классов.

Порядок структурной группы определяется числом свободных элементов кинематических пар, которыми группа присоединяется к другим звеньям (см. табл. 1.1).

Группы второго класса, как наиболее распространенные в плоских механизмах, различаются по виду. Вид структурной группы второго класса определяется числом и расположением поступательных пар (табл. 1.2).

Таблица 1.1

| Группа Ассура | Наиболее сложный контур | Число кинематических пар в контуре | Класс группы | Порядок группы |
|---------------|-------------------------|------------------------------------|--------------|----------------|
|               |                         | 2                                  | 2            | 2              |
|               |                         | 3                                  | 3            | 3              |
|               |                         | 4                                  | 4            | 2              |

#### 1.4 Структурный анализ механизма

Структурный анализ механизма заключается в изучении его строения. При этом необходимо:

- выяснить, из каких звеньев и кинематических пар состоит кинематическая цепь;
- вычислить степень подвижности и определить, удовлетворяет ли данная кинематическая цепь понятию "механизм";
- выделить структурные группы, определить их класс, порядок и вид;
- выделить группу начальных звеньев, степень подвижности которой должна быть равна степени подвижности всего механизма;
- определить класс механизма.

При проведении структурного анализа структурные группы следует выделять, начиная с группы наиболее удаленной от начального звена.

Таблица 1.2

| Вид группы | Структурная группа | Чередование кинематических пар* | Механизм |
|------------|--------------------|---------------------------------|----------|
| 1          |                    | ВВВ                             |          |
| 2          |                    | ВВП<br>или<br>ПВВ               |          |
| 3          |                    | ВПВ                             |          |
| 4          |                    | ПВП                             |          |
| 5          |                    | ВПП<br>или<br>ППВ               |          |

\* В – вращательная кинематическая пара; П – поступательная.

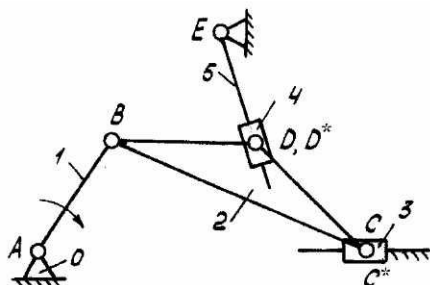


Рис. 1.12

Кинематические пары образованы звеньями:

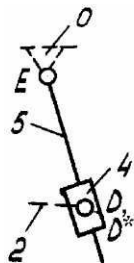
- A (0-1) - 5 кл. - вращательная, низшая;
- B (1-2) - 5 кл. - вращательная, низшая;
- C (2-3) - 5 кл. - вращательная, низшая;
- C\* (3-0) - 5 кл. - поступательная, низшая;
- D (2-4) - 5 кл. - вращательная, низшая;
- D\* (4-5) - 5 кл. - поступательная, низшая;
- E (5-0) - 5 кл. - вращательная, низшая.

Точки C, C\*, D, D\* - геометрически совпадающие точки, т.е. точки принадлежащие разным звеньям и лежащие на одной прямой перпендикулярной плоскости их движения.

Вычислим степень подвижности по формуле Чебышева

$$W = 3n - 2p_3 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

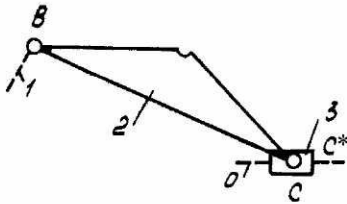
Степень подвижности совпадает с числом начальных звеньев (по заданию звено I - начальное). Поэтому заданная кинематическая цепь является механизмом. Выделим структурные группы.



Структурная группа 4-5:

$$W = 3n - 2p_3 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0,$$

2-го класса, 2-го порядка, 3-го вида.

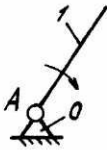


Структурная группа 2-3:

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0,$$

2-го класса, 2-го порядка, 2-го вида.

Оставшаяся часть является группой начальных звеньев:



$$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1.$$

Рассмотренный в этом примере механизм является механизмом 2-го класса, т.к. структурных групп выше 2-го класса нет.

Запишем некоторые определения, относящиеся к структурному анализу.

Класс механизма определяется наивысшим классом структурных групп, входящих в механизм.

Кривошип - звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси и входит во вращательную пару с подвижным звеном.

Коромысло - звено, которое может совершать неполный оборот вокруг неподвижной оси и входит во вращательную пару с подвижным звеном.

Шатун - звено - образующее кинематические пары с подвижными звеньями.

Ползун - звено, образующее поступательную пару со стойкой.

Кулиса - звено, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее поступательную пару с подвижным звеном.

### 1.5 Лишние степени свободы и пассивные связи

При выполнении структурного анализа и вычислении степени подвижности возможны противоречия, связанные с появлением лишних степеней свободы или пассивных связей.

Лишние степени свободы - степени свободы, не влияющие на характер движения механизма в целом.



Рассмотрим рис. 1.13, а. Вычислим степень подвижности.

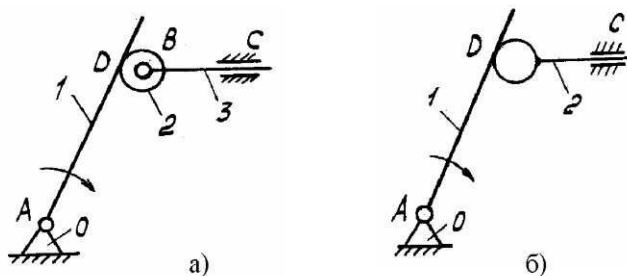


Рис. 1.13

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2,$$

где  $n = 3$  - число подвижных звеньев;  $p_5 = 3$  - число низших кинематических пар ( $A, B, C$ );  $p_4 = 1$  - число высших кинематических пар ( $D$ ). Вращение ролика вокруг оси  $B$  не влияет на характер движения остальных звеньев механизма, т.е. дает лишнюю степень свободы. На рис. 1.13, б показан механизм без лишней степени свободы.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Пассивные связи - связи, не накладывающие ограничений на движение звеньев механизма. На рис. 1.14, а представлен механизм с пассивной связью.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0.$$

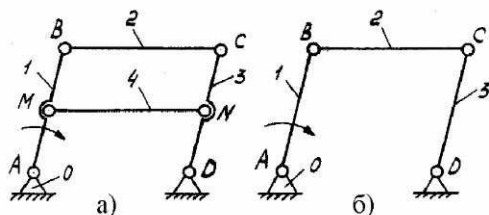


Рис. 1.14

ханизмы

Звено 4 с кинематическими парами  $M$  и  $N$  вносит пассивную связь. На рис. 1.14, б показан механизм без пассивной связи.

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

1.6 Заменяющие ме-

В ряде случаев, с целью упрощения исследований, целесообразно строить заменяющие механизмы, в состав которых входят только низшие кинематические пары 5-го класса. При этом заменяющий механизм должен обладать прежней степенью подвижности и сохранять мгновенное относительное движение звеньев.

При построении заменяющих механизмов необходимо избавляться от высших кинематических пар. На рис. 1.15 пунктирами показаны схемы заменяющих механизмов: высшая кинематическая пара образована путем соприкосновения звеньев своими криволинейными поверхностями (рис. 1.15, а); высшая пара образована путем соприкосновения звеньев с криволинейной и плоской поверхностями (рис. 1.15,б).

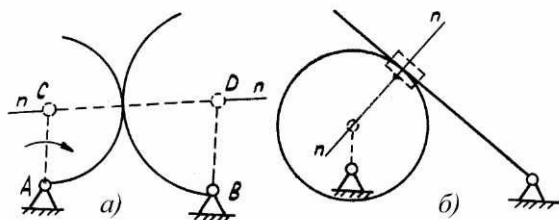


Рис. 1.15

Как видно из рисунков, через точку контакта проведены нормали, на которых отмечены центры кривизны. В центрах кривизны помещены вращательные пары. Если центр кривизны одного из звеньев в точке контакта находится в бесконечности (для прямой), то в этом случае дополнительно вводится поступательная пара (см.рис.1.15,б). Таким образом высшая кинематическая пара эквивалентна одному звену, образующему две низшие кинематические пары 5-го класса (рис. 1.16).

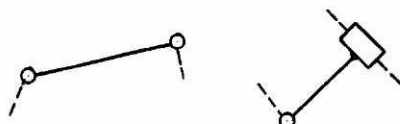


Рис. 1.16

## 2 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

### 2.1 Задачи и методы кинематического анализа

Задачами кинематического анализа механизма являются:

а) определение положений звеньев и построение траекторий точек;  
б) определение линейных скоростей и ускорений точек звеньев механизма;

в) определение угловых скоростей и ускорений звеньев механизма.

С целью проведения кинематического анализа механизмов используют различные методы:

а) графический (метод кинематических диаграмм) - наглядный, но неточный;

б) графоаналитический (метод планов) - наглядный и достаточно точный для предварительных расчетов;

в) аналитический - более точный, чем графический и графоаналитический, однако не обладает наглядностью и довольно трудоемкий;

г) экспериментальный - не требует допущений, предполагаемых в трех предыдущих методах (размеры звеньев точно соответствуют чертежу, а сами звенья абсолютно жесткие, отсутствуют зазоры в кинематических парах), благодаря чему учитываются все факторы, оказывающие влияние на кинематику механизма, но требует наличия механизма и соответствующей аппаратуры, обладает большой трудоемкостью.

На примере плоских рычажных механизмов 2-го класса рассмотрим графический и графоаналитический методы кинематического анализа.

### 2.2 Графический метод

Для проведения кинематического анализа графическим методом необходимо построить совмещенные планы механизма.

Совмещенные планы механизма - планы механизма, выполненные в одной системе координат для ряда последовательных значений обобщенной координаты, т.е. для ряда последовательных положений начального звена.

План механизма - кинематическая схема механизма для заданного положения начального звена.

Совмещенные планы механизма должны быть построены с учетом принятого масштабного коэффициента длины.

Масштабный коэффициент - число, показывающее, сколько единиц физической величины содержится в одном миллиметре чертежа.

На рис. 2.1 показаны совмещенные планы кривошипно-ползунного механизма. Масштабный коэффициент длины принят как  $\mu_\ell = \ell_{AB} / AB$ , (м/мм).

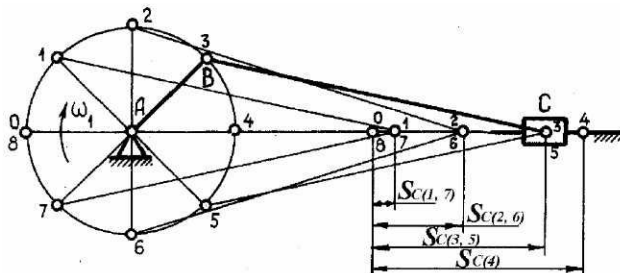


Рис. 2.1

На рис. 2.2, а построена диаграмма перемещений точки  $C$  в зависимости от времени  $S_c = S_c(t)$ . По оси абсцисс отложено время. Масштабный коэффициент времени принят  $\mu_t = T / \ell_T$  (с/мм), где  $T$  - время одного оборота кривошипа, а  $\ell_T$  - отрезок в мм, изображающий это время. По оси ординат отложено перемещение точки  $C$ . В данном случае принято  $\mu_s = \mu_\ell$ .

Диаграмму скоростей  $V_c = V_c(t)$  можно получить методом графического дифференцирования функции  $S_c = S_c(t)$ . Существуют различные методы графического дифференцирования. Рассмотрим метод хорд, который заключается в том, что на каждом участке кривую  $S_c = S_c(t)$  заменяем хордой, т.е. неравномерное движение приближенно заменяем равномерным (с постоянной скоростью). Для этого, выбрав произвольно полюсное расстояние  $H_I$ , из точки  $P_I$  проводим лучи, параллельные хордам. Отрезки на оси ординат, отсекаемые этими лучами, показывают постоянные скорости на соответствующих участках (рис. 2.2, б). Затем проводим плавную кривую таким образом, чтобы площади фигур, расположенных с обеих сторон кривой, на каждом участке были одинаковы.

Для построения диаграммы ускорений  $a_c = a_c(t)$  графически дифференцируем функцию  $V_c = V_c(t)$  (см. рис. 2.2, в).

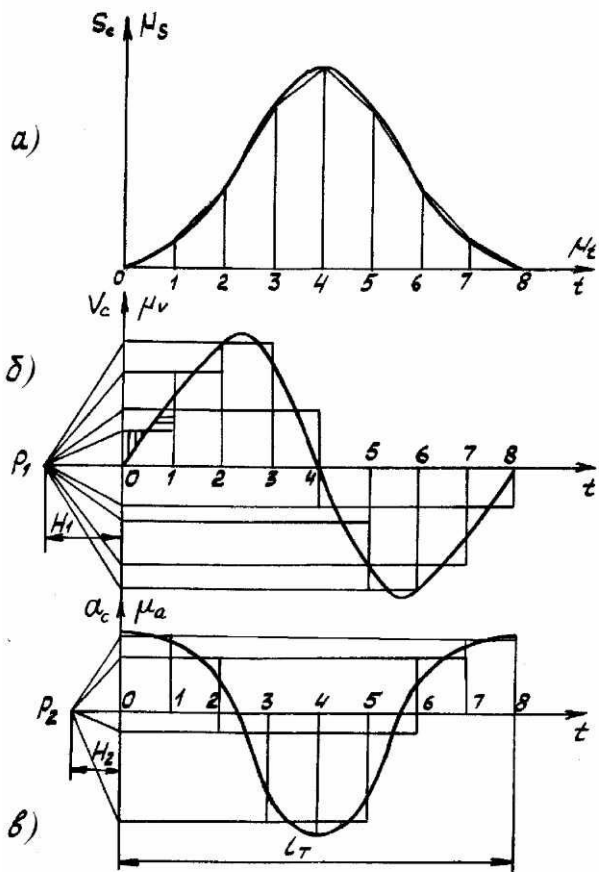


Рис. 2.2

Масштабные коэффициенты для скоростей и ускорений вычислим из зависимостей

$$\mu_V = \mu_S / (\mu_l \cdot H_1) \left( \frac{m \cdot c^{-1}}{mm} \right); \quad \mu_a = \mu_V / (\mu_l \cdot H_2) \left( \frac{m \cdot c^{-2}}{mm} \right).$$

## 2.3. Графоаналитический метод

### 2.3.1. Правила записи векторных уравнений для скоростей и ускорений

Графоаналитический метод кинематического анализа механизмов предполагает аналитическую запись векторных уравнений и графическое их решение, т.е. построение планов скоростей и ускорений.

Правила составления векторных уравнений.

1-й случай. Две точки принадлежат одному звену и удалены друг от друга на расстояние  $l_{AB}$  (рис. 2.3)

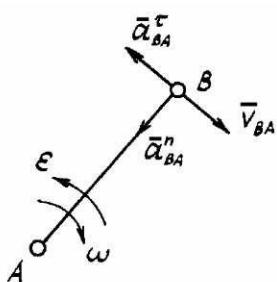


Рис. 2.3

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

где  $V_{BA} = \omega \cdot l_{AB}$ .

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau,$$

где  $a_{BA}^n = \omega^2 l_{AB}$ ,  $a_{BA}^\tau = \varepsilon l_{AB}$ .

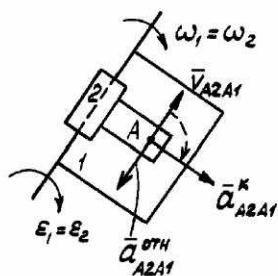


Рис. 2.4

2-й случай. Две точки принадлежат двум звеньям, образующим поступательную пару, и в данный момент времени геометрически совпадают (рис. 2.4):

$$\vec{V}_{A2} = \vec{V}_{A1} + \vec{V}_{A2A1},$$

$$\vec{a}_{A2} = \vec{a}_{A1} + \vec{a}_{A2A1}^k + \vec{a}_{A2A1}^{omn},$$

где

$$a_{A2A1}^k = 2\omega_1 \cdot V_{A2A1}.$$

Направление  $\vec{a}_{A2A1}^k$  определяется поворотом на  $90^\circ$   $\vec{V}_{A2A1}$  в сторону  $\omega_1$ .

### 2.3.2. Построение планов скоростей и ускорений для структурных групп 2 класса

1-й случай. Структурная группа 1-го вида (рис. 2.5, а).

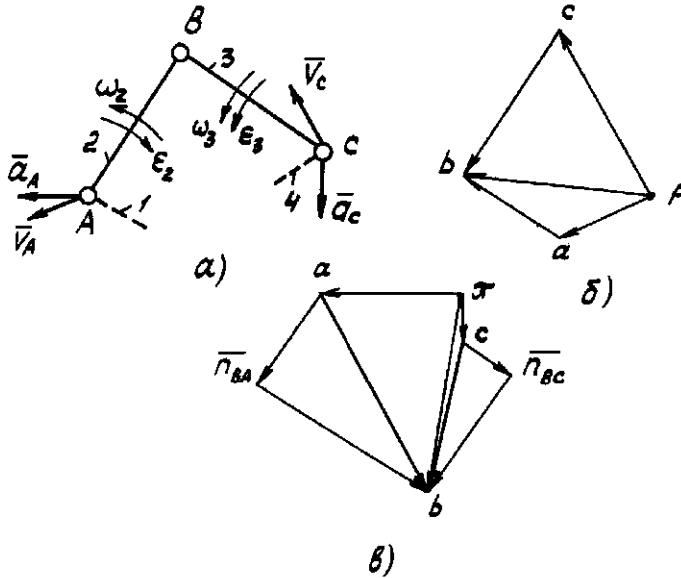


Рис. 2.5

Дано:  $V_A, V_C, a_A, a_C$ . Определить:  $V_B, \omega_2, \omega_3, a_B, \epsilon_2, \epsilon_3$ .

Запишем векторные уравнения для скоростей

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; \\ \vec{V}_B = \vec{V}_C + \vec{V}_{BC}. \end{cases}$$

Примем масштабный коэффициент  $\mu_V$ . Определим длину отрезков, изображающих известные скорости

$$|\overline{pa}| = \frac{V_A}{\mu_V} \text{ (мм)}; \quad |\overline{pc}| = \frac{V_C}{\mu_V} \text{ (мм)}.$$

Зная направления относительных скоростей  $V_{BA} \perp AB$ ,  $V_{BC} \perp BC$  (рис. 2.5, б), строим их план. План скоростей – это графическое построение представляющее собой плоский пучок лучей выходящих из одной точки (полуса Р), концы которых изображают векторы абсолютных скоростей, а отрезки, соединяющие эти концы – векторы относительных скоростей.

Вычисляем скорости:

$$V_B = |\overline{pb}| \cdot \mu_V \left( \frac{M}{c} \right); \quad V_{BA} = |\overline{ab}| \cdot \mu_V \left( \frac{M}{c} \right); \quad V_{BC} = |\overline{cb}| \cdot \mu_V \left( \frac{M}{c} \right).$$

Определим угловые скорости звеньев:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{AB}} \left( \frac{pa\delta}{c} \right); \quad \omega_3 = \frac{V_{BC}}{\ell_{BC}} \left( \frac{pa\delta}{c} \right).$$

Покажем направления угловых скоростей.

Запишем векторные уравнения для ускорений.

$$\begin{cases} \overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^\tau; \\ \overline{a}_C = \overline{a}_B + \overline{a}_{BC}^n + \overline{a}_{BC}^\tau. \end{cases}$$

Вычислим нормальные ускорения

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \ell_{AB} = \frac{V_{BA}^2}{\ell_{AB}}; \quad a_{BC}^n = \omega_3^2 \ell_{BC} = \frac{V_{BC}^2}{\ell_{BC}}.$$

Принимаем масштабный коэффициент  $\mu_a$  и вычисляем отрезки, изображающие известные ускорения.

$$|\overline{\pi a}| = \frac{a_A}{\mu_a} \text{ (мм)}; \quad |\overline{\pi c}| = \frac{a_C}{\mu_a} \text{ (мм)}; \quad |\overline{an_{BA}}| = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} \text{ (мм)}; \quad |\overline{cn_{BC}}| = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a} \text{ (мм)}.$$

Выполняем построения плана ускорений, зная направления тангенциальных ускорений:

$$a_{BA}^\tau \perp AB; \quad a_{BC}^\tau \perp BC' \text{ (рис. 2.5, в)}.$$



План ускорений – это графическое построение представляющее собой плоский пучок лучей выходящих из одной точки (полюса  $\pi$ ), концы которых изображают векторы абсолютных ускорений, а отрезки, соединяющие эти концы – векторы относительных ускорений.

Вычислим ускорения

$$a_{BA}^{\tau} = \overline{n_{BA}b} \mu_a \left( \frac{M \cdot c^{-2}}{MM} \right); \quad a_{BC}^{\tau} = \overline{n_{BC}b} \mu_a \left( \frac{M \cdot c^{-2}}{MM} \right); \quad a_B = \overline{\pi b} \mu_a \left( \frac{M \cdot c^{-2}}{MM} \right).$$

Определим угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_{AB}} \left( \frac{rad}{c^2} \right); \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^{\tau}}{l_{BC}} \left( \frac{rad}{c^2} \right).$$

Покажем направления угловых ускорений.

Случай 2. Структурная группа 2-го вида (рис. 2.6, а).

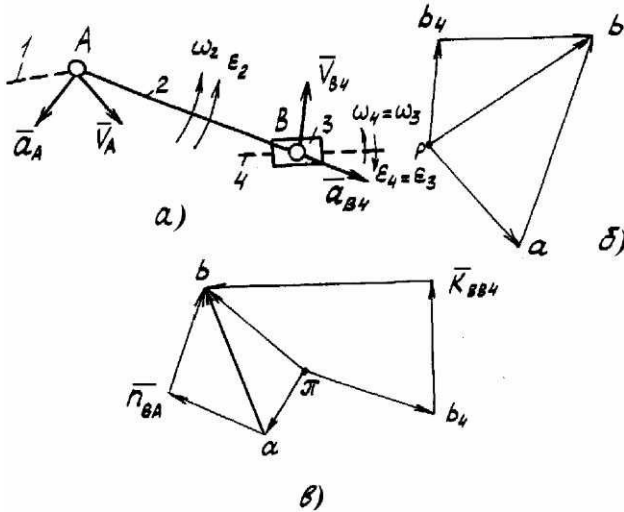


Рис. 2.6

Дано:  $V_A, V_{B_4}, \omega_4, a_A, a_{B_4}, \varepsilon_4$ . Определить:  $V_B, \omega_2, a_B, \varepsilon_2$ .

При рассмотрении этой и последующих структурных групп опущены вычисления, связанные с заданными и определяемыми скоростями и ускорениями. Поэтому при построении планов скоростей и ускорений рассматриваемых структурных групп следует ориентироваться на пример вычислений для структурной группы 1-го вида.

Запишем векторные уравнения и построим планы скоростей и ускорений (рис. 2.6, б, в).

$$\begin{cases} \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA} \\ \overline{V}_B = V_{B_4} + V_{BB_4} \end{cases}; \omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{AB}}; \omega_3 = \omega_4.$$

$$\begin{cases} \overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^r; a_{BA}^n = \omega_2^2 \ell_{AB} = \frac{V_{BA}^2}{\ell_{AB}}; \varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{\ell_{AB}}; \varepsilon_3 = \varepsilon_4. \\ \overline{a}_B = \overline{a}_{B_4} + \overline{a}_{BB_4}^K + \overline{a}_{BB_4}^{omn}; a_{BB_4}^K = 2V_{BB_4} \cdot \omega_4. \end{cases}$$

Случай 3. Структурная группа 3-го вида (рис. 2.7, а).

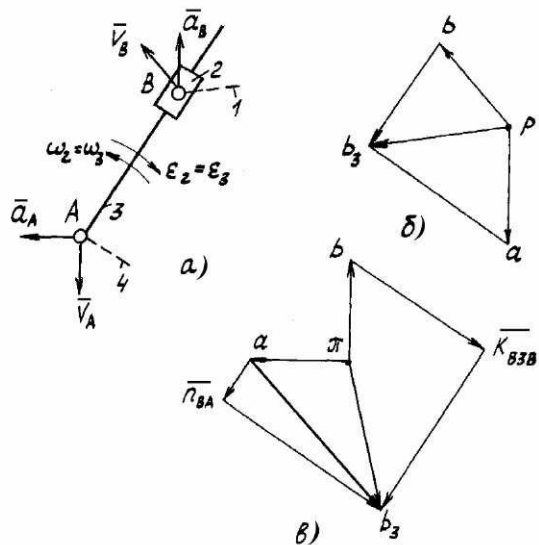


Рис. 2.7

Дано:  $V_A, V_B, a_A, a_B$ . Определить:  $V_{B_3}, \omega_2, \omega_3, a_{B_3}, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ .

Запишем векторные уравнения и построим планы скоростей и ускорений (рис. 2.7, б, в).

$$\begin{cases} \overline{V}_{B_3} = \overline{V}_B + \overline{V}_{B_3B}; & \omega_3 = \frac{V_{B_3A}}{\ell_{AB}}; \quad \omega_2 = \omega_3, \\ \overline{V}_{B_3} = \overline{V}_A + \overline{V}_{B_3A}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{a}_{B_3} = \overline{a}_B + \overline{a}_{B_3B}^k + \overline{a}_{B_3B}^{omn}, & a_{B_3B}^k = 2\omega_3 V_{B_3B}; \quad a_{B_3A}^n = \omega_3^2 \ell_{AB} = \frac{V_{BA}^2}{\ell_{AB}}; \quad \varepsilon_{2,3} = \frac{a_{B_3A}^\tau}{\ell_{AB}}, \\ \overline{a}_{B_3} = \overline{a}_A + \overline{a}_{B_3A}^n + \overline{a}_{B_3A}^\tau. \end{cases}$$

Случай 4. Структурная группа 4-го вида (рис. 2.8, а).

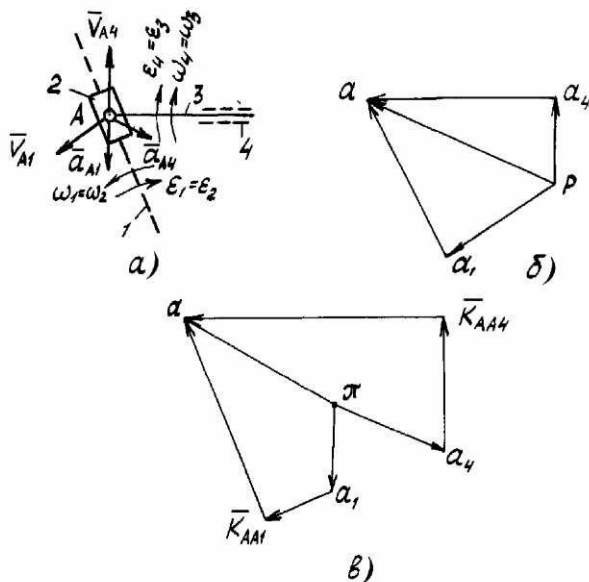


Рис. 2.8

Дано:  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3, V_{A1}, V_{A4}, \omega_1, \omega_4, a_{A1}, a_{A4}, \varepsilon_1, \varepsilon_4$ .

Определить:  $V_A, \omega_2, \omega_3, a_A, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ .

Запишем векторные уравнения и построим планы скоростей и ускорений (рис. 2.8, б, в).

$$\begin{cases} \overline{V}_A = \overline{V}_{A1} + \overline{V}_{AA1}; \\ \overline{V}_A = \overline{V}_{A4} + \overline{V}_{AA4}, \end{cases} \quad \omega_2 = \omega_1; \quad \omega_3 = \omega_4.$$

$$\begin{cases} \bar{a}_A = \bar{a}_{A1} + \bar{a}_{AA1}^{\kappa} + \bar{a}_{AA1}^{omn}, & a_{AA1}^{\kappa} = 2V_{AA1}\omega_1; & a_{AA4}^{\kappa} = 2V_{AA4}\omega_4; & \varepsilon_2 = \varepsilon_1; & \varepsilon_3 = \varepsilon_4. \\ \bar{a}_A = \bar{a}_{A4} + \bar{a}_{AA4}^{\kappa} + \bar{a}_{AA4}^{omn}. \end{cases}$$

Случай 5. Структурная группа 5-го вида (рис. 2.9, а).

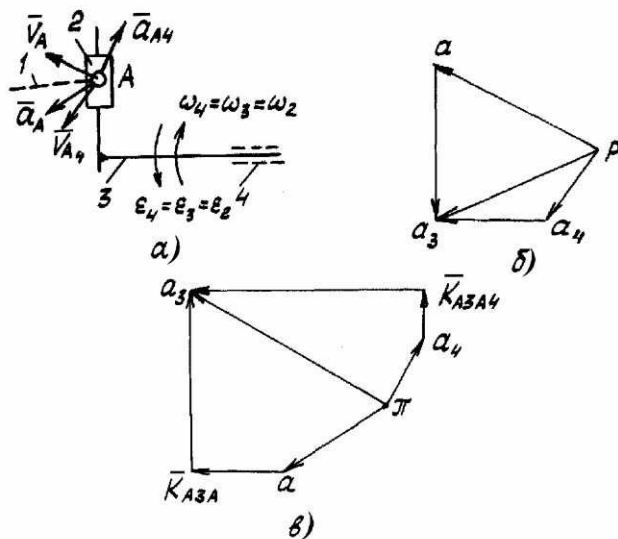


Рис. 2.9

Дано:  $V_A, V_{A_4}, \omega_4, a_A, a_{A_4}, \varepsilon_4$ . Определить:  $V_{A_3}, \omega_2, \omega_3, a_{A_3}, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ .

Запишем векторные уравнения для скоростей и ускорений и построим планы скоростей и ускорений (рис. 2.8, б, в).

$$\begin{cases} \bar{V}_{A_3} = \bar{V}_A + \bar{V}_{A_3A}; \\ \bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_4} + \bar{V}_{A_3A_4}. \end{cases} \quad \omega_2 = \omega_3 = \omega_4.$$

$$\begin{cases} \bar{a}_A = \bar{a}_A + \bar{a}_{A_3A}^{\kappa} + \bar{a}_{A_3A}^{omn}, & a_{A_3A}^{\kappa} = 2V_{A_3A}\omega_2; & a_{A_3A_4}^{\kappa} = 2V_{A_3A_4}\omega_4; \\ \bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_4} + \bar{a}_{A_3A_4}^{\kappa} + \bar{a}_{A_3A_4}^{omn}. \end{cases}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4.$$

### 2.3.3 Пример построения планов скоростей и ускорений механизма

Построение планов скоростей и ускорений механизма проводится по структурным группам в порядке их присоединения к начальному звену.

Построение планов скоростей и ускорений механизма рассмотрим на примере механизма, структурный анализ которого выполнен в п. 1.5.

Вычертим кинематическую схему механизма, приняв масштабный коэффициент  $\mu_l$  (м/мм) (рис. 2.10, а). Угловая скорость начального звена задана, причем  $\omega_1 = \text{const}$ ,  $\varepsilon_1 = 0$ .

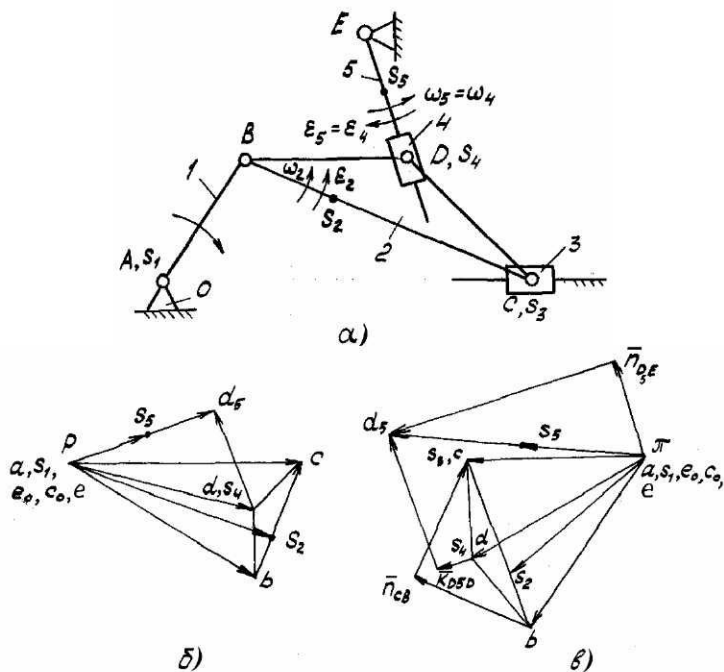


Рис. 2.10

Рассмотрим группу начальных звеньев 0, I.

$$V_B = \omega_1 l_{AB}; V_B \perp AB.$$

Рассмотрим структурную группу 2.3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{V}_C = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB} \\ \overline{V}_C = \overline{V}_{C_0} + \overline{V}_{CC_0} \end{array} \right\} \begin{array}{l} V_{CB} \perp CB, \\ V_{C_0} = 0, V_{CC_0} \perp AC. \end{array}$$

Выберем масштабный коэффициент  $\mu_V = V_B / \left| \overline{pb} \right| \left( \frac{M \cdot c^{-1}}{MM} \right)$  и построим план скоростей (рис. 2.10, б).

Скорости точек  $S_2$  и  $D$ , принадлежащие второму звену, найдем, используя свойство подобия плана скоростей, которое заключается в том, что фигура на плане скоростей звена, образованная относительными скоростями точек, и фигура, образованная одноименными точками звена, подобны, сходственно расположены и повернуты друг относительно друга на  $90^\circ$ .

Для определения на плане скоростей конца вектора точки  $D$  построим  $\Delta bcd$  подобный  $\Delta BCD$ , а для нахождения конца вектора скорости точки  $S_2$  запишем равенства отношений

$$\frac{\left| \overline{bs_2} \right|}{\left| \overline{bc} \right|} = \frac{BS_2}{BC}; \quad \left| \overline{bs_2} \right| = \left| \overline{bc} \right| \frac{BS_2}{BC} \text{ (мм)}.$$

Находим местоположения точек  $d$ ,  $S_2$  и соединяем их с полюсом плана скоростей.

Рассмотрим структурную группу 4.5.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{V}_{D_5} = \overline{V}_D + \overline{V}_{D_5D} \\ \overline{V}_{D_5} = \overline{V}_E + \overline{V}_{D_5E} \end{array} \right\} \begin{array}{l} V_{D_5D} \perp DE, \\ V_E = 0, V_{D_5E} \perp ED. \end{array}$$

Достраиваем план скоростей и определяем  $V_{S_5}$ , используя свойство подобия плана скоростей

$$\frac{\left| \overline{es_5} \right|}{\left| \overline{ed_5} \right|} = \frac{ES_5}{ED}; \quad \left| \overline{es_5} \right| = \left| \overline{ed_5} \right| \frac{ES_5}{ED} \text{ (мм)}.$$

Вычисляем скорости:

$$V_C = V_{S_3} = \left| \overline{pc} \right| \mu_V (M/c); \quad V_D = V_{S_4} = \left| \overline{pd} \right| \mu_V (M/c); \quad V_{D_5} = \left| \overline{pd}_5 \right| \mu_V (M/c);$$

$$V_{CB} = \left| \overline{bc} \right| \mu_V (M/c); \quad V_{S_2} = \left| \overline{ps}_2 \right| \mu_V (M/c); \quad V_{S_5} = \left| \overline{ps}_5 \right| \mu_V (M/c);$$

$$V_{D_5D} = \left| \overline{dd}_5 \right| \mu_V (M/c).$$

Определяем угловые скорости:

$$\omega_2 = \frac{V_{CB}}{\ell_{CB}} \left( \frac{pa\dot{\theta}}{c} \right); \quad \omega_2 = 0; \quad \omega_4 = \omega_5 = \frac{V_{D_5E}}{\ell_{DE}} \left( \frac{pa\dot{\theta}}{c} \right).$$

Построение плана ускорений производим в том же порядке, что и построение плана скоростей.

Рассмотрим группу начальных звеньев 0,1.

$$a_B = a_{BA}^n = \omega_1^2 \ell_{AB}; \quad a_B \perp AB.$$

Рассмотрим структурную группу 2,3.

$$\begin{cases} \overline{a}_C = \overline{a}_B + a_{CB}^n + a_{CB}^{\tau} \\ \overline{a}_C = \overline{a}_{C_0} + a_{CC_0}^k + a_{CC_0}^{om} \end{cases} \left| \begin{array}{l} a_{CB}^n \parallel CB, a_{CB}^{\tau} \perp CB, \\ a_{C_0} = 0, a_{CC_0}^{om} \parallel AC. \end{array} \right.$$

Вычисляем  $a_{CB}^n$  и  $a_{CC_0}^k$

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 \ell_{CB} = \frac{V_{CB}^2}{\ell_{CB}} \left( \frac{M}{c^2} \right); \quad a_{CC_0}^k = 2\omega_2 V_{CC_0} = 0 \left( \frac{M}{c^2} \right).$$

Выберем масштабный коэффициент  $\mu_a = \frac{a_B}{\left| \overline{pb} \right|} \left( \frac{M \cdot c^2}{MM} \right).$

Вычислим отрезок, изображающий  $a_{CB}^n$

$$\left| \overline{bn}_{CB} \right| = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} (\text{мм}).$$

Построим план ускорений (рис. 2.10, в).

Ускорения точек  $D$  и  $S_2$  найдем по свойству подобия плана ускорений: фигура на плане ускорений звена, образованная относительными ускорениями точек, и фигура, образованная одноименными точками звена, подобны и сходственно расположены. Поэтому для определения  $a_D$  строим  $\Delta bcd$  подобный  $\Delta BCD$ , а для нахождения ускорения точки  $S_2$  составляем пропорцию в виде равенства

$$\frac{\left| \overline{bS_2} \right|}{\left| \overline{bc} \right|} = \frac{BS_2}{BC}; \quad \left| \overline{bS_2} \right| = \left| \overline{bc} \right| \cdot \frac{BS_2}{BC}.$$

Рассмотрим структурную группу 4.5.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{a}_{D_S} = \overline{a}_D + \overline{a}_{D_S D}^k + \overline{a}_{D_S D}^{omn} \\ \overline{a}_{D_S} = \overline{a}_E + \overline{a}_{D_S E}^n + \overline{a}_{D_S E}^r \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} a_{D_S D}^k \perp DE, \quad a_{D_S D}^{omn} \parallel DE, \\ a_E = 0, \quad a_{D_S E}^r \perp DE. \end{array} \right.$$

Определим ускорения  $a_{D_S D}^k$  и  $a_{D_S E}^n$

$$a_{D_S D}^k = 2\omega_1 l'_{D_S D} \left( \frac{M}{c^2} \right), \quad a_{D_S E}^n = \omega_2^2 l_{DE} = \frac{V_{D_S E}^2}{l_{DE}} \left( \frac{M}{c^2} \right).$$

Вычислим отрезки, изображающие эти ускорения:

$$\left| \overline{dk}_{D_S D} \right| = \frac{a_{D_S D}^k}{\mu_a} (\text{мм}); \quad \left| \overline{en}_{D_S E} \right| = \frac{a_{D_S E}^n}{\mu_a} (\text{мм}).$$



Достраиваем план ускорений и находим ускорение точки  $S_5$  из соотношения

$$\frac{\left| \overline{es_5} \right|}{\left| \overline{ed_5} \right|} = \frac{ES_5}{ED}; \quad \left| \overline{es_5} \right| = \left| \overline{ed_5} \right| \frac{ES_5}{ED} \text{ (мм)}.$$

Вычислим ускорения:

$$\begin{aligned} a_C = a_{S_3} &= \left| \overline{\pi c} \right| \mu_a \left( \frac{M}{c^2} \right); & a_D = a_{S_4} &= \left| \overline{\pi d} \right| \mu_a \left( \frac{M}{c^2} \right); \\ a_{D_5} &= \left| \overline{\pi d_5} \right| \mu_a \left( \frac{M}{c^2} \right); & a_{CB}^\tau &= \left| \overline{n_{CB} c} \right| \mu_a \left( \frac{M}{c^2} \right); \\ a_{D_5E}^\tau &= \left| \overline{n_{D_5E} d_5} \right| \mu_a \left( \frac{M}{c^2} \right); & a_{S_2} &= \left| \overline{\pi s_2} \right| \mu_a \left( \frac{M}{c^2} \right); \\ a_{S_5} &= \left| \overline{\pi s_5} \right| \mu_a \left( \frac{M}{c^2} \right); \end{aligned}$$

Определяем угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{\ell_{CB}} \left( \frac{rad}{c^2} \right); \quad \varepsilon_3 = 0; \quad \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \frac{a_{D_5E}^\tau}{\ell_{D_5E}} \left( \frac{M}{c^2} \right).$$

Покажем направления угловых ускорений на кинематической схеме механизма.

### 3 СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ

#### 3.1 Задача силового расчета, классификация сил

Задачей силового расчета механизма является определение сил, действующих на звенья механизма, реакций в кинематических парах и внешней силы или внешнего момента сил.

Эта задача имеет большое практическое значение для расчета на прочность, жесткость, износостойчивость, для учета сил трения, определения мощности и др. Силовой расчет механизма может быть произ

веден различными методами. Рассмотрим метод кинестатики как наиболее распространенный метод силового анализа.

Метод кинестатики - силовой расчет механизма при заданном законе движения с использованием принципа Д-Аламбера.

Принцип Д-Аламбера заключается в том, что механическая система находится в равновесии под действием внешних сил, реакций связей и сил инерции. Таким образом, при применении принципа Д-Аламбера для силового расчета можно пользоваться уравнениями статики, если кроме внешних сил и реакций связей к звеньям приложить силы инерции.

В первом приближении рассмотрим силовой расчет без учета сил трения.

Действующие в машинах силы можно разделить на следующие группы.

Движущие силы, совершающие положительную работу.

Силы производственного сопротивления, совершающие отрицательную работу.

Силы тяжести подвижных звеньев, работа которых на отдельных участках движения является как положительной, так и отрицательной.

Силы упругости пружин - могут совершать как положительную, так и отрицательную работу.

Силы взаимодействия между звеньями механизма (реакции в кинематических парах), нормальные составляющие которых не совершают работы, а касательные составляющие (силы трения) совершают отрицательную работу.

Силы инерции, возникающие при неравномерном движении звеньев.

### 3.2. Статическая определенность структурных групп

Структурные группы второго класса содержат кинематические пары 5-го класса (вращательные или поступательные). Без учета сил трения равнодействующая распределенной по поверхности нагрузки во вращательной кинематической паре пройдет через центр шарнира (рис. 3.1), а в поступательной кинематической паре - направлена по нормали к поверхности контакта (рис. 3.2). Неизвестными являются во вращательной паре - величина и направление реакции, а в поступательной - величина и точка приложения. Таким образом, из трех характеристик силы (величина, направление и точка приложения), в парах 5-го класса неизвестными остаются две характеристики.

Рассмотрим одно звено, образующее две кинематические пары 5-го класса. Для одного звена в плоской системе можно составить три уравнения равновесия, а неизвестных - четыре (по две в каждой кинематической паре). Следовательно, одно звено представляет собой статически неопределимую механическую систему. Выясним, какая плоская кинематическая цепь будет статически определимой.

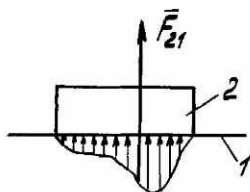


Рис. 3.1

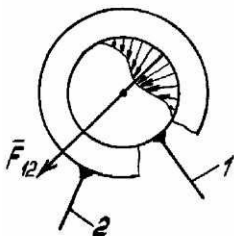


Рис. 3.2

Предположим, что кинематическая цепь состоит из  $n$  звеньев. Тогда для нее можно составить  $3n$  уравнений равновесия. Если звенья этой цепи соединены кинематическими парами 5-го класса в количестве  $p_5$ , то число неизвестных будет  $2p_5$ . Тогда равенство числа неизвестных числу уравнений, то есть условие статической определимости кинематической цепи будет иметь вид  $3n = 2p_5$  или  $p_5 = \frac{3}{2}n$ . Такое сочетание звеньев и кинематических пар соответствует признакам структурных групп. Следовательно, структурные группы статически определимы.

Отсюда следует, что определение реакций в кинематических парах механизма необходимо производить по структурным группам. Порядок рассмотрения структурных групп при силовом расчете обратный тому, который должен соблюдаться в кинематическом анализе.

### 3.3 Силы инерции звеньев механизма

Для звена, совершающего плоскопараллельное движение, все элементарные силы инерции можно привести к главному вектору ( $\bar{F}_u$ ) и главному моменту ( $\bar{M}_u$ ) сил инерции (Рис. 3.3).

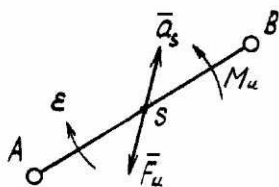


Рис. 3.3

Главный вектор сил инерции

$$\bar{F}_u = -m \cdot \bar{a}_s,$$

приложен в центре масс и направлен в сторону, противоположную ускорению центра масс.

Главный момент сил инерции

$$\bar{M}_u = -J_S \cdot \bar{\epsilon},$$

приложен к звену и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 3.3).

Рассмотрим частные случаи:

1) звено совершает поступательное движение,  $\bar{F}_u = -m\bar{a}_s$ ,  $M_u = 0$  (рис. 3.4, а);

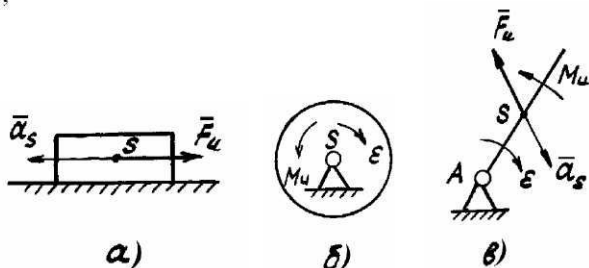


Рис. 3.4

2) звено совершает неравномерное вращательное движение вокруг оси, проходящей через центр масс,  $\bar{F}_u = 0$ ,  $M_u = -J_S \bar{\epsilon}$  (рис. 3.4, б);

3) звено совершает неравномерное вращательное движение вокруг оси, не проходящей через центр масс,  $\bar{F}_u = -m\bar{a}_s$ ,  $M_u = -J_S \bar{\epsilon}$  (рис. 3.4, в).

Главный вектор и главный момент сил инерции можно заменить одним вектором, если момент представить парой сил, равных главному вектору (рис. 3.5). Тогда плечо их действия составляет

$$h = M_u / F_u. \quad (3.1)$$

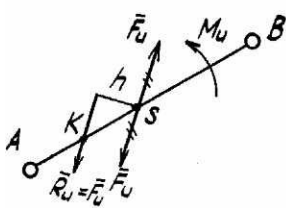


Рис. 3.5

В этом случае две равные и противоположно направленные силы, приложенные в точке  $S$ , взаимно уравниваются и остается только одна сила  $R_u = F_u$ , линия действия которой пересекает звено в точке  $K$ . Эта сила и является равнодействующей всех сил инерции звена.

### 3.4 Определение реакций в кинематических парах структурных групп второго класса

1-й вид.

К звеньям группы приложим внешние заданные силы, силы веса, силы инерции и неизвестные реакции связей. В данном случае (рис. 3.6, а) силы  $F_2$  и  $F_3$  и моменты сил  $M_2$  и  $M_3$  - условные силы и моменты сил, учитывающие внешние силы, силы веса и силы инерции. В точках  $A$  и  $C$  прикладываем реакции связей, у которых известны только точки приложения, а величины их и направления - не известны. Запишем условие равновесия группы в векторной форме

$$\sum_{2,3} \bar{F} = 0. \Rightarrow \bar{F}_{21} + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{34} = 0. \quad (3.2)$$

Решить это векторное уравнение нельзя, т.к. для  $\bar{F}_{21}$  и  $\bar{F}_{34}$  имеем четыре неизвестных (величины и направление реакций  $\bar{F}_{21}$  и  $\bar{F}_{34}$ ). Разложим каждую из них на две составляющие: по оси звена и перпендикулярную оси звена, т.е.

$$\bar{F}_{21} = \bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^\tau; \quad \bar{F}_{34} = \bar{F}_{34}^n + \bar{F}_{34}^\tau.$$

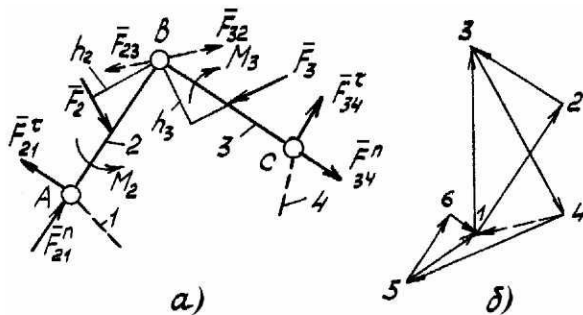


Рис. 3.6

Тангенциальные составляющие можно определить, записав уравнение равновесия каждого звена в отдельности в виде суммы моментов всех сил относительно точки  $B$ .

$$1) \sum M_B = 0, \quad -F_{21}^t \ell_{AB} + F_2 \cdot h_2 \cdot \mu_\ell + M_2 = 0,$$

откуда 
$$F_{21}^t = (F_2 \cdot h_2 \cdot \mu_\ell + M_2) / \ell_{AB},$$

или 
$$F_{21}^t = (F_2 \cdot h_2 + \frac{M_2}{\mu_\ell}) / AB.$$

$$2) \sum M_B = 0, \quad -F_{34} \ell_{BC} + F_3 \cdot h_3 \cdot \mu_\ell + M_3 = 0,$$

откуда 
$$F_{34} = (F_3 \cdot h_3 \cdot \mu_\ell + M_3) / \ell_{BC},$$

или 
$$F_{34} = (F_3 \cdot h_3 + \frac{M_3}{\mu_\ell}) / BC.$$

3) Воспользовавшись выражением (3.2) получим

$$\overline{F}_{21}^n + \overline{F}_{21}^t + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{F}_{34}^t + \overline{F}_{34}^n = 0.$$

$\begin{matrix} 1-2 & 2-3 & 3-4 & 4-5 & 5-6 & 6-1 \end{matrix}$

Имеем две неизвестных – величины  $F_{21}^n$  и  $F_{34}^n$ . Выбираем масштабный коэффициент  $\mu_F (\frac{H}{мм})$  и вычисляем отрезки, изображающие известные силы.

$$\overline{2-3} = \frac{F_{21}^{\tau}}{\mu_F} (\text{ММ}); \quad \overline{3-4} = \frac{F_2}{\mu_F} (\text{ММ}); \quad \overline{4-5} = \frac{F_3}{\mu_F} (\text{ММ}); \quad \overline{5-6} = \frac{F_{34}^{\tau}}{\mu_F} (\text{ММ}).$$

Построим план сил. В первую очередь изобразим известные силы, а затем проведем линии действия неизвестных по величине сил  $F_{21}^n$  и  $F_{34}^n$  до их взаимного пересечения (рис. 3.6, б). Вычислим реакции

$$F_{21} = \overline{1-3} \cdot \mu_F; \quad F_{34} = \overline{5-1} \cdot \mu_F.$$

4) Необходимо еще найти реакцию, приложенную к звену 2 со стороны звена 3 ( $F_{23}$ ) или реакцию, приложенную к звену 3 со стороны звена 2 ( $F_{32}$ ). Они равны, но противоположно направлены. Поэтому достаточно определить любую из них. Для этого необходимо рассмотреть равновесие одного звена.

$$\sum \overline{F} = 0, \quad \overline{F}_{21} + \overline{F}_{23} + \overline{F}_3 = 0.$$

Удобно воспользоваться уже построенным планом сил, соединив точки 4 и I. Тогда  $F_{23} = \overline{4-1} \cdot \mu_F$ .

2-й вид<sup>1</sup>.

Реакцию во внешней вращательной кинематической паре, как и в предыдущем примере, раскладываем на две составляющие  $F_{21}^n$  и  $F_{21}^{\tau}$  (рис. 3.7, а).

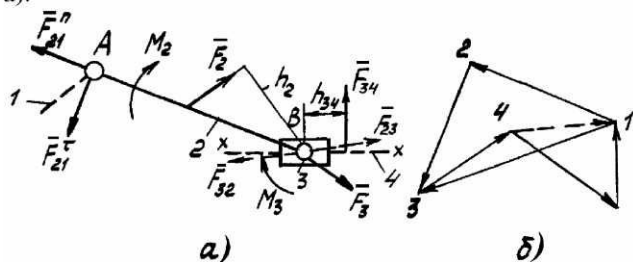


Рис. 3.7

<sup>1</sup> При рассмотрении этой и последующих структурных групп подробные пояснения представлены в [5].

Реакция в поступательной паре известна по направлению - перпендикулярна оси  $x-x$ , а ее точка приложения определится расстоянием  $h_{34}$ .

$$1) \sum_2 M_B = 0, \Rightarrow -F_{2l}^r AB + F_2 h_2 + \frac{M_2}{\mu_l} = 0; \Rightarrow F_{2l}^r = (F_2 h_2 + \frac{M_2}{\mu_l}) / AB.$$

$$2) \sum_{2,3} \bar{F} = 0, \Rightarrow \bar{F}_{2l}^n + \bar{F}_{2l}^r + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{34} = 0. \text{ (рис. 3.7. б),}$$

откуда 
$$F_{2l} = |l-3| \mu_F, \quad F_{34} = |5-l| \mu_F.$$

$$3) \sum_3 M_B = 0, \Rightarrow -\frac{M_3}{\mu_f} + F_{34} h_{34} = 0, \Rightarrow h_{34} = \frac{M_3 / \mu_f}{F_{34}}.$$

$$4) \sum_2 \bar{F} = 0, \Rightarrow \bar{F}_{l-3} + \bar{F}_{3-4} + \bar{F}_{4-1} = 0 \text{ (рис. 3.7.б).}$$

откуда 
$$F_{23} = |4-l| \mu_F.$$

3-й вид.

