

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
СИНТЕЗ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ
Методические указания к лабораторным работам

Для студентов специальностей 1-36 01 08 «Конструирование и производство изделий из композиционных материалов», 1-36 05 01 «Машины и оборудование лесного комплекса», 1-36 06 01 «Полиграфическое оборудование и системы обработки информации», 1-36 07 01 «Машины и аппараты химических производств и предприятий строительных материалов».

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания включают описание лабораторных работ, относящихся к синтезу эвольвентного зубчатого зацепления, образуемого зубчатыми колесами, изготовленными методом огибания с помощью двух видов инструментов: инструментальной рейки (гребенки) и долбяка.

Наряду с традиционными условиями и методами определения геометрических параметров зубчатого зацепления, в данном пособии представлена работа исследовательского характера. Руководство к этой работе составлено так, что преподаватель может варьировать работу, изменяя, например, исходные условия, увеличивая или уменьшая объем исследования. При этом работа связана с решением заданной или составляемой математической модели методами оптимизации с использованием ЭВМ.

Вычерчивание эвольвентных профилей и построение эскиза зубчатых колес осуществляется с использованием типового лабораторного оборудования – установок ТММ-42 и ТММ-47М.

Одна работа посвящена расшифровке зубчатой передачи, что также связано с элементами исследовательского характера, приобщающих студентов к инженерной деятельности.

В конце каждой лабораторной работы помещены контрольные вопросы для подготовки к их защите.

При разработке методических указаний использованы материалы справочного пособия [1] и учебных пособий [2] и [3].

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Механизмы с высшими кинематическими парами обладают, по крайней мере, тремя существенными достоинствами в сравнении с механизмами, содержащими только низшие пары: во-первых, они могут воспроизводить любой заданный закон движения теоретически точно; во-вторых, для реализации одного и того же закона движения может быть использован более простой по структуре механизм, содержащий меньшее количество звеньев и кинематических пар, и, в-третьих, механизмы с высшими парами менее чувствительны к погрешностям изготовления и монтажа в отношении точности воспроизведения заданного закона движения.

Взаимодействующие поверхности звеньев высшей пары, обеспечивающие заданный закон их относительного движения, называются сопряженными поверхностями. При воспроизведении возвратного движения можно иметь одну пару сопряженных поверхностей (например, в кулачковых механизмах). Если же требуется воспроизвести непрерывное движение в одном направлении, то надо иметь несколько последовательно взаимодействующих пар сопряженных поверхностей, которые располагаются на выступах, называемых зубьями.

Высшая кинематическая пара, образуемая последовательно взаимодействующими поверхностями зубьев, называется зубчатым зацеплением.

Синтез зацепления состоит в отыскании сопряженных поверхностей по заданному закону их относительного движения, который определяется в виде функции положения – зависимости угла φ_2 поворота выходного звена от угла φ_1 поворота входного звена:

$$\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1). \quad (1)$$

Закон движения может быть также задан в виде производных функции положения, которые принято называть передаточными функциями. Например, первая передаточная функция механизма имеет вид

$$U_{21} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{\dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = U_{21}(\varphi_1), \quad (2)$$

где U_{21} – передаточное отношение; $\dot{\varphi}_1 = \omega_1$, $\dot{\varphi}_2 = \omega_2$ – угловые скорости звеньев, измеренные относительно стойки.

Зацепление, в котором оба звена совершают плоское движение, параллельное одной и той же неподвижной плоскости, называется

плоским. Для плоского зацепления вместо сопряженных поверхностей можно рассматривать сопряженные профили, т. е. кривые, получаемые в сечении сопряженных поверхностей плоскостью, параллельной плоскости движения. При этом мгновенный центр вращения в относительном движении звеньев плоского зацепления принято называть полюсом зацепления.

Связь между геометрией сопряженных профилей и законом их относительного движения устанавливает основная теорема плоского зацепления: для того, чтобы профили были сопряженными, общая нормаль к ним в точке контакта в любой момент зацепления должна проходить через полюс зацепления, положение которого на межосевой линии определяется заданным относительным движением звеньев.

Пусть, например, звенья 1 и 2 плоского зацепления вращаются вокруг параллельных осей (рис. 1). Скорость точки касания звена 2 по отношению к звену 1, т. е. относительная скорость $V_{отн} = V_{K_2K_1}$, направлена по общей касательной к профилям или перпендикулярна к общей нормали mn . Следовательно, мгновенный центр в относительном движении звеньев 1 и 2 должен лежать на нормали mn . Кроме того, мгновенный центр P , называемый полюсом зацепления, должен лежать на межосевой линии O_1O_2 . Это условие следует из того, что мгновенным центром вращения в относительном движении является точка приложения вектора относительной угловой скорости ω_{21} , который находится из уравнения

$$\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1, \quad (3)$$

где ω_2 и ω_1 – векторы угловых скоростей звеньев 1 и 2, приложенных в центрах вращения O_1 и O_2 .

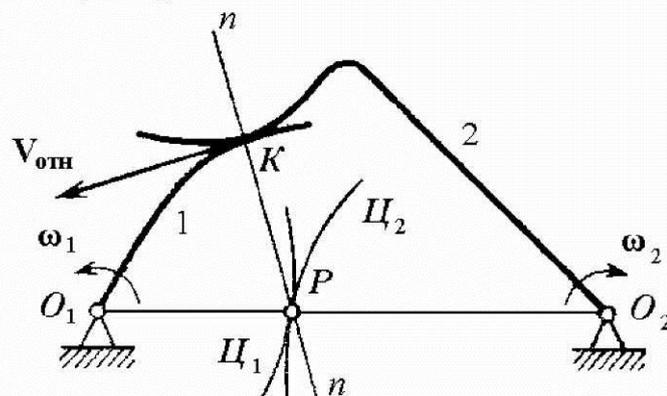


Рис. 1. К выводу основной теоремы зацепления

На основании правила сложения параллельных векторов получаем

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}, \quad (4)$$

где U_{12} – передаточное отношение (оно может быть положительным, если направления угловых скоростей одинаковые, и отрицательным, если эти направления противоположные).

Геометрические места точек на звеньях 1 и 2, которые при их движении последовательно совпадают с полюсом зацепления, образуют центры C_1 и C_2 в относительном движении звеньев.

При постоянном передаточном отношении ($U_{12} = \text{const}$) полное зацепление P является неподвижной точкой, а центры представляют собой окружности с радиусами $r_{w1} = O_1P$ и $r_{w2} = O_2P$, называемые начальными.

В зубчатом зацеплении с $U_{12} = \text{const}$ при вращении колес начальные окружности все время касаются в полюсе зацепления и перекатываются одна по другой без скольжения, причем

$$U_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_{w2}}{r_{w1}}, \quad (5)$$

где при отрицательном передаточном отношении зацепление называется внешним, а при положительном – внутренним.

Если оси вращения валов параллельны, то применяется цилиндрическая зубчатая передача. В современном машиностроении преимущественно используются эвольвентные цилиндрические передачи, в которых профили зубьев очерчены по эвольвенте окружности.

Геометрическое место центров кривизны какой-либо кривой называется эволютой, а сама кривая по отношению к эволюте – разверткой или эвольвентой.

Следовательно, эвольвентой окружности является кривая, центры кривизны которой лежат на окружности. Эвольвента (в дальнейшем опускаем слово «окружности») может быть получена как траектория точки прямой, перекатывающейся по окружности без скольжения (рис. 2). Окружность, эвольвентой которой является профиль зуба, называется основной, а прямая mn , которая перекатывается по ней, образуя эвольвенту, называется производящей прямой.

Уравнение эвольвенты в параметрической форме получается из условия перекатывания производящей прямой по основной окружности:

$$K_b N_y = K_y N_y. \quad (6)$$

Острый угол α_y между касательной tt к эвольвенте и радиусом-вектором r_y называется углом профиля эвольвенты в данной точке K_y . Радиус-вектор $OK_y = r_y$ произвольной точки K_y эвольвенты по модулю равен

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y}, \quad (7)$$

где r_b – радиус основной окружности. Полярный угол, образованный начальным радиусом-вектором эвольвенты OK_b и ее текущим радиусом OK_y , называется эвольвентным углом и обозначается θ_y . Тогда условие (6) принимает вид

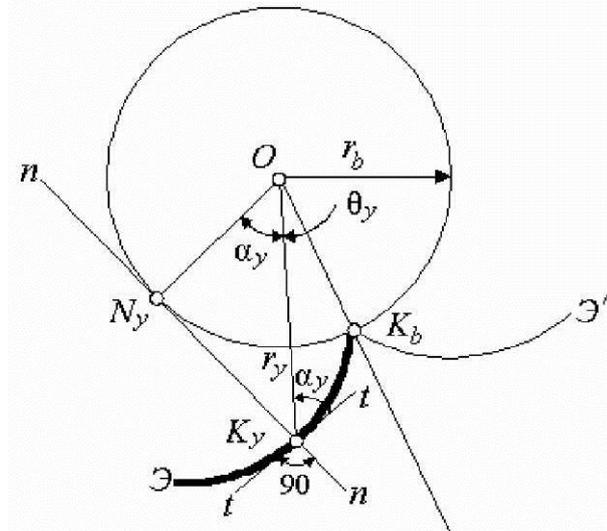


Рис. 2. К выводу уравнения эвольвенты

$$r_b(\theta_y + \alpha_y) = r_b \operatorname{tg} \alpha_y$$

или

$$\theta_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y. \quad (8)$$

Тригонометрическая функция $\operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y$ называется инвалютой и обозначается $\operatorname{inv} \alpha_y$, т. е.

$$\operatorname{inv} \alpha_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y, \quad (9)$$

а уравнение (8) может быть записано в виде

$$\theta_y = \operatorname{inv} \alpha_y. \quad (10)$$

Уравнения (7) и (8) или (10) определяют уравнение эвольвенты в полярных координатах r_y и θ_y , выраженное через параметр α_y .

Для геометрической теории зацепления важное значение имеют следующие основные свойства эвольвенты (рис. 2):

а) эвольвента начинается на основной окружности и имеет две ветви \mathcal{E} и \mathcal{E}' ;

б) нормаль mn к эвольвенте в любой ее точке является касательной к основной окружности, а отрезок $N_y K_y$ – радиусом кривизны ρ_y эвольвенты в точке K_y ;

в) форма эвольвенты зависит только от радиуса основной окружности, и в пределе при $r_b = \infty$ эвольвента обращается в прямую линию.

Два взаимодействующих профиля, очерченные по эвольвентам, образуют эвольвентное зацепление. Рассмотрим внешнее зацепление двух эвольвент \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , касающихся друг друга в точке K (рис. 3).

В процессе зацепления двух эвольвентных профилей их общая нормаль, как общая касательная к двум основным окружностям, не меняет своего положения, а значит не изменяет своего положения и полюс зацепления P . Следовательно, при эвольвентном зацеплении передаточное отношение, согласно основной теореме плоского зацепления, имеет постоянную величину

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{O_2 P}{O_1 P} = \text{const}.$$

Основными элементами эвольвентного зацепления являются:

а) линия зацепления $N_1 N_2$ – геометрическое место точек K контакта профилей или траектория точки K ;

б) полюс зацепления – точка P пересечения линии зацепления с межосевой линией $O_1 O_2$;

в) начальные окружности, касающиеся в полюсе зацепления; их радиусы $r_{w1} = O_1 P$ и $r_{w2} = O_2 P$;

г) угол зацепления – острый угол α_w между линией зацепления и прямой, перпендикулярной межосевой линии.

