

ОПД.Ф.02.03 ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ВНЕШНЕГО
ЗАЦЕПЛЕНИЯ СО СМЕЩЕНИЕМ
Учебное пособие

Излагается методика нарезания реечным инструментом эвольвентных зубчатых колес со смещением, приводятся аналитические зависимости для определения их основных геометрических параметров. Рассматриваются качественные характеристики зубчатых колес со смещением и даются рекомендации по выбору коэффициентов смещения.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Принятые обозначения	5
2. Исходный производящий реечный контур	6
3. Абсолютное и относительное смещение исходного контура	9
4. Определение наименьшего коэффициента смещения исходного контура при нарезании заданного числа зубьев	9
5. Уравнение эвольвенты в параметрической форме	13
6. Зависимость между радиусами делительной и начальной окружностями зубчатого колеса со смещением	15
7. Зависимость между шагами зацепления по делительной и начальной окружностям зубчатого колеса со смещением	16
8. Толщина зуба и ширина впадины зубчатого колеса со смещением по делительной окружности	17
9. Толщина зуба зубчатого колеса со смещением по начальной окружности	17
10. Уравнение зацепления	20
11. Расстояние между центрами зубчатых колес со смещением	21
12. Высота ножки и высота головки зуба колеса	22
13. Определение диаметров окружностей впадин и вершин зубчатого колеса со смещением	26
14. О системах зацепления	26
15. Нулевое зацепление	27
16. Положительное зацепление	29
17. Равносмещенное зацепление	30
18. Вписывание передачи в заданное межцентровое расстояние	31
19. Построение переходной кривой	32
20. Коэффициент перекрытия зубчатой передачи со смещением	35
21. Удельное скольжение зубьев	38
22. Коэффициент удельного давления между зубьями	40
23. Выбор коэффициентов смещения исходного контура	42
Приложение	48
Таблица 1. Значения угла зацепления и его эвольвентной функции	48
Таблица 2. Нормальные значения модуля зацепления	49
Список литературы	49

ВВЕДЕНИЕ

Зубчатые передачи получили большое распространение в транспортной технике, тепловозах, электровозах, строительном дорожном и путевых машинах. Основным достоинством этих передаточных механизмов, как известно, являются сравнительно небольшие габариты при значительной передаваемой мощности, постоянство передаточного отношения, надежность работы и высокий коэффициент полезного действия.

Однако в ряде случаев, с целью уменьшения геометрических массовых характеристик зубчатой передачи и повышения надежности ее работы при динамических нагрузках, например, в тяговых передачах локомотивов, применяются нестандартные зубчатые колеса. Такие зубчатые колеса, изготавливаемые при изменении положения режущего инструмента относительно нарезаемого колеса, получили название зубчатые колеса со смещением.

В предлагаемом учебном пособии рассматриваются особенности геометрического синтеза и основные качественные показатели зубчатых колес со смещением.

1. ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

ω – угловая скорость,
 z – число зубьев,
 z_1 – число зубьев меньшего колеса передачи (шестерни),
 z_Σ – суммарное количество зубьев в передаче,
 r_b, d_b – радиус и диаметр основной окружности,
 r, d – радиус и диаметр делительной окружности,
 r_w, d_w – радиус и диаметр начальной окружности,
 r_a, d_a – радиус и диаметр окружности вершин,
 r_f, d_f – радиус и диаметр окружности впадин,
 $\alpha_b, \alpha_w, \alpha$ – углы давления профиля зуба в точках, лежащих соответственно на основной, начальной и делительной окружностях,
 α_w – угол зацепления зубчатой передачи,
 a, a_w – межосевое расстояние соответственно в “нулевой” и передаче со смещением,
 m – модуль зацепления,
 p_b, p, p_w – шаг зацепления соответственно по основной, делительной и начальной окружностям,
 x – коэффициент смещения исходного контура,
 x_Σ – коэффициент суммы смещений,
 h_w, h_f – высота делительной головки и высота делительной ножки зуба, измеренные от делительной окружности,
 h_{aw}, h_{fw} – высота начальной головки и высота начальной ножки зуба, измеренные от начальной окружности,
 h – высота зуба колеса,
 c – величина радиального зазора в передаче,
 h_a^* – коэффициент высоты зуба исходного контура инструмента,
 s, e – толщина зуба и ширина впадины по делительной окружности,
 s_w, e_w – толщина зуба и ширина впадины по начальной окружности,
 ρ – радиус кривизны профиля зуба в какой-либо точке,
 \mathcal{G} – удельное скольжение в контактной точке поверхности зуба,
 \mathcal{G}' – удельное скольжение в верхней точке активного профиля,
 \mathcal{G}'' – удельное скольжение в нижней точке активного профиля,
 ε_α – коэффициент торцового перекрытия.

2. ИСХОДНЫЙ ПРОИЗВОДЯЩИЙ РЕЕЧНЫЙ КОНТУР

Геометрия зубчатого колеса зависит от размеров и формы инструмента и его установки относительно заготовки.

В дальнейшем все расчеты будем вести в предположении, что колесо нарезается реечным инструментом: **гребенкой** (рис. 1) или **червячной фрезой** (рис. 2).

Размеры инструмента стандартизированы и определяются так называемым исходным производящим реечным контуром, который представляет собой проекцию режущей кромки реечного инструмента на плоскость, перпендикулярную боковым линиям зуба нарезаемого колеса. В дальнейшем условимся исходный производящий реечный контур называть, для краткости просто исходным контуром.

На рис. 3 показан стандартный исходный контур, который согласно ГОСТ 13755-81 характеризуется глубиной захода, радиальным зазором и другими параметрами.

Глубина захода h_f принимается равной:

$$h_f = 2 h_a^* m,$$

где m – стандартный модуль зацепления; h_a^* – коэффициент высоты зуба исходного контура инструмента.

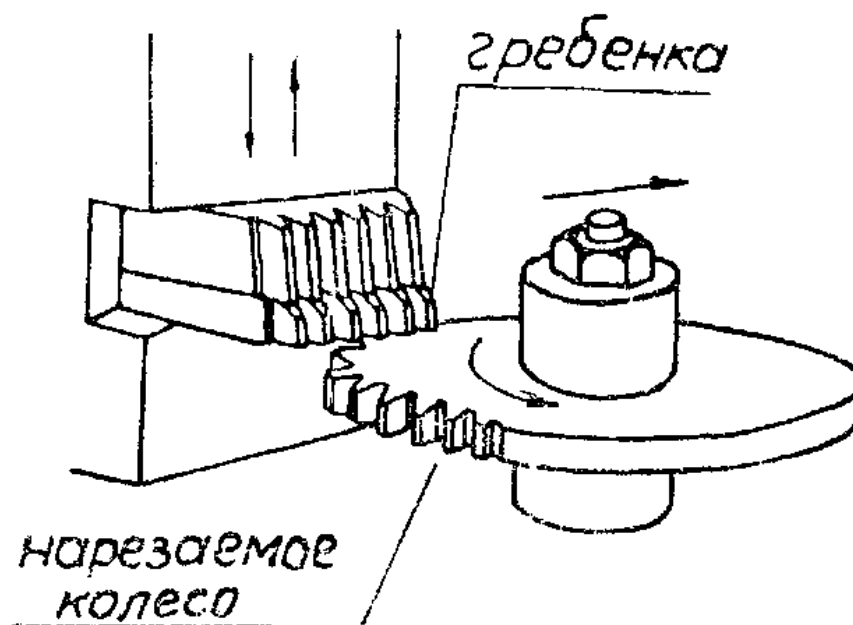


Рис. 1

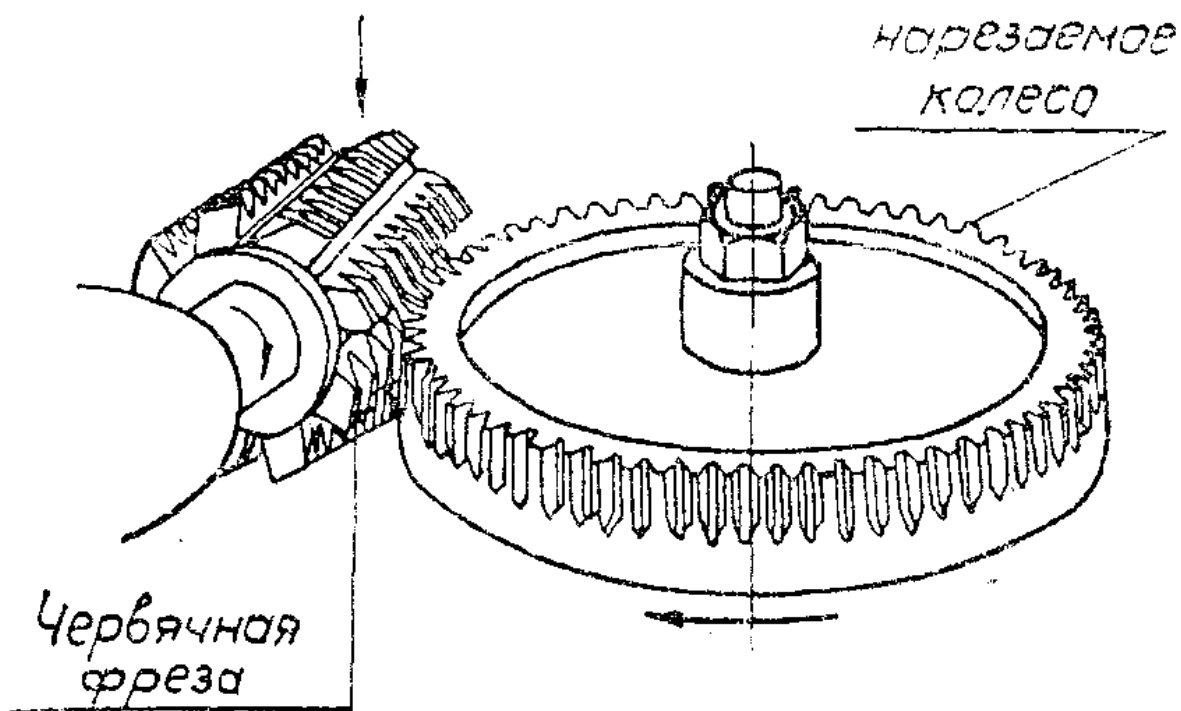


Рис. 2

Согласно ГОСТ 13755-81 величина h_a^* равна единице, но в ряде отраслей промышленности (например, в автотракторной промышленности) – применяются укороченные зубья, для которых коэффициент h_a^* равен 0,8.

В пределах глубины захода, профиль зуба исходного контура прямолинейный. Закругления у вершины головки и у корня зуба делаются радиусом $\rho = 0,4 m$.

Толщина зуба по делительной прямой* исходного контура равна ширине впадины. Радиальный зазор равен: $c = 0,25 m$

Угол при вершине зуба исходного контура равен $40''$.

* Делительной прямой исходного контура называется линия, делящая глубину захода пополам

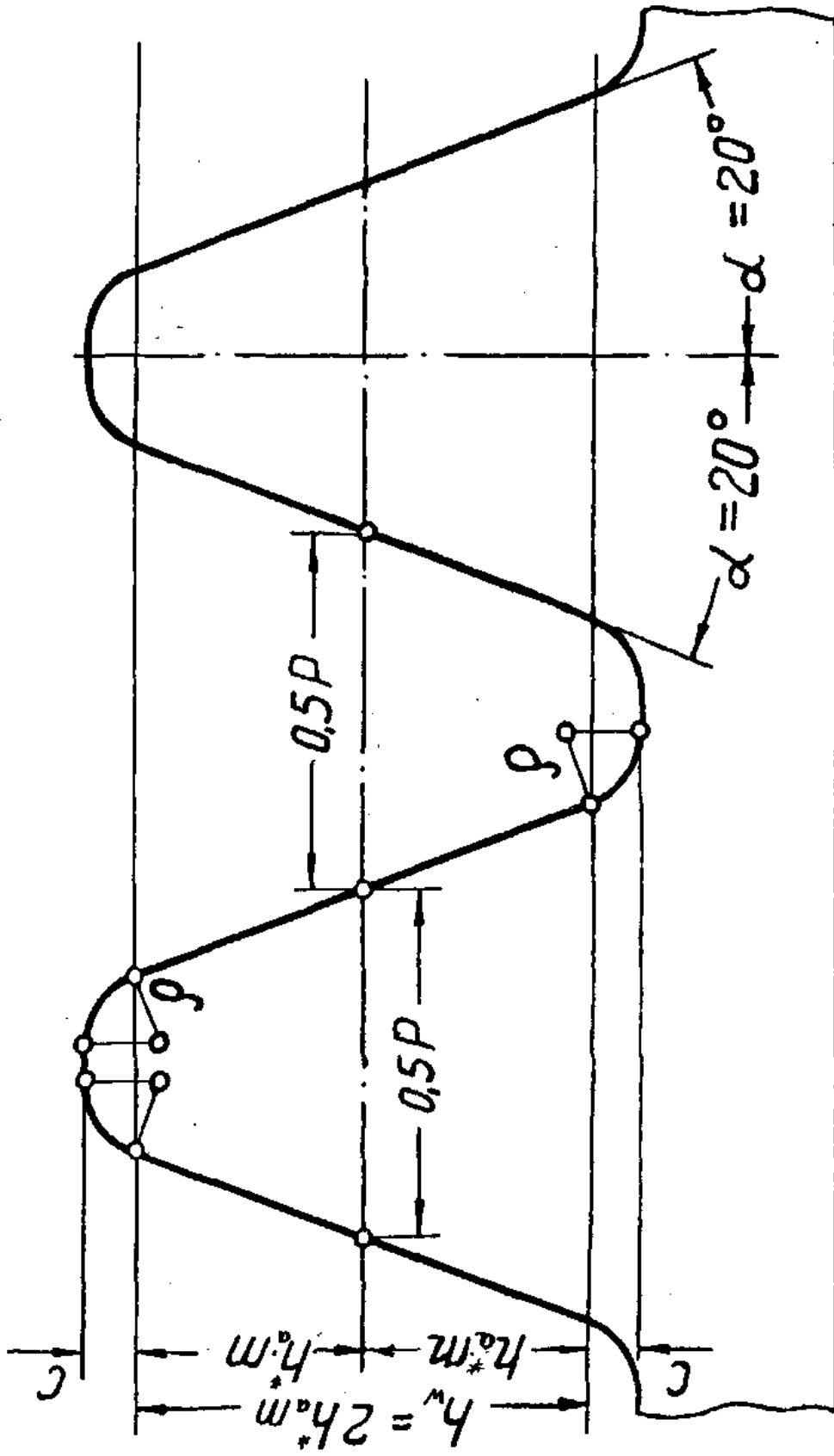


Рис. 3

3. АБСОЛЮТНОЕ И ОТНОСИТЕЛЬНОЕ СМЕЩЕНИЕ ИСХОДНОГО КОНТУРА

За начальную прямую исходного контура может быть принята любая прямая, параллельная его делительной прямой (рис. 4).

