

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
Методические указания к выполнению курсовой работы

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО КОЭФФИЦИЕНТУ ИЗМЕНЕНИЯ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА.....	5
2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	11
2.1. Общие положения.....	11
2.2.Графоаналитические методы исследования механизмов.....	12
2.3. Аналитические методы исследования механизмов.....	25
2.4. САПР рычажных механизмов.....	31
3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА....	40
3.1. Общие положения.....	40
3.2. Определение сил, действующих на звенья механизма..	40
3.3. Определение реакций в кинематических парах.....	42
4. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА.....	49
4.1. Структурные схемы планетарных механизмов.....	49
4.2. Аналитическое определение передаточного отношения планетарного механизма.....	52
4.3. Методика выбора чисел зубьев.....	53
4.4. Графический метод определения передаточного отношения планетарной передачи.....	65
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	72

ВВЕДЕНИЕ

Курс теории механизмов и машин, рассматривающий общие методы исследования и проектирования механизмов и машин, входит в общетехнический цикл дисциплин, формирующих знания инженеров по конструированию, изготовлению и эксплуатации машин.

Завершающим этапом изучения теории механизмов и машин является курсовое проектирование, предусматривающее использование теоретических знаний в разработке и анализе проектируемых механизмов определенной машины. Курсовая работа является первой самостоятельной работой студента по всему изученному материалу. Приступая к ней, студенты имеют еще недостаточные навыки применения теоретических знаний на практике, что вызывает определенные трудности.

Курсовая работа предусматривает решение целого ряда задач проектирования и исследования механизмов определенной машины – синтез рычажного механизма, его кинематический и силовой анализ, синтез планетарного механизма.

Курсовая работа должна быть выполнена по всем требованиям ЕСКД, ГОСТ и правилам технического черчения.

Графическая часть курсовой работы представлена следующими листами:

- синтез рычажного механизма, его кинематический и силовой анализ – 1 лист формата А1;

- синтез планетарного механизма – 1 лист формата А3.;

К листам графической части прикладывается расчетно-пояснительная записка объемом 25 – 30 листов формата А4. В записке приводятся расчеты, таблицы с результатами вычислений, схемы и другие материалы, дополняющие и поясняющие графическую часть. Все страницы нумеруются. Записка должна иметь титульный лист, проектное здание, содержание, а в конце – список использованной литературы.

1. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО КОЭФФИЦИЕНТУ ИЗМЕНЕНИЯ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА

Целью проектирования является создание (синтез) кинематической схемы механизма, которая обеспечит требуемый закон изменения кинематических параметров при минимальных размерах механизма и приемлемых динамических условиях работы.

В рычажных механизмах с периодическим циклом работы должна быть обеспечена проворачиваемость кривошипов (условие геометрической работоспособности).

Одним из условий силовой работоспособности механизма является условие передачи сил от ведущего звена к ведомому. Характер силового воздействия на звено определяют углом давления α - углом между вектором силы, действующей на ведомое звено (без учёта трения и ускорения движения масс), и вектором скорости точки её приложения. Для нормальной работы механизма угол давления α в любом его положении не должен превышать максимально допустимого значения $[\alpha]$:

$$\alpha < [\alpha].$$

Коэффициент изменения средней скорости исполнительного звена на рабочем и холостом ходу является показателем экономической эффективности работы механизма. Коэффициент характеризует степень использования рабочего времени машины по сравнению с непроизводительными затратами на холостой ход и выражается отношением средней скорости исполнительного звена на холостом ходу к средней его скорости на рабочем ходу:

$$k = \frac{v_{xx}^{cp}}{v_{px}^{cp}} \geq 1. \quad (1.1)$$

Чем больше этот коэффициент, тем эффективней использование рабочего времени механизма и меньше затраты времени на холостой ход.

На стадии проектирования кинематической схемы механизма можно обеспечить требуемый коэффициент изменения средней скорости исполнительного звена, связав его с геометрическими па-

раметрами взаиморасположения звеньев механизма и неподвижных кинематических пар.

В качестве примера построим кривошипно-коромысловый механизм в двух крайних положениях коромысла (рис. 1.1). Эти положения получаются при условии, что отрезки, изображающие кривошип O_1A и шатун AB , располагаются на одной прямой линии. Коромысло O_2B при переходе из одного крайнего положения в другое поворачивается на один и тот же угол размаха ψ , а кривошип O_1A - на разные углы $\phi_{p.x.}$ (рабочий ход) и $\phi_{x.x.}$ (холостой ход).

Тогда коэффициент изменения средней скорости "к" можно выразить через угол θ между крайними положениями шатуна следующим образом (рис. 1.1):

$$k = \frac{v_{xx}^{cp}}{v_{px}^{cp}} = \frac{S / t_{xx}}{S / t_{px}} = \frac{t_{px}}{t_{xx}} = \frac{\phi_{px}}{\phi_{xx}} = \frac{180 - \theta}{180 + \theta}.$$

Следовательно, обеспечивая при проектировании схемы механизма угол θ между крайними положениями звеньев, представляется возможным получить необходимый коэффициент "к" изменения средней скорости:

$$\theta = 180 \cdot \frac{k - 1}{k + 1}. \quad (1.2)$$

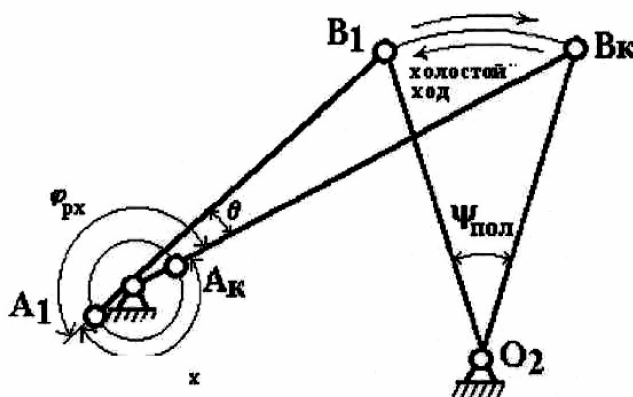


Рис. 1.1. Схема кривошипно-коромыслового механизма, соответствующая крайним положениям исполнительного звена

Поэтому при постоянной скорости вращения кривошипа время перехода из одного крайнего положения в другое оказывается

различным. Соответственно различной оказывается и средняя угловая скорость коромысла.

Проведем синтез наиболее часто встречающихся рычажных механизмов.

Кривошипно-коромысловый механизм. Заданы длина коромысла l_3 , угол его размаха ψ и коэффициент K . Строим крайние положения коромысла O_2B (рис. 1.2).

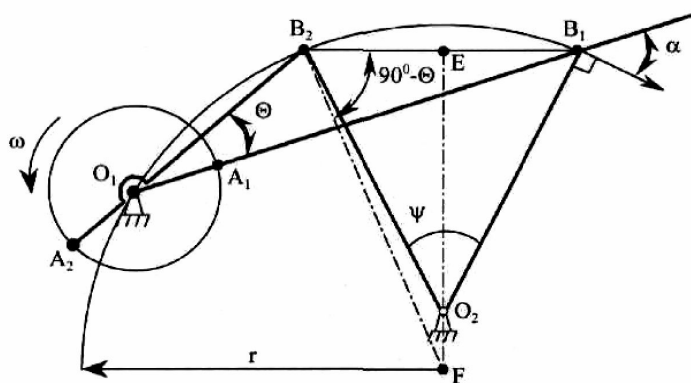


Рис. 1.2. Схема синтеза кривошипно-коромыслового механизма

Определяем угол между крайними положениями шатуна АВ:

$$\theta = 180^\circ \frac{K - 1}{K + 1}.$$

Из середины отрезка B_1B_2 точки E проводим прямую через центр качания коромысла (точка O_2). Строим $\triangle B_2EF$ ($\angle FB_2E = 90^\circ - \theta$). Из точки F радиусом $r = FB$ проводим дугу, которая будет геометрическим местом центров вращения кривошипа O_1 . Зная максимально допустимый угол давления $[\alpha]$, определяем положение точки O_1 и строим крайние положения шатуна АВ.

Длина кривошипа O_1A $O_1A = \frac{O_1B_1 - O_1B_2}{2};$

Длина шатуна АВ $AB = O_1B_1 - O_1A_1.$

Дезаксиальный кривошипно-ползунный механизм

Задан ход ползуна S_B и коэффициент K .

Строим крайние положения ползуна B_1 и B_2 (рис. 1.3).

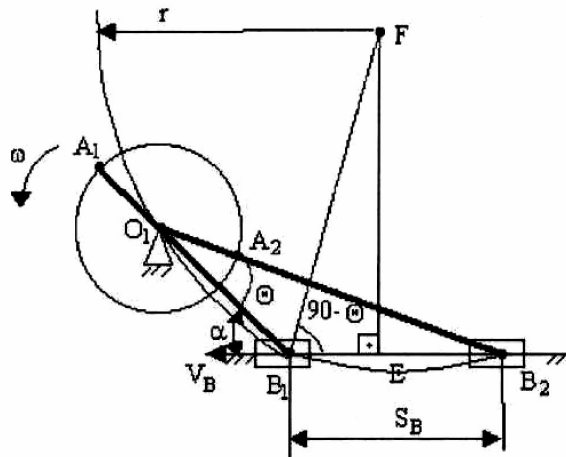


Рис. 1.3. Схема синтеза кривошипно-ползунного механизма

Определяем угол между крайними положениями шатуна АВ:

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}.$$

Из середины отрезка B_1B_2 точки E проводим прямую и строим прямоугольный треугольник B_1EF ($\angle FB_1E = 90^\circ - \theta$). Из точки F радиусом $r = FB$ проводим дугу, которая будет геометрическим местом центров вращения кривошипа O_1 . Зная максимально допустимый угол давления $[\alpha]$, определяем положение точки O_1 и строим крайние положения шатуна АВ.

Длина кривошипа O_1A $OA = \frac{O_1B_2 - O_1B_1}{2};$

Длина шатуна AB $AB = O_1B_2 - O_1A_2.$

Аксиальный кривошипно-ползунный механизм.

Задана средняя скорость ползуна V_{cp} и частота вращения кривошипа n_1 .

Для аксиального (центрального) кривошипно-ползунного механизма (рис. 1.4) двойной ход ползуна соответствует одному обороту кривошипа: $S = 2 l_1$.

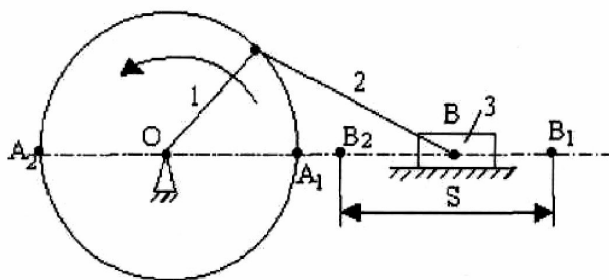


Рис. 1.4. Схема синтеза аксиального кривошипно-ползунного механизма

Средняя скорость точки В $V_{cp} = 2hn = 4l_1n$, откуда длина кривошипа:

$$l_1 = \frac{V_{cp}}{4n}.$$

Задаваясь соотношением $\lambda = \frac{l_{AB}}{l_1}$ (это соотношение меняется в пределах $\lambda = 3 \div 8$), определяем длину шатуна $l_{AB} = \lambda * l_1$.

Механизм с качающейся кулисой.

Заданы коэффициент К и ход исполнительного органа S_B . Определяем угол размаха кулисы $\beta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$.

Строим крайние положения кулисы O_2B (рис. 1.5).

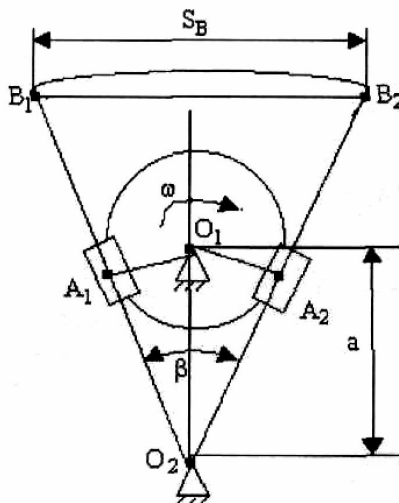


Рис. 1.5. Синтез механизма с качающейся кулисой

Вычисляем длину кулисы $O_2B = \frac{S_B}{2 \sin \frac{\beta}{2}}$.

В контур треугольника $O_2B_1B_2$ впишем траекторию точки А кривошипа таким образом, чтобы она не касалась линии B_1B_2 . Вычертим кулисные камни в крайних положениях и отметим межцентровые расстояния O_1O_2 и длину кривошипа O_1A_1 .

Механизм с вращающейся кулисой.

Заданы межцентровое расстояние O_1O_2 и коэффициент К.

Определяем угол θ :

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}.$$

Строим положение центров вращения кулисы O_2 и кривошипа O_1 (рис. 1.6). Через точку O_2 проведём прямую, перпендикулярную к O_1O_2 . Определяем угол холостого хода $\varphi_{xx} = 180^\circ - \theta$. Приняв точку O_1 за вершину, а отрезок O_1O_2 за биссектрису, построим стороны угла φ_{xx} , при этом отрезок $O_1A_1 = O_1A_2$ определит длину кривошипа.

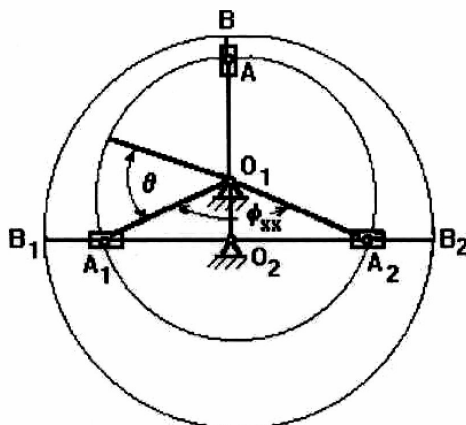


Рис. 1.6. Синтез механизма с вращающейся кулисой

Изобразим положение кулисы, когда стойка O_1O_2 и кривошип O_1A образуют прямую O_2A . Участок кулисы АВ должен быть принят таким, чтобы исключить соскальзывание кулисного камня с кулисы в этом положении.

Механизм с качающимся ползунком.

Заданы коэффициент K и межцентровое расстояние OB .
Определяем угол между крайними положениями звена:

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}.$$

Изображаем положение точек O и B соответственно принятому отрезку для межцентрового расстояния (рис. 1.7).

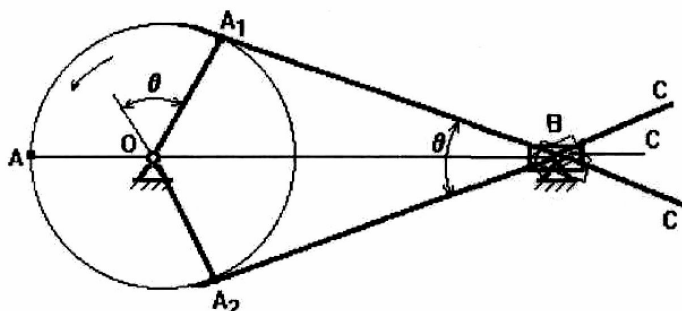


Рис. 1.7. Синтез механизма с качающимся ползунком

Приняв точку B за вершину, а отрезок OB - за биссектрису, построим угол θ между крайними положениями звена 2. Из точки O опустим перпендикуляры OA_1 и OA_2 , которые изобразят кривошип, и опишем траекторию точки A кривошипа.

Определим длину звеньев механизма с учётом крайних положений. Примем $BC=0,5OA$ в крайнем горизонтальном положении.

2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Общие положения

Кинематический анализ механизмов заключается в определении по заданной схеме механизма его кинематических характеристик (скоростей и ускорений точек звеньев и угловых скоростей и угловых ускорений звеньев механизмов).

Исследование кинематики плоских механизмов можно проводить аналитическими, графоаналитическими или численными мето-

дами. В каждом случае приходится составлять векторные уравнения и решать их.

Рассмотрим подробнее эти методы.

2.2. Графоаналитические методы исследования механизмов

Наиболее распространенным графоаналитическим методом является метод планов, который заключается в построении планов скоростей и ускорений на основании векторных уравнений, связывающих скорости и ускорения отдельных точек механизма.

Этот метод отличается простотой и наглядностью и позволяет с достаточной степенью точности определять кинематические характеристики механизма.

Рассмотрим методику построения планов для различных типов рычажных механизмов.

Рычажный механизм, полученный в результате синтеза, должен обеспечивать определённые скорости и ускорения исполнительному органу машины. Для проверки этого соответствия выполняют кинематический анализ механизма. Механизм изображается в восьми положениях, соответствующих перемещениям ведущего звена (кривошипа) через каждые 45° . При этом положение точки В ведомого звена (ползуна, коромысла) определяется засечками на её траектории из точек А кривошипа раствором циркуля АВ длины шатуна на плане механизма. На рис.2.1 изображён механизм в пяти положениях.

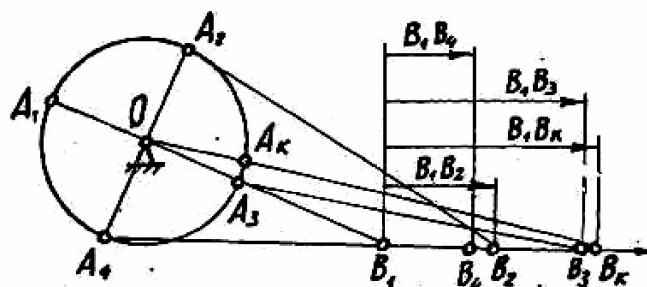


Рис. 2.1. Планы механизма

Отсчёт величины перемещения ведомого звена необходимо вести от его крайнего положения, соответствующего начальному положению кривошипа. Если исполнительный орган машины совершает

возвратно-поступательные движения, то перемещения на диаграмме могут быть изображены в том же масштабе, что и план механизма. Тогда ординаты диаграммы равны по длине перемещения звена от начального (крайнего) до последующих положений (рис. 2.2).

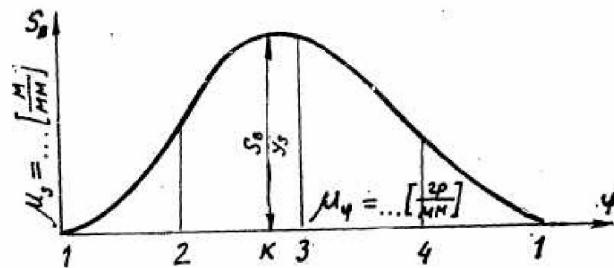


Рис.2.2. Диаграмма перемещений исполнительного звена

Для кривошипно-коромыслового, а также для кулисного механизма, ординаты диаграммы могут быть получены по угловым перемещениям коромысла или кулисы от начального положения или по дуговым перемещениям точки, например, точки В. В первом случае масштаб углового перемещения определяется из равенства:

$$\mu_{\psi} = \frac{\psi}{y_{\varphi}} \quad (\text{рад/мм}), \quad (2.1)$$

где ψ - угол размаха коромысла, град.

y_{φ} - ордината, соответствующая углу, проведённая на оси абсцисса из точки «к».

Тогда ординаты для любых положений будут:

$$y_i = \frac{\psi_i}{\mu_{\psi}} \quad (\text{мм}). \quad (2.2)$$

Масштаб углового перемещения кривошипа определяется отношением его угла полного оборота к длине отрезка на оси абсцисс, изображающего этот угол:

$$\mu_{\varphi} = \frac{\varphi}{l-l} \quad (\text{град/мм}) \quad (2.3)$$

На рис. 2.3 показаны планы кривошипно-коромыслового механизма в пяти положениях и диаграмма угловых перемещений коромысла.

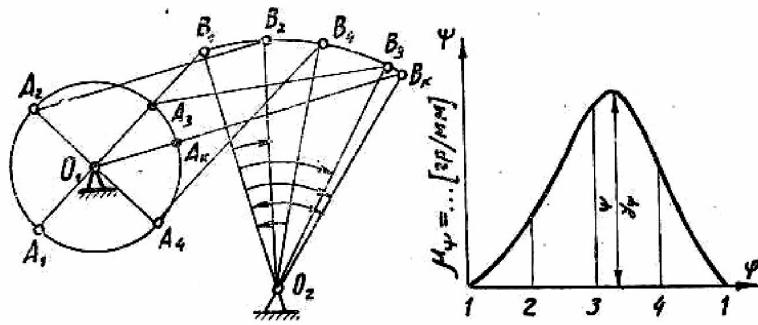


Рис.2.3. План и диаграммы перемещений кривошипно-коромыслового механизма

Построим планы скоростей и ускорений для различных типов плоских рычажных механизмов.