Из рис. 3 следует, что угол профиля в точке эвольвенты, лежащей на начальной окружности, численно равен углу зацепления, оба угла обозначаются одинаково (α_w).

Межосевое расстояние для внешнего зацепления $\alpha_w = r_{w1} + r_{w2}$.

При внешнем зацеплении эвольвентные профили являются сопряженными только в пределах отрезка $N_1 N_2$ линии зацепления. Вне участка $N_1 N_2$ эвольвенты \mathcal{E}'_1 и \mathcal{E}'_2 в точке K' не касаются, а пересекаются. В реальной передаче пересечение эвольвент недопустимо, т. к. это может привести к поломке зубьев или заклиниванию передачи.

радиуса r_b . Расстояние между профилями двух соседних зубьев по дуге окружности называется окружным шагом зубьев. Шаг складывается из толщины зуба и ширины впадины. Для окружности произвольного радиуса r_y

$$p_y = s_y + e_y,$$

где p_y – окружной шаг; s_y – окружная толщина зуба; e_y – окружная ширина впадины.

Основные размеры зубьев удобно задавать в долях какой-либо одной линейной величины, связанной с зубом. Чтобы пояснить выбор этой величины, выразим длину окружности произвольного радиуса r_y (диаметра d_y) через число зубьев колеса z :

$$\pi d_y = p_y \cdot z.$$

Отсюда

$$d_y = \frac{p_y}{\pi} z \text{ или } d_y = m_y z,$$

где отношение $m_y = \frac{p_y}{\pi}$ называется окружным модулем зубьев на окружности радиуса r_y .

Шаг p_y и модуль m_y зависят от того, по какой окружности они измеряются или рассчитываются.

На колесе выделяется расчетная окружность, окружной модуль на которой равен стандартному модулю зуборезного инструмента. Эта окружность называется делительной, а модуль на этой окружности – расчетным модулем зубчатого колеса

$$m = \frac{p}{\pi}, \tag{11}$$

где p – шаг по делительной окружности.

Расчетный модуль – основной параметр зубчатого колеса, его значения определены СТ СЭВ 310-76. Следовательно, радиус делительной окружности равен

$$r = 0,5mz. \tag{12}$$

Делительную окружность можно определять как окружность, для которой модуль имеет стандартную величину, или же как окружность, которая является базовой для определения размеров зубьев. Например, для прямозубых колес, нарезанных стандартным инструментом, угол профиля эвольвенты α в точке K , находящейся на делительной окружности, стандартизирован и $\alpha = 20^\circ$. Часть зуба, заклю-

ченая между окружностью вершин и делительной окружностью, называется делительной головкой зуба, высота которой

$$h_a = r_a - r.$$

Часть зуба, заключенная между делительной окружностью и окружностью впадин, называется делительной ножкой зуба. Высота ножки зуба

$$h_f = r - r_f.$$

(Стандартом допускается также применение терминов «начальная головка» и «начальная ножка», если зуб делится по высоте не делительной, а начальной окружностью).

Колеса одного и того же модуля, имеющие одно и то же число зубьев, могут отличаться друг от друга толщиной зуба по делительной окружности.

Различают: 1) колеса с равноделенным шагом, у которых по делительной окружности толщина зуба равна ширине впадины и, следовательно, половине шага $s = e = 0,5\pi m$; 2) колеса, у которых $s > e$, т. е. $s > 0,5\pi m$; 3) колеса, у которых $s < e$, т. е. $s < 0,5\pi m$.

Как было показано, эвольвентные профили зубьев удовлетворяют основному условию зубчатого зацепления – получению постоянного передаточного отношения.

Варьируя величины h_a , h_f и s , можно удовлетворить дополнительным условиям синтеза. Варьирование выполняется обычно изменением взаимного расположения заготовки колеса и инструмента при обработке профиля зуба.

В настоящее время зубчатые колеса изготавливают способами копирования и огибания.

При способе копирования профиль инструмента точно совпадает с профилем впадины нарезаемого колеса (т. е. копируется на колесе). Основным инструментом при этом является модульная (дисковая или пальцевая) фреза. Существенным недостатком этого способа является то, что для каждого сочетания модуля m и числа зубьев z изготавливаемого колеса нужно иметь отдельную фрезу. Это, конечно, очень дорого. С целью сокращения номенклатуры инструмента диапазон z разбивают на интервалы и в пределах каждого интервала применяют одну и ту же фрезу для нарезания колес с различными числами зубьев. При этом большинство колес будет изготавливаться с приближенными профилями зубьев.

Второй способ – способ огибания – такими существенными не-

достатками не обладает. Этим способом можно изготовить одним инструментом колеса одинакового модуля m с различными числами зубьев z , и притом теоретически точно. Поэтому способ огибания нашел преимущественное распространение.

При данном способе заготовке, из которой делают зубчатое колесо, и режущему инструменту, имеющему зубчатую форму (долбяк, гребенка, червячная фреза), сообщают на станке такие движения относительно друг друга, которые воспроизводят процесс зацепления. Это зацепление называют станочным.

Помимо движений, воспроизводящих процесс зацепления, инструменту сообщается еще технологическое движение резания. При этом режущие кромки инструмента описывают зубчатую поверхность, называемую производящей. Производящая поверхность и изготавливаемая боковая поверхность зуба являются взаимооггибаемыми, откуда сам способ и получил свое наименование.

Если производящую поверхность рассечь плоскостью, перпендикулярной оси нарезаемого колеса, то в сечении получим исходный производящий контур (ИПК). Станочное зацепление является зацеплением ИПК с профилем зуба нарезаемого колеса.

Взаимозаменяемость зубчатых колес возможна только на базе стандартизации параметров колес и зуборезного инструмента.

В основу стандарта положен реечный контур, который принят в качестве базового для определения теоретических форм и размеров зубьев семейства зубчатых колес, представителем которого он является. При этом его называют теоретическим исходным контуром или, для краткости, исходным контуром.

ИПК инструмента реечного типа (червячная фреза или гребенка) является контуром зубьев рейки, заполняющей впадины исходного реечного контура (рис. 5).

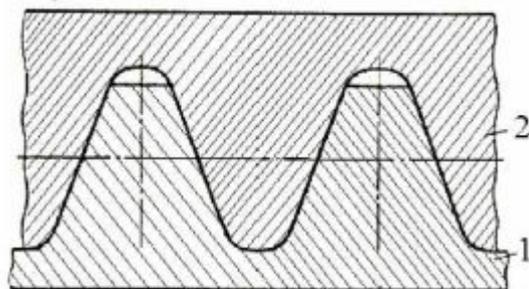


Рис. 5. Теоретический реечный контур:
1 – исходный; 2 – исходный производящий

При этом между линией впадин ИПК и линией вершин исходного контура сохраняется радиальный зазор для того, чтобы поверхность впадин инструмента не участвовала в процессе резания.

Колесо со внешними зубьями, нарезанное исходной производящей рейкой, называют теоретическим исходным зубчатым колесом (рис. 6). Колесо, зубья которого заполняют все впадины исходного зубчатого колеса, но при этом сохраняются радиальные зазоры как у вершин, так и у оснований зубьев, называется совпадающим теоретическим колесом, производящим контуром долбяка (производящим колесом) является колесо, которое заполняет впадины совпадающего теоретического колеса с сохранением радиальных зазоров только у оснований зубьев.

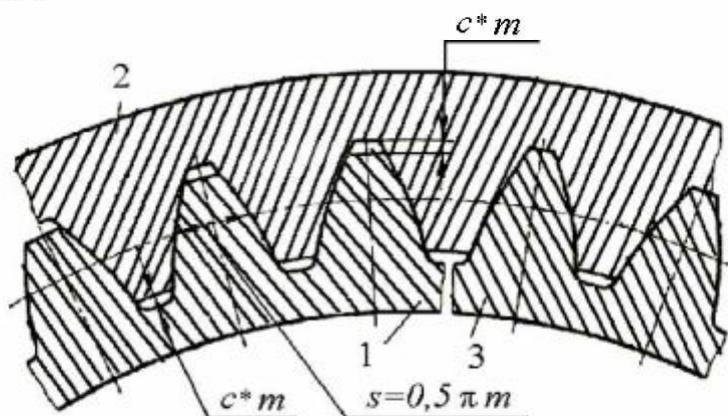


Рис. 6. Теоретическое зубчатое колесо:
1 – исходное; 2 – совпадающее; 3 – производящее

На рис. 7 и 8 изображены реечное станочное зацепление и станочное зацепление долбяка. При этом стандартными параметрами ИПК реечного инструмента (рис. 7) являются m , h_a^* , c^* , α , а производящего колеса (долбяка) z_0 , m , h_a^* , c^* , α , где m – модуль; α – угол профиля; h_a^* – коэффициент высоты зуба; c^* – коэффициент радиального зазора; z_0 – число зубьев долбяка; x_0 – коэффициент смещения долбяка; d_{a0} – диаметр окружности вершин.

Согласно стандарту, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$ и $c^* = 0,25$.

На примере реечного станочного зацепления рассмотрим формирование на нарезаемом колесе зубьев с определенной геометрией и размерами.

Реечное станочное зацепление, как и всякое зацепление, имеет начальные линии. Ими являются станочно-начальная прямая рейки и