Расстояние ξ между делительной и начальными линиями исходного контура называется абсолютным сдвигом исходного контура и определяется в долях модуля:

$$\xi = x m$$

Коэффициент x в этом выражении называется коэффициентом относительного смещения исходного контура или просто коэффициентом смещения.

Смещение инструмента от центра нарезаемого колеса называется положительным, а к центру – отрицательным.

Колеса нарезанные с положительным, нулевым или отрицательным смещением называются соответственно положительными, нулевыми или отрицательными колесами. В дальнейшем такие колеса будем называть **зубчатыми колесами со смещением**.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИМЕНЬШЕГО КОЭФФИЦИЕНТА СМЕЩЕНИЯ ИСХОДНОГО КОНТУРА ПРИ НАРЕЗАНИИ ЗАДАННОГО ЧИСЛА ЗУБЬЕВ

Предположим, что требуется нарезать на колесе число зубьев $z_1 < z_{min}$.

При нарезании нулевого колеса (без смещения) с таким числом зубьев, последние получатся обязательно с подрезанными ножками (рис. 5), вследствие того, что линия AA исходного контура будет заходить за основание N_1 перпендикуляра O_1N_1 .

Линия AA проходит на расстоянии $h_a^* m$ от делительной прямой и принимается в данном случае за линию выступов инструмента (например гребенки), потому что траектория именно точки a (см. рис. 4) относительно заготовки, а не какой-либо другой точки b или c , лежащей на дуге abc , определяет незвольвентную часть профиля зуба (галтель) нарезаемого колеса.

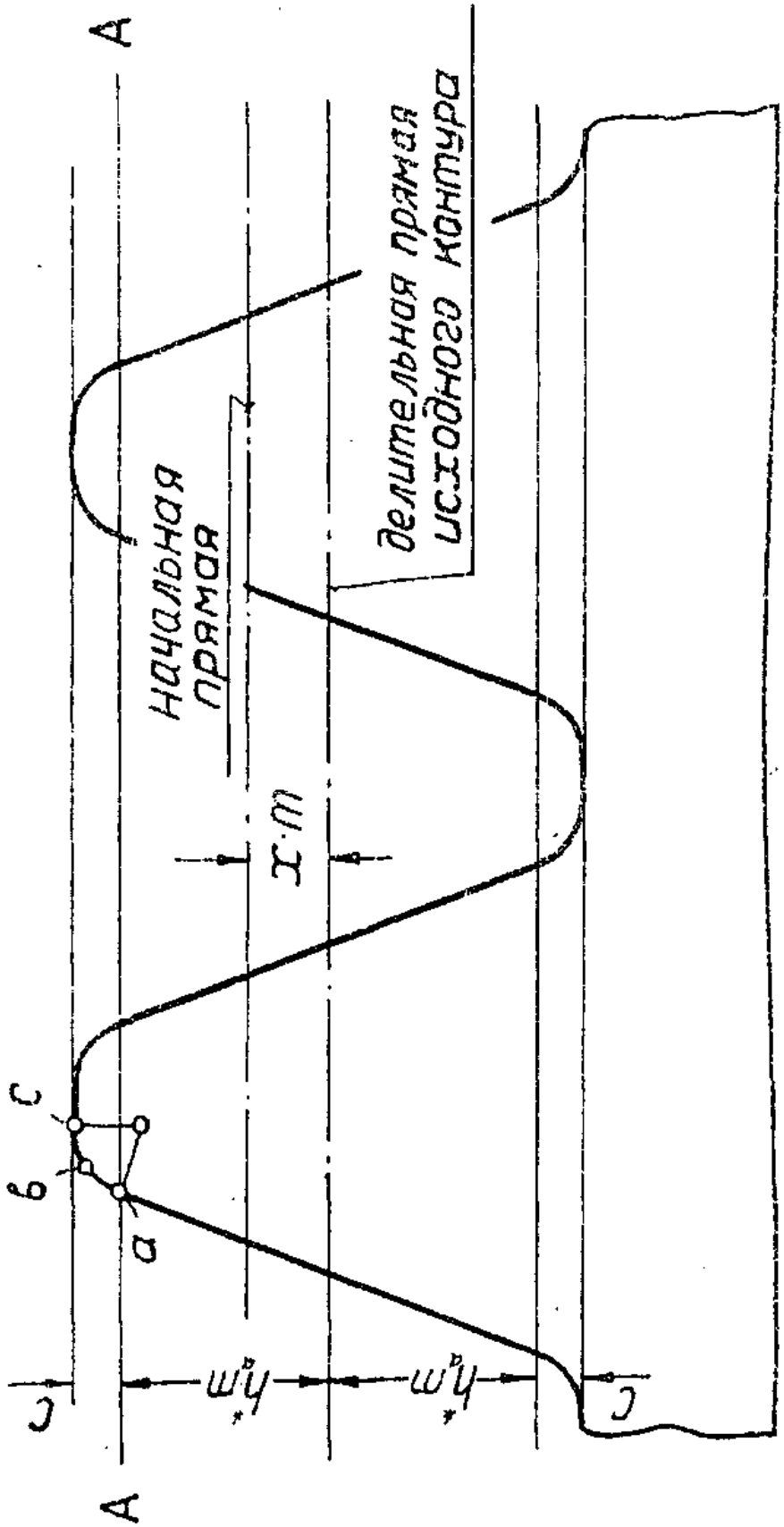


Рис. 4

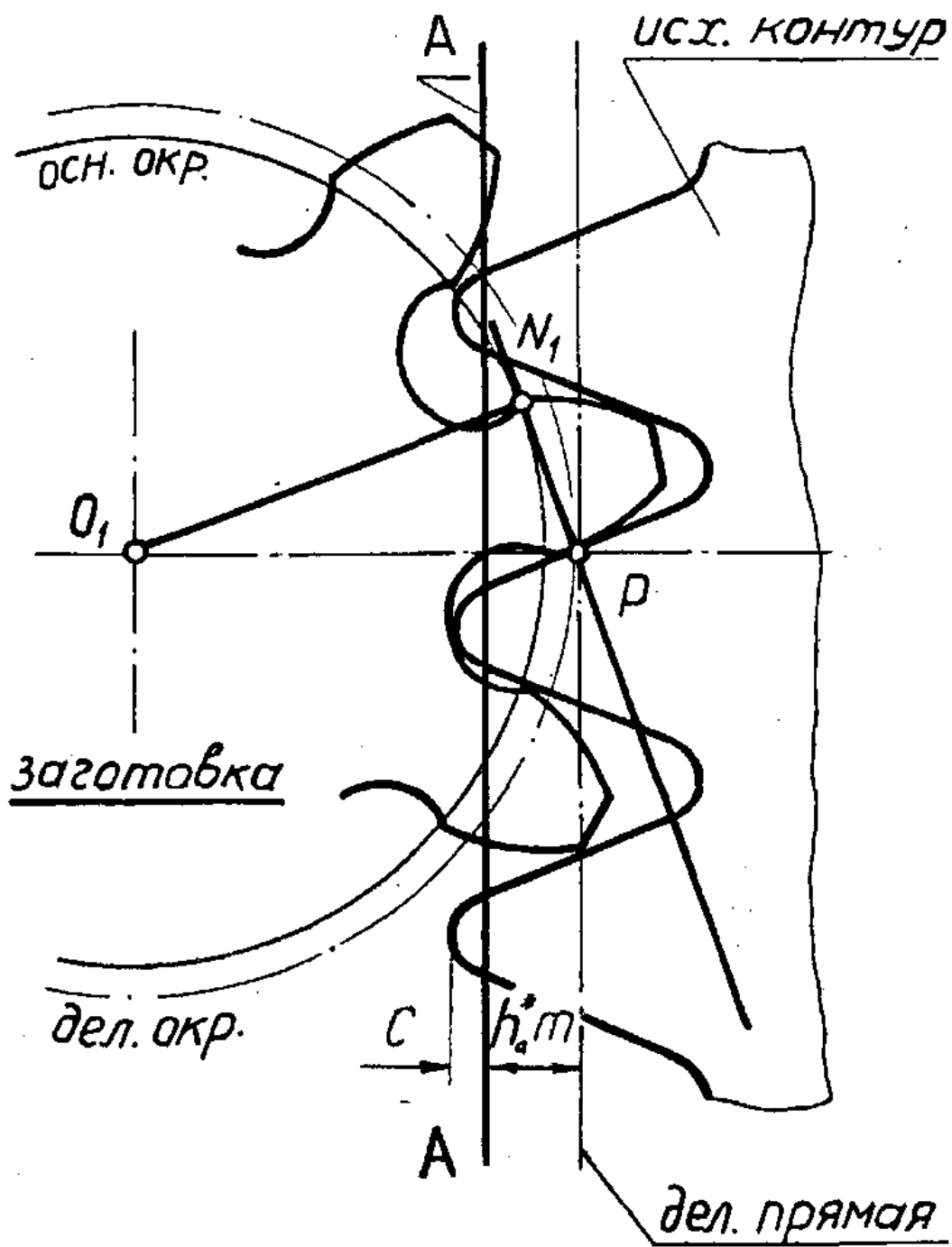


Рис. 5.

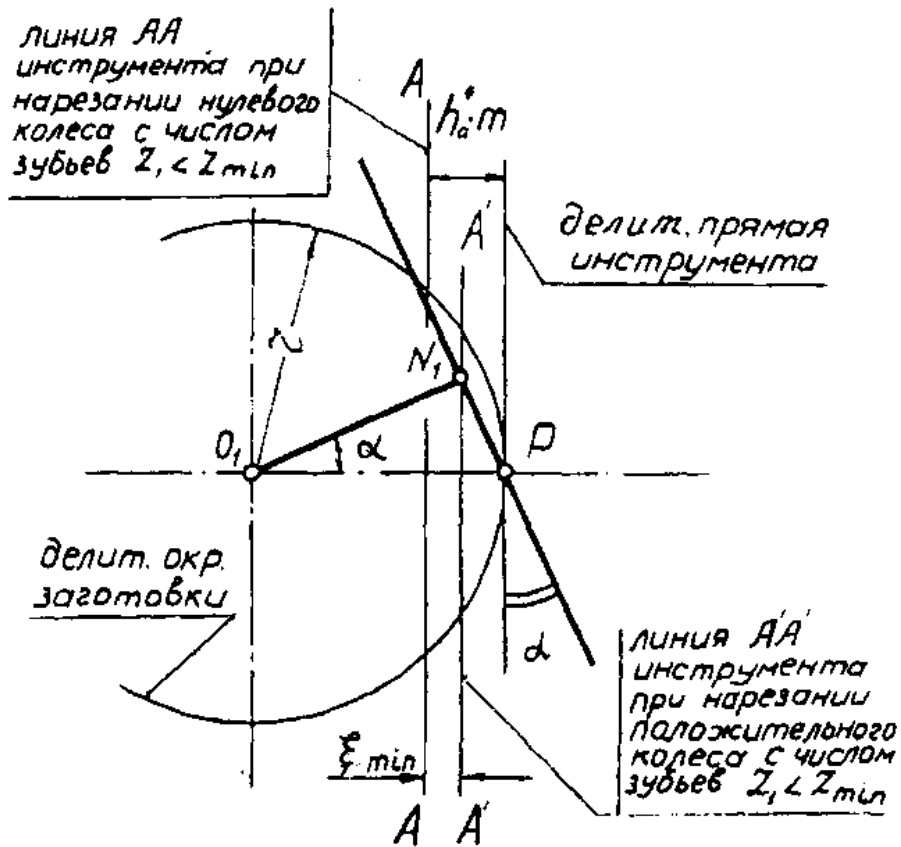


Рис. 6

Итак, чтобы нарезать на колесе z_1 зубьев без подреза ножек, нужно инструмент отодвинуть от заготовки на величину

$$\xi > \xi_{min} = h_a^* m - r \sin^2 \alpha$$

для того, чтобы линия AA исходного контура не заходила за точку N_1 заготовки (рис. 6).

Таким образом, наименьший коэффициент сдвига инструмента, необходимый для нарезания на колесе z_1 зубьев без подреза профиля, будет равен:

$$x_{1min} = h_a^* - z_1 / 2 \sin^2 \alpha$$

Для упрощения этого выражения, введем сюда наименьшее число зубьев нулевого колеса. Для нулевого колеса имеем:

$$z_{1min}^0 = d / m_{max} \quad (1)$$

где: m_{max} – наибольший модуль инструмента, при котором у колеса с заданным диаметром d , будет отсутствовать подрезание ножки зуба.

Из рис. 6 имеем:

$$m_{max} = (r \sin^2 \alpha) / h_a^*$$

Подставляя это выражение в формулу (1), получим:

$$z'_{1\text{min}} = (d h_a^*) / (r \sin^2 \alpha)$$

или:

$$z'_{1\text{min}} = 2h_a^* / \sin^2 \alpha$$

После этого, выражение для $x_{1\text{min}}$ можно записать в виде:

$$x_{1\text{min}} = h_a^* [(z'_{1\text{min}} - z_1) / z'_{1\text{min}}] \quad (2)$$

При $h_a^* = 1$ и $\alpha = 20^\circ$, $z_{1\text{min}} = 17$, тогда формула (2) примет вид:

$$x_{1\text{min}} = (17 - z_1) / 17 \quad (3)$$

Эта формула позволяет определять коэффициент смещения исходного контура реечного инструмента при нарезании положительного колеса с числом зубьев $z_1 < 17$ или отрицательного колеса с числом зубьев $z_1 > 17$.

5. УРАВНЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТЫ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Радиус-вектор произвольной точки P эвольвенты равен (рис. 7):

$$r = r_b (1/\cos\alpha). \quad (4)$$

Угол θ , определяющий направление радиуса-вектора r , найдем из следующих соображений:

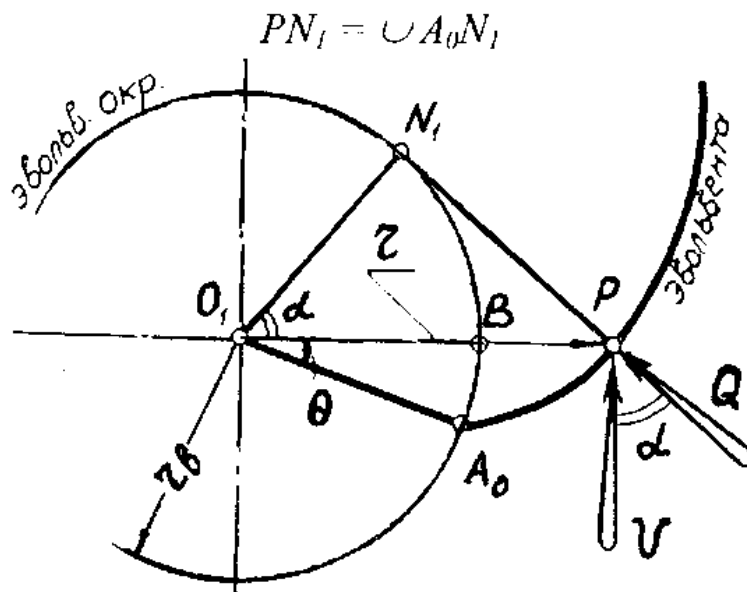


Рис. 7

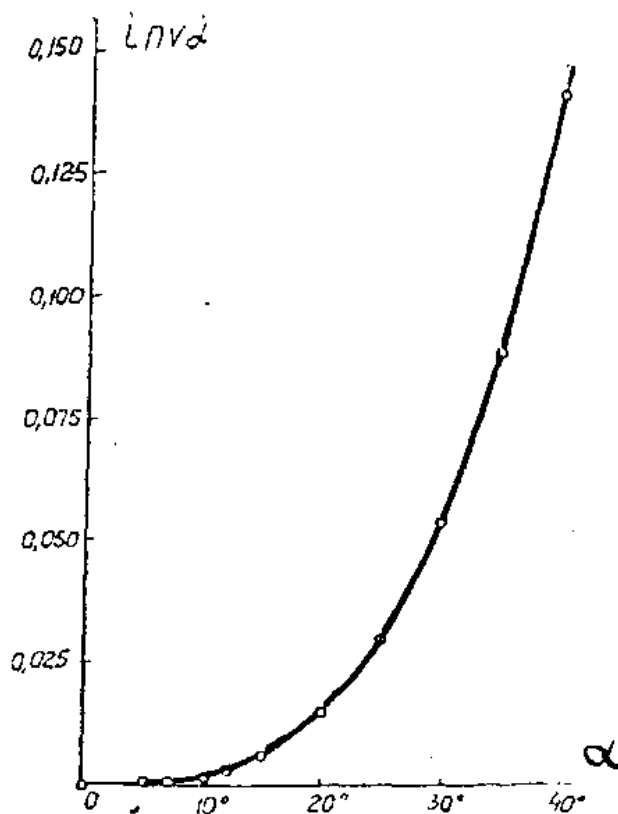


Рис. 8

$$\begin{aligned}
 PN_1 &= \cup A_0B + \cup BN_1 \\
 PN_1/r_b &= (\cup A_0B/r_b) + (\cup BN_1/r_b) \\
 \operatorname{tg} \alpha &= \theta + \alpha \\
 \theta &= \operatorname{tg} \alpha - \alpha. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Функция θ угла α называется эвольвентной функцией и кратко обозначается так:

$$\theta = \operatorname{inv} \alpha.$$

Таким образом, выражение (5) в новых обозначениях запишется в виде:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha. \quad (6)$$

График эвольвентной функции представлен на рис. 8. Эвольвентная функция обычно определяется по таблицам этой функции, составленным с точностью до шестого знака после запя-

той (см. табл. № 1 в приложении).

Уравнения (4) и (6) являются уравнениями эвольвенты в параметрической форме.

Из рис. 7 можно видеть, что угол между силой Q нормального давления на зуб и абсолютной скоростью V точки приложения этой силы всегда равен углу α . Поэтому угол α называют углом давления.

Угол давления для произвольной точки эвольвентного профиля зуба, расположенной на окружности радиуса r_w , можно найти из уравнения (4):

$$\alpha_w = \arccos r_b / r_w.$$

В частности, угол давления α для точки A_0 профиля (рис. 7), лежащей на эвольвентной окружности ($r = r_b$), будет равен:

$$\alpha_b = 0.$$

Заметим также, что угол давления профиля в точке, лежащей на делительной окружности, всегда равен стандартному углу зацепления:

$$\alpha = 20^\circ.$$

Это следует из того, что в станочном зацеплении реального инструмента и заготовки, делительная окружность нарезаемого колеса всегда совпадает с начальной окружностью и поэтому проходит через полюс зацепления.

6. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ РАДИУСАМИ ДЕЛИТЕЛЬНОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ОКРУЖНОСТЕЙ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА СО СМЕЩЕНИЕМ

Пусть углы α и α_w есть углы давления профиля зуба в точках P и P_w , лежащих соответственно на делительной и начальной окружностях (рис. 9).

Из треугольников PON_1 и P_wON_2 имеем:

$$r \cos \alpha = r_w \cos \alpha_w = r_b \quad (7)$$

Отсюда найдем:

$$r_w = r (\cos \alpha / \cos \alpha_w) \quad (8)$$

Таким образом, отношение радиусов начальной и делительной окружностей равно обратному отношению косинусов соответствующих углов давления.

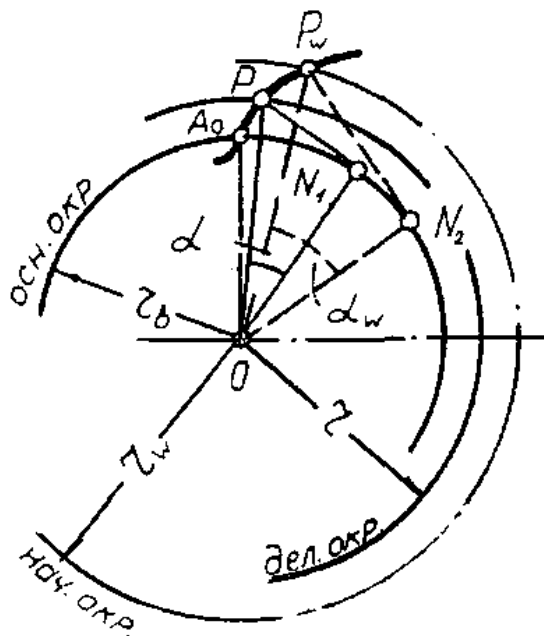


Рис. 9

Так как радиус делительной окружности колеса со смещением равен:

$$r = mz / 2, \quad (9)$$

окончательно получим для радиуса начальной окружности колеса со смещением выражение:

$$r_w = (mz/2) (\cos \alpha / \cos \alpha_w)$$

Аналогично, можно определить радиус r_i произвольной окружности колеса:

$$r_i = (mz / 2) (\cos \alpha / \cos \alpha_i)$$

где α_i — угол давления профиля зуба в точке, лежащей на окружности радиуса r_i .

7. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ШАГАМИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПО ДЕЛИТЕЛЬНОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ОКРУЖНОСТЯМ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА СО СМЕЩЕНИЕМ

Если профиль 1 (рис. 10) повернуть на угол γ , то он совпадет с профилем 2. Отсюда следует равенство:

$$\gamma = p_w / r_w = p / r = p_b / r_b$$

из которого можно найти шаг зацепления по начальной окружности:

$$p_w = p (r_w / r)$$

Но так как, согласно уравнению (7):

$$r_w \cos \alpha_w = r \cos \alpha,$$

то окончательно получим:

$$p_w = p (\cos \alpha / \cos \alpha_w) \quad (10)$$

В таком же соотношении находятся и модули зацепления:

$$m_w = m (\cos \alpha / \cos \alpha_w).$$

Из формулы (10) можно видеть, что шаг зацепления по любой окружности зависит только от угла давления профиля зуба в точке, которая лежит на этой окружности.

Если, например, шаг зацепления измерять по основной окружности, то он будет равен:

$$p_b = p \cos \alpha,$$

так как угол давления профиля зуба в точке, лежащей на основной окружности, равен нулю.

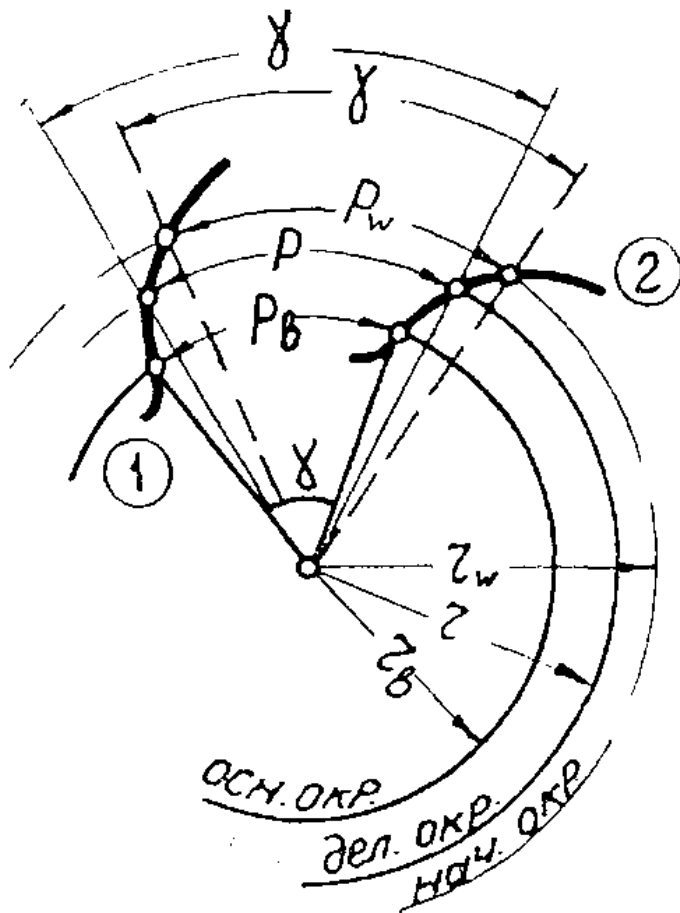


Рис. 10

8. ТОЛЩИНА ЗУБА И ШИРИНА ВПАДИНЫ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА СО СМЕЩЕНИЕМ ПО ДЕЛИТЕЛЬНОЙ ОКРУЖНОСТИ

При нарезании колеса по методу обкатки реечным инструментом делительная окружность колеса и начальная прямая исходного контура являются центроидами в относительном движении. Поэтому толщина зуба нарезаемого колеса по делительной окружности равна ширине впадины исходного контура по начальной прямой. Из рис. 11 имеем:

$$S = p/2 + 2 x m \operatorname{tg} \alpha$$

или

$$S = (\pi m) / 2 + 2 x m \operatorname{tg} \alpha \quad (11)$$

где $x m$ – смещение инструмента; α – стандартный угол зацепления.

Аналогично, для ширины впадины получим:

$$e = (\pi m) / 2 - 2 x m \operatorname{tg} \alpha .$$

9. ТОЛЩИНА ЗУБА ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА СО СМЕЩЕНИЕМ ПО НАЧАЛЬНОЙ ОКРУЖНОСТИ

Рассмотрим какое-либо положительное колесо. Пусть радиус основной окружности колеса равен r_b , а делительной r . Предположим, что при зацеплении этого колеса с другим колесом окружность радиуса r_w является начальной окружностью (рис. 12).

Определим толщину зуба по начальной окружности, полагая, что толщина зуба по делительной окружности известна и определяется формулой (11). Кроме того, будем считать известными углы давления профиля зуба в точках p и p_w , лежащих соответственно на делительной и начальной окружностях. Пусть эти углы равны соответственно α и α_w .

Из рис. 12 имеем:

$$s_w = r_w (\angle P_w O P'_w) \quad (a)$$

$$\angle P_w O P'_w = \angle P O P' - 2 (\theta_w - \theta) \quad (б)$$

где θ_w и θ – есть эвольвентные функции углов давления α_w и α , соответственно равные:

$$\theta_w = \operatorname{inv} \alpha_w$$

$$\theta = \operatorname{inv} \alpha \quad (в)$$

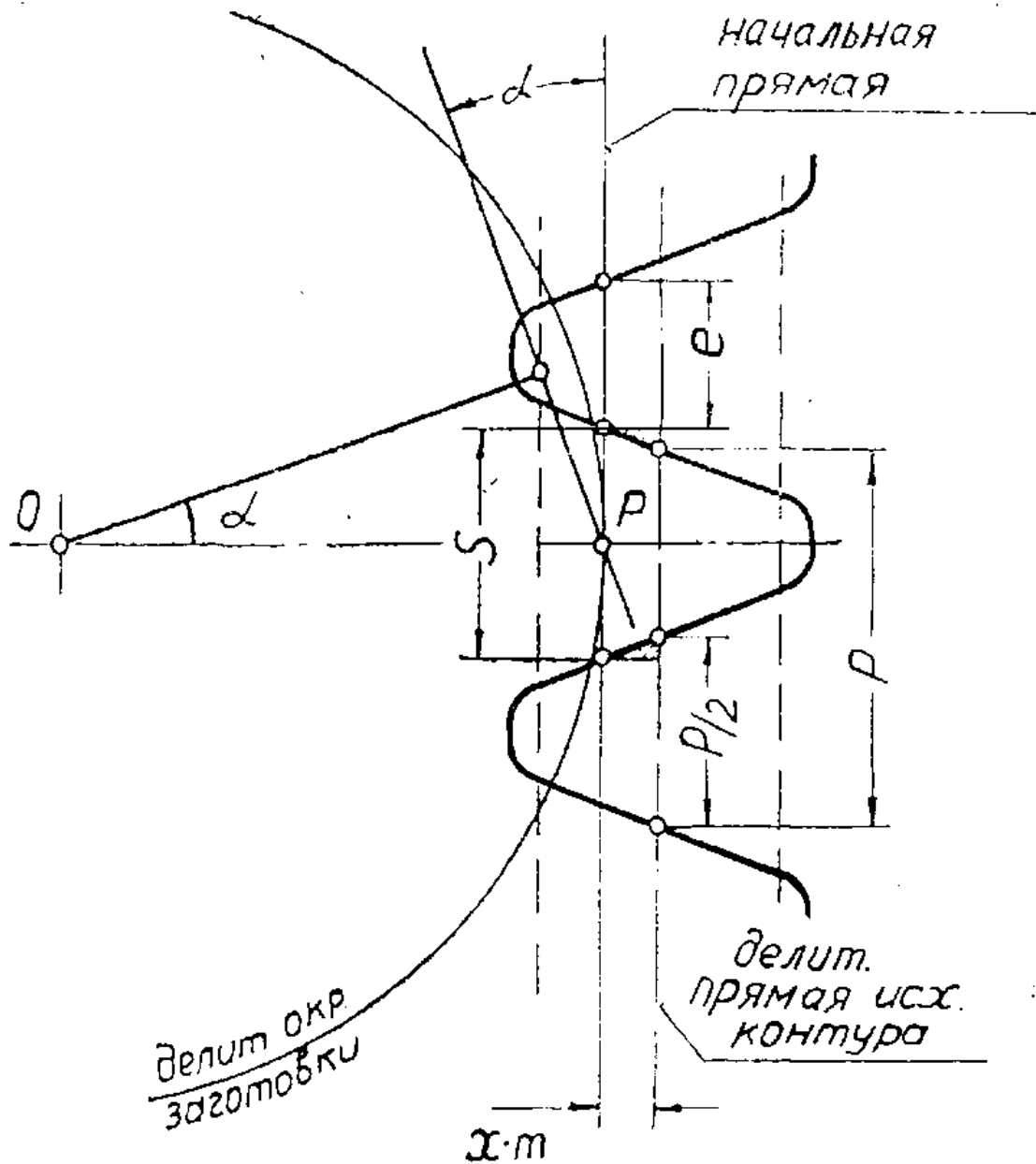


Рис. 11

Из рис. 12, следует также, что

$$\angle POP' = s / r \quad (\text{г})$$

Подставляя выражения (б), (в) и (г) в формулу (а), получаем:

$$s_w = r_w [(s/r) - 2 (\theta_w - \theta)]$$

Принимая далее во внимание равенства (8), (9) и (11), найдем окончательно:

$$s_w = \cos \alpha / \cos \alpha_w [(\pi m / 2 + 2 x m \operatorname{tg} \alpha) - m z (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)] \quad (12)$$