Для определения величины и направления скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений звеньев необходимо построить планы скоростей для восьми положений механизма и план ускорений для одного положения, выбранного между крайними положениями. Следует помнить, что в основе построения планов скоростей и ускорений лежат законы плоско-параллельного движения. Согласно этим законам:

1. План скоростей (а также план ускорений) получается в результате графического решения векторных уравнений для определения скоростей (ускорений) точек в плоскопараллельном движении;

2. Векторы абсолютных скоростей точек (при рассмотрении их движения относительно неподвижного звена) изображаются исходящими из полюса плана, а направление совпадает с касательными к траектории движения. Векторы относительных скоростей точек (при их движении относительно подвижных точек) изображаются отрезками, соединяющими концы соответствующих векторов абсолютных скоростей;

3. Длина векторов относительных скоростей пропорциональна длине тех участков звеньев, которые являются радиусами вращения точек в их относительном движении. Это положение, известное под названием теоремы подобия, облегчает определение скоростей многих точек, лежащих на звеньях плоско-параллельного и вращательно-го движения.

Построение плана скоростей следует начинать с изображения вектора известной скорости, например, скорости пальца кривошипа (A) механизма (рис. 2.4).

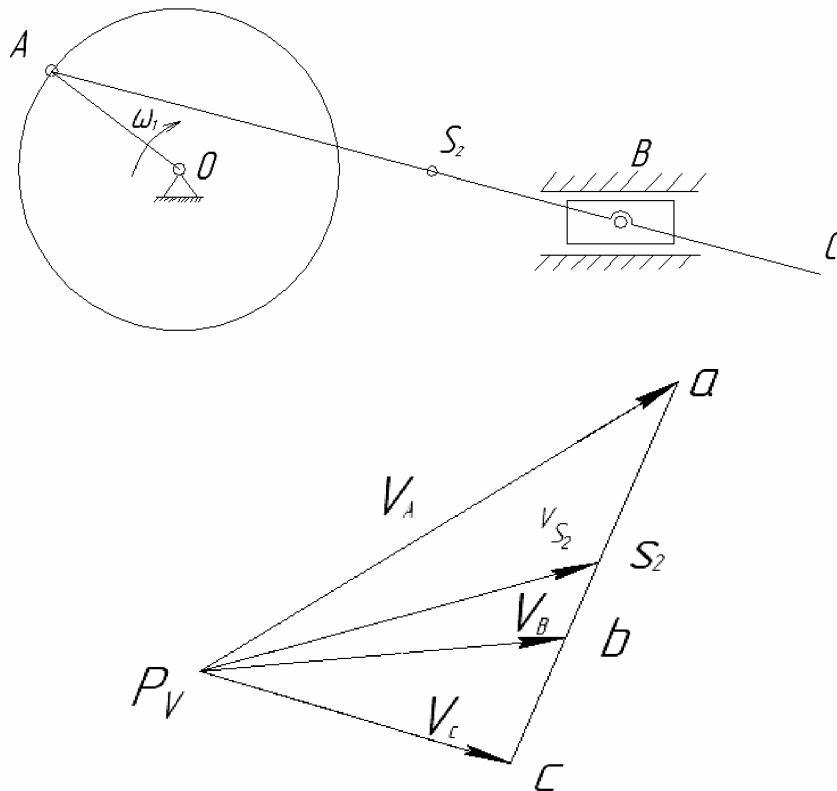


Рис. 2.4. Пример построения плана скоростей кривошипно-ползунного механизма

Относительно этой точки рассматривается движение крайней точки примыкающего звена AB и согласно уравнению:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \quad (2.4)$$

Через конец вектора скорости точки A проводится перпендикулярная линия к звену AB в направлении вектора относительной скорости V_{BA} , а из полюса плана — прямая, параллельная касательной направления абсолютной скорости точки B. Пересечение этих прямых в точке «в» определит концы векторов V_B и V_{BA} .

Концы векторов других точек (центра тяжести звена AC — S_2 , точки C) находятся по теореме подобия из пропорций:

$$\frac{AB}{ab} = \frac{AS_2}{aS_2}, \quad (2.5)$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{ab}{ac}. \quad (2.6)$$

Численная величина скоростей определяется произведением масштаба скорости на длину соответствующего вектора; например скорость V_{BA} :

$$V_{BA} = \mu_V \cdot ab \quad (\text{м/с}). \quad (2.7)$$

Эти же принципы положены в основу построения планов ускорений. Дополнительно необходимо помнить, что в плоско-параллельном движении, ускорение любой точки тела раскладывается на нормальную и касательную составляющие. Нормальное ускорение направлено к центру вращения и определяется аналитически (отношением квадрата скорости точки к радиусу ее вращения), например $a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}$, а касательное ускорение направлено перпендикулярно нормальному и находится графически.

Если точка звена находится в движении относительно стойки и относительно подвижной точки другого звена, то определяются нормальные ускорения для обоих движений, а касательные ускорения находятся графически. При этом вектор нормального ускорения точки в движении ее относительно стойки изображается из полюса плана, а в движении относительно подвижной точки — из конца вектора ускорения этой точки.

На рис. 2.5 по этим правилам построен план ускорений кривошипно-коромыслового механизма.

Ускорение точки А кривошипа:

$$a_A = \frac{V_A^2}{l_{O_1A}} = \omega_1^2 l_{O_1A} \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.8)$$

Ускорение точки В шатуна (в относительном движении вокруг точки А):

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau, \quad (2.9)$$

где

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.10)$$

Ускорение точки В коромысла (в абсолютном движении вокруг точки O_2):

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{BO_2}^n + \vec{a}_{BO_2}^t, \quad (2.11)$$

где

$$a_{BO_2}^n = \frac{V_B^2}{l_{O_2B}} \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.12)$$

а

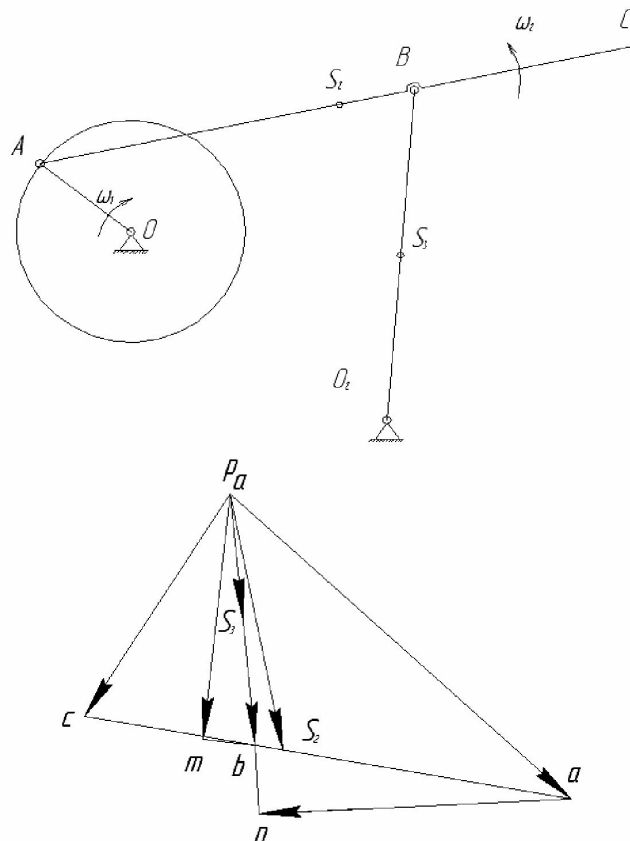


Рис. 2.5. Пример построения плана ускорений кривошипно-коромыслового механизма

Неизвестные касательные составляющие ускорений a_{BA}^t и $a_{BO_2}^t$ и полное ускорение a_B находятся построением плана ускорений. Вначале выбирается длина отрезка $P_a a$, а для изображения вектора ускорения точки А кривошипа вычисляется масштаб ускорения:

$$\mu_a = \frac{a_A}{P_a a} \quad (\text{м/с}^2\text{мм}). \quad (2.13)$$

Затем определяется длина отрезка «an», изображающего вектор нормального ускорения:

$$an = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} \quad (\text{мм}). \quad (2.14)$$

Этот вектор изображается из конца вектора ускорения точки А параллельно звену АВ в направлении к точке А. Через точку «n» проводится перпендикулярная линия в направлении ещё неизвестного касательного ускорения a_{BA}^t . Определяется длина вектора нормально-го ускорения $P_a m$:

$$P_a m = \frac{a_{BO_2}}{\mu_a} \quad (\text{мм}). \quad (2.15)$$

Этот вектор изображается из полюса плана параллельно звену O_2B в направлении к точке O_2 ; через конец вектора (точку m) проводится перпендикулярная линия в направлении касательного ускорения $a_{BO_2}^t$. Точка пересечения этой линии с ранее проведенной прямой через точку «n» определит концы векторов касательных ускорений a_{BA}^t и $a_{BO_2}^t$ и конец вектора ускорения точки В- a_B . Ускорения точек С и S_2 находятся по теореме подобия из пропорции :

$$aS_2 = AS_2 \frac{ab}{AB}; \quad ac = AC \frac{ab}{AB}. \quad (2.16)$$

Находятся положения точек S_2 и «с» на плане ускорений. Численные величины ускорений определяются произведением масштаба ускорения на длину соответствующего вектора.

При поступательном перемещении точки звена вдоль звена, находящегося во вращательном движении, возникают кориолисово и относительное ускорения. Направление кориолисова ускорения определяется поворотом вектора относительной скорости точки в направлении вращения звена на угол 90° , а величина вычисляется по формуле:

$$a_{A_3A_2} = 2V_{A_3A_2} \omega_3 \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.17)$$

где $V_{A_3A_2}$ - относительная скорость поступательного движения точки вдоль вращающегося звена, м/с,

ω_3 - угловая скорость вращающегося звена, рад/с.

Относительное ускорение направлено перпендикулярно вектору кориолисова ускорения и находится графически. Угловая скорость звена (при движении относительно подвижной точки) определяется по относительной скорости этого звена и расстоянию до подвижной точки, т. е.:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} \quad (c^{-1}). \quad (2.18)$$

Направление угловой скорости звена определяется положением вектора скорости относительно центра вращения. На рис. 2.6 угловая скорость ω_2 звена АВ направлена по ходу часовой стрелки (в соответствии с положением вектора скорости V_{BA} относительно точки А). Угловая скорость звена O_2B (рис. 2.7) направлена против хода часовой стрелки (в соответствии с положением вектора скорости V_B относительно точки O_2).

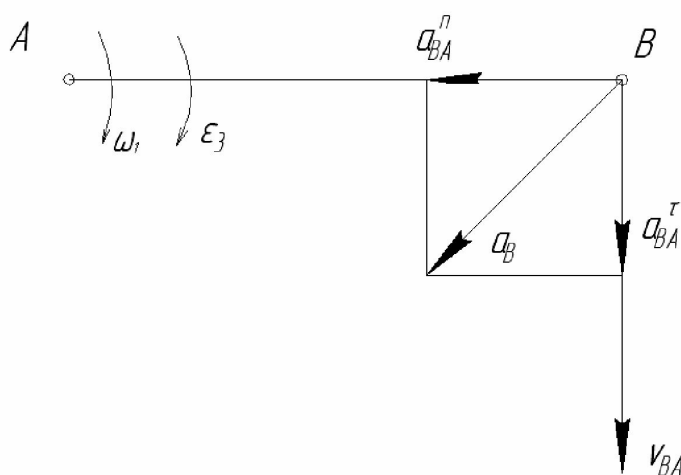


Рис.2.6. Направление угловых скоростей и угловых ускорений при плоскопараллельном движении звена

Угловое ускорение звена определяется отношением касательной составляющей ускорения точки к расстоянию до центра вращения звена. При этом угловое ускорение может и не совпадать с направлением угловой скорости, указывая на то, что в данный момент звено вращается замедленно (см. рис. 2.7).

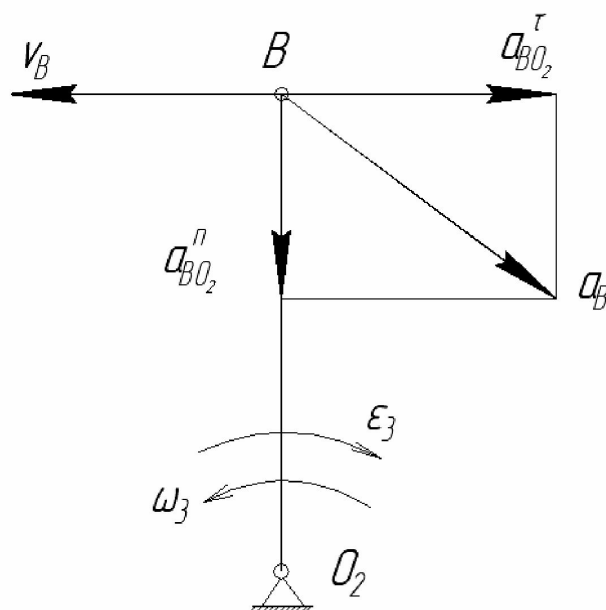


Рис.2.7. Направление угловых скоростей и угловых ускорений при качательном движении звена

План ускорений кулисного механизма (рис. 2.8) рекомендуется строить в таком порядке:

Вычислить скорость точки A_1 кривошипа и связанной с ней скорости точки A_2 ползуна:

$$V_{A_1} = V_{A_2} = \omega_1 l_{O_1 A_1} \quad (\text{м/с}). \quad (2.19)$$

Написать выражение для определения скорости точки A_3 кулисы:

$$\vec{V}_{A_3} = \vec{V}_{A_2} + \vec{V}_{A_3 A_2} \quad (2.20)$$

выбрать масштаб скорости:

$$\mu_v = \frac{V_{A_2}}{P_v a_2} \quad (\text{м/с} \cdot \text{мм}). \quad (2.21)$$

изобразить вектор $\overline{V_A} = V_{A_2}$ из полюса $p_v a$ (перпендикулярно положению кривошипа $O_1 A_1$); через точку «а» провести прямую по направлению скольжения ползуна в прорезе кулисы, а из полюса p_v прямую, параллельную касательной к траектории точки A_3 , т. е. перпендикулярно кулисе $O_2 B$; пересечение этих линий определит точку «а₃» - конец векторов $V_{A_3 A_2}$ и V_{A_3} ;

скорости точек В и С определить по теореме подобия из пропорций:

$$\frac{O_2A}{P_V a_2} = \frac{O_2B}{P_V b}, \quad (2.22)$$

$$\frac{O_2B}{P_V b} = \frac{O_2C}{P_V c}. \quad (2.23)$$

Вектор скорости точки В совпадает со скоростью точки А₃, а вектор скорости точки С перпендикулярен к участку звена О₂С.

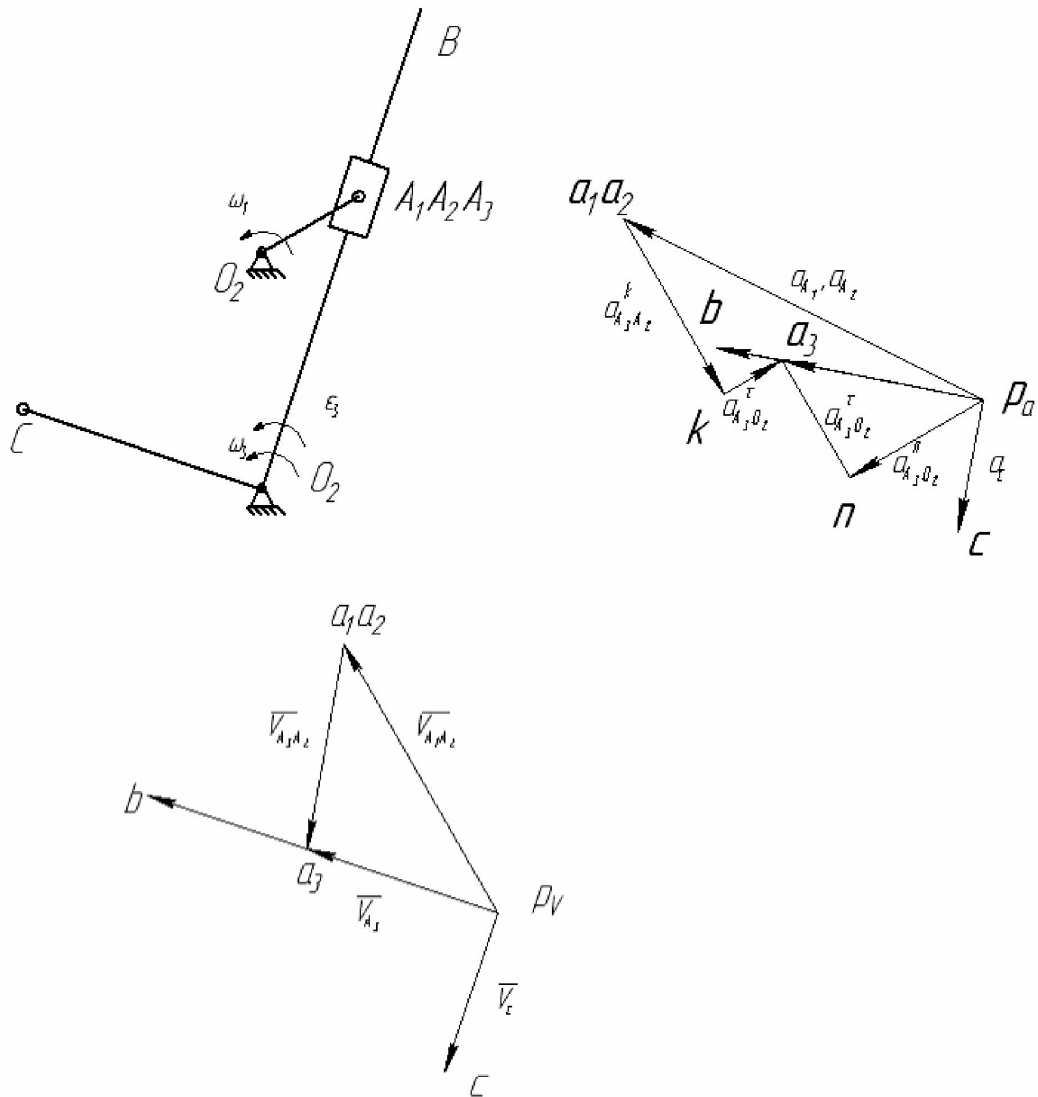


Рис. 2.8. Пример построения плана ускорений кулисного механизма

Для проверки положения вектора скорости точки С сравним направление обхода контура bp_{vc} на плане скоростей с обходом контура BO_2C на плане механизма: эти обходы должны совпадать.

План ускорений кулисного механизма следует выполнять в таком порядке:

вычислить ускорение точек A_1 и A_2 по формуле (2.8), принять масштаб ускорения по формуле (2.13), изобразить вектор P_a .

Для определения ускорения точки A_3 кулисы рассмотреть ее движение относительно точки A_2 ползуна и точки O_2 кулисы. В этих движениях ускорения:

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{A_3A_2}^k + \vec{a}_{A_3A_2}^n \quad (2.24)$$

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_3A_2}^n + \vec{a}_{A_3A_2}^{\tau} \quad (2.25)$$

Кориолисово и нормальное ускорение и длины их векторов определяются из уравнений:

$$a_{A_3A_2}^k = 2V_{A_3A_2}\omega_3 \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.26)$$

$$a_{A_3O_2}^n = \frac{V_{A_3}^2}{l_{O_2A_3}} \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.27)$$

$$ak = \frac{a_{A_3A_2}^k}{\mu_a} \quad (\text{мм}). \quad (2.28)$$

$$an = \frac{a_{A_3O_2}^n}{\mu_a} \quad (\text{мм}). \quad (2.29)$$

Вектор «ак» изобразить из конца вектора ускорения точки a_2 , а направление определить поворотом вектора скорости $V_{A_3A_2}$ против часовой стрелки (в соответствии с направлением угловой скорости ω_3); вектор «ан» изобразить из полюса плана параллельно положению кулисы в направлении к точке O_2 ; через концы этих векторов провести к ним перпендикулярные линии, которые, пересекаясь в точке «а₃», определяют концы векторов $a_{A_3A_2}$ и $a_{A_3O_2}$. Векторы ускорений точек В и С определить с помощью теоремы подобия.