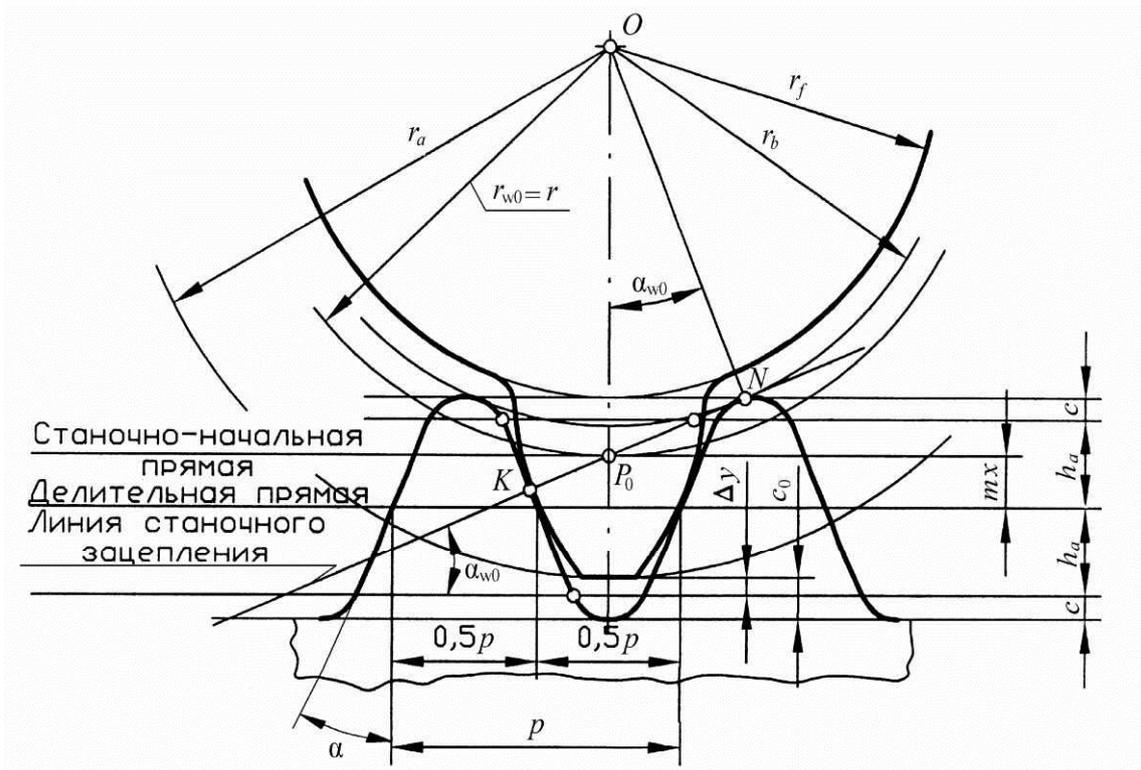


Рис. 7. Реечное станочное зацепление

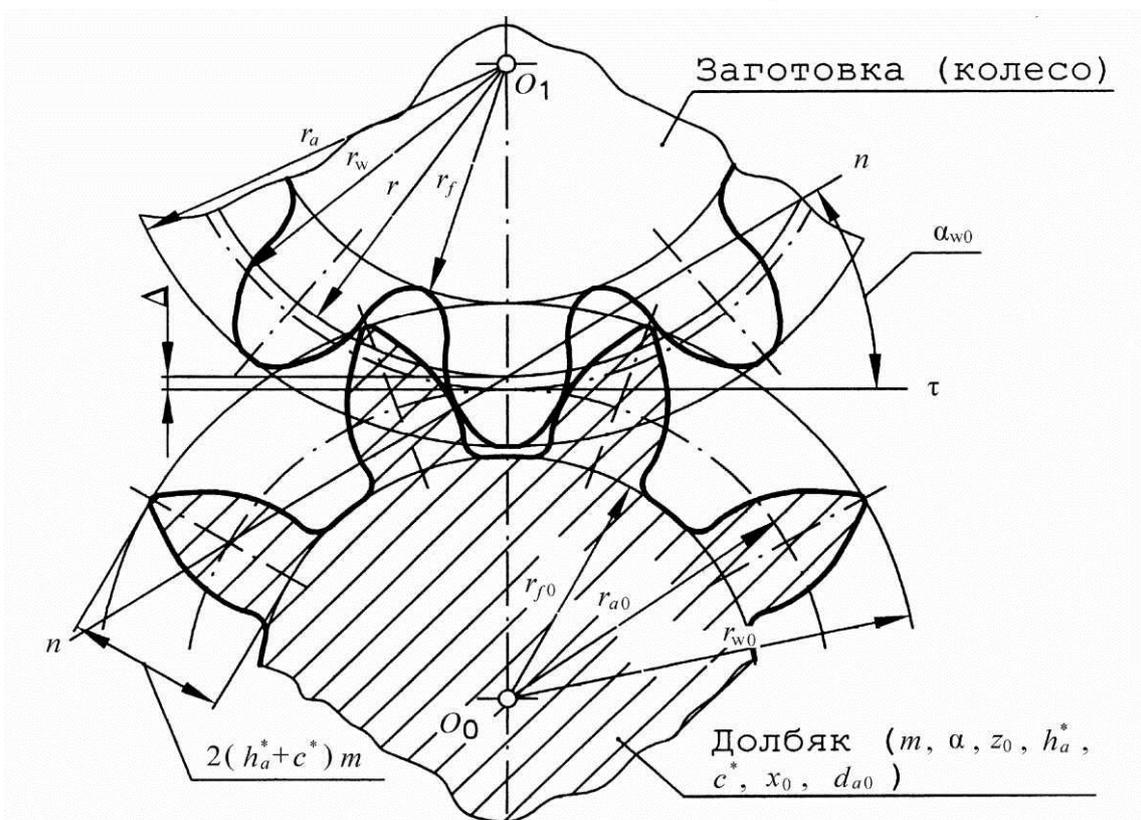


Рис. 8. Станочное зацепление долбяка

станочно-начальная окружность колеса, радиус которой r_{w0} равен радиусу делительной окружности r . Делительная прямая может располагаться различным образом по отношению к делительной окружности: 1) она может касаться делительной окружности (нулевая установка инструмента); 2) быть отодвинутой от нее (положительная установка); 3) пересекать ее (отрицательная установка). Расстояние между делительной прямой и делительной окружностью называется смещением инструмента. Его выражают в виде произведения mx , где x – коэффициент смещения, имеющий знак: $x = 0$ при нулевой установке, $x > 0$ при положительной и $x < 0$ при отрицательной установке.

Из рис. 7 следует, что радиус вершин прямозубого колеса:

$$r_a = r + (h_a^* + x - \Delta y) \cdot m,$$

где Δy – коэффициент уравнительного смещения.

Высота зуба из того же рисунка

$$h = (2h_a^* + c^* - \Delta y) \cdot m.$$

Если $x = 0$ и $\Delta y = 0$, то

$$r_a = r + h_a^* \cdot m = 0,5m(z + 2h_a^*), \quad h = (2h_a^* + c^*) \cdot m, \quad \text{и при стандарт-}$$

ных значениях $h_a^* = 1$ и $c^* = 0,25$ получим

$$r_a = 0,5m(z + 2) \quad \text{и} \quad h = 2,25m.$$

Толщина зуба по делительной окружности

$$s = 0,5\pi m + 2xmtg\alpha.$$

Если смещение $xm = 0$, то толщина зуба $s = 0,5\pi m$ равна ширине впадины e ($s = e$).

Если $x > 0$, то $s > 0,5\pi m$, и, следовательно, $s > e$. Если $x < 0$, то $s < 0,5\pi m$, поэтому $s < e$.

Из сравнения профилей зубьев трех колес (рис. 9), имеющих одинаковые числа зубьев, нарезанных одним и тем же инструментом, но с различными смещениями: $x_1 < x_2 < x_3$, следует, что, назначая при проектировании тот или иной коэффициент смещения, можно влиять на форму зубьев колес и на качество зубчатой передачи. Например, зуб третьего колеса будет самым прочным.

При проектировании зубчатых колес коэффициент смещения ИПК должен удовлетворять ограничениям

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max},$$

где x_{\min} – минимальный коэффициент смещения, определенный из условия отсутствия подрезания; x_{\max} – максимальный коэффициент

смещения, определенный из условия отсутствия заострения.

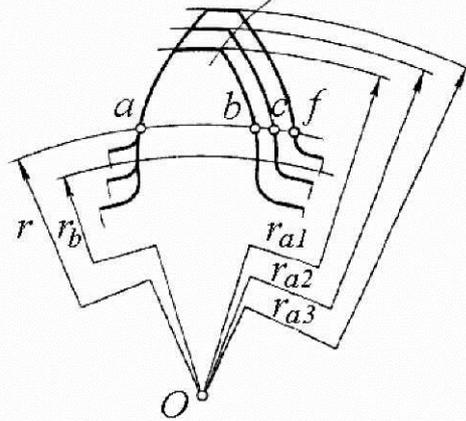


Рис. 9. Влияние смещения на форму зубьев колес

Согласно свойствам эвольвентного зацепления, правее точки N на линии станочного зацепления (рис. 7) прямолинейный участок ИПК пересекает эвольвентный профиль зуба, что и приводит к подрезанию зуба колеса у его основания (рис. 10). При этом

$$x_{\min} = h_a^* - 0,5z \sin^2 \alpha.$$

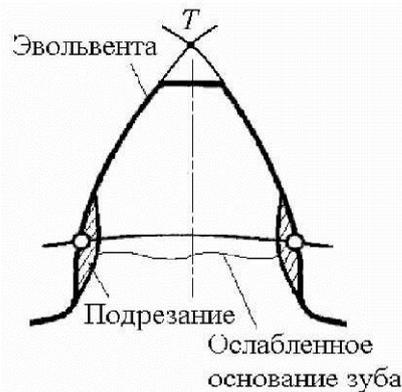


Рис. 10. Подрез и заострение зуба

В случае стандартного инструмента ($h_a^* = 1, \alpha = 20^\circ$)

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}, \quad (13)$$

где 17 – минимальное число зубьев колеса (z_{\min}), нарезаемого без смещения инструмента, которые не будут подрезаны реечным инструментом. Если увеличивать коэффициент смещения, то толщина зуба s_a у вершин будет уменьшаться, и когда точка пересечения двух симметричных профилей T будет располагаться вблизи окружности вершин (рис. 10), то наступит заострение зуба. Для предотвращения излома вершины зуба коэффициент смещения назначают так, чтобы

$s_a \geq 0,2m$.

Свойства зубчатой передачи внешнего зацепления можно пояснить на примере картины зацепления (рис. 11). При знакомстве со свойствами эвольвентного зацепления были рассмотрены следующие элементы зацепления: межосевое расстояние a_w , линия зацепления N_1N_2 , угол зацепления α_w , полюс зацепления P , начальные окружности радиусами r_{w1} и r_{w2} .

Участок B_1B_2 линии зацепления называется активной линией зацепления (в точке B_1 сопряженные профили входят в зацепление, а в точке B_2 – выходят из зацепления).

Зубчатая передача должна быть спроектирована так, чтобы участок B_1B_2 укладывался в пределах линии зацепления N_1N_2 . Эвольвентные профили касаются только на участке B_1B_2 . Причем, контактирующие друг с другом их части, называются активными профилями. На рис. 11 они заштрихованы.

Коэффициенты смещения x_1 и x_2 влияют не только на геометрические параметры зубчатой передачи, но и на ее качественные показатели, которые оцениваются коэффициентами перекрытия, скольжения и удельного давления.

Коэффициент перекрытия ε_α учитывает непрерывность зацепления, т. е. каждая последующая пара зубьев должна войти в зацепление прежде, чем предшествующая пара зубьев выйдет из него:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_\alpha}{\tau}, \quad (14)$$

где φ_α – угол перекрытия – угол поворота колеса от положения входа зуба в зацепление до выхода его из него; τ – угловой шаг. Условие непрерывности взаимодействия зубьев выражается ограничением $\varepsilon_\alpha > 1$.

Коэффициент скольжения λ , учитывающий влияние геометрических и кинематических параметров на скольжение профилей зубьев и в конечном итоге на их износ,

$$\lambda_1 = V_{ск} / V_{K1-K}, \quad \lambda_2 = V_{ск} / V_{K2-K}, \quad (15)$$

где $V_{ск}$ – скорость скольжения; V_{K1-K} , V_{K2-K} – скорости перемещения точек контакта по профилям первого и второго колеса.

Коэффициент давления ϑ_p в полюсе зацепления, учитывающий влияние радиусов кривизны профилей на контактные напряжения, которые возникают на площадке контакта зубьев,

$$\vartheta_p = \frac{m(U_{12} + 1)^2}{U_{12} a_w \sin \alpha_w}. \quad (16)$$

При проектировании зубчатых передач коэффициенты смещения x_1 и x_2 должны обеспечить выполнение трех условий: 1) отсутствие подрезания; 2) отсутствие заострения; 3) непрерывность зацепления.