В шарнире  $B$  разложим реакцию на составляющие  $F_{2l}^n$  и  $F_{2l}^r$ , а в шарнире  $A$  реакцию  $F_{34}$  покажем пока с произвольным направлением (рис. 3.8. а).

$$1) \sum_{2,3} M_A = 0, \Rightarrow -F_{2l}^r AB - F_2 h_2 - \frac{M_2}{\mu_f} + \frac{M_3}{\mu_f} + F_{34} h_{34} = 0,$$

$$F_{2l}^r = (F_2 h_2 - \frac{M_2}{\mu_f} + \frac{M_3}{\mu_f} + F_{34} h_{34}) / AB = 0.$$

$$2) \sum_2 \bar{F} = 0, \quad \bar{F}_{2l}^n + \bar{F}_{2l}^r + \bar{F}_2 + \bar{F}_{23} = 0, \text{ (рис. 3.8. б),}$$

$$F_{2l} = |l-3| \mu_F; \quad F_{23} = |4-l| \mu_F.$$

$$3) \sum_2 M_B = 0, \Rightarrow -\frac{M_2}{\mu_f} + F_{23} h_{23} = 0; \Rightarrow h_{23} = \frac{M_2}{\mu_f F_{23}}.$$

$$4) \sum_3 \bar{F} = 0, \Rightarrow \bar{F}_{32} + \bar{F}_3 + \bar{F}_{34} = 0, \text{ (рис. 3.8, в),}$$

откуда 
$$F_{34} = |3-l| \mu_F.$$



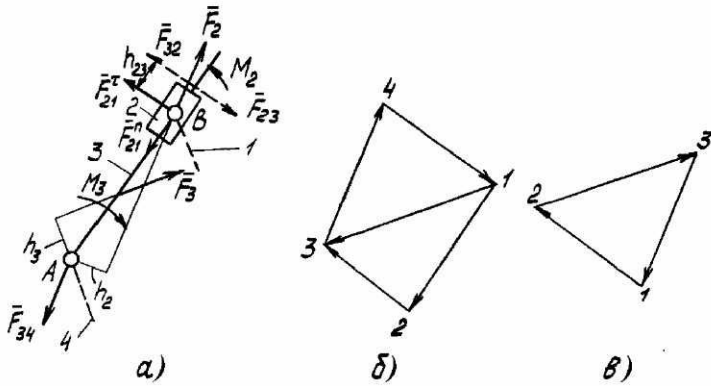


Рис. 3.8

На расчетной схеме группы Ассура вместо реакции  $F_{34}$  с произвольным направлением приложим реакцию  $\bar{F}_{34}$  с полученным направлением.

4-й вид (рис. 3.9, а).

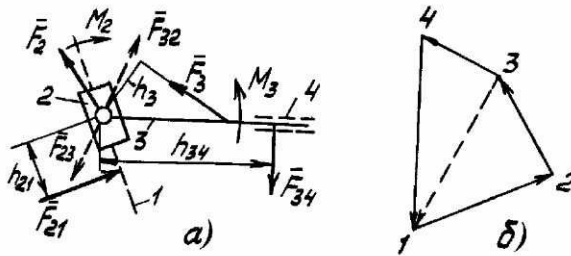


Рис. 3.9

$$1) \sum_{2,3} \bar{F} = 0, \Rightarrow \bar{F}_{21} + \bar{F}_{23} + \bar{F}_{32} + \bar{F}_{34} = 0, \text{ (рис. 3.9, б),}$$

$$\text{откуда } F_{21} = |I-2| \mu_F; F_{34} = |4-1| \mu_F.$$

$$2) \sum_2 M_A = 0, \Rightarrow -F_{21}h_{21} - \frac{M_2}{\mu_\ell} = 0, \Rightarrow h_{21} = \frac{M_2}{\mu_\ell F_{21}}.$$

$$3) \sum_3 M_A = 0, \Rightarrow -F_{34}h_{34} + \frac{M_2}{\mu_\ell} + F_3h_3 = 0, \Rightarrow h_{34} = (\frac{M_3}{\mu_\ell} + F_3h_3) / F_{34}.$$

$$4) \sum_2 \bar{F} = 0, \Rightarrow \bar{F}_{21} + \bar{F}_2 + \bar{F}_{23} = 0, \Rightarrow F_{23} = |3-1| \mu_F.$$

5-й вид (рис. 3.10, а).

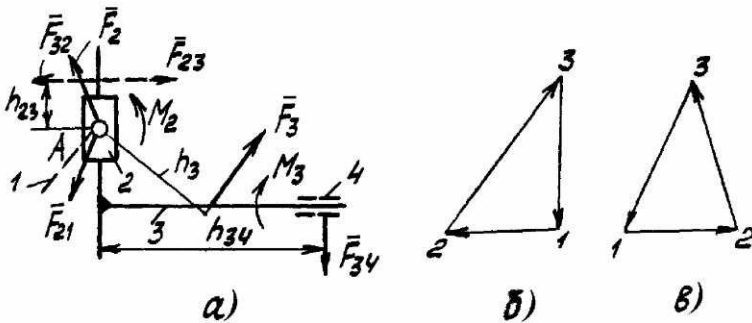


Рис. 3.10

$$1) \sum_3 \bar{F} = 0, \Rightarrow \bar{F}_{32} + \bar{F}_3 + \bar{F}_{34} = 0, \quad (\text{рис. 3.10, б}),$$

откуда  $F_{32} = |1-2| \mu_F, F_{34} = |3-1| \mu_F.$

$$2) \sum_2 \bar{F} = 0, \Rightarrow \bar{F}_{23} + \bar{F}_2 + \bar{F}_{21} = 0, \quad (\text{рис. 3.10, в}),$$

откуда  $F_{21} = |3-1| \mu_F.$

$$3) \sum_2 M_A = 0, \Rightarrow -F_{23}h_{23} + \frac{M_2}{\mu_\ell} = 0, \Rightarrow h_{23} = \frac{M_2}{\mu_\ell F_{23}}.$$

$$4) \sum_{2,3} M_A = 0, \Rightarrow -F_{34}h_{34} + \frac{M_3}{\mu_\ell} + F_3h_3 + \frac{M_2}{\mu_\ell} = 0,$$

откуда  $h_{34} = (-M_3 / \mu_\ell + F_3h_3 + M_2 / \mu_\ell) / F_{34}.$

### 3.5 Силовой расчет начального звена

При силовом расчете начального звена определяется внешняя сила  $F_{вн}$  или внешний момент сил  $M_{вн}$ , которые уравнивают силы, приложенные к начальному звену из условия заданного закона его движения, а также реакция со стороны стойки. Примем, что начальное звено совершает равномерное вращательное движение, т.е.  $\omega_1 = const$ . Необходимость определения  $F_{вн}$  или  $M_{вн}$  зависит от конструкции передаточного механизма. Если кривошипный вал приводится во вращение непосредственно от электродвигателя (валы их соединены муфтой), то к кривошипу приложен внешний момент  $M_{вн}$  (рис. 3.11, а). Если же кривошипный вал получает вращение от электродвигателя через зубчатую передачу, то к кривошипу приложена внешняя сила  $F_{вн}$ , действующая по линии зацепления зубчатой передачи (рис. 3.11, в).

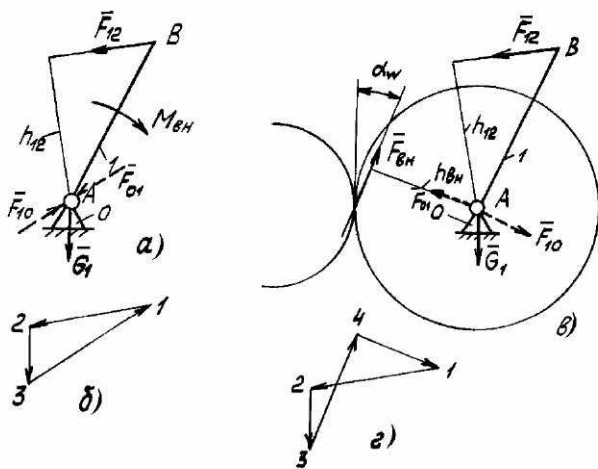


Рис. 3.11

Рассмотрим первый случай. Внешний момент найдем из условия

$$\sum_1 M_A = 0; \Rightarrow -M_{вн} + F_{12} h_{12} \mu_\ell = 0; \Rightarrow M_{вн} = F_{12} h_{12} \mu_\ell.$$

Реакцию со стороны стойки определим из плана сил:  $\sum_I \bar{F} = 0$ ,

$$\bar{F}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{F}_{10} = 0 \quad (\text{рис. 3.11, б}), \quad F_{10} = \left| \overline{3-1} \right| \mu_F.$$

Для второго случая

$$\sum_I M_A = 0; \Rightarrow -F_{\text{вн}} h_{\text{вн}} + F_{12} h_{12} = 0; \Rightarrow F_{\text{вн}} = \frac{F_{12} h_{12}}{h_{\text{вн}}},$$

$$\sum_I \bar{F} = 0; \Rightarrow \bar{F}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{F}_{\text{вн}} + \bar{F}_{10} = 0 \quad (\text{рис. 3.11, г}), \Rightarrow F_{10} = \left| \overline{4-1} \right| \mu_F.$$

### 3.6 Силовой расчет механизма

Рассмотрим силовой расчет механизма (см. рис. 3.12), структурный анализ которого проведен в п.1.5, а кинематическое исследование выполнено в п.2.5. Для силового расчета дополнительно дано:  $M_5, m_2, m_3, m_4, m_5, J_{S_2}, J_{S_5}$  ( $m_1, J_{S_1}, J_{S_4}$  - пренебрегаем). Требуется определить реакции в кинематических парах и внешний момент. Рассмотрим структурную группу 4-5 (рис. 3.13, а).

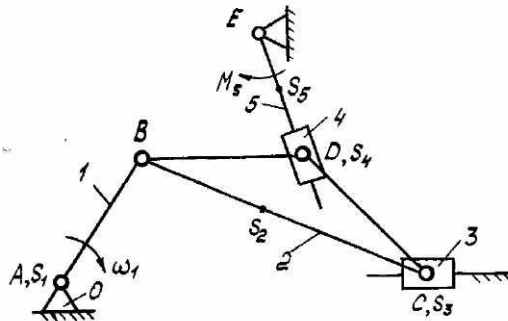


Рис. 3.12

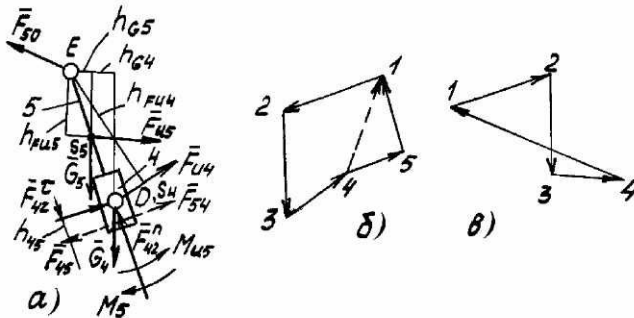


Рис. 3.13

Вычислим веса звеньев и силы инерции:  $G_4 = m_4 g$ ;  $G_5 = m_5 g$ ;  
 $\bar{F}_{u4} = -m_4 \bar{a}_{S4}$ ;  $\bar{F}_{u5} = -m_5 \bar{a}_{S5}$ ;  $\bar{M}_{u5} = -J_{S5} \bar{\epsilon}_5$ .

Силы инерции приложим в центрах масс ( $S_4$  и  $S_5$ ), направляя их обратно ускорениям этих точек (см. рис. 2.10, в), момент сил инерции прикладываем к пятому звену в направлении, обратном  $\epsilon_5$  (см. рис. 2.10, а). Порядок расчета группы третьего вида представлен в п.3.4.

$$1) \sum_{4,5} M_E = 0, \Rightarrow$$

$$-F_{42}^{\tau} DE + G_4 h_{G4} + G_5 h_{G5} - F_{u4} h_{Fu4} - F_{u5} h_{Fu5} - \frac{M_{u5}}{\mu_{\ell}} + \frac{M_5}{\mu_{\ell}} = 0, \Rightarrow$$

$$F_{42}^{\tau} = (G_4 h_{G4} + G_5 h_{G5} - F_{u4} h_{Fu4} - F_{u5} h_{Fu5} - \frac{M_{u5}}{\mu_{\ell}} + \frac{M_5}{\mu_{\ell}}) / DE.$$

$$2) \sum \bar{F} = 0; \Rightarrow \bar{F}_{45} + \bar{G}_4 + \bar{F}_{u4} + \bar{F}_{42}^{\tau} + \bar{F}_{42}^n = 0.$$

Выберем масштабный коэффициент  $\mu_F$  (Н/мм). Вычисим отрезки, изображающие известные силы:

$$\left| \overline{2-3} \right| = \frac{G_4}{\mu_F} \text{ (мм)}; \left| \overline{3-4} \right| = \frac{F_{u4}}{\mu_F} \text{ (мм)}; \left| \overline{4-5} \right| = \frac{F_{42}^{\tau}}{\mu_F} \text{ (мм)}.$$

Построим план сил (рис. 3.13, б) и вычислим реакции:

$$F_{45} = \sqrt{1-2} \mu_F; \quad F_{42} = \sqrt{4-1} \mu_F.$$

$$3) \sum_4 M_D = 0; \Rightarrow F_{45} \cdot h_{45} = 0; \Rightarrow h_{45} = 0.$$

$$4) \sum_5 \bar{F} = 0; \Rightarrow \begin{matrix} \bar{F}_{54} & + & \bar{G}_5 & + & \bar{F}_{u5} & + & \bar{F}_{50} & = & 0. \\ 1-2 & & 2-3 & & 3-4 & & 4-1 & \end{matrix}$$

Выберем масштабный коэффициент  $\mu_F$  (Н/мм) и построим план сил, учитывая, что  $\bar{F}_{54} = -\bar{F}_{45}$ . Вычислим реакцию:  $F_{50} = \sqrt{4-1} \cdot \mu_F$  (рис.3.13,в).

Рассмотрим структурную группу 2-3 (рис. 3.14, а)

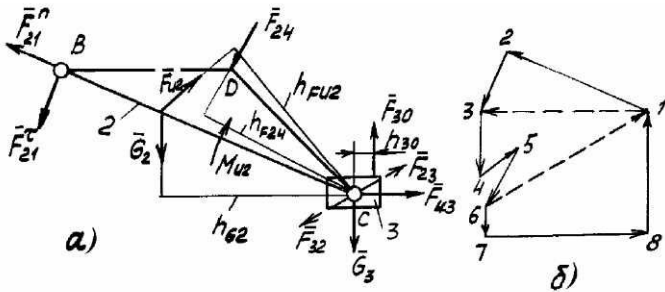


Рис. 3.14

$$G_2 = m_2 g; \quad G_3 = m_3 g; \quad \bar{F}_{u2} = -m_2 a_{S2}; \quad \bar{F}_{u3} = -m_3 a_{S3};$$

$$\bar{M}_{u2} = -J_{S2} \varepsilon_2; \quad \bar{F}_{24} = -\bar{F}_{42}.$$

$$1) \sum_2 M_C = 0; \Rightarrow -F_{21}^t BC - G_2 h_{G2} + F_{u2} h_{Fu2} - F_{24} h_{Fu24} + \frac{M_{u2}}{\mu_\ell} = 0; \Rightarrow$$

$$F_{21}^t = (-G_2 h_{G2} + F_{u2} h_{Fu2} - F_{24} h_{Fu24} + \frac{M_{u2}}{\mu_\ell}) / BC.$$

$$2) \sum_{2,3} \bar{F} = 0; \Rightarrow \begin{matrix} \bar{F}_{21}^n & + & \bar{F}_{21}^t & + & \bar{G}_2 & + & \bar{F}_{u2} & + & \bar{F}_{24} & + & \bar{G}_3 & + & \bar{F}_{u3} & + & \bar{F}_{30} & = & 0. \\ 1-2 & & 2-3 & & 3-4 & & 4-5 & & 5-6 & & 6-7 & & 7-8 & & 8-1 & \end{matrix}$$

Выберем масштабный коэффициент  $\mu_F$  (Н/мм). Вычислим отрезки, изображающие известные, силы:

$$\begin{aligned} |2-3| &= \frac{F_{21}^r}{\mu_F} \text{ (мм)}; |3-4| = \frac{G_2}{\mu_F} \text{ (мм)}; |4-5| = \frac{F_{u2}}{\mu_F} \text{ (мм)}; \\ |5-6| &= \frac{F_{24}}{\mu_F} \text{ (мм)}; |6-7| = \frac{G_3}{\mu_F} \text{ (мм)}; |7-8| = \frac{F_{u3}}{\mu_F} \text{ (мм)}. \end{aligned}$$

Построим план сил (рис. 3.14, б) и вычислим реакции  $F_{21} = |1-3| \mu_F$ ,  $F_{30} = |8-1| \mu_F$ .

$$3) \sum M_C = 0; \Rightarrow F_{30} \cdot h_{30} = 0; \Rightarrow h_{30} = 0.$$

$$4) \sum \bar{F} = 0; \Rightarrow \bar{F}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2} + \bar{F}_{24} + \bar{F}_{23} = 0.$$

Воспользуемся уже построенным планом сил:  $F_{23} = |6-1| \cdot \mu_F$ .

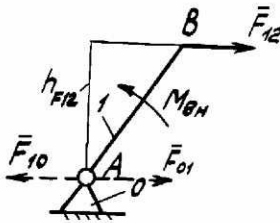


Рис. 3.15

Рассмотрим группу начальных звеньев 0-1 (рис. 3.15).

$$\sum M_A = 0; \Rightarrow$$

$$-M_{01} + F_{12} h_{F12} \mu_l = 0; \Rightarrow$$

$$M_{01} = F_{12} h_{F12} \mu_l = 0.$$

$$\sum \bar{F} = 0; \Rightarrow \bar{F}_{10} + \bar{F}_{12} = 0;$$

$$\bar{F}_{10} = -\bar{F}_{12}.$$

### 3.7 Рычаг Жуковского

В одной из своих работ Н.Е. Жуковский показал, что равновесию механизма с одной степенью подвижности соответствует равновесие некоторого рычага. В основу доказательств был положен принцип возможных перемещений: сумма работ всех сил системы из  $n$  звеньев на возможных перемещениях равна нулю:

$$\sum_i^n F_i \delta_{F_i} = 0. \quad (3.3)$$

Механизм является кинематической цепью с вполне определенными движениями всех звеньев. Поэтому для механизма возможные перемещения являются и действительными. На основании этого выражение (3.3) можно записать в виде

$$\sum_i^n F_i d_{Fi} = 0, \quad (3.4)$$

где  $d_{Fi}$  - проекция действительных перемещений на направления сил. Дадим графическую интерпретацию выражения (3.4). Пусть на звено, у которого скорости точек  $A$  и  $B$  известны, действует сила  $F_i$ , приложенная в точке  $C$  (рис. 3.16, а). Найдя мгновенный центр вращения  $O$ , определим направление скорости точки  $C$ .

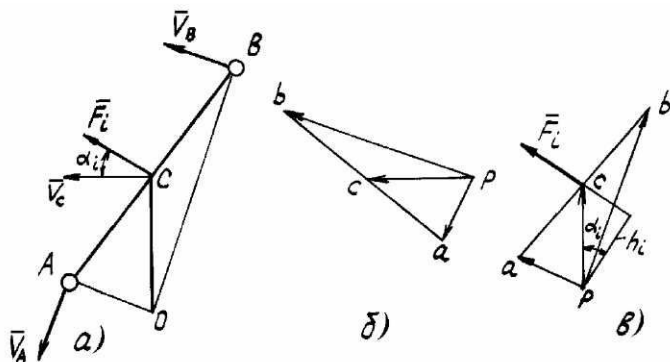


Рис. 3.16

Направление действительного перемещения точки  $C(d_{Si})$  совпадает с направлением скорости  $V_C$ , а его проекция на направление силы будет

$$d_{Fi} = d_{Si} \cos \alpha_i. \quad (3.5)$$

Элементарная работа силы  $F_i$

$$dA_i = F_i d_{Fi} = F_i d_{Si} \cos \alpha_i. \quad (3.6)$$

Т.к.  $d_{Si} = V_C dt$ , то  $dA_i = F_i V_C \cos \alpha_i dt$ . (3.7)



Величину скорости  $V_C$  можно определить по плану скоростей (рис. 3.16, б):

$$V_C = \overline{pc} \mu_V. \quad (3.8)$$

Подставляя выражение (3.8) в (3.7), получим:

$$dA_i = F_i \overline{pc} \mu_V \cos \alpha_i dt. \quad (3.9)$$

Повернем план скоростей на  $90^\circ$  и приложим силу  $F_i$  в точке  $C$ .  
Здесь

$$h_i = \overline{pc} \cos \alpha_i. \quad (3.10)$$

Тогда (3.9) примет вид

$$dA_i = F_i h_i \mu_V dt. \quad (3.11)$$

Из формулы (3.11) видно, что элементарная работа силы пропорциональна произведению этой силы на кратчайшее расстояние ее линии действия от полюса повернутого плана скоростей. Аналогичные выражения можно получить и для сил, действующих на другие звенья механизма. Поэтому для механизма выражение (3.7) с учетом (3.4) будет иметь вид

$$dA_i = \sum_i^n F_i V_{Fi} \cos \alpha_i dt = 0. \quad (3.12)$$

или после сокращения на общий знаменатель  $dt$

$$dN_i = \sum_i^n F_i V_{Fi} \cos \alpha_i = 0, \quad (3.13)$$

где  $dN_i$  - мгновенная мощность силы  $F_i$ .

Анализ выражения (3.13) показывает, что, если механизм находится в равновесии, то сумма мгновенных мощностей всех сил, приложенных к звеньям механизма, равна нулю.

Используя выражение (3.11) элементарную работу для механизма, можно представить в виде

$$dA_i = \sum_i^n F_i h_i \mu_{Vi} dt = \mu_V dt \sum_i^n F_i h_i = 0. \quad (3.14)$$

Так как  $\mu_V \neq 0, dt \neq 0$ , то

$$\sum_i^n F_i h_i = 0. \quad (3.15)$$

Сравнивая выражения (3.11), (3.13), (3.15), можно сделать заключение, что произведение силы на расстояние ее линии от полюса повернутого плана скоростей пропорционально не только элементарной работе, но и мгновенной мощности.

На основании (3.15) теорема Н.Е. Жуковского о жестком рычаге сформулирована следующим образом:

- рычаг Жуковского - повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, рассматриваемый как жесткий рычаг, вращающийся относительно неподвижной точки (полюса Р) и находящийся в равновесии под действием всех приложенных к нему сил.

Если на звенья механизма кроме сил действуют еще и моменты сил, то их удобнее всего представить парами сил. С помощью рычага Жуковского можно определить одну неизвестную силу, чаще всего  $F_{ви}$ .

## 4 ДВИЖЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ

### 4.1 Режимы работы машины. Уравнение движения машины

При работе машины можно выделить три режима: разбег, установившееся движение и выбег (рис. 4.1).

Время разбега характеризуется возрастанием скорости начального звена от нуля до некоторого значения, соответствующего началу установившегося движения.

Время установившегося движения характеризуется периодическим изменением скорости начального звена. Промежуток времени, по истечении которого положения, скорости и ускорения начального звена принимают первоначальные значения, и восстанавливается запас кинетической энергии, называется циклом установившегося движения механизма.

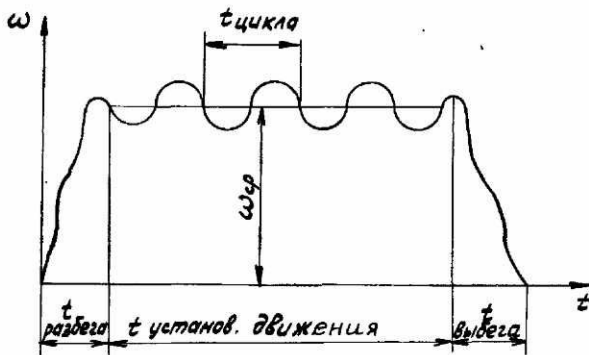


Рис. 4.1

Время выбега характеризуется убыванием скорости начального звена до нулевого значения.

В дальнейшем будем рассматривать только режим установившегося движения.

Уравнение движения машины можно записать, используя теорему об изменении кинетической энергии

$$\Delta E = \Sigma A, \quad E_K - E_H = A_{ДВ} - A_{ПС} - A_{тр} \pm A_T \pm A_y,$$

где  $E_K$  - кинетическая энергия машины в конечный момент времени;  $E_H$  - кинетическая энергии машины в начальный момент времени;  $A_{ДВ}$  - работа движущих сил;  $A_{ПС}$  - работа сил производственного сопротивления;  $A_{тр}$  - работа сил трения;  $A_T$  - работа сил тяжести;  $A_y$  - работа сил упругости.

Механизм машины является многозвенной системой, нагруженной различными силами и моментами. Определить закон движения такой системы сложно. Однако если механизм имеет одну степень подвижности, достаточно знать закон движения одного начального звена. Поэтому для

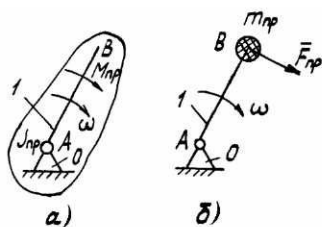


Рис. 4.2

удобства расчетов весь сложный многозвенный механизм можно заменить одним условным звеном, другими словами, - динамической моделью машины. К этому звену приложен приведенный момент сил, эквивалентный всей заданной нагрузке и это звено обладает приведенным моментом инерции - эквивалентом всей инерции механизма (рис. 4.2, а).

Динамическая модель может иметь и другой вариант (рис. 4.2, б). В этом случае все силы и массы приводятся в точку, в которой приложена приведенная сила и в которой сосредоточена приведенная масса.

При переходе от реального механизма к его модели необходимо соблюсти при приведении сил равенство элементарных работ или мощностей, а при приведении масс - условие равенства кинетических энергий.

#### 4.2 Приведение сил

Приведенный момент сил - условный момент сил, приложенный к звену приведения, элементарная работа или мощность которого равна сумме элементарных работ или мощностей всех приводимых сил и моментов сил.

Приведенная сила - условная сила, приложенная в точке приведения, элементарная работа или мощность которой равна сумме элементарных работ или мощностей всех приводимых сил и моментов сил.

Рассмотрим приведение сил на примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 4.3, а), для которого построен план скоростей (рис. 4.3.б).

Приведем силы  $F_2, F_3$  и момент сил  $M_2$  к звену I (динамическая модель на рис. 4.3, в).

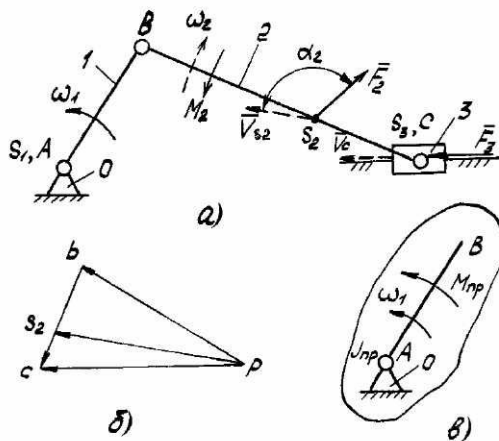


Рис. 4.3

Выразим равенство мощностей:

$$M_{np}\omega_1 = F_2V_{S_2} \cos\alpha_2 + F_3V_C \cos\alpha_3 - M_2\omega_2, \quad (4.1)$$

где  $\alpha_2$  - угол  $(\bar{F}_2, \bar{V}_{S_2})$ ,  $\alpha_3$  - угол  $(\bar{F}_3, \bar{V}_C) = 0$ .

Тогда

$$M_{np} = (F_2V_{S_2} \cos\alpha_2 + F_3V_C \cos\alpha_3 - M_2\omega_2) / \omega_1. \quad (4.2)$$

В общем случае выражение (4.2) имеет вид

$$M_{np} = \left[ \sum F_i V_{Vi} \cos(\bar{F}_i, \bar{V}_{Vi}) + \sum M_i \omega_i \right] / \omega_{np}. \quad (4.3)$$

В случае приведения сил не к звену, а в точку звена приведения, имеем

$$F_{np} = \left[ \sum F_i V_{Fi} \cos(\bar{F}_i, \bar{V}_{Fi}) + \sum M_i \omega_i \right] / V_{np}. \quad (4.4)$$

### 4.3 Приведение масс

Приведенный момент инерции механизма - условный момент инерции, которым должно обладать звено приведения относительно оси его вращения, кинетическая энергия которого равна сумме кинетических энергий звеньев механизма.