Угловую скорость кулисы определить отношением скорости точки В к длине кулисы O_2B , а направление — по положению этого вектора относительно точки O_2 (в данном случае против хода часовой стрелки). Угловое ускорение кулисы определить отношением кас-

тельной составляющей ускорения $a_{A_3O_2}$ к длине кулисы O_2A , а направление — по положению этого вектора относительно точки O_2 (в данном случае по ходу часовой стрелки).

План скоростей механизма с качающимся ползуном необходимо выполнять в таком порядке (см. рис. 2.9):

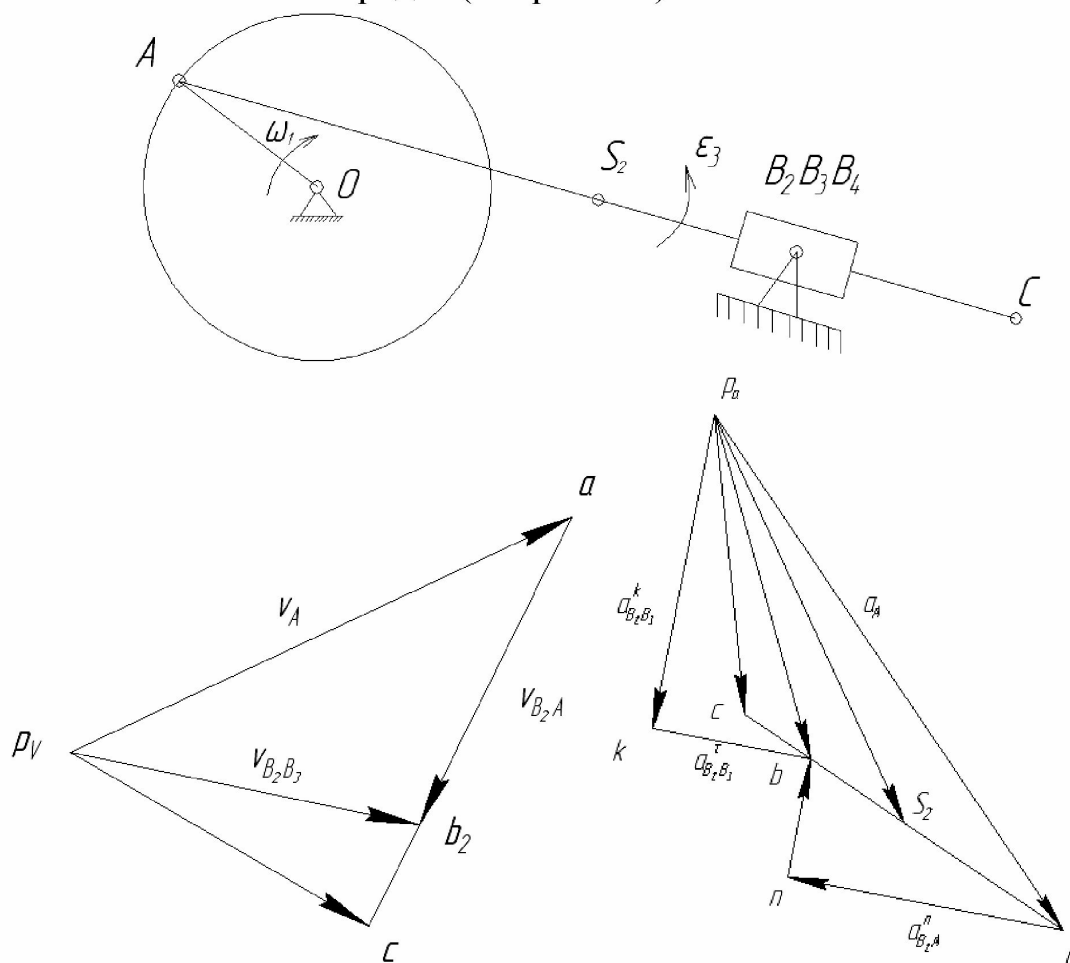


Рис. 2.9. Порядок построения планов скоростей и ускорений механизма с качающимся ползуном

Вычислить скорость точки A произведением угловой скорости кривошипа на его длину, выбрать масштаб скорости по формуле (2.21); изобразить вектор скорости V_A — $p_v a$ из полюса (перпендикулярно положению кривошипа OA);

написать выражение для определения скорости точки B_2 , принадлежащей звену 2:

$$\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_A + \vec{V}_{B_2A}$$

через точку «а» провести прямую в направлении относительной скорости точки B_2 при движении ее вокруг точки А, а из полюса — прямую в направлении скольжения звена 2 относительно ползуна B_3 . Точка «b₂» пересечения этих линий определит концы векторов относительной скорости V_{B_2A} и абсолютной скорости $V_{B_2B_3}$. Конец вектора скорости точки С определится по теореме подобия из соответствующей пропорции.

План ускорений строится в такой последовательности:

вычислить ускорение точки А по формуле (2.8), выбрать масштаб ускорения по формуле (2.13), изобразить вектор ускорения (параллельно положению кривошипа в направлении от точки А к точке О);

рассматривая движение точки B_2 вокруг точки А и в абсолютном движении (по отношению к ползуну 3 и стойке 4), записать векторные равенства для определения ускорения этой точки:

$$\vec{a}_{B_2} = \vec{a}_A + \vec{a}_{B_2A}^n + \vec{a}_{B_2A}^\tau \quad (2.31)$$

$$\vec{a}_{B_2} = \vec{a}_{B_2B_3}^k + \vec{a}_{B_2B_3}^n \quad (2.32)$$

где

$$a_{B_2A}^n = \frac{v_{B_2A}^2}{l_{B_2A}} \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.33)$$

$$a_{B_2B_3}^k = 2V_{B_2B_3} \omega_2 \quad (\text{м/с}^2). \quad (2.34)$$

вычислить длину векторов:

$$a_n = \frac{a_{B_2A}^n}{\mu_a} \quad (\text{мм}). \quad (2.35)$$

$$P_a k = \frac{a_{B_2B_3}^k}{\mu_a} \quad (\text{мм}). \quad (2.36)$$

изобразить вектор a_n из конца вектора ускорения a_A параллельно положению звена 2 в направлении от точки к точке А кривошипа; вектор $P_a k$ изобразить из полюса (перпендикулярно звену АС в направлении вниз в соответствии с положением вектора $a_{B_2B_3}$ после поворота его на угол 90° по направлению угловой скорости ω_2); через точки

«к» и «п» провести перпендикулярные линии к векторам a_n и $P_a k$: точка пересечения «b₂» этих линий изобразит концы векторов $a_{B_2B_3}^\tau$, $a_{B_2A}^\tau$ и a_{B_2} ; вычислить отрезок «b₂c» из пропорции:

$$\frac{AB_2}{a l_2} = \frac{B_2C}{b_2 c}, \quad (2.37)$$

из полюса к точке «с» провести вектор ускорения a_c ; определить угловое ускорение звена AC из равенства

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B_2A}^\tau}{l_{B_2A}} \quad (c^{-2}). \quad (2.38)$$

указать направление углового ускорения ε_2 в соответствии с положением вектора $a_{B_2A}^\tau$ относительно точки A.

2.3. Аналитические методы исследования механизмов

Аналитические методы позволяют получить требуемую точность результатов и установить в аналитической форме функциональную зависимость кинематических параметров механизма от метрических параметров звеньев. Эти методы основаны на условии замкнутости контуров кинематических цепей механизма. В простейших четырехзвенных механизмах имеется один контур; два уравнения проекций на оси прямоугольной системы координат позволяют решить задачу при двух неизвестных. Составляя уравнения проекции звеньев на соответствующие оси координат получают связи между кинематическими параметрами, характеризующими движение входных и выходных звеньев механизма.

Рассмотрим этот метод применительно к кривошипно-ползунному механизму, схема которого приведена на рис.2.10.

Для определения положения, скорости и ускорения ведомого звена – ползуна кривошипно-ползунного механизма необходимо выполнить следующие этапы:

- составить уравнения связей звеньев механизма в векторной форме: $\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB}$;

- представить уравнения связей звеньев механизма в координатной форме:

$$Y_a = L \cdot \sin(\alpha);$$

$$X_a = L \cdot \cos(\alpha);$$

$$X_b = X_a + \sqrt{L_c^2 - Y_a^2} = L \cdot \cos(\alpha) + \sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2};$$

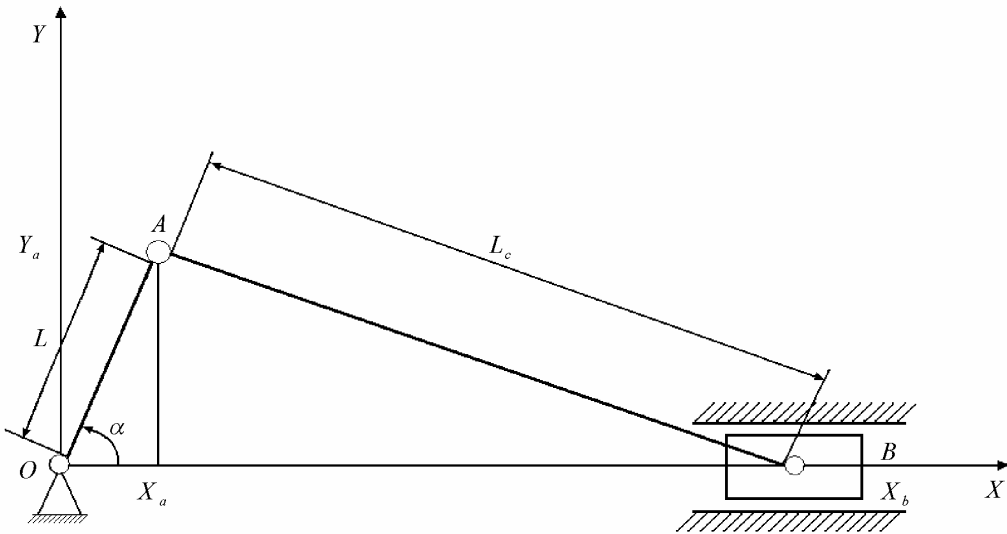


Рис.2.10. Схема кривошипно-ползунного механизма

- определить линейную скорость ползуна. Для этого необходимо продифференцировать соответствующее уравнение связи:

$$X_b' = -L \cdot \sin(\alpha) \cdot \alpha' - \frac{2 \cdot L \cdot \sin(\alpha) \cdot L \cdot \cos(\alpha)}{2 \cdot \sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2}} \cdot \alpha';$$

- определить линейное ускорение ползуна. Для этого необходимо продифференцировать соответствующее уравнение скорости:

$$X_b'' = -L \cdot \cos(\alpha) \cdot \alpha'^2 - L \cdot \sin(\alpha) \cdot \alpha'' - \frac{L^2 \cdot (\cos(\alpha)^2 - \sin(\alpha)^2) \cdot \sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2} - \frac{L^4 \cdot \sin(\alpha)^2 \cdot \cos(\alpha)^2}{\sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2}}}{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2} \cdot \alpha'^2 -$$

$$- \frac{L^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2}} \cdot \alpha'' = -L \cdot \cos(\alpha) \cdot \alpha'^2 - L \cdot \sin(\alpha) \cdot \alpha'' - \frac{L^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2}} \cdot \alpha'^4 +$$

$$\frac{L^2 \cdot (\sin(\alpha)^2 - \cos(\alpha)^2)}{\sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2}} \cdot \alpha'^2 + \frac{L^4 \cdot \sin(\alpha)^2 \cdot \cos(\alpha)^2}{\sqrt{L_c^2 - (L \cdot \sin(\alpha))^2}} \cdot \alpha'^2.$$

Для получения скорости и ускорения ползуна найденные аналоги скорости и ускорения нужно умножить первый на ω , а второй на ω^2 .

Решение этой задачи проведем с помощью пакета «Mathcad». На рис.2.11-2.14 показан листинг программы расчета параметров кривошипно-ползунного механизма.

Допустим, что начальное положение ведущего звена – кривошипа равно $\alpha_0 = 62^\circ$.

Размеры звеньев кривошипно-шатунного механизма соответственно равны: $L = 0.1$, $L_c = 0.35$, угловая скорость $\omega = 0,5 \text{ рад/с}$.

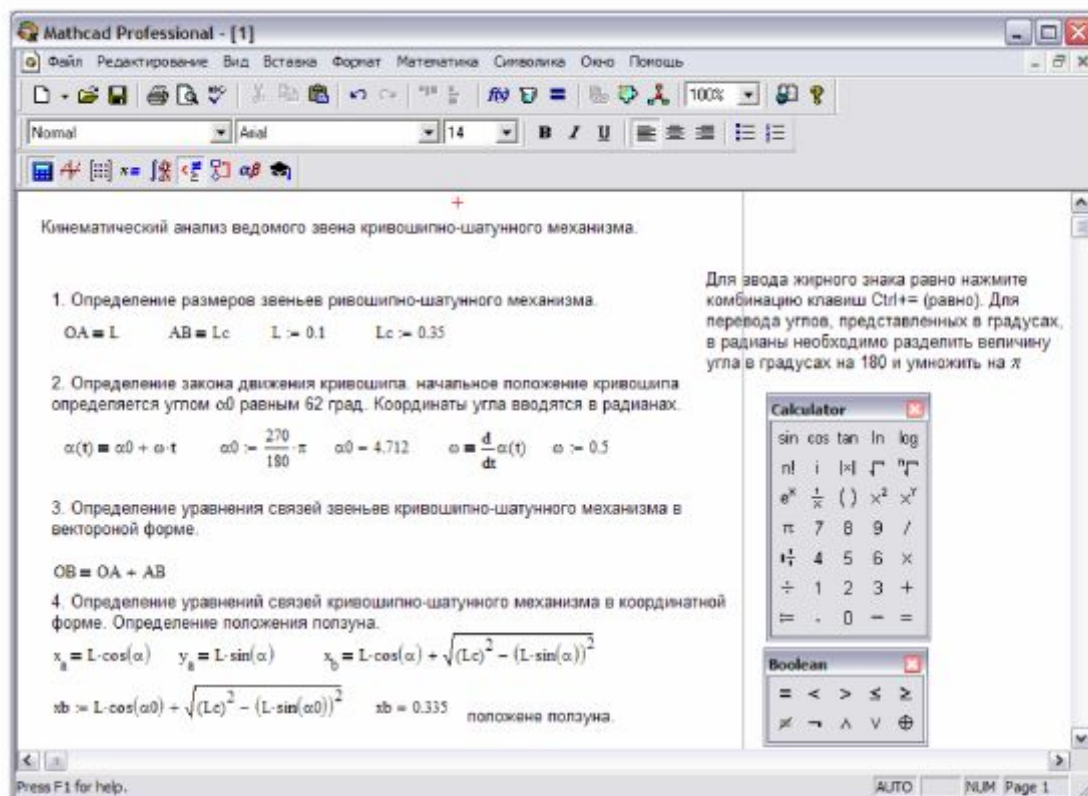


Рис. 2.11. Листинг Mathcad - программы кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма: кинематические соотношения в кривошипно-ползунном механизме

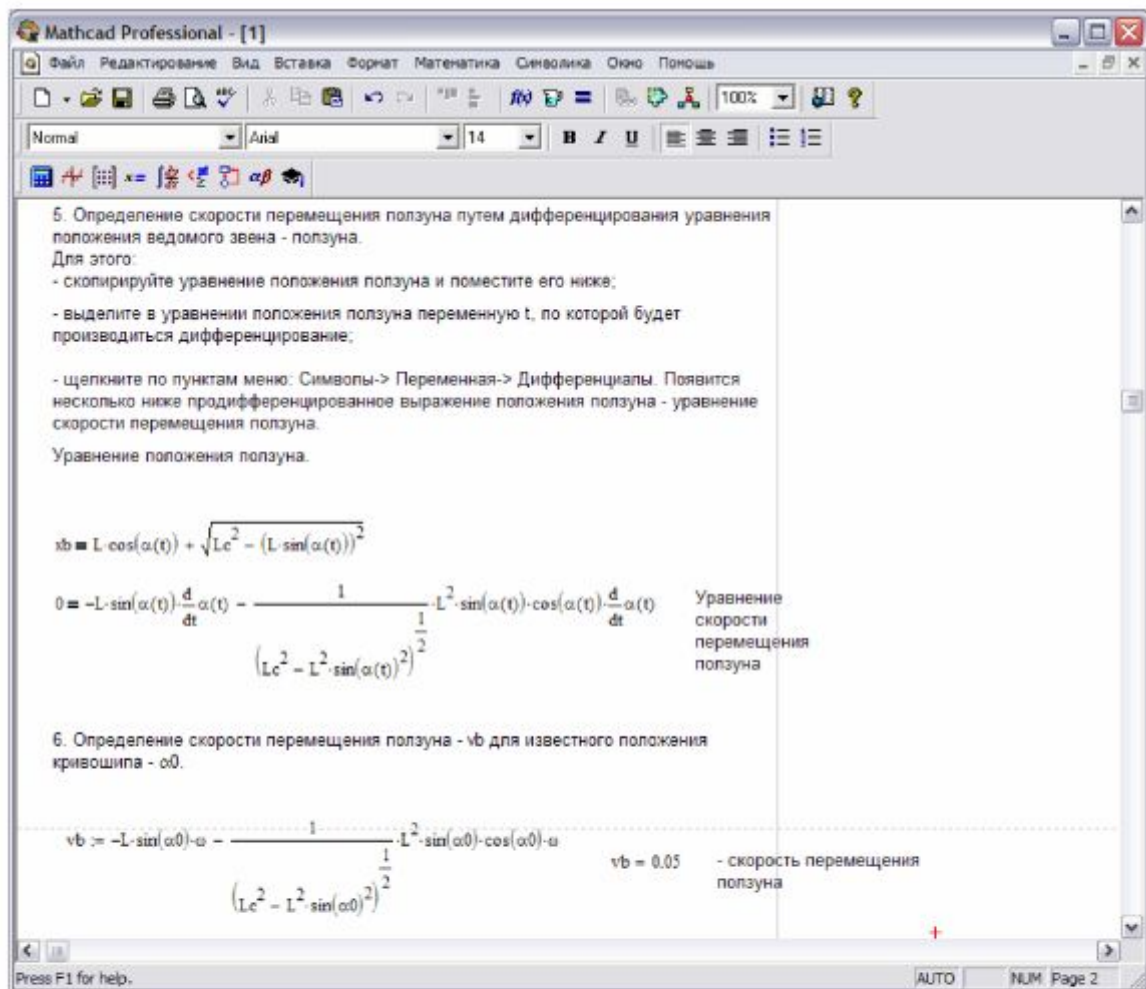


Рис. 2.12. Листинг Mathcad - программы кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма: определение скоростей в кривошипно-ползунном механизме

Mathcad Professional - [1]

Файл Редактирование Вид Вставка Формат Математика Символика Окно Помощь

Normal Arial 14

7. Дифференцирование уравнения скорости ползуна в координатной форме, для определения линейного ускорения ползуна:
 - выделите переменную - t в уравнении скорости ползуна;
 - щелкните по пунктам меню: Символы-> Переменная-> Дифференциалы. Ниско появится результат.

$$0 = -L \cdot \sin(\alpha(t)) \cdot \frac{d}{dt} \alpha(t) - \frac{1}{(Lc^2 - L^2 \cdot \sin(\alpha(t))^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot L^2 \cdot \sin(\alpha(t)) \cdot \cos(\alpha(t)) \cdot \frac{d}{dt} \alpha(t)$$

Уравнение ускорения ползуна.

$$0 = -L \cdot \cos(\alpha(t)) \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha(t)\right)^2 - L \cdot \sin(\alpha(t)) \cdot \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} \alpha(t) - \frac{1}{(Lc^2 - L^2 \cdot \sin(\alpha(t))^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot L^4 \cdot \sin(\alpha(t))^2 \cdot \cos(\alpha(t))^2 \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha(t)\right)^2 - \frac{1}{(Lc^2 - L^2 \cdot \sin(\alpha(t))^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot L$$

8. Определение значения ускорения ползуна - ub для известного положения кривошипа - $\alpha 0$.

$$ub := -L \cdot \cos(\alpha 0) \cdot \omega^2 - \frac{1}{(Lc^2 - L^2 \cdot \sin(\alpha 0))^{\frac{3}{2}}} \cdot L^4 \cdot \sin(\alpha 0)^2 \cdot \cos(\alpha 0)^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{(Lc^2 - L^2 \cdot \sin(\alpha 0))^{\frac{3}{2}}} \cdot L^2 \cdot (\sin(\alpha 0)^2 - \cos(\alpha 0)^2) \cdot \omega^2$$

$ub = 7.454 \times 10^{-3}$ - ускорение перемещения ползуна.

