ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕТОДОМ ПЛАНОВ

Методическое пособие для самостоятельной работы студентов

ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ МЕХАНИЗМОВ II КЛАССА С ГРУППАМИ Л.В. АССУРА РАЗЛИЧНОГО ВИДА.

Планом скоростей механизма называется фигура, образованная векторами скоростей различных точек механизма, проведенными из одной точки называемой полюсом. Обычно полюс для плана скоростей обозначается строчной латинской буквой **p** и откладывается в любом месте чертежа..

Существенным в этом определении является то, что из полюса проводятся абсолютные вектора скоростей, то есть вектора скоростей точек относительно неподвижной системы координат, системы координат связанной со стойкой. Если на плане скоростей надо отложить вектор абсолютной скорости, то его надо проводить из полюса. Если на плане скоростей найдена какая то точка, то, чтобы найти вектор её абсолютной скорости, надо этот вектор провести **из полюса** в эту точку.

Вектора относительных скоростей могут соединять концы векторов абсолютных скоростей.

Планом ускорений механизма называется фигура, образованная векторами ускорений различных точек механизма, проведенными из одной точки называемой полюсом. Обычно полюс для плана ускорений обозначается строчной (малой) латинской буквой **q** .

Из полюса проводятся абсолютные вектора ускорений, то есть вектора ускорений точек относительно неподвижной системы координат, системы координат связанной со стойкой. Например, это делается, когда решается система векторных уравнений. Вектора относительных ускорений могут соединять концы векторов абсолютных ускорений.

Повторим еще раз: абсолютный вектор откладываем из полюса, относительный соединяет концы векторов.

Планы скоростей, выполненные для 12 или 24 положений механизма, позволяют построить годографы скоростей и ускорений различных точек механизма, построить кинематические диаграммы для точек и звеньев механизма. Главное, что с помощью планов скоростей и ускорений, перенеся вектора на план механизма, конструктор может почувствовать движение звеньев механизма: когда звенья движутся с максимальной скоростью, максимальным ускорением; когда скорости и ускорения становятся равными нулю и происходит смена направления движения и другие вопросы. Все это необходимо для правильного понимания работы механизма .

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО КИНЕМАТИКЕ ИЗ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

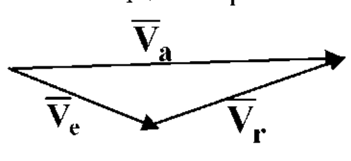
Важным понятием теоретической механики в кинематике точки является **сложное движение** материальной точки. Говорят, что точка совершает сложное движение, если абсолютное движение рассматривают состоящем из движения вместе с какой -то подвижной системой координат и относительно этой системы координат. Например, движение лодки относительно берегов представляют состоящим из движения вместе с потоком реки и движения относительно этого потока.

В сложном движении выделяют относительное и переносное движение. Например точка С совершает абсолютное движение при этом она находится в точке С' подвижной системы координат и в следующий момент она из нее вылетит. Скорость $\mathbf{V_{C'}}$, ускорение $\mathbf{a_{C'}}$ являются переносными скоростью и ускорением. Скорость $\mathbf{V_{CC'}}$, ускорение $\mathbf{a_{CC'}}$ будут относительными скоростью и ускорением точки С.

Для сложного движения доказывались две теоремы: теорема о **сложении скоростей** точки, совершающей сложное движение и теорема о **сложении ускорений** точки, совершающей сложное движение или теорема Кориолиса.

Теорема о сложении скоростей гласит, что скорость точки в абсолютном движении $\overline{\mathbf{V}}_\mathbf{a}$ равна сумме скоростей в переносном движении (движении вместе с подвижной системой координат) $\overline{\mathbf{V}}_\mathbf{e}$ и скорости в относительном движении, движении относительно подвижной системы координат $\overline{\mathbf{V}}_\mathbf{r}$.

$$\overline{\mathbf{V}}_\mathbf{a} = \overline{\mathbf{V}}_\mathbf{e} + \overline{\mathbf{V}}_\mathbf{r}$$



В обозначениях С и С' $\overline{\mathbf{V}}_\mathbf{C} = \overline{\mathbf{V}}_\mathbf{C'} + \overline{\mathbf{V}}_\mathbf{CC'}$

Теорема о сложении ускорений, теорема Кориолиса, гласит, что ускорение точки в абсолютном движении $\bar{a}_a$ равно сумме трех ускорения: ускорения в переносном движении (движении вместе с подвижной системой координат) $\bar{a}_e$, ускорения в относительном движении, движении относительно подвижной системы координат $\bar{a}_r$ и добавочного, поворотного, кориолисова ускорения $\bar{a}_k$.

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_k$$

В обозначениях C и C'

$$\overline{a_C} = \overline{a_{C'}} + \overline{a_{CC'}} + \overline{a_к}$$

Вектор кориолисова ускорения $\bar{a}_k$ равен удвоенному векторному произведению вектора угловой скорости переносного движения $\bar{\omega}_e$ на вектор $\bar{V}_r$ скорости точки в относительном движении

$$\bar{a}_k = 2 * \left[\bar{\omega}_e \times \bar{V}_r\right]$$

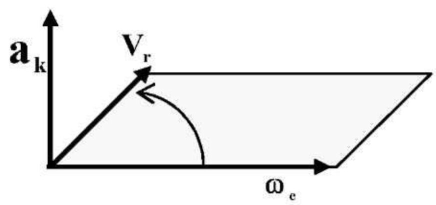
Модуль векторного произведения равен произведению модулей на синус угла между векторами.

$$a_k = 2\omega_e V_r \sin\left(\widehat{\bar{\omega}_e \bar{V}_r}\right) \;;$$

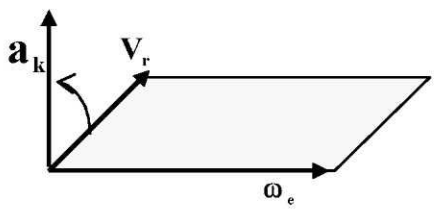
В плоских механизмах вектор угловой скорости подвижной системы координат всегда будет перпендикулярен этой плоскости, тоесть перпендикулярен вектору относительной скорости, который всегда лежит в плоскости движения механизма.

$\bar{\omega}_e \perp \bar{V}_r$, поэтому $\sin\left(\widehat{\bar{\omega}_e \bar{V}_r}\right)$ $= \sin 90^0 = 1$ и $a_k = 2\omega_e V_r$;

Направление кориолисова ускорения определяется правилом определения направления векторного произведения. А именно, вектор векторного произведения направлен перпендикулярно плоскости образованной этими двумя векторами в сторону откуда кратчайший поворот от первого вектора $\bar{\omega}_e$ ко второму $\bar{V}_r$ виден происходящим против часовой стрелки.

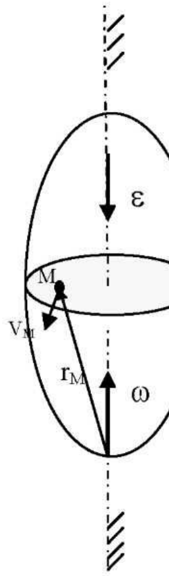


Для плоского механизма, когда вектор переносной угловой скорости перпендикулярен вектору относительной скорости $\bar{\omega}_e \perp \bar{V}_r$, можно использовать другое правило определения направления кориолисова ускорения. Необходимо вектор относительной скорости повернуть в направлении круглой стрелки переносной угловой скорости на 90^0.



Для определения направления кориолисова ускорения можно пользоваться любым правилом.

КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА С НЕПОДВИЖНОЙ ОСЬЮ

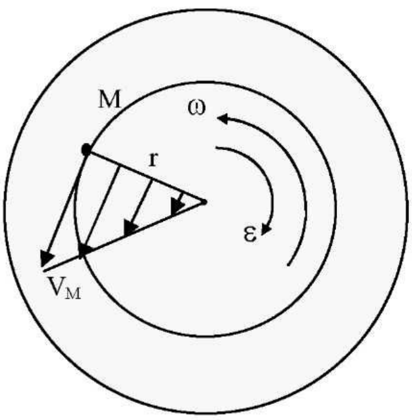


Скорость точки М тела можно определить как векторное произведение угловой скорости твердого тела на радиус вектор точки.

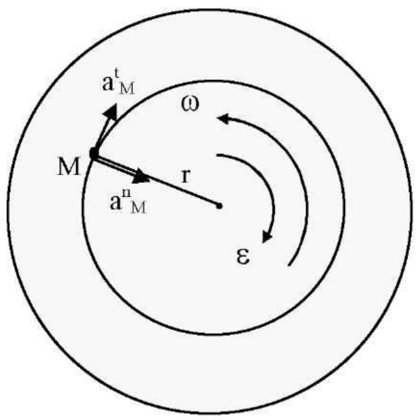
$$\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{M}} = \left[\overline{\omega}_e \times \overline{\mathbf{r}}_M\right]$$

Для нас, однако, большее значение имеет рассмотрение кинематики в плоскости перпендикулярной оси вращения тела.

Скорость точки М.



Ускорение точки М



Точка М движется по окружности, поэтому скорость является касательной к этой окружности, перпендикулярной радиусу . Модуль скорости равен $\mathbf{V_M = \omega r}$. Закон изменения скорости вдоль радиуса линейный.

Ускорение точки М в движении по окружности необходимо разложить на нормальное и тангенциальное.

$$\overline{\mathbf{a}}_M = \overline{\mathbf{a}}^n{}_M + \overline{\mathbf{a}}^t{}_M$$

Модуль нормального ускорения $\qquad a^n{}_M = \omega^2 r$

Модуль тангенциального ускорения $\qquad a^t{}_M = \varepsilon r$

Нормальное ускорение направлено от точки к центру вращения, к оси твердого тела.

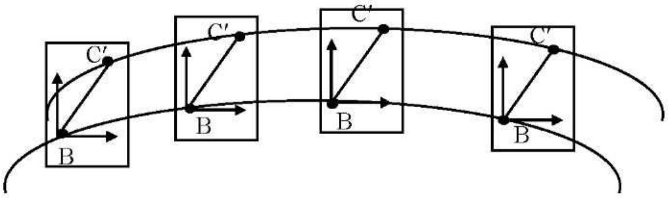
Тангенциальное ускорение направлено по касательной к окружности, перпендикулярно к радиусу в сторону углового ускорения твердого тела $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$.

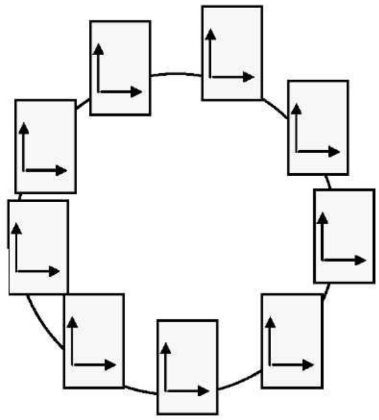
ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Часто при рассмотрении сложного движения точек звеньев механизма подвижную систему координат выбирают движущейся поступательно.

Поступательным движение твердого тела называется такое движение, при котором любой отрезок прямой, принадлежащий твердому телу остается параллельным самому себе при движении.

Поступательное движение бывает **прямолинейным** (поршень относительно цилиндра) и **криволинейным**. Кривая при этом может быть любая, в частности окружность.





Свойства поступательного перемещения:

1. Угловая скорость тела, или подвижной системы координат, движущихся поступательно равны нулю $\omega=0$
2. Траектории всех точек (например C′ и B) одинаковы и равны траектории какой то одной точки B . Рис 4
3. Скорости всех точек одинаковы и равны скорости какой то одной точки B $\overline{V}_B = \overline{V}_{C'}$
4. Ускорения всех точек одинаковы и равны ускорению какой то одной точки B $\overline{a}_B = \overline{a}_{C'}$

Если выбрать в сложном движении подвижную систему координат движущуюся поступательно, то добавочное, кориолисово ускорение по теореме Кориолиса будет равно нулю, так как равна нулю угловая скорость переносного движения. Это часто используется в разработанных методах построения планов скоростей и ускорений для групп II класса.

ПРИМЕР РАССМОТРЕНИЯ СКОРОСТИ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

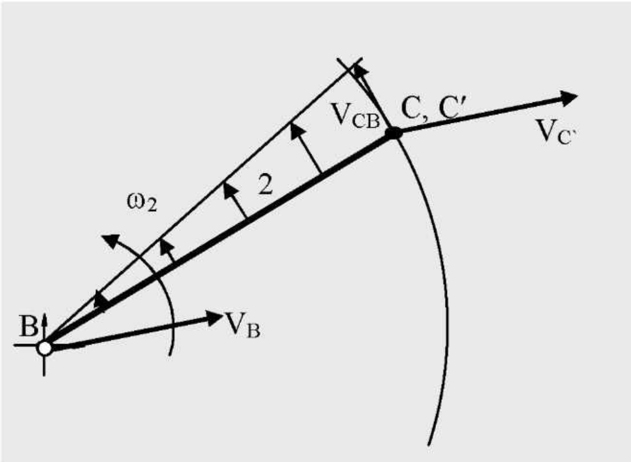
Рассмотрим подвижную систему координат(она выделена цветом) движущуюся поступательно со скоростью точки B $\mathbf{V}_B$. Рис В этой системе координат в точке B закреплен шарнирно шатун BC, который, раз он закреплен шарнирно , может совершать только вращательное движение вокруг B. Рис 5 То есть в относительном движении имеем опять вращение твердого тела с неподвижной осью. Любая точка звена BC будет двигаться по окружности вокруг B и это будет относительное движение. Относительную скорость . $\overline{V}_{CC'}$ будем поэтому обозначать $\overline{V}_{CB}$ и называть скоростью вращения C вокруг B .

$$\overline{V}_{CC'} = \overline{V}_{CB}$$

$$\overline{V}_{C'} = \overline{V}_{B}$$ по свойству поступательного перемещения.

Скорость в абсолютном движении для точки C выразится как

$$\overline{V}_C = \overline{V}_{C'} + \overline{V}_{CC'} = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB}$$



Запишем абсолютную скорость движения точки С как сумму переносной и относительной скоростей.

$$\overline{V}_C = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB}$$

ПРИМЕР РАССМОТРЕНИЯ УСКОРЕНИЕ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

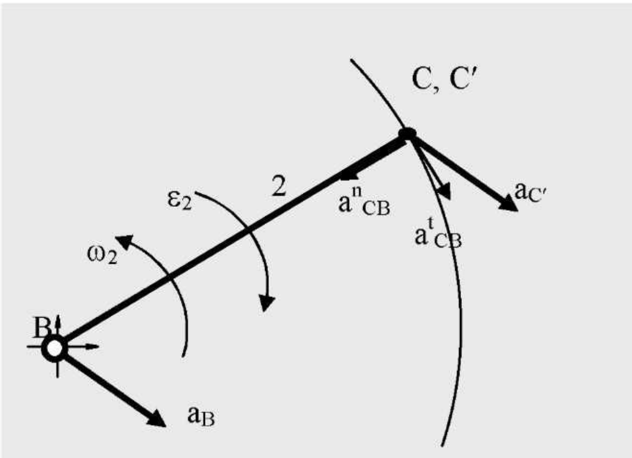
Рассмотрим движение точки С, принадлежащей звену, закрепленному шарнирно в подвижной системе координат и совершающим относительное движение

Запись векторного уравнения для определение абсолютного ускорения точки С принадлежащей звену, закрепленному шарнирно в подвижной системе координат проводится аналогично, как для скоростей.

$\overline{a}_B = \overline{a}_{C'}$ по свойству поступательного перемещения. Относительное ускорение будет ускорение вращения С вокруг В, поэтому $\overline{a}_{CC'} = \overline{a}_{CB} = \overline{a}^n{}_{CB} + \overline{a}^t{}_{CB}$; В итоге векторное уравнение для абсолютного ускорения $\overline{a}_C = \overline{a}_{C'} + \overline{a}_{CC'} + \overline{a}_K = \overline{a}_B + \overline{a}_{CB} = \overline{a}_B + \overline{a}^n{}_{CB} + \overline{a}^t{}_{CB}$

Кориолисово ускорение равно нулю, так как подвижная система координат не вращается и ω переносного движения равна нулю

Относительное ускорение раскладывается на нормальное и тангенциальное, как во вращательном движении.



Запишем абсолютное ускорение точки С как сумму переносного и относительного ускорений.-

$$\overline{a}_C = \overline{a}_B + \overline{a}^n{}_{CB} + \overline{a}^t{}_{CB}$$

ТЕОРЕМЫ ПОДОБИЯ ДЛЯ ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

Точки не плане механизма мы обозначаем большими прописными латинскими буквами. На планах скоростей и ускорений соответствующие точки обозначены такими же но малыми, строчными латинскими буквами.

Теорема подобия для планов скоростей формулируется так: **фигуры**, образованные соответствующими точками на плане механизма и на плане скоростей **подобны** и **подобно расположены.** Часто фигурами являются треугольники из соответствующих точек.

Аналогично формулируется и **теорема подобия для плана ускорений**. **Фигуры**, образованные соответствующими точками на плане ускорений и на плане механизма **подобны** и **подобно расположены.**

Другими словами при построении подобных фигур необходимо следить за двумя условиями: фигуры должны быть подобны и направления обхода на этих двух фигурах должны быть одинаковы. Направление обхода может быть и там и там либо против часовой стрелки, либо по.

С помощью этих теорем необходимо всегда искать скорости и ускорения отдельных точек звеньев механизма.

ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ МЕХАНИЗМОВ II КЛАССА С ГРУППАМИ Л.В. АССУРА РАЗЛИЧНОГО ВИДА

МЕХАНИЗМ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

Группа Л.В. Ассура с тремя вращательными парами

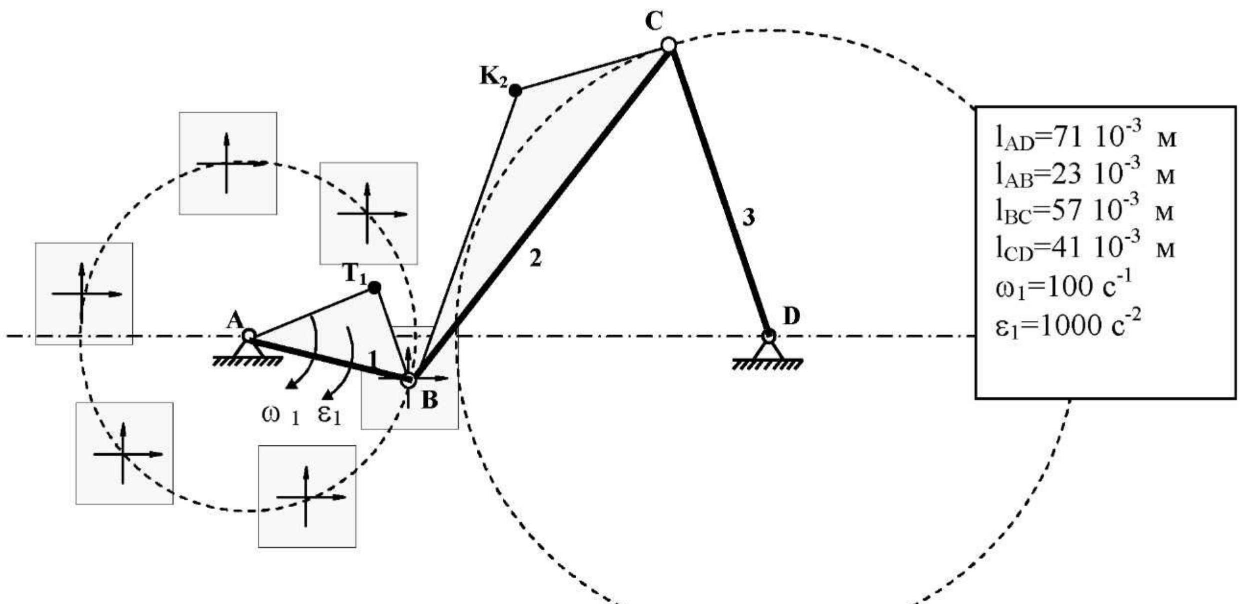
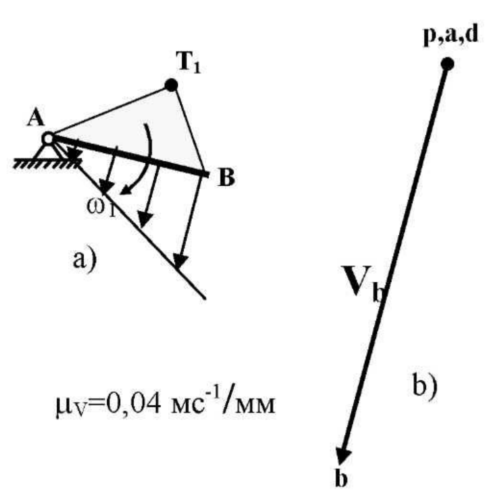


Рис 5

ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА СКОРОСТЕЙ

Построение плана скоростей для всего механизма осуществляется в соответствии с формулой строения механизма I(0,1)→II(23),начиная с механизма I класса, затем следует первая подсоединяемая группа, затем следующая и т.д.

ПЛАН СКОРОСТЕЙ МЕХАНИЗМА I КЛАССА

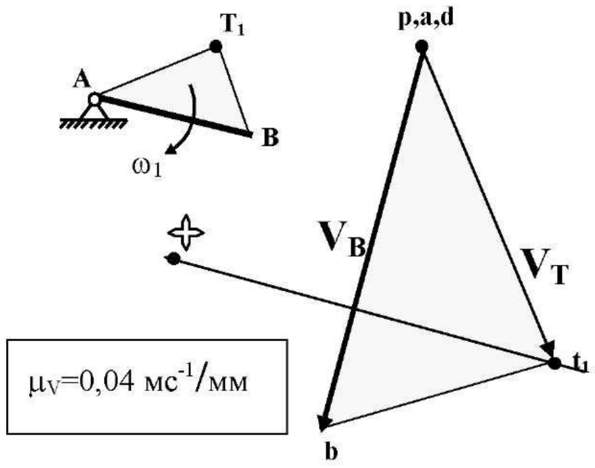


Чтобы построить план скоростенй механизма I класса Рис 6а), достаточно построить скорость точки В на конце кривошипа. Кривошип есть вращающееся тело с неподвижной осью и применима рассмотренные формула для скорости точки. Подставим в нее значения из исходных данных.

$$\mathbf{V_B=\omega_1 l_{AB}=100\ 0{,}023=2{,}3\ мс^{-1}}$$

Из точки р полюса плана скоростей Рис 6b) откладываем вектор скорости точки В $\mathbf{V_B}$ перпендикулярно **АВ** в направлении угловой скорости $\boldsymbol{\omega_1}$. Это и будет **план скоростей** механизма I класса. Масштабный коэффициент плана скоростей определим по формуле. Отрезок рв получаем замером длина на плане скоростей.