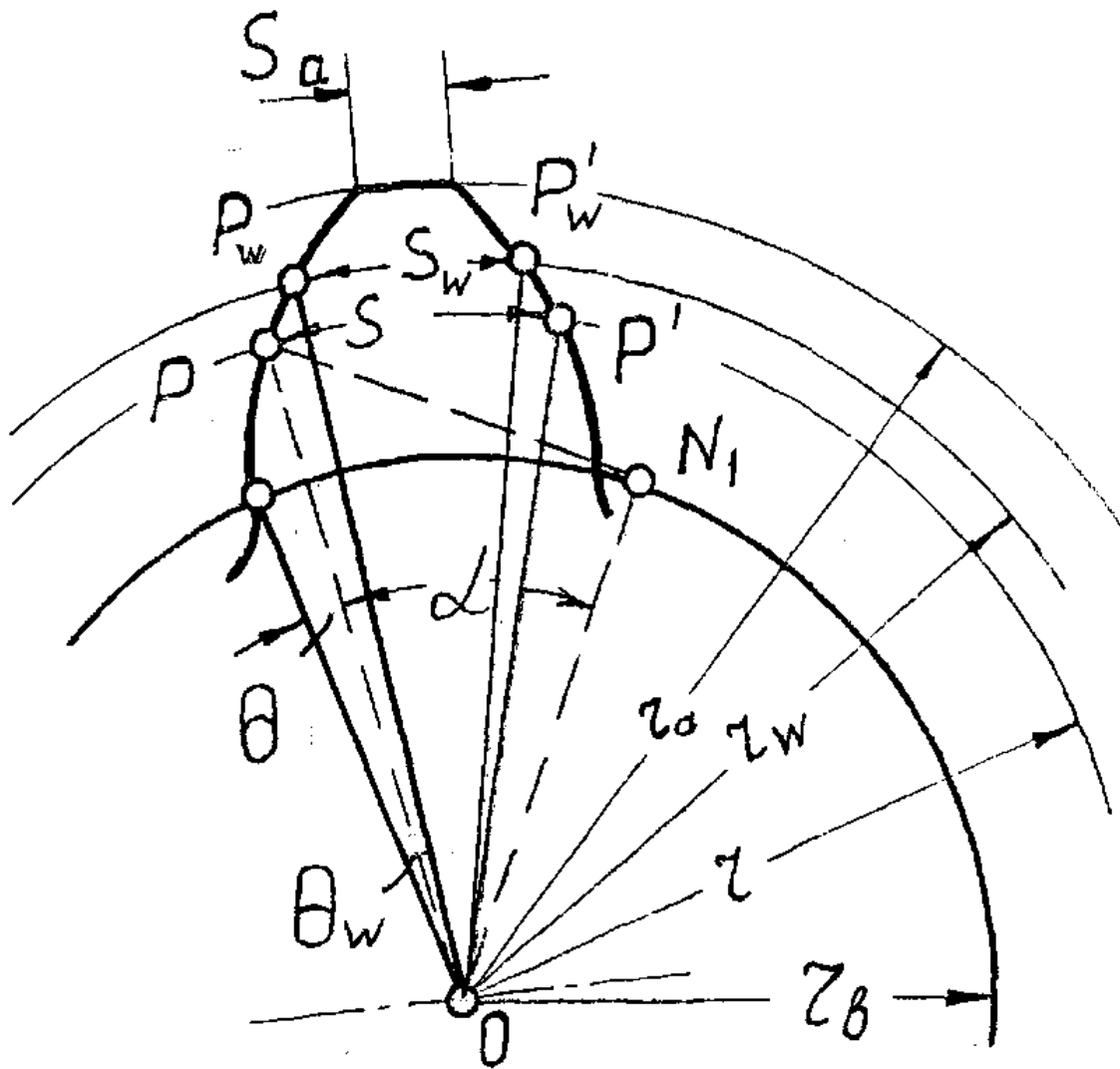


Рис. 12

Из этого выражения можно видеть, что толщина зуба по **начальной** окружности зависит, при заданных α , m и z , только от угла давления α_w — той точки профиля зуба, которая расположена на **начальной** окружности.

В качестве примера, найдем толщину зуба по окружности головок (рис. 12).

По формуле (12) имеем:

$$s_a = \cos \alpha / \cos \alpha_a [p/2 + 2 x m \operatorname{tg} \alpha] - m z (\operatorname{inv} \alpha_a - \operatorname{inv} \alpha) \quad (13)$$

где α_a обозначает угол давления профиля зуба в точке, лежащей на окружности головок, радиуса r_a , и может быть найден из выражения (4):

$$\cos \alpha_a = r_b / r_a.$$

10. УРАВНЕНИЕ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Если имеются два колеса со смещением, нарезанные стандартным реечным инструментом, то при сближении их центров до предела (беззазорное зацепление) угол зацепления α_w передачи будет в общем случае отличаться от его стандартного значения α .

Величину угла α_w можно найти из следующего очевидного условия:

$$s_{w1} + s_{w2} = p_w, \quad (14)$$

где s_{w1} , s_{w2} и p_w определяются формулами (12) и (10) и обозначают соответственно толщины зубьев и шаг зацепления, измеренные по начальной окружности одного из колес.

В справедливости этого условия можно легко убедиться, если вспомнить, что начальные окружности в передаче перекатываются одна по другой без скольжения и поэтому толщина зуба одного колеса, например, s_{w1} равна в точности ширине впадины e_{w2} другого колеса (при беззазорном зацеплении).

В развернутом виде равенство (14) можно записать так:

$$\begin{aligned} & \cos\alpha/\cos\alpha_w (p/2 + 2x_1 m \operatorname{tg}\alpha) - mz_1 \cos\alpha/\cos\alpha_w (\operatorname{inv}\alpha_w - \operatorname{inv}\alpha) + \\ & + \cos\alpha/\cos\alpha_w (p/2 + 2x_2 m \operatorname{tg}\alpha) - mz_2 \cos\alpha/\cos\alpha_w (\operatorname{inv}\alpha_w - \operatorname{inv}\alpha) = \\ & = p \cos\alpha/\cos\alpha_w \end{aligned}$$

Отсюда, после некоторых преобразований, найдем:

$$2(x_1 + x_2) \operatorname{tg}\alpha - (z_1 + z_2) (\operatorname{inv}\alpha_w - \operatorname{inv}\alpha) = 0$$

Решая это уравнение относительно $\operatorname{inv}\alpha_w$, получим:

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \operatorname{inv}\alpha + (2x_y/z_\Sigma) \operatorname{tg}\alpha \quad (15)$$

где для краткости обозначено:

$$x_\Sigma = x_1 + x_2; z_\Sigma = z_1 + z_2$$

Выражение (15) будем называть уравнением зацепления. Это уравнение определяет величину угла α_w плотного (беззазорного) зацепления двух зубчатых колес, нарезанных со смещением стандартным реечным инструментом, в зависимости от чисел зубьев колес и коэффициентов смещения исходного контура.

Так как стандартный реечный инструмент имеет $\alpha = 20^\circ$, то угол зацепления α_w зависит только от величины x_y/z_Σ и, следовательно, может быть заранее вычислен.

11. РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЦЕНТРАМИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС СО СМЕЩЕНИЕМ

Пусть P – полюс зацепления двух зубчатых колес со смещением (рис. 13). Через точку P проходят начальные окружности колес и линия зацепления NN , которая образует с прямой ll угол зацепления α_w и касается основных окружностей в точках N_1 и N_2 .

Определим расстояние a_w между центрами колес. Для этого спроектируем контур $O_1N_1N_2O_2O_1$ на линию, перпендикулярную линии зацепления. В результате, получим:

$$a_w \cos \alpha_w = r_{b1} + r_{b2},$$

откуда найдем:

$$a_w = (r_{b1} + r_{b2}) / \cos \alpha_w.$$

С другой стороны, расстояние между центрами нулевых колес равно:

$$a = (r_{b1} + r_{b2}) \cos \alpha = (m z_{\Sigma}) / 2.$$

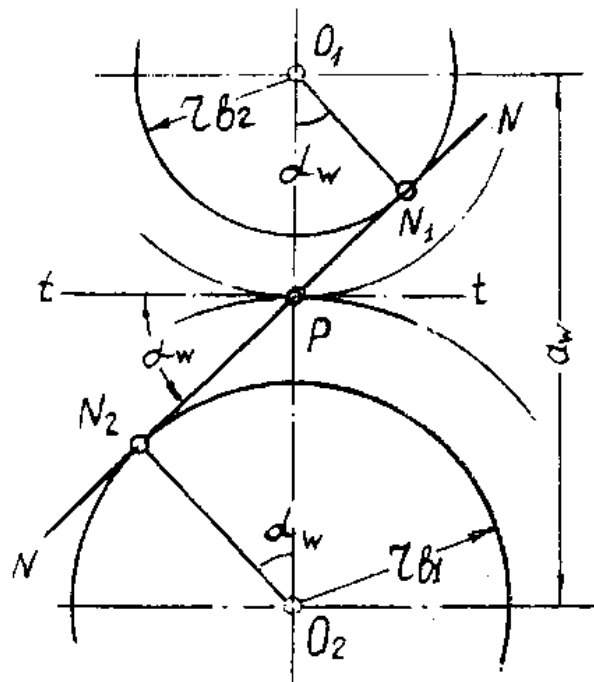


Рис. 13

Следовательно:

$$a_w = a(\cos \alpha / \cos \alpha_w).$$

Это выражение можно записать также в виде:

$$a_w = [(m z_\Sigma)/2](\cos\alpha / \cos\alpha_w). \quad (16)$$

12. ВЫСОТА НОЖКИ И ВЫСОТА ГОЛОВКИ ЗУБА КОЛЕСА

Найдем высоту h_{f1} и высоту h_{a1} головки зуба. Величина h_{f1} измеряется от делительной окружности и может быть найдена из рассмотрения станочного зацепления нарезаемого колеса с инструментом (рис. 14).

Из рис. 14 можно видеть, что высота h_{f1} ножки зуба была бы равна:

$$m (h_a^* + 0,25),$$

если смещение инструмента было бы равно нулю, но в данном случае мы имеем положительное смещение инструмента равное $x_1 m$, поэтому величина h_{f1} будет равна:

$$h_{f1} = m (0,25 + h_a^*) - x_1 m.$$

Или, так как,

$$h_a^* = 1, \text{ то}$$

$$h_{f1} = (1,25 m - x_1 m). \quad (17)$$

Аналогично получим высоту ножки зуба для другого колеса,

$$h_{f2} = (1,25 m - x_2 m). \quad (18)$$

Для определения высоты h_a головки зуба, рассмотрим зацепление двух зубчатых колес со смещением (рис. 15).

Расстояние между центрами зубчатых колес со смещением определяется формулой (16):

$$a_w = a (\cos\alpha / \cos\alpha_w),$$

где a – обозначает расстояние между центрами нулевых колес. Следовательно, расстояние между делительными окружностями зубчатых колес со смещением равно:

$$\Delta a = a_w - a$$

или

$$\Delta a = (m z_\Sigma)/2[(\cos\alpha / \cos\alpha_w) - 1].$$

Найдем далее расстояние между окружностями впадин:

$$(h_{f1} + \Delta a + h_{f2}).$$

Следовательно, полная высота зуба, одинаковая для обоих колес, будет определяться выражением:

$$(h_{f1} + \Delta a + h_{f2}) = 0,25 m. \quad (19)$$

Теперь легко определить и высоту h_{a1} головки зуба первого колеса:

$$h_{a1} = h - h_{f1}$$

или, принимая во внимание выражение (19), найдем:

$$h_{a1} = \Delta a + h_{f2} - 0,25 m. \quad (20)$$

Аналогично получим формулу для высоты головки зуба второго колеса:

$$h_{a2} = \Delta a + h_{f1} - 0,25 m. \quad (21)$$

Изменение межцентрового расстояния Δa у зубчатых колес со смещением не равно сумме смещений инструмента при их нарезании, т.е. $a_w - a \neq (x_1 + x_2) m$, так как при их равенстве зацепление будет с большим боковым зазором.

Для получения зацепления с радиальным зазором, равным $0,25 m$ и без бокового зазора вводится так называемое, уравнивающее смещение, с учетом которого можно записать:

$$y m = (x_1 + x_2) m - \Delta y m. \quad (22)$$

где $y = (a_w - a)/m$ – коэффициент воспринимаемого смещения, Δy – коэффициент уравнивающего смещения.