Press F1 for help. AUTO NUM Page 2

Рис. 2.13. Листинг Mathcad - программы кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма: определение ускорений в кривошипно-ползунном механизме

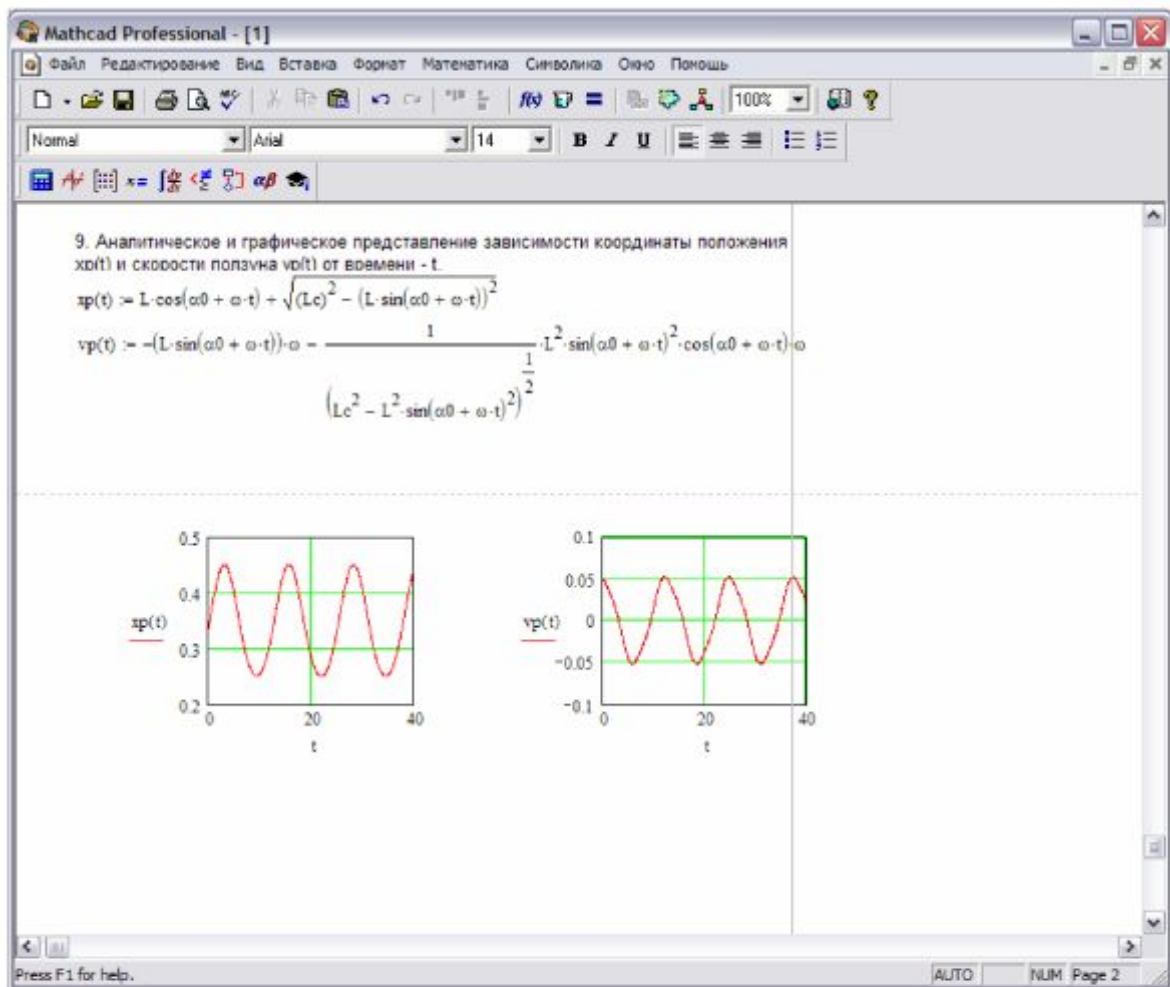


Рис. 2.14. Листинг Mathcad - программы кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма: аналитическое и графическое представление искомых параметров

2.4. САПР рычажных механизмов

Создание машин качественно нового уровня предполагает использование достижений науки, конструирования и технологии, повышенную защиту обслуживающего персонала от шума и вибрации, учет современных экономических, социальных и экологических проблем.

Задачи повышения качества машин решают на стадии проектирования, когда можно всесторонне проанализировать конструктивные варианты с учетом большого числа требований. Так каждая машина должна, по возможности, иметь минимальную массу и достаточную надежность, высокую быстроходность и минимальную динамическую нагруженность, низкую стоимость и большой срок службы и др. При конструировании необходимо выбрать ее оптимальные параметры (структурные, кинематические, динамические, эксплуатационные), наилучшим образом соответствующие предъявляемым требованиям. При этом следует учитывать конкретные условия применения машины. Нельзя, например, произвольно увеличить ее производительность, не учитывая производительности смежного оборудования. В некоторых случаях машины с повышенной производительностью могут оказаться при эксплуатации недогруженными и будут больше простаивать, чем работать. Это снижает степень их использования и уменьшает экономическую эффективность.

Схему машины обычно выбирают путем параллельного анализа нескольких вариантов, оценивая их конструктивную целесообразность, совершенство кинематической и силовой схем, стоимость изготовления, энергоемкость, надежность, габаритные размеры, металлоемкость и массу, технологичность, степень агрегатности, удобство обслуживания, сборки-разборки, осмотра наладки, регулирования.

Как правило, не существует машины или конструкции, оптимальной по всем критериям одновременно. Поэтому расчеты производят для каждого критерия, строят таблицы результатов расчетов и используют их для обоснования выбора оптимального решения.

Зная возможности конструкции по всем критериям, конструктор совместно с заказчиком может обоснованно назначить на каждый из них ограничения, которые, с одной стороны, были бы практически достижимы, а с другой – удовлетворяли требованиям заказчика. Да-

лее путем расчета выявляют конструкции, удовлетворяющие всем ограничениям одновременно.

Из вышеизложенного следует, что развитие техники сопровождается усложнением всех систем машин и технологического оборудования. Возрастает трудоемкость их создания при одновременном повышении требований к качеству и эффективности конструкции, что находится в противоречии с необходимостью сокращения сроков ее разработки и промышленного освоения. Ликвидация указанного противоречия наиболее полно реализуется при широком внедрении в проектирование вычислительной техники. Основное направление при этом – создание систем автоматизированного проектирования (САПР).

Целями создания САПР являются:

1. Повышение качества проектирования вследствие увеличения, анализируемых конструкторских решений и более детального анализа каждого из них.

2. Сокращение срока разработки конструкции за счет автоматизации выполнения чертежных работ и расчетов, обработки исходной и полученной информации.

3. Уменьшение стоимости проектных работ путем сокращения их части, выполняемой без использования ЭВМ.

Эти цели достигаются применением совершенных математических методов и вычислительной техники, разработкой эффективных математических моделей, методов многовариантного проектирования и оптимизации, автоматизацией проведения расчетов и оформления графической документации.

В настоящее время на многих ведущих предприятиях накоплен большой опыт по использованию САПР, имеются современные компьютерные комплексы, оснащенные современными автоматизированными системами, базами данных, имеется также высококвалифицированный персонал.

Поэтому при подготовке будущих специалистов в ВУЗах должно уделяться время для освоения специализированных САПР, умение работать с ними, к ним относятся AutoCAD, КОМПАС и многие другие.

Одной из интересных разработок является отечественная система автоматизированного проектирования машин АРМ Win Machine .

Она представляет собой набор инструментов, программ, баз данных и баз знаний, графических и расчетных модулей, которые можно использовать для сквозного проектирования. В данной системе имеется возможность выполнить весь комплекс необходимых геометрических, динамических, прочностных и иных расчетов и, как следствие, выбрать по результатам расчета рациональные конструкторские решения.

Для расчета и проектирования плоских рычажных механизмов может быть использован модуль **APM Win Slider**.

Модуль APM WinSlider предназначен для комплексного анализа плоских рычажных механизмов произвольной геометрической структуры. Он позволяет выполнить весь комплекс необходимых проверочных расчетов для предварительно введенного механизма. Этот комплекс включает расчет:

- траектории движения произвольной точки исследуемого механизма;
- скорости и ускорения произвольной точки исследуемого механизма;
- реакции в шарнирных соединениях звеньев;
- динамической нагрузки, полученной в результате этого движения,

а также проверку на наличие проворачиваемости в механизме.

Для реализации этих возможностей в модуле имеется специализированный редактор, который позволяет:

- задавать геометрию механизма в параметризованном виде;
- редактировать заданную геометрию и модифицировать ее;
- задавать закон движения ведущего звена либо в виде графика, построенного по точкам, либо в виде аналитической функции;
- задавать внешние силовые факторы;
- осуществлять анимационное представление работы механизма в режиме реального времени.

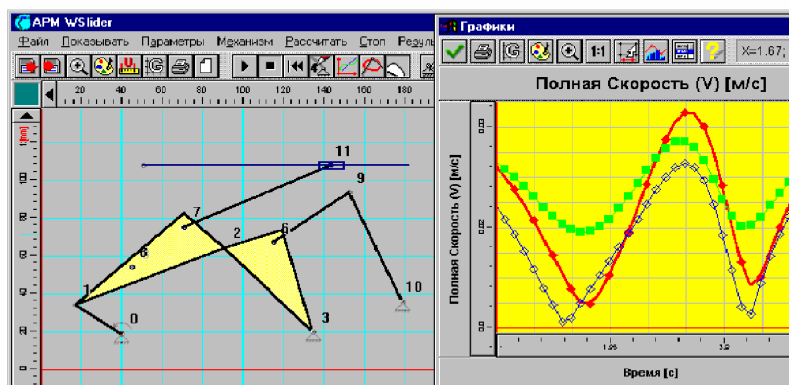


Рис.2.15. Результаты расчета механизма

При расчете реальный рычажный механизм заменяется проволочной моделью, которая представляет собой произвольную комбинацию четырехзвенных и шестизвенных, а также ползунных и кулисных механизмов. Проволочная модель звена может быть усложнена, в частности, путем формирования тела произвольной геометрии, на поверхности которого можно указать любое число точек (шарниров). Эти точки в дальнейшем допустимо использовать для присоединения последующих звеньев. Кроме того, по желанию проектировщика в выделенных точках проводится комплексный расчет (рис.2.15).

Специализированный редактор позволяет создавать бесчисленное множество рычажных механизмов, ведущее звено которых может иметь либо вращательное, либо поступательное движение.

Для анализа результатов в модуле предусмотрен визуализатор графической информации, который дает возможность наглядно представить полученные результаты с целью их анализа и обработки.

С помощью APM WinSlider быстро и без дополнительных построений осуществляется изменение геометрических размеров механизма и его содержания. Такой подход к проектированию позволяет получать информацию для анализа заданного механизма и на этой основе делать вывод относительно корректности принятия конструктивного решения.

Используя APM WinSlider, можно создавать оптимальные механизмы, если под оптимизацией понимать процедуру последовательного анализа и редактирования.

Для моделирования рычажных механизмов можно также использовать программу (TMM 2.0).

Описание программы.

1. Запуск приложения.

Для запуска следует запустить файл tmm2.exe. Откроется главное окно приложения, содержащее три кнопки.

2. Окно построения механизма.

Нажмите "Запуск". Откроется окно построения механизма. Данное окно содержит главное меню приложения, кнопки построения механизма и область построения механизма. Здесь будет производиться построение механизма и наглядная демонстрация его работы.

3. Главное меню приложения.

Содержит четыре основных пункта: Файл, Правка, Функции и Сервис (в данной версии не активен).

3.1. Нажмите "Файл". Откроется подменю, содержащее следующие пункты:

Создать. Создается новый механизм. Если до этого существовал не сохраненный механизм в окне построения, то его предлагается сохранить.

Открыть. Открытие существующего файла с механизмом в формате *.tmm.

Сохранить. Сохранение текущего механизма в формате *.tmm.

Печать. Вывод механизма на принтер.

Выход. Закрытие окна построения механизма.

3.2. Нажмите "Правка". Откроется подменю, содержащее следующие пункты:

Отмена. Отмена последнего действия при построении механизма.

Удалить звено. Удалить последнее созданное звено.

Удалить точку. Удалить последнюю созданную точку.

Установить точку. Установка точки в аналитическом режиме.

3.3. При нажатии "Функции" откроется подменю, содержащее следующие пункты:

Кинематика. Исследование механизма на положения, скорости и ускорения.

Траектории. Режим показа траектории какой-либо точки.

С левой стороны окна находятся кнопки построения механизма, а под ними координаты текущего положения курсора мыши в области построения.

Пример построения кулисного механизма.

Кулисные механизмы являются достаточно сложными для построения по сравнению с другими рычажными механизмами. Существуют несколько видов кулисных механизмов: с качающейся кулисой, с вращающейся кулисой, с кулисой, движущейся поступательно и т.д.

Построим механизм с качающейся кулисой. Для этого запустим файл `tmm2.exe` и приступим к работе:

Установим опору O_1 в любой точке рабочей области программы. В последствии к этой точке будет присоединено ведущее звено.

Установим вторую опору O_2 ниже первой на некотором расстоянии.

Поставим шарнир В левее и выше верхней опоры.

Соединим точки O_2 и В (прямую ведём от O_2 к В).

Установим на качающейся кулисе $O_2В$ кулисный камень А («ползун на звене»). Следует учесть, что расстояние O_1O_2 должно быть больше $O_1А$ – необходимое условие механизма с качающейся кулисой.

Соединим точки O_1 и А.

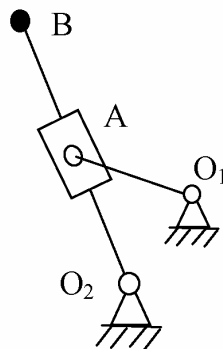


Рис.2.16. Механизм с качающейся кулисой

Теперь мы можем пустить в ход полученный механизм и наблюдать его работу в любых скоростных режимах, перемещая бегунок на панели «Скорость». Выбрав «Траектория» в меню «Кинематика», можно, щёлкнув на нужной точке, получить её траекторию (рис.2.17). Если траектория точки больше нас не интересует, можно

её удалить, повторно выбрав «Траектория» и щёлкнув на выбранной точке.

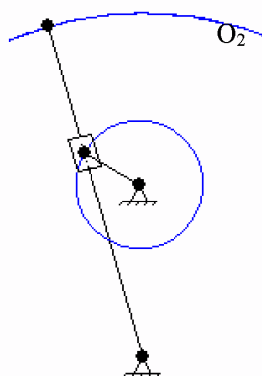


Рис.2.17. Траектории точек кулисного механизма

В том же меню выберем «Кинематика точек». В новом окне мы можем получить графики изменения положения, скорости и ускорения любой точки механизма, а также распечатать эти графики.

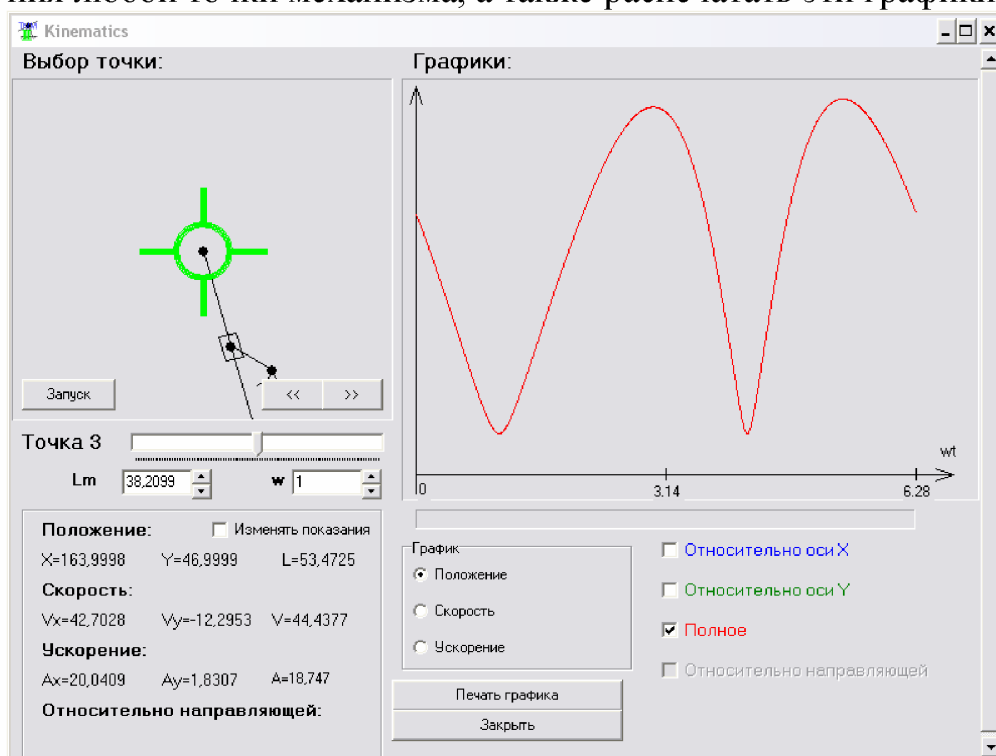


Рис. 2.18. Кинематика точек механизма

В левом верхнем углу зелёная визирная метка показывает выбранную точку, для которой справа построен график положения (полная зависимость). Можно запустить механизм нажатием кнопки «Запуск», и программа бегущей вертикальной линией покажет на графике изменение положения точки во времени.

На рис. 2.19 изображена панель, с помощью которой можно изменять характеристики ведущего звена.



Рис.2.19. Панель изменения длины и угловой скорости ведущего звена

Следует обратить внимание на то, что механизм начинают строить с его крайнего положения, чтобы получить точный график скорости. Длины звеньев определяются по координатам их крайних точек, показанных в левом нижнем углу главного окна программы. При выполнении курсовой работы по теории механизмов и машин с помощью синтеза механизма определяется его рабочий и холостой ход. Разделив на 8 равных частей график скорости, полученный в программе, учитывая рабочий и холостой ход, можно определить скорость исследуемой точки в любом из 8 положений механизма, предварительно задавшись масштабом.

Масштаб определяется как отношение

$$\mu = \frac{\ell}{V_{\text{расч}}},$$

где $V_{\text{расч}}$ – значение скорости для данного положения механизма, полученное графо-аналитическим расчётом методом построения плана скоростей. Пользуясь масштабом, можно определить скорость для любого положения механизма и сопоставить его с $V_{\text{расч}}$ для того же положения.

Аналогично проводится сопоставление ускорений.

Таким образом, с помощью программы «ТММ 2.0» можно достаточно просто и быстро смоделировать рычажный механизм любого типа и подробно исследовать его кинематические характеристики, а

также вывести траекторию любой точки механизма. Программа имеет очень удобный интерфейс, позволяющий быстро сориентироваться и приступить к работе.