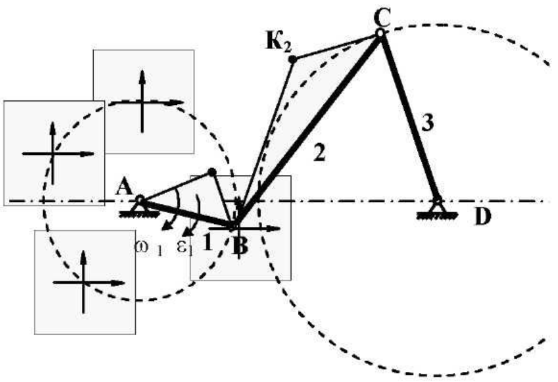
$$\mathbf{\mu_V = V_B/pb = 2{,}3/58=0{,}04\ \ мс^{-1}/мм}$$



Сорость любой точки кривошипа, например T_1 может быть определена на плане скоростей с помощью теоремы подобия.

На отрезке pb строим треугольник at_1b подобный треугольнику AT_1 B на плане механизма. При этом треугольник at_1b может быть расположен как справа от вектора скорости, так и слева. Какое положение точки t_1 правильное? Правильное положение определяется вторым условием теоремы подобия, именно: направление обхода этих двух треугольников должно быть одинаковым. на плане механизма и на плане скоростей. Зададим направление обхода ATB по часовой стрелке на плане механизма, на плане скоростей обход atb тоже должно быть по часовой стрелке. Поэтому верным будет правое положение точки t_1, отмеченное на плане. Положение отмеченное крестом неверное.

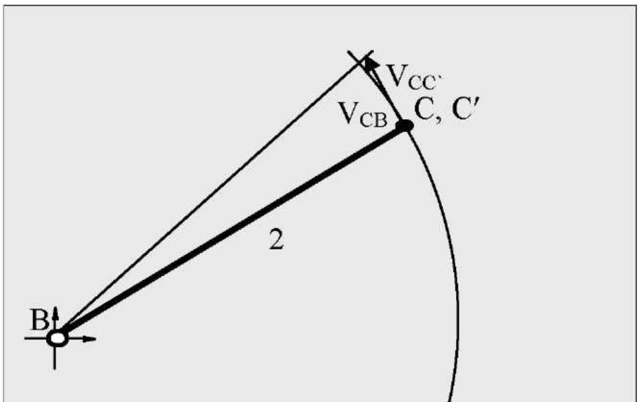
ПЛАН СКОРОСТЕЙ ДЛЯ ГРУППЫ Л.В.АССУРА И ВСЕГО МЕХАНИЗМА.



Общим принципом построения плана скоростей и ускорений для групп Ассура различных видов является построение скорости и ускорения точки, принадлежащей внутренней кинематической паре , в нашем случае точки С. При этом всегда движение этой точки рассматривают с одной стороны как абсолютное, а с другой, то же абсолютное движение представляют как сложное.
Чтобы построить план скоростей группы Ассура перейдем к точке С , к точке, принадлежащей внутренней кинематической паре C_5, центру шарнира, соединяющего коромысло и шатун.

С **одной** стороны абсолютное движение точки С относительно стойки, есть движение С по окружности вокруг D, линия действия этой скорости будет направлена перпендикулярно радиусу CD.
$\mathbf{V_C}$ – вектор скорости точки С перпендикулярен CD.. $\mathbf{V_C \perp CD}$

С **другой** стороны рассмотрим движение точки С как сложное. Выберем подвижную систему координат с центром в точке В и движущуюся поступательно. Это будет криволинейное поступательное движение с траекторий – окружность, описываемой точкой В вокруг А.

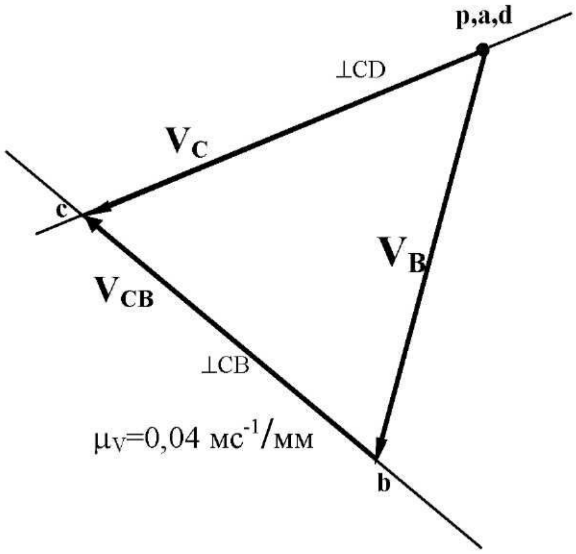


Переместимся в подвижную систему координат. В точке В в этой системе координат шарнирно закреплен шатун 2 звено ВС , поэтому в относительном движении шатун ВС может только совершать вращательное движение вокруг В и траекторией движения точки С в относительном движении будет окружность. Поэтому можно обозначить $\mathbf{V_{CC'}= V_{CB}}$. И скорость в относительном движении есть скорость вращения С вокруг В
В переносном движении $\mathbf{V_{C'}= V_B}$

Запишем векторное уравнения движения точки С, рассмотрев движение этой точки и как абсолютное и как сложное.При этом преобразуем его к удобному виду.

$$\underset{\perp CD}{\overline{\mathbf{V_C}}} = \underset{V_B}{\overline{\mathbf{V_{C'}}}} + \underset{\perp CB}{\overline{\mathbf{V_{CC'}}}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V_B}}} + \underset{\perp CB}{\overline{\mathbf{V_{CB}}}}$$

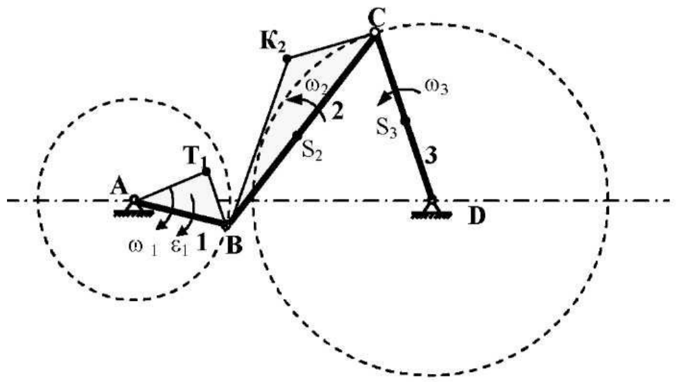
Запишем в окончательном виде векторное уравнение для определения скорости точки С .При этом жирным шрифтом изобразим полностью известные вектора а обычным шрифтом вектора с неизвестным модулем.



$$\underset{\perp CD}{\overline{V_C}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V_B}}} + \underset{\perp CB}{\overline{V_{CB}}}$$

В этом векторном уравнении две неизвестных : модули векторов V_C и , V_{CB} . Их можно найти, замкнув эти два направления. На плане скоростей механизма I класса проводим два направления : линии действия векторов V_C и V_{CB}.

Из полюса проводим направление ⊥CD абсолютного вектора V_C. Из конца вектора $\mathbf{V_B}$ проведем линию действия V_{CB} ⊥CB**.**На пересечении двух линий получим точку **с.** Расставляя стрелки векторов в соответствии с векторным уравнением, получим скорости V_C и V_{CB}. **Это и будет план скоростей всего механизма.**



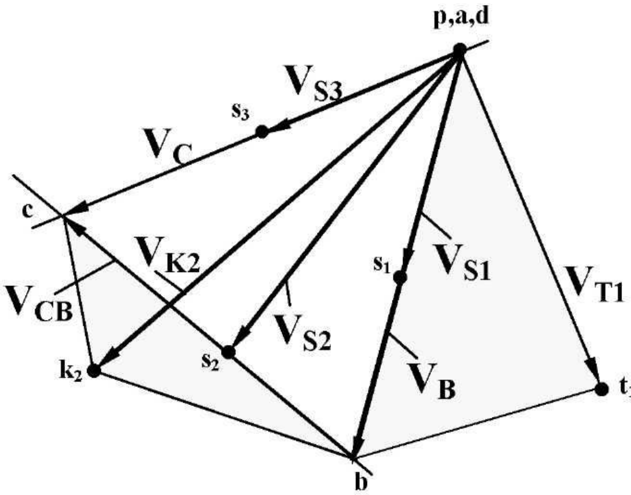
Приведем окончательный план скоростей на котором с помощью теоремы подобия определим и покажем скорости характерных точек T_1, K_2, S_1, S_2, S_3.

T_1-вершина треугольника на 1 звене. На плане скоростей это точка t_1 -вершина подобного треугольника с одинаковым направлением обхода.

K_2-вершина треугольника на звене 2. Строим на плане скоростей треугольник подобный и подобно расположенный. Вектор скорости V_{12} проводим из полюса.

S_1, S_2, S_3 – центры масс соответствующих звеньев, расположены посредине, и соответственно на плане скоростей эти точки будут посредине соответствующих отрезков.

μ_V=0,04 мс$^{-1}$/мм



Найдем из этого плана скоростей модули некоторых векторов

V_{K2} = 0,04 * 65 = 2,6 мс$^{-1}$

V_{T1} = 0,04 * 48 = 1,92 мс$^{-1}$

V_{S1} = 0,04 * 28,7 = 1,15 мс$^{-1}$

V_{S2} = 0,04 * 51 = 2,04 мс$^{-1}$

V_{S3} = 0,04 * 51 = 2,04 мс$^{-1}$

V_C = 0,04 * 57 = 2,28 мс$^{-1}$

V_{CB} = 0,04 * 50 = 2,0 мс$^{-1}$

Угловые скорости

$\omega_2 = V_{CB} / l_{CB} = 2/0{,}057 = 35$ с$^{-1}$

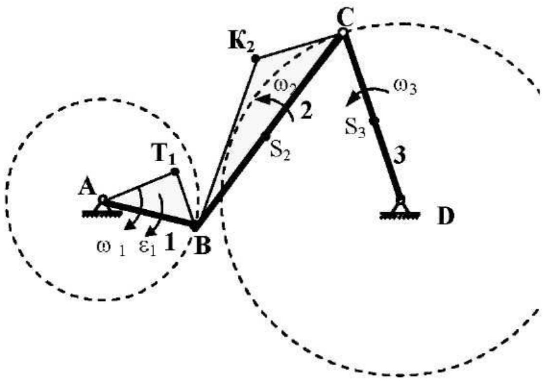
$\omega_3 = V_C / l_{CD} = 2{,}28/0{,}041 = 55{,}6$ с$^{-1}$

Направление угловой скорости ω_2 найдем перенеся вектор V_{CB} в точку С на плане механизма. Угловая скорость будет против часовой стрелки.

Аналогично и для ω_3.

ПЛАН УСКОРЕНИЙ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

План ускорений начинаем строить с плана ускорений для механизма I класса. Необходимо построить ускорение точки В.



Механизма I класса это вращающееся звено с неподвижной осью. Для ускорения точки В применимы рассмотренные ранее формулы.

$$\overline{a_B} = \overline{a_B^n} + \overline{a_B^t}$$

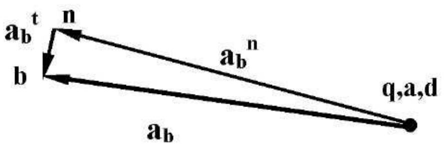
Нормальное ускорение можем найти из плана скоростей

$$a_B^n = \omega_1^2 * l_{AB} = 100^2 * 0{,}023 = 230 \quad мс^{-2}$$

Нормальное ускорение направлено от точки В к центру вращения, то есть от точки В к точке А

Из полюса q откладываем вектор длиной qn=50 мм и определяем масштабный коэффициент μ_a.

$$\mu_a = a_B^n / qn = 230/50 = 4{,}6 \quad мс^{-2}$$



Тангенциальное ускорение направлено перпепндикулярно радиусу по угловому ускорению из точки n. Откладываем отрезок nb , найденный по формулам.

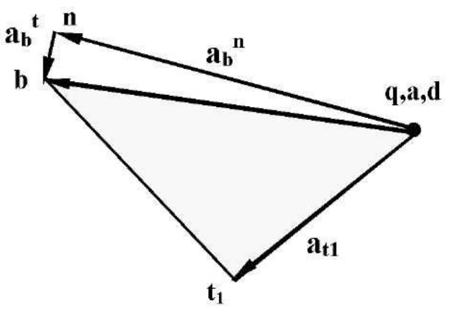
$$a_B^t = \varepsilon * l_{AB} = 1000 * 0{,}023 = 23 \quad мс^{-2}$$

$$nb = a_B^t / \mu_a = 23/4{,}6 = 5 \text{ мм}$$

В результате получим точку **b.** Соединяя точку b с полюсом получим вектор ускорения точки В.

$$a_B = pb^* / \mu_a = 51 * 4{,}6 = 234.6 \quad мс^{-2}$$

Это и будет план ускорений **механизма I класса.**



Точку t_1 и ускорение $\mathbf{a_{t1}}$, найдем построив на **ав** треугольник **at₁b** подобный треугольнику **AT₁B** на плане механизма, проследив чтобы совпали направления обхода. Это и будет план ускорений **механизма I класса.**

$$a_{t1} = pb * \mu_a = 33 * 4{,}6 = 151.8 \quad мс^{-2}$$

$\mu_a = 4{,}6 \quad мс^{-2}/ мм$

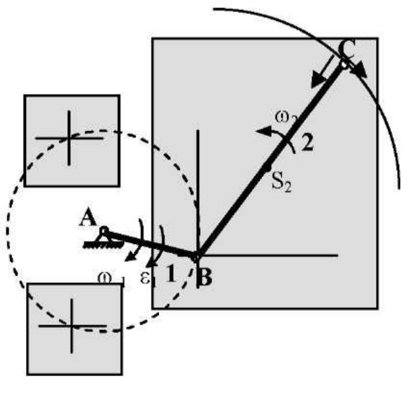
ПЛАН УСКОРЕНИЙ ДЛЯ ГРУППЫ АССУРА

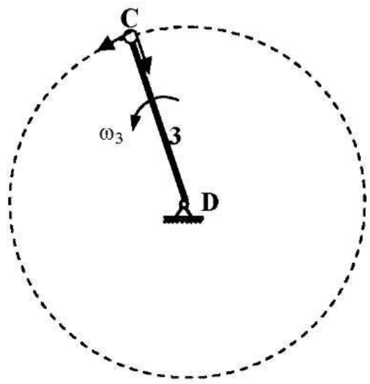
После построения плана ускорений механизма I класса переходим к точке C, принадлежащей внутренней кинематической паре группы Ассура. Рассмотрим движение точки С с двух сторон. На рисунке точка С и план механизма разделены..

С одной стороны точка С совершает абсолютное движение , вращаясь вокруг D . В этом движении она будет иметь нормальное и тангенциальное ускорение

С другой стороны точка С совершает сложное движение: вместе с подвижной системой координат с началом в точке В и движущейся поступательно и относительно этой подвижной системы координат. Переносным для С будет ускорение точки В , а в относительном движении звено 2 движется как тело с неподвижной осью и ускорение надо разложить на нормальное и тангенциальное.

.





В абсолютном движении ускорение С надо разложить на нормальное и тангенциальное.

$$\overline{a_C} = \overline{\mathbf{a_C}^{\mathbf{n}}} + \overline{a_C^{t}}$$

Нормальное ускорение направлено от С к D, к центру вращения, параллельно CD . Модуль нормального ускорения можно найти по формуле

$$a_C^{n} = \omega_3^{2} * l_{CD} = 55{,}6^{2} * 0{,}041 = 126.7 \text{ мс}^{-2}$$

Тангенциальное ускорение направлено перпендикулярно радиусу и модуль его неизвестен. Жирным шрифтом выделен полностью известный вектор $\mathbf{a_C}^{\mathbf{n}}$. Неизвестные вектора показаны обычным шрифтом. . Уравнение для С **в сложном движение** выглядит так:

$$\overline{a_C} = \overline{\mathbf{a_B}} + \overline{\mathbf{a_{CB}}^{\mathbf{n}}} + \overline{a_{CB}^{t}}$$

Нормальное ускорение $\mathbf{a_{CB}}^{\mathbf{n}}$ направлено от С к В, к центру вращения , параллельно СВ . Модуль нормального ускорения можно найти по формуле

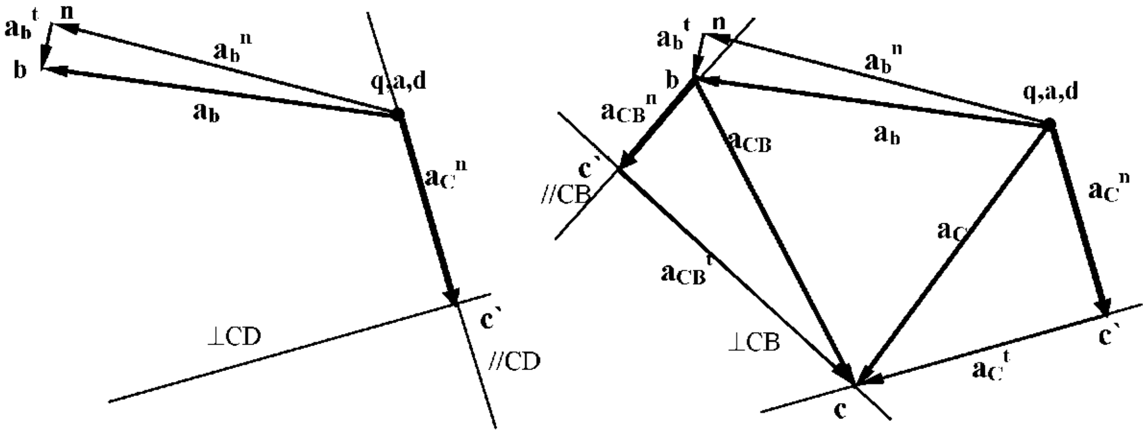
$$a_{CB}^{n} = \omega_2^{2} * l_{CB} = 35^{2} * 0{,}057 = 70 \text{ мс}^{-2}$$

Тангенциальное относительное ускорение направлено перпендикулярно BD и модуль его неизвестен.

Таким образом для определения ускорения точки С имеем систему двух векторных уравнений с двумя неизвестными векторами a_C^t и a_{CB}^t, которые можно найти замкнув эти два направления.

$$\begin{cases} \overline{a_C} = \overline{\mathbf{a_C^n}} + \overline{a_C^t} \\ \overline{a_C} = \overline{\mathbf{a_B}} + \overline{\mathbf{a_{CB}^n}} + \overline{a_{CB}^t} \end{cases}$$

μ_a=4,6 мс$^{-2}$/ мм



Начинаем построение с первого уравнения системы . Из полюса плана ускорений для механизма I класса параллельно CD откладываем вектор $\mathbf{a_C^n}$. Величина qc` в миллиметрах равна

qc` = $\mathbf{a_C^n}/\mu_a$= 126,7/4,6=27,5 мм

Перпендикулярно проводим направление тангенциального ускорения, линию ⊥CD.

Далее строим второе уравнение. Сложение векторов проводим по правилу векторных многоугольников. Сначала складываем известные вектора, затем проводим линию действия неизвестного вектора . Из полюса уже проведен вектор $\mathbf{a_b}$. Далее из точки b , соответствующей концу вектора $\mathbf{a_b}$ откладываем известный вектор $\mathbf{a_{CB}^n}$ Отрезок bc`` найдем по формуле.

bc`` = $\mathbf{a_{CB}^n}/\mu_a$= 70 /4,6=15,2 мм

После этого . из конца построенного вектора c`` проводим линию действия $\mathbf{a_{CB}^t}$. На пересечении двух направлений находится точка **c** . Соединив с этой точкой полюс и точку b мы получим абсолютное ускорение точки с $\mathbf{a_C}$ и относительное $\mathbf{a_{CB}}$.

Замеряя длины векторов на плане и умножая на масштаб, мы получим абсолютные значения этих векторов.

a_{CB}^t=46*4,6= **211,6** мс$^{-2}$ a_C^t=38*4,6= **174,8** мс$^{-2}$

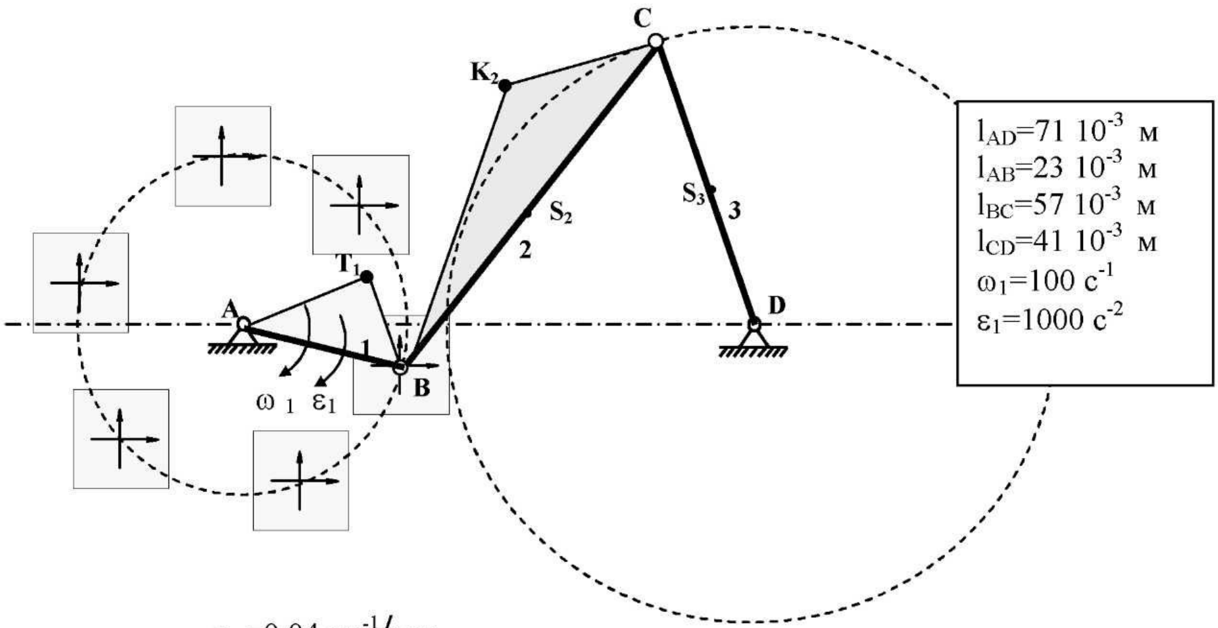
a_{CB}=50*4,6= **230** мс$^{-2}$ a_C=48*4,6= **220,8** мс$^{-2}$

Угловые ускорение звеньев 2 и 3 ищем по формулам.