Как следует из (22)

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y.$$

С введением понятий воспринимаемого и уравнивающего смещений выражения (20) и (21) представим в виде

$$h_{a1} = (x_1 + h_a^* - \Delta y) m$$

$$h_{a2} = (x_2 + h_a^* - \Delta y) m.$$

Нетрудно убедиться, что выражение (19) с учетом (22), а также (17) и (18) запишется в виде:

$$h = (2h_a^* + c^* - \Delta y) m. \quad (23)$$

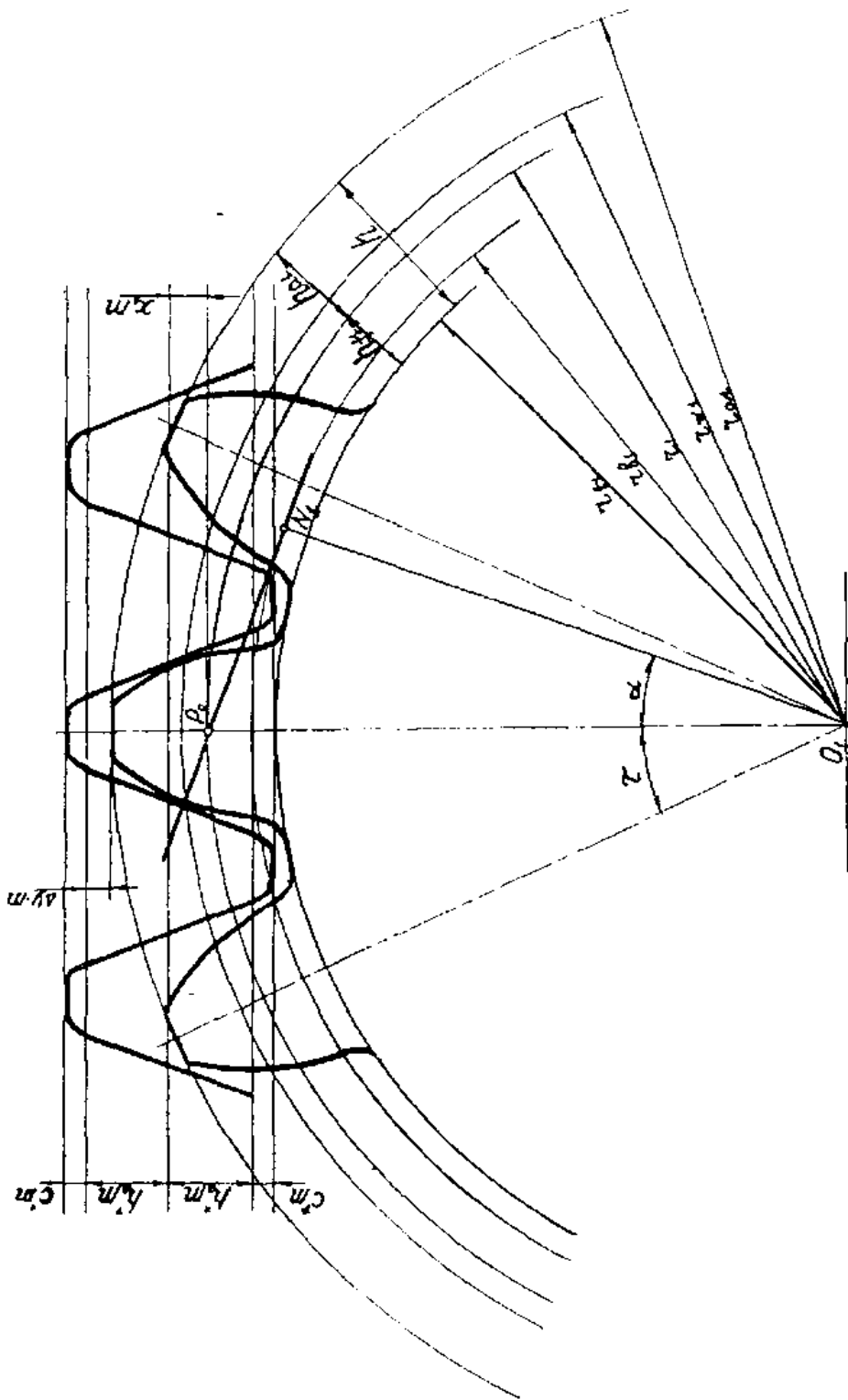


Рис. 14

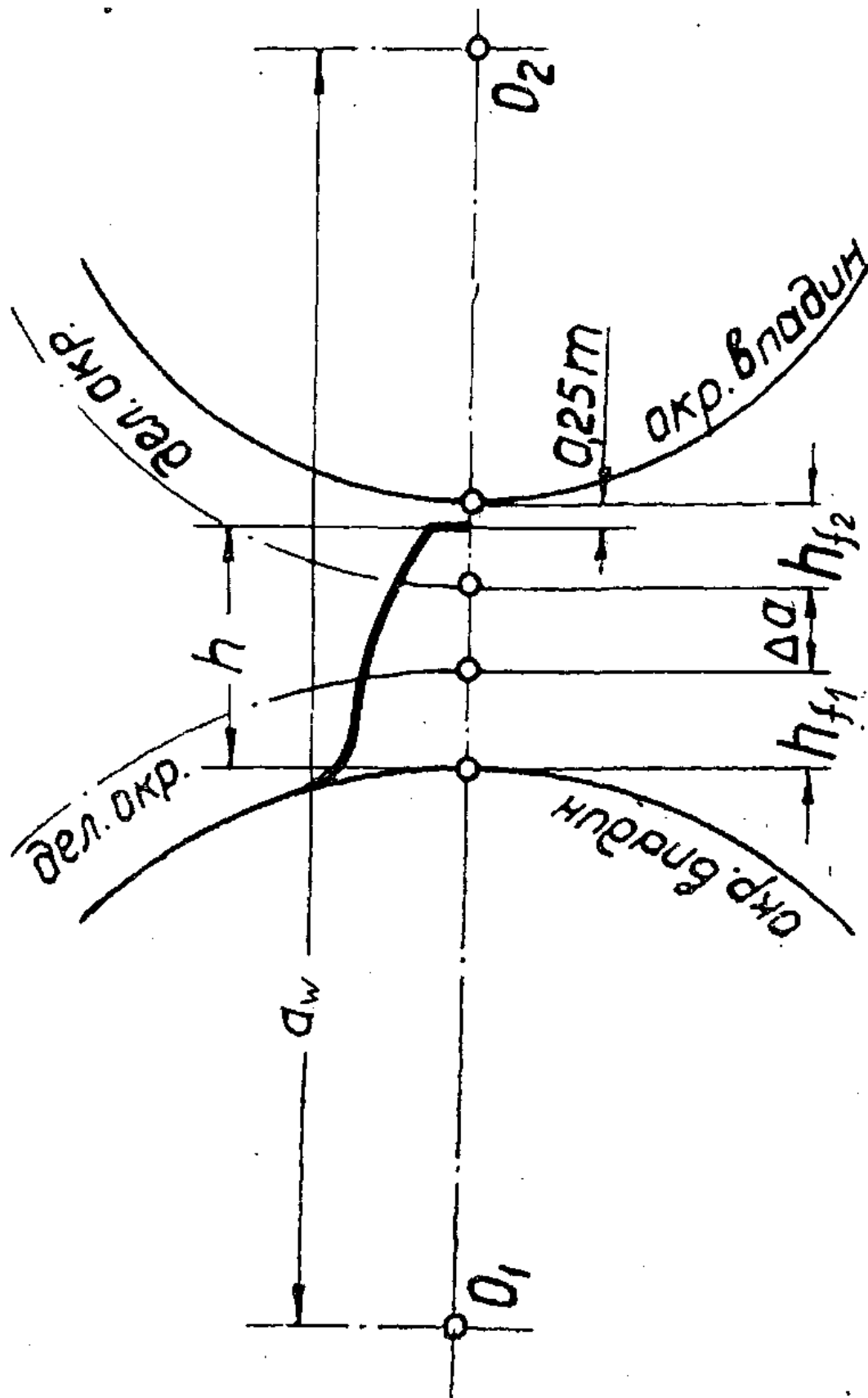


Рис. 15

13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАМЕТРОВ ОКРУЖНОСТЕЙ ВПАДИН И ВЕРШИН ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА СО СМЕЩЕНИЕМ

Для определения диаметров окружностей впадин и вершин рассмотрим картину станочного зацепления нарезаемого зубчатого колеса и инструментальной рейки (см. рис. 14).

В соответствии с принятыми обозначениями определим диаметр окружности вершин зубьев

$$d_{a1} = d_1 + 2 x_1 m + 2 h_a^* m - 2 \Delta y m. \quad (24)$$

или

$$d_{a1} = d_1 + 2(x_1 + h_a^* - \Delta y) m.$$

Диаметр окружности впадин зубьев

$$d_{f1} = d_{a1} - 2h.$$

С учетом (23) и (24) получим

$$d_{f1} = d_1 + 2(x_1 - h_a^* - c^*) m,$$

а также

$$d_{f2} = d_2 + 2(x_2 - h_a^* - c^*) m.$$

14. О СИСТЕМАХ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Уравнение (15) является основным уравнением зацепления.

Если даны числа z_1 и z_2 зубьев передачи и параметры исходного контура реечного инструмента (α, m), то в основном уравнении зацепления остаются неизвестными три величины: α_w, x_1 и x_2 . Эти величины часто называют основными параметрами зацепления, поскольку они однозначно определяют основные размеры передачи и все условия зацепления. Эти три величины связаны только уравнением зацепления. Поэтому для их определения необходимо задать еще два добавочных условия, которые связывали бы их между собой:

$$\begin{aligned} f_1(\alpha_w, x_1, x_2) &= 0 \\ f_2(\alpha_w, x_1, x_2) &= 0. \end{aligned} \quad (25)$$

В настоящее время существуют множество различных систем зацепления, которые отличаются между собой условиями (25).

Рассмотрим три основных зацепления: нулевое, положительное и равносмещенное.

15. НУЛЕВОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Нулевое или нормальное зацепление является стандартным зацеплением. Чтобы получить это зацепление, зубчатые колеса должны нарезать при нулевом сдвиге инструмента. Поэтому условиями (25), в данном случае, будут равенства:

$$x_1 = 0, x_2 = 0. \quad (26)$$

Полагая в уравнении зацепления (15):

$$x_{\Sigma} = (x_1 + x_2) = 0,$$

получим:

$$\alpha_w = \alpha,$$

где α – стандартный угол зацепления, равный 20° .

Остальные параметры нулевого зацепления, как например, высота головки и ножки зуба, диаметры окружностей головок и впадин и др., также можно получить из общих формул, выведенных выше для зубчатых колес со смещением, путем подстановки в них значений (26). Однако, мы не будем останавливаться на этих преобразованиях, в виду их чрезвычайной простоты, и сразу приведем формулы, определяющие размеры зубьев нулевых колес.

Диаметры делительных окружностей равны:

$$d_1 = m z_1$$

$$d_2 = m z_2.$$

Диаметры окружностей головок и впадин, и диаметры основных окружностей определяются для обоих колес следующими формулами:

$$d_{a1} = d_1 + 2 m$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 m$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 m$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 m$$

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha.$$

Толщина зуба s по делительной окружности предусматривается стандартом равной ширине впадины e :

$$s = e = (\pi m)/2.$$

Поэтому боковой зазор между зубьями в этом случае равен нулю.

Числа зубьев z_1 и z_2 , которые можно нарезать на колеса режущим инструментом, при условии (26), не опасаясь подреза, должны удовлетворять неравенствам:

$$z_1 \geq 17$$

$$z_2 \geq 17.$$

Если два нулевых колеса привести в зацепление, то получится нулевая или, иначе говоря, стандартная зубчатая передача.

При нормальном расстоянии между центрами колес, равном:

$$a = (d_1 + d_2)/2 = (m z_{\Sigma})/2,$$

где z_{Σ} обозначает сумму зубьев обоих колес, делительные окружности совпадают с начальными окружностями и поэтому проходят через полюс зацепления. Следовательно,

$$d_{w1} = d_1$$

$$d_{w2} = d_2.$$

Отсюда следует, что радиальный зазор между зубьями будет равен:

$$h_f - h_a = 0,25 m.$$

Как видно из приведенных формул, расчет нулевого зацепления является элементарным. Кроме того, это зацепление обладает еще одним очень важным свойством: оно удовлетворяет принципу взаимозаменяемости колес. Это позволяет, например, применять в зубчатых передачах некоторых металлорежущих станков так называемые сменные колеса, то есть колеса одинакового модуля, но с различными числами зубьев и с одинаковым числом z_{Σ} , соответствующим имеющемуся в передаче межосевому расстоянию.

Благодаря этим свойствам нулевого зацепления, оно и в настоящее время часто применяется в машиностроении.

16. ПОЛОЖИТЕЛЬНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Положительное зацепление является современным видом зацепления и обладает по сравнению с нулевым зацеплением целым рядом преимуществ, к которым относятся следующие:

1. Положительное зацепление дает возможность нарезать зубчатые колеса с небольшими числами зубьев:

$$z_1 < z_{1min} \quad (27)$$

$$z_2 < z_{2min}$$

и, следовательно, удовлетворяет требованию компактности зубчатых передач, которое является основным для многих отраслей промышленности.

Как известно, при нулевом зацеплении невозможно, в случае (27), изготовить зубчатые колеса с неподрезанными зубьями. Колеса же с подрезанными зубьями недопустимы в эксплуатации, так как они приводят к уменьшению коэффициента перекрытия и прочности зубьев, а также к увеличению интенсивности износа зубьев вследствие возрастания удельного скольжения и удельного давления между ними.

2. При положительном зацеплении можно повысить нагрузочную способность зубчатых колес и увеличить их долговечность также в тех случаях, когда

$$z_1 > z_{1min}$$

$$z_2 > z_{2min}$$

Это достигается, при надлежащем выборе коэффициентов смещения x_1 и x_2 , за счет увеличения толщины зуба у его корня и за счет выравнивания износа зуба по всему его профилю.

3. Положительное зацепление применяется также при проектировании соосных передач, если с помощью нулевых колес не удастся вписаться в заданное межцентровое расстояние.

Основные параметры положительного зацепления можно определить по формулам, которые были выведены в предыдущих параграфах.

17. РАВНОСМЕЩЕННОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Это зацепление применяется для зубчатой передачи, составленной из колес с числами зубьев:

$$z_1 < z_{1min},$$

$$z_2 > z_{2min}$$

при условии:

$$z_2 \geq 34.$$

В частности его используют в тех случаях, когда необходимо выдержать между осями нормальное расстояние, то есть получить:

$$a_w = a = (m z_\Sigma)/2.$$

Как показывает уравнение (16), передача со смещением и нормальным межосевым расстоянием возможна только при угле зацепления:

$$\alpha_w = \alpha.$$

Но при этом условии, как это видно из уравнения (15), сумма смещений исходного контура будет равна нулю:

$$x_\Sigma = 0.$$

Отсюда следует, что для получения равносместенного зацепления, меньшее колесо должно нарезать с положительным смещением, а большее колесо с таким же отрицательным смещением. Поэтому условие (25) для данного случая можно записать в виде:

$$x_1 = -x_2. \quad (28)$$

Заметим, что при условии (28) и произвольном выборе чисел z_1 и z_2 может произойти подрезание зубьев большего колеса. Чтобы избежать этого явления необходимо отрицательный сдвиг x_2 выбрать по абсолютной величине больше положительного сдвига x_1 . Это условие можно записать в виде неравенства:

$$x_1 + x_2 \leq 0.$$

Подставляя в это уравнение значения коэффициентов сдвига из формулы (3), получим:

$$(17 - z_1)/17 + (17 - z_2)/17 \leq 0,$$

откуда найдем указанное выше условие применимости равносместенного зацепления:

$$z_\Sigma \geq 34.$$

Таким образом, при равносмещенном зацеплении угол зацепления и межцентровое расстояние имеют стандартные значения. Остальные параметры отличаются от стандартных и определяются общими формулами, которые использовались при рассмотрении положительного зацепления.

18. ВПИСЫВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ В ЗАДАННОЕ МЕЖЦЕНТРОВОЕ РАССТОЯНИЕ

На практике иногда приходится проектировать зубчатую передачу так, чтобы межцентровое расстояние было совершенно точно равно заранее заданному числу a_w . Такая задача встречается, например, при расчете соосных редукторов.

При решении этой задачи величины:

$$m, z_1, z_2$$

сначала подбираются так, чтобы расстояние a , вычисленное по формуле:

$$a = (m z_{\Sigma})/2$$

мало отличалось бы от заданного расстояния a_w , но так, чтобы $a < a_w$.

После этого находится угол зацепления α_w из формулы:

$$a_w = a (\cos \alpha / \cos \alpha_w),$$

а сумма коэффициентов смещения инструмента, равная

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2$$

определяется из уравнения зацепления:

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + 2(x_{\Sigma}/z_{\Sigma}) \operatorname{tg} \alpha.$$

При разбивке числа x_{Σ} на два слагаемых x_1 и x_2 обычно выбирают:

$$x_1 > x_2 \text{ если } z_1 < z_2.$$

Однако, во избежание подреза или заострения зубьев величины x_1 и x_2 не должны выходить за пределы интервалов:

$$x_{1min} \leq x_1 < x_{1max}$$

$$x_{2min} \leq x_2 < x_{2max}$$

где x_{1min} и x_{2min} обозначают наименьшие коэффициенты смещения исходного контура реечного инструмента, при которых исключается

подрез зубьев, а x_{1max} и x_{2max} – наибольшие коэффициенты смещения, при которых получается заострение зубьев.

Коэффициенты x_{min} можно найти по формуле (3), а x_{max} из выражения:

$$x_{max} = 1,37 z (\text{inv } \alpha - 0,01490) - 2,15, \quad (29)$$

которое получается из равенства (13), при $s_a = 0$.

Угол α входящий в выражение (29), определяется из формулы (4):

$$\cos \alpha_a = r_b / r_a,$$

где r_a – радиус окружности головок зубчатого колеса.

При правильном подборе x_1 и x_2 толщины зубьев по окружностям головок должны быть равны:

$$s_{a1} \geq 0,3 m$$

$$s_{a2} \geq 0,3 m$$

После определения x_1 и x_2 можно найти все параметры зубчатых колес по формулам, которыми мы пользовались при рассмотрении положительного зацепления.

19. ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ

Переходной кривой называется незвольвентный участок профиля основания зуба.

При обработке колес речным инструментом этот участок профиля нарезается автоматически по кривой, представляющей собой эквидистанту к удлиненной эвольвенте ... $C_3C_2C_1CC'_1C'_2C'_3$..., которую описывает центр S закругления исходного контура (рис. 16).

Для построения траектории точки S , представим себе, что начальная прямая AB инструмента является стороной некоторой прямоугольной рамки $ABCD$, имеющей размеры:

$$AB = DC = \pi r,$$

$$AD = BC = r,$$

которая может перекатываться стороной AB по делительной окружности нарезаемого колеса.

Сделаем вспомогательное построение, Разделим делительную полуокружность, а также прямые AB и DC на 10 равных частей и пронумеруем точки деления, как показано на рис. 16.

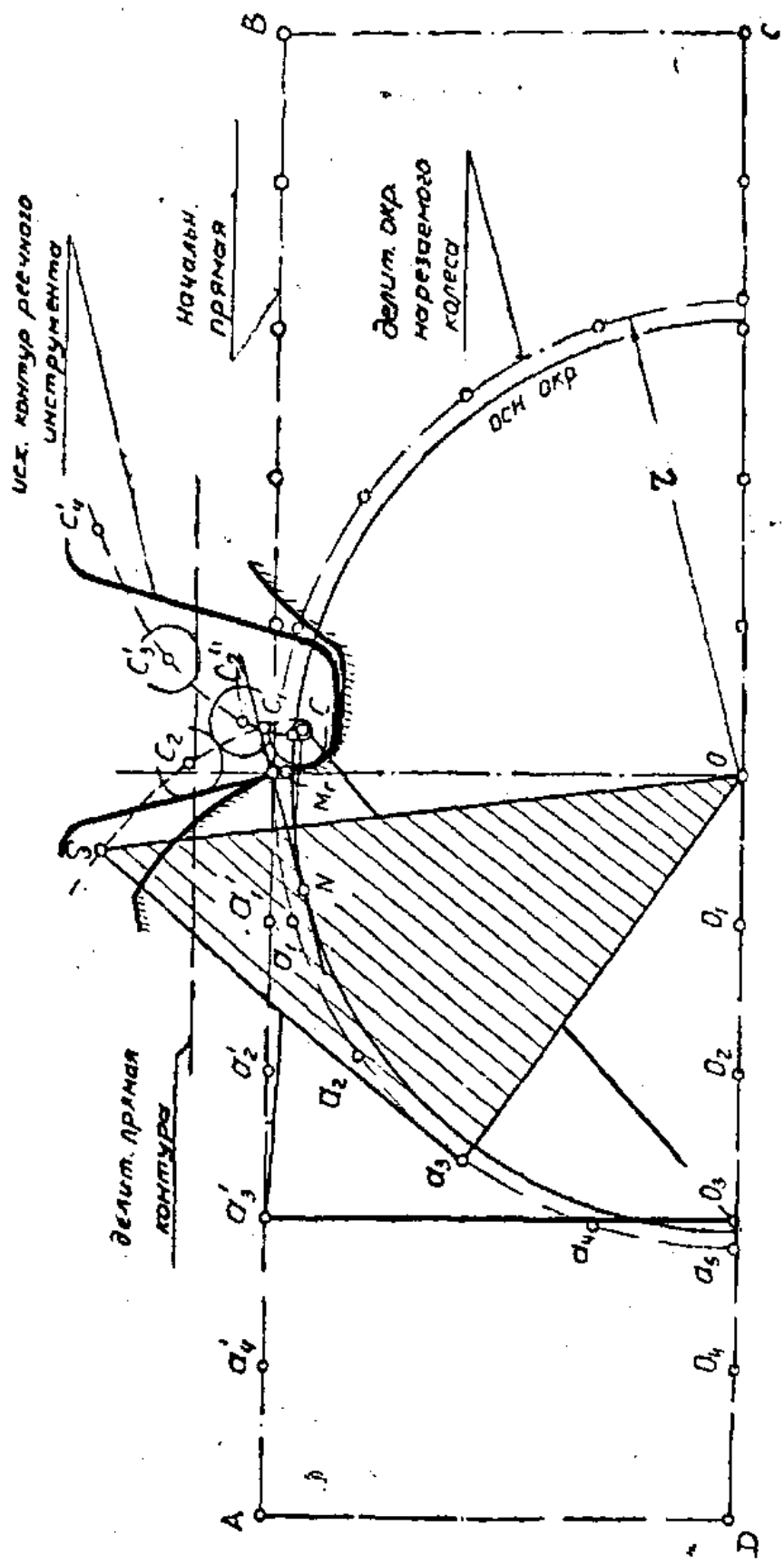


Рис. 16.

Если теперь перекачивать прямую AB по делительной окружности без скольжения, то точки $a'_1, a'_2, a'_3 \dots$ прямой AB будут последовательно совпадать с точками $a_1, a_2, a_3 \dots$ окружности, а точки $O_1, O_2, O_3 \dots$ прямой DC , – с центром O .

Для определения центра C при каждом положении рамки $ABCD$ достаточно провести дугу из точки a_k , радиусом $a'_k C$ и засечь ее дугой, радиуса $O_k C$, проведенной из центра O . Точка пересечения этих дуг будет совпадать с точкой C_k при k -том положении рамки $ABCD$.

Для наглядности, центр C можно рассматривать также, как вершину некоторого треугольника $Ca'_k O_k$, жестко связанного с рамкой. Из рис. 16 можно видеть, что при k -том положении рамки упомянутый треугольник займет положение $Oa_k C_k$ (отштрихованное на рисунке) и укажет своей вершиной k -тое положение центра C . Таким образом, можно по точкам построить кривую $\dots C_3 C_2 C_1 C C'_1 C'_2 C'_3 \dots$. Если теперь из различных точек этой кривой провести окружности, радиусом ρ , равным радиусу закругления исходного контура, и провести огибающую семейства этих окружностей, то в результате получится переходная кривая.

Заметим, что переходная кривая пересекает эвольвентную часть профиля зуба в точке M , лежащей, как правило, выше основной окружности, однако на доказательстве этого положения мы останавливаться не будем.

Перейдем теперь к рассмотрению качественных показателей передачи, характеризующих плавность зацепления, а также износ и прочность зубьев. К таким показателям относятся коэффициент перекрытия, коэффициенты удельного скольжения и удельного давления и др. Рассмотрим эти коэффициенты

20. КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕКРЫТИЯ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ СО СМЕЩЕНИЕМ

Условием нормальной работы зубчатой передачи является непрерывность зацепления, при которой вторая пара зубьев должна начать зацепление прежде, чем первая пара выйдет из зацепления. Это свойство зубчатой передачи характеризуется коэффициентом перекрытия.

Согласно ГОСТ 16530-83, коэффициент торцового перекрытия ε_α представляет собой отношение угла торцового перекрытия зубчатого колеса передачи к его угловому шагу τ

$$\varepsilon_\alpha = \varphi_{\alpha 1} / \tau_1 = \varphi_{\alpha 2} / \tau_2, \quad (30)$$

где $\varphi_{\alpha 1}$, $\varphi_{\alpha 2}$ - углы торцового перекрытия, на которые поворачиваются зубчатые колеса за время зацепления одной пары зубьев; $\tau_1 = 2\pi / z_1$ и $\tau_2 = 2\pi / z_2$ - угловой шаг зубчатых колес.

За время зацепления одной пары зубьев (рис. 17) точка a , лежащая на боковой поверхности зуба, переместится по делительной окружности в т. a' , а точка c на основной окружности в точку c' , при этом