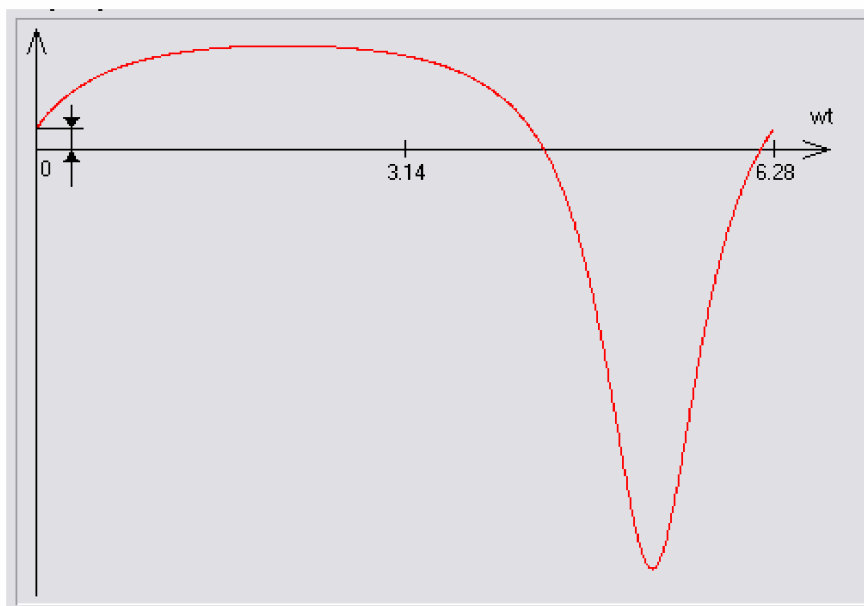


Рис. 2.20. График скорости точки В

Порядок выполнения работы.

1. В соответствии с заданием к курсовой работе определить тип рычажного механизма.
2. Построить механизм в программе «ТММ 2.0».
3. Изобразить траекторию точки выходного звена с помощью компоненты «Траектория».
4. Исследовать кинематические характеристики механизма:
 - 4.1. Получить график изменения положения, скорости и ускорения точки.
 - 4.2. Сопоставить результаты, полученные графо-аналитическими расчётами методом построения плана скоростей, и полученные на графике изменения скорости в программе.
5. Найти ошибку вычислений и сделать вывод.
6. Результаты выполнения работы оформить в виде раздела в расчетно-пояснительной записке к курсовой работе с необходимыми графиками, пояснениями и выводами.

3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

3.1. Общие положения

Следует помнить, что силовой анализ рычажного механизма выполняется с целью определения реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы и момента на главном валу. При силовом анализе, кроме основной (полезной) нагрузки на рабочий орган, необходимо учитывать силы тяжести звеньев, их силы инерции, силы трения в кинематических парах.

Силовой анализ выполняется для ранее выбранного положения механизма, для которого построен план ускорений. Ниже приведен порядок проведения силового анализа.

3.2. Определение сил, действующих на звенья механизма

Полезная нагрузка на рабочий орган машины определяется по диаграмме нагрузок. Диаграмму нагрузок следует построить по принципу подобия диаграммы в проектном задании. Ординату для максимальной полезной нагрузки принять в пределах 50—60 мм, а абсциссу по горизонтальной оси - равной рабочему ходу ведомого звена. При этом масштабы диаграммы получаются равными:

масштаб силы:

$$\mu_P = \frac{P_{n\max}}{Y_{n\max}} \quad (\text{Н/мм}), \quad (3.1)$$

масштаб линейного или углового перемещения:

$$\mu_S = \frac{S_B}{1-5} \quad (\text{м/мм}), \quad (3.2)$$

$$\mu_\psi = \frac{\psi}{1-5} \quad (\text{град/мм}). \quad (3.3)$$

На рис. 3.1 приведен пример определения полезной нагрузки на поршень пресса для 4-го положения механизма. В этом положении нагрузка будет:

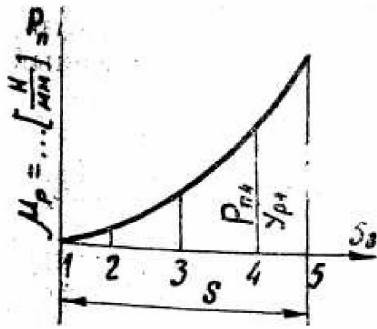


Рис. 3.1. График полезной нагрузки

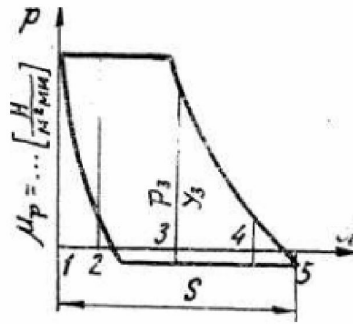


Рис. 3.2. Индикаторная диаграмма

Для поршневых машин (компрессоров, двигателей внутреннего сгорания и т. п.) нагрузка на поршень определяется по индикаторной диаграмме, вычерченной в масштабе:

$$\mu_p = \frac{P_{n\max}}{Y_{n\max}} \quad (\text{Н/мм}^2). \quad (3.4)$$

Например, для 3-го положения поршня (рис. 3.2) нагрузка на поршень:

$$P_3 = \mu_p y_3 F, \quad (\text{Н}), \quad (3.5)$$

где p — индикаторное давление, Н/м²

F — площадь поршня, определяемая по диаметру цилиндра:

$$F = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (\text{м}^2). \quad (3.6)$$

Масса звена определяется произведением длины звена на величину массы, приходящейся на 1 м длины:

$$m_i = m l_i, \quad (\text{кг}). \quad (3.7)$$

Сила тяжести звена:

$$G_i = m_i g \cong 10 m_i \quad (\text{Н}). \quad (3.8)$$

Сила инерции поступательно движущегося звена определяется произведением массы звена на ускорение ее центра:

$$F_i^u = m_i a_{si} \quad (\text{Н}). \quad (3.9)$$

Для звена совершающего плоскопараллельное движение, кроме силы инерции, определяется момент пар сил инерции, направленный против углового ускорения:

$$M_i = I_{si} \varepsilon_i \quad (\text{Н}\cdot\text{м}) \quad (3.10)$$

где I_{si} — момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр массы, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$, определяется по формуле:

$$I_s = \frac{1}{12} m_s l_{AB}^2 \quad (\text{кг}\cdot\text{м}^2). \quad (3.11)$$

Сила трения в поступательной паре (стойка-ползун):

$$T = fR_{43} \quad (\text{Н}), \quad (3.12)$$

где f — коэффициент трения,

R_{43} — реакция стойки на ползун, Н.

Момент трения во вращательной паре:

$$M_T = fR_i \frac{d_i}{2} \quad (\text{Н}\cdot\text{м}), \quad (3.13)$$

где R_i — реакция в кинематической паре, Н,

d_i — диаметр шарнира пары, м.

3.3. Определение реакций в кинематических парах

С этой целью необходимо от ведущего звена и стойки отделить структурную группу и нанести на нее векторы всех действующих сил и моментов. Действие на структурную группу отсоединенных звеньев изобразить векторами реакций. На рис. 3.3 показан пример силового анализа структурной группы кривошипно-ползунного механизма.

Пусть на звенья механизма (рис. 3.3) действуют известные силы: силы тяжести $\bar{G}_1, \bar{G}_2, \bar{G}_3$, сила полезной нагрузки \bar{P}_C , силы инерции \bar{F}_2^u, \bar{F}_3^u . Требуется определить реакции во всех кинематических парах и уравновешивающий момент M_y на кривошипе 1.

Выделяем структурную группу, состоящую из звеньев 2 и 3, и рассматриваем на основании метода кинетостатики ее равновесие.

На структурную группу действуют: сила полезной нагрузки \bar{P}_C , силы тяжести G_2 и G_3 , силы инерции F_2^u и F_3^u , реакции R_{34} и R_{21} . Реакцию R_{21} раскладываем на составляющие R_{21}^n и R_{21}^τ . Запишем:

$$\bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^\tau + \bar{G}_2 + \bar{F}_2^u + \bar{G}_3 + \bar{P}_C + \bar{R}_{34} = 0. \quad (3.14)$$

Для определения R_{21}^τ составим уравнение моментов относительно точки В:

$$\sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \quad R_{21}^\tau \cdot AB + G_2 h_2 - F_2^u h_2' - M_2^u = 0,$$

$$R_{21}^{\tau} = \frac{M_2^n - G_2 h_2 + F_2^n h_2'}{AB}. \quad (3.15)$$

Остальные неизвестные находим из плана сил, построенного в масштабе μ_F . Получаем замкнутый силовой многоугольник $abcdefgk$, из которого находим:

$$\bar{R}_{21}^n = \mu_F(k a); \quad R_{21} = \mu_F(k b); \quad R_{34} = \mu_F(g k). \quad (3.16)$$

Для определения точки приложения реакции R_{34} рассмотрим равновесие звена 3 и составим уравнение моментов относительно точки В:

$$\sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \quad G_3 \cdot h - R_{34} \cdot h_3 = 0; \quad h_3 = \frac{G_3 \cdot h}{R_{34}}. \quad (3.17)$$

Выделяем ведущее звено и показываем все действующие на него силы: силу тяжести G_1 , уравновешивающую силу P_y ($P_y \perp OA$) и реакции \bar{R}_{12} ($|\bar{R}_{21}| = |\bar{R}_{12}|$) и R_{14} . На основании метода кинестатики запишем:

$$\bar{R}_{12} + \bar{P}_y + \bar{G}_1 + \bar{R}_{14} = 0. \quad (3.18)$$

Уравновешивающую силу P_y найдем из уравнения моментов относительно точки А:

$$\sum m_A(F_k) = 0; \quad R_{12} \cdot h - P_y \cdot OA = 0; \\ P_y = \frac{R_{12} \cdot h}{OA}. \quad (3.19)$$

Уравновешивающий момент:

$$M_y = P_y \cdot l_{OA}. \quad (3.20)$$

Реакцию R_{14} найдем из плана сил, построенного в масштабе μ_F :

$$R_{14} = \mu_F \cdot (da). \quad (3.21)$$

При выполнении курсовой работы рекомендуется принимать длину вектора, изображающего на плане сил максимальную силу в пределах 100—120 мм, а силы, меньшие в 20 раз максимальной силы, в расчет не принимать.

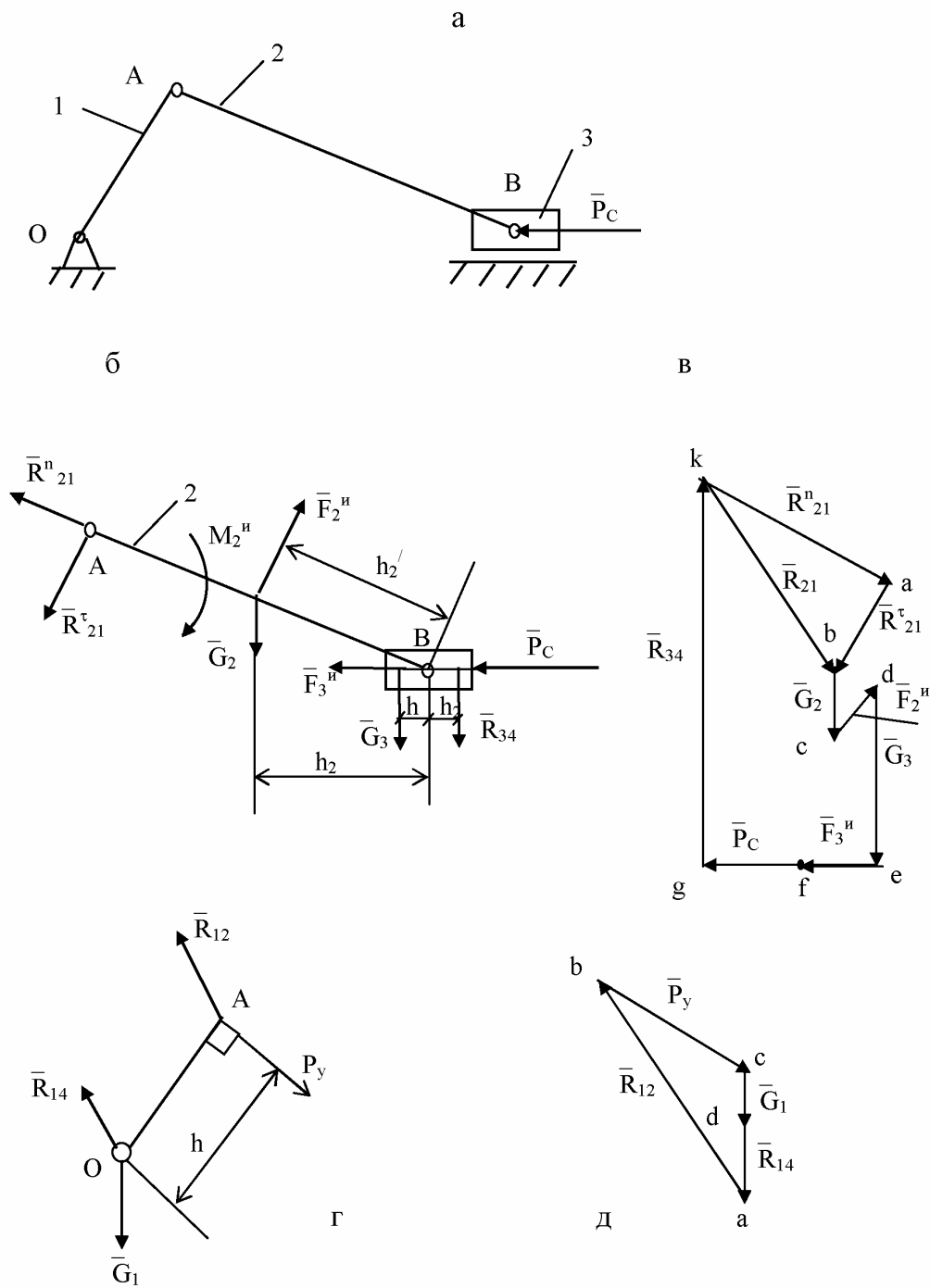


Рис. 3.3. Силовой расчет механизма: а – схема механизма; б – схема структурной группы; в - план сил структурной группы; г – схема ведущего звена; д – план сил ведущего звена

Величину уравновешивающей силы, приложенной в точке А и ее момент относительно точки О, необходимо проверить методом «жесткого рычага» Н. Е. Жуковского (рис. 3.4). Для этого следует построить повернутый на угол 90° план скоростей, принять его за твердое тело (рычаг) с точкой вращения в полюсе « p_V », приложить в соответствующие точки действующие силы и рассмотреть его равновесие относительно точки « p_V ». Уравнение равновесия рычага под действием моментов сил имеет вид:

$$P_y \cdot (p_V a) + M_2^{II} + G_2 \cdot h'_2 + F_2^{II} \cdot h_2 - (P_C + F_3^{II}) \cdot (p_V b) = 0 \quad . \quad (3.22)$$

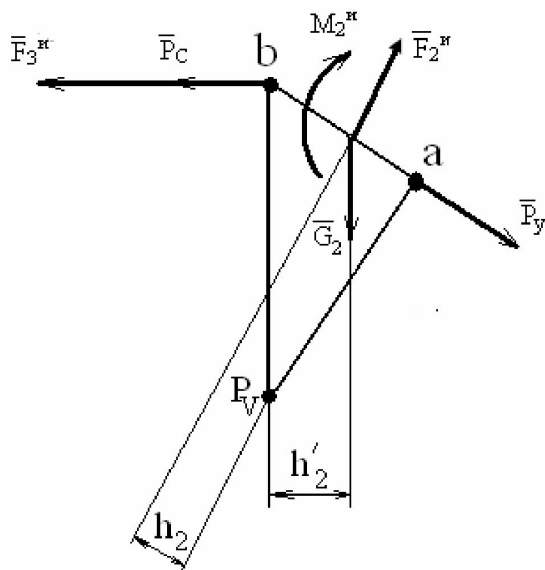


Рис. 3.4. «Жесткий» рычаг Н.Е.Жуковского

Определив из этого уравнения P_y , необходимо вычислить уравновешивающий момент M_y (Н·м):

$$M_y = P_y \cdot l_{OA} \quad , \quad (3.23)$$

где l_{OA} - длина кривошипа, м.

На рис. 3.5 – 3.7 приведены примеры выполнения силового анализа наиболее распространённых рычажных механизмов. Порядок построения планов сил показан с помощью букв латинского алфавита, образующих определённый контур векторов.

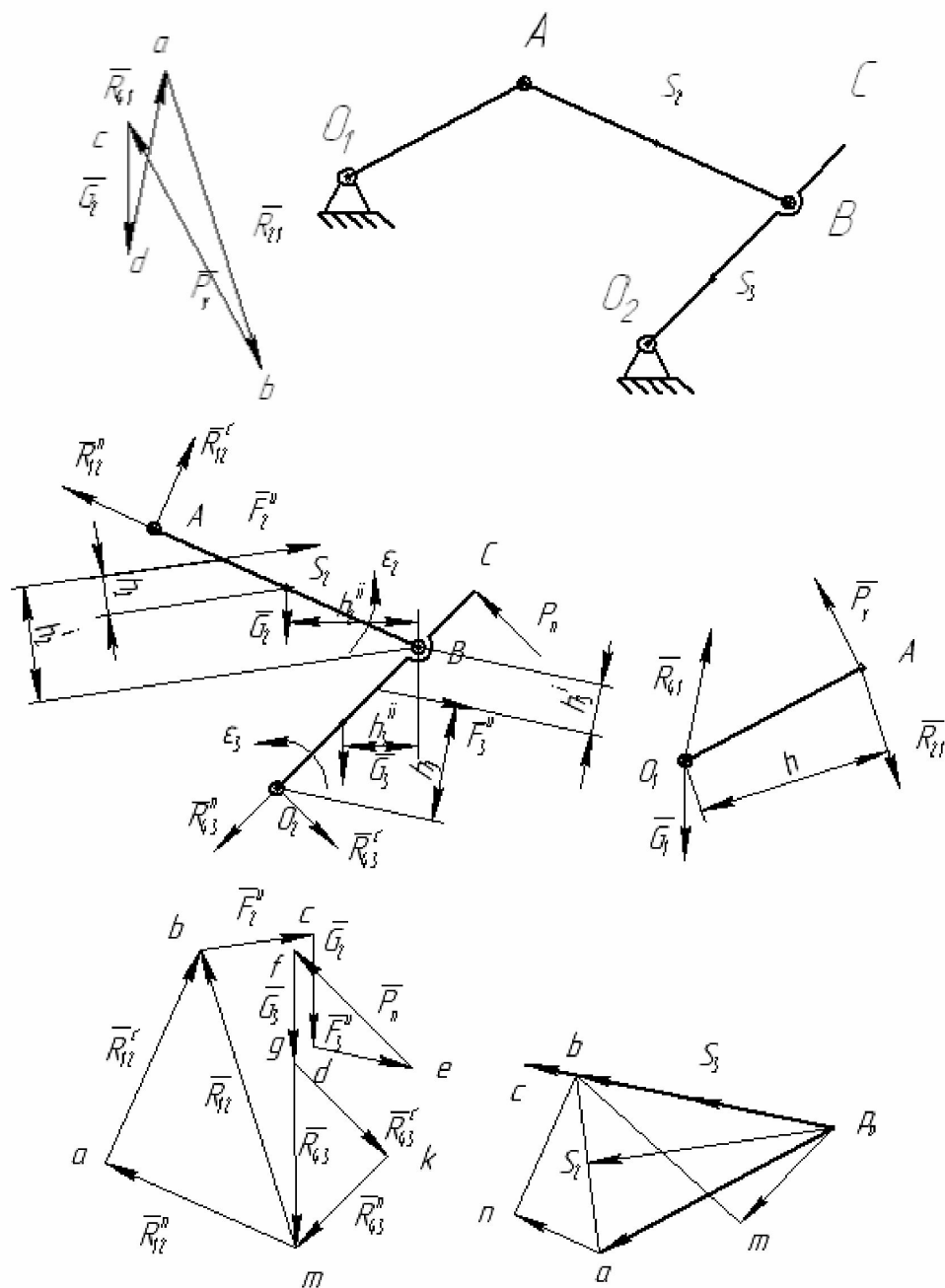


Рис. 3.5. Пример определения реакций в кинематических парах четырехзвенного механизма

Следует учитывать, что уравновешивающая сила не всегда совпадает с направлением вращения ведущего звена. Следует также помнить, что в кулисном механизме (рис. 3.6) реакция ведущего звена на ведомое передаётся через ползун перпендикулярно оси кулисы,

так как условно не учитываются вес ползуна и силы трения его направляющих.