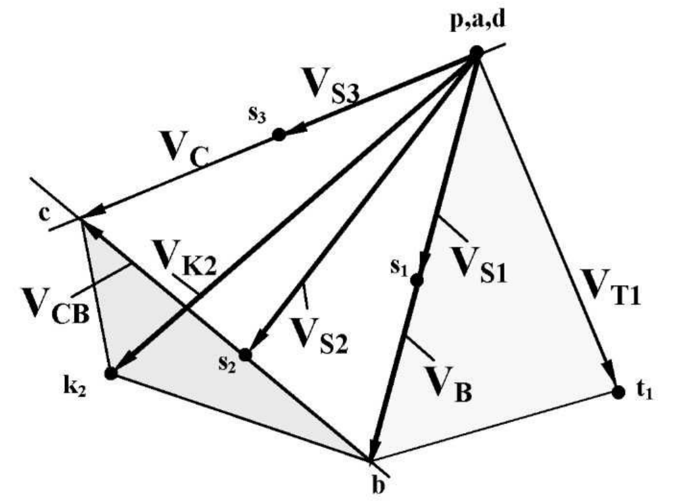
$\varepsilon_2 = a_{CB}^t / l_{CB}$ = 211,6 /0,057 = 3712,5 с$^{-2}$ Направлено по часовой стрелке

$\varepsilon_3 = a_C^t / l_{CD}$ = 174,8 /0,041 = 4263,4 с$^{-2}$ Направлено против часовой стрелки

Приведем вместе план механизма и планы скоростей и ускорений шарнирного четырехзвенника

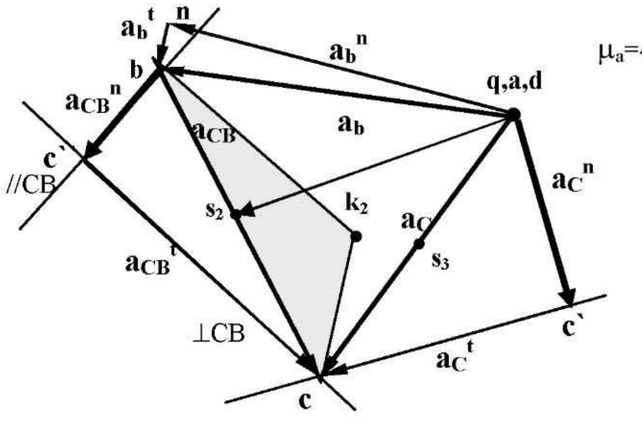


μ_V=0,04 мс$^{-1}$/мм



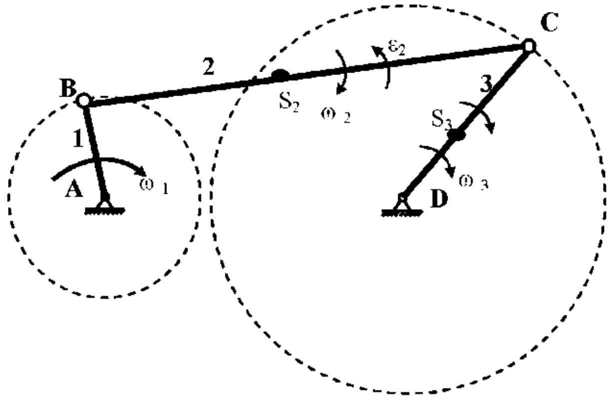
ПЛАН СКОРОСТЕЙ

μ_a=4,6 мс$^{-2}$/ мм



ПЛАН УСКОРЕНИЙ

ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА В ДРУГИХ ПОЛОЖЕНИЯХ



ВЕКТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$\mathbf{V_B = \omega_1 l_{AB}}$ $\qquad \underset{\perp CD}{\overline{V_C}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V_B}}} + \underset{\perp C}{\overline{V_{CB}}}$

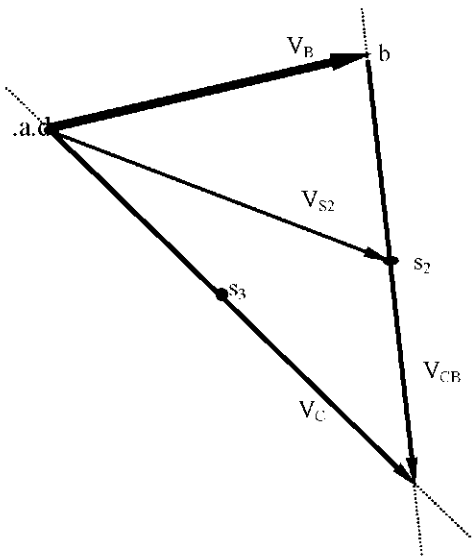
$a_B = a_B^n + a_B^t \qquad a_B^n = \omega_1^2 * l_{AB}$

$a_B^t = \varepsilon_1 * l_{AB} = \mathbf{0}, \quad \varepsilon_1 = 0$

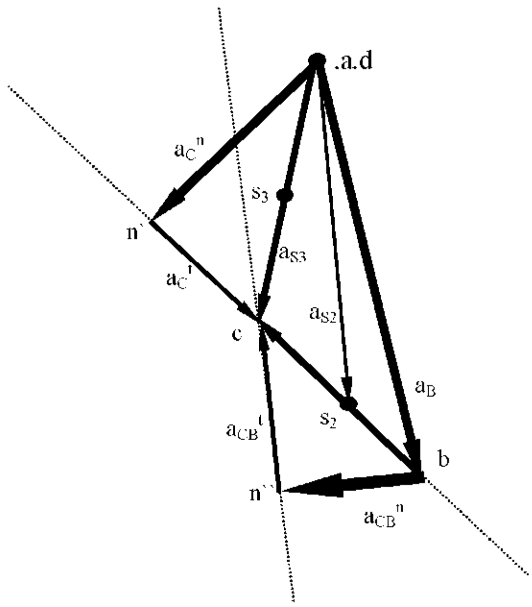
$\omega_2 = V_{CB}/\, l_{CB}; \qquad \omega_3 = V_C/\, l_{CD}\,;$

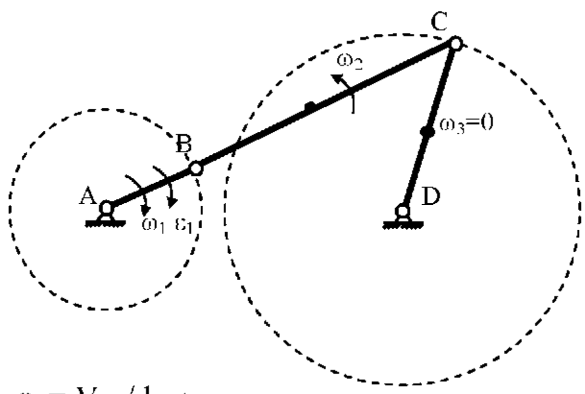
$$\begin{cases} \overline{a_C} = \underset{\parallel CD}{\overline{\mathbf{a_C^n}}} + \underset{\perp CD}{\overline{a_C^t}}\;; & a_C^n = \omega_3^2 * l_{CD}\,; \quad \varepsilon_3 = a_C^t/\, l_{CD}\;; \\ \overline{a_C} = \overline{\mathbf{a_B}} + \underset{\parallel CB}{\overline{\mathbf{a_{CB}^n}}} + \underset{\perp CB}{\overline{a_{CB}^t}}\;; & a_{CB}^n = \omega_2^2 * l_{CB}\;; \quad \varepsilon_2 = a_{CB}^t/\, l_{CB}\,; \end{cases}$$

ПЛАН СКОРОСТЕЙ



ПЛАН УСКОРЕНИЙ





ВЕКТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$\mathbf{V_B=\omega_1 l_{AB}}$ $\quad\quad$ $\overline{V_C} = \overline{\mathbf{V_B}} + \overline{V_{CB}}$

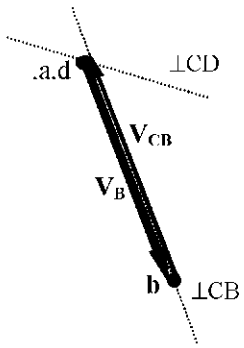
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \perp CD \quad \perp AB \quad \perp CB$

$\overline{a_B} = \overline{a_B^n} + \overline{a_B^t}$; $\quad a_B^n = \omega_1^2 * l_{AB}$;

$a_B^t = \varepsilon_1 * l_{AB}$ **;**

$\omega_2 = V_{CB} / l_{CB}$;

План скоростей

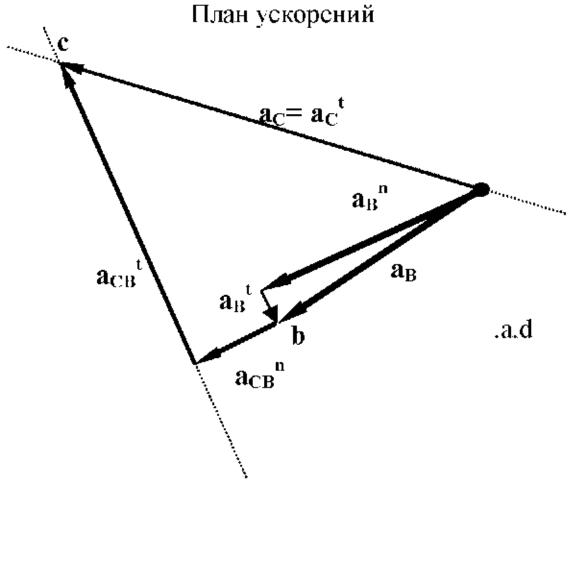


Сначала из полюса проводим вектор $V_B \perp AB$. Это план скоростей мех. I класса. Переходим к С. Решаем векторное уравнение для скоростей. Из полюса р проводим направление скорости $V_C \perp CD$. Из конца V_B, точки b, проводим направление V_{CB} $\perp CB$. Два направления пересекаются в точке b. Стрелку ставим в соответствии с векторным уравнением. Делаем выводя по плану скоростей.

Выводы $\quad\quad V_C=0 \quad\quad \omega_3 = V_C / l_{CD} = 0; \quad\quad a_C^n = \omega_3^2 * l_{CD} = 0$

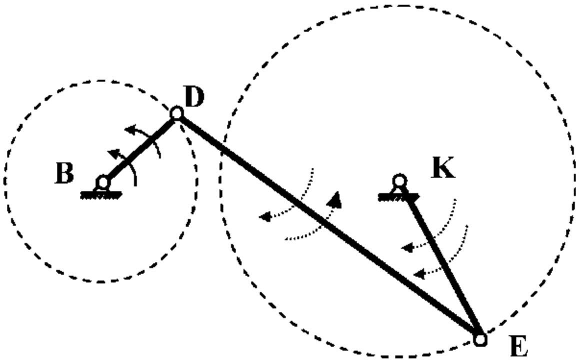
$$\begin{cases} \overline{a_C} = \overline{\mathbf{a_C^n}} + \overline{a_C^t} \;; \quad \varepsilon_3 = a_C^t / l_{CD} \;; \\ \quad\quad\quad \| CD \quad \perp CD \\ \overline{a_C} = \overline{\mathbf{a_B}} + \overline{\mathbf{a_{CB}^n}} + \overline{a_{CB}^t} \;; \quad a_{CB}^n = \omega_2^2 * l_{CB} \;; \quad \varepsilon_2 = a_{CB}^t / l_{CB} \;; \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad \| CB \quad \perp CB \end{cases}$$

План ускорений

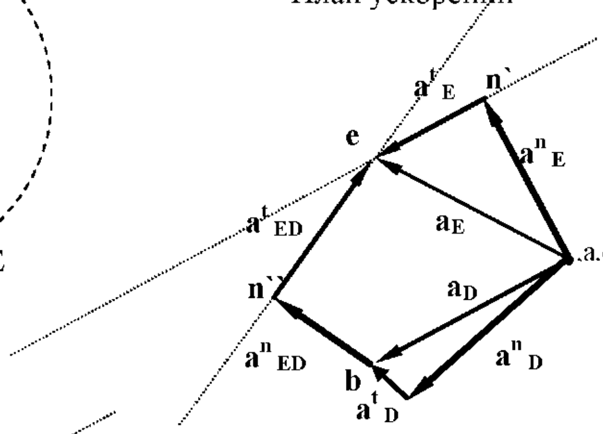


Сначала строим вектор $\mathbf{a_B}$ как сумму нормального и тангенциального ускорений. Далее переходим к точке С. Решаем систему векторных уравнений. При рассмотрении абсолютного движения необходимо учесть, что нормальное ускорение точки С

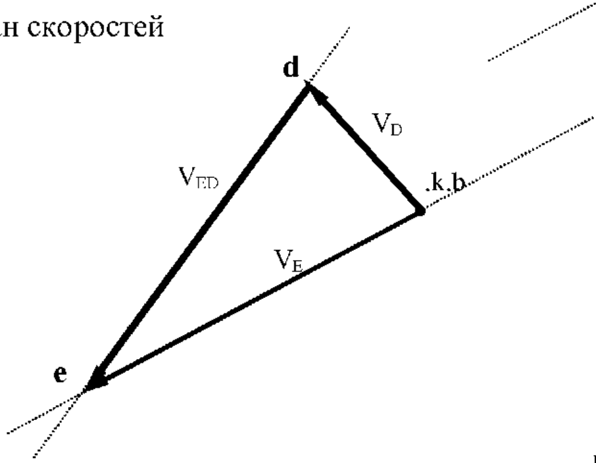
$a_C^n = 0$



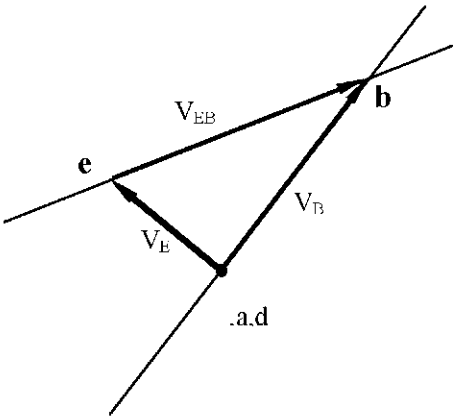
План ускорений

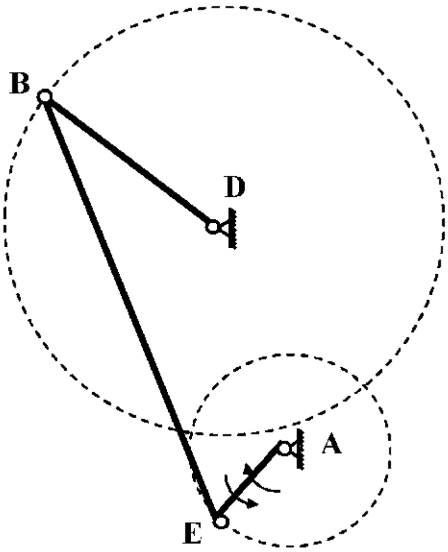


План скоростей

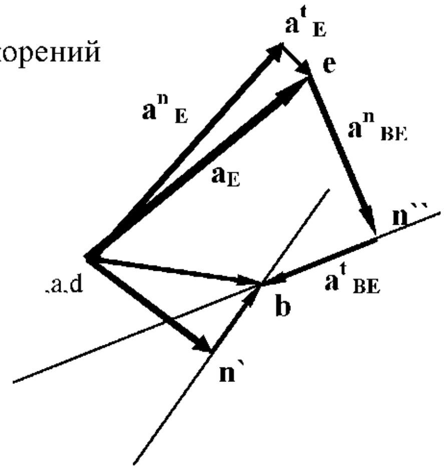


План скоростей



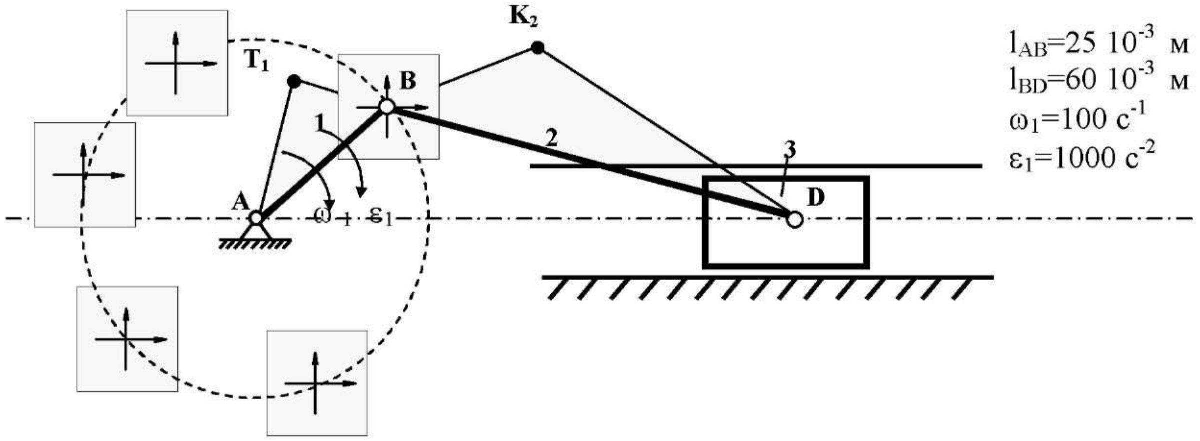


План ускорений

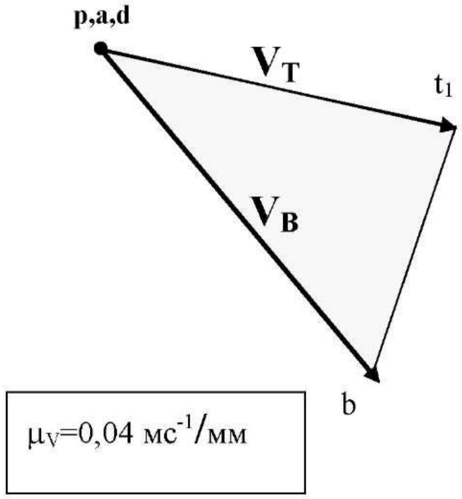


КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННЫЙ МЕХАНИЗМ

Группа Л.В. Ассура с двумя вращательными парами и одной внешней поступательной парой.



ПЛАН СКОРОСТЕЙ МЕХАНИЗМА I КЛАССА



Чтобы построить план скоростенй механизма I класса Рис 6а), достаточно построить скорость точки В на конце кривошипа. Кривошип есть вращающееся тело с неподвижной осью и применима рассмотренные формула для скорости точки. Подставим в нее значения из исходных данных.

$$\mathbf{V_B=\omega_1 l_{AB}=100\ 0{,}023=2{,}3\ мс^{-1}}$$

Из точки p полюса плана скоростей Рис 6b) откладываем вектор скорости точки В $\mathbf{V_B}$ перпендикулярно **АВ** в направлении угловой скорости ω_1. Это и будет **план скоростей** механизма I класса. Масштабный коэффициент плана скоростей определим по формуле. Отрезок pв получаем замером длина на плане скоростей.

$\mathbf{\mu_V = V_B/pb = 2{,}3/58=0{,}04\ \ мс^{-1}/мм}$

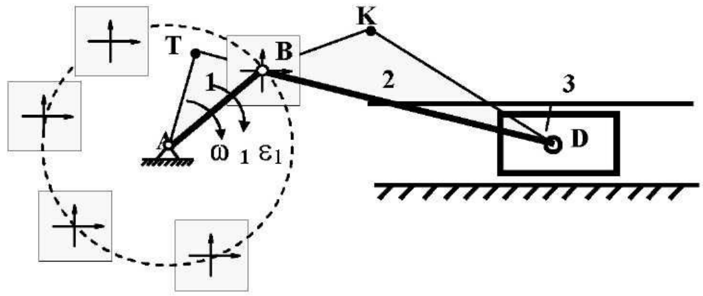
Сорость любой точки кривошипа, например T_1 может быть определена на плане скоростей с помощью теоремы подобия.

На отрезке pb строим треугольник at_1b подобный треугольнику AT_1 B на плане механиз и подобно расположенный. В вершине треугольника и расположена точка t_1

Сам вектор скорости точки T_1, V_{T1} проводим из полюса.

V_{T1}= pt_1*μ_V=48*0,04=1,92 **$мс^{-1}$**

ПЛАН СКОРОСТЕЙ ДЛЯ ГРУППЫ Л.В.АССУРА И ВСЕГО МЕХАНИЗМА.

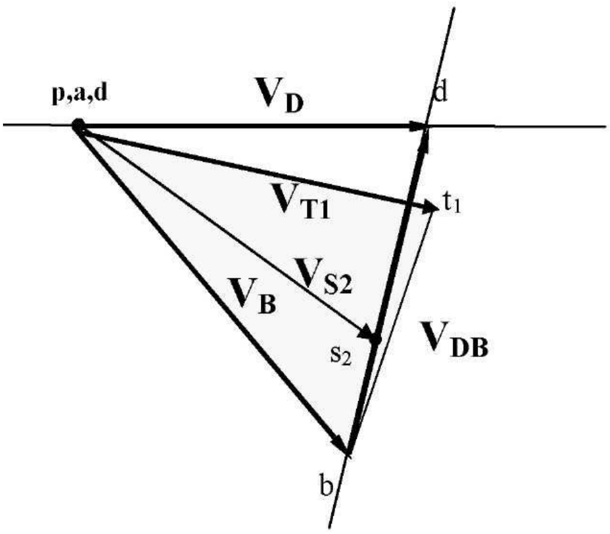


Общим принципом построения плана скоростей и ускорений для группы Ассура II кл..является построение скорости и ускорения точки, принадлежащей внутренней кинематической паре , в нашем случае точки D. При этом всегда движение этой точки рассматривают с одной стороны как абсолютное, а с другой, то же абсолютное движение представляют как сложное.
Чтобы построить план скоростей группы Ассура перейдем к точке D , к точке, принадлежащей внутренней кинематической паре D_5, центру шарнира, соединяющего ползун и шатун.

С **одной** стороны абсолютное движение точки В относительно стойки, есть прямолинейное движение вместе с ползуном относительно стойки и скорость будет направлена по горизонтали вдоль направляющзей.

$\mathbf{V_C}$ – вектор скорости точки D направлен по горизонтали вдоль направляющей.

С **другой** стороны рассмотрим движение точки D как сложное. Выберем подвижную систему координат с центром в точке В и движущуюся поступательно. Это будет криволинейное поступательное движение с траекторий – окружность, описываемой точкой В вокруг А.



Запишем векторное уравнения движения точки В, рассмотрев движение этой точки и как абсолютное и как сложное . При этом жирным шрифтом изобразим полностью известные вектора а обычным шрифтом вектора с неизвестным модулем.

$$\overline{V_D} = \overline{\mathbf{V_B}} + \overline{V_{DB}}$$
$$\parallel AD \qquad \perp AB \qquad \perp DB$$

В этом векторном уравнении две неизвестных : модули векторов V_D и , V_{DB} . Их можно найти, замкнув эти два направления. На плане скоростей механизма I класса проводим два направления : линии действия векторов V_D и V_{DB}.
Из полюса проводим направление абсолютного вектора V_C. Из конца вектора $\mathbf{V_B}$ проведем линию действия $V_{DB} \perp DB$**.** На пересечении двух линий получим точку **d.** Расставляя стрелки векторов в соответствии с векторным уравнением, получим скорости V_D и V_{DB}. **Это и будет план скоростей механизма.**

S_1 –центр масс кривошипа. S_2, – центры масс шатуна.
Найдем из этого плана скоростей модули некоторых векторов

$V_{T1} = 0{,}04 * 48 = 1{,}92$ мс$^{-1}$
$V_{S1} = 0{,}04 * 28{,}7 = 1{,}15$ мс$^{-1}$
$V_{S2} = 0{,}04 * 51 = 2{,}04$ мс$^{-1}$
$V_D = 0{,}04 * 57 = 2{,}28$ мс$^{-1}$
$V_{DB} = 0{,}04 * 50 = 2{,}0$ мс$^{-1}$

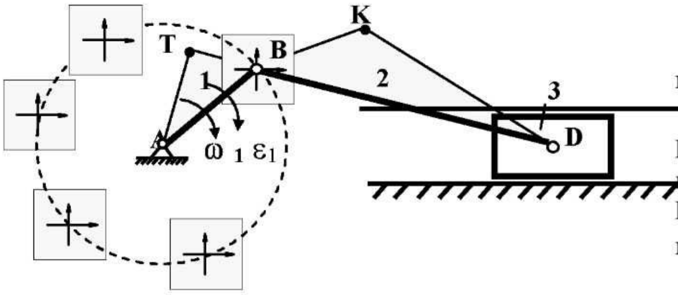
Угловые скорости

$\omega_2 = V_{DB} / l_{DB} = 2/0{,}053 = 37{,}7$ с$^{-1}$

Направление угловой скорости ω_2 найдем перенеся вектор V_{DB} в точку D на плане механизма. Угловая скорость будет против часовой стрелки.