Первое условие выполняется при $x \geq x_{\min}$, второе и третье условия – при $x \leq x_{\max}$, т. е. $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$.

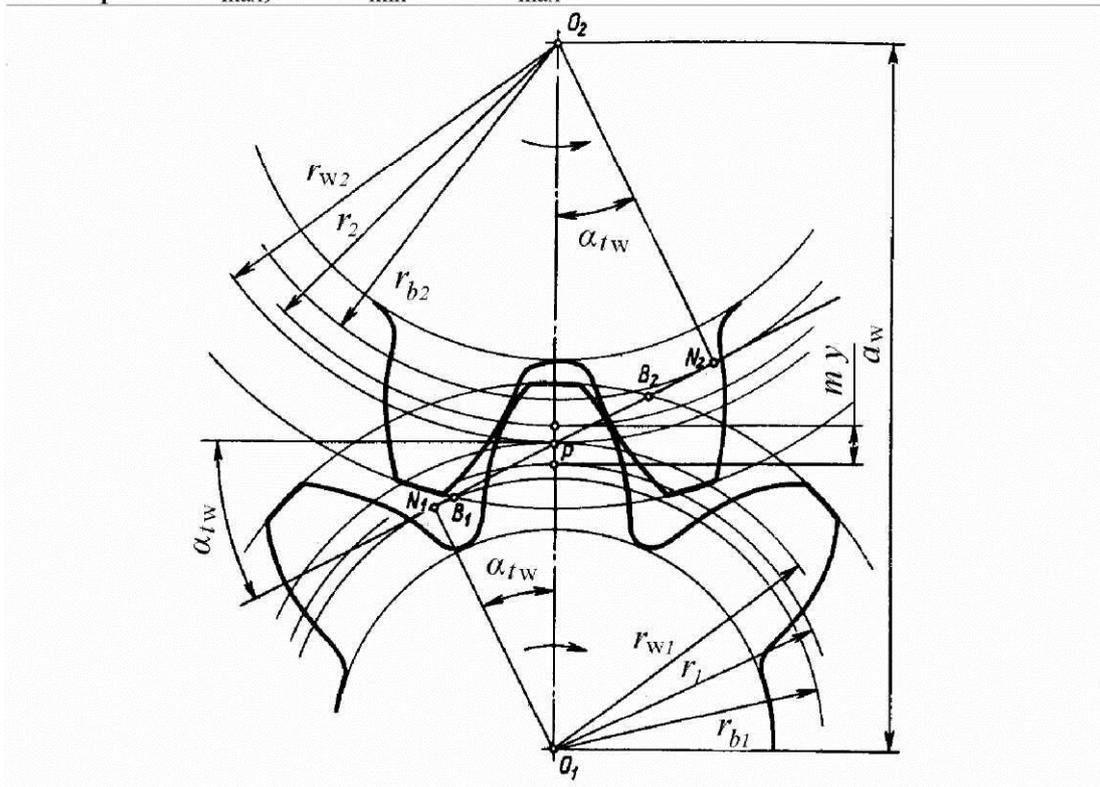


Рис. 11. Внешнее цилиндрическое эвольвентное зубчатое зацепление

Внутри этих пределов коэффициенты x_1 и x_2 надо назначать так, чтобы качественные показатели имели бы оптимальные значения.

Основные расчетные параметры эвольвентной зубчатой передачи определяются в следующей последовательности:

1) коэффициент суммы смещений

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2; \quad (17)$$

2) угол зацепления

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2x_{\Sigma} \operatorname{tg} \alpha}{z_{\Sigma}}, \quad (18)$$

где $z_{\Sigma} = z_1 + z_2$;

3) коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = \frac{z_{\Sigma}}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right); \quad (19)$$

4) коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta_y = x_{\Sigma} - y; \quad (20)$$

5) радиус начальной окружности колеса

$$r_w = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; \quad (21)$$

6) радиус основной окружности

$$r_b = r \cos \alpha; \quad (22)$$

7) радиус вершин зубьев

$$r_a = r_1 + (h_a^* + x - \Delta_y) \cdot m; \quad (23)$$

8) радиус впадин

$$r_f = r_1 - (h_a^* + c^* - x) \cdot m; \quad (24)$$

9) толщина зуба на делительной окружности

$$s = \left(\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha \right) \cdot m; \quad (25)$$

10) толщина зуба на начальной окружности

$$s_w = 2r_w \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right); \quad (26)$$

11) толщина зуба на основной окружности

$$s_b = 2r_b \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha \right); \quad (27)$$

12) толщина зуба по окружности вершин

$$s_a = 2r_{a1} \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right), \quad (28)$$

где $\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a}$.

Лабораторная работа № 9
**ИЗГОТОВЛЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС МЕТОДОМ
ОГИБАНИЯ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ РЕЙКОЙ**

Цель работы – построить эвольвентные зубья колеса методом огибания при помощи инструментальной рейки и выполнить их геометрический расчет.

Необходимое оборудование: установка ТММ-42 для вычерчивания зубьев эвольвентного профиля; бумажный круг (заготовка); карандаш, циркуль, линейка; калькулятор.

1. Общие сведения

Процесс изготовления зубчатого колеса позволяет моделировать лабораторная установка ТММ-42 (рис. 12), состоящая из диска 1, на котором закрепляется бумажный круг нужного диаметра (он имитирует заготовку), и рейки 2, представляющей исходный производящий контур режущего инструмента. Рейка крепится к каретке 3 двумя винтами 6, входящими в пазы рейки. С обеих сторон рейки на платформе имеются две шкалы, служащие для фиксации положения рейки в зависимости от смещения xm . В процессе движения рейка 2 огибает диск 1, как ИПК заготовку. При перемещении Δs рейки диск поворачивается на угол $\varphi = \Delta s/r$. Прерывистое поступательное шаговое перемещение рейки осуществляется клавишей 5 в том случае, если Г-образная рукоятка 4 лежит на упорном штифте. Повернув рукоятку 4 против часовой стрелки, получим свободное перемещение рейки. Перемещение Δs рейки 2 и поворот диска 1 на угол $\Delta\varphi$ согласуются при помощи натяжной струны 8. Чтобы повернуть диск независимо от рейки, необходимо ослабить струну, поставив рукоятку 7 (поворачивая против часовой стрелки) в положение нижнего упора. Для натяга струны рукоятку 7 ставят в положение верхнего упора.

При последовательном обведении зубьев рейки карандашом можно получить на бумажном круге профиль зубьев, которые моделируют в масштабе 1:1 зубья колеса, изготавливаемого на станке. Профили зубьев, полученные при разных смещениях xm , дают возможность оценить влияние смещения на форму зуба.

В данной работе вначале вычерчиваются зубья колеса без смещения (нулевого), которые оказываются подрезанными, т. к. $z < 17$. Затем определяется смещение ИПК (зуборезной рейки), необходимое для устранения подрезания, и вычерчиваются зубья колеса со смеще-

нием (положительным).

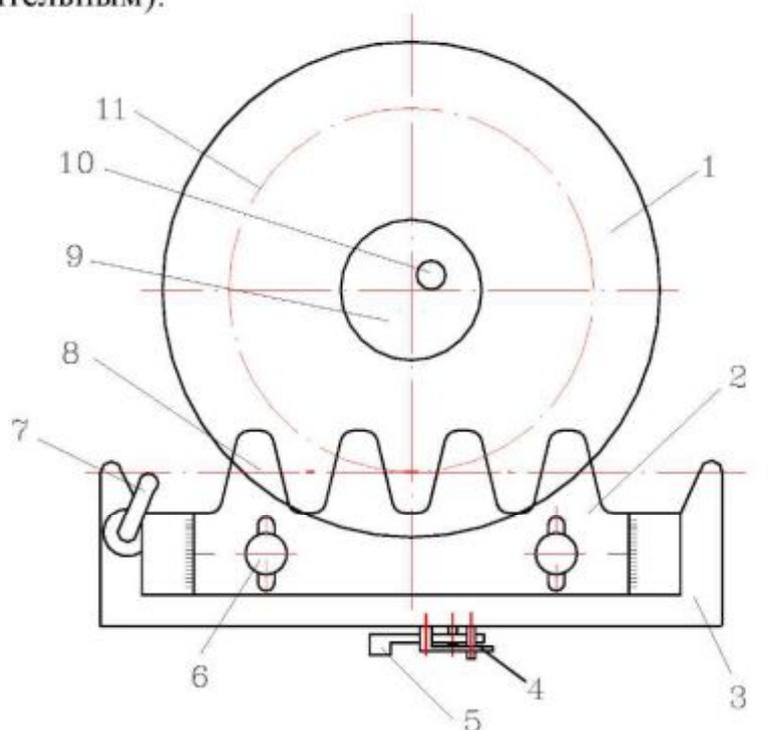


Рис. 12. Установка ТММ-42

2. Порядок выполнения работы

1. Записать в бланк протокола номер установки, заданные величины m , d_1 (они выгравированы на рейке прибора), а также параметры рейки $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0,25$. Число зубьев z_1 определяется по формуле $z_1 = d_1/m$, а z_2 выбирается по табл. 1. Вариант задается преподавателем.

2. С помощью съемной шайбы 9 и винта 10 укрепить бумажный круг на диске 1.

3. Ослабить винты 6 и установить рейку 2 в нулевое положение $mx = 0$, при этом риска на рейке должна совпадать с нулевой отметкой на шкале, а делительная (средняя) прямая рейки коснется делительной окружности 11.

4. Пользуясь рычагом свободного хода 4, перевести рейку 2 в крайнее правое положение.

5. Нажимая на клавишу 5 и обводя карандашом профили зубьев рейки до тех пор, пока рейка не придет в крайнее левое положение, получить два-три профиля зубьев колеса.

6. По формуле (13) определить коэффициент смещения $x_{1\min}$ и

смещение $\Delta_1 = x_{1\min} \cdot m$. Отодвинуть рейку от центра заготовки на величину Δ_1 (по шкалам) и закрепить винтами 6.

Таблица 1

Числа зубьев колеса 2

Номер установки	Вариант									
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К
1	19	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2	18	20	10	11	12	13	14	15	16	17
3	17	19	20	10	11	12	13	14	15	16
4	16	18	19	20	10	11	12	13	14	15
5	15	17	18	19	20	10	11	12	13	14
6	14	16	17	18	19	20	10	11	12	13
7	13	15	16	17	18	19	20	10	11	12
8	12	14	15	16	17	18	19	20	10	11
9	11	13	14	15	16	17	18	19	20	10
10	10	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	20	11	12	13	14	15	16	17	18	19
12	11	20	19	18	17	16	15	14	13	12
13	12	10	20	19	18	17	16	15	14	13
14	13	11	10	20	19	18	17	16	15	14
15	14	12	11	10	20	19	18	17	16	15

7. Снова отвести рейку в крайнее правое положение. Повернув рукоятку 7, ослабить натяжение струны и повернуть диск 2 примерно на 180° так, чтобы чистая часть заготовки оказалась справа. Вернуть рукоятку 7 в исходное положение.