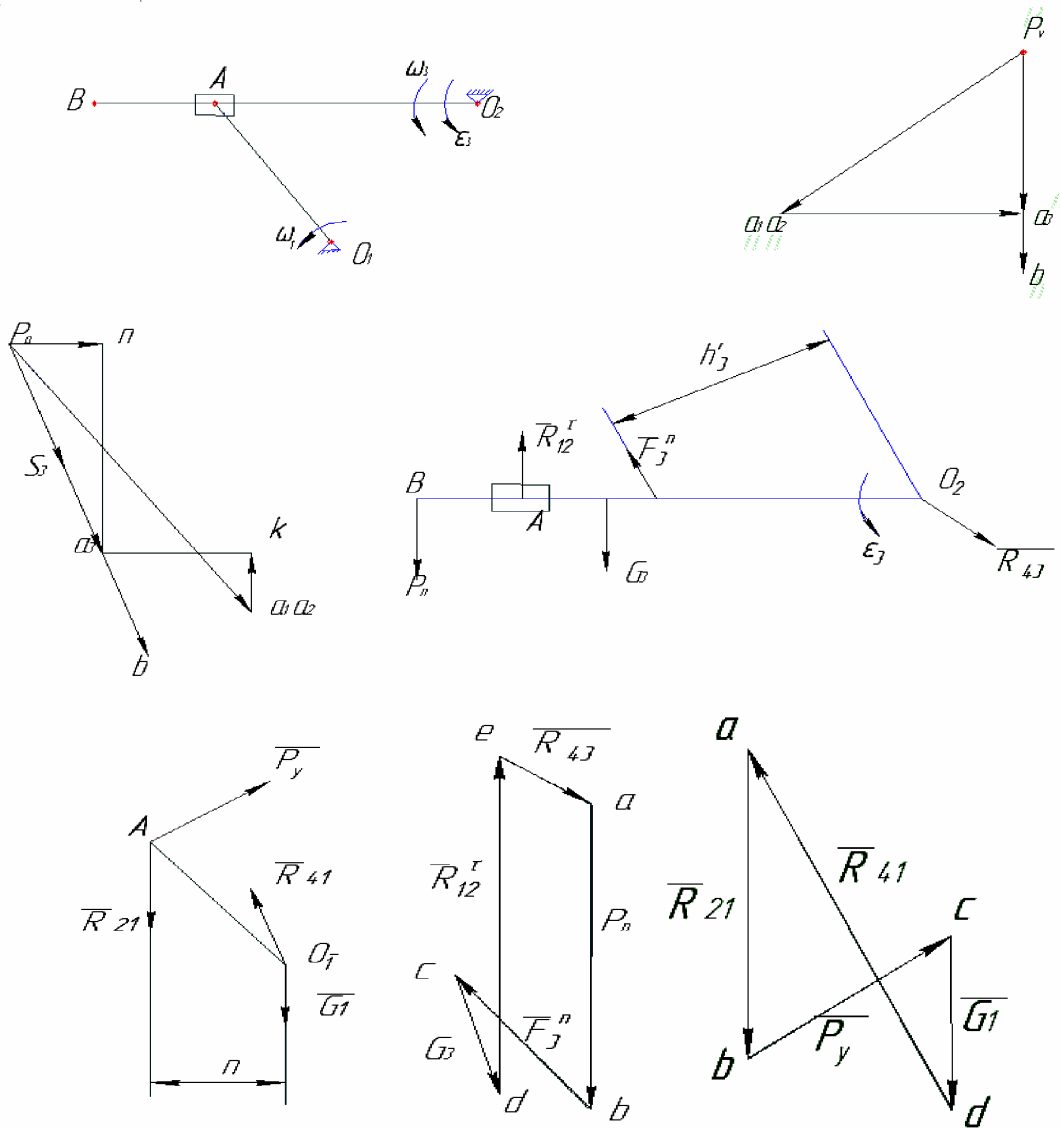


Рис. 3.6. Пример определения реакций в кинематических парах в кулисном механизме

Это же положение относится и к определению реакций в механизме с качающимся ползуном (рис. 3.7): реакция R_{43} также направлена перпендикулярно оси звена AC.

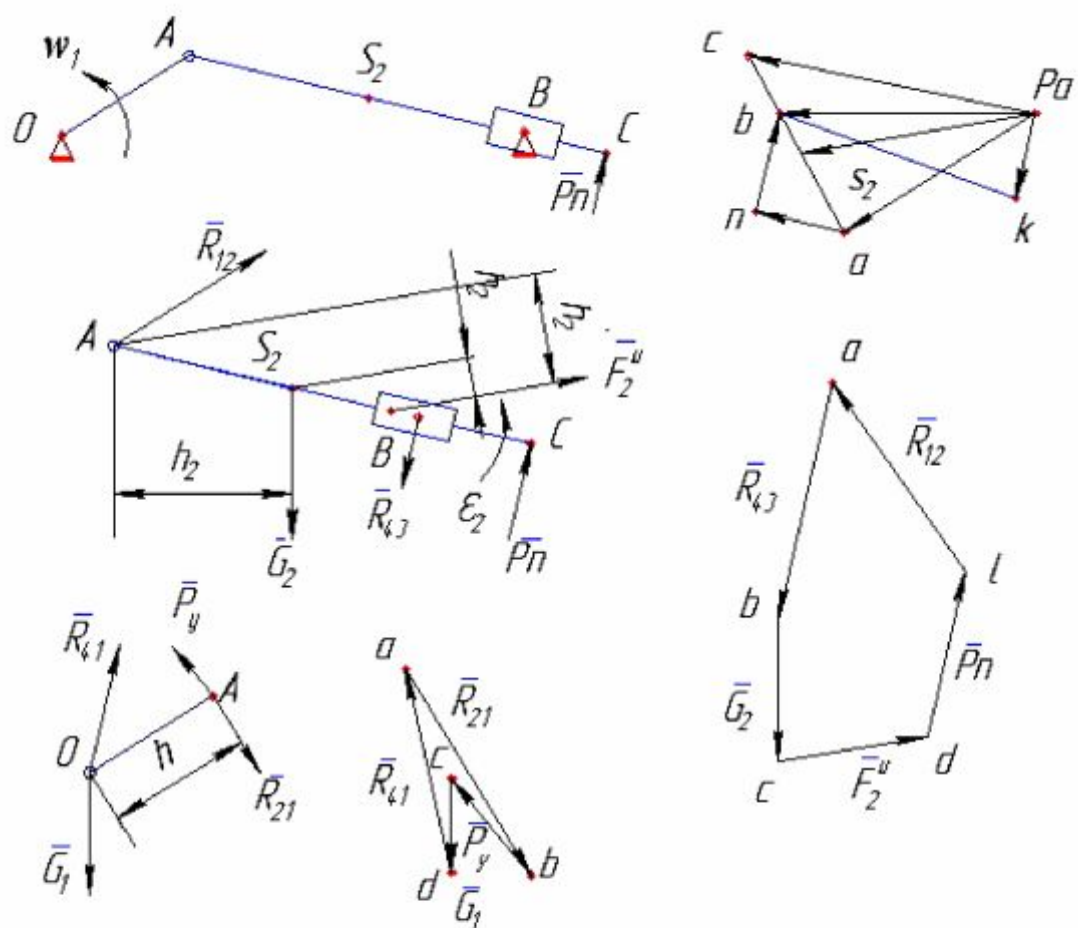


Рис. 3.7. Пример определение реакций в кинематических парах механизма с качающимся ползуном

4. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

4.1. Структурные схемы планетарных механизмов

Планетарной зубчатой передачей называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся в пространстве осью вращения хотя бы одного из них. Основными звеньями планетарной зубчатой передачи являются (рис.4.1): зубчатые колеса: солнечное - 1, сателлиты - 2, корончатое - 3, а также водило Н - звено, в котором установлены оси сателлитов. Ось O_H вращения водила Н, совпадающая с осью O_1 центральных колес, является основной осью механизма.

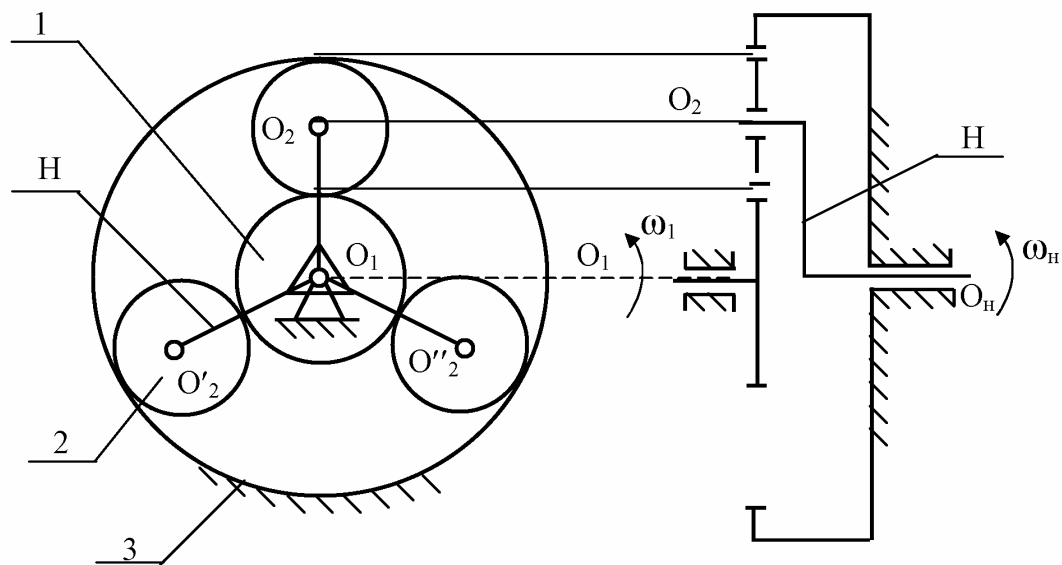


Рис.4.1. Схема планетарного механизма

При вращении солнечного колеса 1 сателлиты 2 будут обкатываться по нему и по корончатому колесу 3, совершая плоское движение. Перемещение осей сателлитов 2 приводит к вращению водила Н, которое является выходным звеном данного зубчатого механизма.

Планетарные механизмы обладают ценными свойствами: они имеют меньшие радиальные габариты и массу, работают с меньшим шумом, чем соответствующие зубчатые передачи с неподвижными

осями; удобны в сборке и надежны в работе. Основным преимуществом планетарных передач является возможность осуществлять большие передаточные отношения при сравнительно небольших габаритах и высоком к.п.д. Поэтому они получили весьма широкое распространение, найдя применение в приводах транспортных машин, станков, в металлургическом и текстильном оборудовании, в гусеничных машинах, автомобилях, в авиации, в приводах многих машинных агрегатов и в разнообразных приборах. Однако надо иметь в виду, что планетарные механизмы имеют более сложную конструкцию, требуют повышенной точности изготовления.

При степени подвижности планетарного механизма $W=1$ он называется собственно планетарным, а при $W \geq 2$ - дифференциальным. Степень подвижности механизма, изображенного на рис.4.1, равна $W=3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 - 6 = 1$.

Простейшие кинематические схемы планетарных передач показаны на рис.4.2 и рис.4.3.

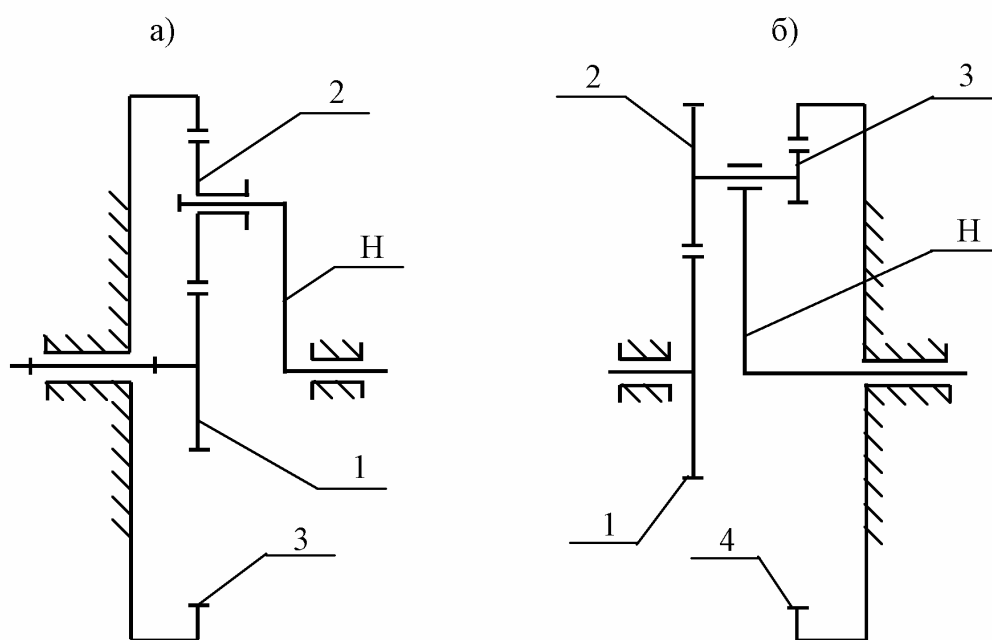


Рис. 4.2. Схемы планетарных зубчатых передач:
а) редуктор Джемса; б) редуктор со сдвоенными сателлитами

В курсовом проектировании по теории механизмов и машин решаются задачи определения чисел зубьев колес планетарных зубчатых передач по заданному передаточному отношению $U_{пл}$. В зависимости от величины $U_{пл}$ сначала выбирается одна из схем, показанных на рис.4.2 или рис.4.3 с учётом рекомендаций (см.табл.4.1.). При этом должны быть обеспечены минимальные радиальные размеры колес передачи и заданное передаточное отношение с достаточной точностью $U_{пл} \pm 3\%$, а также условия работоспособности и сборки.

Следовательно, для возможности правильного назначения чисел зубьев всех колес планетарной передачи и обеспечения требуемого передаточного отношения необходимо иметь выражение для определения передаточного отношения $U_{пл}$ для каждой выбранной схемы.

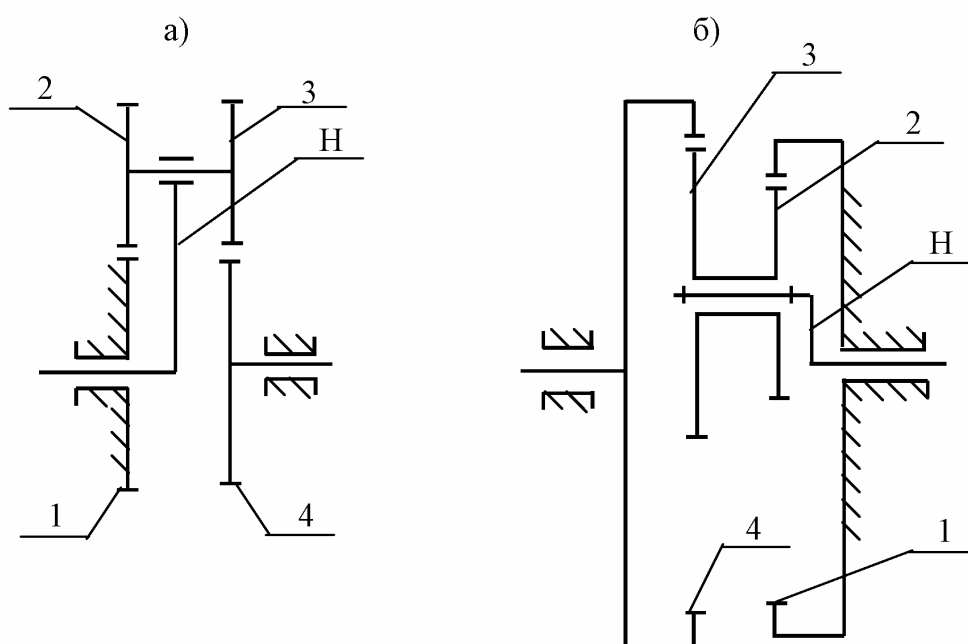


Рис. 4.3. Схемы планетарных зубчатых механизмов:
 а) редуктор Давида; б) редуктор со сдвоенными сателлитами и двумя внутренними зацеплениями

4.2. Аналитическое определение передаточного отношения планетарного механизма

Рассмотрим порядок получения формулы для расчета передаточного отношения планетарного механизма через известные числа зубьев его колес на примере редуктора Джемса (рис.4.1) или (рис.4.2,а).

Входным звеном в этом механизме является солнечное колесо 1, а выходным - водило Н.

$$\text{Тогда искомым является выражение } U_{1H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = ?, \quad (4.1)$$

где обозначение $U_{1H}^{(3)}$ читается как “передаточное отношение от 1-го колеса к водилу Н при неподвижном 3-м колесе”.

Для определения передаточного отношения планетарного механизма используется метод обращения движения или метод остановки (“фиксации”) водила.

Для реализации этого метода всем звеньям механизма сообщается дополнительное воображаемое вращательное движение вокруг центральной оси O_1O_H с угловой скоростью $(-\omega_H)$. Тогда получим новый - обращенный механизм, который будет примечателен тем, что его звено Н, бывшее ранее водилом, станет неподвижным. Следовательно, неподвижным станет и центр O_2 , т.е. обращенный механизм будет представлять собой обычную зубчатую передачу с неподвижными осями вращения колес. При этом угловые скорости звеньев нового обращенного механизма будут равны:

$$\begin{aligned} \text{- солнечного колеса 1 -} & \quad \omega'_1 = \omega_1 - \omega_H; \\ \text{- корончатого колеса 3 -} & \quad \omega'_3 = 0 - \omega_H = -\omega_H; \\ \text{- водила Н -} & \quad \omega'_H = \omega_H - \omega_H = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, при остановленном водиле ведомым звеном становится корончатое колесо 3, и передаточное отношение обращенного механизма будет равно

$$U_{13}^{(H)} = \frac{\omega'_1}{\omega'_3} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - U_{1H}^{(3)} \quad (4.2)$$

Следовательно, искомое передаточное отношение планетарного механизма $U_{1H}^{(3)}$ будет равно:

$$U_{1H}^{(3)} = 1 - U_{13}^{(H)} \quad (4.3)$$

где $U_{13}^{(H)}$ - является передаточным отношением обычной зубчатой передачи с неподвижными осями, для которой по формуле Виллиса:

$$U_{13}^{(H)} = (-1)^1 \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2} = -\frac{Z_3}{Z_1} \quad (4.4)$$

Тогда, подставляя полученное значение, имеем для планетарного механизма редуктора Джемса:

$$U_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}. \quad (4.5)$$

Аналогично можно вывести формулы для определения передаточных отношений механизмов, изображенных на рис.4.2.б, рис.4.3, а и б:

- для схемы на рис.4.2.б: $U_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}; \quad (4.6)$

- для схемы на рис.4.3.а: $U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 \cdot Z_3 - Z_2 \cdot Z_4}; \quad (4.7)$

- для схемы на рис.4.3.б: $U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 \cdot Z_4 - Z_1 \cdot Z_3}. \quad (4.8)$

4.3. Методика выбора чисел зубьев колес

При назначении чисел зубьев колес планетарной передачи необходимо учитывать ряд требований и условий, важнейшие из которых следующие.

1. Числа зубьев Z_1, Z_2, \dots должны быть целыми числами.
2. Сочетание чисел зубьев колес должно обеспечивать требуемое передаточное отношение $U_{пл}$ с допустимой точностью $\pm 3\%$.
3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче нулевые колеса. Это ограничение записывают в форме отсутствия подреза зубьев: для колес с внешними зубьями, нарезанными стандартным инструментом, $Z_i \geq Z_{min}=17$; для колес с внутренними зубьями – $Z_i \geq Z_{min}=85$.
4. Оси центральных колес и водила H планетарной передачи должны лежать на одной прямой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности).
5. При расположении сателлитов в одной плоскости, т. е. без смещения в осевом направлении, соседние сателлиты должны быть распо-

ложены так, чтобы между окружностями вершин обеспечивался гарантированный зазор (условие соседства) :

$$(Z_1+Z_2)\sin\frac{\pi}{k} > Z_2+2, \quad (4.9)$$

где k – число сателлитов.

6. Сборка нескольких сателлитов должна осуществляться без натягов так, чтобы зубья всех сателлитов одновременно вошли во впадины солнечного и корончатого колес:

$$\frac{Z_1 U_{1H}}{k} (1 + kp) = C_0, \quad (4.10)$$

где Z_1 - число зубьев центрального колеса, k -число сателлитов, p - число оборотов водила, C_0 -целое число.

Рассмотрим порядок синтеза планетарных механизмов, представленных на рис. 4.2 и рис.4. 3.

Редуктор Джемса (рис. 4.2,а):

Составим четыре основные уравнения проектирования.