ПЛАН УСКОРЕНИЙ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

План ускорений начинаем строить с плана ускорений для механизма I класса. Необходимо построить ускорение точки B.



Механизма I класса это вращающееся звено с неподвижной осью. Для ускорения точки B применимы рассмотренные ранее формулы.

$$\overline{a_B} = \overline{a_B^n} + \overline{a_B^t}$$

Нормальное ускорение можем найти из плана скоростей

$$a_B^n = \omega_1^2 * l_{AB} = 100^2 * 0{,}023 = 230 \quad мс^{-2}$$

Нормальное ускорение направлено от точки B к центру вращения, то есть от точки B к точке A

Из полюса q откладываем вектор длиной qn=50 мм и определяем масштабный коэффициент μ_a .

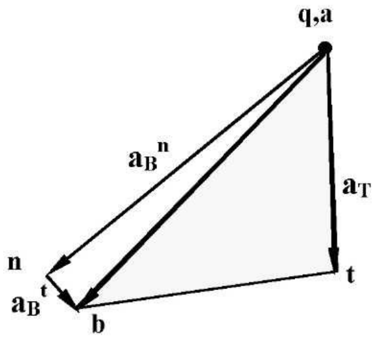
$$\mu_a = a_B^n/qn = 230/50 = 4{,}6 \quad мс^{-2}$$

Тангенциальное ускорение направлено перпепндикулярно радиусу по угловому ускорению из точки n. Откладываем отрезок nb , найденный по формулам.

$$a_B^t = \varepsilon * l_{AB} = 1000 * 0{,}023 = 23 \quad мс^{-2}$$

$$nb = a_B^t/\mu_a = 23/4{,}6 = 5 \text{ мм}$$

$\mu_a = 4{,}6 \quad мс^{-2}$



В результате получим точку **b.** Соединяя точку b с полюсом получим вектор ускорения точки B.

$$a_B = pb^*/\mu_a = 51 * 4{,}6 =$$

Это и будет план ускорений **механизма I класса.**

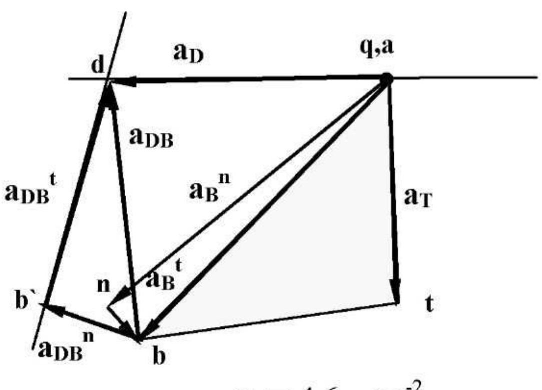
Точку t_1 и ускорение $\mathbf{a_t}$ **,** найдем построив на **ав** треугольник **atb** подобный треугольнику **ATB** на плане механизма, проследив чтобы совпали направления обхода. Это и будет план ускорений **механизма I класса.**

ПЛАН УСКОРЕНИЙ ДЛЯ ГРУППЫ АССУРА

После построения плана ускорений механизма I класса переходим к точке D, принадлежащей внутренней кинематической паре группы Ассура. Рассмотрим движение точки D с двух сторон.

В абсолютном движении ускорение D направлено по горизонтали, вдоль направляятельной прары.

В **сложном движении** точка D движется вместе с подвижной системой координат , движущейся поступательно с ускорением точки B и относительно этой системы.



$\mu_a = 4{,}6 \quad мс^{-2}$

. Уравнение для D выглядит так:

$$\overline{a_D} = \overline{\mathbf{a_B}} + \overline{\mathbf{a_{DB}^n}} + \overline{a_{DB}^t}$$

Нормальное ускорение $\mathbf{a_{CB}^n}$ направлено от D к B, к центру вращения , параллельно DB . Модуль нормального ускорения можно найти по формуле

$$a_{DB}^n = \omega_2^2 * l_{DB} = 37{,}7^2 * 0{,}053 = 75{,}3 \quad мс^{-2}$$

Тангенциальное относительное ускорение направлено перпендикулярно BD и модуль его неизвестен. Решим это векторное уравнение, проведя две линии и замкнув два направления a_D и a_{DB}^t. Получим точку d.

Найдем с помощью масштабного коэффициента значения различных ускорений

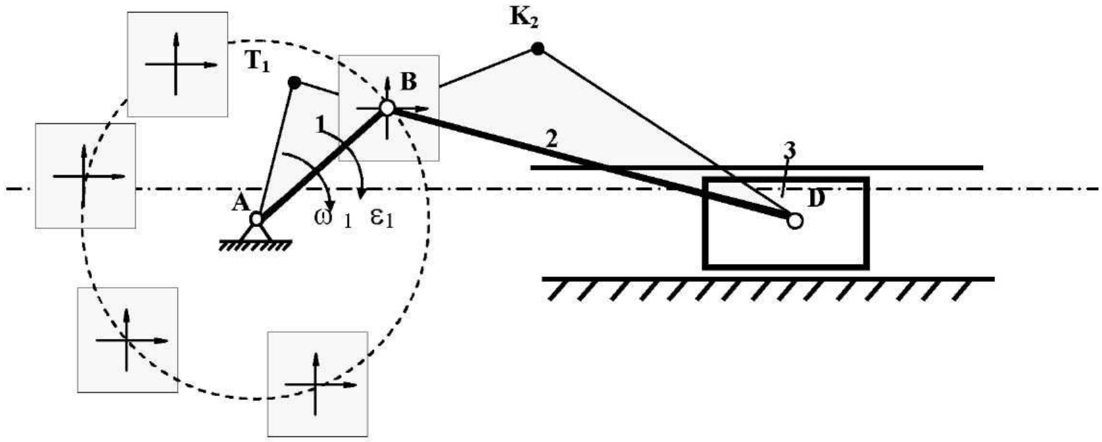
$a_D = qd * \mu_a = 40*4{,}6 = 184$ м/с$^{-2}$

$a^t_{DB} = bd * \mu_a = 33*4{,}6 = 151{,}8$ м/с$^{-2}$

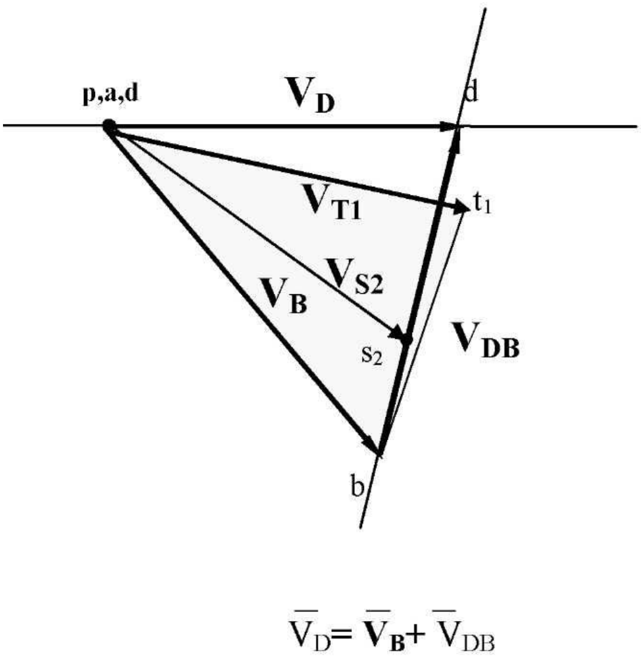
$a_{DB} = bd * \mu_a = 37*4{,}6 = 170{,}2$ м/с$^{-2}$

$\varepsilon_2 = a^t_{DB} / l_{DB} = 151{,}8/0{,}06 = 2530$ с$^{-2}$

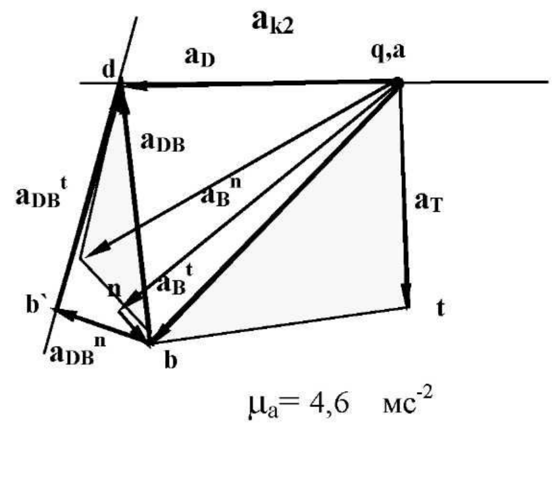
Приведем совместно план механизма и планы скоростей и ускорений



План скоростей



План ускорений



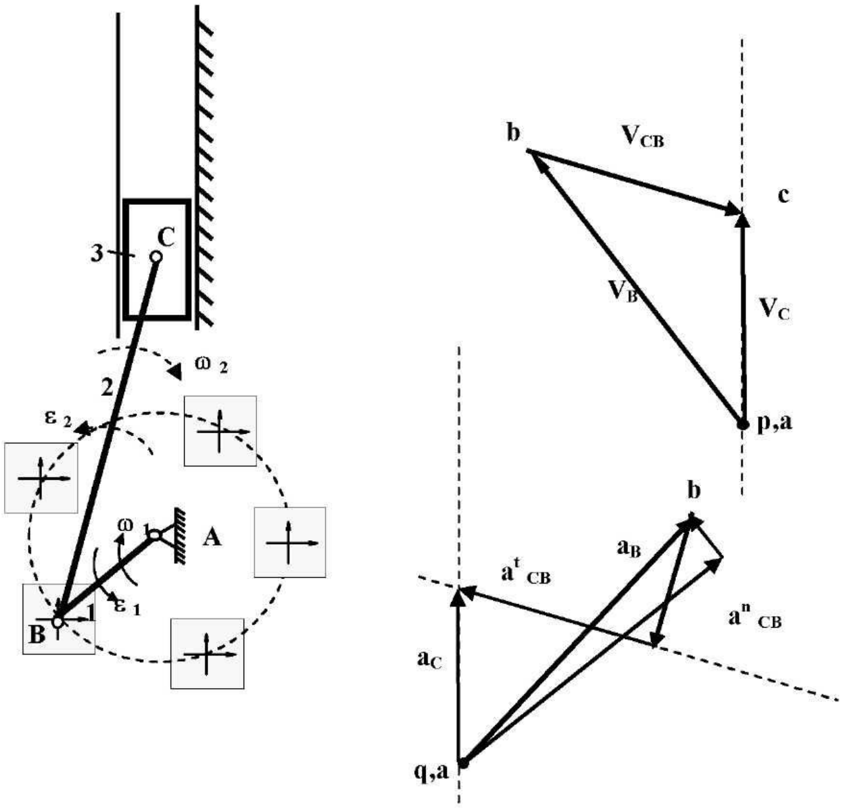
$\overline{V}_D = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B}} + \overline{V}_{DB}$

$\parallel AD \quad \perp AB \quad \perp DB$

$\overline{a}_D = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{DB}}^{\mathbf{n}} + \overline{a}_{DB}^{t}$

$\parallel AD \quad \parallel DB \quad \perp DB$

ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ КРИВОЩИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА В ДРУГОМ ПОЛОЖЕНИИ

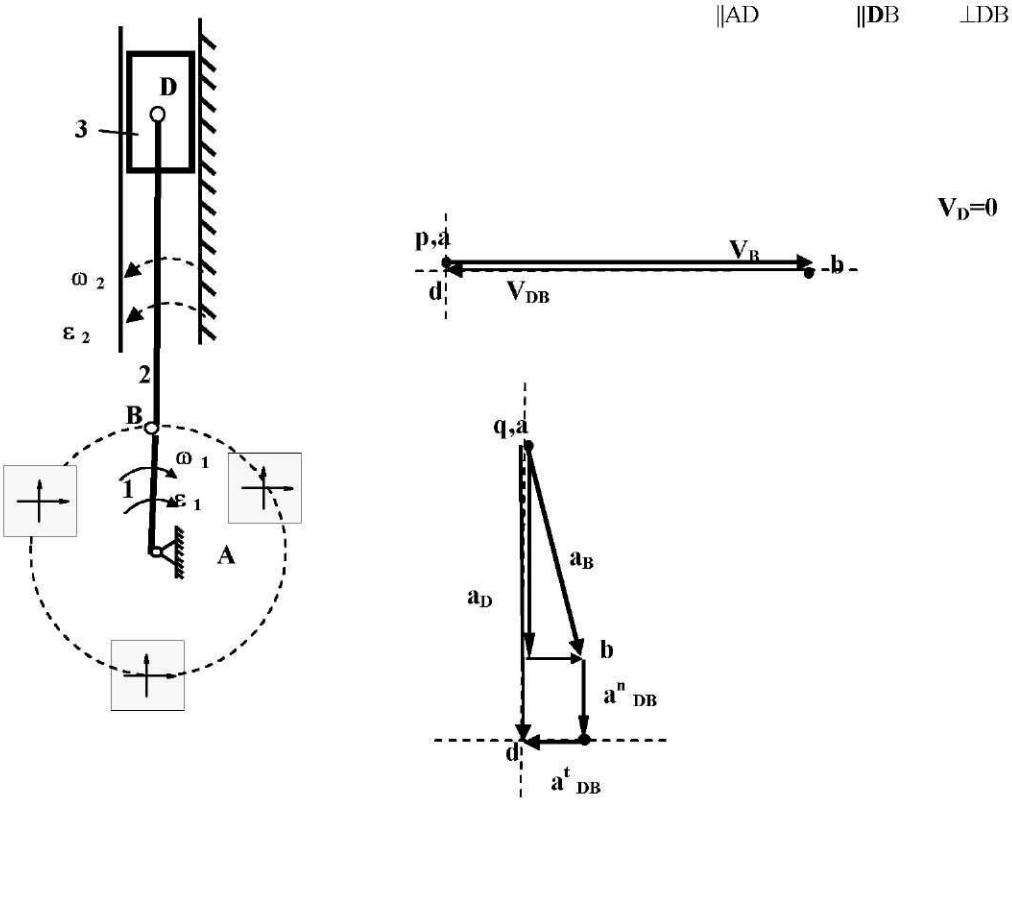


$$\overline{V}_D = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B}} + \overline{V}_{DB}$$

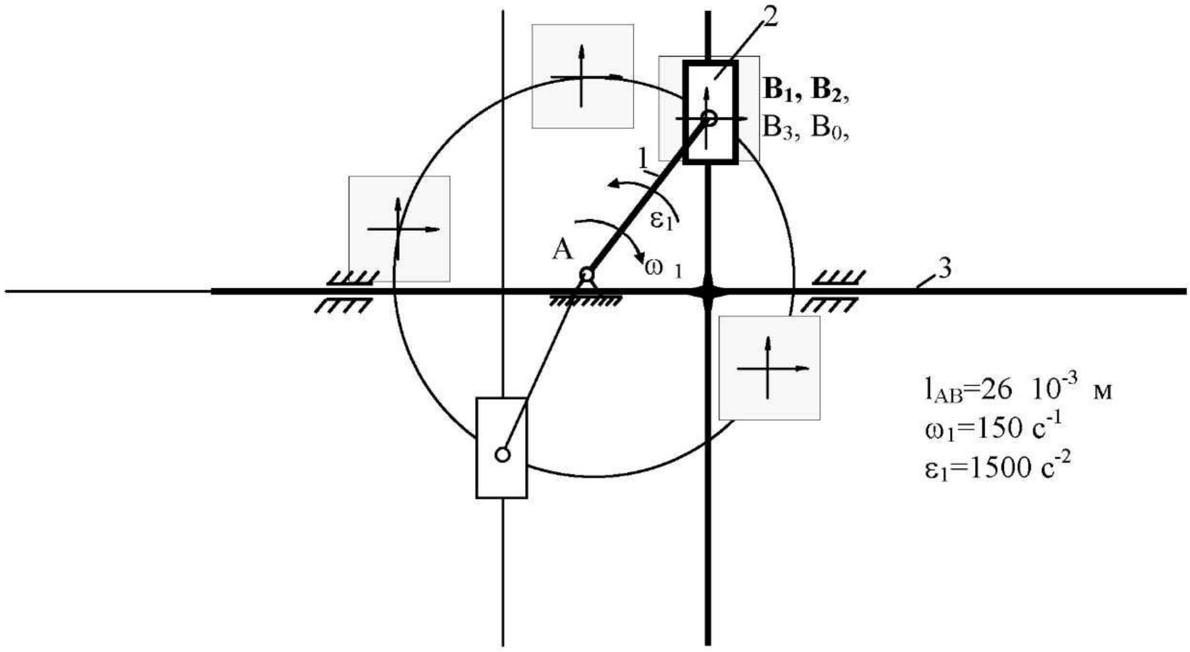
$\parallel AD \quad \perp AB \quad \perp DB$

$$\bar{a}_D = \bar{\mathbf{a}}_{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{a}}_{\mathbf{DB}}^{\mathbf{n}} + \bar{a}_{DB}^{t}$$

$\parallel AD \quad \parallel \mathbf{D}B \quad \perp DB$



ПЛАН СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ СИНУСНОГО МЕХАНИЗМА
С группой Ассура с одной внешней и внутреннй поступательной парой.



Синусный механизм состоит из кривошипа, звено 1, ползуна, звено 2 и креста (тоже ползун) , звена 3. Кривошип 1 вращается вокруг А.

Крест движется поступательно, горизонтально. Абсолютные скорости и ускорения креста будут направлены горизонтально.

Ползун 2 соединен с кривошипом в точке В и при работе совершает криволинейное поступательное перемещение. Еще одно положение механизма и ползуна 2 и креста 3 показано тонкими линиями.

Относительно креста ползун 2 перемещается по вертикали. Скорости и ускорения ползуна 2 относительно креста 3 направлены по вертикали.

В точке В необходимо видеть несколько точек:

- точка B_1 находится на конце кривошипа АВ
- точка B_2 принадлежит ползуну 2
- точка B_3 принадлежит кресту, находится внутри ползуна.
- точка B_0 принадлежит стойке.

Точки B_1 и B_2 принадлежат центру шарнира соединяющего звенья 1 и 2 и поэтому это будет одна точка, которая движется по окружности вокруг А в абсолютном движении. Траектория ее показана тонкой линией. На рисунке эти две точки **B_1 и B_2**, которые движутся одинаково , выделены жирным шрифтом.

Точка B_0 вообще неподвижна, она принадлежит стойке.

Точка B_3 является точкой принадлежащей внутренней кинематической паре группы Ассура II(2,3) образованной ползуном и крестом и совершает прямолинейное горизонтальное движение.

Начинаем построение планов скоростей и ускорений с механизма I класса

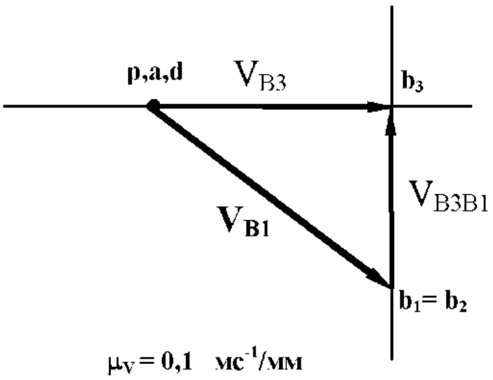
ПЛАН СКОРОСТЕЙ

$$\mathbf{V_B=\omega_1 l_{AB}= 150\ \ 0{,}026 = 3{,}9\ \ мс^{-1}}$$

Выбрем pb=40 мм , тогда масштабный коэффициент плана скоростей будет равен

$$\mathbf{\mu_V = V_B/pb = 3{,}9\ /40=0{,}1\ \ мс^{-1}/мм}$$

Скорость $\mathbf{V_B}$ проводим в направлении угловой скорости $\boldsymbol{\omega_1}$ перпендикулярно АВ. Это будет план скоростей механизма I класса.



Далее перейдем к построению плана скоростей для группы Ассура. Для этого построим скорость точки B_3, принадлежащей кресту. Абсолютная скорость V_{B3} направлена по горизонтали.
С другой стороны рассмотрим сложное движение точки B_3: Вместе с подвижной системой координат, расположенной на ползуне 2 и относительно этой подвижной системы координат. По теореме о сложении скоростей точки совершающей сложное движение

$$\underset{\text{гориз}}{\overline{V}_{B3}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V}}_{B1}} + \underset{\text{вертик}}{\overline{V}_{B3B1}}$$

Направление относительной скорости V_{B3B1} точки B_3 на кресте относительно подвижной системы координат, связанной с ползуном может быть только вдоль направляющей на ползуне и кресте, то есть вертикально.

Решаем это векторное уравнение, проведя из полюса направление абсолютного вектора V_{B3}, а из конца $\mathbf{V}_{B1}$ вертикальное направление относительной скорости V_{B3B1}. На пересечении получаем точку b_3. Расставляем стрелки в соответствии с векторным уравнением и обозначаем вектора.