$$\varphi_\alpha = aa' / r = cc' / r_b, \quad (31)$$

или

$$aa' / cc' = r / r_b = 1 / \cos \alpha.$$

Угловой шаг можно определить также следующим образом

$$\tau = bb' / r_1 = p / r_1. \quad (32)$$

С учетом (31) и (32) формулу (30) можно записать в виде

$$\varepsilon_\alpha = AB / p \cos \alpha. \quad (33)$$

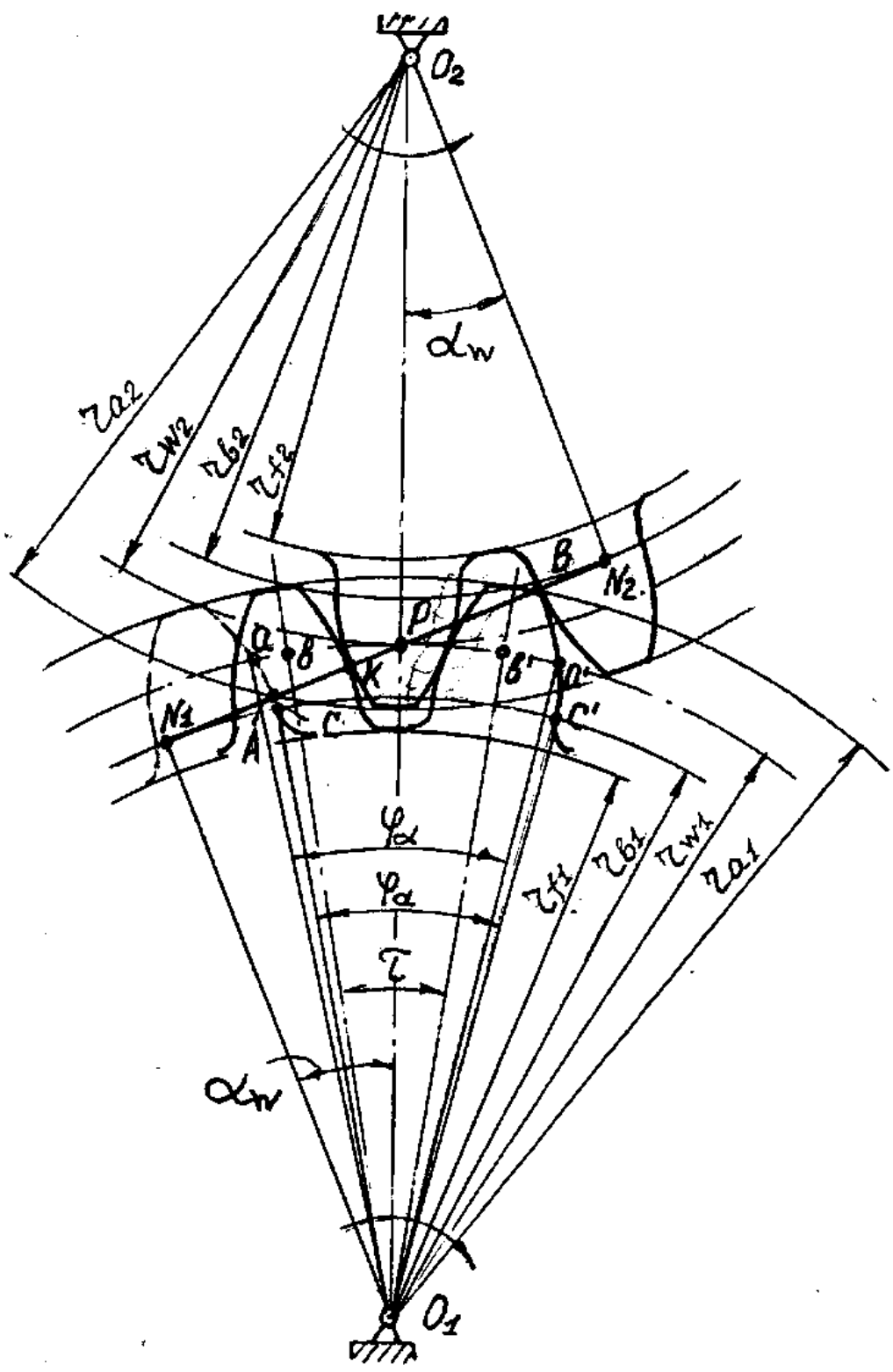


Рис. 17

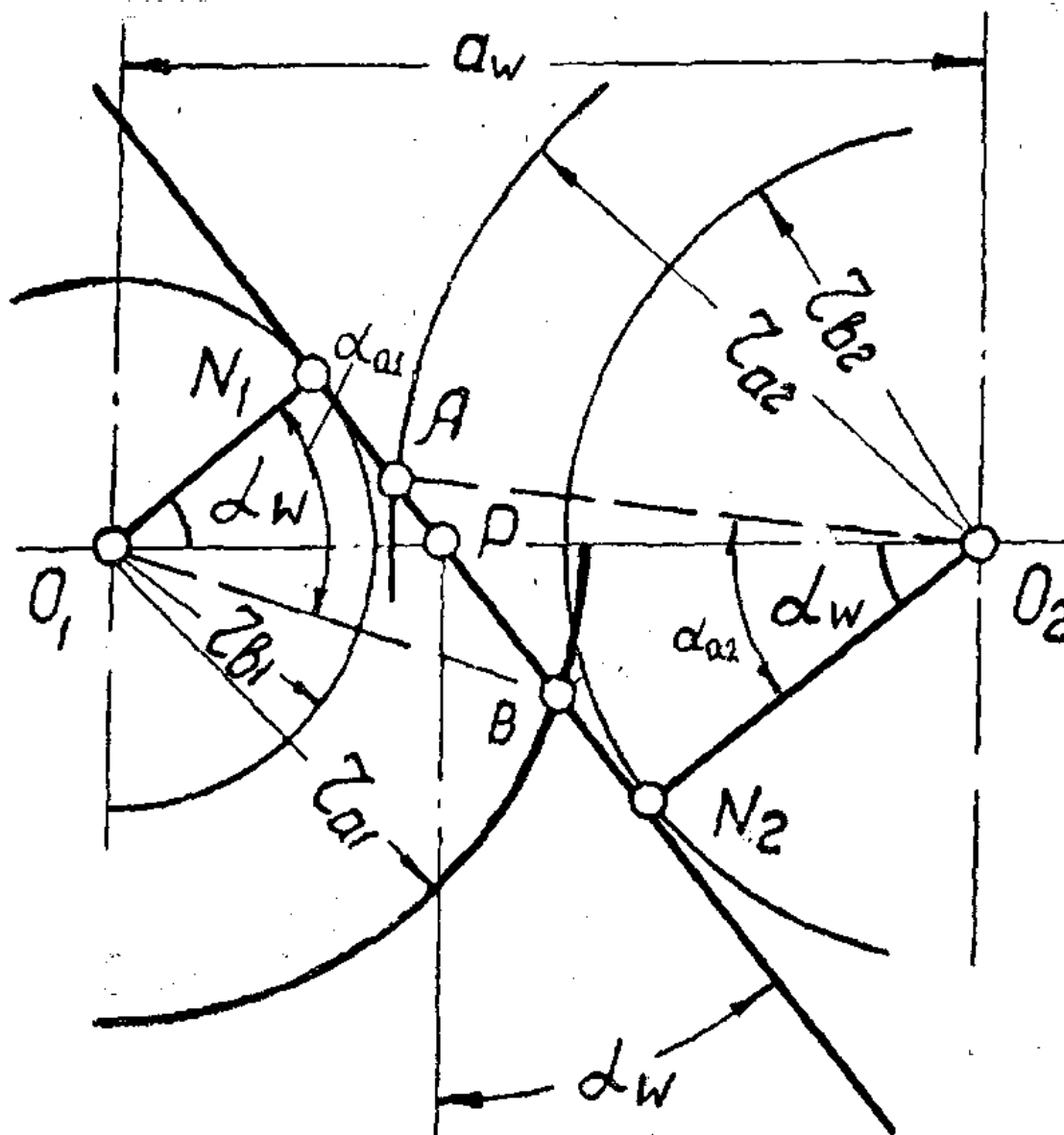


Рис. 18

Здесь AB – длина активной линии зацепления, равная длине дуги CC' .

Из рис. 18 имеем:

$$AB = BN_1 - AN_1 = BN_1 - (N_1N_2 - AN_2),$$

$$BN_1 = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}$$

$$AN_2 = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}$$

$$N_1N_2 = a_w \sin \alpha_w$$

Учитывая эти соотношения, формулу (33) запишем в виде:

$$\varepsilon_{\alpha} = [(\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}) + (\sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}) - a_w \sin \alpha_w] / (\pi m \cos \alpha).$$

Длина активной линии зацепления AB складывается из 2-х частей – доплюсовой AP и заплуюсовой BP , величину которых определим по формулам (см. рис.18)

$$\left. \begin{aligned} AP &= r_{b2}(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w) \\ BP &= r_{b1}(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Подставляя (34) в (33), с учетом формул (4) и (9) получим:

$$\varepsilon_{\alpha} = [z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} + z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w] / 2\pi$$

или

$$\varepsilon_{\alpha} = [z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)] / 2\pi. \quad (35)$$

Коэффициент перекрытия показывает, сколько пар зубьев в среднем находится одновременно в зацеплении.

Так, например, если $\varepsilon_{\alpha} = 1,3$, то в зацеплении находится в среднем 1,3 пар зубьев, а фактически в течение 30% времени работы передачи в зацеплении находятся две пары зубьев, а в течение 70% – одна пара.

21. УДЕЛЬНОЕ СКОЛЬЖЕНИЕ ЗУБЬЕВ

Износ профилей зубьев получается, как показывает практика, неодинаковым по высоте и в первом приближении может характеризоваться так называемым коэффициентом удельного скольжения.

Для определения этого коэффициента выделим в окрестности контактной точки K элементарные дуги ΔS_1 и ΔS_2 (рис. 19).

Так как эти дуги перекатываются одна по другой со скольжением, то длины их неодинаковы

$$\Delta S_1 \neq \Delta S_2.$$

Назовем величину

$$\Delta S_1 - \Delta S_2 = \Delta S.$$

дугой скольжения, а предел отношения дуги скольжения к дуге ΔS_1 или ΔS_2 удельным скольжением соответствующего профиля зуба:

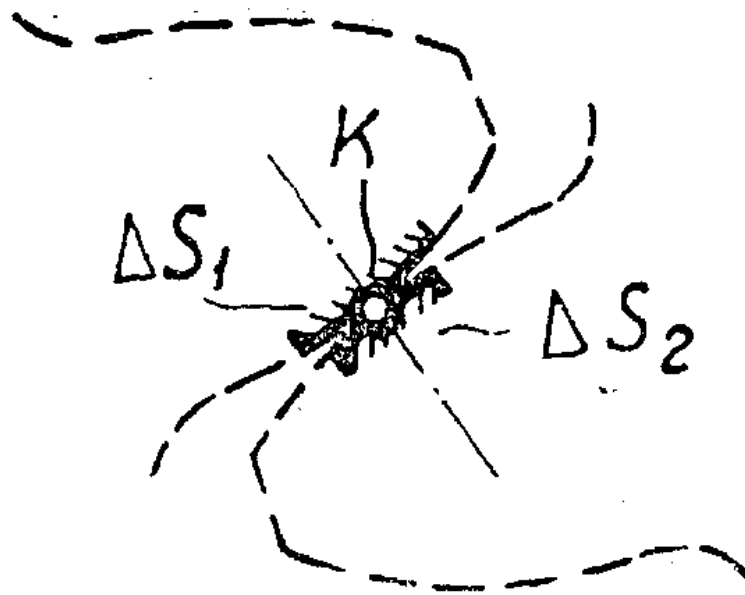


Рис. 19

$$g_1 = \lim_{\Delta S_1 \rightarrow 0} \Delta S / \Delta S_1 \quad (36)$$

$$g_2 = \lim_{\Delta S_2 \rightarrow 0} \Delta S / \Delta S_2. \quad (37)$$

Заметим, что величина удельного скольжения определяет так называемую удельную работу λ сил трения при скольжении, от которой зависит абразивный износ профилей зубьев. Действительно, величина λ равна:

$$\lambda = \lim_{\Delta S_1 \rightarrow 0} [(F_{mp} \Delta S) / b \Delta S_1] = (F_{mp} / b) g_1$$

где b – длина зуба, а F_{mp} – сила трения при скольжении.

Полученными выражениями для g_1 и g_2 практически пользоваться неудобно, поэтому заменим их другими. Перепишем равенства (36) и (37) в виде:

$$g_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [(\Delta S_1 / \Delta t - \Delta S_2 / \Delta t) / (\Delta S_1 / \Delta t)] = (V_{1k}^i - V_{2k}^i) / V_{1k}^i = V_{ck} / V_{1k}^i$$

$$g_2 = (V_{2k}^i - V_{1k}^i) / V_{2k}^i = -V_{ck} / V_{2k}^i$$

Здесь V_{ck} – скорость скольжения профилей зубьев, равная $V_{ck} = PK(\omega_1 + \omega_2)$

Для определения скоростей V_{1k}' и V_{2k}' точек касания профилей зубьев в направлении общей касательной к профилям в точке K , рассмотрим подобие отштрихованных на рис.20 треугольников. Имеем:

$$V_{1k}'/V_{1k} = KN_1/O_1K,$$

откуда найдем:

$$V_{1k}' = \omega_1 KN_1 = \omega_1 \rho_1.$$

Аналогично, получим:

$$V_{2k}' = \omega_2 \rho_2,$$

где ρ_1 и ρ_2 обозначают радиусы кривизны профилей в точке K .

Подставляя выражения для V_{1k}' и V_{2k}' в формулы для \mathcal{G}_1 и \mathcal{G}_2 будем иметь:

$$\mathcal{G}_1 = 1 - \omega_2 \rho_2 / \omega_1 \rho_1 = 1 - i_{21} (\rho_2 / \rho_1); \quad (38)$$

$$\mathcal{G}_2 = 1 - \omega_1 \rho_1 / \omega_2 \rho_2 = 1 - i_{12} (\rho_1 / \rho_2). \quad (39)$$

В системе координат XU обозначим $\rho_1 = x$, $\rho_2 = l - x$, где l – предельная длина линии зацепления (рис. 20).

С учетом принятых обозначений формулы (38) и (39) перепишем в виде

$$\mathcal{G}_1 = 1 + i_{21} - i_{21} (l/x),$$

$$\mathcal{G}_2 = 1 + i_{12} - i_{12} [l/(l-x)].$$

Графики функций \mathcal{G}_1 и \mathcal{G}_2 показаны на рис. 20. Из рассмотрения этих графиков можно видеть, что большее удельное скольжение испытывает ножка и меньшее – головка зуба.

Реальные значения коэффициента удельного скольжения соответствуют рабочему участку AB линии зацепления.

22. КОЭФФИЦИЕНТ УДЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ МЕЖДУ ЗУБЬЯМИ

Прочность зуба зависит от так называемого приведенного радиуса кривизны рабочих поверхностей зубьев:

$$\rho_{np} = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2),$$

где ρ_1 и ρ_2 обозначают радиусы кривизны профилей зубьев в точке касания.

Отвлеченную величину

$$q = m / \rho_{np} = m (\rho_1 + \rho_2) / \rho_1 \rho_2 \quad (40)$$

называют коэффициентом удельного давления.

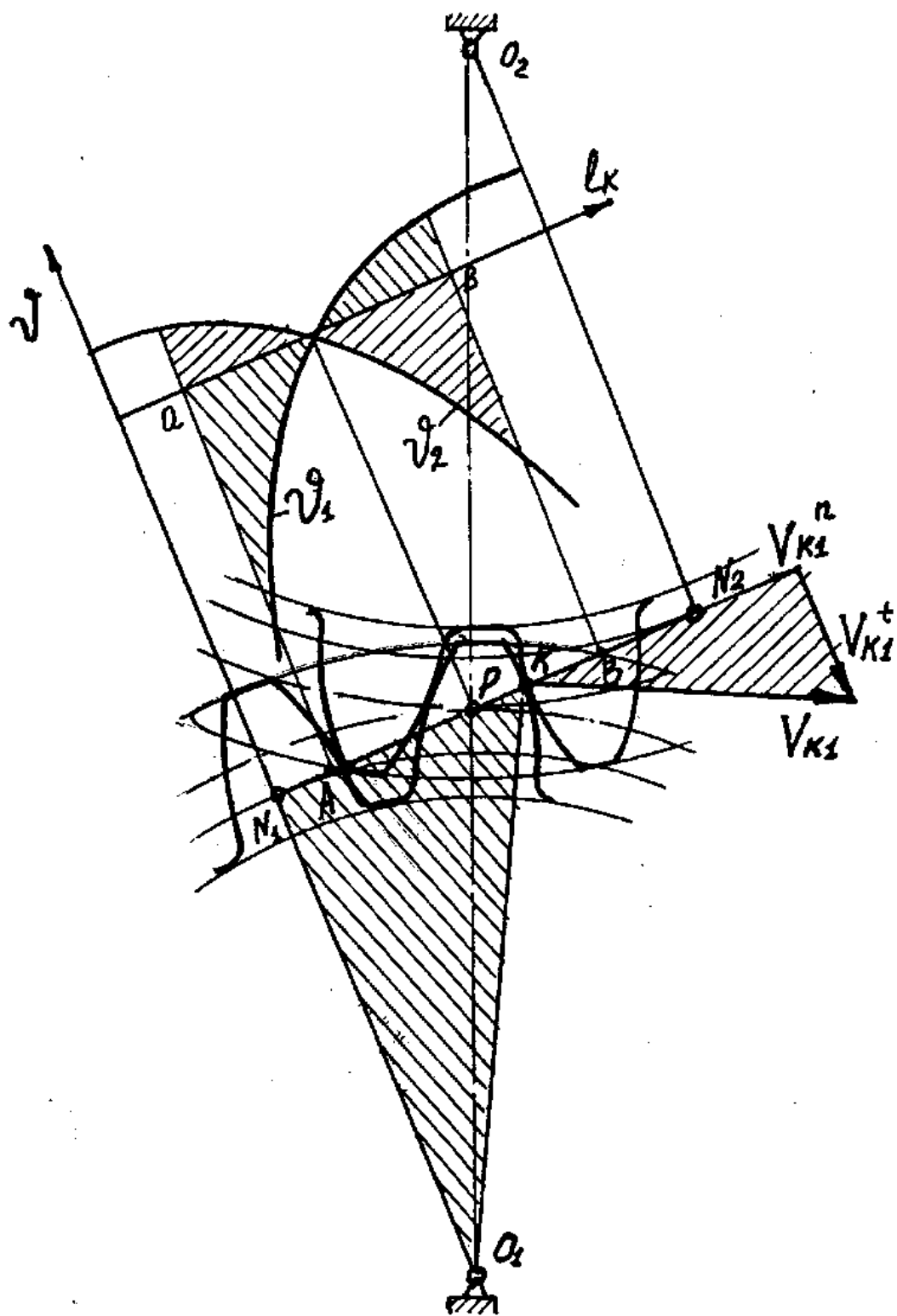


Рис. 20

Коэффициент q входит в формулу Герца, по которой определяется напряжение смятия, возникающее между зубьями в зоне контакта:

$$\sigma = 0,418 \sqrt{QE/bm} \sqrt{q}. \quad (41)$$

В этом выражении Q обозначает силу нормального давления между зубьями, b – ширину обода колес, m – модуль зацепления, а E – приведенный модуль упругости, равный:

$$E = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$$

где E_1 и E_2 – модули упругости первого рода материалов обоих колес.