1. Уравнение передаточного отношения

$$U_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1} \quad (4.11)$$

2. Условие соосности состоит в том, чтобы оси солнечного, корончатого колёс, а также водила лежали на одной прямой. Для этого должна выполняться следующая размерная цепь:

$$d_3 = d_1 + 2d_2; \quad (4.12)$$

откуда

$$mZ_3 = mZ_1 + 2mZ_2; \quad (4.13)$$

сокращая на m , получаем

$$Z_3 = Z_1 + 2Z_2 \quad \text{или} \quad Z_3 - Z_2 = Z_1 + Z_2. \quad (4.14)$$

3. Условие сборки состоит в том, чтобы зубья всех сателлитов одновременно вошли при сборке во впадины и солнечного колеса, и корончатого колеса:

$$\frac{Z_1 + Z_3}{k} = C, \quad (4.15)$$

где k - число сателлитов; C - целое число.

4. Условие соседства сателлитов.

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы расстояние $O_2'O_2''$ между центрами двух соседних сателлитов было больше суммы радиусов окружностей вершин этих сателлитов:

$$|O_2'O_2''| > 2r_{a2}; \quad (4.16)$$

$$O_2'O_2'' = 2(r_1 + r_2) \sin \frac{\pi}{k} = m(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k}; \quad (4.17)$$

где k - число сателлитов;

$$r_{a2} = m \left(\frac{Z_2}{2} + 1 \right). \quad (4.18)$$

Тогда условие соседства сателлитов будет иметь вид

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} > Z_2 + 2. \quad (4.19)$$

Для подбора чисел зубьев проектируемой планетарной передачи необходимо решить совместно все 4 уравнения. Необходимо также учитывать, чтобы $Z_i > 17$ для устранения подрезания.

Пример 4.1. Исходные данные: $U_{пл} = 4,8$; $k \geq 3$, $m = 4$ (мм).

1. Рассчитываем вспомогательную величину

$$B = Z_1 + Z_3 = 215 - 38 U_{пл} + 3,25 U_{пл}^2 = 107,48.$$

Полученную величину округляем до ближайшего большего четного значения, кратного числу сателлитов.

Принимаем $B = 108$.

2. Рассчитываем из уравнения $U_{пл} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1} = \frac{B}{Z_1}$ число зубьев

$$\text{солнечного колеса } Z_1 = \frac{B}{U_{пл}} = \frac{108}{4,8} = 22,5 > 17.$$

Принимаем $Z_1 = 23$.

3. Рассчитываем

$$Z_3 = B - Z_1 = 108 - 23 = 85; Z_3 \geq 85. \text{ Принимаем } Z_3 = 85.$$

4. Рассчитываем

$$Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} = \frac{85 - 23}{2} = 31.$$

5. Рассчитываем фактическое передаточное отношение и сравниваем его с заданным

$$U_{\text{пл.факт.}} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1} = 1 + \frac{85}{23} = 4,78$$

$$\delta = \frac{U_{\text{пл.}} - U_{\text{пл.факт.}}}{U_{\text{пл.}}} 100\% = \frac{4,8 - 4,78}{4,8} 100\% = 0,4\% < 3\%$$

Отклонение передаточного отношения спроектированной планетарной передачи от заданного не превышает 3 %, что допустимо.

6. Определим максимально возможное количество спутников из условия соседства спутников:

$$K < \frac{\pi}{\arcsin \frac{Z_2 + 2}{Z_1 + Z_2}} = \frac{\pi}{\arcsin \frac{31 + 2}{23 + 31}} = 4,78.$$

Следовательно $K_{\text{max}} = 4$.

Принятое значение $B = 108$ кратно 4, поэтому можно использовать 4 спутника, и при этом условие сборки не нарушится.

7. Рассчитываем диаметры начальных (делительных) окружностей колес:

$$d_1 = Z_1 \cdot m = 23 \cdot 4 = 92 \text{ (мм);}$$

$$d_2 = Z_2 \cdot m = 31 \cdot 4 = 124 \text{ (мм);}$$

$$d_3 = Z_3 \cdot m = 85 \cdot 4 = 340 \text{ (мм).}$$

Таким образом, задача геометрического синтеза планетарного механизма решена.

Редуктор со сплеченными спутниками (рис.4.2,б):

Передаточное отношение такой передачи при ведомом водиле Н определяется по формуле

$$U_{\text{IH}}^{(4)} = 1 + \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} \quad (4.20)$$

Условие соосности с учетом того, что модуль всех колес одинаковый, и колеса нарезаны без смещения, имеют вид:

$$Z_1 + Z_2 = Z_4 - Z_3. \quad (4.21)$$

Для обеспечения больших передаточных отношений $U_{\text{IH}}^{(4)}$ произведение $Z_1 \cdot Z_3$ должно быть минимальным, т.е. сами величины Z_1 и Z_3 должны быть наименьшими. При этом $Z_1 = Z_3 = Z_{\text{min}} = 20$. Тогда усло-

вие соосности для такой передачи примет вид $Z_4=Z_2+2Z_1$. Подставив это выражение в (4.20), получим:

$$U_{\text{IH}}^{(4)} = 1 + \frac{Z_2(Z_2+2Z_1)}{Z_1^2} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \left(\frac{Z_2}{Z_1} + 2 \right). \quad (4.22)$$

Таким образом, передаточное отношение $U_{\text{IH}}^{(4)}$ в данном случае зависит только от отношения Z_2/Z_1 . Поэтому, решая (4.22), как квадратное уравнение, относительно Z_2/Z_1 , получим:

$$Z_2/Z_1 = \sqrt{U_{\text{IH}}^{(4)} - 1}. \quad (4.23)$$

Тогда число зубьев колеса 2 равно

$$Z_2 = Z_1(Z_2/Z_1). \quad (4.24)$$

При условии $Z_3=Z_1$ число зубьев колеса 4 определится из (4.22). Принимая максимальное значение отношения $Z_2/Z_1=3$, получим для схемы, показанной на рис.4.2.б:

$$U_{\text{max}} = 1 + (Z_2/Z_1)^2 + 2 \cdot Z_2/Z_1 = 1 + 9 + 2 \cdot 3 = 16.$$

Обычно для такой схемы принимают $U_{\text{пт}}=6 \dots 12$.

Определим минимальные числа зубьев колёс передачи из условия $Z_3=20$ и $Z_4=85$. Из (4.21) получим:

$$Z_4 = Z_1 + Z_2 + Z_3 = Z_1 + Z_2 + 20 = 85 \text{ или } Z_1 + Z_2 = 85 - 20 = 65.$$

Разделив обе части полученного равенства на Z_1 , получим:
 $1 + (Z_2/Z_1) = 65/Z_1$.

Подставив сюда Z_2/Z_1 из (4.23), найдём зависимость $\sqrt{U_{\text{IH}}^{(4)}} = 65/Z_1$, откуда получим формулу для определения числа зубьев Z_1 солнечного колеса 1:

$$Z_1 = 65 / \sqrt{U_{\text{IH}}^{(4)}}. \quad (4.25)$$

Зная величину отношения Z_2/Z_1 , из (4.24) можно найти

$$Z_2 = Z_1(Z_2/Z_1). \quad (4.26)$$

Число зубьев колеса 3 найдём по формуле (4.21), приняв $Z_1=Z_3$.

Максимально возможное число сателлитов k можно определить по формуле, полученной при подстановке в (4.9) Z_1 и Z_2 из (4.24) и (4.25) соответственно:

$$k = \pi / \arcsin[1,0308 - (1/\sqrt{U_{\text{IH}}^{(4)}})] \quad (4.27)$$

Условие сборки, обеспечивающее установку сателлитов через равные углы, проверяется с помощью формулы (4.10).

Пример 4.2. Определить числа зубьев колес передачи, схема которой показана на рис.4.2.б, при передаточном отношении $U_{IH}^{(4)}=11.0$ и числе сателлитов $k=3$.

1. Из (4.25) найдем $Z_1=65/\sqrt{U_{IH}^{(4)}}=65/\sqrt{11}=19,59$. Принимаем $Z_1=Z_3=20$.

2. С помощью (4.23) определим величину отношения Z_2/Z_1 :

$$Z_2/Z_1=\sqrt{U_{IH}^{(4)}}-1=\sqrt{11}-1=2,3166.$$

Тогда число зубьев сателлита 2 найдем по формуле (4.24):

$$Z_2=(Z_2/Z_1)\cdot Z_1=2.3166\cdot 2=46.33. \text{ Принимаем } Z_2=46.$$

3. Число зубьев колеса 3 найдем из условия соосности (4.21):

$$Z_4=Z_1+Z_2+Z_3=20+46+20=86.$$

4. Проверим величину передаточного отношения при найденных числах зубьев:

$$U_{IH}^{(4)}=1+\frac{Z_2\cdot Z_4}{Z_1\cdot Z_3}=1+\frac{46\cdot 86}{20\cdot 20}=10,89.$$

Расхождение с заданным U составляет менее 1%, что допустимо.

Условие сборки выполняется уже при $p=1\frac{1}{3}$ оборота водила, что составляет 480^0 :

$$\frac{Z_1 U_{IH}^{(4)}(1+kp)}{k} = \frac{20\left(1+\frac{46\cdot 86}{20\cdot 20}\right)}{3} (1+3\cdot p) = C_0 .$$

6. Проверим выполнение условия соседства сателлитов, найдя максимально допустимое число сателлитов по формуле (4.27):

$k_{\max} = \pi/\arcsin(1,0308-1/\sqrt{U}) = 3,14/\arcsin(1,0308-1/\sqrt{10.89}) = 3,85$, что больше принятого $k=3$. Условие выполняется.

Редуктор с двумя внешними зацеплениями (редуктор Давида):

Схема редуктора показана на рис.4.3,а. Это так называемый редуктор Давида. При неподвижном солнечном колесе 1 с числом зубьев Z_1 и ведущем водиле H передаточное отношение определится по формуле :

$$U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_3 - Z_2 Z_4} , \quad (4.28)$$

Из (4.28) видно, что наибольшему передаточному отношению соответствует наименьшая разность $Z_1Z_3 - Z_2Z_4$. Это возможно при $Z_4=Z_1-1$ и $Z_2=Z_3-1$.

Принимая $Z_3=Z_1$ и $Z_2=Z_4$, получим

$$U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_1^2}{Z_1^2 - Z_4^2} = \frac{Z_1^2}{Z_1^2 - (Z_1-1)^2} = \frac{Z_1}{2 - (1/Z_1)}. \quad (4.29)$$

Отсюда видно, что

$$Z_1 \cong 2 U_{H4}^{(1)} \quad (4.30)$$

т.е. оптимальное число зубьев солнечного колеса Z_1 для рассматриваемой схемы равно удвоенному передаточному отношению.

Решая (4.28) относительно Z_1 , как квадратное уравнение, можно получить точное значение минимального числа зубьев солнечного колеса

$$Z_1 = U_{H4}^{(1)} + \sqrt{U_{H4}^{(1)}(U_{H4}^{(1)} - 1)}.$$

Числа зубьев колес 2, 3 и 4 определяются следующим образом:

$$Z_4 = Z_1 - 1; \quad Z_3 = Z_1; \quad Z_2 = Z_3 - 1.$$

Используя зависимость (4.28), найдем диапазон возможных значений $U_{H4}^{(1)}$. При $Z_1 = Z_{\min} = 17$ величина $U_{H4 \min}^{(1)} = 8.76$. При $Z_1 = 100$ величина $U_{H4}^{(1)} = 50.25$, но при этом радиальные размеры передачи становятся слишком большими, а к.п.д. низким.

Максимальное число сателлитов в этом случае $k_{\max} = 5$ при любом значении $U_{H4}^{(1)}$. Условие сборки (4.10) выполняется при $p = \frac{1}{2} - \frac{1}{k}$.

Пример 4.3. Определим числа зубьев планетарной передачи с двумя внешними зацеплениями при передаточном отношении $U_{H4}^{(1)} = 16$.

1. Из (4.30) найдем число зубьев $Z_1 = 2U = 32$. Принимаем $Z_3 = Z_1 = 32$.

2. Число зубьев ведомого колеса $Z_4 = Z_1 - 1 = 32 - 1 = 31$.

3. Число зубьев колеса 2 блока сателлитов: $Z_2 = Z_4 = 31$.

4. Определим передаточное отношение при найденных числах зубьев

$$U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_1Z_3}{Z_1Z_2 - Z_2Z_4} = \frac{32 \cdot 32}{32 \cdot 32 - 31 \cdot 31} = 16,25.$$

Отклонение от заданного $U_{H4}^{(1)}$ составляет 1.6%, что допустимо.

Редуктор с двумя внутренними зацеплениями (рис. 4.3.б):

Передаточное отношение такого редуктора определяется по формуле:

$$U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 Z_4 - Z_1 Z_3} \quad (4.31)$$

Найдем зависимость чисел зубьев Z_1 и Z_4 от $U_{H4}^{(1)}$ при условии обеспечения минимальных радиальных размеров (минимальных чисел зубьев). Минимальное число зубьев колес с внутренними зубьями равно 85, а находящихся в зацеплении с ними сателлитов равно 20.

Минимальная разность чисел зубьев колес, находящихся во внутреннем зацеплении, равно 8. Обозначим разности чисел зубьев $Z_1 - Z_2 = D$ и

$Z_4 - Z_1 = C$. Тогда $Z_2 = Z_1 - D$ и $Z_3 = Z_4 - D$. После подстановки в (4.31) величин Z_2 и Z_3 получим:

$$U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_4(Z_1 - D)}{Z_4(Z_1 - D) - Z_1(Z_4 - D)}, \quad (4.32)$$

откуда

$$D = \frac{Z_1(Z_1 + C)}{C(U_{H4}^{(1)} + 1) + Z_1}.$$

Здесь $U_{H4}^{(1)}$ – абсолютное значение передаточного отношения.

Минимальное передаточное отношение при $Z_2 = 20$ из (4.32) получается равным 26,5, а максимальное при $D = 8$ равно 828.

Задаваясь разностью $C = Z_4 - Z_1$ в пределах от 1 до 4, можно при известном передаточном отношении $U_{H4}^{(1)}$ найти D , а затем и числа зубьев всех остальных колес при $Z_1 = 85$:

$$Z_2 = Z_1 - D, \quad (4.33)$$

$$Z_3 = Z_2 + C = Z_1 - D + C, \quad (4.34)$$

$$Z_4 = Z_1 + C. \quad (4.35)$$

Если при этом получится $Z_2 < 20$, то нужно увеличить C . Для предотвращения многовариантных расчетов можно воспользоваться графиком (рис.4.4), построенным по результатам вычислений при различных числах зубьев сателлитов Z_2 с использованием (4.32) при передаточных отношениях $U_{H4}^{(1)} = 10 \dots 70$.

Число зубьев сателлита Z_2 и разность C должны быть выбраны по возможности наименьшими, т.к. при этом, во-первых, уменьшается

масса колес передачи и, во-вторых, появляется возможность создания многосателлитной передачи. Так, например, при $U=30$ целесообразно принять $C=1$ и с помощью графика найти $Z_2=22$. Тогда при $Z_1=85$ получим $Z_3=22+1=23$ и $Z_4=85+1=86$. Передаточное отношения при таких числах зубьев составит величину $U_{H4}^{(1)}=86 \cdot 22 / 86 \cdot 22 - 85 \cdot 23 = -30.03$ что на 0.1% отличается от заданного $U_{H4}^{(1)}$.

Количество сателлитов можно определить из условия соседства сателлитов второго ряда колес передачи (рис.4.5), т.е. исходя из чисел зубьев Z_3 и Z_4 , т.к. $Z_4 > Z_2$.

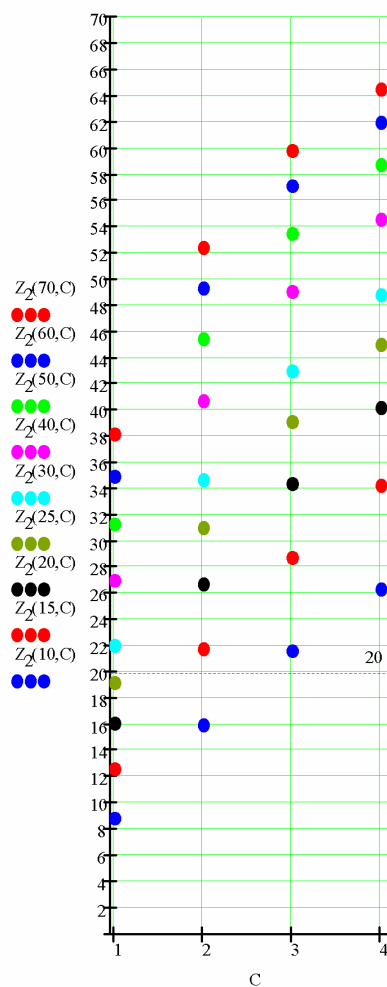


Рис.4.4. Выбор числа зубьев Z_2 для различных значений $U_{пл}=10 \dots 70$ и $C=1 \dots 4$

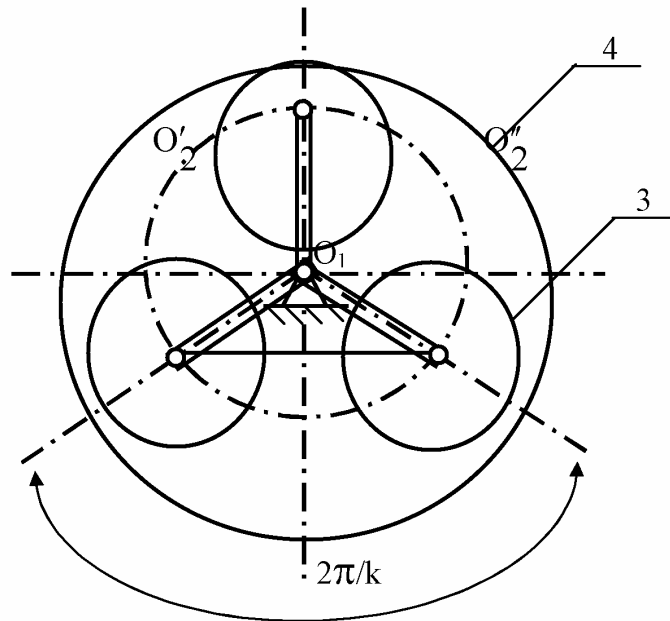


Рис .4.5. К определению условия соседства спутников

В соответствии со схемой зацепления, показанной на рис.4.5, условие соседства спутников примет вид:

$$(Z_4 - Z_3) \sin \frac{\pi}{k} > (Z_3 + 2), \quad (4.36)$$

где k - число спутников.

Подставив сюда Z_3 из (4.34) и Z_4 из (4.35) и несколько преобразуя, получим:

$$\sin \left(\frac{\pi}{k} \right) > \frac{Z_1 + C + 2}{D} - 1, \quad (4.35)$$

откуда можно найти максимальное количество спутников

$$k_{\max} = \frac{\pi}{\arcsin \left(\frac{Z_1 + C + 2}{D} - 1 \right)} = \frac{\pi}{\arcsin \left(\frac{(Z_1 + C + 2)(Z_1 + C(1 + U))}{Z_1(Z_1 + C)} - 1 \right)}. \quad (4.36)$$

На рис.4.6. представлены результаты расчета максимального числа спутников по формуле (4.36) для передач с $U_{H4}^{(1)} = 10 \dots 70$ при разных значениях $s = 1 \dots 4$. Как видно из анализа рис.4.6, с увеличением передаточного отношения $U_{H4}^{(1)}$ максимально возможное число спутников уменьшается и, например, для $U_{H4}^{(1)} = 60$ значение “С” допускает-

ся только равным 1 и $k_{\max} = 3$, а для $C \geq 2$ и $U_{H4}^{(1)} \geq 40$ возможен только один спутник, и водило превращается в кривошип.

Планетарные редукторы четырех рассмотренных типов могут быть просто и достаточно оптимально синтезированы по изложенной выше методике.

Все рекомендации по проектированию планетарных передач сведены в табл.4.1, которая является алгоритмом выбора типа передачи и определения чисел зубьев всех колес редуктора. Планетарные передачи с двумя внешними зацеплениями (рис.4.3,а) имеют слишком большие радиальные размеры и низкий к.п.д. и как силовые применяются редко.