8. Методом, описанным в п. 5, вычертить зубья колеса со смещением, после чего снять бумажный круг с диска.

9. По приведенным выше формулам (17) – (28) рассчитать параметры колеса без смещения и со смещением.

10. Нанести на бумажный круг полуокружности радиусов r_1 , r_{w1} , r_{b1} , r_f и r_{a1} (на одной половине – для колеса без смещения, а на другой – для колеса со смещением).

11. Измерить толщины зубьев s_1 , s_{w1} , s_{b1} и s_{a1} для обоих колес и сопоставить полученные значения с расчетными. Результаты занести в таблицу.

12. Оформить протокол.

3. Контрольные вопросы

1. Как расположена делительная прямая рейки относительно делительной окружности колеса при $x = 0$, $x > 0$, $x < 0$?
2. Как определить коэффициент смещения, при котором возникает подрезание зуба?
3. Как изменяются делительная толщина зуба и толщина зуба на окружности вершин при увеличении коэффициента смещения?
4. Что называется зубчатым зацеплением, станочным зацеплением?
5. Что такое окружной модуль зубьев, расчетный модуль зубчатого колеса, делительная окружность?

Лабораторная работа № 10

ИЗГОТОВЛЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС МЕТОДОМ ОГИБАНИЯ ЗУБЧАТЫМ ДОЛБЯКОМ

Цель работы – построить эвольвентные зубья колеса методом огибания при помощи долбяка и выполнить расчет параметров станочного зацепления и зубчатого зацепления нарезанных цилиндрических колес

Необходимое оборудование: установка ТММ-47М для вычерчивания зубьев эвольвентного профиля; бумажный круг (заготовка); карандаш, циркуль, линейка; калькулятор.

1. Общие сведения

Долбяк представляет собой зуборезный инструмент, в основе которого лежит теоретическое производящее колесо (рис. 6). Он имеет необходимые для нормального резания передний и задний углы. Поэтому его передняя поверхность и поверхность вершин являются коническими, а боковые поверхности зубьев – винтовыми. Производящий контур долбяка с достаточной для практических расчетов точностью считается эвольвентным. После каждой переточки размеры производящего контура долбяка изменяются – уменьшается диаметр вершин, диаметр впадин и толщина зуба по дуге делительной окружности. Иначе говоря, после каждой переточки появляется новый производящий контур, у которого сохраняются прежние z_0 , m , α , h_a^* , и c^* , но изменяется коэффициент смещения x_0 и все связанные с этим коэффициенты размеры.

Станочное зацепление долбяка с нарезаемым колесом (рис. 8)

можно рассматривать как зацепление двух эвольвентных колес без бокового и без радиального зазоров у основания зуба колеса. И поэтому для определения размеров зубьев колеса, формируемого долбяком, можно воспользоваться приведенными выше формулами для зацепления пары эвольвентных колес, подставляя в них вместо параметров одного из колес параметры долбяка.

В данной работе вначале вычерчиваются зубья колеса без смещения, а затем – при наименьшем смещении x_{\min} , которое определяется из условия отсутствия подрезания в станочном зацеплении колеса с долбяком.

Исходными данными для расчета являются: параметры исходного контура m, α, h_a^*, c^* ; параметры колеса z, x ; параметры долбяка z_0, x_0, d_{a0} . Числа зубьев колес эвольвентной передачи $z_1 = d_1/m$, а z_2 принять равным $z_2 = z_1(d_2 = d_1)$. Считая, что долбяк новый (не подвергавшийся переточке), принять $x_0 = 0$.

По этим данным угол станочного зацепления (рис. 8) определяется из соотношения

$$\operatorname{inv}\alpha_{w0} = \frac{x + x_0}{z + z_0} 2\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{inv}\alpha. \quad (29)$$

Межосевое расстояние в станочном зацеплении колеса с долбяком

$$a_{w0} = \frac{m(z + z_0)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_{w0}}, \quad (30)$$

где $a = \frac{m(z + z_0)}{2}$ – делительное межосевое расстояние.

Тогда диаметр окружности впадин колеса

$$d_f = 2a_{w0} - d_{a0}. \quad (31)$$

Воспринимаемое смещение (не равное сумме смещений колеса x и долбяка x_0)

$$\Delta = y_0 \cdot m = a_{w0} - a. \quad (32)$$

Диаметр окружности вершин колеса

$$d_{a1,2} = 2a_w - d_{f2,1} - 2c^* m. \quad (33)$$

Толщина зубьев s_1, s_{w1}, s_{b1} и s_{a1} для колес определяется по формулам, аналогичным для колес, нарезанных реечным инструментом.

1.1. Основные расчетные параметры колеса без смещения.

$$d_{b1} = d_1 \cos\alpha;$$

$$d_{f1} = d_1 - 2(h_a^* + c^*)m;$$

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a^* \cdot m;$$

$$s_1 = s_{w1} = \frac{\pi m}{2};$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}};$$

$$s_{a1} = d_{a1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_{a1} \right);$$

$$s_{b1} = d_{b1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \text{inv}\alpha \right).$$

1.2. Параметры долбяка и станочного зацепления.

$$d_{a0} = mz_0 + 2(h_a^* + c^* + x_0)m, \text{ где } x_0 = 0;$$

$$\alpha_{a0} = \arccos \left(\frac{mz_0 \cos \alpha}{d_{a0}} \right);$$

$$\alpha_{w0\min} = \arctg \left(\frac{z_0 \text{tg}\alpha_{a0}}{z_0 + z_1} \right);$$

$$x_{1\min} = \frac{(\text{inv}\alpha_{w0\min} - \text{inv}\alpha)(z_0 + z_1)}{2\text{tg}\alpha} - x_0;$$

$$\text{inv}\alpha_{w0} = \frac{2(x_0 + x_1)\text{tg}\alpha}{z_0 + z_1} + \text{inv}\alpha;$$

Угол α_{w0} определяется по таблицам инволют.

$$a_0 = \frac{m(z_0 + z_1)}{2};$$

$$a_{w0} = a_0 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{w0}};$$

$$\Delta = a_{w0} - a_0.$$

1.3. Параметры колеса со смещением $z_2 = z_1, x_2 = x_1$.

$$\text{inv}\alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2)\text{tg}\alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha;$$

$$d_1 = mz_1;$$

$$d_{w1} = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

$$\begin{aligned}
d_{b1} &= d_1 \cos \alpha; \\
d_{f1} &= 2a_{w0} - d_{a0}; \\
d_{f2} &= d_{f1}; \\
a_w &= \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; \\
d_{a1} &= 2a_w - d_{f2} - 2c^* m; \\
s_1 &= m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right); \\
s_{w1} &= d_{w1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right); \\
s_{b1} &= d_{b1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha \right); \\
\alpha_{a1} &= \arccos \left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}} \right); \\
s_{a1} &= d_{a1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1} \right).
\end{aligned}$$

1.4. Устройство для моделирования процесса нарезания и принцип его работы.

Лабораторная установка ТММ-47М (рис. 13, 14) позволяет моделировать процесс нарезания колес методом обкатки зубчатым долбяком. Установка настольного типа состоит из вращающегося столика 2 с диском 3 для имитации движения заготовки зубчатого колеса, вращающегося устройства 4 для имитации движения режущего инструмента – долбяка. Столик и долбяк смонтированы на основании 8 (рис. 13, 14).

При нажатии клавиши 6 столик с диском и долбяком, связанные гибкой нитью 9, поворачиваются вокруг своих осей на величину углового шага $\Delta\varphi_0$ и $\Delta\varphi$, где $\Delta\varphi_0$ – угол поворота долбяка, а $\Delta\varphi$ – заготовки. Эти движения связаны соотношением $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 \frac{z_0}{z}$, где z_0 – число зубьев долбяка; z – число зубьев нарезаемого колеса. На бу-