Это будет план скоростей всего механизма. Находим вектора

$V_{B3} = \mu_V * pb_3 = 0{,}1 * 32 = 3{,}2$ мс$^{-1}$

$V_{T1} = \mu_V * b_1 b_3 = 0{,}1 * 25 = 2{,}5$ мс$^{-1}$

ПЛАН УСКОРЕНИЙ

Механизма I класса это вращающееся звено с неподвижной осью. Для ускорения точки B применимы рассмотренные ранее формулы.

$$\overline{a}_B = \overline{a}_B^{\,n} + \overline{a}_B^{\,t}$$

Нормальное ускорение можем найти из плана скоростей

$$a_B^n = \omega_1^2 * l_{AB} = 150^2 * 0{,}026 = 585 \quad \text{мс}^{-2}$$

Нормальное ускорение направлено от точки B к центру вращения, то есть от точки B к точке A

Из полюса q откладываем вектор длиной qn=60 мм и определяем масштабный коэффициент μ_a.

$$\mu_a = a_B^n / qn = 585/40 = 15 \quad \text{мс}^{-2}/\text{мм}$$

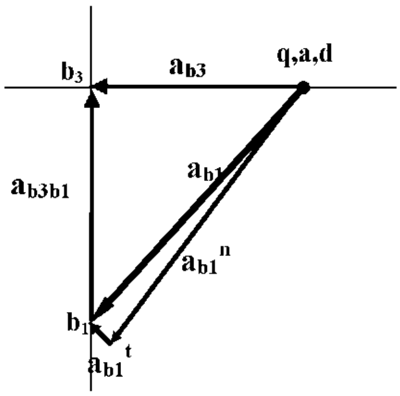
Тангенциальное ускорение направлено перпепндикулярно радиусу по угловому ускорению из точки n. Откладываем отрезок nb, найденный по формулам.

$$a_B^t = \varepsilon * l_{AB} = 1500 * 0{,}026 = 39 \quad \text{мс}^{-2}$$

$$nb = a_B^t / \mu_a = 39/15 = 2{,}6 \text{ мм}$$

В результате получим точку **b.** Соединяя точку b с полюсом получим вектор ускорения точки B.

$$a_B = pb^* / \mu_a = 41 * 15 = 615 \text{ мс}^{-2}$$



Перейдем теперь к построению плана ускорений для группы Ассура, к внутренней паре к точке B_3. Абсолютное ускорение a_{B3} направлено горизонтально. В сложном движении точка B_3 движется вместе с ползуном 2 и относительно ползуна. Кориолисово ускорение равно нулю, так как подвижная система координат не вращается и угловая скорость переносного движения равна нулю. Векторное уравнение для определения a_{B3}

$$\underset{\text{гориз}}{\overline{a}_{B3}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a}}_{B1}} + \underset{\text{вертик}}{\overline{a}_{B3B1}}$$

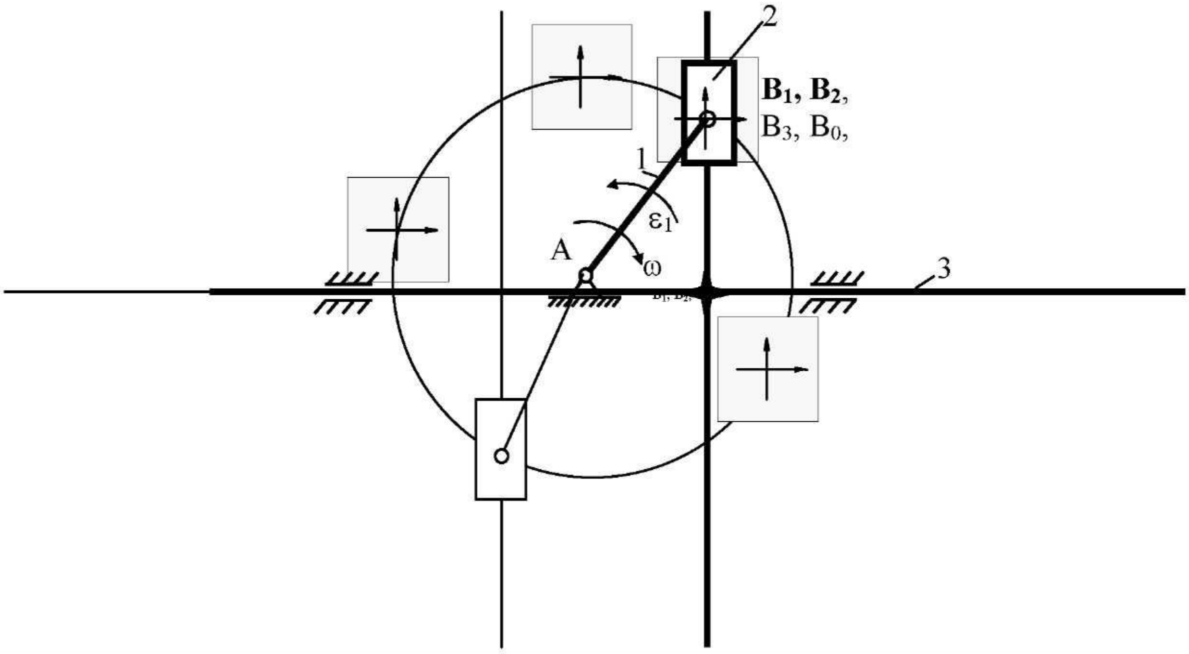
Решаем векторное уравнение замыкая два направления. Из полюса проводим горизонтальное направление вектора a_{B3}, а из точки b_1 вертикальное направление ускорения точки a_{B3B1}

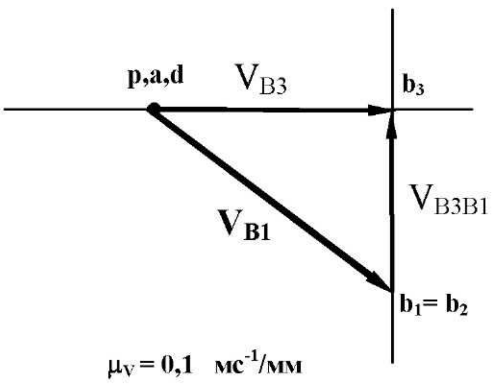
Получаем точку b_3. В соответствии с векторным уравнением расставляем стрелки и обозначаем вектора.

Замеряя длины векторов на плане и умножая на масштаб, мы получим абсолютные значения этих векторов.

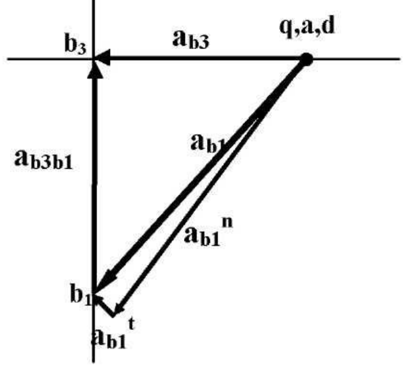
$a_{B3}=qb_3*\mu_a=41*15=\mathbf{615}$ мс$^{-2}$ $\qquad a_{B3B1}=b_1b_3*\mu_a=44*15=\mathbf{660}$ мс$^{-2}$

ПОМЕСТИМ СОВМЕСТНО ПЛАН МЕХАНИЗМА И ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ





$\mu_V = 0,1$ мс$^{-1}$/мм



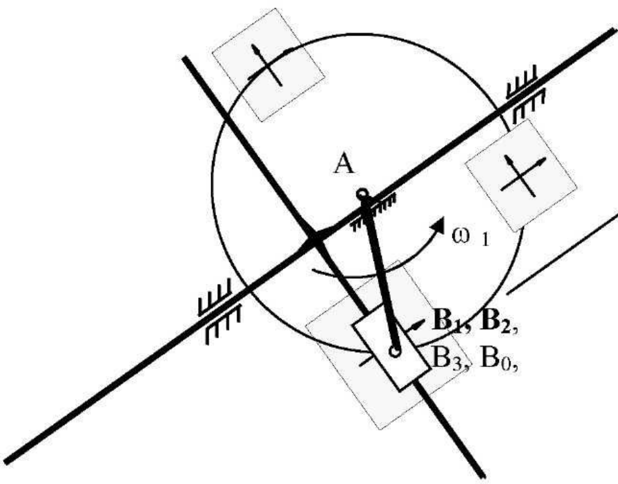
$\mu_a = 15$ мс$^{-2}$/мм

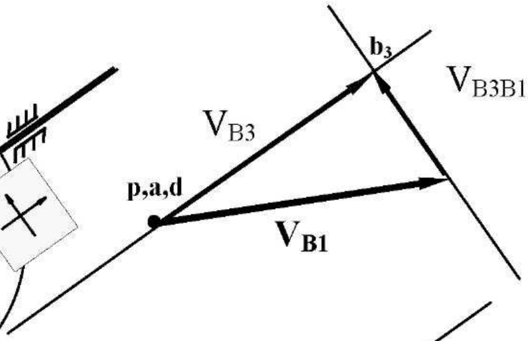
$\overline{V}_{B3} = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B1}} + \overline{V}_{B3B1}$

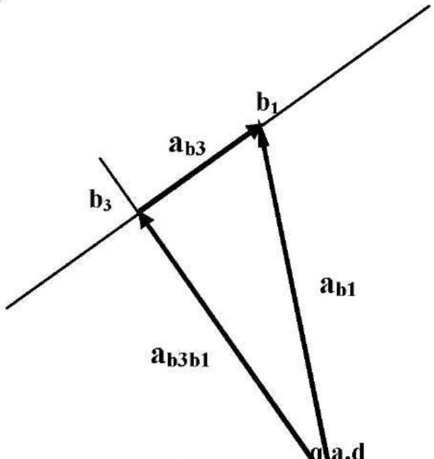
гориз $\perp$AB вертик

$\overline{a}_{B3} = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B1}} + \overline{a}_{B3B1}$

гориз $\perp$AB вертик

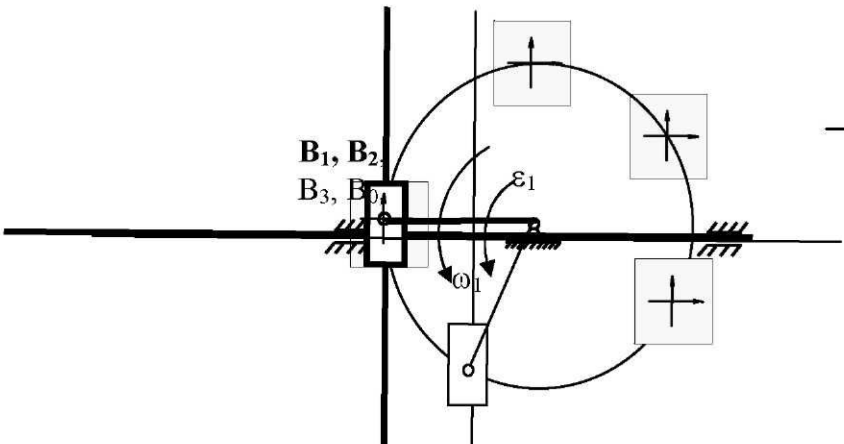


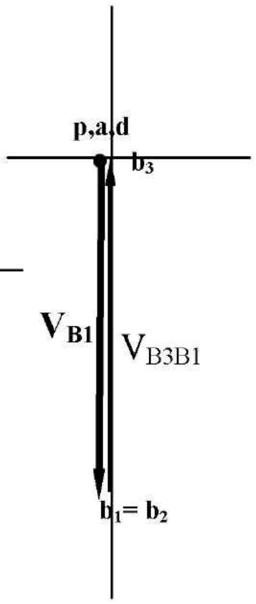




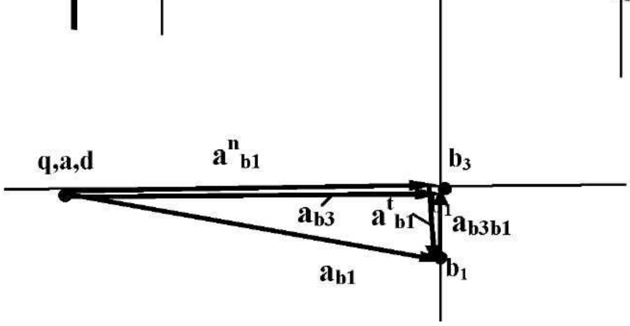
$$\overline{V}_{B3} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B1}}} + \overline{V}_{B3B1}$$

$$\overline{a}_{B3} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B1}}} + \overline{a}_{B3B1}$$

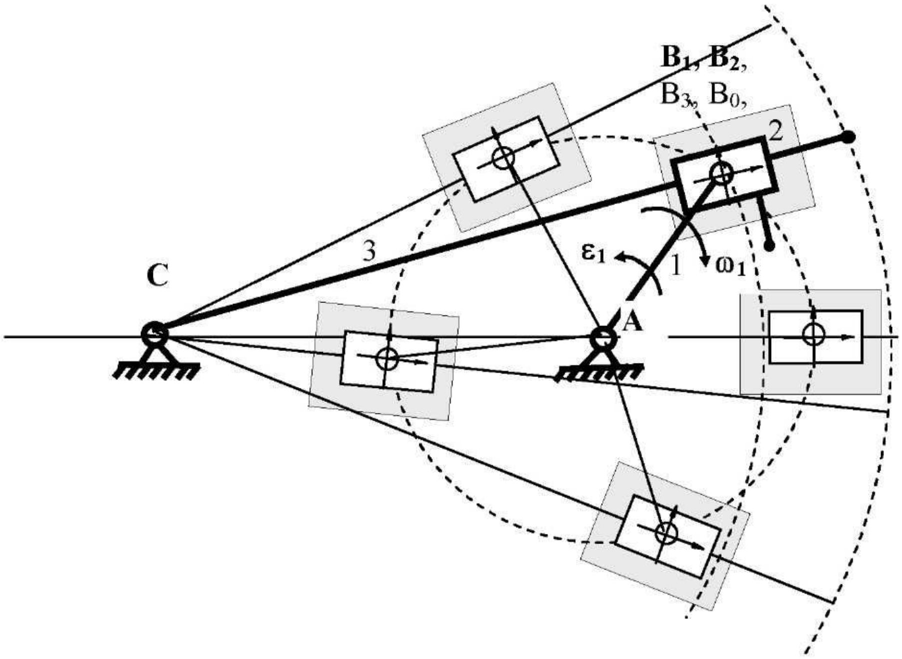




$V_{B3}=0$



ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА
Группа Л.В. Ассура с внутренней поступательной парой



$l_{AB}=40 \ 10^{-3}$ м
$l_{AD}=138 \ 10^{-3}$ м
$\omega_1=150$ с$^{-1}$
$\varepsilon_1=1500$ с$^{-2}$

Кулисный механизм состоит из кривошипа, звено 1, ползуна, звено 2 и кулисы , звена 3. Кривошип 1 вращается вокруг А.

Кулиса вращается вокруг А. Скорости и ускорения точек кулисы определяются как для вращающегося тела с неподвижной осью.

Ползун 2 соединен с кривошипом в точке В и при работе совершает плоскопараллельное перемещение. Еще несколько положений механизма , положений кривошипа 1, ползуна 2 и кулисы 3 показано тонкими линиями.

Относительно кулисы ползун 2 перемещается поступательно вдоль направляющей . Скорости и ускорения ползуна 2 относительно кулисы 3 направлены вдоль направляющей, вдоль кулисы..

В точке В необходимо видеть несколько точек:

- точка B_1 находится на конце кривошипа АВ
- точка B_2 принадлежит ползуну 2
- точка B_3 принадлежит кулисе, находится внутри ползуна.
- точка B_0 принадлежит стойке.

Точки B_1 и B_2 принадлежат центру шарнира соединяющего звенья 1 и 2 и поэтому это будет одна точка, которая движется по окружности вокруг А в абсолютном движении. Траектория ее показана тонкой пунктирной линией. На рисунке эти две точки **B_1 и B_2,** которые движутся одинаково, выделены жирным шрифтом.

Точка B_0 вообще неподвижна, она принадлежит стойке.

Точка B_3 является точкой принадлежащей внутренней кинематической паре группы Ассура II(2,3) образованной ползуном и кулисой и совершает движение по окружности вокруг А.

Начинаем построение планов скоростей и ускорений с механизма I класса

ПЛАН СКОРОСТЕЙ

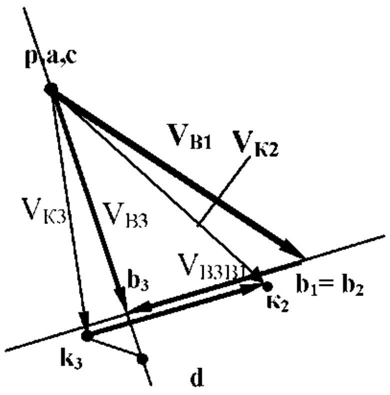
$$V_B=\omega_1 l_{AB}= 150 \ \ 0{,}04 = 6 \ \text{мс}^{-1}$$

Выберем pb=40 мм , тогда масштабный коэффициент плана скоростей будет равен

$$\mu_V = V_B/pb = 6 /40=0{,}15 \ \ \text{мс}^{-1}/\text{мм}$$

Скорость $\mathbf{V_B}$ проводим в направлении угловой скорости ω_1 перпендикулярно АВ. Это будет план скоростей механизма I класса.

$\mu_V = 0,15$ мс$^{-1}$/мм



Далее перейдем к построению плана скоростей для группы Ассура II(2,3). Для этого построим скорость точки B_3, принадлежащей кулисе.

Абсолютная скорость V_{B3} направлена по касательной к окружности, перпендикулярно $\perp CB$.

С другой стороны рассмотрим сложное движение точки B_3: Вместе с подвижной системой координат, расположенной на ползуне 2 и относительно этой подвижной системы координат.

По теореме о сложении скоростей точки, совершающей сложное движение

$$\underset{\perp CB}{\overline{V}_{B3}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B1}}} + \underset{\backslash\backslash CB}{\overline{V}_{B3B1}}$$

Переносной скоростью для B_3 будет скорость точки на подвижной системе координат с которой B_3 находится, а это B_1 или B_2.

Направление относительной скорости V_{B3B1} точки B_3 на кулисе относительно подвижной системы координат, связанной с ползуном может быть только вдоль направляющей на ползуне и кресте. то есть параллельно \\ CD.

Решаем это векторное уравнение, проведя из полюса направление абсолютного вектора V_{B3}. а из конца $\mathbf{V_{B1}}$ направление относительной скорости V_{B3B1}. На пересечении получаем точку b_3. Расставляем стрелки в соответствии с векторным уравнением и обозначаем вектора. V_{B3} и V_{B3B1}

Точку D найдем составив пропорцию по теореме подобия CD/CB=138/114=1,21=cd/cb$_3$. откуда найдем cd=cb$_3$*1.21=45*1.2=54,5 мм

Это будет план скоростей всего механизма.

Находим модули векторов

$V_{B3} = \mu_V$ *pb$_3$=0.15 * 32 = 4.8 мс$^{-1}$

$V_{B3B1} = \mu_V$ *b$_1$b$_3$ =0,15 *23 = 3,5 мс$^{-1}$

$V_D = \mu_V$ *pd=0.15 * 36 = 5,45 мс$^{-1}$

Угловая скорость ползуна 2 равна угловой скорости кулисы 3, так как в угловом направлении они движутся вместе $\omega_2=\omega_3= V_{B3}/ l_{CB}=4,8 / 0,112=42,86$ с$^{-1}$ Направление угловой скорости по часовой стрелке, определим поместив мысленно вектор V_{B3} на план механизма и увидев куда вращается кулиса.

На этом плане скоростей можно показать скорость точки K_2, принадлежащей ползуну 2. Для этого по теореме подобия ищем скорость точки K_3, принадлежащей кулисе. Для построения V_{K2} найдем сначала V_{K3}

Строим на плане скоростей Δpdk_3 фигуру подобную треугольнику на плане механизма ΔCDK_3. Следим, чтобы направление обхода было одинаковым на плане механизма и на плане скоростей. Из полюса проводим в K_3 вектор скорости этой точки. Выберем подвижную систему координат на кулисе и запишем векторное уравнение для скорости точки K_2 в сложном движении: вместе с K_3, вместе с подвижной системой координат и относительно этой системы координат

$$\overline{V}_{K2} = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{K3}} + \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{K2K3}}$$

Вектор $\mathbf{V_{K3}}$ уже построен, модуль вектора $\mathbf{V_{K2K3}} = \mathbf{V_{B3B2}}$, но их направления противоположны. Строим векторное уравнение, добавляя к $\mathbf{V_{K3}}$ вектор $\mathbf{V_{K2K3}}$ на плане скоростей и находим точку $\mathbf{K_2}$. Проводим из полюса в K_2 искомый вектор V_{K2}.

Как видим на плане скоростей можно показать любую, интересующую нас точку.

ПЛАН УСКОРЕНИЙ

Механизма I класса это вращающееся звено с неподвижной осью. Для ускорения точки В применимы рассмотренные ранее формулы.

$$a_B = a_B^n + a_B^t$$

Нормальное ускорение можем найти из плана скоростей

$$a_B^n = \omega_1^2 * l_{AB} = 150^2*0,04 = 900 \quad мс^{-2}$$

Нормальное ускорение направлено от точки В к центру вращения, то есть от точки В к точке А

Из полюса q откладываем вектор длиной qn=40 мм и определяем масштабный коэффициент μ_a .

$$\mu_a = a_B^n/qn = 900/40 = 22{,}5 \quad мс^{-2}/мм$$

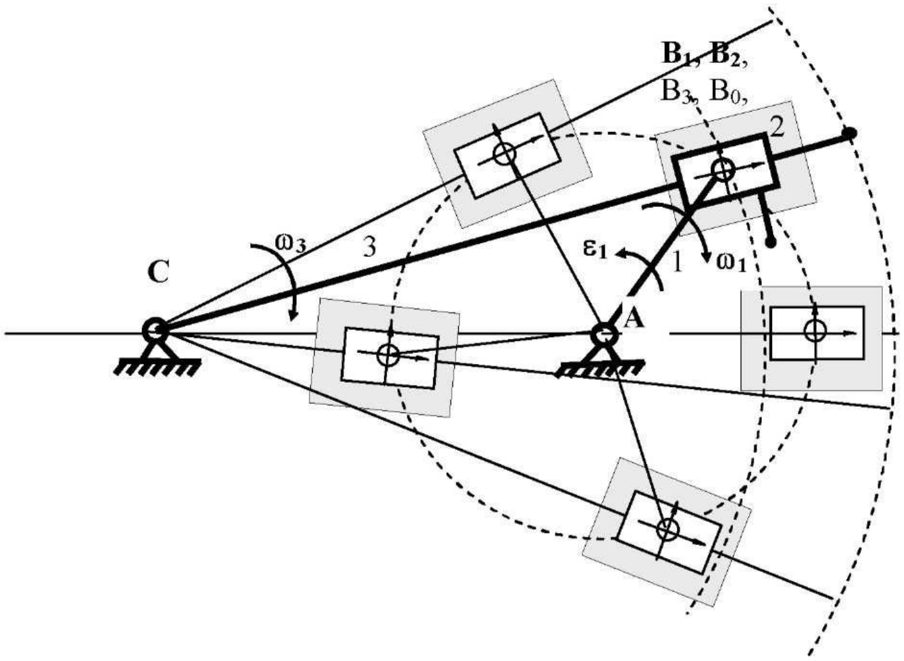
Тангенциальное ускорение направлено перпепндикулярно радиусу по угловому ускорению из точки n. Откладываем отрезок nb , найденный по формулам.

$$a_B^t = \varepsilon * l_{AB} = 1500*0{,}04 = 60 \quad мс^{-2}$$

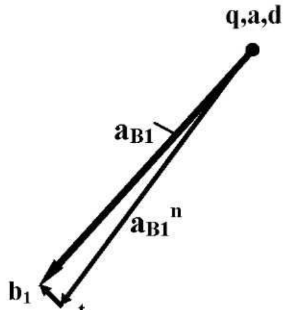
$$nb = a_B^t/\mu_a = 60/22{,}5 = 2{,}66 \quad мм$$

В результате получим точку **b.** Соединяя точку b с полюсом получим вектор ускорения точки B.

$$a_B = pb^*/\mu_a = 41*22{,}5 = 915 \quad мс^{-2}$$



План ускорений механизма I класса



$\mu_a = 22{,}5 \quad мс^{-2}/мм$

Перейдем теперь к построению плана ускорений для группы Ассура, к внутренней паре, к точке B_3.
Абсолютное ускорение a_{B3} надо разложить на нормальное и тангенциальное, так как точка B_3 принадлежит кулисе 3 , вращающемуся звену с неподвижной осью.

$$\overline{a_{B3}} = \overline{\mathbf{a_{B3}^n}} + \overline{a_{B3}^t}$$

$$\qquad \| CB \qquad \perp CB$$

$$\mathbf{a_{B3}^n} = \omega_3^2 * l_{CB} = 42{,}86^2*0{,}112 = 126.7 \quad мс^{-2}$$

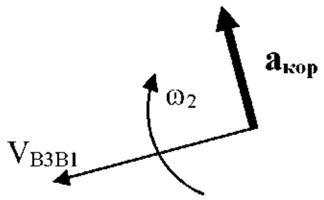
В сложном движении точка B_3 движется вместе с ползуном 2 и относительно ползуна. Подвижную систему координат располагаем на ползуне 2. Эта система координат уже не будет двигаться поступательно, она будет вращаться вместе с кулисой и перемещаться вдоль кулисы Рис. В векторном уравнении для ускорения появится кориолисово ускорение. Векторное уравнение для определения a_{B3} запишется как сумма трех ускорений: переносного $\mathbf{a_{B1}}$, относительного a_{B3B1} и кориолисова $\mathbf{a_{кор}}$. Относительное ускорение не надо раскладывать на нормальное и тангенциальное, так как в относительном движении кулиса движется поступательно относительно ползуна и подвижной системы координат

$$\overline{a_{B3}} = \overline{\mathbf{a_{B1}}} + \overline{a_{B3B1}} + \overline{\mathbf{a_{кор}}}$$

$$\qquad \perp AB \qquad \| CB$$

Найдем величину и направление кориолисового ускорения. Модуль кориолисова ускорения равен произведению модулей.