Приведенная масса механизма - условная масса, сосредоточенная в точке приведения, кинетическая энергия которой равна сумме кинетических энергий звеньев механизма.

Воспользуемся рис. 4.3. Выразим равенство кинетических энергий

$$\frac{J_{np}\omega_1^2}{2} = \frac{J_{S_1}\omega_1^2}{2} + \frac{m_2J_{S_2}^2}{2} + \frac{J_{S_2}\omega_2^2}{2} + \frac{m_3J_{S_3}^2}{2}, \quad (4.5)$$

из которого получим

$$J_{np} = (J_{S_1}\omega_1^2 + m_2J_{S_2}^2 + m_3J_{S_3}^2) / \omega_1^2. \quad (4.6)$$

В общем виде приведенный момент инерции и приведенная масса определяются зависимостями

$$J_{np} = (\sum J_{Si} \omega_i^2 + \sum m_I V_{Si}^2) / \omega_{np}^2, \quad (4.7)$$

$$m_{np} = (\sum J_{Si} \omega_i^2 + \sum m_I V_{Si}^2) / V_{np}^2. \quad (4.8)$$

#### 4.4. Определение закона движения звена привода

Запишем выражение для кинетической энергии механизма, используя динамическую модель:

$$\omega = \sqrt{\frac{2E}{J_{np}}}, \quad (4.9)$$

откуда  $E = \frac{J_{np} \omega^2}{2}$ . (4.10)

Угловую скорость звена привода можно определить, если известно отношение  $E/J_{np}$ . Эту задачу можно решить графически, построив график  $E = E(J_{np})$  - диаграмму энергомасс (рис. 4.4).

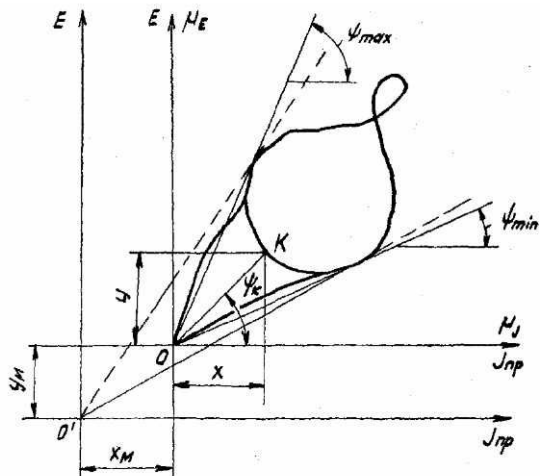


Рис. 4.4

Кривая энеpгoмaсс, cooтвeтcтвующая вpeмeни paзбeгa, имeeт вoсxoдящий xapaктep, a нa выбeгe - нeсxoдящий. Нa учacткe ycтaнoвившeгo движeния, cooтвeтcтвующeм oднoму циклу, кривaя имeeт зaмкнутый xapaктep и пoвтopяeтcя cтoлькo paз, cкoлькo бyдeт циклoв зa вpeмя ycтaнoвившeгo движeния.

Нa oснoвaнии (4.10) зaпишем знaчeниe yглoвoй cкopocти для нeкoтoрoгo пoлoжeния  $K$ :

$$\omega = \sqrt{2 \frac{y \mu_E}{x \mu_J}} = \sqrt{2 \operatorname{tg} \psi_K \frac{\mu_E}{\mu_J}}. \quad (4.11)$$

Максимальное и минимальное значения угловой скорости в режиме установившегося движения соответственно будут равны:

$$\omega_{\max} = \sqrt{2 \operatorname{tg} \psi_{\max} \frac{\mu_E}{\mu_J}}, \quad (4.12)$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{2 \operatorname{tg} \psi_{\min} \frac{\mu_E}{\mu_J}}. \quad (4.13)$$

На рис. 4.5 показан график  $\omega = \omega(t)$  для режима установившегося движения.

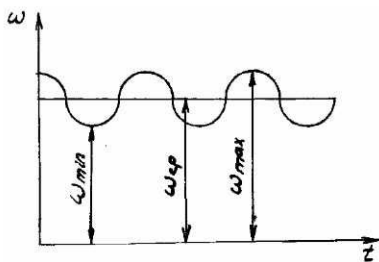


Рис. 4.5

Изменение угловой скорости характеризуется коэффициентом неравномерности движения механизма.

Коэффициент неравномерности движения механизма — отношение амплитуды колебания угловой скорости начального звена к ее среднему значению за один цикл установившегося движения механизма, то есть

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}}. \quad (4.14)$$

Причины неустойчивости угловой скорости начального звена:

1) неравенство друг другу работы движущих сил и работы сил сопротивления внутри цикла вследствие того, что приведенные моменты сил движущих и сил сопротивления изменяются по разным законам;

2) неустойчивость приведенного момента инерции механизма вследствие изменения в течение цикла скоростей центров масс звеньев и их угловых скоростей.

Для нормальной работы машины необходимо, чтобы коэффициент неравномерности движения  $\delta$  не превышал допустимого значения. Ниже приведены допустимые коэффициенты неравномерности движения для некоторых типов машин:

насосы -  $\delta = 0,03 \dots 0,2$ ;

металлообрабатывающие станки -  $\delta = 0,02 \dots 0,05$ ;

двигатели внутреннего сгорания -  $\delta = 0,005 \dots 0,015$ ;

прессы -  $\delta = 0,1 \dots 0,15$ .

При проектировании механизма часто возникает необходимость уменьшения коэффициента  $\delta$ . Эту задачу можно решить постановкой маховика.

Маховик - дополнительное тело вращения, предназначенное для обеспечения заданного коэффициента неравномерности движения механизма.

На рис. 4.4 штриховыми линиями показаны касательные к кривой энергомасс после постановки маховика. Разность между углами  $\psi_{max}$  и  $\psi_{min}$  уменьшается. Следовательно, уменьшается и амплитуда изменений угловой скорости  $(\omega_{max} - \omega_{min})$ . Момент инерции маховика  $J_M = x_M \cdot \mu_j$ , кинетическая энергия маховика  $E_M = v_M \cdot \mu_E$ .

#### 4.5. Расчет маховика

Как указывалось выше, подбором массы и момента инерции маховика можно заставить начальное звено механизма двигаться с заданным отклонением от некоторой его средней скорости.

Маховик является как бы аккумулятором кинетической инерции механизма, накапливая ее во время ускоренного движения и отдавая обратно при замедленном движении.

Существуют различные методы определения момента инерции маховика - как приближенные, так и точные.



Рассмотрим один из наиболее распространенных точных методов, основанный на построении кривой энергомасс.

Для построения кривой энергомасс необходимо выполнить следующие расчеты и построения.

1) Все силы, действующие на звенья механизма, привести к начальному звену (звену приведения) в виде  $M_{np}$  по (4.3) и построить график  $M_{np} = M_{np}(\psi_1)$ , приняв масштабные коэффициенты  $\mu_M$  и  $\mu_\psi$  (рис. 4.6, а).

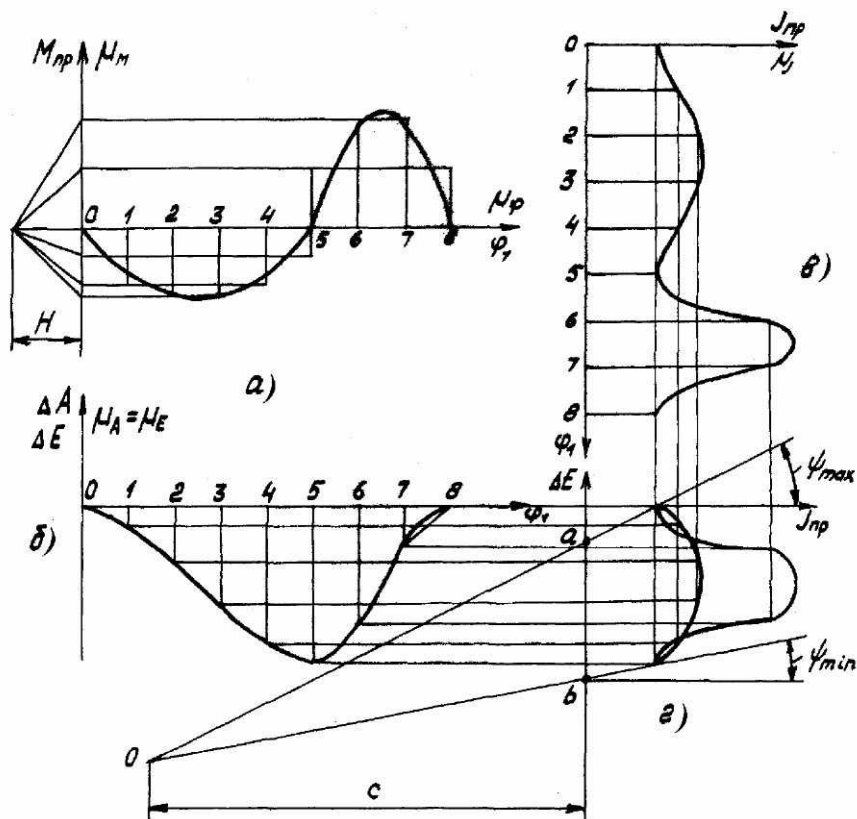


Рис. 4.6

2) Методом графического интегрирования кривой приведенного момента сил получить избыточную работу  $\Delta A = \Sigma A$ . На основании теоремы об изменении кинетической энергии  $\Delta A = \Sigma A$ , поэтому полученный график является также графиком изменения кинетической энергии (рис. 4.6, б). Графическое интегрирование обратно графическому дифференцированию, рассмотренному в 2.2 и на рис. 2.2. Масштабный коэффициент для избыточной работы и приращения кинетической энергии будет  $\mu_A = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot H$ , где  $H$  - полусное расстояние при интегрировании, принятое произвольно.

3) Массы звеньев и их моменты инерции привести к начальному звену в виде  $J_{np}$  (4.7) и построить график  $J_{np} = J_{np}(\psi_1)$ , приняв масштабные коэффициенты  $\mu_J$  и  $\mu_\psi$  (рис. 4.6, в). Такое расположение графика принято для удобства построения кривой энергомасс.

4) Построить кривую энергомасс, исключая графически параметр  $\psi_1$  из графиков  $\Delta E = \Delta E(\psi_1)$  и  $J_{np} = J_{np}(\psi_1)$  (рис. 4.6, г).

5) К полученной кривой провести две касательные под углами  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$ , которые согласно (4.12) и (4.13) соответствуют угловым скоростям  $\omega_{l_{\max}}$  и  $\omega_{l_{\min}}$ , обеспечивающим требуемый коэффициент неравномерности движения  $\delta$ . Найдем зависимость углов  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$  от  $\delta$ .

Решая совместно выражения

$$\omega_{l_{cp}} = \frac{\omega_{l_{\max}} + \omega_{l_{\min}}}{2} \quad \text{и} \quad \delta = \frac{\omega_{l_{\max}} - \omega_{l_{\min}}}{\omega_{cp}}, \quad \text{получим}$$

$$\omega_{l_{\max}} = \omega_{l_{cp}} \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right); \quad \omega_{l_{\min}} = \omega_{l_{cp}} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (4.15)$$

Возведем в квадрат левые и правые части (4.15):

$$\omega_{l_{\max}}^2 = \omega_{l_{cp}}^2 \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right)^2; \quad \omega_{l_{\min}}^2 = \omega_{l_{cp}}^2 \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right)^2. \quad (4.16)$$

Возведем в квадрат левые и правые части (4.12) и (4.13):

$$\omega_{l_{\max}}^2 = 2 \operatorname{tg} \psi_{\max} \frac{\mu_E}{\mu_J}; \quad \omega_{l_{\min}}^2 = 2 \operatorname{tg} \psi_{\min} \frac{\mu_E}{\mu_J}. \quad (4.17)$$

Подставив в (4.16) выражения (4.17), получим

$$2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\max} = \omega^2_{1cp} \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right)^2; \quad 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\min} = \omega^2_{1cp} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right)^2. \quad (4.18)$$

откуда

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{\mu_J}{2\mu_E} \omega^2_{1cp} \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right)^2; \quad \operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{\mu_J}{2\mu_E} \omega^2_{1cp} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right)^2. \quad (4.19)$$

Проводим касательные к кривой  $\Delta E = \Delta E(J_{np})$  и находим их точку пересечения  $\theta$  (рис. 4.6. г). Требуемый момент инерции маховика  $J_M = c\mu_J$ .

При малых значениях коэффициента  $\theta$  разность между углами  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$  незначительна и точка пересечения касательных часто находится за пределами чертежа. В этом случае удобно выразить момент инерции маховика через отрезок  $ab$ :

$$J_M = \frac{ab\mu_E}{\omega^2_{1cp}\delta}. \quad (4.20)$$

## 5. УРАВНОВЕШИВНИЕ МАСС

### 5.1. Общие сведения об уравновешивании

Из года в год растут рабочие скорости машин. В настоящее время применяются электродвигатели с числом оборотов  $12\ 000$  об/мин, двигатели внутреннего сгорания -  $5\ 000$  об/мин, центрифуги -  $40\ 000$  об/мин. С увеличением скорости растет производительность машин. Однако вместе с тем растут и ускорения, а, следовательно, и силы инерции, которые могут превосходить силы веса в сотни тысяч раз.

Силы инерции вызывают дополнительные динамические нагрузки в кинематических парах, увеличение сил трения, вибрации в звеньях и фундаменте, а при резонансе могут привести к поломке.

Поэтому при проектировании ставится задача рационального подбора таких масс звеньев механизма, которые бы обеспечили полное или частичное устранение указанных динамических нагрузок. Эта задача носит название "Уравновешивание масс механизма" или "Уравновешивание сил инерции звеньев механизма" и делится на две самостоятельные задачи:

- 1) уравновешивание вращающихся масс;
- 2) уравновешивание динамических нагрузок на фундамент механизма.

## 5.2. Уравновешивание вращающихся масс

Любое вращающееся тело, соединенное кинематическими парами со стойкой, называется ротором. Даже симметричный по конструкции ротор может быть неуравновешен вследствие неоднородности материала, неточности изготовления, погрешностей монтажа.

Выделим три случая неуравновешенности ротора (рис. 5.1).

1) Статически неуравновешенный ротор - ротор, у которого главный вектор сил инерции не равен нулю, а главный момент сил инерции равен нулю ( $\bar{F}_u \neq 0, \bar{M}_u = 0$ ). В этом случае главная центральная ось инерции параллельна оси вращения ротора (рис. 5.1, а).

2) Моментно неуравновешенный ротор - ротор, у которого главный вектор сил инерции равен нулю, а главный момент сил инерции не равен нулю ( $\bar{F}_u = 0, \bar{M}_u \neq 0$ ). В этом случае главная центральная ось инерции и ось вращения ротора пересекаются в центре масс (рис. 5.1, б).

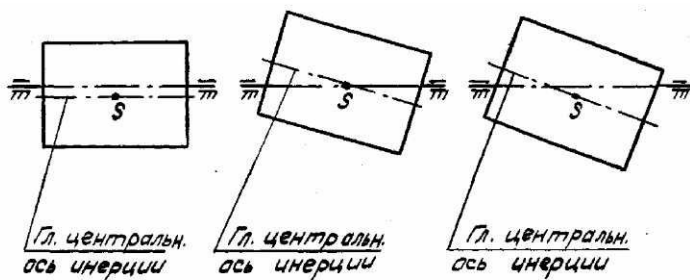


Рис. 5.1

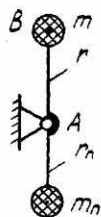
3) Динамически неуравновешенный ротор - ротор, у которого и главный вектор, и главный момент сил инерции не равны нулю ( $\bar{F}_u \neq 0, \bar{M}_u \neq 0$ ). В этом случае главная центральная ось инерции и ось вращения ротора пересекаются вне центра масс или скрещиваются (рис. 5.1, в).

### 5.2.1. статическое уравновешивание ротора

Пусть масса  $m$  вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси  $A$  (рис. 5.2). В этом случае возникает сила инерции

$$\bar{F}_u = -m\bar{a}_B = -m\omega^2\bar{r},$$

вызывающая переменное нагружение опоры  $A$ . Установим противовес  $m_n$ , который приведет к возникновению силы инерции  $\bar{F}_{un}$ , равной по величине, но противоположно направленной к силе инерции  $\bar{F}_u$ , т.е.



$$\sum \bar{F}_{ui} = 0, \bar{F}_u + \bar{F}_{un} = 0, m\omega^2\bar{r} + m_n\omega^2\bar{r}_n = 0.$$

После преобразования получаем

$$m\bar{r} + m_n\bar{r}_n = 0$$

Рис. 5.2

Зная произведение  $m_n r_n$ , зададимся массой и определим радиус или наоборот.

В общем случае условие статического уравновешивания можно записать как

$$\sum_i^n m_i \bar{r}_i = 0. \quad (5.1)$$

Произведение  $m r$  называется дисбалансом.

Рассмотрим статическое уравновешивание нескольких масс (рис. 5.3, а).

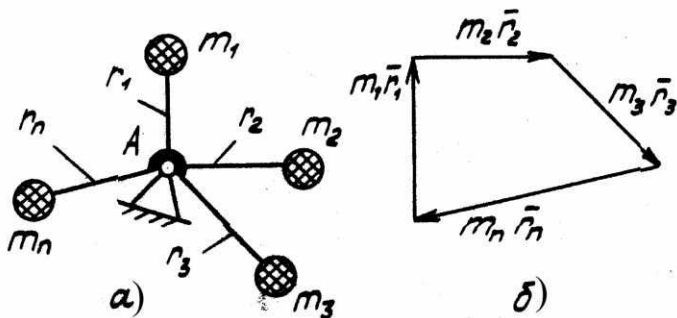


Рис. 5.3

Для того, чтобы центр масс совместить с точкой  $A$ , необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\sum_i^n \bar{F}_{ui} = 0 \text{ или } \sum_i^n m_i \bar{r}_i = 0; \Rightarrow m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3 + m_n \bar{r}_n = 0.$$

Задавая масштабным коэффициентом, строим векторный многоугольник дисбалансов (рис. 5.3, б) и получаем дисбаланс противовеса  $m_n \bar{r}_n$ , и его направление. Задавая массой, определим радиус или наоборот. Вместо постановки противовеса можно убрать массу с противоположной стороны, равную  $m_n$  на расстоянии  $r_n$ .

### 5.2.2. Моментное уравнивание ротора

На рис. 5.4 показаны две вращающиеся в параллельных плоскостях массы  $m_1$ , и  $m_2$  дисбалансы которых равны по величине, но противоположно направлены, т.е.  $m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 = 0$ ,  $\bar{F}_{u1} = \bar{F}_{u2}$ .

Следовательно, центр масс лежит на оси вращения. Этот ротор статически уравновешен, но не уравновешен моментно. Выберем плоскости  $I$  и  $II$ , в которых установим противовесы. Составим сумму динамических дисбалансов относительно плоскости  $I$ :

$$\sum_i^n m_i \bar{r}_i \ell_i = 0; \quad m_{nII} \bar{r}_{nII} \ell_{nII} - m_2 \bar{r}_2 \ell_2 + m_1 \bar{r}_1 \ell_1 = 0.$$

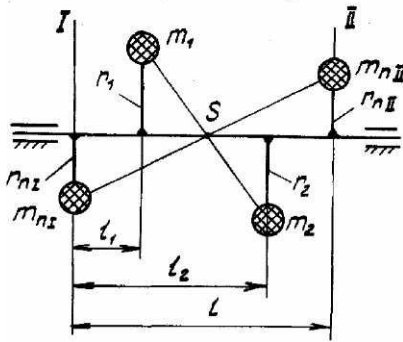


Рис. 5.4

Отсюда находим  $m_{nI}r_{nI}\ell$  и, зная  $\ell$ , вычисляем  $m_{nI}r_{nI}$ . Теперь, задаваясь  $m_{nII}$ , определим  $r_{nII}$ . Аналогично можно найти  $m_{nI}$  и  $r_{nI}$ . Если задано несколько масс, создающих моменты в разных плоскостях, то для моментного уравнивания необходимо выполнить условие

$$\sum_i^n m_i \bar{r}_i \ell_i = 0. \quad (5.2)$$

### 5.2.3 Динамическое уравнивание ротора

В качестве примера рассмотрим вращающееся звено, состоящее из трех масс, расположенных в разных плоскостях, перпендикулярных оси вращения, и общий центр масс их не лежит на оси вращения, то есть

$$\sum_i^n \bar{F}_{wi} \neq 0; \quad \sum_i^n \bar{M}_{wi} \neq 0. \quad (\text{рис. 5.5, а})$$

Для динамического уравнивания этого ротора необходимо выполнить условия (5.1) и (5.2), т.е.

$$\sum_i^n m_i \bar{r}_i = 0 \quad \text{и} \quad \sum_i^n m_i \bar{r}_i \ell_i = 0.$$

Для постановки противовесов выберем плоскости I и II. Запишем условие (5.2) относительно плоскости I:

$$m_1 \bar{r}_1 \ell_1 + m_2 \bar{r}_2 \ell_2 + m_3 \bar{r}_3 \ell_3 + m_{nI} \bar{r}_{nI} \ell = 0.$$

Векторы моментов повернем на  $90^\circ$  и будем направлять вдоль радиусов. Построим многоугольник моментов дисбалансов и определим  $m_{nII}r_{nII}\ell$ , а затем  $m_{nII}r_{nII}$  (рис. 5.5, б).

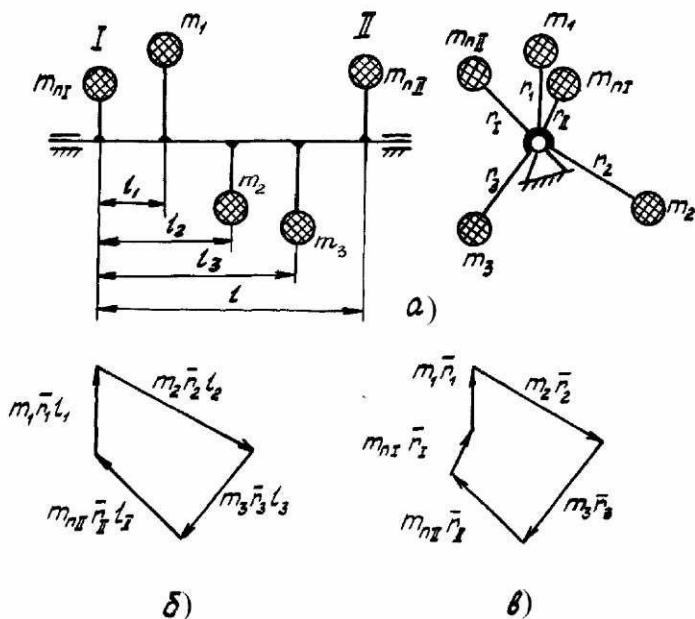


Рис. 5.5

Запишем условие (5.1):

$$m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3 + m_{nII} \bar{r}_{nII} + m_{nI} \bar{r}_{nI} = 0.$$

Из многоугольника дисбалансов определим  $m_{nI} r_{nI}$  (рис. 5.5, в). Задавая массы противовесов  $m_{nI}$  и  $m_{nII}$ , вычислим радиусы их установки, а направления установки определим по векторным многоугольникам.

Эту задачу можно решать по-другому. Сначала выполнить условие (5.1), т.е. статически уравновесить ротор, установив один противовес в любой плоскости, а затем выполнить условие (5.2) относительно плоскостей I и II, установив еще два противовеса.

### 5.3. Балансировка роторов

Произвести расчет для уравновешивания ротора так, как было описано в 5.2, можно, если известны неуравновешенные массы и их



расположение. Однако на практике правильно спроектированная с точки зрения полного уравновешивания деталь все же может иметь некоторую неуравновешенность вследствие неоднородности материала, неточности обработки и т.п. Поэтому все быстровращающиеся детали проверяют опытно на специальных установках "балансировочных машинах".

Балансировка - технологическая операция, направленная на выявление и устранение неизвестной неуравновешенности.

С установкой для динамической балансировки можно детально познакомиться при выполнении лабораторной работы "Динамическая балансировка роторов".

#### 5.4. Уравновешивание масс машины на фундаменте

При ускоренном движении звеньев механизма неуравновешенные силы инерции вызывают динамические давления на опоры и фундамент. В режиме установившегося движения эти динамические давления имеют периодический характер, вызывают вибрации, особенно опасные в режиме резонанса. Для устранения вредного воздействия сил инерции на опоры и фундамент производят уравновешивание механизмов. При статическом уравновешивании добиваются, чтобы главный вектор сил инерции был равен нулю, ( $\overline{F}_u = 0$ ), а при динамическом уравновешивании кроме статического, обеспечивается и моментное уравновешивание ( $\overline{M}_u = 0$ ).

Статическое уравновешивание осуществляется постановкой противовесов, а моментное - с помощью дополнительных устройств или специальным расположением механизмов.

Рассмотрим только статическое уравновешивание механизмов, при котором обеспечивается условие

$$\overline{F}_u = 0. \quad (5.3)$$

Как известно,  $\overline{F}_u = -m\overline{a}_S$ , где  $a_S$  - ускорение центра масс механизма. Условие (5.3) выполняется при  $a_S = 0$ , что возможно только при неподвижном центре масс механизма. Обеспечить неподвижность центра масс можно постановкой противовесов на звенья механизма.

Рассмотрим один из методов расчета противовесов - метод заменяющих масс.

Пусть звено (рис. 5.6) совершает плоское или вращательное движение. Сосредоточим массу звена в двух точках  $A$  и  $B$ . Значения  $m_A$  и  $m_B$  определим из соотношений:

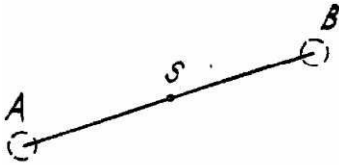


Рис. 5.6

$$m = m_A + m_B, \quad m_A \ell_{AS} = m_B \ell_{BS}. \quad (5.4)$$

При этом центр масс системы  $m_A$  и  $m_B$  совпадает с центром масс звена и главный вектор сил инерции этой системы равен главному вектору сил инерции звена. Однако главный момент сил инерции системы  $m_A$  и  $m_B$  не равен главному моменту сил инерции звена. Поэтому метод заменяющих масс может быть применен только для статического уравнивания.