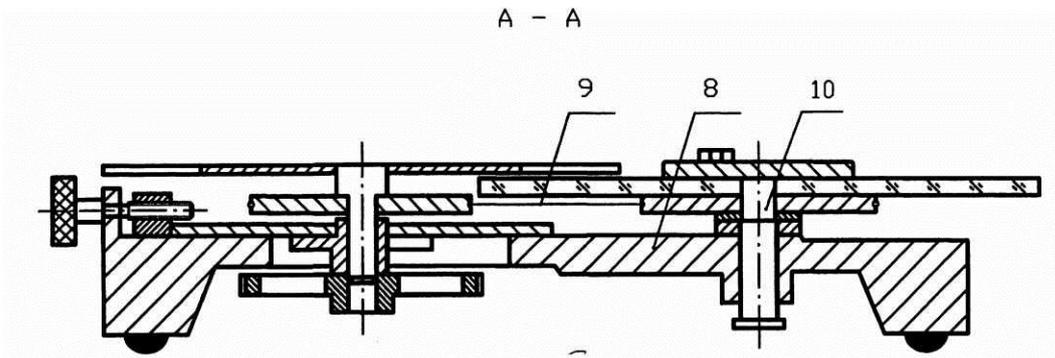


Рис. 13. Установка ТММ-47М

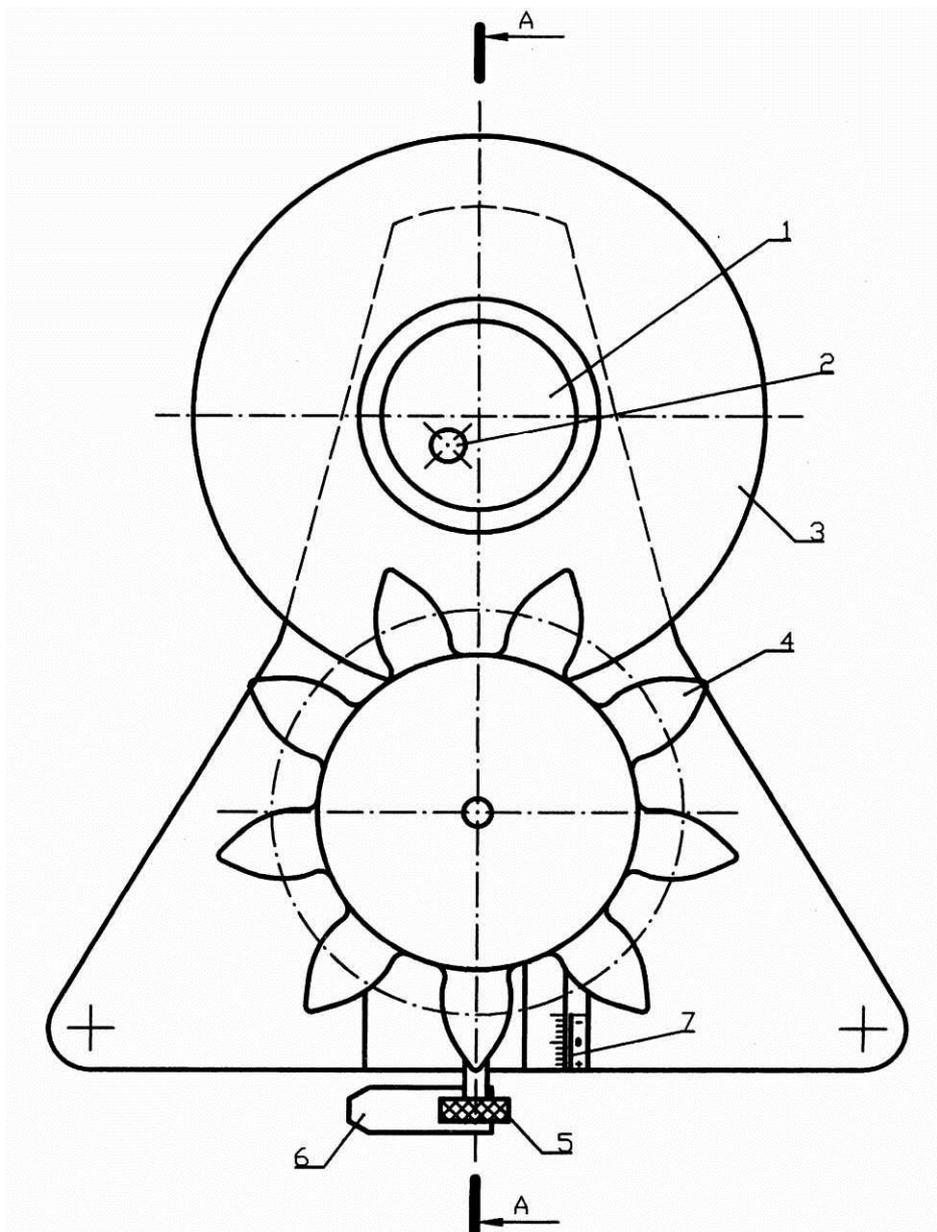


Рис. 14. Установка ТММ-47М

мажном диске карандашом от руки обводится контур зубьев долбяка.

Вращением винта 5 можно смещать исходный контур долбяка и вычерчивать профиль зубьев колеса со смещением (положительным и отрицательным). Смещение фиксируется с помощью шкалы с ценой деления 1 мм. Бумажный диск (заготовка) крепится под съемную шайбу на четырех иглах поворачивающегося пластмассового диска. В рабочем положении прибор ТММ-47 устанавливается в наклонном положении с помощью откидывающего упора, расположенного на нижней стороне основания прибора.

2. Порядок выполнения работы

1. Получить прибор и к нему бумажный круг (заготовку) соответствующего диаметра.

2. Записать в бланк протокола номер прибора, заданные параметры колеса, которые выгравированы на долбяке (см. рис. 13) (следует учесть масштаб $M 4:1$ при определении модуля). Параметры инструмента (долбяка): z_0 ; $\alpha = 20^\circ$; $h_a^* = 1,0$; $c^* = 0,25$; $x_0 = 0$;
 $d_{a0} = d_0 + 2m(h_a^* + c^*)$,

где $d_0 = mz_0$ – делительный диаметр. Число зубьев парного колеса принимаем равным z_1 .

3. На бумажном круге (заготовке) провести делительную окружность (d_1) и диаметральную линию. С помощью съемной шайбы 1 и винта 2 закрепить заготовку на диске 3 так, чтобы она была подведена под зубья долбяка (рис. 13). Центр заготовки необходимо совместить с центральной иглой диска 3.

4. Пользуясь винтом 5, установить долбяк в нулевое положение по шкале 7. Контур зубьев долбяка аккуратно обвести карандашом на бумажном круге. Далее, нажатием на клавишу 6 повернуть долбяк на один шаг поворотного устройства прибора и вновь обвести контур зубьев. Этот процесс повторяется до тех пор, пока на бумажном круге не будет образовано три полных зуба.

5. По формулам, приведенным в п. 3, п.п. 2, рассчитать коэффициент смещения x_{1min} и величину смещения долбяка Δ и винтом 5 по шкале 7 установить это смещение (от центра заготовки на себя).

6. Несколькими нажатиями на клавишу 6 (16–20) подвести под зубья долбяка свободное поле бумажного диска. Методом, описанным в пункте 4, вычертить три зуба колеса, но со смещением долбяка. После этой операции снять бумажный круг с диска.

7. По приведенным выше формулам произвести расчет параметров колес 1 и 2 без смещения и со смещением (п. 3, п.п. 1–3).

8. Нанести на бумажный круг полуокружности диаметром $d_{\text{л}}$, d_{b1} , d_1 , d_{w1} , d_{a1} (на одной половине – для колеса без смещения, а на другой – для колеса со смещением).

9. Измерить толщины зубьев s_1 , s_{w1} , s_{b1} , s_{a1} для обоих типов колеса (со смещением и без) и сопоставить полученные результаты с расчетными. Результаты занести в таблицу протокола.

10. Оформить протокол.

3. Контрольные вопросы

1. Что называется эвольвентой окружности и каковы ее основные свойства?

2. Какие параметры зубчатых колес зависят от смещения?

3. В каких случаях без долбяка нельзя изготовить зубчатое колесо?

4. Что такое исходный производящий контур?

5. Какая принципиальная разница между делительными и начальными окружностями?

Лабораторная работа № 11

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ НА КАЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Цель работы – на основании математической модели с помощью ЭВМ исследовать влияние коэффициентов смещения исходного производящего контура на качественные показатели зубчатой передачи:

- 1) коэффициент торцового перекрытия;
- 2) коэффициент скольжения;
- 3) коэффициент давления.

Необходимое оборудование: компьютер; установка ТММ-42 для вычерчивания зубьев эвольвентного профиля.

1. Общие сведения

Коэффициенты смещения x_1 и x_2 влияют не только на геометрические параметры зубчатой передачи, но и на ее качественные показатели:

- 1) коэффициент торцового перекрытия, учитывающий непре-

рывность и плавность зацепления,

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_1}{2\pi}(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi}(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w), \quad (34)$$

2) коэффициент удельного скольжения (рис. 15), учитывающий влияние геометрических и кинематических параметров зацепления на скольжение профилей зубьев и в конечном итоге на их износ,

$$\lambda_{b1} = 1 - U_{21} \frac{d_{b2} \operatorname{tg}\alpha_{a2}}{(d_{b1} + d_{b2}) \operatorname{tg}\alpha_w - d_{b1} \operatorname{tg}\alpha_{a2}};$$

$$\lambda_{b2} = 1 - U_{12} \frac{d_{b1} \operatorname{tg}\alpha_{a1}}{(d_{b1} + d_{b2}) \operatorname{tg}\alpha_w - d_{b1} \operatorname{tg}\alpha_{a1}}, \quad (35)$$

где $\lambda_{b1}, \lambda_{b2}$ – максимальные абсолютные значения коэффициентов удельного скольжения;

3) коэффициент удельного давления в полюсе зацепления (рис. 16), учитывающий влияние радиусов кривизны профилей на контактные напряжения, которые возникают на площадке контакта зубьев.

$$\vartheta_p = \frac{m(U_{12} + 1)^2}{U_{12} a_w \sin \alpha_w}. \quad (35)$$

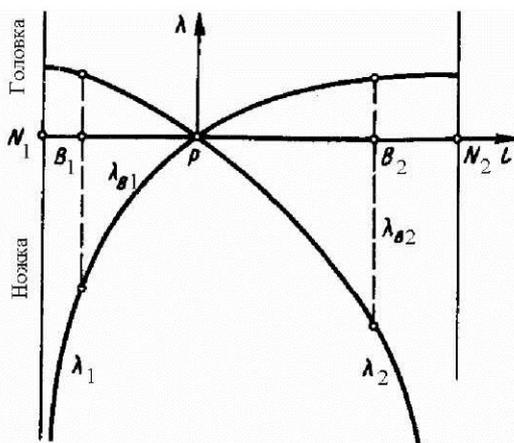


Рис. 15. Кривые изменения коэффициентов скольжения

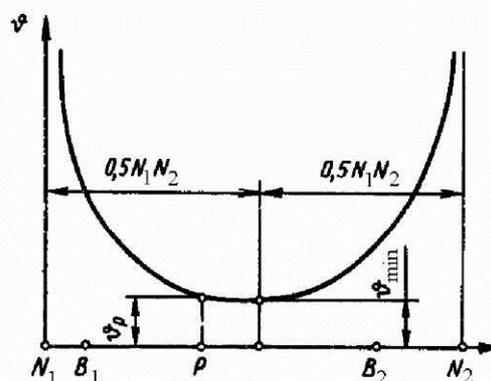


Рис. 16. Кривые изменения коэффициентов удельного давления

При проектировании зубчатых передач коэффициент смещения должен удовлетворять ограничениям

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \quad (37)$$

где x_{\min} – минимальный коэффициент смещения, определенный из

условия отсутствия подрезания; x_{\max} – максимальный коэффициент смещения, определенный из условия отсутствия заострения зубьев.

Внутри указанных пределов проблема выбора коэффициентов смещения обусловлена необходимостью обеспечения оптимальных значений качественных показателей зубчатой передачи.

Проблема выбора оптимального варианта решается на математической модели методами оптимизации с помощью ЭВМ.

Если считать, что модуль m , число зубьев шестерни z_1 и колеса z_2 известны, условие оптимальности выражается в виде экстремума целевой функции

$$E = (\varepsilon_{\alpha}, \lambda_{b1}, \lambda_{b2}, \vartheta_p) = \text{extremum}, \quad (38)$$

где управляющими параметрами являются коэффициенты смещения x_1 и x_2 . Ввиду сложности образования целевой функции для одновременной оптимизации по нескольким параметрам часто рассматривают условный экстремум целевой функции по одному параметру, считая другие критерии оптимальности лежащими в допустимой области, например:

$$E = \varepsilon_{\alpha} = \text{extremum}, \quad (39)$$

где $\vartheta_p \leq \vartheta_{\max}$, $|\lambda_{b1}| \leq \lambda_{\max}$, $|\lambda_{b2}| \leq \lambda_{\max}$,

или

$$E = |\lambda_{b1}| = |\lambda_{b2}|, \varepsilon_{\alpha} \geq \varepsilon_{\alpha \min}, \vartheta_p \leq \vartheta_{\max}. \quad (40)$$

Задачи лабораторной работы:

1. Определение коэффициентов смещения инструментальной рейки при нарезании зубчатых колес, обеспечивающих максимальный коэффициент перекрытия при заданном межосевом расстоянии.

2. Расчет коэффициентов смещения инструментальной рейки при нарезании зубчатых колес для получения передачи с наименьшими коэффициентами удельного скольжения при свободном межосевом расстоянии.

2. Определение коэффициентов смещения, обеспечивающих максимальный коэффициент перекрытия

Задача решается с помощью ЭВМ на основании представленной математической модели.

2.1. Математическая модель.

Заданными являются: модуль зубчатой передачи m , диаметры делительных окружностей d_1 и d_2 , межосевое расстояние a_w ; парамет-

ры исходного производящего контура: $\alpha = 20^\circ$ – угол профиля, $h_a^* = 1$ – коэффициент высоты головки, $c^* = 0,25$ – коэффициент радиального зазора.