$\mathbf{a}_{кор} = 2 \cdot \omega_2 \cdot V_{B3B1} = 2 \cdot 42{,}86 \cdot 3{,}5 = 300$ м/с$^{-2}$; $b_1k = \mathbf{a}_{кор}/\mu_a = 300/15 = 20$ мм



Направление кориолисова ускорения определим по одному из правил: надо вектор относительной скорости повернуть на 90 градусов по направлению угловой скорости переносного движения.

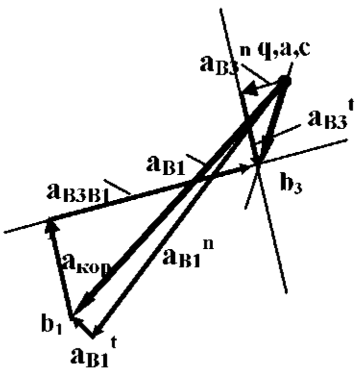
Либо другое правило : нужно увидеть кратчайший поворот от вектора ω_2 до сопадения с вектором V_{B3B1} из конца кориолисового ускорения

Как видим из рисунка, получаем одно и то же направление кориолисова ускорения.

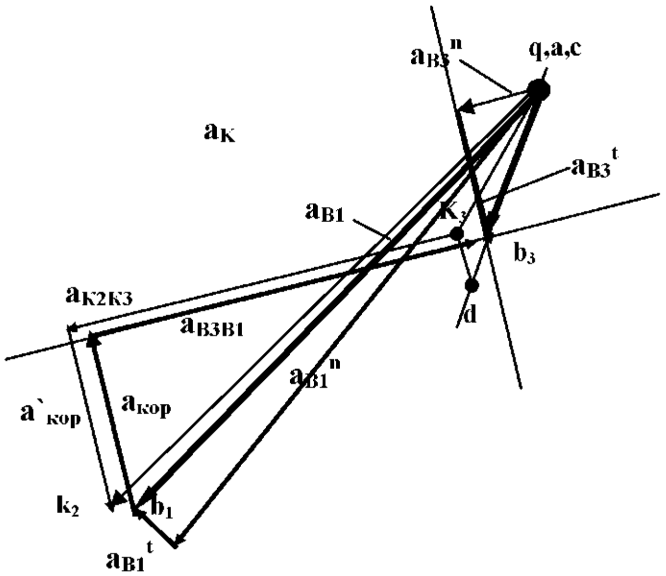
В итоге для определения ускорения $\mathbf{a}_{B3}$ имеем систему векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{a}_{B3} = \overline{\mathbf{a}}_{B3}^{\,n} + \underset{\perp CB}{\overline{a}_{B3}^{\,t}}, & \overline{\mathbf{a}}_{B3}^{\,n} \parallel CB \\ \overline{a}_{B3} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a}}_{B1}} + \underset{\parallel CB}{\overline{a}_{B3B1}} + \overline{\mathbf{a}}_{кор} \end{cases}$$

При графическом решении необходимо замкнуть два направления a_{B3}^{t} и a_{B3B1}. Сначала в масштабе μ_a=15 м/с$^{-2}$/мм отложим из полюса q $\mathbf{a}_{B3}^{n}$ (около 8 мм) и проводим линию действия тангенциального ускорения a_{B3}^{t}, затем решаем второе уравнение , откладываем из конца $\mathbf{a}_{B1}$ вектор $\mathbf{a}_{кор}$(20 мм) и их конца этого вектора проводим линию действия относительного ускорения a_{B3B1}. В точке пересечения этих двух направлений будет b_3



μ_a= 22,5 мс$^{-2}$/мм

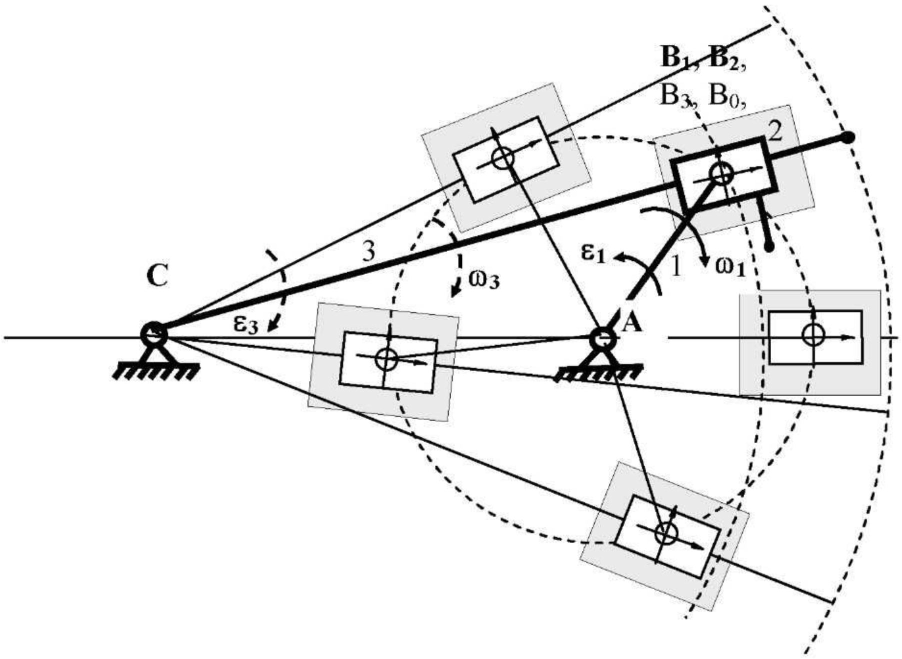


Для определения ускорения точки K_2 воспроизведем в увеличенном размере план ускорений. Построим вначале точку d . На плане механизма она лежит на СВза В . В той же пропорции b будет лежать на cb за b Далее строим точку принадлежащую кулисе K_3.Для этого на плане ускорений строим треугольник ak_3d подобный треугольнику AK_3D на плане механизма и подобно расположенный с совпадением направления обхода.. Подвижную систему координат выберем на на кулисе. Векторное уравнение для определения ускорения выглядит как

$$\overline{a}_{K2} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a}}_{K3}} + \underset{\parallel CB}{\overline{\mathbf{a}}_{K2K3}} + \overline{\mathbf{a}}\,\grave{}_{кор}$$ Все векторы. выделенные жирно, известны

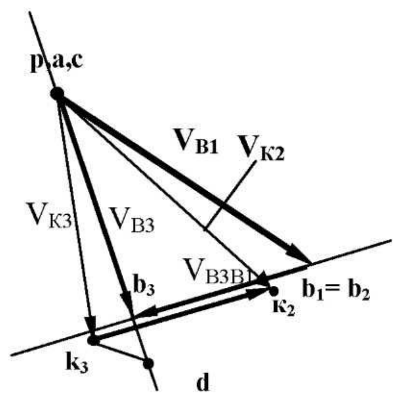
$\overline{a_{K2K3}} = -\,\overline{a_{B3B2}}$; $\overline{a`_{кор}} = -\,\overline{a_{кор}}$, так как в формуле для кориолисова ускорения направления относительных скоростей разного знака. Вектор a_{K2} находим последовательно складывая три вектора уравнения.

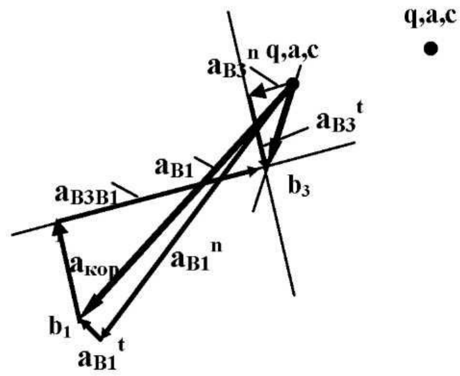
Приведем рядом план механизма и планы скоростей и ускорений.



$l_{AB}=40\ 10^{-3}$ м
$l_{AD}=138\ 10^{-3}$ м
$\omega_1=150\ c^{-1}$
$\varepsilon_1=1500\ c^{-2}$

$\mu_V = 0{,}1$ мс$^{-1}$/мм





$\mu_a = 22{,}5$ мс$^{-2}$/мм

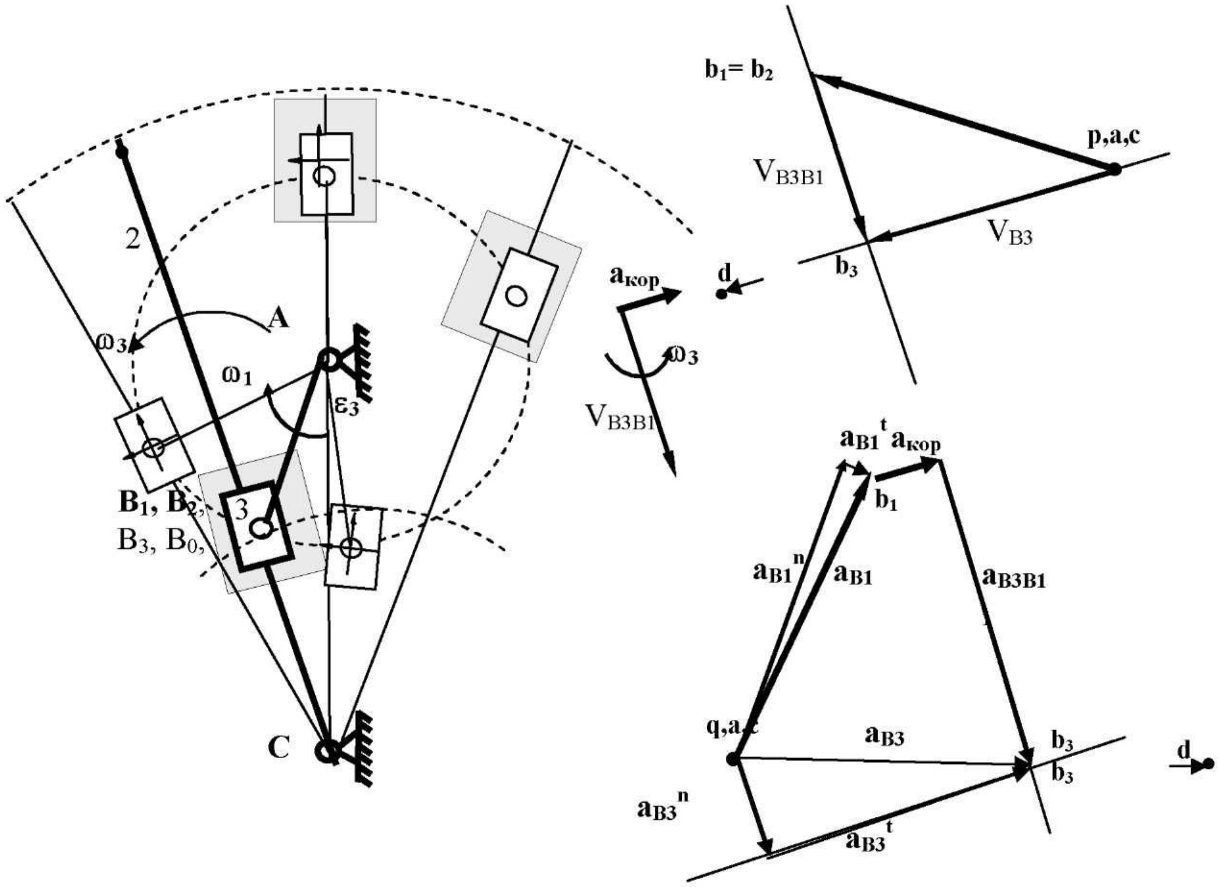
Векторные уравнения

$$\underset{\perp CB}{\overline{V_{B3}}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V_{B1}}}} + \underset{\parallel CB}{\overline{V_{B3B1}}}$$

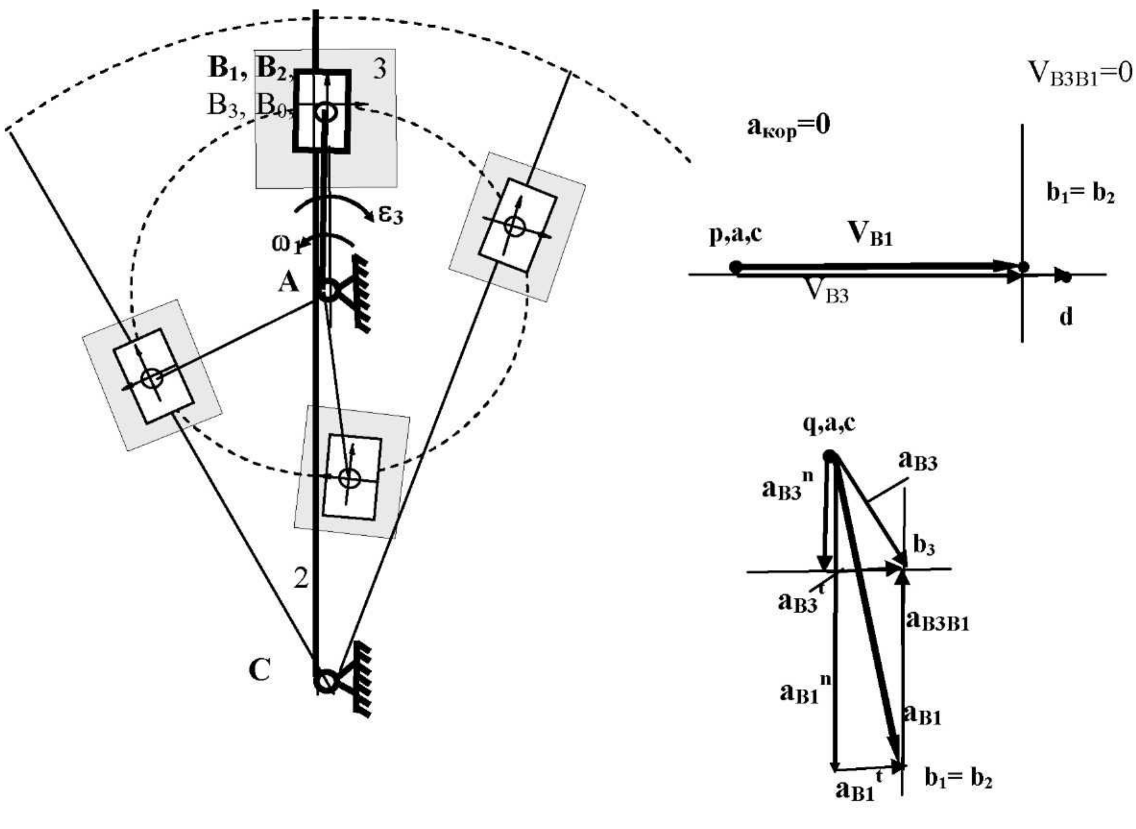
$$\overline{V_{K2}} = \overline{V_{K3}} + \overline{V_{K2K3}}$$

$$\begin{cases} \overline{a_{B3}} = \underset{\parallel CB}{\overline{\mathbf{a_{B3}^{n}}}} + \underset{\perp CB}{\overline{a_{B3}^{t}}} \\ \overline{a_{B3}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a_{B1}}}} + \underset{\parallel CB}{\overline{a_{B3B1}}} + \overline{\mathbf{a_{кор}}} \end{cases}$$

$$\overline{a_{K2}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a_{K3}}}} + \underset{\parallel CB}{\overline{\mathbf{a_{K2K3}}}} + \overline{\mathbf{a`_{кор}}}$$



$b_1 = b_2$
p,a,c
V_{B3B1}
V_{B3}
b_3
$a_{кор}$
d
ω_3
V_{B3B1}
2
A
ω_3
ω_1
ε_3
B_1, B_2,
3
B_3, B_0,
C
a_{B1}^t $a_{кор}$
b_1
a_{B1}^n
a_{B1}
a_{B3B1}
q,a,c
a_{B3}
b_3
b_3
d
a_{B3}^n
a_{B3}^t

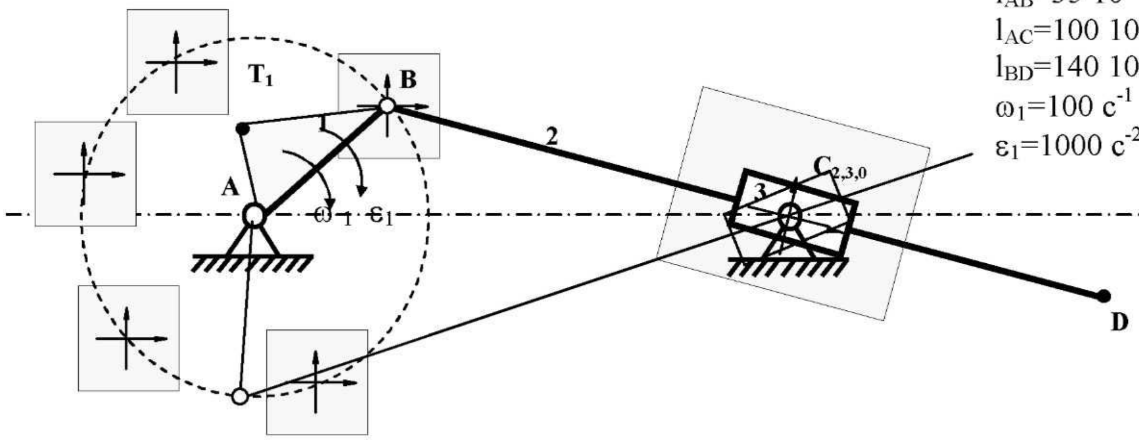


B_1, B_2,
3
B_3, B_0,
$V_{B3B1}=0$
$a_{кор}=0$
$b_1 = b_2$
ε_3
ω_1
A
p,a,c
V_{B1}
V_{B3}
d
2
C
q,a,c
a_{B3}
a_{B3}^n
b_3
a_{B3}^t
a_{B3B1}
a_{B1}^n
a_{B1}
a_{B1}^t
$b_1 = b_2$

КРИВОШИПНО-КУЛИСНЫЙ МЕХАНИЗМ С КАЧАЮЩИМСЯ ПОЛЗУНОМ

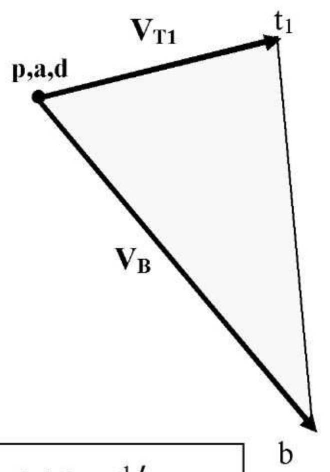
Группа Л.В. Ассура с двумя вращательными парами и одной внешней поступательной парой.

$l_{AB}=35\ 10^{-3}$ м
$l_{AC}=100\ 10^{-3}$ м
$l_{BD}=140\ 10^{-3}$ м
$\omega_1=100$ с$^{-1}$
$\varepsilon_1=1000$ с$^{-2}$



Кривошипно-кулисный механизм с качающимся ползуном показан в двух положения на рисунке. Расчетное положение выделено жирным.

ПЛАН СКОРОСТЕЙ МЕХАНИЗМА I КЛАССА



$\mu_V=0{,}06$ мс$^{-1}$/мм

Чтобы построить план скоростенй механизма I класса, достаточно построить скорость точки B на конце кривошипа. Кривошип есть вращающееся тело с неподвижной осью и применима рассмотренные формула для скорости точки. Подставим в нее значения из исходных данных.

$$\mathbf{V_B=\omega_1 l_{AB}=100\ 0{,}035=3{,}5\ мс^{-1}}$$

Из точки p полюса плана скоростей Рис 6b) откладываем вектор скорости точки B, $\mathbf{V_B}$ перпендикулярно **AB** в направлении угловой скорости ω_1. Это и будет **план скоростей** механизма I класса. Масштабный коэффициент плана скоростей определим по формуле. Отрезок pв получаем замером длина на плане скоростей.

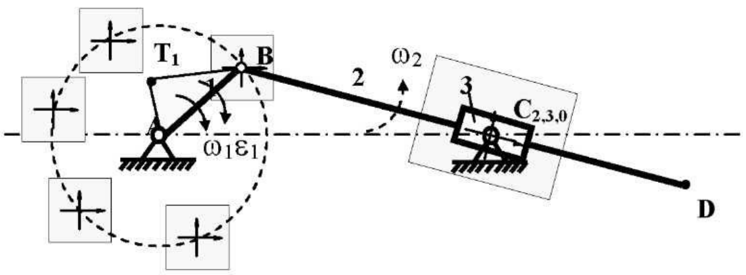
$$\mathbf{\mu_V = V_B/pb = 3{,}5\ /58=0{,}06\ \ мс^{-1}/мм}$$

Сорость любой точки кривошипа, например T_1 может быть определена на плане скоростей с помощью теоремы подобия.