Статическое уравнивание механизма рассмотрим на примере шарнирного четырехзвенника (рис. 5.7, а). Разнесем массы звеньев по шарнирам:

$$m_1 = m_{1A} + m_{1B}; \quad m_{1A} = m_1 \frac{\ell_{BS1}}{\ell_{AB}}; \quad m_{1B} = m_1 \frac{\ell_{AS1}}{\ell_{AB}};$$

$$m_2 = m_{2B} + m_{2C}; \quad m_{2C} = m_2 \frac{\ell_{DS2}}{\ell_{DC}}; \quad m_{2D} = m_2 \frac{\ell_{CS2}}{\ell_{DC}}.$$

Теперь в шарнирах будут сосредоточены массы

$$m_A = m_{1A}; \quad m_B = m_{1B} + m_{2B}; \quad m_C = m_{2C} + m_{3C}; \quad m_D = m_{3D}.$$

Чтобы сделать центр масс механизма неподвижным, можно установить противовесы различным способом. Рассмотрим вариант установки противовесов, изображенный на рис. 5.7, б. Разместим на звеньях 1 и 3 противовесы таким образом, чтобы центры масс систем  $m_B$ ,  $m_{n1}$  и  $m_C$  оказались в неподвижных точках  $A$  и  $D$ .

$$m_{n1} \ell_{AK} = m_B \ell_{AB}; \Rightarrow m_{n1} = m_B \frac{\ell_{AB}}{\ell_{AK}}; \quad m_{n3} \ell_{DF} = m_C \ell_{CD}; \Rightarrow m_{n3} = m_C \frac{\ell_{CD}}{\ell_{DF}}.$$

После постановки противовесов в точках  $A$  и  $D$  будут сосредоточены массы:

$$m'_A = m_{1A} + m_B + m_{n1}; \quad m'_D = m_{3D} + m_C + m_{n3}.$$

Центр масс механизма будет находиться между точками  $A$  и  $D$  и тоже будет неподвижным.

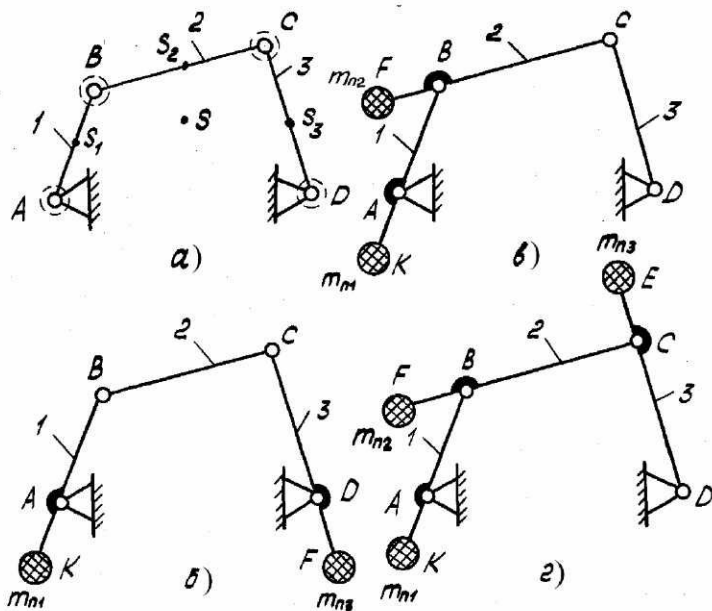


Рис. 5.7

Аналогично можно рассчитать противовесы для вариантов на рис. 5.7, в и 5.7, г. В последнем случае центр масс механизма совпадает с точкой  $A$ .

Постановка противовесов увеличивает габариты механизма и утяжеляет его. Поэтому иногда производят лишь частичное уравнивание главного вектора сил инерции (рис. 5.8). Рассредоточим массы звеньев по шарнирам:

$$m_1 = m_{1A} + m_{1B}; \quad m_2 = m_{2B} + m_{2C}; \quad m_A = m_{1A}; \quad m_B = m_{1B} + m_{2B}; \\ m_C = m_{2C} + m_{3C}; \quad m_D = m_{3D}.$$

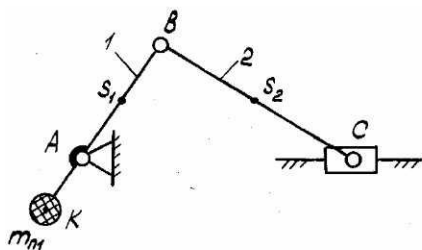


Рис. 5.8

Масса  $m_A$  неподвижна, масса  $m_B$  совершает вращательное движение, масса  $m_C$  совершает поступательное движение.

Если установить противовес на первом звене, то этим самым уравновесим только вращающиеся массы:

$$m_{n1} l_{AK} = m_B l_{AB}; \quad m_{n1} = m_B l_{AB} / l_{AK}.$$

Таким образом, после постановки противовеса механизм будет заменен двумя массами:  $m'_A = m_{1A} + m_A + m_{n1}$  неподвижной и  $m_C$ , движущейся поступательно. Поэтому центр масс механизма будет перемещаться горизонтально и сила инерции  $\bar{F}_u = -(m_{2C} + m_3) \bar{a}_C$  не будет уравновешена. Для некоторых механизмов это допустимо.

При расчете противовесов для ряда звеньев можно не рассредоточивать массы по шарнирам. Например, в последнем случае массу первого звена можно не заменять двумя массами и массу противовеса рассчитать следующим образом:

$$m_{n1} l_{AK} = m_1 l_{AS_1} + m_2 l_{AB}; \quad m_{n1} = \frac{m_1 l_{AS_1} + m_2 l_{AB}}{l_{AK}}.$$

Данное замечание относится и к расчету противовесов шарнирного четырехзвенника.

## 6. ТЕОРИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

### 6.1 Общие сведения о зубчатых передачах

Зубчатые механизмы или зубчатые передачи находят широкое применение в машинах.

По характеристике передаточные отношения могут быть разделены на две группы: зубчатые передачи с постоянным передаточным отношением (рис. 6.1); зубчатые передачи с переменным передаточным отношением (рис. 6.2).

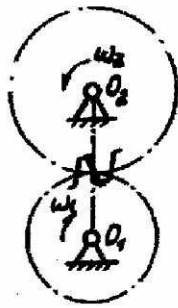


Рис. 6.1

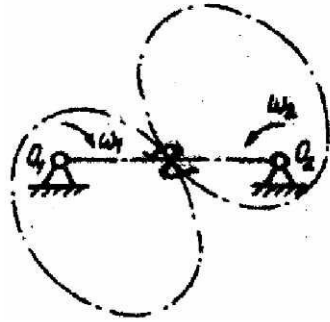


Рис. 6.2

Передаточное отношение может быть меньше нуля,  $i_{12} < 0$ , при внешней зубчатой передаче (рис. 6.1 и рис. 6.2) или больше нуля,  $i_{12} > 0$ , при внутренней зубчатой передаче (рис. 6.3).

Можно получить  $i_{12} = \infty$ , если одно из колес выполнено в виде рейки (рис. 6.4).

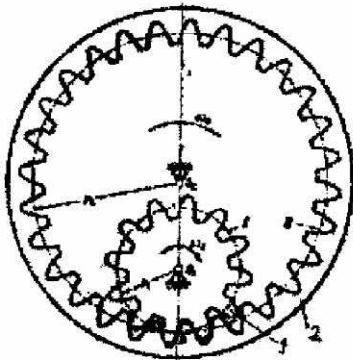


Рис. 6.3

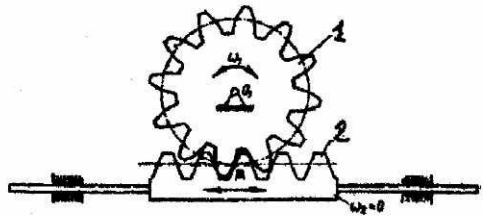


Рис. 6.4

В зависимости от расположения осей зубчатых колес различают передачи: с параллельными осями колес (рис. 6.5) – цилиндрическая зубчатая передача; с перекрещивающимися осями колес – винтовая (рис. 6.7), червячная (рис. 6.8), гипоидная (рис. 6.9) зубчатые передачи.

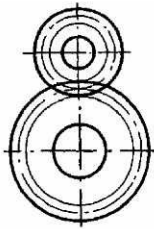


Рис. 6.5

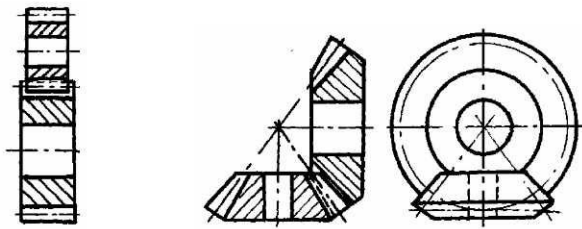


Рис. 6.6

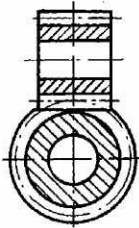


Рис. 6.7

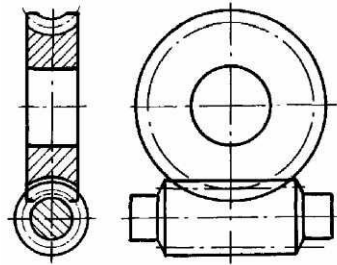
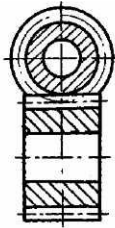


Рис. 6.8

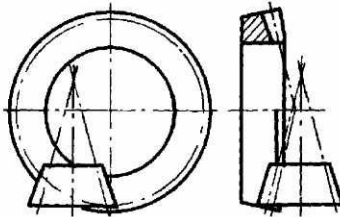


Рис. 6.9

Все зубчатые передачи можно разделить на плоские (рис. 6.1- 6.5), у которых движение всех точек звеньев проходит в параллельных плоскостях и пространственные (рис. 6.6-6.9), у которых движение зубчатых колёс проходит не в параллельных плоскостях.

По направлению линии зуба зубчатые колёса могут быть с прямыми, косыми, шевронными и круговыми зубьями (рис. 6.10).

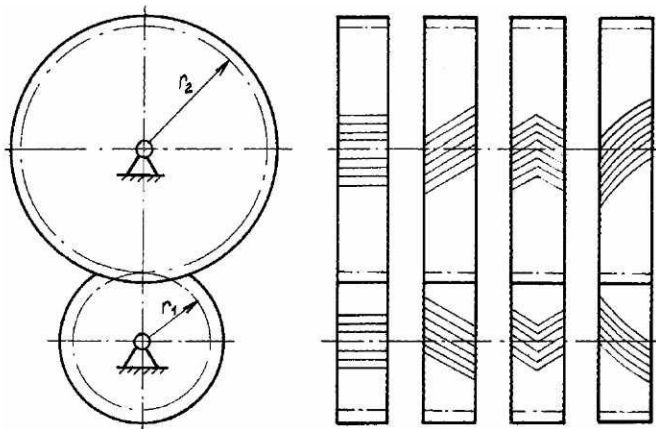


Рис. 6.10

Зубчатые колёса могут быть с эвольвентным профилем зубьев и с неэвольвентным. Эвольвентный профиль зубьев, имеющий и в настоящее время большое распространение, предложен великим математиком Эйлером в 1865г. В дальнейшем будем рассматривать теорию плоских (цилиндрических передач с эвольвентным профилем зубьев.

## 6.2 Основная теорема плоского зацепления.

Основная теорема зацепления устанавливает условия, которым должны удовлетворять профили зубьев, чтобы передавать вращение с заданным отношением угловых скоростей.

Во время зацепления оба звена должны быть в постоянном контакте. Для этого необходимо, чтобы проекции скоростей точек  $A$  и  $B$  на общую нормаль были равны (рис. 6.11), иначе будет либо разрыв высшей пары либо внедрение одного профиля в другой,

$$\vartheta_A^n = \vartheta_B^n; \vartheta_A \cdot \cos\beta_1 = \vartheta_B \cdot \cos\beta_2 \quad (6.1)$$

Из треугольников  $O_1KA$  и  $O_2LB$  имеем

$$O_1K = \rho_1 \cdot \cos\beta_1 \quad \text{и} \quad O_2L = \rho_2 \cdot \cos\beta_2.$$

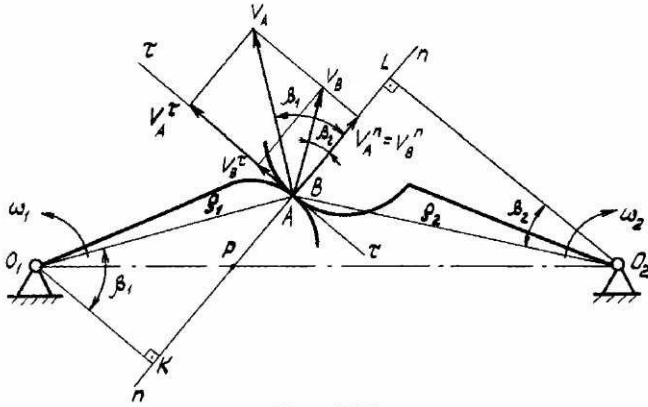


Рис. 6.11

Подставляя последние зависимости в (6.1) получим

$$O_1K \cdot \omega_1 = O_2L \cdot \omega_2; \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2L}{O_1K}. \quad (6.2)$$

Рассмотрим подобные треугольники  $O_1KP$  и  $O_2LP$ .

$$\frac{O_2L}{O_1K} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

С учётом зависимости (6.2)

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (6.3)$$

Теперь можно сформулировать основную теорему плоского зацепления. Общая нормаль к профилям зубчатых колёс, проведённая в точке их касания (зацепления), делит линию центров на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.

Для передачи постоянного передаточного отношения необходимо, чтобы точка  $p$  – полюс зацепления, занимал на линии центров постоянное



положение. В дальнейшем мы увидим, что этому условию удовлетворяет эвольвентное зацепление.

Из рис. 6.11 видно, что тангенциальное составляющее скоростей точек  $A$  и  $B$  не равны,  $v_A^r \neq v_B^r$ . Следовательно, сопряжённые профили скользят друг по другу со скоростями

$$v_{12}^r = v_A^r - v_B^r; v_{21}^r = v_B^r - v_A^r.$$

### 6.3 Эвольвента и её свойства

Эвольвента окружности – траектория любой точки прямой, перекатываемой без скольжения по окружности. Данная прямая является производящей прямой, а окружность – эволютой. В теории зубчатых зацеплений эволюта называется основной окружностью и обозначается  $r_b$  (рис. 6.12).

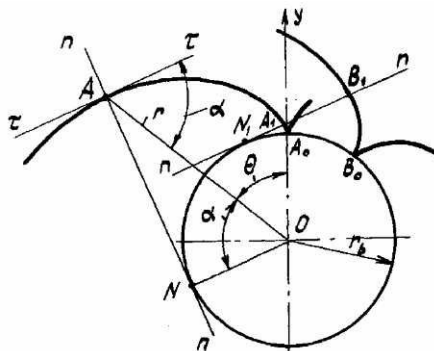


Рис. 6.12

Выведем уравнение эвольвенты. Рассмотрим  $\triangle ANO$ . Радиус-вектор точки  $A$  эвольвенты равен

$$r = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (6.4)$$

Из треугольника  $\triangle ANO$  определяем

$$NA = r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (6.5)$$

В то же время

$$NA = \cup NA_0, \text{ а } \cup NA_0 = r_b(\alpha + \theta). \quad (6.6)$$

Приравниваем правые части (6.5) и (6.6).

$$r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha = r_b(\alpha + \theta), \text{ откуда}$$

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha, \quad (6.7)$$

где  $\theta$  - эвольвентный угол, который образован начальным радиусом - вектором  $OA_0$  и текущим радиусом - вектором  $OA$ . Он обозначается как  $\theta = \operatorname{inv} \alpha$ .

Поэтому выражение (6.7) записывается как

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha. \quad (6.8)$$

Следовательно, уравнение эвольвенты в полярных координатах определяется зависимостями (6.4) и (6.8).

Угол  $\alpha$  - острый угол, образованный касательной к эвольвенте и радиусом - вектором, называется углом профиля эвольвенты.

Основные свойства эвольвенты:

- эвольвента всегда находится вне основной окружности. На основной окружности находятся точки возврата ( $A_0, B_0$ );

- нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности и расстояние по нормали от точки касания до эвольвенты равно радиусу ее кривизны ( $|AN| = \rho_{\alpha A}, |B_1N_1| = \rho_{\alpha B}$ );

- эвольвенты одной окружности являются эквидистантными (равноотстоящими) кривыми и расстояния между эвольвентами, измеренное по нормали, равно расстоянию между точками возврата ( $|A_1B_1| = |A_0B_0|$ );

Для основной окружности можно дать такое определение: основная окружность есть геометрическое место центров кривизны эвольвентного профиля зуба.

## 6.4 Элементы зубчатого колеса.

Рассмотрим торцевое сечение прямозубого колеса (рис. 6.13)

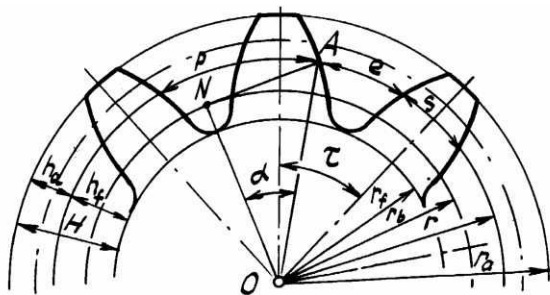


Рис. 6.13

Окружность вершин радиусом  $r_a$  ограничивает зубья с внешней стороны.

Окружность впадин радиусом  $r_f$  отделяет зубья от тела зубчатого колеса. Об основной окружности радиуса  $r_b$  было сказано в разделе 6.3.

Кроме этих окружностей на рисунке показана делительная окружность радиуса. Длина делительной окружности  $r$  может быть выражена через  $p$  – делительный шаг и  $z$  – число зубьев.

$$2\pi r = p \cdot z.$$

Отсюда  $r = \frac{p \cdot z}{2\pi}$ . Отношение  $\frac{p}{\pi}$  обозначим  $m$  – модуль зубчатого колеса, тогда

$$r = \frac{mz}{2}, \quad (6.9)$$

$$p = \pi m, \quad (6.10)$$

$$m = \frac{p}{\pi}. \quad (6.11)$$

Т.о. модуль зубчатого колеса есть линейная величина в  $\pi$  раз меньше делительного шага. Модули стандартизованы. Поэтому делительная окружность – окружность стандартного модуля.

Делительный шаг – расстояние по делительной окружности между одноимёнными точками соседних зубьев.

Радиус основной окружности определим из прямоугольника  $ONM$

$$r_b = r \cdot \cos \alpha. \quad (6.12)$$

Угол  $\alpha$  равен углу профиля эвольвенты на делительной окружности.

Колёса одного и того же модуля имеющие одно и то же число зубьев могут отличаться друг от друга толщиной зуба по делительной окружности и делится на 3 вида:

- 1) колёса с равноделенным шагом  $S = \frac{\pi m}{2}$  - нулевые колёса,
- 2) колёса, у которых  $S > \frac{\pi m}{2}$  - положительные колёса,
- 3) колёса, у которых  $S < \frac{\pi m}{2}$  - отрицательные колёса.

$H$  – высота зуба, состоящая из суммы  $h_a$  - высоты головки и  $h_f$  - высоты ножки.

Для нулевых колёс

$$h_a = h_a^* \cdot m; \quad h_f = (h_a^* + c^*)m,$$

где  $h_a^* = 1$  - коэффициент высоты зуба;  $c^* = 0,25$  - коэффициент радиального зазора.

$$H = (2h_a^* + c^*)m = 2,25m.$$

С учётом этого для нулевых колёс

$$r_a = r + h_a^*m = \frac{mz}{2} + m; \quad r_f = r - (h_a^* + c^*)m = \frac{mz}{2} + 1,25m.$$

Для колёс ненулевых высоты головки и ножки могут отличаться от вышеуказанных. Этот вопрос будет рассмотрен ниже.

### 6.5 Элементы эвольвентного зацепления.

Рассмотрим две эвольвенты  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  касающиеся друг друга в точке  $K$  (рис. 6.14).

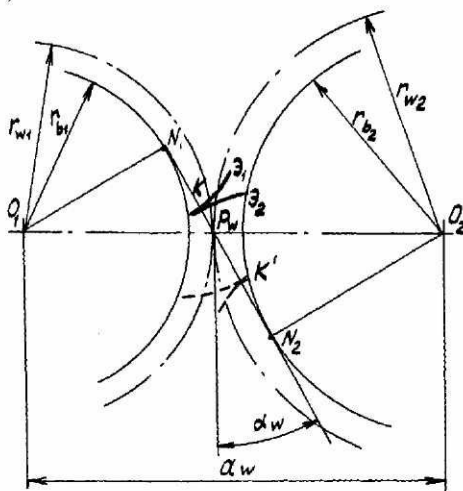


Рис. 6.14

Проведём общую нормаль  $n-n$  к касающимся профилям. На основании свойства эвольвенты (нормаль к эвольвенте есть касательная к основной окружности) эта общая нормаль одновременно является касательной к обеим основным окружностям  $N_1$  и  $N_2$ .

Рассматривая новое положение этих эвольвент, касающихся в точке  $K$ , путём тех же рассуждений приходим к выводу, что та прямая  $N_1N_2$  являются общей нормалью эвольвент  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ .

Следовательно, прямую  $N_1N_2$  можно рассматривать, как геометрическое место точек контактов сопряжённых эвольвент. Эта прямая  $N_1N_2$  называется линией зацепления.

$P_W$  – полюс зацепления, мгновенный центр скоростей двух колёс.

Начальные окружности (радиусы их  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$ ), касающиеся в полюсе зацепления в процессе зацепления обкатываются друг по другу без скольжения, т.е. являются центроидами в относительном вращении.

$\alpha_w$  - угол зацепления – острый угол между линией зацепления и прямой, перпендикулярной межосевой линии.

Сформируем основные свойства эвольвентного зацепления:

- эвольвентное зацепление обеспечивает постоянство передаточного отношения, т.к. полюс зацепления не меняет своего положения в процессе зацепления;

- эвольвентное зацепление допускает изменения межосевого расстояния с сохранением ранее предусмотренного передаточного отношения; если мы изменим межосевое расстояние, то линия  $N_1N_2$  будет пересекать линию центров в другом месте, но на основании основной теоремы зацепления будет делить линию центра в таком же отношении;

- эвольвентные профили являются сопряжённым только в пределах отрезка  $N_1N_2$  – линии зацепления, т.к. эвольвенты, касающиеся вне линии  $N_1N_2$  не имеют общей нормали.

### 6.6 Методы изготовления зубчатых колёс

Зубчатые колёса изготавливают методами копирования и огибания.

Метод копирования характерен тем, что инструмент представляет собой копию впадины между зубьями. К этому методу относятся отливка, штамповка, протяжка, фрезирование впадин между зубьями дисковыми (рис. 6.15а) или пальцевыми (6.15б) фрезами.

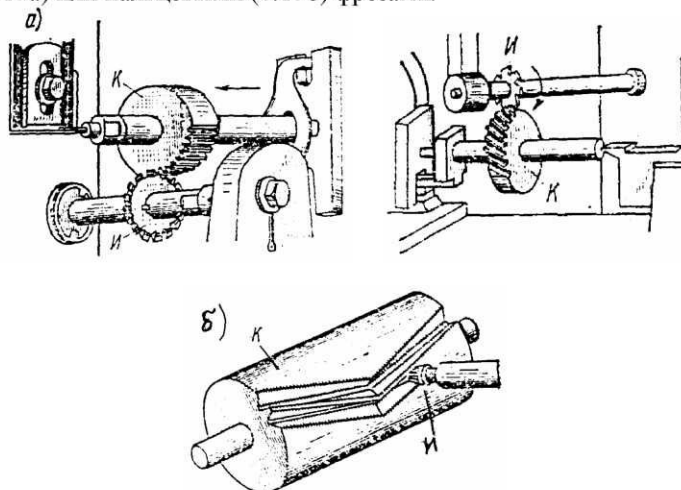


Рис. 6.15

Формы впадины между зубьями колёс, имеющих один и тот же модуль, но различное число зубьев, неодинаково. Поэтому на

производстве необходимо иметь значительное количество инструмента. С целью сокращения количества режущего инструмента на практике идут на некоторую неточность, нарезаая одной и той же фрезой разные числа зубьев, не сильно отличающиеся между собой. В этом заключается недостаток этого метода.

Более совершенным методом производства зубчатых колёс является метод огибания или обкатки. При этом методе заготовка и инструменты, имеющего форму колеса или рейки, сообщают такие движения относительно друг друга, которые воспроизводят процесс зацепления. Это зацепление называется станочным. При этом методе одним и тем же инструментом можно нарезать колёса с различным числом зубьев.

На рис. 6.16 показано нарезание колёс долбяком на зубодолбежном станке.

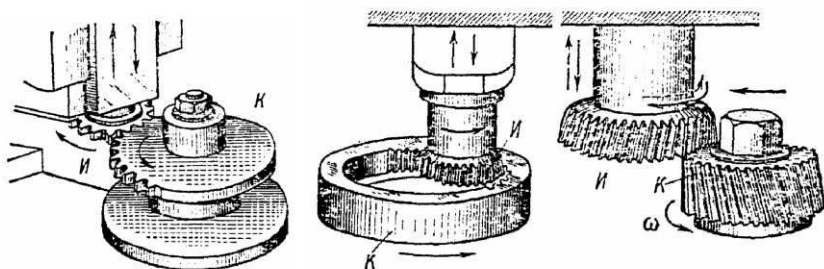


Рис. 6.16

Примеры нарезания инструментом реечного типа: зубофрезерование колёс на зубофрезерном станке (рис. 6.17) и зубострогание инструментальной рейкой (рис. 6.18)

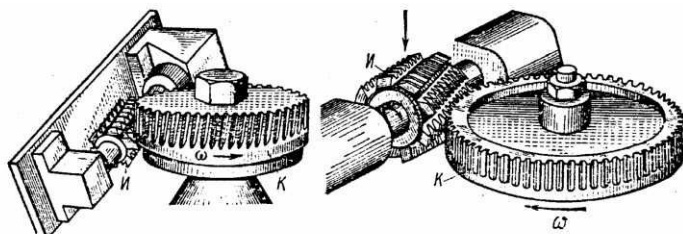


Рис. 6.17

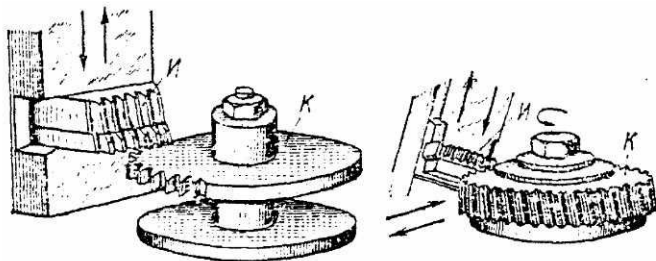


Рис. 6.18

К этому методу относится и накатка зубчатых колёс.

В дальнейшем будем рассматривать геометрию зубчатых колёс, нарезанных инструментом реечного типа методом обкатки.

### 6.7. Станочное зацепление

В процессе нарезания режущие кромки инструмента описывают поверхность, называемую производящей. Если производящую поверхность расечь плоскостью, перпендикулярной оси нарезаемого колеса, то в сечении получим исходный производящий контур. Рассмотрим исходный производящий контур, имеющий очертание зубчатой рейки (рис. 6.19). Форма и размеры исходного производящего контура стандартизованы (ГОСТ 13755-81).

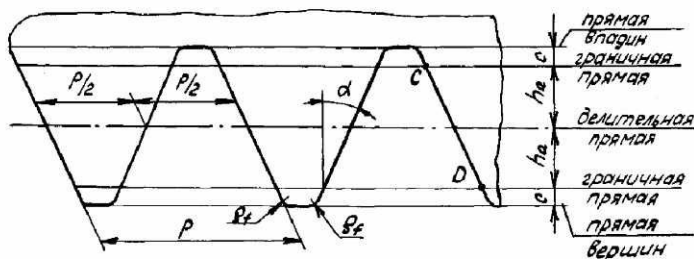


Рис. 6.19

Прямая, разделяющая зуб по высоте на две равные части, называется делительной.