Решение задачи определения коэффициентов смещения инструментальной рейки для колес 1 и 2, при которых коэффициент перекрытия прямозубой передачи имеет максимальное значение, производится с использованием следующих расчетных уравнений эвольвентной зубчатой передачи:

1) число зубьев нарезаемых колес $z_{1,2} = d_{1,2} / m$;

2) делительное межосевое расстояние $a = 0,5(d_1 + d_2)$;

3) угол зацепления

$$\alpha_w = \arccos\left(\frac{a \cdot \cos \alpha}{a_w}\right); \quad (41)$$

4) инволюта угла зацепления

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \alpha_w;$$

5) коэффициент суммы смещений

$$x_\Sigma = \frac{z_\Sigma (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (42)$$

где $z_\Sigma = z_1 + z_2$, $x_\Sigma = x_1 + x_2$;

6) диаметры основных окружностей

$$d_{b1,2} = d_{1,2} \cos \alpha; \quad (43)$$

7) диаметры окружностей впадин

$$d_{f1,2} = d_{1,2} - 2(h_a^* + c^* - x_{1,2})m; \quad (44)$$

8) диаметры окружностей вершин

$$d_{a1,2} = 2(a_w - c^* m) - d_{f2,1}; \quad (45)$$

9) углы профиля зуба в точке на окружности вершин

$$\alpha_{a1,2} = \arccos\left(\frac{d_{b1,2}}{d_{a1,2}}\right). \quad (46)$$

Коэффициент перекрытия прямозубой эвольвентной зубчатой передачи определяется по формуле (34).

Если заданы a_w , m , z_1 и z_2 (или $d_1 + d_2$), то величина ϵ_α зависит от значений x_1 и x_2 при условии, что $x_\Sigma = x_1 + x_2$ удовлетворяет равенству (42). Для определения x_1 и x_2 , при которых значение ϵ_α максимально, примем $x_2 = c \cdot x_1$, тогда

$$x_1 = \frac{x_\Sigma}{c+1} \text{ и } x_2 = \frac{cx_\Sigma}{c+1}. \quad (47)$$

Определив x_Σ из уравнения (42), можно, задавая различные значения c в интервале $0 \leq c \leq 1$, вычислять, используя формулы (41)–(46) и (34), величины ε_α . Искомым значением c (и соответственно x_1 и x_2) будет такое, при котором ε_α максимально.

2. Порядок выполнения работы

1. Составить алгоритм (блок-схему) расчета оптимальных значений коэффициентов смещения.

2. В соответствии с алгоритмом расчета составить программу расчета на ЭВМ, предусмотрев вывод на печать зависимость $\varepsilon_\alpha = f(c)$ в виде таблицы или графика.

3. По номерам установок ТММ-42, которые задаются преподавателем, определяются исходные данные m , d_1 и d_2 (они выгравированы на рейке прибора), а межосевое расстояние задается равенством $a_w = 0,5(d_1 + d_2) + y \cdot m$, где значение y задается также преподавателем.

4. В соответствии с исходными данными выполнить расчеты на ЭВМ и представить распечатку программы и результатов расчетов.

5. Рассчитать по определенным на ЭВМ значениям коэффициентов x_1 и x_2 , соответствующим максимальному значению ε_α , величины смещения исходного производящего контура $\Delta_1 = x_1 \cdot m$, $\Delta_2 = x_2 \cdot m$.

6. С учетом полученных значений смещений Δ_1 и Δ_2 , используя установку ТММ-42, вычертить на бумажных заготовках по два-три профиля зубьев колес (процедура вычерчивания эвольвентных профилей зубьев с помощью установки ТММ-42 описана в лабораторной работе № 9 данного пособия).

7. Построить эскиз зубчатого зацепления. Для этого наметить межосевое расстояние $a_w = O_1O_2$, циркулем нанести основные окружности, провести линию зацепления N_1N_2 (см. рис. 11) и отметить точкой P полюс зацепления. Затем, используя заготовки с вычерченными на них профилями зубьев, скопировать профили зубьев колес 1 и 2, располагая заготовки так, чтобы сопряженная пара зубьев касалась в полюсе P . Далее, нанести окружности впадин и вершин зубьев и отметить активные профили зубьев.

8. Оформить протокол лабораторной работы.

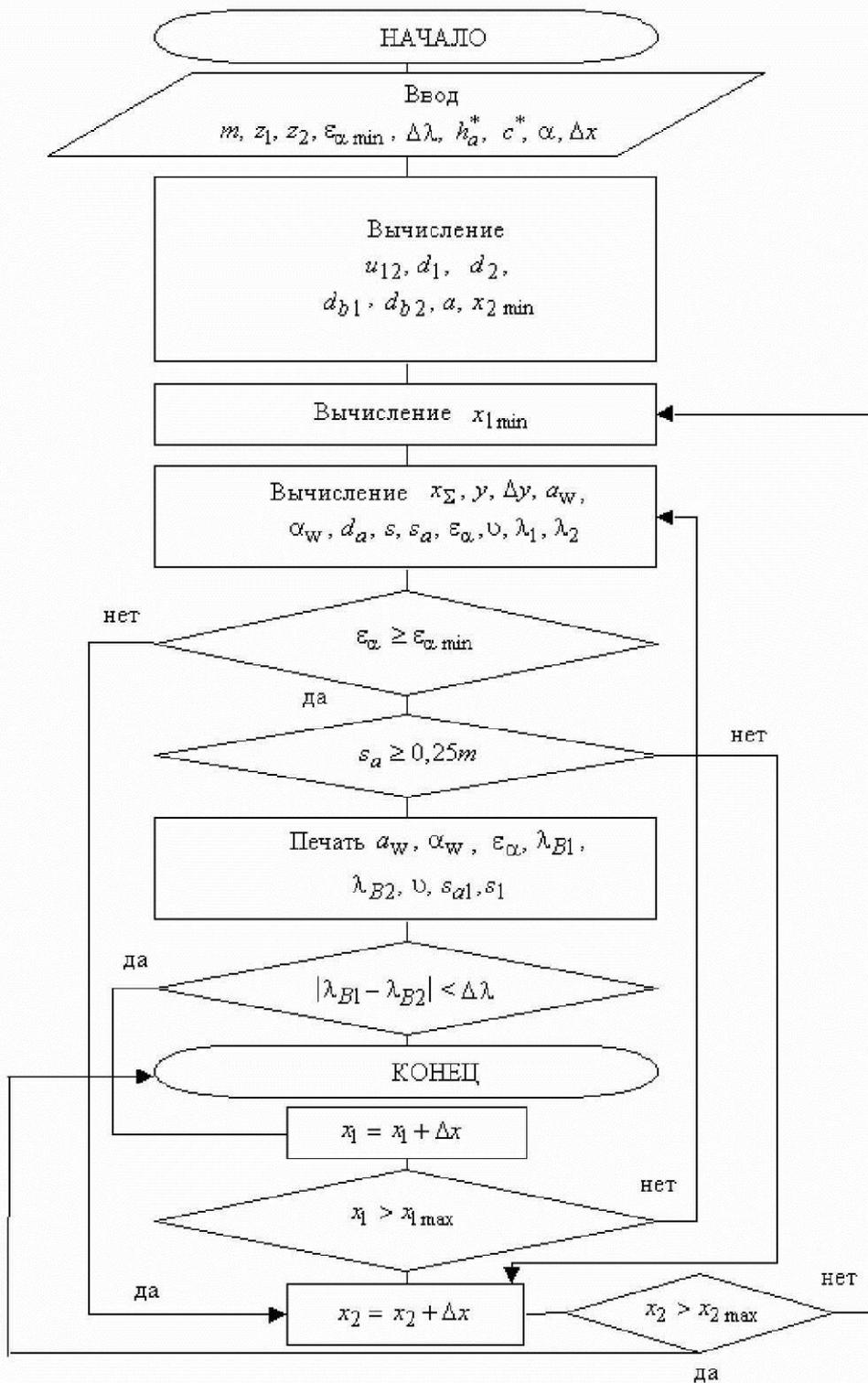


Рис. 17. Алгоритм вычисления параметров зубчатой передачи

3. Определение коэффициентов смещения для передач с наименьшими коэффициентами удельного скольжения

Задача решается с применением ЭВМ в соответствии с алгоритмом, представленном на рис. 17.

3.1. Порядок выполнения работы.

1. Выполнить математическое моделирование процесса выбора оптимальных значений коэффициентов смещений в виде записи всех необходимых уравнений, используя данное и другие учебные пособия.

2. В соответствии с алгоритмом (рис. 17) и целевой функцией (39) составить программу расчета на ЭВМ.

3. По номеру установки ТММ-42, который задает преподаватель, определить исходные данные m , d_1 (они выгравированы на рейке прибора) и, далее, $z_1 = d_1/m$, а z_2 выбрать по табл. 1.

4. По исходным данным выполнить расчет зубчатой передачи на ЭВМ.

5. Вычертить на установке ТММ-42 профили зубьев шестерни 1 зубчатой передачи с параметрами, рассчитанными на ЭВМ, руководствуясь изложенной выше в лабораторной работе № 9 методикой.

6. Оформить отчет о выполненной лабораторной работе.

Лабораторная работа № 12

РАСШИФРОВКА ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПЕРЕДАЧИ

Цель работы – в настоящей работе предлагается произвести расшифровку зубчатой передачи, т. е. определить параметры зубчатой передачи и колес, на которых она стоит, при условии, что колеса нарезаются стандартным реечным инструментом. Стандартный реечный исходный контур инструмента изображен на рис. 7. Он характеризуется следующими величинами: $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$ и $c^* = 0,25$.

Необходимое оборудование: два зубчатых колеса с эвольвентным профилем зубьев; штангенциркуль; штангензубомер.

1. Общие сведения

В результате работы по расшифровке зубчатой передачи следует определить:

- 1) число зубьев колес – z_1, z_2 ;
- 2) модуль зубчатых колес – m ;
- 3) угол зацепления – α_w ;

- 4) межцентровое расстояние – a_w ;
- 5) коэффициенты смещения инструмента при изготовлении колес – x_1 и x_2 ;
- 6) шаг по основной окружности – P_b ;
- 7) толщину зуба по основной окружности – S_{b1} и S_{b2} .

Эти величины нельзя определить путем непосредственного обмера колес, поэтому приходится пользоваться вспомогательными параметрами, замер которых можно произвести с достаточной точностью.

Так, если штангенциркуль установить согласно рис. 18, то прямая, проходящая через точки касания щечек штангенциркуля и профилей зубьев, будет касательной к основной окружности, т. к. последняя – геометрическое место центров кривизны эвольвенты.