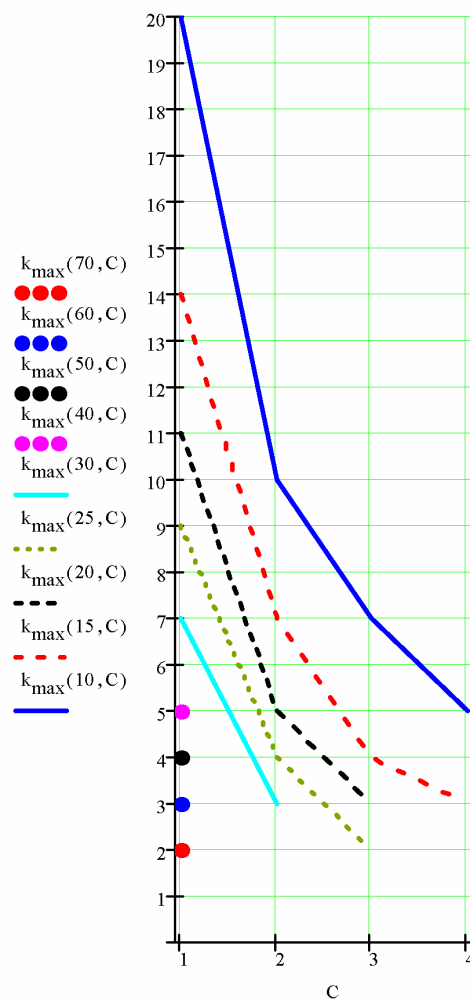


Рис.4.6. Выбор максимального числа спутников для различных значений $U_{H4}=10...70$ и $C=1...4$

Число сателлитов можно выбрать с помощью рис.4.4 или определить их максимально допустимое количество с помощью формул (4.19), (4.27) или (4.38).

Многоступенчатые планетарные механизмы применяют в тех случаях, когда реализовать требуемое передаточное отношение одноступенчатой планетарной передачей не представляется возможным.

Общее передаточное отношение многоступенчатой планетарной передачи:

$$U = \sum_{i=1}^U U_i;$$

где U_i - передаточное отношение i -ой планетарной передачи, U - число планетарных передач.

В устройствах небольших размеров многоступенчатые планетарные механизмы собираются последовательным соединением одноступенчатых передач.

Общее передаточное отношение планетарного механизма, синтезированного из одноступенчатых передач (рис.4.7)

$$U = U_{1H}^3 \cdot U_{1^1H^1}^{3^1} \cdot U_{1^{11}H^{11}}^{3^{11}},$$

где $U_{1H}^3, U_{1^1H^1}^{3^1}, U_{1^{11}H^{11}}^{3^{11}}$ - передаточные отношения соответственно 1, 2 и 3 ступеней.

Если планетарный механизм состоит из нескольких ступеней, имеющих одинаковое передаточное отношение, то передаточное отношение каждой ступени:

$$U_i = \sqrt[U]{U}.$$

В таких механизмах корончатые зубчатые колеса 3 и 3^1 одинаковых диаметров объединяют в один общий блок, а промежуточное водило H может быть без центральных опор (рис. 4.8.).

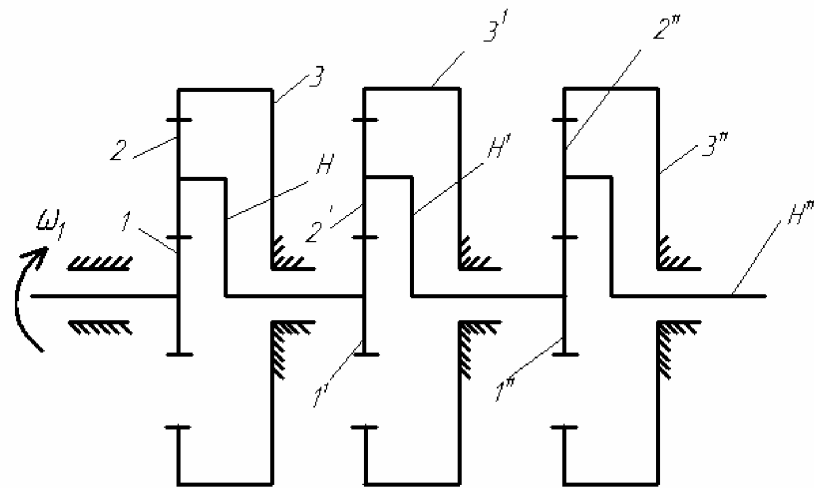


Рис. 4.7. Схема трехступенчатого планетарного механизма

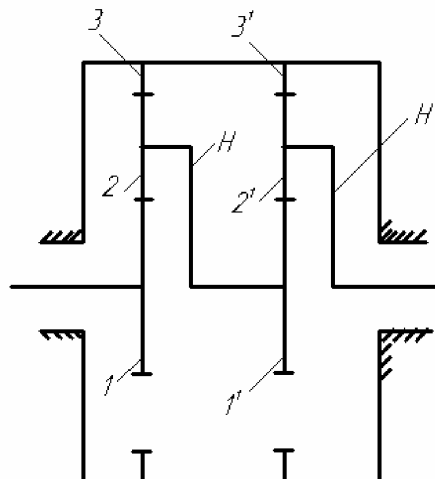


Рис. 4.8. Схема двухступенчатого планетарного механизма с одинаковыми ступенями

4.4. Графический метод определения передаточного отношения планетарной передачи

В основу метода графического определения передаточного отношения планетарной передачи положен треугольный закон распре-

ления окружных скоростей точек вращающегося звена. Если известна скорость V_A точки A (см. рис.4.9) звена OA , вращающегося относительно неподвижного шарнира O с угловой скоростью ω , то скорости остальных точек звена определяются прямой, соединяющей точку O и конец вектора \bar{V}_A .

Для пары зубчатых колес, имеющих начальные радиусы r_{w1} и r_{w2} , передаточное отношение определится как

$$U_{1 \rightarrow 2} = \omega_1 / \omega_2. \quad (4.38)$$

Так как окружные скорости зацепляющихся колес на начальных окружностях одинаковы (рис.4.10), то можно написать

$$V = \omega_1 r_{w1} = \omega_2 r_{w2} \quad \text{или} \quad \omega_1 = V / r_{w1} \quad \text{и} \quad \omega_2 = V / r_{w2}.$$

Поэтому можно найти тангенсы углов θ_1 и θ_2 , образованных линиями распределения скоростей колес и осью, соединяющей центры O_1 и O_2 :

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{V}{r_{w1}} = \omega_1 \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \theta_2 = \frac{V}{r_{w2}} = \omega_2. \quad (4.39)$$

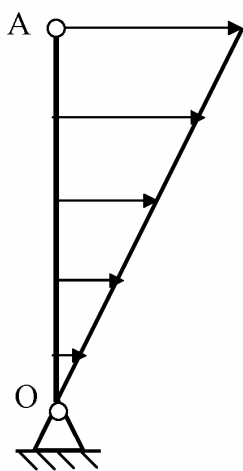


Рис.4.9.

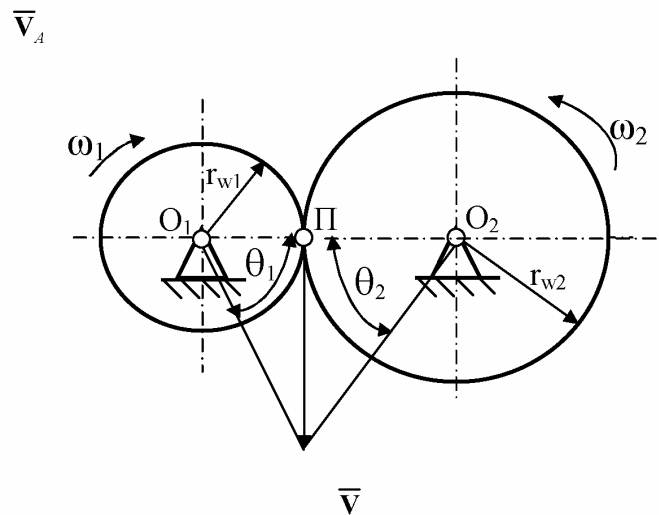


рис.4.10.

Таким образом, величину передаточного отношения можно выразить и через отношение тангенсов углов θ_1 и θ_2 , подставив их в (4.38):

$$U = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} \quad (4.40)$$

Полученные зависимости используются для графического определения передаточного отношения зубчатых механизмов с подвижными осями колес.

Рассмотрим пример графического определения передаточного отношения планетарного механизма редуктора Джемса (рис.4.11).

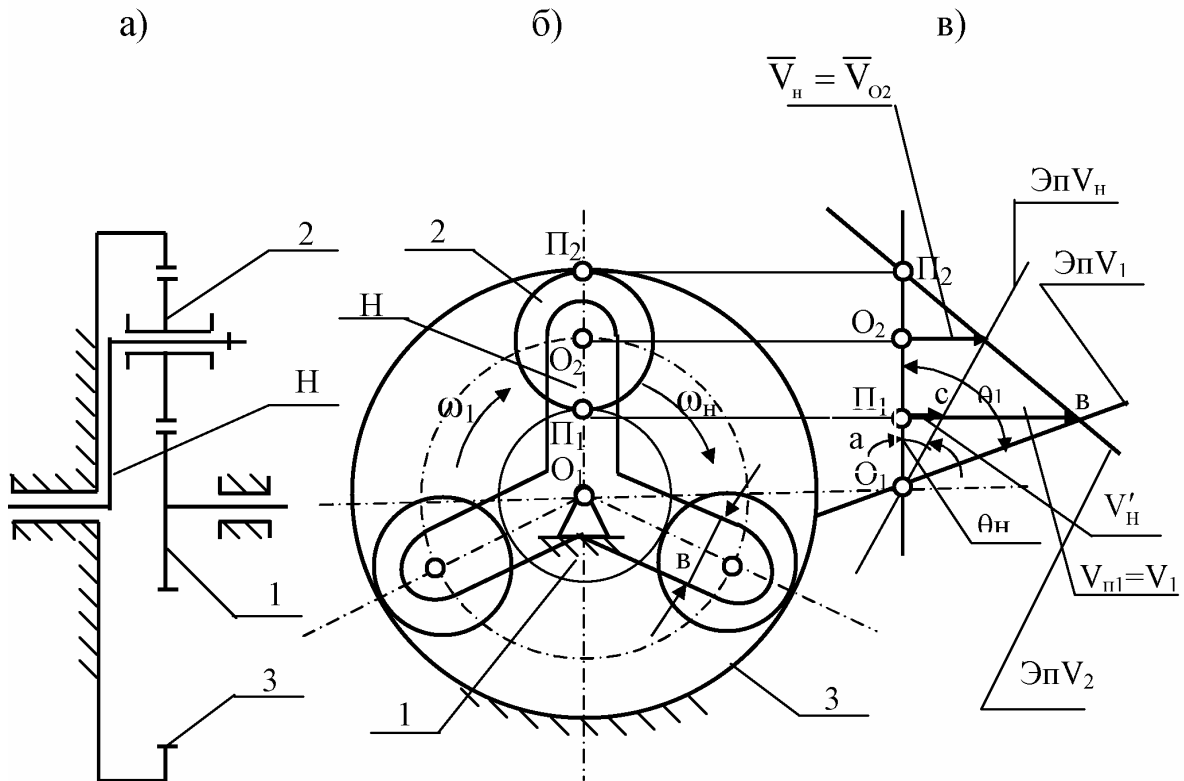


Рис .4.11.Графическое определение передаточного отношения планетарной передачи

Спроектируем на вспомогательную вертикаль точки O₁, O₂, П₁ и П₂ (рис.4.9,б и в). Зададимся произвольной величиной скорости $\bar{V}_H = \bar{V}_{O_2}$ точки, являющейся осью вращения сателлита и одновременно принадлежащей водилу H. Проведем линию распределения скоростей ЭпV_H для точек водила, которая пройдет через точку O₁, и конец вектора \bar{V}_H . Тогда линия ЭпV₂ распределения скоростей сателлита 2 пройдет через т.П₂ и конец вектора \bar{V}_H . Максимальную скорость V₂, равную отрезку 'ав', будет иметь точка П₁ касания сателлитов и сол-

нечного колеса 1. Эпюра $\text{Эп}V_1$ распределения скоростей солнечного колеса 1 пройдет через т. O_1 и конец вектора скорости V_1 . Таким образом, передаточное отношение рассматриваемого планетарного механизма можно рассчитать по формуле:

$$U_{\text{IH}}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{V_1}{r_{w1}} / \frac{V'_H}{r_{w1}} = \frac{V_1}{V'_H} = \frac{ab}{ac} \quad (4.41)$$

через отношение длин отрезков “ав” и “ас”, олицетворяющих скорости точек входного и выходного звеньев на одинаковом расстоянии от оси вращения.

Построенные линии $\text{Эп}V_1$ и $\text{Эп}V_H$ распределения скоростей для солнечного колеса и водила соответственно определяют величины углов θ_1 и θ_H для ведущего и ведомого звеньев. Тогда величина передаточного отношения может быть определена отношениями

$$U_{\text{IH}}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\text{tg}\theta_1}{\text{tg}\theta_H} \quad (4.42)$$

В данном примере величина $U_{\text{IH}}^{(3)}$ является положительной, т. к. векторы \bar{V}'_H и \bar{V}_1 направлены в одну сторону.

Проектирование планетарного редуктора является заключительным этапом в ходе выполнения курсовой работы по ТММ по разделу «Зубчатые передачи». Исходными данными являются передаточное отношение планетарной передачи и модуль. Передаточное отношение $U_{\text{ПЛ}}$ либо задается, либо вычисляется по формуле:

$$U_{\text{ПЛ}} = \frac{n_{\text{ДВ}}}{N \cdot U_p},$$

где $n_{\text{ДВ}}$ - число об/мин вала электродвигателя проектируемой или исследуемой машины;

N - число об/мин главного вала машины, равное числу рабочих ходов в минуту исполнительного звена машины;

$U_p = Z_2/Z_1$ -передаточное число рядовой ступени, геометрический синтез которой выполняется в ходе курсового проектирования.

Проектирование планетарной передачи выполняется в следующей последовательности:

1. По величине передаточного отношения $U_{\text{ПЛ}}$ выбирается схема планетарного редуктора (рис.4.2 или рис.4.3) в соответствии с рекомендациями табл.4.1.

2. Для выбранной схемы механизма определяются числа зубьев всех колес с учетом обеспечения условий соосности, соседства сателлитов и сборки.

3. Найденные числа зубьев подставляются в формулу для определения передаточного отношения, и вычисляется фактическая величина $U_{пл}$. Расхождение с заданной величиной не должно превышать $\pm 3 \%$.

4. Определяются делительные диаметры колес передачи $d=mz$ из расчета, что все колеса имеют одинаковый модуль m и нарезаны без смещения.

5. На листе курсовой работы с названием «Синтез планетарных зубчатых механизмов» вычерчивается схема планетарного механизма в выбранном масштабе в двух проекциях (см. рис.4.11а и б). На схеме должны быть показаны делительные окружности всех колес с указанием их диаметров и водило. Водило изображается условно в виде крестовины с шириной радиальных участков $B=10\text{мм}$ вне зависимости от масштаба изображения. Крестовина вычерчивается основными линиями. Вращательные кинематические пары шарниров O_1 и O_2 вычерчиваются в виде окружностей диаметром 3 мм.

6. Строится картина распределения скоростей звеньев планетарной передачи (рис.4.11,в). Исходный вектор \bar{V}_2 скорости точки O_2 принимается произвольной длины (40...60 мм). Наклонные линии распределения скоростей проводятся тонкими линиями.

7. По результатам построения определяется передаточное отношение по формулам (4.41) и (4.42). Расхождение величин $U_{пл}$, полученных аналитически и графически, не должно превышать 2 %.

8. Оформить раздел «Синтез планетарной передачи» в расчетно-пояснительной записке, где приводятся обоснование выбора схемы, расчет чисел зубьев, проверка условий соосности, соседства и сборки, а также проверка обеспечения заданного передаточного отношения.

Сводная таблица рекомендаций по проектированию
планетарной передачи

Таблица 4.1.

Схема передачи	Диапазон передаточных отношений	Формулы для определения $U_{ПЛ}$	Рекомендации по определению чисел зубьев колес передачи и числа сателлитов
Рис.2, а	$U_{1 \rightarrow n} = 2,9 \dots 6$	$U_{IH}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}$	$Z_1 + Z_3 = 215 - 38 \cdot U_{ПЛ} + 3,25 \cdot U_{ПЛ}^2$ - округлить до ближайшего четного, кратного числу сателлитов; $Z_1 = (Z_1 + Z_3) / U_{ПЛ}$; $Z_3 = (Z_1 + Z_3) - Z_1$; $Z_2 = (Z_3 - Z_1) / 2$; $k_{max} = \pi / \arcsin(1,047 - 2,047 / U_{ПЛ})$.
Рис.2, б	$U_{IH}^{(4)} = 6 \dots 12$	$U_{IH}^{(4)} = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}$	$Z_1 = Z_3 = 65 / \sqrt{U_{ПЛ}}$ - округлить до ближайшего целого числа; $Z_2 / Z_1 = \sqrt{U_{ПЛ}} - 1$; $Z_2 = Z_1 \cdot (Z_2 / Z_1)$ - округлить; $Z_4 = Z_1 + Z_2 - Z_3$; $k_{max} \leq \pi / \arcsin(1,0308 - 1 / \sqrt{U_{ПЛ}})$.
Рис.3, а	$U_{H4}^{(1)} = 12 \dots 30$	$U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4}$	$Z_1 = 2 \cdot U_{ПЛ}$ - округлить; $Z_3 = Z_1$; $Z_2 = Z_3 - 1$; $Z_4 = Z_2$; $k_{max} = 5$. $Z_1 = 85 \dots 87$; $C = 1, 2, 3$ или 4 ; $D = \frac{Z_1(Z_1 + C)}{C(U_{ПЛ} + 1) + Z_1}$ - округлить до ближайшего целого;

продолжение табл.4.1

Рис.3, б	$U_{H4}^{(1)}=26...10$ 0	$U_{H4}^{(1)} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 Z_4 - Z_1 Z_3}$	$Z_2 = Z_1 - D;$ $Z_3 = Z_2 + C; Z_4 = Z_1 + C;$ $k \leq \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{Z_1 + C + 2}{D}\right) - 1}.$
-------------	-----------------------------	--	--

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие для вузов.- 2-е изд.- М.: Наука. 1990.-592с.
2. Теория механизмов и механика машин. Учеб. для вузов/ К.В.Фролов, С.А.Попов и др.; под ред. К.В.Фролова.-М.:Высш. шк., 2003.-496с.
3. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: Учеб. пособие для вузов/ Под ред. К.В.Фролова. – М.: Высш. школа, 1998. -351 с.
4. Лекции по теории механизмов и машин/ С.Ф.Яцун, Д.И.Сафаров, Б.В.Лушников, В.Я.Мищенко / Баку: «Элм». 1999.-118с.
5. Головин А.А. Динамика механизмов.: Учеб. пособие.- М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2001. -192 с.
6. Моделирование и исследование кинематики рычажного механизма с помощью программы «ТММ 2.0»: методические указания к выполнению лабораторной работы/ сост.: С.Ф.Яцун, Б.В.Лушников; Курск. гос. техн. ун-т. Курск, 2005. 7 с.
7. Проектирование кулачкового механизма с прямолинейно движущимся роликовым толкателем с применением ЭВМ: Методические рекомендации к курсовому проектированию по теории механизмов и машин/Курск. гос. техн. ун-т; Сост. Б.В.Лушников. Курск, 1997. 29 с.
8. Проектирование планетарных зубчатых механизмов. Методические рекомендации к курсовому проектированию по теории механизмов и машин/ Курск. гос. техн. ун-т; Сост. Б.В.Лушников. Курск 2000. 22с.
9. Проектирование кулачкового механизма с качающимся и плоским толкателем с применением ЭВМ: Методические рекомендации к курсовому проектированию по теории механизмов и машин/ Курск. гос. техн. ун-т; Сост. В.Я.Мищенко, Курск, 2000. 19 с.
10. Динамический синтез плоских рычажных механизмов: Методические рекомендации к курсовому проектированию по теории механизмов и машин/Курск. гос. техн. ун-т; Сост. В.Я.Мищенко, С.А.Зайцев. Курск, 2003. 18 с.