Прямые, проходящие через граничные точки  $C$  и  $D$ , называются граничными прямыми.



Отметим ещё прямые вершин и впадин. Размеры зубьев исходного производящего контура определяются зависимостями:

$$h_a = h_a^* m; c = c^* m; p = \pi m,$$

где  $h_a^* = 1$  - коэффициент высоты зуба;  $c^* = 0,25m$  - коэффициент радиального зазора;  $\alpha = 20^\circ$  - угол профиля зуба;  $\rho_f = 0,38m$  - радиус кривизны переходной кривой.

Таким образом исходный производящий контур характеризуется четырьмя стандартными параметрами:  $m, \alpha, h_a^*, c^*$ .

Рассмотрим реечное станочное зацепление.

В станочном зацеплении делительная прямая исходного производящего контура может располагаться различным образом по отношению к делительной окружности нарезаемого колеса: она может касаться делительной окружности - нулевая установка инструмента; быть отодвинутой от неё - положительная установка; пересекать её - отрицательная установка.

На рис.(6.20а) показана положительная установка инструмента. Прямая исходного производящего контура, касающаяся делительной окружности колеса, называется начальной прямой, а делительная окружность колеса в стандартном зацеплении является станочно - начальной окружностью.

Расстояние между делительной прямой и делительной окружностью называется смещением инструмента и обозначается  $X$ .

$$X = xm,$$

где  $x$  - коэффициент смещения.

Линия станочного зацепления  $NM$  уходит в бесконечность, а  $AB$  - её активная часть.  $c_0$  - станочный зазор.

$$c_0 = c_0^* \cdot m + \Delta y \cdot m,$$

где  $\Delta y$  - коэффициент уравнительного смещения.

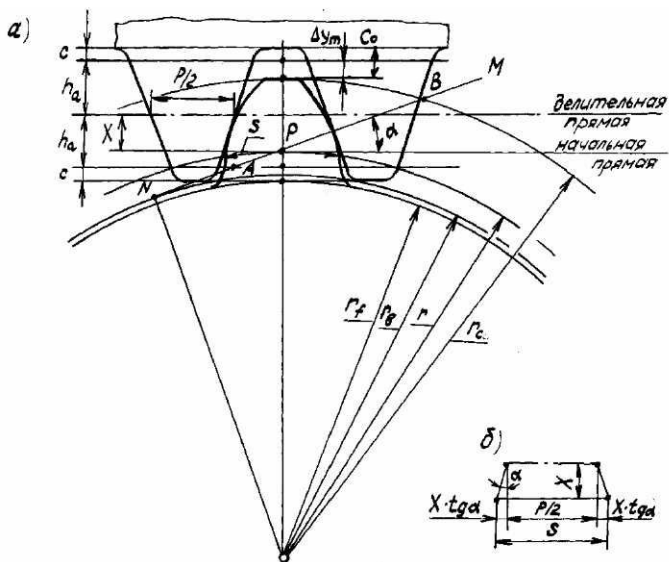


Рис. 6.20

Запишем выражения для радиусов вершин и впадин нарезаемого колеса.

$$r_a = \frac{m}{2}(z + x + h_a^* - \Delta y), \quad (6.13)$$

$$r_f = \frac{m}{2}(z + x + h_a^* - c^*). \quad (6.14)$$

Определим толщину зуба по дуге делительной окружности (рис. 6.20, б)

$$S = m\left(\frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha\right). \quad (6.15)$$

На основании последнего выражения вид колеса можно определить по коэффициенту смещения:

если  $x = 0$  - колесо нулевое (с равноделённым шагом),

если  $x > 0$  - колесо положительное,

если  $x < 0$  - колесо отрицательное.

## 6.8. Толщина зуба по дуге произвольного радиуса

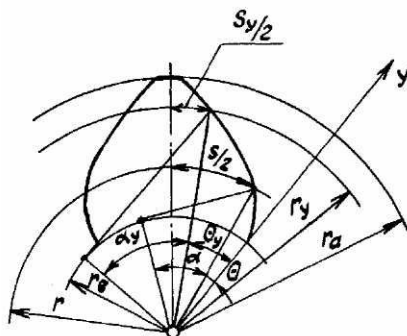


Рис. 6.21

Из рис. 6.21 следует

$$\frac{S_y}{2r_y} + \theta_y = \frac{S}{2r} + \theta,$$

откуда  $S_y = \left(\frac{S}{2r} + \theta - \theta_y\right) \cdot 2r_y$ .

Выражение для  $r_y$  запишем, рассматривая  $\triangle ONA$ .

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha} = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_y} = \frac{mz \cos \alpha}{2 \cos \alpha_y}.$$

Значения  $S$  подставим из (6.15). В результате подстановки получим

$$S_y = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_y} \left[ \frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha + z(\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_y) \right]. \quad (6.17)$$

## 6.9. Подрезание зуба

При нарезании зубчатых колёс методом огибания в некоторых случаях может произойти подрезание зуба. Подрезание уменьшает

эвольвентную часть зуба колёс и ослабляет зуб в его основании (рис. 6.22).

Подрезание зуба происходит, если граничная прямая исходного производящего контура располагается вне линии станочного зацепления  $NM$  (рис. 6.23). Чтобы подрезание не произошло необходимо, чтобы выполнялось условие  $PN \geq PB$ . (6.18).

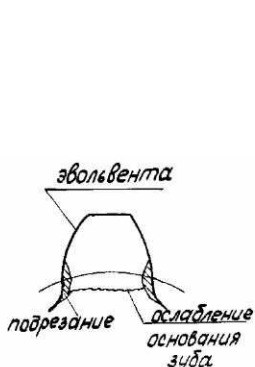


Рис. 6.22

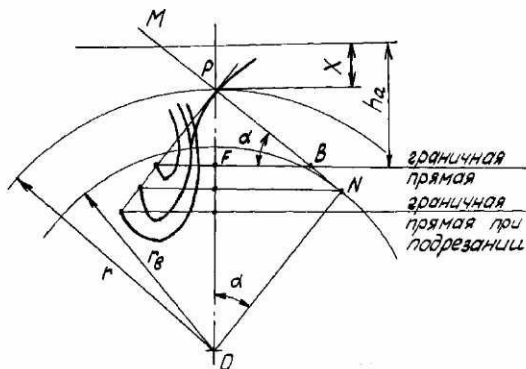


Рис. 6.23

Из  $\triangle OPN$   $PN = r \cdot \sin \alpha$ .

Из  $\triangle FPB$

$$PB = \frac{(h_a^* - xm)}{\sin \alpha}.$$

Подставим значения  $PN$  и  $PB$  в (6.18) получим

$$\frac{mz}{2} \sin \alpha \geq \frac{2(h_a^* - x)m}{\sin \alpha},$$

откуда

$$z \geq \frac{2(h_a^* - x)}{\sin^2 \alpha}. \quad (6.19)$$

Если  $x = 0$ , то  $z_{min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}. \quad (6.20)$

Таким образом подрезание не будет при нарезании нулевого колеса,

если  $Z \geq Z_{min}$ . При  $h_a^* = 1$ ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $Z_{min} = 17$ .

Если же необходимо нарезание колеса с  $z_{min} < 17$  и без подрезания, то необходимо осуществить положительное смещение инструмента. Выясним, каково минимальное смещение, при котором не происходит подрезание зуба.

Решив (6.19) относительно  $x$  и подставив значения  $\sin^2 \alpha$  из (6.20) получим

$$x \geq \frac{h_a^*(Z_{min} - Z)}{Z_{min}}, \quad (6.21)$$

а минимальный коэффициент смещения

$$x_{min} = h_a^*(Z_{min} - Z) / Z_{min}.$$

Подставив  $h_a^* = 1$  и  $Z_{min} = 17$  в последнее выражение и получим

$$x_{min} = \frac{17 - Z}{17}. \quad (6.22)$$

## 6.10. Эвольвентная зубчатая передача

На рис. 6.24 представлена зубчатая передача. Рассмотрим её элементы:

$a_W$  - межосевое расстояние,

$P_W$  - полюс зацепления,

$\alpha_W$  - угол зацепления.

$N_1 N_2$  - линия зацепления.

$AB$  - активная линия зацепления,

$C$  - радиальный зазор,

$um$  - воспринимаемое смещения,

$r_1 r_2$  - радиусы делительных окружностей.

$r_{b1} r_{b2}$  - радиусы основных окружностей.

$r_{w1} r_{w2}$  - радиусы начальных окружностей,

$r_{a1}, r_{a2}$  - радиусы окружностей вершин,

$r_{f1}, r_{f2}$  - радиусы окружностей впадин.

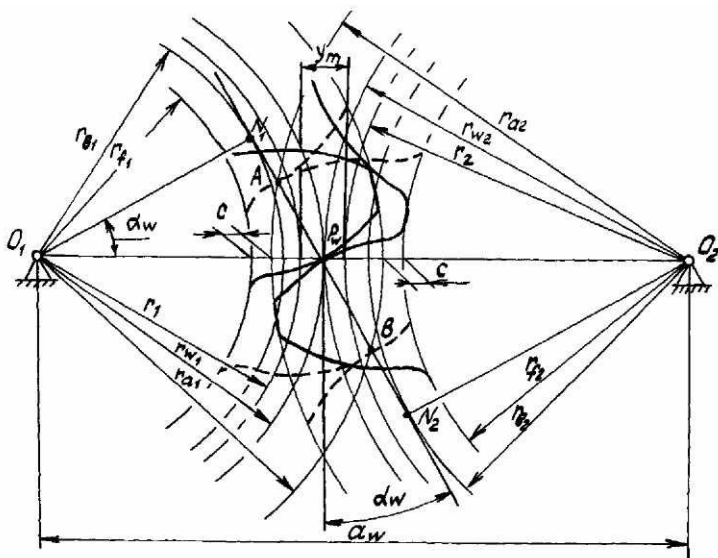


Рис. 6.24

Большинство этих элементов было рассмотрено ранее. Выведем зависимости для определения угла зацепления  $\alpha_w$ , межосевое расстояние  $a_w$  и коэффициента воспринимаемого смещения  $y$ .

Радиус начальной окружности можно записать, рассмотрев  $\triangle O_1 N_1 P_w$  или  $\triangle O_2 N_2 P_w$ .

$$r_w = \frac{r_b}{\cos \alpha_w}, \text{ а с учетом (6.12) } r_w = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (6.23)$$

Шаг по начальной окружности определим как

$$P_w = \frac{2\pi r_w}{Z} = \pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (6.24)$$

Т.к. начальные окружности катятся друг по другу без скольжения то

$$P_{w_1} = P_{w_2} \text{ и } P_w = S_{w_1} + S_{w_2}, \quad (6.25)$$

где  $S_{w_1}$  и  $S_{w_2}$  - толщины по начальным окружностям.

На основании (6.17) запишем толщины зубьев по начальным окружностям

$$S_{w_1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \left[ \frac{\pi}{2} + 2x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha + Z_1 (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w) \right],$$

$$S_{w_2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \left[ \frac{\pi}{2} + 2x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha + Z_2 (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w) \right].$$

Подставим эти выражения (6.24) в (6.25) после преобразования имеем

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2(x_1 + x_2)}{Z_1 + Z_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (6.26)$$

Угол  $\alpha_w$  определяется по таблицам эвольвентных углов.

Межосевое расстояние получим как сумму радиусов начальных окружностей

$$a_w = r_{w_1} + r_{w_2},$$

с учётом (6.23)

$$\alpha_w = m \frac{(Z_1 + Z_2) \cos \alpha}{2 \cos \alpha_w}. \quad (6.27)$$

Межосевое расстояние можно получить и другим способом

$$a_w = r_1 + r_2 + ym.$$

Подставив значения из (6.9) имеем

$$\alpha_w = m \left[ \frac{Z_1 + Z_2}{2} + y \right], \quad (6.28)$$

где  $y$  - воспринимаемое смещение - расстояние между делительными окружностями, измеренное по линии центров;  $y$  - коэффициент воспринимаемого смещения.

Значение этого коэффициента можно получить, приравняв правые части (6.27) и (6.28). В результате получим

$$y = \frac{Z_1 + Z_2}{2} \left( \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right). \quad (6.29)$$

Коэффициент воспринимаемого смещения характеризует тип передачи.

Если  $y = 0$ , то передача нулевая,

если  $y > 0$ , то передача положительная,

если  $y < 0$ , то передача отрицательная.

Рассматривая станочное зацепление было введено понятие уравнительного смещения  $\Delta y$ , где  $\Delta y$  - коэффициент уравнительного смещения. Для его определения запишем межосевое расстояние как

$$r_1 + ym + r_2 = r_{a1} + C + r_{f2},$$

где  $C = c^* \cdot m$ .

Подставив в последнее равенство (6.9), (6.13), (6.14) получим

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y. \quad (6.30)$$

Уравнительное смещение вводится для получения в зубчатой передаче стандартного радиального зазора.

## 6.11. Качественные показатели зацепления

Качественные показатели зацепления: коэффициент перекрытия, коэффициент скольжения, коэффициент удельного давления, коэффициент формы зуба дают возможность оценить передачу в отношении плавности, бесшумности, износа и прочности. Рассмотрим некоторые из них.



### 6.11.1. Коэффициент перекрытия

Коэффициент перекрытия характеризует непрерывность, плавность передачи и определяется как отношение угла перекрытия к угловому шагу. На рис.6.25  $\varphi_{\alpha_1}$  и  $\varphi_{\alpha_2}$  - углы перекрытия. Угол перекрытия – угол поворота колеса за время зацепления одной пары зубьев.

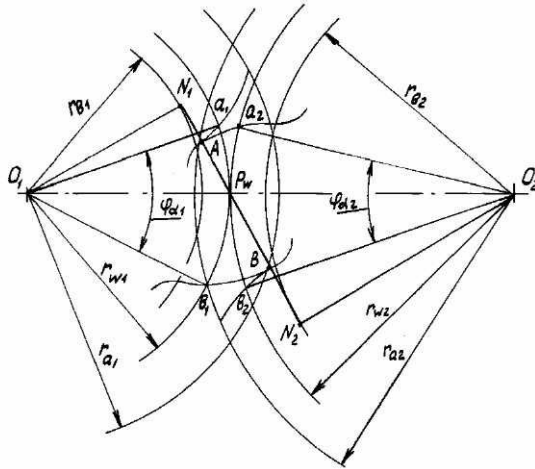


Рис. 6.25

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha_1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha_2}}{\tau_2},$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  - угловые шаги.

При этом

$$\tau_1 = \frac{360^{\circ}}{Z_1}; \quad \tau_2 = \frac{360^{\circ}}{Z_2}.$$

Если  $\varepsilon_{\alpha} < 1$ , т.е. угол торцевого перекрытия меньше углового шага, непрерывности зацепления не будет. В этом случае одна пара зубьев успеет выйти из зацепления до того, как следующая пара войдет в зацепление. Поэтому минимальное допустимое значение  $\varepsilon_{\alpha} = 1,05$ ,

которое обеспечивает непрерывность процесса зацепления с 5% запасом.

### 6.11.2. Коэффициент скольжения

Коэффициент скольжения учитывает влияние геометрических и кинематических факторов на величину скольжения профилей в процессе зацепления, а следовательно, и на их износ.

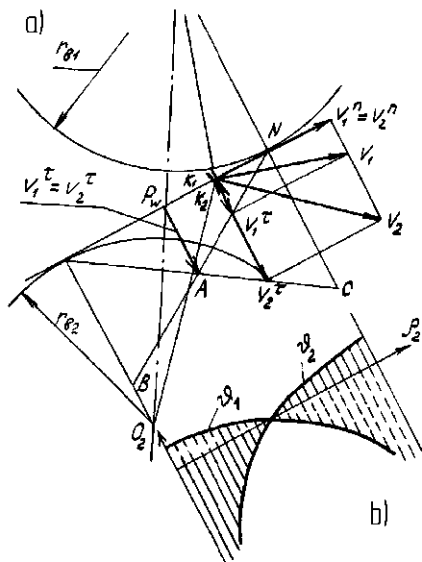


Рис. 6.26

Коэффициент скольжения - отношение скорости скольжения к скорости перемещения точки контакта по профилю зуба (рис. 6.26)

$$\vartheta_1 = \frac{V_1^{\tau} - V_2^{\tau}}{V_1^{\tau}}; \quad \vartheta_2 = \frac{V_2^{\tau} - V_1^{\tau}}{V_2^{\tau}}, \quad (6.32)$$

где  $V_1^{\tau}$  и  $V_2^{\tau}$  - скорости перемещения точки контакта по профилям зубьев.

Зная, что в полюсе зацепления  $V_1^{\tau} = V_2^{\tau}$ , построены графики перемещения общей точки контакта по профилям зубьев ( $AN_1M_1N_2$  и

$\Delta N_2 M_2 N_1$ ). Если выражение (6.32) сократить на масштабный коэффициент  $\mu_v$ , получим

$$\vartheta_1 = \frac{y_{v1} - y_{v2}}{y_{v1}}; \quad \vartheta_2 = \frac{y_{v2} - y_{v1}}{y_{v2}}, \quad (6.33)$$

где  $y_{v1}$  и  $y_{v2}$  - ординаты на графике, изображающие  $V_1^t$  и  $V_2^t$ .

На рис.(6.26, б) показан график  $\vartheta = \vartheta(\rho_2)$ .

### 6.12. Выбор коэффициентов смещения

Выбор коэффициентов смещения при нарезании зубчатых колёс должен обеспечивать в передаче: отсутствие подрезания, отсутствие заострения, непрерывность зацепления ( $\varepsilon_\alpha > 1$ ), а также обеспечение требуемых качественных показателей. Область возможных расчетных коэффициентов смещения может быть представлена в виде блокирующего контура.

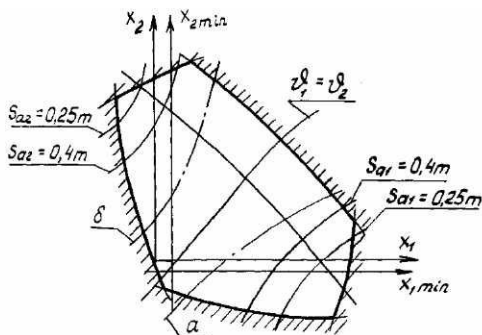


Рис. 6.27

Блокирующий контур представляет собой совокупность линий, построенных в системе координат  $x_1$  и  $x_2$  для конкретного числа зубьев  $Z_1$  и  $Z_2$ , ограничивающих область, внутри которой содержатся допустимые значения коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$  (рис. 6.27).

На поле блокирующих контуров нанесены линии условных границ  $S_{a1} = 0,25m$ ;  $S_{a1} = 0,4m$ ;  $S_{a2} = 0,25m$ ;  $S_{a2} = 0,4m$ ;  $x_{1min}$ ;  $x_{2min}$ , линии начала подрезания (допустимого), а также линии качественных показателей: линия  $a$  соответствует равнопрочности по изгибу при ведущем первом колесе, линия  $\delta$  - то же при ведущем втором колесе,  $\vartheta_1 = \vartheta_2$  - линия выравнивания коэффициентов скольжений на ножках

зубьев обоих колёс,  $\varepsilon_\alpha = 1,2$  - линия, соответствующая коэффициенту торцового перекрытия, равному 1,2.

Если же стоит задача только исключить подрезание зубьев, то коэффициенты смещения определяются или по блокирующему контуру ( $x_{min}$ ) или расчётом  $x_{1min} = (17 - Z) / 17$ .

### 6.13. Особенности расчёта косозубых цилиндрических передач

Косозубые колёса нарезаются тем же инструментом что и прямозубые но устанавливается инструмент наклонно под углом  $\beta$  по отношению к торцевой плоскости колеса. Поэтому расчёт выполняется по тем же зависимостям, но характеристика исходного производящего контура и его установка пересчитываются на торцевую поверхность колеса (рис.6.28)

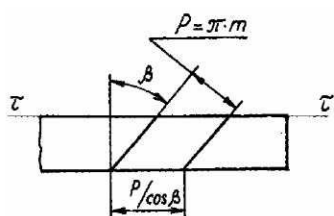


Рис. 6.28

$$m_t = \frac{m}{\cos \beta};$$

$$\alpha_t = \arctg(\operatorname{tg} \alpha / \cos \beta);$$

$$h_{ta}^* = h_a \cdot \cos \beta_0; c_t^* = c^* \cdot \cos \beta;$$

$$x_{t1} = x_1 \cos \beta; x_{t2} = x_2 \cdot \cos \beta;$$

$$\rho_{tf} = 0,38 m_t k,$$

где  $k$  зависит от угла  $\beta$ .

## 7. Многозвенные зубчатые механизмы

При проектировании зубчатых механизмов многих машин возникает необходимость обеспечить передачу вращения с большими передаточными отношениями. В таких случаях применяются многозвенные зубчатые механизмы. Они подразделяются на два вида: зубчатые механизмы с неподвижными осями всех колёс и механизма, оси отдельных колёс которых перемещаются относительно стойки.

### 7.1. Многозвенные зубчатые механизмы с неподвижными осями колёс

Рассмотрим одноступенчатые зубчатые передачи с внешним (рис.7.1а) и внутренним (рис.7.1б) зацеплениями.

Передаточное отношение представляет собой отношение угловых скоростей:  $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ ;  $i_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4}$ .

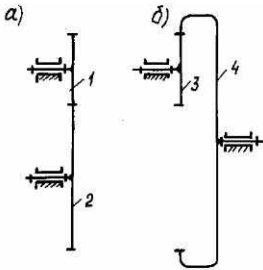


Рис. 7.1

Передаточное отношение можно выразить и через числа зубьев колёс:

$$i_{12} = -\frac{Z_2}{Z_1}; \quad i_{34} = -\frac{Z_4}{Z_3}.$$

Знак минус для внешнего зацепления показывает, что условия скорости имеют разное направление. Предельное значение для передаточного отношения одноступенчатой зубчатой передачи  $i = 10$ .

На рис.7.2 показан рядовой зубчатый механизм, представляющий собой несколько единичных зубчатых колёс.

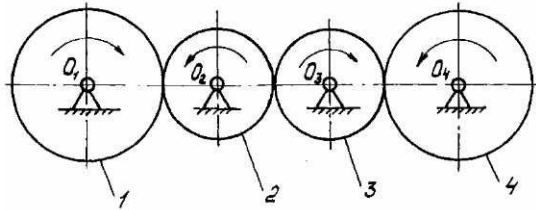


Рис. 7.2

Общее передаточное отношение равно произведению передаточных отношений отдельных одноступенчатых механизмов.

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34}.$$

Подставив в последнее выражение значение передаточных отношений для одноступенчатых механизмов получим

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = \left( -\frac{Z_2}{Z_1} \right) \cdot \left( -\frac{Z_3}{Z_2} \right) \cdot \left( -\frac{Z_4}{Z_3} \right);$$

или

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = -\frac{Z_4}{Z_1} (-1)^n; \quad (6.34)$$

где  $n$  – число внешних зацеплений.

Как видно из последней формулы, величина общего передаточного отношения рядового механизма не зависит от промежуточных зубчатых колёс. От них зависит только знак передаточного отношения.

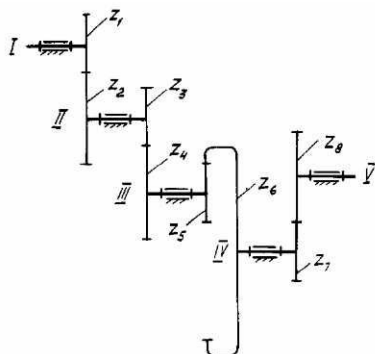


Рис.7.3

На рис.7.3 представлен ступенчатый зубчатый механизм - последовательное соединение нескольких пар блочных (спаренных) колёс.

В этом случае

$$\begin{aligned} i_{I-V} &= \frac{\omega_I}{\omega_{II}} \cdot \frac{\omega_{II}}{\omega_{III}} \cdot \frac{\omega_{III}}{\omega_{IV}} \cdot \frac{\omega_{IV}}{\omega_V} = \\ &= \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_4}{Z_3} \cdot \frac{Z_6}{Z_5} \cdot \frac{Z_8}{Z_7} (-1)^n, \end{aligned}$$

где  $n$  – число внешних зацеплений.

## 7.2. Многозвенные зубчатые механизмы с подвижными осями колёс

Многозвенные зубчатые механизмы с подвижными осями колёс подразделяются по числу степеней свободы на планетарные зубчатые механизмы с одной степенью свободы и дифференциальные зубчатые механизмы с двумя или более степенями свободы.

Рассмотрим планетарные зубчатые механизмы (рис.7.4)

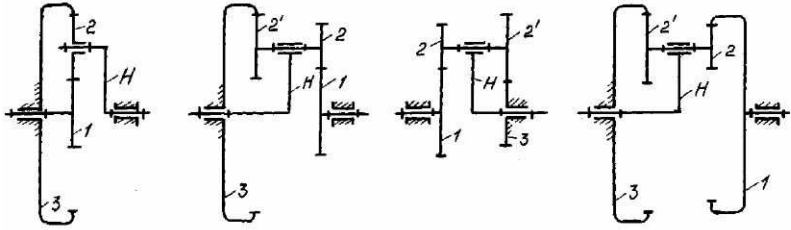


Рис. 7.4

Неподвижное колесо (3) называется опорным, подвижное колесо с неподвижной осью вращения (1) называется центральным или солнечным, колёса с подвижными осями вращения (2, 2') называются сателлитами, звено на котором располагаются оси сателлитов ( $n$ ) называется водилом.

С помощью планетарных механизмов можно осуществить как очень большие, так и очень малые передаточные отношения при небольших габаритах.

Определение передаточного отношения планетарного механизма основывается на способе обращения движения. Рассмотрим планетарный механизм, изображённый на рис.7.5а.

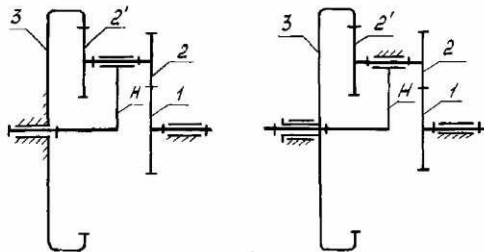


Рис. 7.5

Сообщим всем звеньям механизма угловую скорость, равную по величине и противоположную по направлению угловой скорости водила. Тогда водило остановится, а механизм станет ступенчатым зубчатым механизмом с неподвижными осями колёс называемый обращённым механизмом (рис.7.5б)

В таблице 7.1 указаны угловые скорости планетарного и обращённого механизмов.

Таблица 7.1

| Звено механизма | Первоначальная угловая скорость звена. | Скорость звена в обращённом движении. |
|-----------------|--|---------------------------------------|
| <i>1</i>        | $\omega_1$                             | $\omega_1 - \omega_H$                 |
| <i>2, 2'</i>    | $\omega_2$                             | $\omega_2 - \omega_H$                 |
| <i>3</i>        | $0$                                    | $-\omega_H$                           |
| <i>H</i>        | $\omega_H$                             | $0$                                   |

Запишем выражение для передаточного отношения обращённого механизма

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1H}^{(3)},$$

откуда

$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H)} - \text{формула Виллиса} \quad (6.35)$$

Передаточное отношение обращённого механизма определяется по известным зависимостям

$$i_{13}^{(H)} = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 Z_{2'}} (-1)^l.$$

Формула Виллиса справедлива для любой схемы планетарного механизма.