На отрезке pb строим треугольник at_1b подобный треугольнику AT_1 B на плане механиз и подобно расположенный. В вершине треугольника и расположена точка t_1

Сам вектор скорости точки T_1, V_{T1} проводим из полюса.

$$V_{T1}= pt_1*\mu_V=48*0{,}06=2{,}88\ \ \mathbf{мс^{-1}}$$



Общим принципом построения плана скоростей и ускорений для группы Ассура II кл. является построение скорости и ускорения точки, принадлежащей внутренней кинематической паре , в нашем случае точки C_2. В точке С необходимо видеть несколько точек:
C_2- расположена на кулисе, внутри ползуна.
C_3- принадлежит ползуну
C_0- принадлежит стойке.

Одинаково движутся точки C_3 и C_0, точнее говоря эти точки неподвижны и скорость их и ускорение равны нулю. C_2 принадлежит кулисе и движется отлично от C_3 и C_0. Сразу сказать что либо об абсолютном движении точки C_2 невозможно , поэтому рассмотрим движение точки C_2 с двух сторон и оба сложные.

С одной стороны точка C_2 движется вместе с ползуном и относительно ползуна, вместе с подвижной системой координат связанной с ползуном и относительно этой системы координат. Уравнение будет

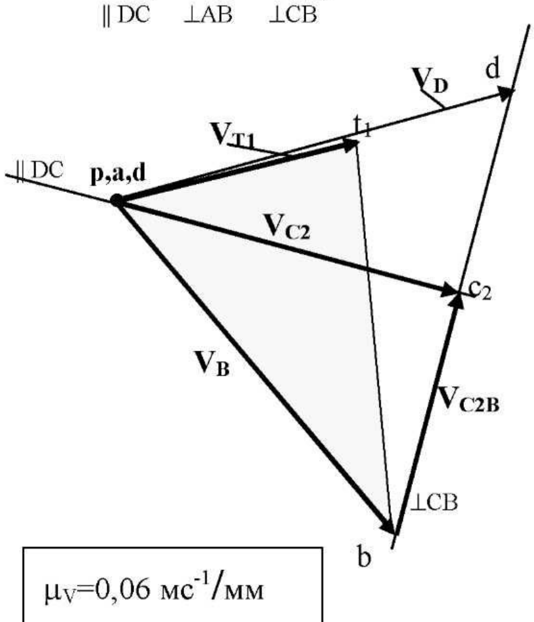
$$\overline{V}_{C2}=\cancel{\overline{V}_{C3}}+\overline{V}_{C2C3}=0+\overline{V}_{C2C3} \quad \text{отсюда следует, что} \quad \overline{V}_{C2}=\overline{V}_{C2C3}\ ,$$

то есть абсолютный вектор скорости точки C_2 всегда равен относительному вектору скорости точки C_2 относительно C_3 и направлен параллельно ВС, вдоль направляющей2 ползуна. Это вывод, который можно сделать, рассматривая движение относительно ползуна.

С **другой** стороны рассмотрим движение точки D как сложное. Выберем подвижную систему координат с центром в точке В и движущуюся поступательно. Это будет криволинейное поступательное движение с траекторий – окружность, описываемой точкой В вокруг А.

Запишем векторное уравнения движения точки В, рассмотрев движение этой точки и как сложное . При этом жирным шрифтом изобразим полностью известные вектора, а обычным шрифтом вектора с неизвестным модулем.

$$\underset{\parallel DC}{\overline{V}_{C2}}=\underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B}}}+\underset{\perp CB}{\overline{V}_{C2B}}$$



μ_V=0,06 мс$^{-1}$/мм

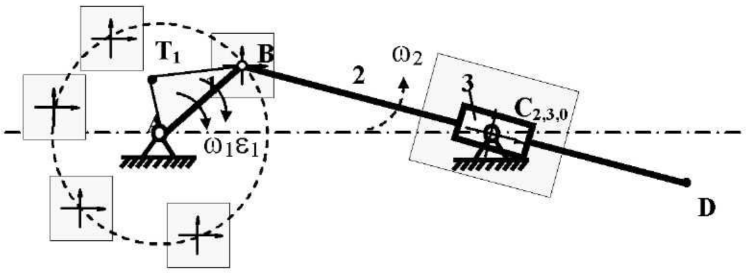
Решаем это векторное уравнение. На плане скоростей механизма I класса проводим два направления. Из полюса || DC и из конца вектора V_B направление ⊥CB. На пересечении находим точку C_2. Расставляем стрелки и обозначаем вектора.
На продолжении bc_2 откладываем точку d в пропорции получаемой на плане механизма 140\78=1,8 bc_2*1,8 =49*1,8=88 мм В точку d из полюса проводим вектор скорости точки D.
Находим численные значения скоростей различных точек и угловых скоростей звеньев.

V_{T1} = 0,06 * 32 = 1,92 мс$^{-1}$
V_D = 0,06 * 52 = 3,12 мс$^{-1}$
V_{C2}=V_{C2C3} = 0,06 * 48 = 2,88 мс$^{-1}$
V_{C2B} = 0,06 * 32 = 1.9 мс$^{-1}$

ω_2= V_{C2B} / l_{CB}=1,9 / 0,052=37 с
Направление угловой скорости ω_2 найдем перенеся вектор V_{CB} в точку С на плане механизма. Угловая скорость будет против часовой стрелки.

ПЛАН УСКОРЕНИЙ ДЛЯ ГРУППЫ Л.В.АССУРА И ВСЕГО МЕХАНИЗМА.

План ускорений начинаем строить с плана ускорений для механизма I класса. Необходимо построить ускорение точки B.



Механизма I класса это вращающееся звено с неподвижной осью. Для ускорения точки B применимы рассмотренные ранее формулы.

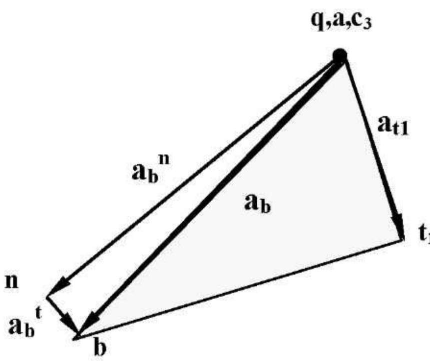
$$\overline{a_B} = \overline{a_B^n} + \overline{a_B^t}$$

Нормальное ускорение можем найти из плана скоростей $a_B^n = \omega_1^2 * l_{AB} = 100^2*0{,}035 = 350$ мс$^{-2}$

Нормальное ускорение направлено от точки B к центру вращения, то есть от точки B к точке A

Из полюса q откладываем вектор длиной qn=50 мм и определяем масштабный коэффициент μ_a .

$$\mu_a = a_B^n/qn = 350/50 = 7 \quad мс^{-2}/мм$$



μ_a=7 мс$^{-2}$/мм

Тангенциальное ускорение направлено перпепндикулярно радиусу по угловому ускорению из точки n. Откладываем отрезок nb , найденный по формулам.

$$a_B^t = \varepsilon * l_{AB} = 1000*0{,}035 = 35 \quad мс^{-2}$$

$$nb = a_B^t/\mu_a = 35/7 = 5 \quad мм$$

В результате получим точку **b.** Соединяя точку b с полюсом получим вектор ускорения точки B.

$$a_B = pb^*/\mu_a = 51*7 = 357 \quad мс^{-2}$$

Это и будет план ускорений **механизма I класса.**

Точку t_1 и ускорение $\mathbf{a_t}$**,** найдем построив на **ав** треугольник **atb** подобный треугольнику **ATB** на плане механизма, проследив чтобы совпали направления обхода. Это и будет план ускорений **механизма I класса.**

ПЛАН УСКОРЕНИЙ ДЛЯ ГРУППЫ АССУРА

После построения плана ускорений механизма I класса переходим к точке D, принадлежащей внутренней кинематической паре группы Ассура. Рассмотрим движение точки D с двух сторон.

С одной стороны C_2 движется вместе с ползуном и относительно ползуна. В сложном движении, по теореме кориолиса ускорение точи C_2 запишется как

$$\overline{a_{C2}} = \cancel{\overline{\mathbf{a_{C3}}}} + \overline{a_{C2C3}} + \overline{\mathbf{a_{кор}}}$$

С другой стороны в сложном движении точка D движется вместе с подвижной системой координат , движущейся поступательно с ускорение м точки B и относительно этой системы. Уравнение для ускорения точки C_2 выглядит как

$$\overline{a_{C2}} = \overline{\mathbf{a_B}} + \overline{\mathbf{a_{C2B}^n}} + \overline{a_{C2B}^t}$$

В результате для нахождения a_{C2} имеем систему двух векторных уравнений. Найдем известные величины

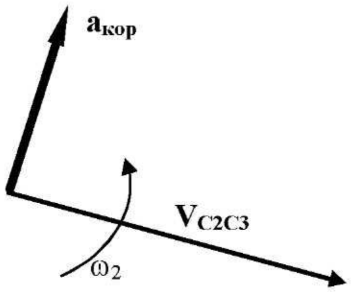
Нормальное ускорение $\mathbf{a_{C2B}^n}$ направлено от C к B, к центру вращения , параллельно CB . Модуль нормального ускорения можно найти по формуле

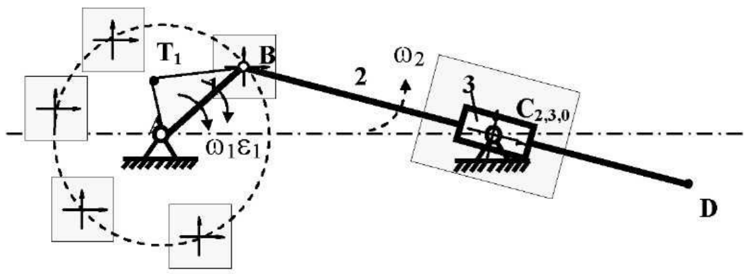
$$a_{C2B}^n = \omega_2^2 * l_{DB} = 37^2*0{,}078 = 106{,}8 \quad мс^{-2}$$

Кориолисово ускорение при движении относительно ползуна равно

$\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{кор}} = 2[\overline{\omega}_{2}*\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{C2C3}}]$. модуль $a_{кор} = 2\omega_{2}*V_{C2C3} = 2*37*4{,}08=302$ м/с$^{-2}$

Направление найдем по правилу векторного произведения, повернем в направлении угловой скорости переносного движения вектор относительной скорости в векторном произведении.

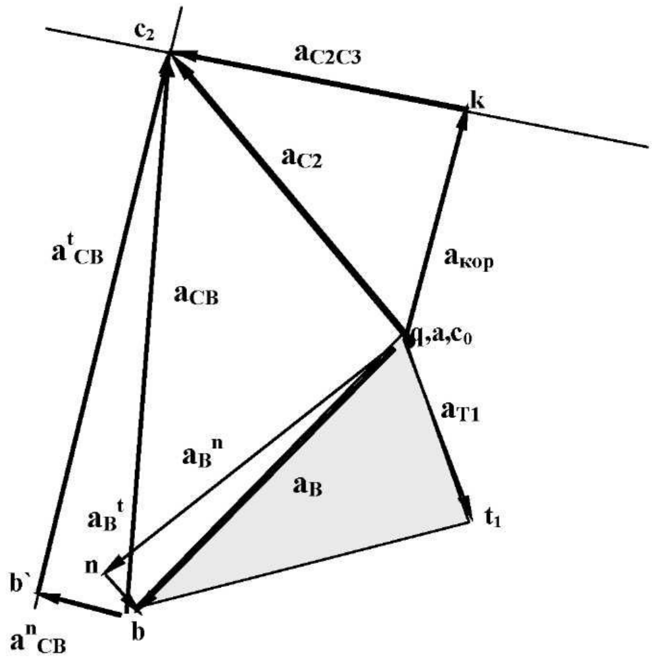




Итак решаем систему векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{a}_{C2} = \cancel{\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{C3}}} + \overline{a}_{C2C3} + \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{кор}} \\ \overline{a}_{C2} = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{C2B}}^{\mathbf{n}} + \overline{a}_{C2B}^{t} \end{cases}$$

Из полюса для плана ускорений механизма I класса откладываем вектор кориолисова ускорения и проводим направление a_{C2C3} || BC. Вектор $\mathbf{a_{C3}=0}$
Из конца вектора a_B проводим a_{C2B}^n и из его конца направление вектора a_{C2B}^t



$\mu_a=7$ мс$^{-2}$/мм

Найдем с помощью масштабного коэффициента значения различных ускорений

$a_{C2}=qc_2*\mu_a=50*7=350$ м/с$^{-2}$

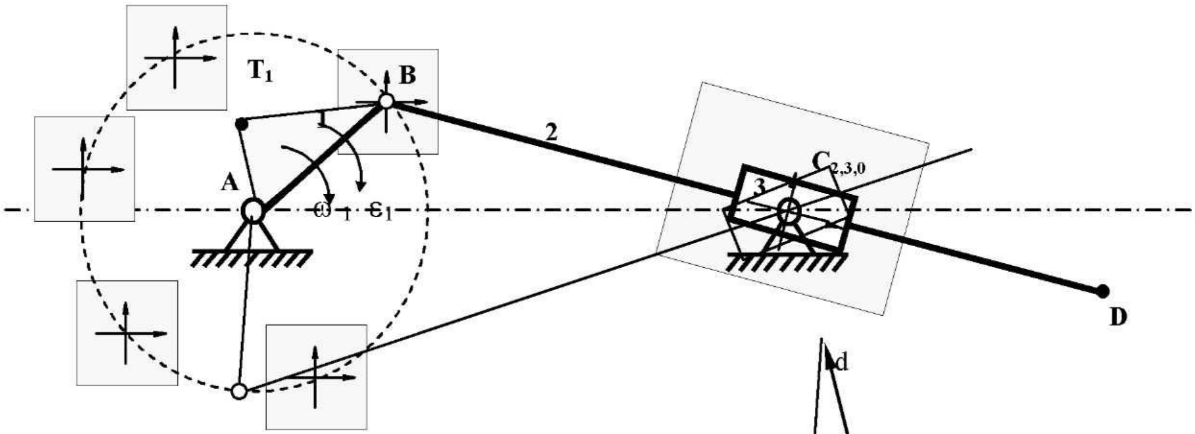
$a_{C2C3}=кc_2*\mu_a=*7=280$ м/с$^{-2}$

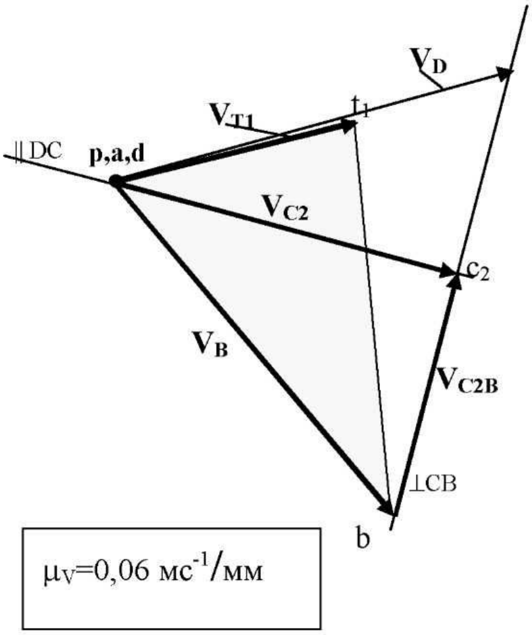
$a^t_{CB}=b`c_2*\mu_a=74*7=518$ м/с$^{-2}$

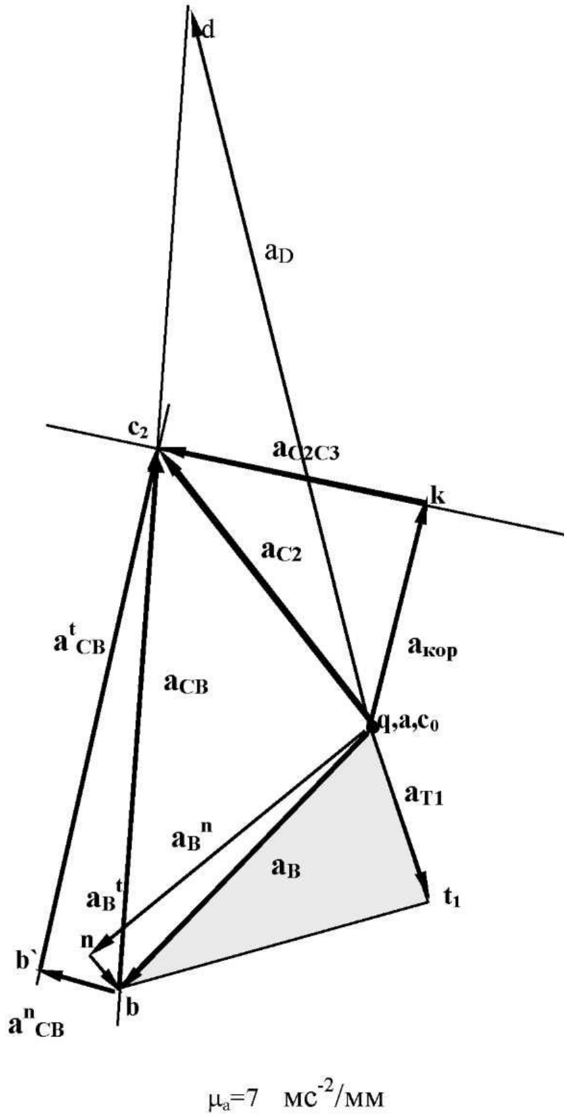
$a_{CB}=bc_2*\mu_a=78*7=546$ м/с$^{-2}$

$\varepsilon_2=\varepsilon_3= a^t_{CB}/l_{CB}=518/0{,}078=6641$ с$^{-2}$

Приведем совместно план механизма и планы скоростей и ускорений

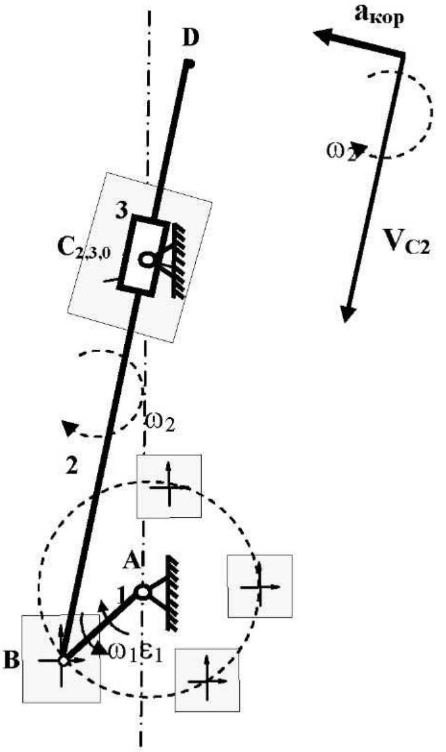


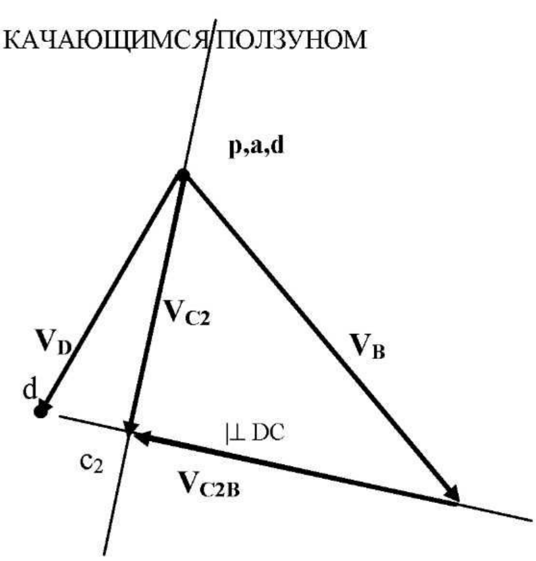


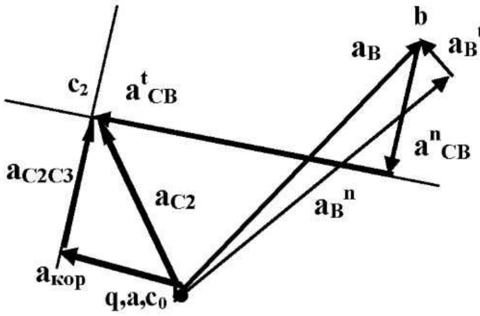


$$\begin{cases} \overline{V}_{C2} = \cancel{\overline{\mathbf{V}}_{C3}} + \overline{V}_{C2C3} \\ \underset{\parallel DC}{V_{C2}} = \underset{\perp AB}{\mathbf{V_B}} + \underset{\perp CB}{V_{C2B}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{a}_{C2} = \cancel{\overline{\mathbf{a}}_{C3}} + \overline{a}_{C2C3} + \overline{\mathbf{a}}_{\textbf{кор}} \\ \overline{a}_{C2} = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{C2B}}^{\mathbf{n}} + \overline{a}_{C2B}^{t} \end{cases}$$



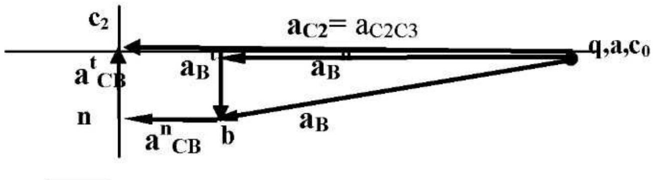




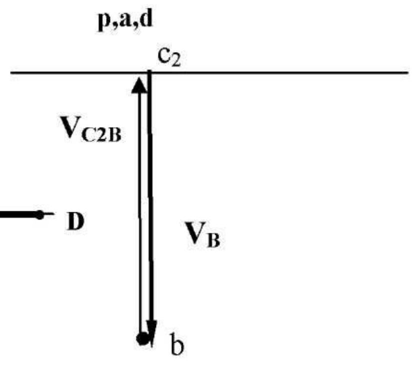
$$\begin{cases} \overline{V}_{C2} = \cancel{\overline{V}_{C3}} + \overline{V}_{C2C3} \\ \underset{\parallel DC}{\overline{V}_{C2}} = \underset{\perp AB}{\overline{V}_{B}} + \underset{\perp CB}{\overline{V}_{C2B}} \end{cases}$$

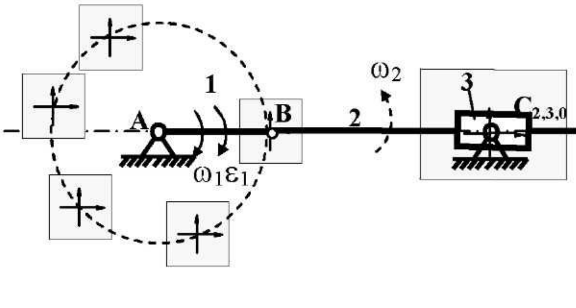
$$\begin{cases} \overline{a}_{C2} = \cancel{\overline{a}_{C3}} + \overline{a}_{C2C3} + \overline{a}_{кор} \\ \overline{a}_{C2} = \overline{a}_{B} + \overline{a}_{C2B}^{n} + \overline{a}_{C2B}^{t} \end{cases}$$