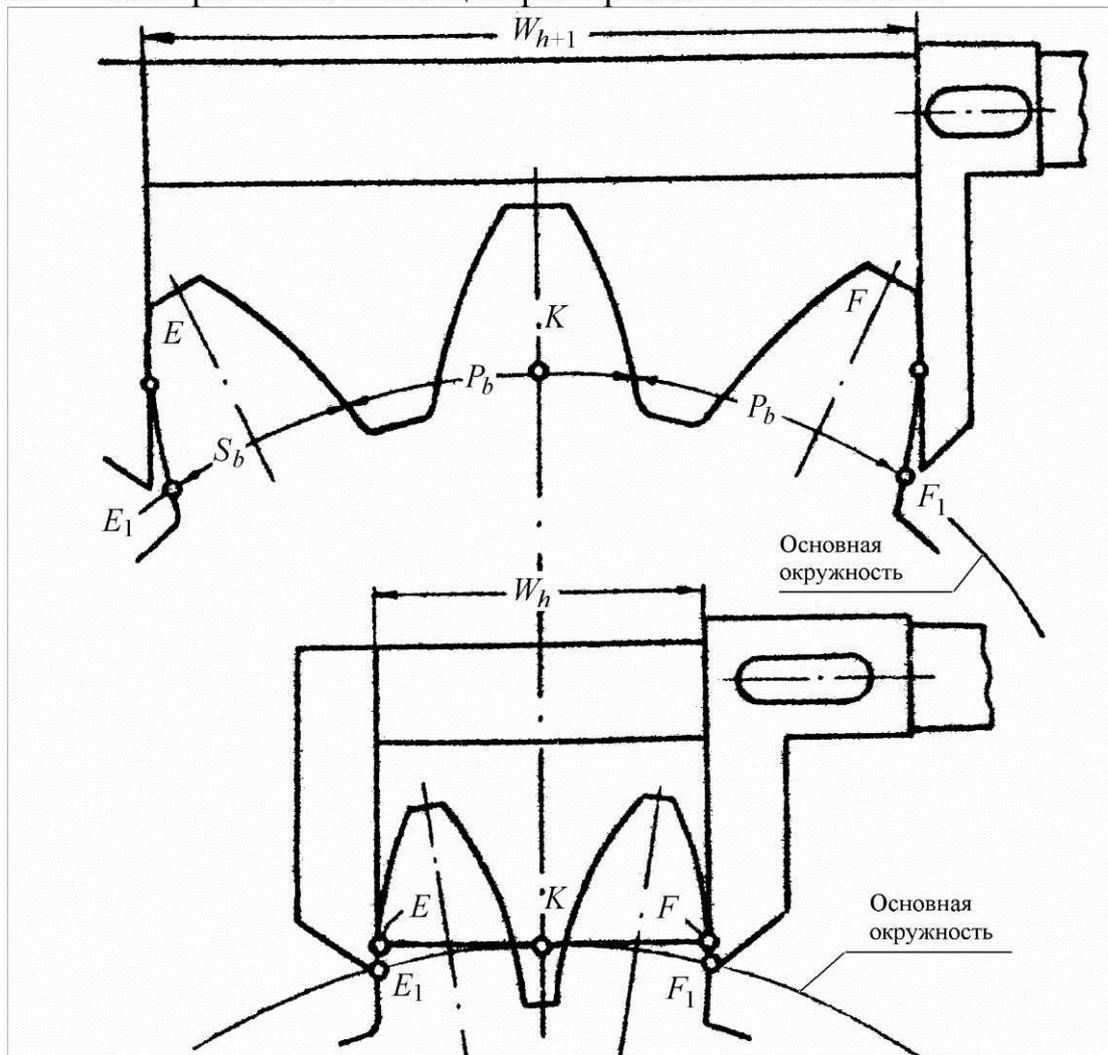


Рис. 18. Обмер зубчатых колес

Число « n » зубьев, охватываемых штангенциркулем, выбирается так, чтобы щечки штангенциркуля касались не галтели зубьев, а части профиля, описанного по эвольвенте (см. табл. 2).

Таблица 2

Число « n » зубьев, охватываемых штангенциркулем

Число зубьев шестерни	Число охватываемых зубьев « n »
$z \leq 18$	2
$19 \leq z \leq 30$	3

Так, можно непосредственно на колесах измерить отрезки

$$W_n = (n - 1)P_b + S_b \text{ при } n \text{ зубьях и}$$

$$W_{(n+1)} = nP_b + S_b \text{ при } (n + 1) \text{ зубьях.}$$

Для определения шага P_b на основной окружности достаточно произвести вычитание отрезков:

$$W_{(n+1)} - W_n = P_b.$$

Зная величину шага P_b , можно определить толщину зубьев колес на основной окружности S_{b1} и S_{b2} :

$$S_{b1} = W_{n1} - P_b(n - 1) \text{ — для первого колеса;}$$

$$S_{b2} = W_{n2} - P_b(n - 1) \text{ — для второго колеса.}$$

Известно, что шаг P_b определяется по формуле

$$P_b = \pi m \cos \alpha.$$

Решив это выражение относительно модуля, получим

$$m = \frac{P_b}{\pi \cos \alpha}.$$

Следовательно, путем вычисления теперь можно определить модуль зубчатой передачи. Полученный результат необходимо сопоставить со стандартным модулем по СТ СЭВ 310-60 (см. табл. 3).

За действительное значение модуля принимается стандартное значение, ближайшее к расчетному.

Для определения коэффициента смещения инструмента при изготовлении шестерни и зубчатого колеса воспользуемся следующей формулой:

$$x_{1,2} = \frac{S_{b1,b2}}{2(\sin \alpha)m} - \frac{\pi + 2z_{1,2} \operatorname{inv} \alpha}{4 \operatorname{tg} \alpha}.$$

Далее определим угол зацепления α

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \operatorname{inv}\alpha + \frac{2x_\Sigma \operatorname{tg}\alpha}{z_1 + z_2},$$

где $x_\Sigma = x_1 + x_2$.

По таблицам инволютной функции находим α_w .

Теперь можно определить:

1) коэффициент воспринимаемого смещения передачи

$$y = \frac{z_1 + z_2}{\cos \alpha_w} \cdot \sin \frac{\alpha_w + \alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha_w - \alpha}{2};$$

2) коэффициент уравнительного смещения Δy

$$\Delta y = x_\Sigma - y$$

и подсчитать диаметры окружностей вершин колес d_{a1} и d_{a2} :

$$d_{a1,2} = m(z_{1,2} + 2h_a^* + 2x_{1,2} - 2\Delta y).$$

Таблица 3

Значение модуля по СТ СЭВ 310-76

1-й ряд	2-й ряд	1-й ряд	2-й ряд
0,5	–	5	–
–	0,55	–	5,5
0,6	–	6	–
–	0,7	–	7
0,8	–	8	–
–	0,9	–	9
1,0	–	10	–
–	1,125	–	11
1,25	–	12	–
–	1,375	–	14
1,5	–	16	–
–	1,75	–	18
2	–	20	–
–	2,25	–	22
2,5	–	25	–
–	2,75	–	28
3	–	32	–
–	3,5	–	36
4	–	40	–
–	4,5	–	45

Межцентровое расстояние определяется как

$$a_w = m \left(\frac{z_1 + z_2}{2} + y \right).$$

Диаметр вершин d_a зубчатого колеса при четном числе z измеряются штангенциркулем (рис. 19, а), а при нечетном – находятся в соответствии с рис. 19, б по формуле

$$d_a = d_{\text{отв}} + 2H'.$$

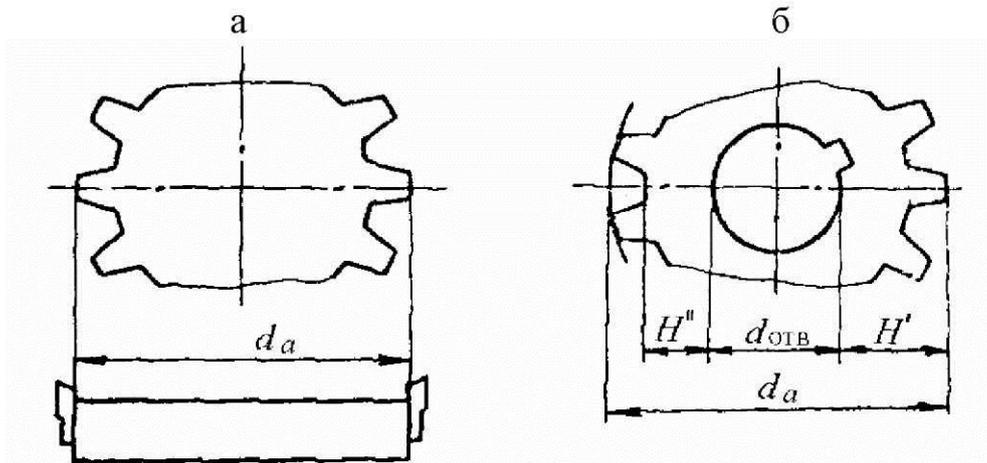


Рис. 19. Определение диаметра вершин

2. Порядок выполнения работы

1. Подсчитать число зубьев z_1 и z_2 на шестерне и зубчатом колесе данной зубчатой передачи.
2. По табл. 3 подобрать число n зубьев для замера.
3. Измерить диаметры d_{a1} и d_{a2} окружностей вершин колес.
4. Измерить на каждом колесе величины W_n и $W_{(n+1)}$.
5. Вычислить шаг на основной окружности колес P_b , мм.
6. Определить модуль зубчатых колес m , мм. Результат сравнить с СТ СЭВ 310-76 и выбрать ближайший стандартный модуль.
7. Вычислить толщины зубьев по основной окружности колес S_{b1} и S_{b2} , мм.
8. Определить коэффициенты смещения инструмента при изготовлении колес x_1 и x_2 .
9. Определить угол зацепления α_w .
10. Определить коэффициент воспринимаемого смещения передачи y .
11. Определить коэффициент уравнивающего смещения Δy .
12. Вычислить диаметры окружностей вершин колес d_{a1} и d_{a2} ,

мм, и сравнить с полученными величинами при измерении.

13. Определить межосевое расстояние α_w , мм.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается основная теорема плоского зацепления (теорема Виллиса)?

2. Что называется эвольвентой окружности и каковы ее основные свойства? Что такое угол профиля эвольвенты?

3. Что такое окружной модуль зубьев, расчетный модуль зубчатого колеса, делительная окружность?

4. Объясните смысл основных характеристик эвольвентного зацепления: линии зацепления, активной линии зацепления, активных профилей зубьев, угла зацепления, начальных окружностей, полюса зацепления.

5. Охарактеризуйте принципиальные методы изготовления эвольвентных зубчатых колес. Что такое исходный производящий контур цилиндрических зубчатых колес и каковы его основные параметры?

6. Что называется смещением исходного контура в станочном зацеплении и коэффициентом смещения?

7. В чем заключается явление подрезания зубьев и при каком условии оно возникает? Как определить наименьшее число зубьев, свободное от подрезания?

8. Как определить коэффициент наименьшего смещения исходного контура из условия отсутствия подрезания зубьев?

9. Какие типы зацеплений цилиндрических колес различают в зависимости от сочетания коэффициентов смещения исходного контура? Каковы основные цели применения колес со смещением?

10. По каким формулам определяются основные размеры цилиндрических эвольвентных колес? Коэффициенты воспринимаемого и уравнительного смещения, их смысл и взаимосвязь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болтовский И.А. и др. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи. – М.: Машиностроение, 1974.
2. Горюх Э.А. и др. Типовой лабораторный практикум по теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1990.
3. Ашавский А.М. и др. Лабораторный практикум и курсовое проектирование по теории механизмов и машин с использованием ЭВМ.–М.: Машиностроение, 1983.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Теоретическая часть.....	4
Лабораторная работа № 9.....	20
Лабораторная работа № 10.....	23
Лабораторная работа № 11.....	29
Лабораторная работа № 12.....	35
Литература.....	41