### 7.3. Подбор чисел зубьев планетарного механизма

При подборе чисел зубьев планетарного механизма необходимо выдержать ряд обязательных условий (рис. 7.6):



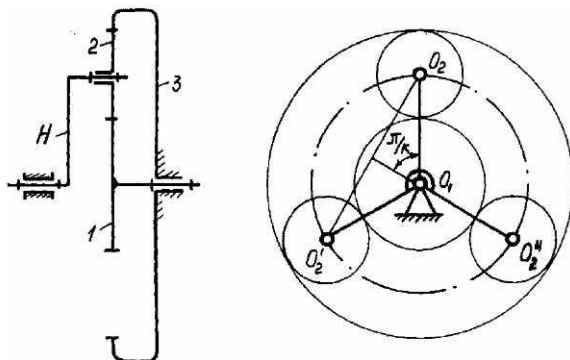


Рис. 7.6

1) Условие передаточного отношения

$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}$$

2) Условие соосности

$$r_1 + r_2 = r_3 - r_2,$$

или при нулевых зубчатых колёсах

$$Z_1 + 2Z_2 = Z_3,$$

3) Условия соседства

$$O_2O_{2'} > 2r_{a2},$$

или

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} > Z_2 + 2,$$

где  $k$  – число сателлитов.

4) Условие сборки. При равномерном распределении сателлитов в пределах угла  $2\pi$  сателлиты должны иметь возможность войти в зацепление с центральным и опорным каналами. Это будет возможным, если сумма чисел зубьев центрального и сборного колёс будет кратна числу сателлитов.

$$Z_1 + Z_3 = k\gamma,$$

где  $\gamma$  – любое целое число.

## 8. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

### 8.1. Виды кулачковых механизмов

При конструировании машин часто рабочий процесс вызывает необходимость иметь движение выходного звена по заранее заданному закону. Наиболее простым, надёжным и компактным механизмом для выполнения такой задачи являются кулачковые механизмы. Кулачковые механизмы применяются в двигателях внутреннего сгорания для привода клапанов, в текстильных машинах, в автоматах, в приборах.

Кулачковым механизмом называется трехзвенный механизм с высшей кинематической парой, в котором периодический закон преобразования движения выходного звена зависит от формы элементов высшей пары на подвижных звеньях.

Все кулачковые механизмы по характеру движения точек звеньев могут быть разделены на две основные группы: плоские (рис. 8.1) и пространственные (рис. 8.2).

В зависимости от движения выходного звена кулачковые механизмы делятся на механизмы с поступательно движущимся выходным звеном (рис. 8.1а, б, в, рис. 8.2а) и механизмы с вращающимся выходным звеном (рис. 8.1г, д, рис. 8.2б). Аналогично, по виду движения входного звена – кулачок может иметь как поступательное движение, так и вращательное.

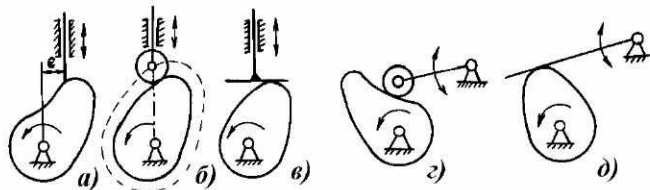


Рис.8.1

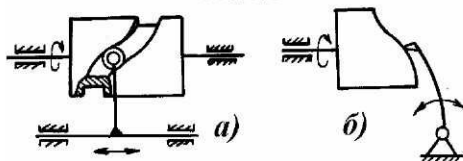


Рис. 8.2

Выходное звено может иметь различную форму элемента высшей пары: заострённую (рис. 8.1а, рис. 8.2б), грибовидную, с роликом (рис. 8.1б, г; рис. 8.2а), плоскую (рис. 8.1 в, д).

Будем различать центральный профиль кулачка и профиль кулачка.

Центровой профиль кулачка – геометрическое место центров ролика в его обратном движении вместе с выходным звеном (рис. 8.1б).

Профиль кулачка – огибающая семейства поверхностей элемента высшей пары выходного звена в обратном движении.

Толкатель – выходное (ведомое) звено кулачкового механизма, совершающее возвратно-поступательное движение относительно стойки (рис. 8.1а, б, в, рис. 8.2а).

Коромысло – выходное (ведомое) звено кулачкового механизма, совершающее возвратно-вращательное движение относительно стойки (рис. 8.1г, д., рис. 8.2б).

Кулачковые механизмы с поступательно движущимся выходным звеном могут быть центральные, у которых линия движения толкателя проходит через центр вращения кулачка (рис. 8.1б) и нецентральные, у которых линия движения толкателя смещена на некоторую величину  $e$ , называемую эксцентриситетом, от центра вращения кулачка (рис. 8.1а).

Контакт элементов высшей кинематической пары может обеспечиваться геометрическим замыканием за счет пазов, охватывающих ролик (рис. 8.2а) или силовым замыканием, при котором обеспечивается постоянство контакта элементов высшей пары силой веса, упругостью пружин и т.п. (рис. 8.1, рис. 8.2б).

Рассматривая зависимость между перемещением выходного (ведомого) звена и углом поворота кулачка, можно выделить четыре фазы и соответствующие им фазовые углы.

Фазовый угол удаления  $\varphi_r$  - угол, на который поворачивается кулачок за время перемещения ведомого звена из положения наиболее близкого к центру кулачка, в положение, наиболее удалённое от центра кулачка.

Фазовый угол дальнего стояния  $\varphi_{\infty}$  - угол, на который поворачивается кулачок, в течение которого ведомое звено остаётся неподвижным в положении, наиболее удалённом от центра кулачка.

Аналогично, можно дать определение и для фазового угла сближения  $\varphi_c$  и фазового угла ближнего стояния  $\varphi_{\infty}$ .

## 8.2. Кинематическое исследование кулачковых механизмов

Задача о положениях кулачковых механизмов может быть выполнена геометрически с помощью метода инверсии, т.е. метода обращения движения. Для кулачковых механизмов с роликом на ведомом звене следует рассматривать центровой профиль кулачка.

Применим метод обращения движения для построения положений кулачкового механизма с остроконечным толкателем (Рис. 8.3).

В обращённом кулачковом механизме линия толкателя будет касаться окружности радиуса  $e$ .

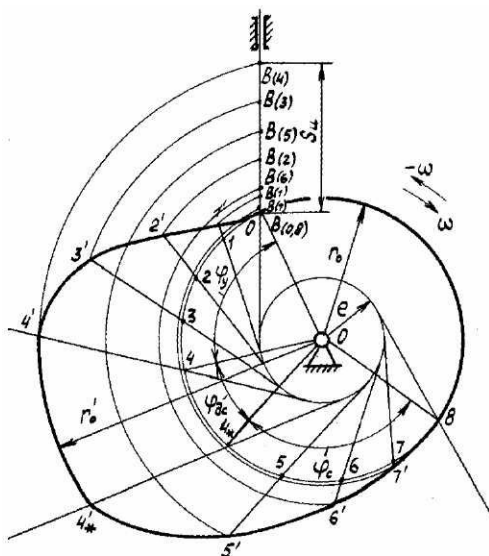


Рис. 8.3

Для представления фазовых углов проведём окружности радиусами  $r_0$  и  $r_0'$  и найдём на профиле точки: 0 – начало фазы удаления, 4' – конец фазы удаления и начало фазы дальнего стояния, 4'' – конец фазы дальнего стояния и начало фазы сближения, 8 – конец фазы сближения и начало фазы ближнего стояния.

Покажем положение толкателя в начале и в конце каждой фазы. Получим углы  $\varphi_y$ ,  $\varphi_{0c}$ ,  $\varphi_c$ . Угол  $\varphi_{0c}$  обычно не показывают.

Углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_c$  делим на равные части и отмечаем точки  $(0,1,2,3,\dots)$  на окружности радиуса  $r_c$ . Затем через каждые из этих точек проводим касательные к окружности радиуса  $e$  до пересечения с профилем кулачка. Отметим точки  $0, 1', 2', 3', \dots$  - положения точки  $B$  толкателя в обратённом движении соответствующих углов поворота кулачка.

Действительные положения точки  $B$  могут быть получены переносом точек  $1', 2', 3', \dots$ , на линию толкателя в нулевом положении точки  $B$  дают возможность построить диаграмму  $S_B = S_B(\varphi)$  (Рис. 8.4).

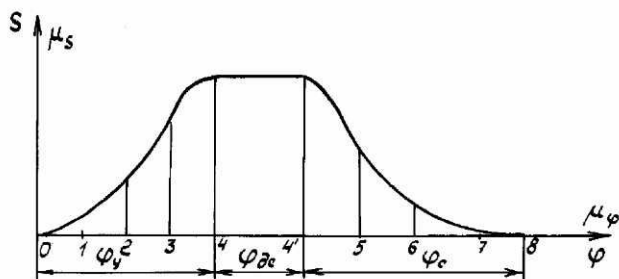


Рис. 8.4

Методом графического дифференцирования, описанном в разделе 2.2 можно построить диаграмму  $S'_B = S'_B(\varphi)$  и  $S''_B = S''_B(\varphi)$ . Здесь

$$S'_B = \frac{dS_B}{d\varphi} \text{ и } S''_B = \frac{d^2S_B}{d\varphi^2} \text{ аналоги скоростей и ускорений толкателя.}$$

Рассмотрим построение положений кулачкового механизма с роликовым коромыслом. Как указывалось выше в этом случае необходимо рассматривать центровой профиль кулачка, эквидистантный профилю кулачка на расстоянии радиуса ролика. На рис. 8.5 показан центровой профиль кулачка.

Проведя окружности радиусами  $r_0$  и  $r'_0$  найдём точки  $0', 6', 6'_s, 12'$  - соответствующие началам и концам фазовых углов.

Для определения фазовых углов применим метод обращения движения, в результате которого линия центров  $OC$  и коромысло  $CB$  будут вращаться вокруг точки  $O$  в направлении обратном вращению кулачка. Центральные углы, образованные линиями центров равны фазовым углам:  $\angle C, 0, 6 = \varphi_y$ ,  $\angle 6, 0, 6_* = \varphi_{\partial c}$ ,  $\angle 6_*, 0, 12 = \varphi_c$ ,  $\angle 12, 0, C = \varphi_{\partial c}$ .

Дугу описанную радиусом  $OC$ , стягивающую угол  $\varphi_y$ , разделим на равные части. Из каждой точки ( $0, 1, 2, 3, \dots$ ) радиусом  $CB$  сделаем засечки на профиле кулачка ( $0, 1', 2', 3', \dots$ ). Измерив углы между линией центров и коромыслом в обращённом движении ( $\psi_0, \psi_0 + \psi(1), \psi_0 + \psi(2), \dots$ ) можно судить об угловых перемещениях коромысла ( $\psi(0), \psi(1), \psi(2), \dots$ ) в обращённом движении.

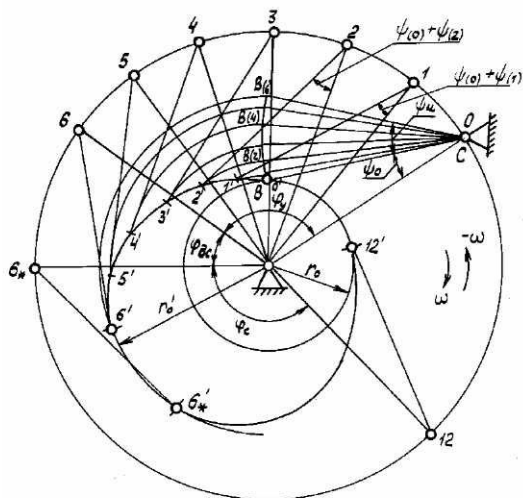


Рис. 8.5

Действительные перемещения коромысла такие же можно, получить проведя дуги радиусами  $01', 02', 03', \dots$  до перемещения с траекторией точки  $B$ .

Аналогичные построения производятся и для фазы сближения. После этого есть возможность построить диаграмму угловых

перемещений  $\psi = \psi(\varphi)$ , а затем методом графического дифференцирования получить диаграмму  $\psi' = \psi'(\varphi)$  и  $\psi'' = \psi''(\varphi)$ , т.е. диаграммы аналогов угловых скоростей и угловых ускорений коромысла в зависимости от угла поворота кулачка.

На Рис. 8.6 показано построение кулачкового механизма с плоским толкателем. Определение перемещения толкателя не зависит от того, проходит линия толкателя через центр вращения кулачка  $O$  или не проходит.

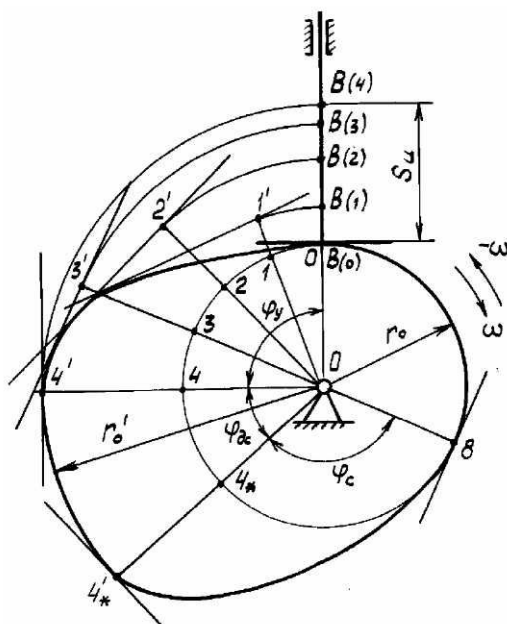


Рис. 8.6

Применяя метод обращения движения аналогично рассмотренным ранее примерам определим фазовые углы. Делим угол  $\varphi_y$  на равные части, проводим радиальные лучи, перпендикулярно которым покажем плоскость толкателя в обращённом движении касательную к профилю кулачка. Расстояние от плоскости до окружности радиуса  $r_0$  соответствуют перемещению толкателя в обращённом механизме (1-1', 2-2', 3-3', ...). Действительные перемещения (такие же) получим переноса

точки  $1', 2', 3', \dots$  на начальное, нулевое положение толкателя. Для фазы сближения построения перемещения толкателя выполняются аналогично.

При построении диаграммы перемещения откладываем  $B(0)-B(1)$ ,  $B(0)-B(2)$ ,  $B(0)-B(3)$ , ... или  $1-1'$ ,  $2-2'$ ,  $3-3'$ , ... . Имея диаграмму перемещения  $S = S(\varphi)$  графически дифференцируя её дважды получим диаграммы  $S' = S'(\varphi)$  и  $S'' = S''(\varphi)$ .

### 8.3. Угол давления

Основной характеристикой взаимодействия кулачка с ведомым звеном, определяющий соотношение сил в кулачковом механизме, является угол давления.

Углом давления называется угол, образованный полной силой давления кулачка на ведомое звено и её эффективной составляющей.

Пренебрегая трением полную силу будем направлять по общей нормали, а эффективную составляющую - по абсолютной скорости точки ведомого звена (Рис. 8.7).

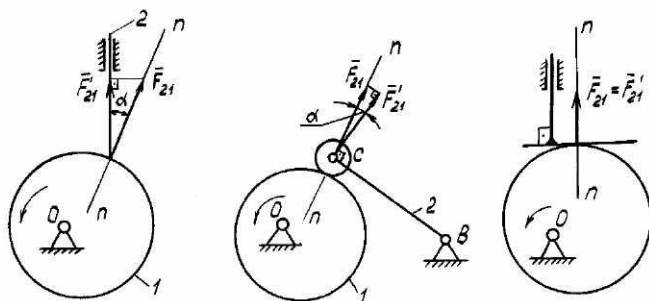


Рис. 8.7

Полезной силой для подъёма ведомого звена является сила  $F'_{21}$  преодолевающая полезное сопротивление, упругость пружины для замыкания высшей пары и силу тяжести ведомого звена. Из Рис. 8.7 видно, что эта сила будет тем больше чем меньше угол давления  $\alpha$ .

Для кулачковых механизмов с остроконечным или снабженным роликом ведомым звеном принимают следующие значения допустимых углов давления: для кулачковых механизмов с толкателем  $[\alpha] = 20 \dots 30^\circ$  кулачковым механизмом с коромыслом  $[\alpha] = 40 \dots 50^\circ$ . При больших



углах давления величина силы  $F'_{21}$  может оказаться недостаточной для преодоления сил сопротивления, что приводит к заклиниванию. Заклинивание механизма при силовом замыкании высшей пары может возникнуть только на фазе удаления. Для кулачковых механизмов с плоским толкателем угол давления равен нулю, вся сила давления кулачка на толкатель используется как эффективная, полезная (рис. 8.7в).

Выведем зависимость для угла давления в кулачковом механизме с остроконечным толкателем. Если толкатель снабжен роликом, то переходим на центровой профиль и остроконечный толкатель.

Рассмотрим рис. 8.8. Построим план скоростей,  $\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_1} + \vec{V}_{B_2B_1}$ , где скорость  $V_{B_1} = \omega \cdot \ell_{AB}$  направлена перпендикулярно  $AB$ ,  $V_{B_2B_1}$  - направлена по касательной к профилю в точке контакта,  $V_{B_2}$  - направлена по движению толкателя, т.е. вертикально.

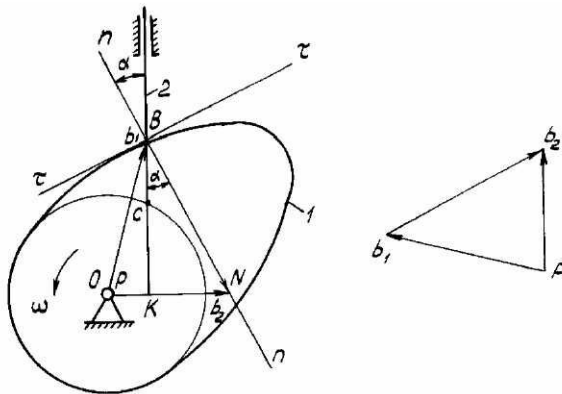


Рис. 8.8

Изобразим  $V_{B_1}$  отрезком равным  $OB$ . Тогда масштабный

коэффициент плана скоростей будет  $\mu_v = \frac{V_{B_1}}{OB} = \frac{\omega \cdot OB \cdot \mu_\ell}{OB} = \omega \cdot \mu_\ell$ .

Повернем план скоростей на  $90^\circ$  и совместим его с планом кулачкового механизма. Тогда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ON - OK}{KC + CB},$$

где  $ON = PB_2 = \frac{V_{B_2}}{\mu_v} = \frac{V_{B_2}}{\omega \cdot \mu_e} = \frac{S'_{B_2}}{\mu_e}$ ;  $OK = \frac{e}{\mu_e}$  ( $e$  - эксцентриситет);

$KC = S_0 / \mu_\ell$  ( $S_0$  - начальная координата точки  $B_2$ );  $CB = \frac{S_{B_2}}{\mu_e}$  (перемещение точки  $B_2$ ),

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S'_{B_2} / \mu_\ell - e / \mu_\ell}{S_0 / \mu_\ell + S_{B_2} / \mu_\ell} = \frac{S'_{B_2} - e}{S_0 + S_{B_2}},$$

где  $S'_{B_2}$  и  $S_{B_2}$  зависят от закона движения толкателя,  $e$  и  $S_0$  - начальные параметры должны быть выбраны такими, чтобы угол давления не превышал допустимых значений.

Эксцентриситет  $e$  может располагаться как по левую, так и по правую сторону от центра вращения кулачка. Поэтому зависимость (8.1) в общем случае имеет вид

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S' \pm e}{S_0 + S}.$$

Угол давления можно определить графически, построив график  $S = S(S')$  при  $\mu_s = \mu_{S'} = \mu_\ell$  (Рис. 8.9).

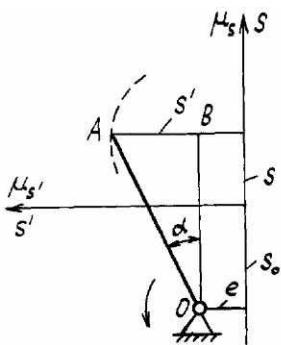


Рис. 8.9

Рассмотрим треугольник  $OAB$ . Угол давления можно записать как

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{S' - e}{S_0 + S},$$

что соответствует (8.1)

и (8.2). Рассмотрим кулачковый механизм с роликовым коромыслом. Как и в предыдущем случае перейдем на центральной профиль и остроконечное коромысло (Рис. 8.10), не выводя формулу для определения угла давления выясним как можно определить его графики.

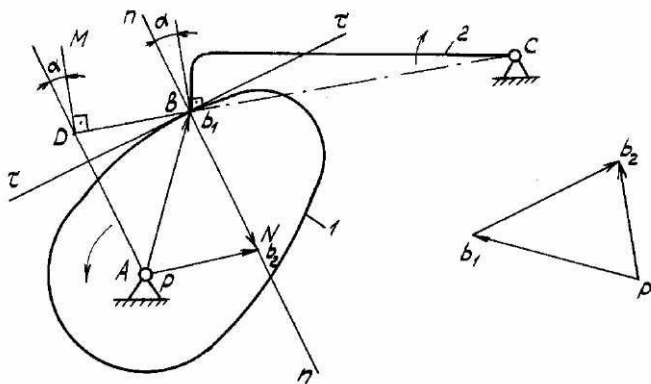


Рис. 8.10

Построим план скоростей  $\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_1} + \vec{V}_{B_2B_1}$ , выразив  $V_{B_1}$  отрезком равным  $OB$ . Повернем план скоростей на  $90^\circ$  и совместим его с планом механизма. Масштабный коэффициент плана скоростей будет  $\mu_v = \omega \cdot \mu_\ell$ .

$$\text{Следовательно } ON = PB_2 = \frac{V_{B_2}}{\mu_v} = \frac{V_{B_2}}{\omega \cdot \mu_\ell} = \frac{S'_{B_2}}{\mu_\ell}.$$

Проведем  $OD$  и нормали до пересечения в точке  $D$  с линией коромысла и  $DM \perp DC$ , получим угол  $\alpha$  - угол давления, тогда

$$DB = ON = \frac{S'_{B_2}}{\mu_\ell}.$$

Теперь можно сформулировать правило определения угла давления: если на линии коромысла отложить отрезок изображающий аналог скорости точки  $B$  коромысла в масштаба коромысла и через полученную точку (точку  $D$ ) провести луч к центру вращения кулачка, то этот луч образует угол давления с направлением скорости коромысла.

На Рис. 8.10 рассматривается положение, при котором  $\omega_{\text{кул}}$  и  $\omega_{\text{кор}}$  имеют разные направления, т.е.  $i_{12} < 0$ . Если же рассматривается положение кулачкового механизма, при  $i_{12} > 0$ , то  $S'_{B_2}$  следует

откладывать от точки  $B$  в направлении центра вращения коромысла, т.е. к точке  $C$ .

#### 8.4. Законы движения ведомого звена

В некоторых случаях закон движения ведомого звена полностью определяется той операцией, которую следует осуществить. В других случаях требуется получить за определенный промежуток времени только определенное перемещение ведомого звена и закон движения выбирается при проектировании кулачкового механизма. В практике проектирование наибольшее применение получили относительно простые законы движения ведомого звена, обеспечивающие более простую технологию обработки профиля кулачка.

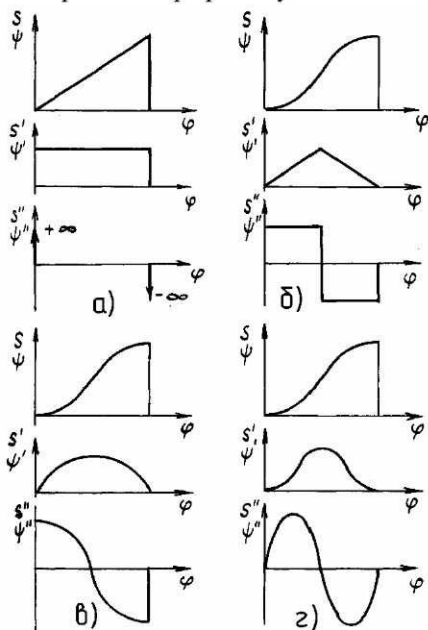


Рис. 8.11

Рассмотрим некоторые из них, показанные на рис. 8.11 для фазы удаления ведомого звена.

При линейном законе (8.11а) скорость движения и аналог скорости ведомого звена,

$$\text{постоянны } (v = \frac{dS}{dt}, \quad S' = \frac{dS}{d\varphi}),$$

$$\text{ускорение } (a = \frac{dV}{dt}, \quad S'' = \frac{dS'}{d\varphi}) \text{ и}$$

аналог ускорения равны нулю. Но в начале и в конце фазы ускорение стремится к бесконечности, что приводит к "жесткому удару".

Диаграммы для параболического (равнопеременного) закона движения представлены на рис. 8.11б. В точках разрыва ускорений и силы инерции меняются на коническую величину, механизм испытывает "мягкие" удары.

То же можно сказать и о косинусоидальном законе (Рис. 8.11в), при котором тоже наблюдается "мягкие" удары.

Синусоидальный закон движения (Рис. 8.11г) имеет плавную и безразрывную кривую ускорений ведомого звена, что соответствует безударной работе кулачкового механизма.

Все вышеприведенные характеристики законов движения справедливы и для фазы сближения.

Сопоставляя различные законы движения выходных звеньев, удовлетворяющие одним и тем же граничным условиям (равенство перемещений ведомого звена за одно и то же время), можно сделать такой вывод: отношение максимальных ускорений для различных законов движения говорит о не безударной работе кулачкового механизма, например:

$$a_{\text{лин}} : a_{\text{cos}} : a_{\text{sin}} = 1 : 1,23 : 1,57.$$

## 8.5. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем

Спроектированный кулачковый механизм должен обеспечить заданный закон движения толкателя при допустимых углах давления.

### 8.5.1. Закон движения толкателя

Заданный закон движения толкателя чаще всего задается в виде закона аналога ускорений, причем значения аналогов ускорения неизвестны, а только ход толкателя и фазовые углы. Построим график  $S = S(\varphi)$ .

По оси абсцисс выберем масштабный коэффициент

$$\mu_{\varphi} = \frac{\varphi_y + \varphi_{\delta c} + \varphi_c}{\ell} \frac{\text{рад}}{\text{мм}}.$$

По оси ординат кривую аналогов ускорений (в данном случае принят синусоидальный закон движения) вычерчиваем в неизвестном пока масштабе. Приняв ординату  $a_1$  произвольно, ординату  $a_2$  вычисляем из пропорции

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\varphi_y^2}{\varphi_c^2}.$$

которая следует из условия  $F_1 = F_2$  (Рис. 8.12а)

Графики  $S' = S'(\varphi)$  и  $S = S(\varphi)$  получим методом графического интегрирования (Рис. 8.12 б и в).

Напомним метод графического интегрирования и связь между масштабными коэффициентами (Рис. 8.13)

$$\mu_{S'} = \mu_{S''} \cdot \mu_{\varphi} \cdot H; \quad \mu_{S''} = \frac{\mu_{S'}}{\mu_{\varphi} \cdot H}.$$

Построим диаграммы  $S'' = S''(\varphi)$ ,  $S' = S'(\varphi)$  и  $S = S(\varphi)$ . Тогда масштабные коэффициенты взаимосвязаны с реальными численными значениями посредством масштабного коэффициента длины

$$\mu_S = S_u / y_{max},$$

где  $S_u$  - ход толкателя,  $y_{max}$  - максимальная ордината графика  $S = S(\varphi)$ .