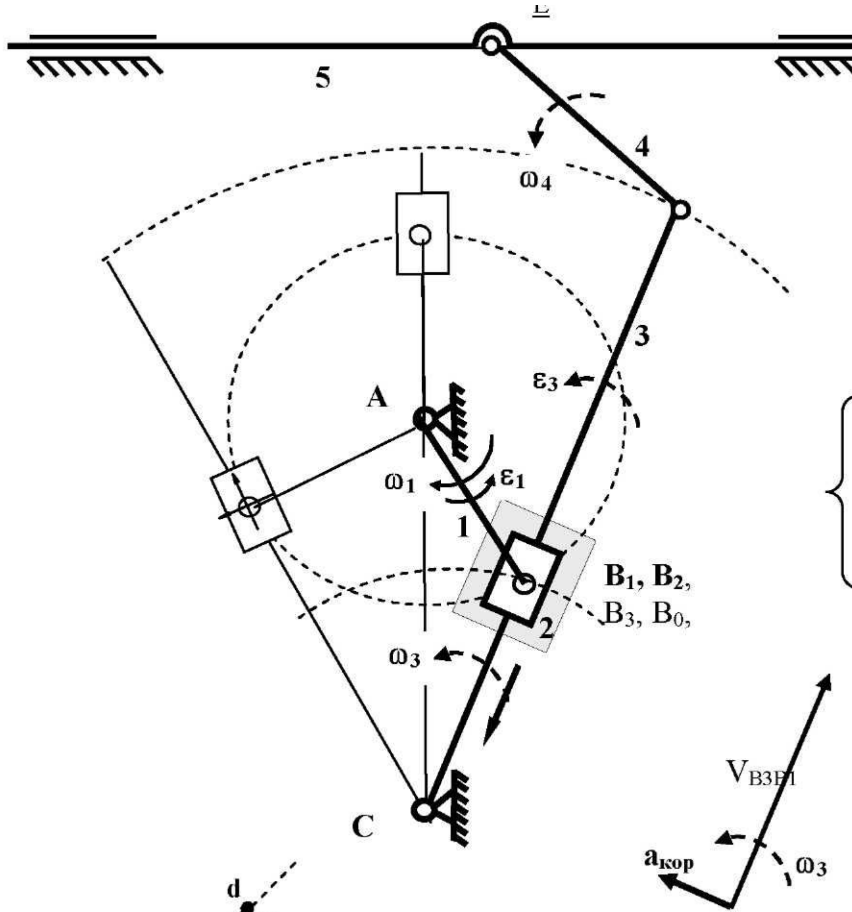
$a_{кор} = 0$



$V_{C2} = 0$

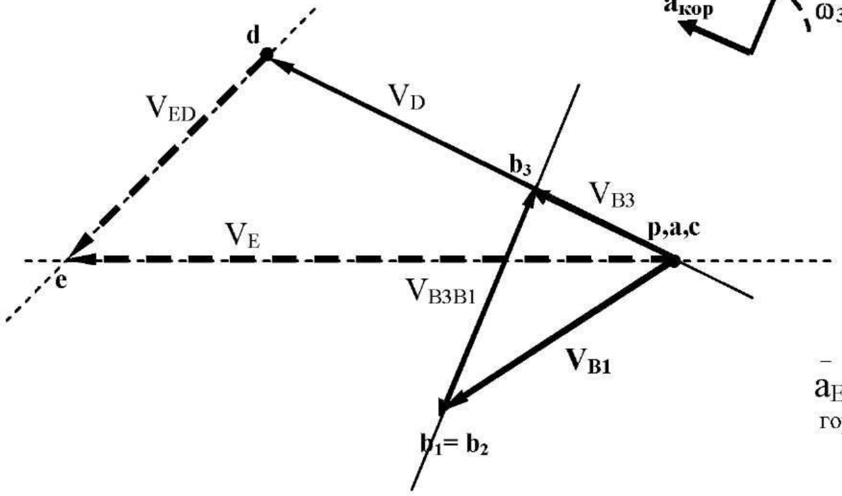






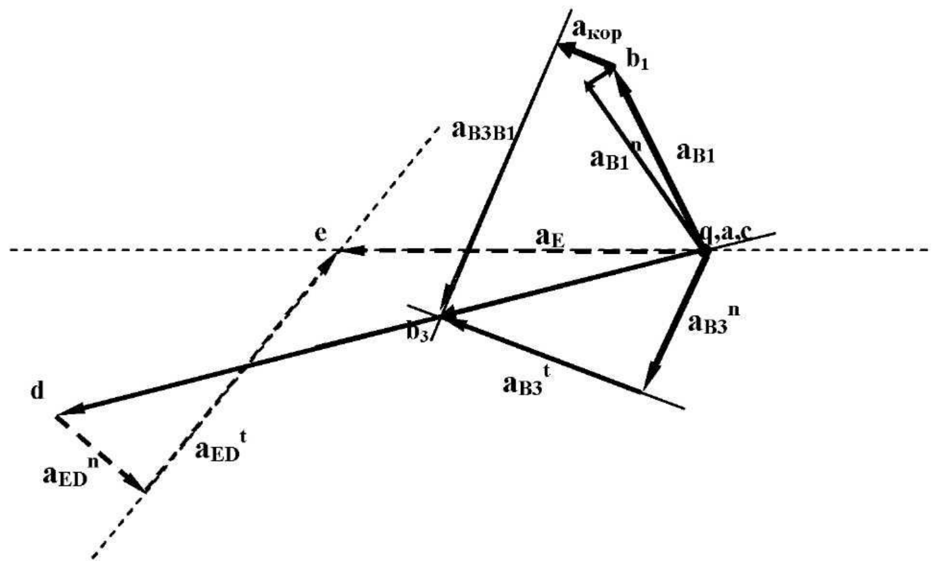
$$\underset{\perp CB}{\overline{V}_{B3}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B1}}} + \underset{\parallel CB}{\overline{V}_{B3B1}}$$

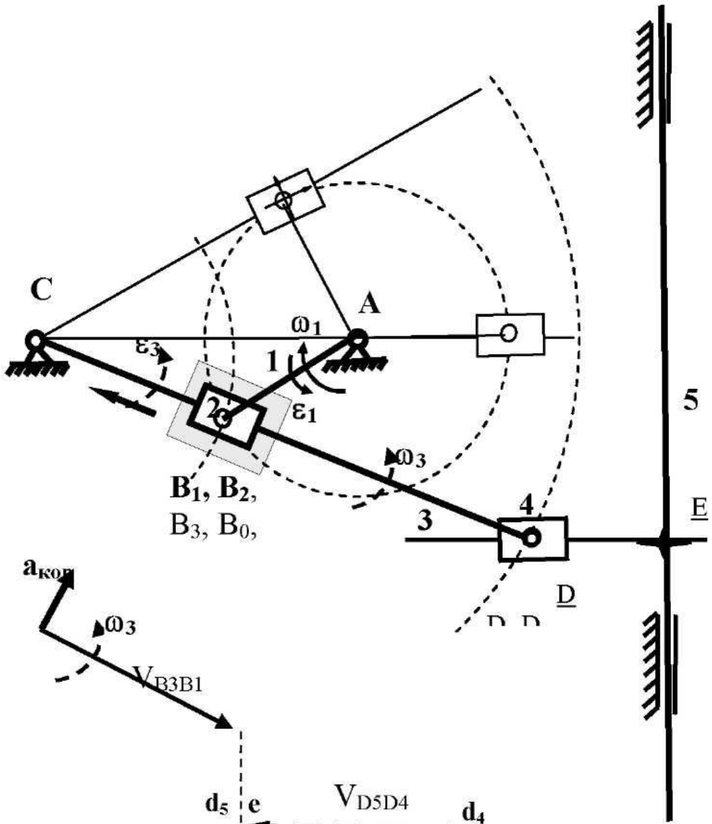
$$\begin{cases} \overline{a}_{B3} = \underset{\parallel CB}{\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B3}}^{\mathbf{n}}} + \underset{\perp CB}{\overline{a}_{B3}^{t}} \\ \overline{a}_{B3} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B1}}} + \underset{\parallel CB}{\overline{a}_{B3B1}} + \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{кор}} \end{cases}$$



$$\underset{\text{гор}}{\overline{V}_{E}} = \underset{\perp CD}{\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{D}}} + \underset{\perp ED}{\overline{V}_{ED}}$$

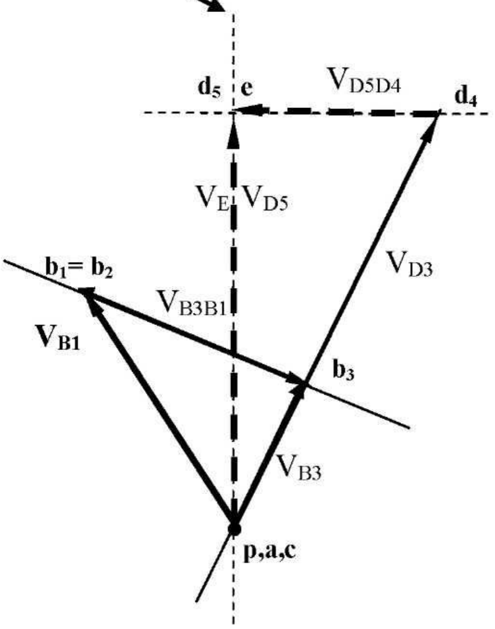
$$\underset{\text{гор}}{\overline{a}_{E}} = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{D}} + \underset{\parallel \mathbf{ED}}{\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{ED}}^{\mathbf{n}}} + \underset{\perp ED}{\overline{a}_{ED}^{t}}$$

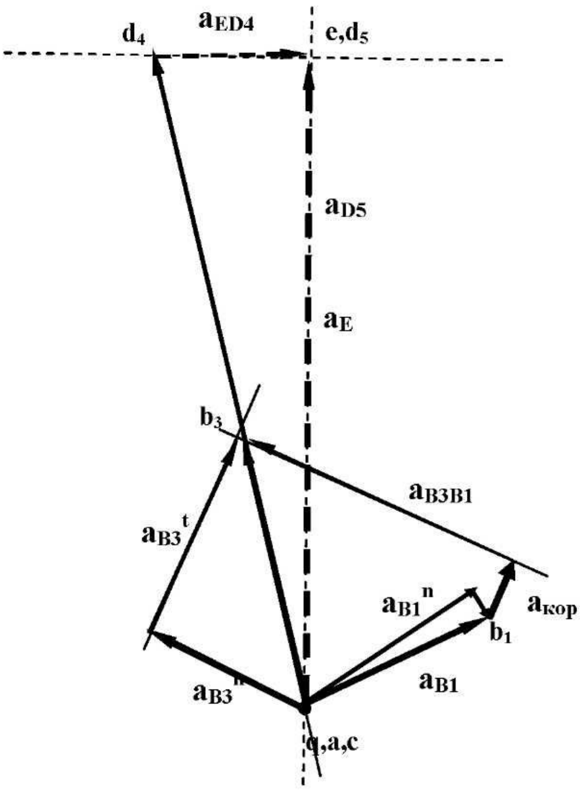




$$\overline{V}_{B3} = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B1}} + \overline{V}_{B3B1}$$
$$\perp CB \qquad \perp AB \qquad \parallel CB$$

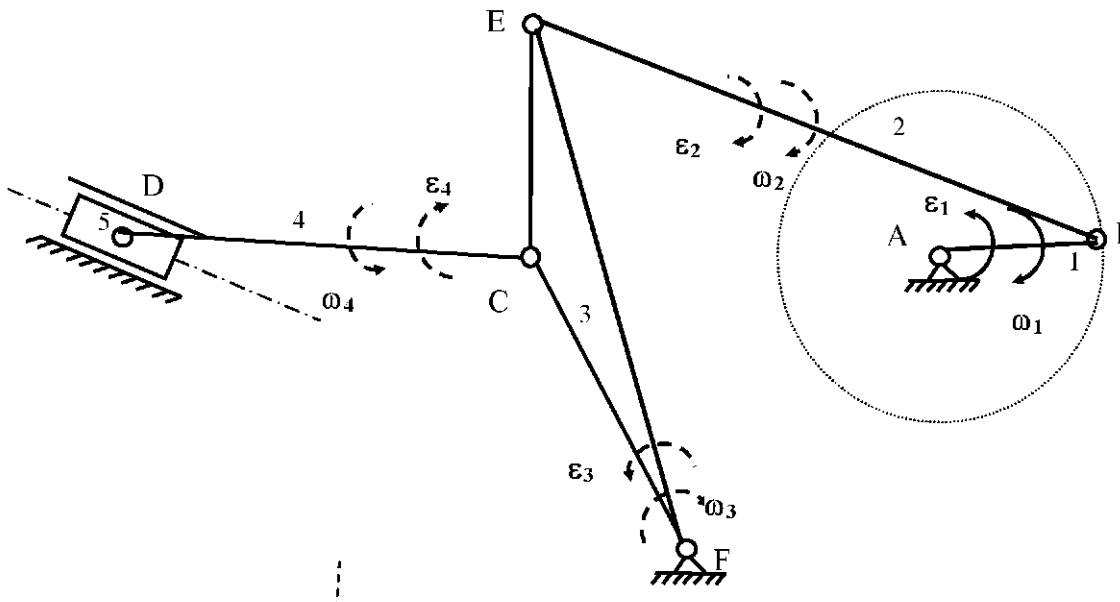
$$\begin{cases} \overline{a}_{B3} = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B3}}^{\mathbf{n}} + \underset{\perp CB}{\overline{a}_{B3}^{t}} \\ \qquad\quad \parallel CB \\ \overline{a}_{B3} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B1}}} + \underset{\parallel CB}{\overline{a}_{B3B1}} + \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{кор}} \end{cases}$$

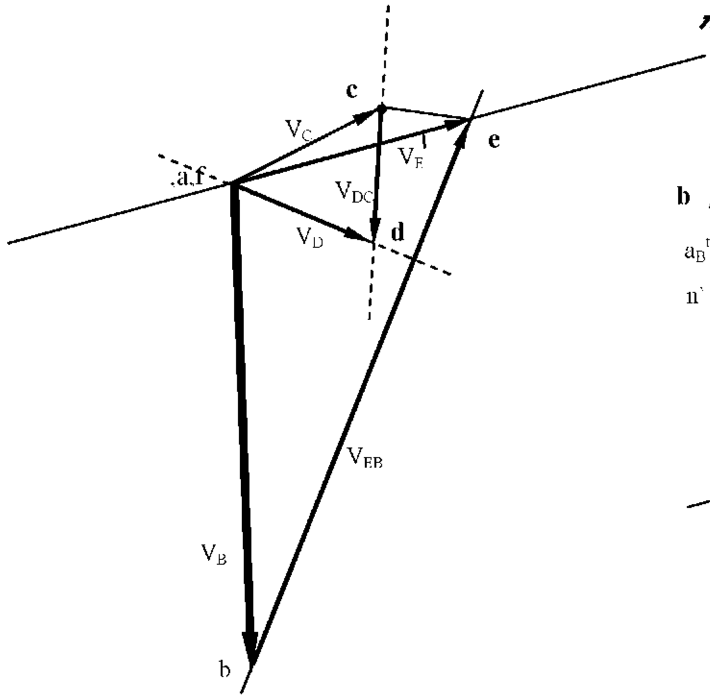


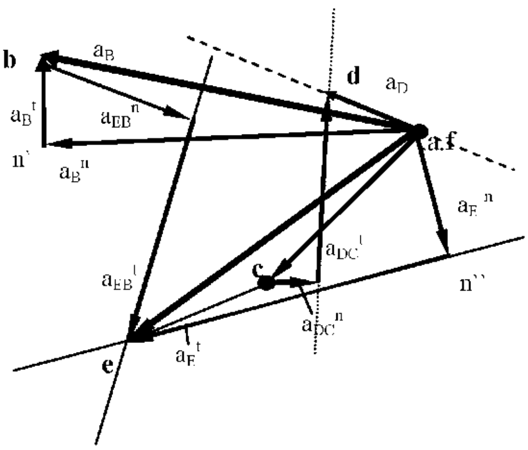


$$\overline{V}_{D5} = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{D4}} + \overline{V}_{D5D4}$$
$$\text{гориз} \qquad \perp AB \qquad \text{вертик}$$

$$\overline{a}_{D5} = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{D4}} + \overline{a}_{D5D4}$$
$$\text{вертик} \qquad\qquad \text{гориз}$$





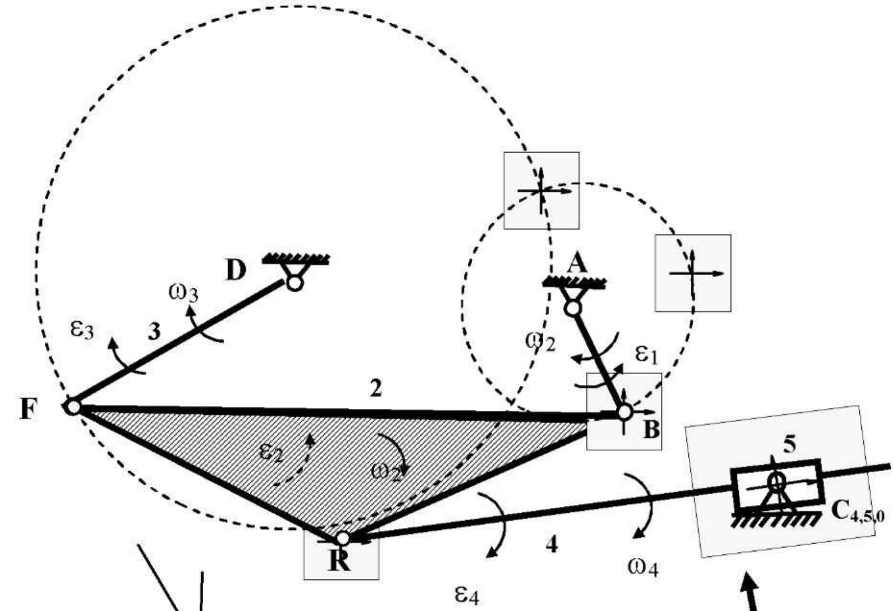


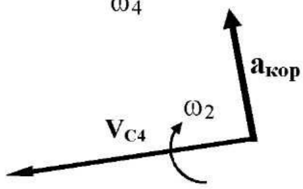
$$\begin{cases} \overline{a_E} = \underset{\parallel EF}{\overline{\mathbf{a_E^n}}} + \underset{\perp EF}{\overline{a_T^t}}\ ; \\ \overline{a_E} = \overline{\mathbf{a_B}} + \underset{\parallel EB}{\overline{\mathbf{a_{EB}^n}}} + \underset{\perp EB}{\overline{a_{EB}^t}}\ ; \end{cases}$$

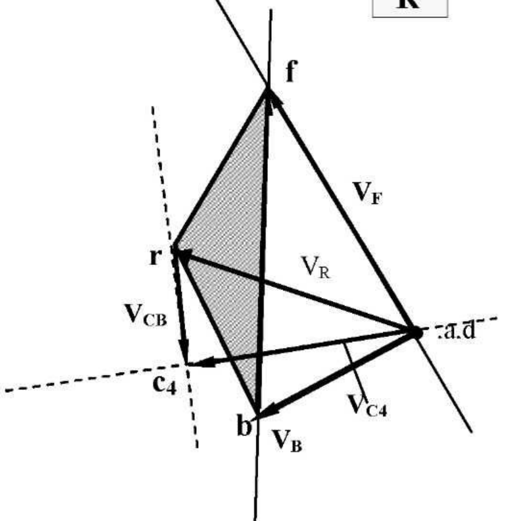
$$a_D = \mathbf{a_C} + \mathbf{a_{DC}^n} + a_{DC}^t \quad ;$$

$$\underset{\perp EF}{\overline{V_E}} = \underset{\perp AB}{\overline{\mathbf{V_B}}} + \underset{\perp EB}{\overline{V_{EB}}}\ ;$$

$$\overline{V_D} = \overline{\mathbf{V_C}} + \underset{\perp DC}{\overline{V_{DC}}}\ ;$$

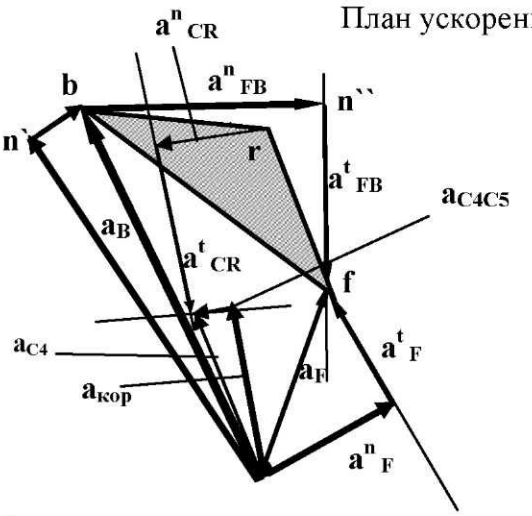






План скоростей

План ускорений



$$\overline{V}_F = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{B}} + \overline{V}_{FB}$$
$\perp FD \quad \perp AB \quad \perp FB$

$$\begin{cases} \overline{a}_F = \overline{\mathbf{a}_F^{\mathbf{n}}} + \overline{a_F^{t}}\ ; \\ \qquad \| FD \quad \perp FD \\ \overline{a}_F = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{a}_{\mathbf{FB}}^{\mathbf{n}}} + \overline{a_{FB}^{t}}\ ; \\ \qquad\qquad \| FB \quad \perp FB \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{V}_{C4} = \cancel{\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{C5}}} + \overline{V}_{C4C5} \\ \overline{V}_{C4} = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{R}} + \overline{V}_{C4R} \\ \| RC \qquad\qquad \perp CR \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{a}_{C4} = \cancel{\overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{C5}}} + \overline{a}_{C4C5} + \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{кор}} \\ \overline{a}_{C4} = \overline{\mathbf{a}}_{\mathbf{R}} + \overline{\mathbf{a}_{\mathbf{C4R}}^{\mathbf{n}}} + \overline{a_{C4R}^{t}} \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 16530-70. Передачи зубчатые. Термины, определения и обозначения. – М.:Госкомстандарт,1970.
2. ГОСТ 16531-70 Передачи зубчатые цилиндрические. Термины, определения и обозначения.-М.:Госкомстандарт, 1970.
3. ГОСТ 16532-70. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии на ЭЦВМ.
4. Фролов К.В., Попов С.А. и др. Теория механизмов и машин. – М.: Высш.школа,1998.
5. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988.
6. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. –М.: Наука, 1990.
7. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. -М.: Машиностроение, 1969.
8. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / Под редакцией А.С.Кореняко, - Киев: Вища школа. 1970.
9. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1967.
10. Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. – М.:Физматгиз, 1960.
11. Колчин Н.И., Мовнин М.С. Теория механизмов и машин. – Л.: Судпромгиз, 1962.
12. Теория плоских механизмов и динамика машин./Под ред. А.В. Желиговского. – м.: Высшая школа. 1961.
13. Теория механизмов и машин. Проектирование / Под ред. О.И. Кульбачного. –М: Высшая школа, 1970.
14. Попов С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин: - М.: Выс. шк. 1986.

Рекомендуется использовать конспект лекций по ТММ и журнал лабораторных работ.