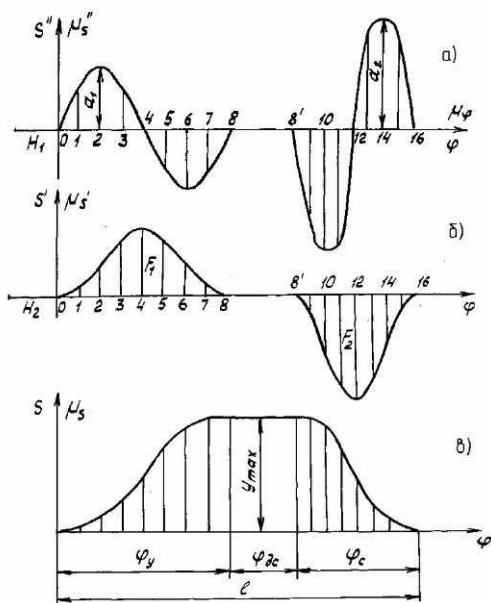


Рис. 8.12

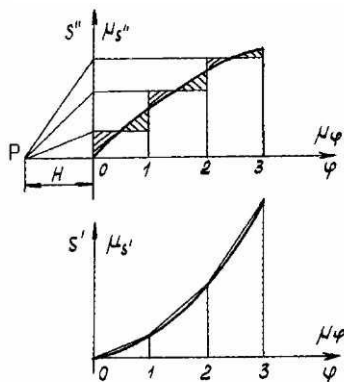


Рис. 8.13

Тогда

$$\mu_{S'} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi \cdot l_2}; \quad \mu_{S''} = \frac{\mu_{S'}}{\mu_\varphi \cdot l_1},$$

где  $l_2$  и  $l_1$  – полюсные расстояния при интегрировании.

Для удобства дальнейших построений целесообразно использовать

$$\mu_S = \mu_{S'}. \quad \text{При этом } l_2 = \frac{l}{\mu_\varphi}.$$

### 8.5.2. Определение начальных параметров

К начальным параметром кулачкового механизма с роликовым или остроконечным толкателем относится  $e$  – эксцентриситет,  $S_0$  – начальная координата, а следовательно и  $r_0$ . Которые должны быть выбраны таким образом, чтобы углы давления не превышали допустимых значений, т.е. –  $[\alpha]_{\text{отр}} \leq [\alpha] \leq [\alpha]_{\text{пол}}$ .

Используя формулу для угла давления (8.2) и его графическую интерпретацию (Рис.8.9) построим зависимость  $S = S(S')$  при равенстве масштабных коэффициентов  $\mu_S = \mu_{S'}$ .

При построении этого графика аналог скорости  $S'$  поворачиваем на  $90^\circ$  в сторону вращения кулачка. Для кулачков пазовых или реверсивных график  $S = S(S')$  строится как для интервала удаления, так и сближения (Рис.8.14), а для кулачков с силовым замыканием высшей пары этот график строится только для фазы удаления (Рис. 8.14б). Для получения “ $\theta$ -зоны”, внутри которой можно выбирать центр вращения кулачка проводим 2 касательные к построенной кривой под углами  $[\alpha]_{\text{пол}}$  и  $[\alpha]_{\text{отр}}$ .

Минимальные размеры кулачка получим, если центр вращения кулачка примем в вершине зоны.

### 8.5.3. Построение профиля кулачка

Зная закон движения толкателя и определив начальные параметры можно построить центровой профиль кулачка, а после определения радиуса ролика – профиль кулачка.

Для получения центрального профиля применяется метод обращения движения.

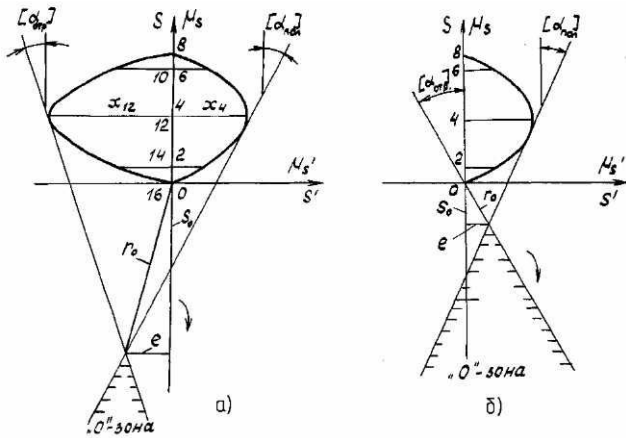


Рис. 8.14

Сначала построим треугольник со сторонами  $e$ ,  $S_0$ ,  $r_0$ , а также проводим две окружности радиусами  $e$ ,  $r_0$ . В направлении обратном вращению кулачка накладываем фазовые углы и делим их ( $\varphi_y$  и  $\varphi_c$ ) на равные части, а также проводим разметку траектории толкателя в абсолютном движении. Через последовательные положения т. В толкателя проводятся дуги до пересечения с соответствующими касательными к окружности радиуса  $e$ . Полученные точки являются точками центрального профиля (Рис. 8.15).

Толкатель снабжают роликом для уменьшения трения. Радиус ролика не может быть взят произвольно. Если радиус ролика будет больше минимального радиуса кривизны центрального профиля происходит самопересечение профиля кулачка (Рис. 8.16). Обычно принимают  $r_p \leq (0,7 \dots 0,8) \rho_{\min}$ . Из конструктивных соображений радиус ролика принимают  $r_p \leq (0,3 \dots 0,4) r_0$  (Рис. 8.17).

Профиль кулачка получим как эквивалентный центральному на радиус ролика.



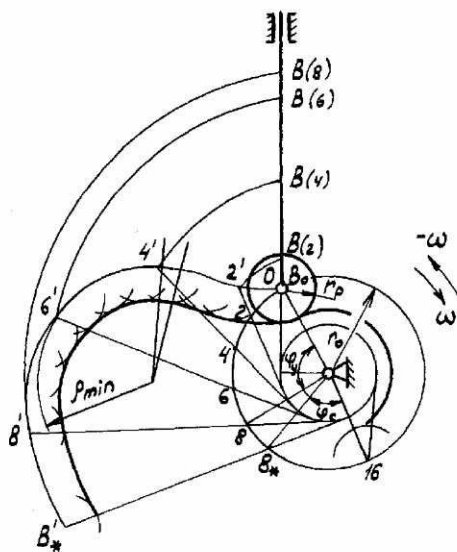


Рис. 8.15

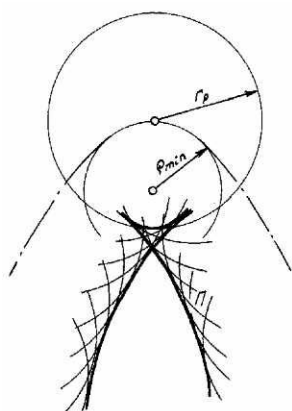


Рис. 8.16

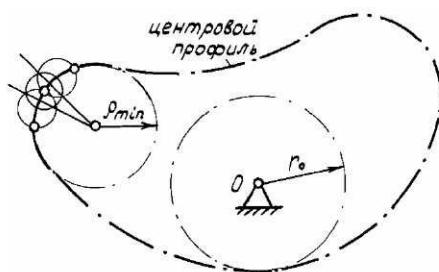


Рис. 8.17

### 8.6. Синтез кулачкового механизма с роликовым коромыслом

Закон движения коромысла задается обычно в виде закона  $\psi'' = \psi''(\varphi)$  - т.е. аналога углового ускорения коромысла в зависимости от угла поворота кулачка.

В произвольном масштабе вычерчиваем график  $\psi'' = \psi''(\varphi_1)$  задавшись ординатой  $a_1$  и вычислив ординату  $a_2$  (см. раздел 8.5.1). Дважды интегрируя этот график получим  $\psi' = \psi'(\varphi)$  и  $\psi = \psi(\varphi)$ . Полусные расстояния  $H_1$  и  $H_2$  выбираем произвольно (Рис. 8.18).

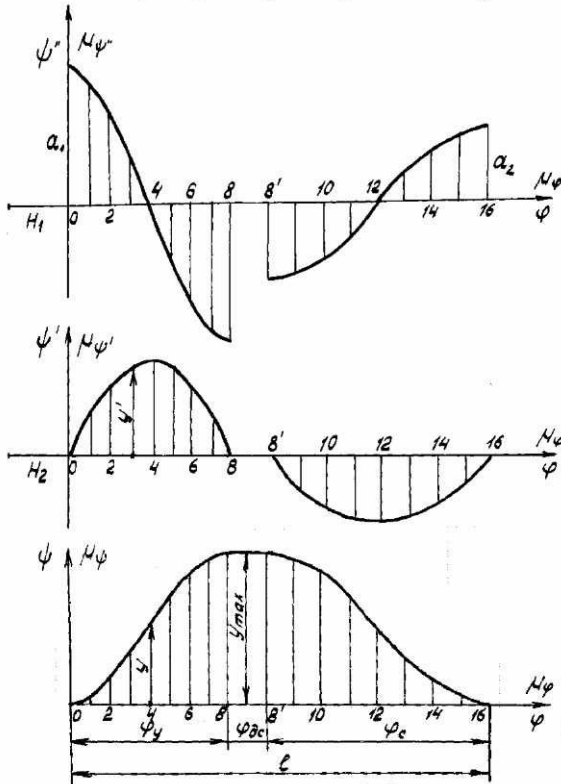


Рис. 8.18

Вычислим масштабные коэффициенты.

$$\mu_{\psi} = \frac{\psi_u}{y_{max}} \frac{рад}{мм} \quad \text{или} \quad \mu_{\psi} = \frac{\psi_u}{y_{max}} \frac{град}{мм};$$

$$\mu_{\psi'} = \frac{\mu_{\psi}}{\mu_{\varphi} \cdot H_2} \frac{1}{мм} \quad \text{или} \quad \mu_{\psi''} = \frac{\mu_{\psi'}}{\mu_{\varphi} \cdot \mu_1} \frac{1}{мм}; \quad \mu_{\varphi} = \frac{\varphi_y + \varphi_{\partial c} + \varphi_c}{\ell} \frac{рад}{мм}.$$

### 8.6.2. Начальные параметры кулачкового механизма

Начальные параметры  $r_0$  - минимальный радиус кулачка,  $\ell_0$  - межосевое расстояние и  $\psi_0$  - начальный угол должны быть выбраны такими, чтобы угол давления не превышал допустимых значений. Причем это условие должно соблюдаться только на фазе удаления при силовом замыкании, и для фазы удаления и сближения при геометрическом замыкании или реверсивном кулачке.

На основании раздела 8.3 и рис. 8.10 определение начальных параметров может быть выполнено следующим образом:

- приняв масштабный коэффициент  $\mu_{\ell}$ , построить все положения коромысла;
- по диаграмме  $\psi = \psi(\varphi)$  вычислить величину  $\psi(i)$  следующим образом  $\psi(i) = y(i) \cdot \mu_{\psi}$ . При этом удобно использовать масштабный коэффициент в виде  $\mu_{\psi} \frac{град}{мм}$  (Рис. 8.19).

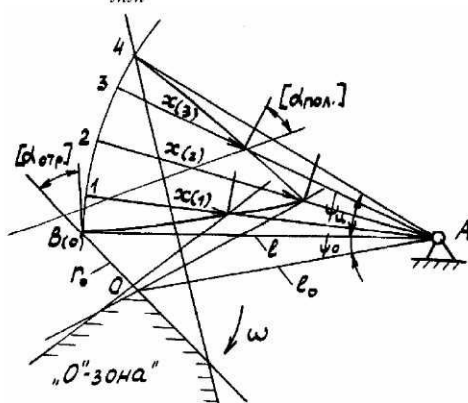


Рис. 8.19



### 8.6.3. Построение профиля кулачка

В выбранном масштабе показать положения коромысла и начальные параметры (Рис. 8.21).

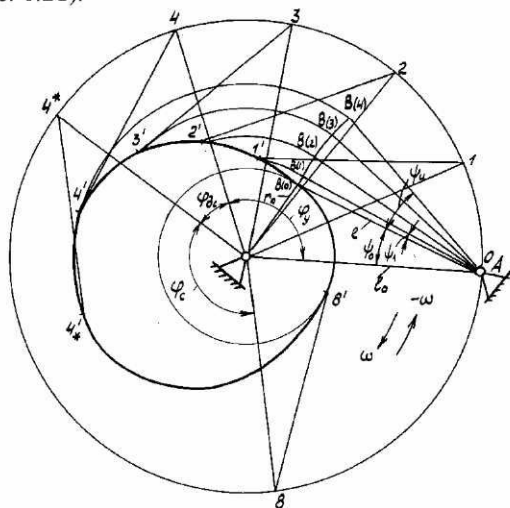


Рис. 8.21

Применяя метод обращения движения показать траекторию точки  $A$  в обратном движении (окружность радиуса  $OA$ ) и в направлении обратном вращению кулачка отложим фазовые углы  $\varphi_y, \varphi_{\delta c}, \varphi_c$ . Углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_c$  разделить на принятое число равных делений (точки  $1, 2, \dots$ ). Из центра  $O$  провести дуги радиусами  $OB(i)$  и на них из точек  $(1, 2, 3, \dots)$  сделать засечки радиусом  $AB$ . Через полученные точки провести лекальную кривую, являющаяся центровым профилем кулачка. Определить радиус ролика  $r_p$  (раздел 8.5.3) и построить профиль кулачка как эквидистантный центрному.

## 8.7. Синтез кулачкового механизма с плоским толкателем

### 8.7.1. Закон движения толкателя

Аналогично описанному в разделе 8.5.1 построить диаграммы заданного закона движения толкателя - рис. 8.22.

Желательно, чтобы графики были построены при равенстве масштабных коэффициентов  $\mu_S = \mu_{S''}$ , полюсные расстояния при интегрировании учитывать следующим образом:  $H_1 = H_2 = 1/\mu_\varphi$ . Если  $H_1$  выбрано произвольно, то  $H_2 = 1/(\mu_\varphi \cdot H_1)$ .

Вычислить масштабные коэффициенты

$$\mu_S = \frac{S_y}{y_{max}} \frac{M}{MM}; \mu_{S'} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi \cdot H_2} \frac{M}{MM}; \mu_{S''} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi \cdot H_1} \frac{M}{MM};$$

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_y + \varphi_{\partial c} + \varphi_c}{e} \frac{рад}{MM}.$$

### 8.7.2. Определение начальных параметров

В кулачковом механизме с плоским толкателем угол давления во всех положениях равен нулю (раздел 8.3, Рис. 8.7в) и не влияет на определение начальных параметров. Но для определения  $r_0$  имеется другое ограничение: профиль кулачка должен быть выпуклым, т.е.  $\rho > 0$ , где  $\rho$  - радиус кривизны профиля.

На рис. 8.23 показан кулачковый механизм с плоским толкателем и его заменяющий механизм.

Построим план ускорений для заменяющего механизма

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_A + \bar{a}_{A_2A}.$$

План ускорений совместим со схемой механизма, полюс плана ускорений  $\pi$  совместим с точкой  $A$  - центром кривизны профиля кулачка.

Масштабный коэффициент плана ускорений в этом случае будет

$$\mu_a = \frac{a_A}{OA} = \frac{\omega^2 \ell_{OA}}{OA} = \frac{\omega^2 OA \mu_f}{OA} = \omega^2 \cdot \mu_f.$$

Отрезок  $\pi_{a_2}$  изображает  $a_{A_2}$ .

$$\pi_{a_2} = \frac{a_{A_2}}{\mu_a} = \frac{a_{A_2}}{\omega^2 \mu_\ell} = \frac{d^2 S \cdot dt^2}{dt^2 \cdot d\varphi^2 \cdot \mu_\ell} = \frac{d^2 S}{d\varphi^2 \mu_\ell},$$

где  $\frac{d^2 S}{d\varphi^2} = S''$  - аналог ускорения толкателя.

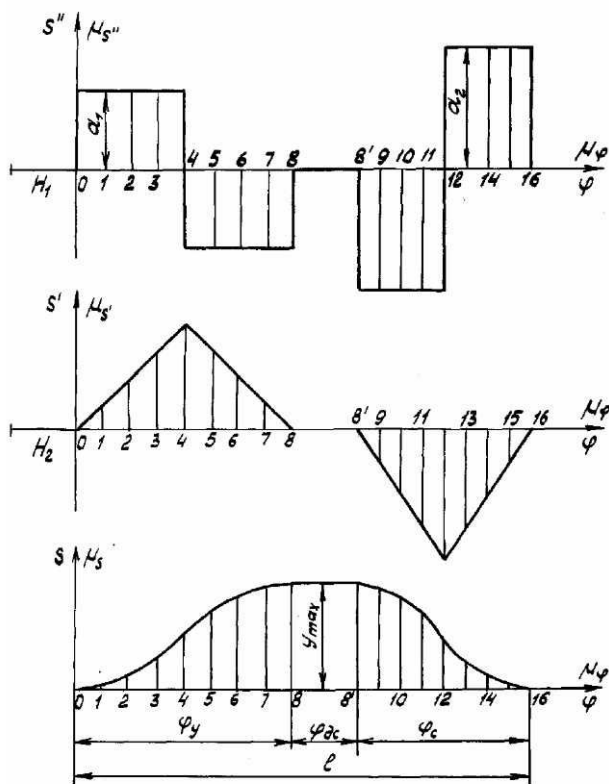


Рис. 8.22

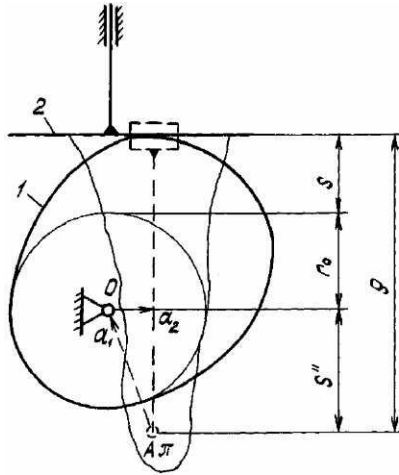


Рис. 8.23

Все величины изображены в одном и том же масштабе поэтому

$$\rho = S'' + r_0 + S,$$

а для выпуклого кулачка

$$S'' + r_0 + S > 0,$$

откуда  $r_0 > -(S + S'')$  - условие выпуклости кулачка (8.3).

Графически можно определить  $r_0$  складывая ординаты графиков  $S = S(\varphi)$  и  $S'' = S''(\varphi)$  при  $\mu_S = \mu_{S''}$  (Рис. 8.24).

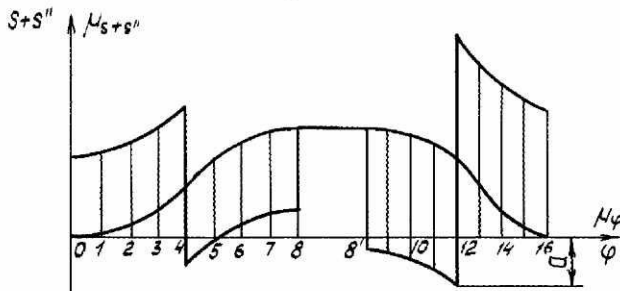


Рис. 8.24



Тогда  $r_{min} = a \cdot \mu_S$ ,  $r_0 = r_{min} + \Delta r$ , где  $\Delta r$  - добавка, необходимая для выполнения неравенства (8.3).

### 8.7.3. Построение профиля кулачка

Из точки  $O$ , принятой за центр вращения кулачка, показываем окружность радиуса  $r_0$ , через центр  $O$  проводим линию движения толкателя с разметкой перемещения точки  $B$ , на основании графика  $S = S(\varphi)$  (Рис. 8.25).

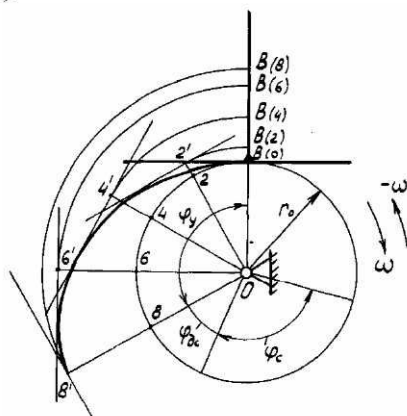


Рис. 8.25

От линии толкателя в направлении обратном вращению кулачка откладываем фазовые углы. Углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_c$  делим на равные части и на окружности радиуса  $r_0$  отмечаем точки  $1, 2, 3, \dots$ , через которые проводим радиальные лучи до пересечения с дугами проведенными из центра  $O$  через точки разметки траектории точки  $B$  (точки  $1, 2, 3, \dots$ ).

К радиальным лучам проводим перпендикуляры в точках  $(1, 2, 3, \dots)$  - следы плоского толкателя в обращенном движении. Внутренняя огибающая всех положений плоского толкателя в обращенном движении и будет профилем кулачка.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболовский И. И. Теория механизмов и машин: Учеб. Для вузов. -4-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 640 с.
2. Теория механизмов и механика машин: Учеб. для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В. Фролова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1998. - 496 с.
3. Методические указания к оформлению текстовых материалов и графических работ по теории механизмов и машин (для студентов, обучающихся по направлению "Инженерная механика") / Сост.: А.М.Ахтямов, П.В.Филь.- Луганск: Изд-во Восточноукр. гос. ун-та, 1998. - 32 с.
4. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин: Учебн. пособие для вузов/Под ред. К.В. Фролова. - 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1998. - 351 с.
5. П. В. Філь, А. М. Ахтямов, П. Л. Носко, Н. В. Манько. Курсове проектування з теорії механізмів і машин. – Луганськ, СУДУ. — 1999. – 104 с.
6. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин/А.С. Корняко, Л. И. Кременштейн, С. Д. Петровский и др. - Киев: Вища шк., 1970. - 287 с.
7. Методические указания к курсовому проектированию по теории механизмов и машин «Синтез рычажных механизмов». /А. М. Ахтямов. – Луганск: ВУГУ. — 1997. – 33 с.
8. Методические указания к выполнению курсового проекта по теории механизмов и машин «Динамический синтез и анализ рычажных механизмов». /В. И. Бирюков. – Луганск: ВУГУ. — 1993. – 17 с.
9. Методические указания к курсовому проекту по ТММ «Расчет геометрии эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления» для студентов дневной и вечерней форм обучения всех механических специальностей. /Манько Н. В. – Ворошиловград: ВМИ. - 1987. – 22 с.
10. Методические указания к курсовому проектированию по теории механизмов и машин «Синтез кулачковых механизмов». /В. П. Литовченко. – Луганск: ЛМСИ. — 1990. – 43 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ.....  | 3  |
| ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....  | 3  |
| 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ.....  | 5  |
| 1.1. Классификация кинематических пар.....   | 5  |
| 1.2. Кинематические цепи.....  | 6  |
| 1.3. Структурные группы и их классификация.....  | 9  |
| 1.4. Структурный анализ механизма.....   | 10 |
| 1.5. Лишние степени свободы и пассивные связи.....                                       | 13 |
| 1.6. Заменяющие механизмы.....   | 15 |
| 2 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ<br>МЕХАНИЗМОВ.....                              | 16 |
| 2.1. Задачи и методы кинематического анализа.....  | 16 |
| 2.2. Графический метод.....  | 16 |
| 2.3. Аналитический метод.....  | 19 |
| 2.3.1. Правила записи векторных уравнений для скоростей и<br>ускорений.....              | 19 |
| 2.3.2. Построение планов скоростей и ускорений для структурных<br>групп 2 класса.....    | 20 |
| 2.3.3. Пример построения планов скоростей и ускорений<br>механизма.....                  | 26 |
| 3. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ.....  | 30 |
| 3.1. Задача силового расчета, классификация сил.....                                     | 30 |
| 3.2. Статическая определенность структурных групп.....                                   | 31 |
| 3.3. Силы инерции звеньев механизма.....   | 32 |
| 3.4. Определение реакций в кинематических парах<br>структурных групп второго класса..... | 34 |
| 3.5. Силовой расчет начального звена.....  | 40 |
| 3.6. Силовой расчет механизма.....   | 41 |
| 3.7. Рычаг Жуковского.....   | 44 |
| 4. ДВИЖЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН<br>ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ.....                                 | 47 |
| 4.1. Режимы работы машины. Уравнение движения машины.....                                | 47 |
| 4.2. Приведение сил.....   | 49 |
| 4.3. Приведение масс.....  | 50 |
| 4.4. Определение закона движения звена приведения.....                                   | 51 |
| 4.5. Расчет маховика.....  | 53 |
| 5. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МАСС.....   | 56 |
| 5.1. Общие сведения об уравновешивании.....  | 56 |
| 5.2. Уравновешивание вращающихся масс.....   | 57 |

|  |     |
|--|-----|
| 5.2.1. Статическое уравнивание ротора.....                           | 58  |
| 5.2.2. Моментное уравнивание ротора.....                             | 59  |
| 5.2.3. Динамическое уравнивание ротора.....                          | 60  |
| 5.3. Балансировка роторов.....                                       | 61  |
| 5.4. Уравнивание масс машины на фундаменте.....                      | 62  |
| 6. ТЕОРИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ.....                                      | 65  |
| 6.1. Общие сведения о зубчатых передачах.....                        | 65  |
| 6.2. Основная теорема плоского зацепления.....                       | 68  |
| 6.3. Эвольвента и её свойства.....                                   | 70  |
| 6.4. Элементы зубчатого колеса.....                                  | 72  |
| 6.5. Элементы эвольвентного зацепления.....                          | 74  |
| 6.6. Методы изготовления зубчатых колёс.....                         | 75  |
| 6.7. Станочное зацепление.....                                       | 77  |
| 6.8. Толщина зуба по дуге произвольного радиуса.....                 | 80  |
| 6.9. Подрезание зуба.....  | 80  |
| 6.10. Эвольвентная зубчатая передача.....                            | 82  |
| 6.11. Качественные показатели зацепления.....                        | 85  |
| 6.11.1 Коэффициент перекрытия.....                                   | 86  |
| 6.11.2. Коэффициент скольжения.....                                  | 87  |
| 6.12. Выбор коэффициентов смещения.....                              | 88  |
| 6.13. Особенности расчёта косозубых цилиндрических передач.....      | 89  |
| 7. Многосменные зубчатые механизмы.....                              | 89  |
| 7.1. Многосменные зубчатые механизмы с неподвижными осями колёс..... | 90  |
| 7.2. Многосменные зубчатые механизмы с подвижными осями колёс.....   | 91  |
| 7.3. Подбор чисел зубьев планетарного механизма.....                 | 93  |
| 8. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ.....   | 95  |
| 8.1. Виды кулачковых механизмов.....                                 | 95  |
| 8.2. Кинематическое исследование кулачковых механизмов.....          | 97  |
| 8.3. Угол давления.....  | 101 |
| 8.4. Законы движения ведомого звена.....                             | 105 |
| 8.5. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем.....        | 106 |
| 8.5.1. Закон движения толкателя.....                                 | 106 |
| 8.5.2. Определение начальных параметров.....                         | 108 |
| 8.5.3. Построение профиля кулачка.....                               | 108 |
| 8.6. Синтез кулачкового механизма с роликовым коромыслом.....        | 111 |
| 8.6.2. Начальные параметры кулачкового механизма.....                | 112 |
| 8.6.3. Построение профиля кулачка.....                               | 114 |
| 8.7. Синтез кулачкового механизма с плоским толкателем.....          | 114 |
| 8.7.1. Закон движения толкателя.....                                 | 114 |

|  |     |
|--|-----|
| 8.7.2. Определение начальных параметров..... | 115 |
| 8.7.3. Построение профиля кулачка.....       | 118 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....                       | 119 |