Из формул (40) и (41) можно видеть, что коэффициент q увеличивается с уменьшением радиусов кривизны профилей зубьев в точке касания. Следовательно, для увеличения прочности зуба следует использовать те же меры, что и для уменьшения коэффициента удельного скольжения.

Характер изменения функции q в зависимости от расстояния точки касания профилей от точки N_1 можно видеть на рис. 21.

23. ВЫБОР КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ ИСХОДНОГО КОНТУРА

Представим себе зубчатую передачу, состоящую из колес с числами зубьев z_1 и z_2 .

Очевидно, размеры этих колес и качественные показатели передачи вполне определяются коэффициентами смещения x_1 и x_2 исходного контура, которые были приняты при нарезании колес. Действительно, зная x_1 и x_2 можно по уравнению (15) найти угол зацепления передачи α_w , по формуле (19) определить межцентровое расстояние a , по формулам (23), (24) и другим вычислить все основные геометрические размеры колес, а из выражений (35), (38), (39) и (40) найти качественные показатели передачи: ε_w , \mathcal{J}_1 , \mathcal{J}_2 , q .

При выборе коэффициентов смещения необходимо выполнение следующих основных требований:

- 1) отсутствие подрезания ножек зубьев;
- 2) отсутствие заострения головок зубьев;
- 3) непрерывность зацепления.

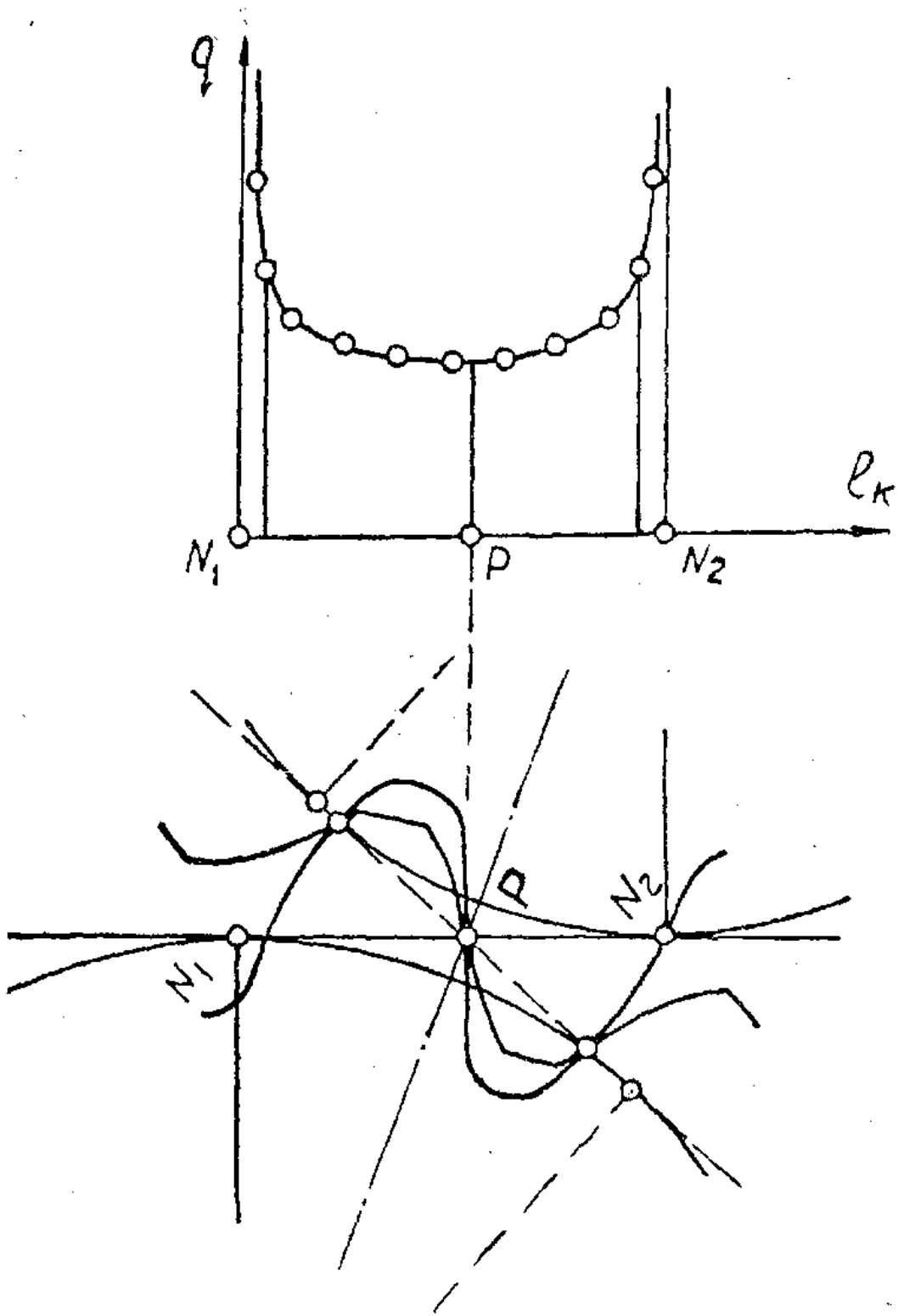


Рис. 21

Первое требование выполняется при $x > x_{min}$, где x_{min} определяется по формуле (3). Увеличение коэффициентов смещения может привести к заострению головки зуба, что является недопустимым, из-за возможности его поломки. Максимальный коэффициент смещения x_{max} при заданном значении толщины зуба по окружности головок, изменяющейся в пределах $S_c \geq (0,3 \div 0,4) m$ в зависимости от технологии изготовления зубчатых колес, можно определить по формуле (13). Таким образом, коэффициенты смещения могут изменяться в диапазоне $x_{min} \leq x \leq x_{max}$.

Непрерывность зацепления, когда вторая пара зубьев входит в зацепление еще до выхода из зацепления первой пары зубьев, обеспечивается при коэффициенте торцового перекрытия $\varepsilon_\alpha > 1,07$. Необходимо отметить, что с увеличением коэффициентов смещения коэффициент перекрытия уменьшается. В зависимости от точности изготовления зубчатых колес минимальная величина коэффициента перекрытия принимается равной от 1,05 до 1,35.

Так как качественные показатели любой конкретной передачи вполне определяются значениями коэффициентов смещения x_1 и x_2 , то любая точка плоскости в системе координат x_1 и x_2 должна изображать конкретную зубчатую передачу с определенными качественными показателями. Следовательно, можно найти целые области зубчатых передач, обладающих какими-либо определенными свойствами, например, имеющими коэффициент перекрытия ε равный $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$, или имеющими выравненные удельные скольжения и др. Границы таких областей названы блокирующими контурами.

Блокирующий контур является безусловной границей области допустимых передач (для краткости назовем ее областью D), за пределами которой передача существовать не может.

В качестве примера, на рис. 22 показана область D с проведенными в ней линиями различной коррекции, о назначении которых будет сказано ниже.

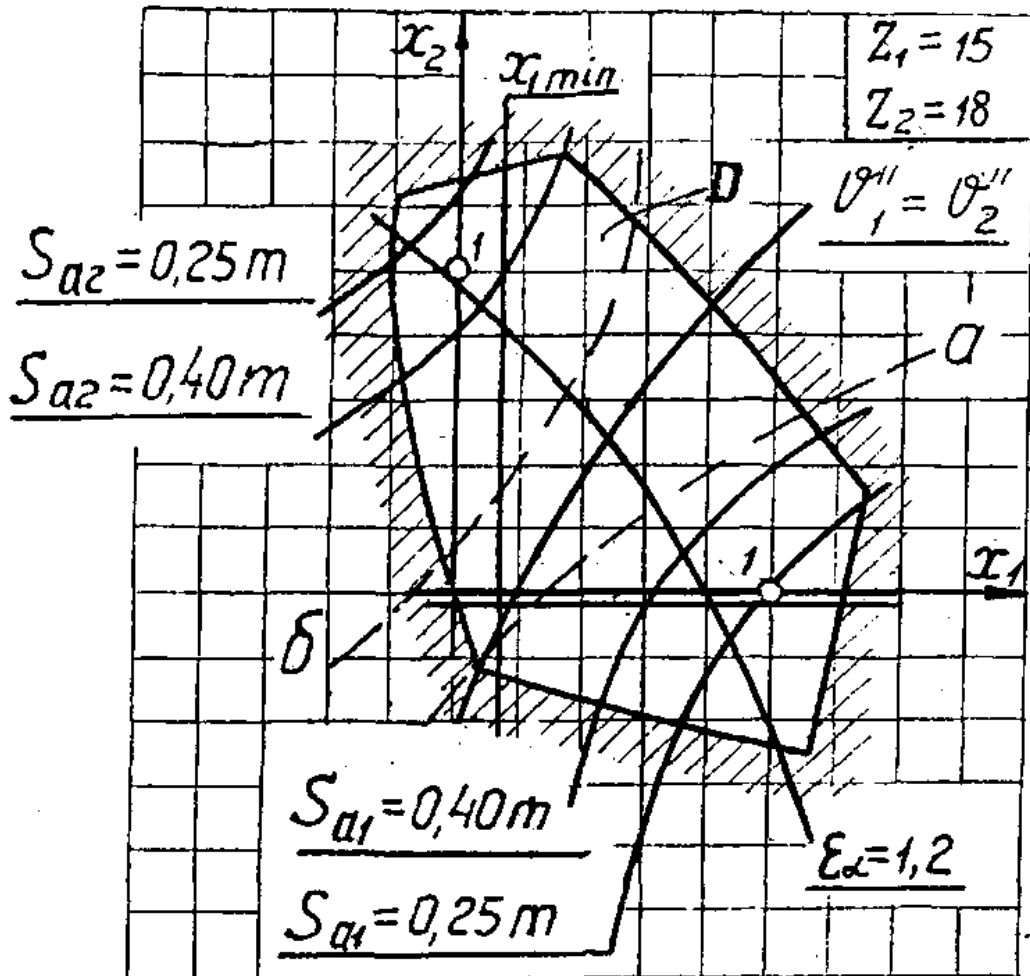


Рис. 22

Впервые области допустимых передач были построены в 1958 году Болотовской Т.П., Болотовским И.А. и Смирновым В.Э.

Любая точка внутри области D изображает передачу с вполне удовлетворительными геометрическими показателями. Но конструктор при расчете зубчатых колес должен выбирать оптимальные коэффициенты смещения, удовлетворяющие условиям работы проектируемой передачи.

Чтобы облегчить решение этой задачи, внутри области D проводятся дополнительные линии коррекции (рис.22):

1) линия коррекции, при которой коэффициент перекрытия ϵ_α равен 1,2.

2) линия коррекции, при которой

$$S = 0,40 \text{ m и } S = 0,25 \text{ m.}$$

3) линия начала появления подреза. Эта линия обозначена $x_{\text{пр}}$.

4) линия коррекции, при которой обеспечивается равнопрочность зубьев по изгибу и максимальная изгибная прочность при одинаковых материалах и термической обработке колес. Линия, обозначенная буквой a , соответствует случаю, когда ведущим является колесо z_1 , а обозначенная буквой b – случаю, когда ведущим является колесо z_2 .

5) линия коррекции, при которой выровнены удельные скольжения ϑ_1'' и ϑ_2'' на ножках зубьев в крайних точках активных профилей.

Пользуясь перечисленными линиями, конструктор может, при выборе системы коррекции, учесть условия работы каждой конкретной передачи. После выбора в области D коэффициентов x_1 и x_2 дальнейший расчет передачи можно вести по формулам, которыми мы пользовались при рассмотрении положительного зацепления.

В качестве примера решим, с помощью блокирующих контуров, задачу о вписывании в заданное межцентровое расстояние.

В п.18 была приведена методика определения суммарного коэффициента смещения x_Σ исходного контура, обеспечивающего заданное межцентровое расстояние a_w . Теперь покажем, как можно с помощью области D разбить коэффициент x_Σ на слагаемые x_1 и x_2 так, чтобы удовлетворялось заранее заданное требование к передаче из числа тех, для которых были проведены внутри области D линии коррекции.

Для решения задачи достаточно провести в области D прямую

$$x_2 = -x_1 + x_\Sigma$$

и найти точку пересечения ее с линией коррекции, соответствующей заданному условию задачи.

Очевидно, координаты искомой точки будут являться искомыми величинами x_1 и x_2 , сумма которых при выбранной системе коррекции будет равна заданному суммарному коэффициенту смещения x_Σ .

В ГОСТ 16532-70, помимо блокирующих контуров приведены рекомендации по выбору коэффициентов смещения для зубчатых передач общего назначения.

Для кинематических передач, не передающих значительных усилий, при числе зубьев $z_{12} \geq 17$ смещение применять не рекомендуется, при числе зубьев $z_{12} = 7 \dots 11$ коэффициенты смещения не должны быть меньше минимальных значений, определяемых по формуле (3), а в передачах с числом зубьев $z_1 = 12 \dots 16$ и $z_2 \geq 22$ рекомендуется применять коэффициенты смещения $x_1 = 0,3$; $x_2 = -0,3$.

Коэффициенты смещения для силовых зубчатых передач необходимо принимать в соответствии с рекомендациями, изложенными в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

КОЭФФИЦИЕНТЫ СМЕЩЕНИЯ ДЛЯ СИЛОВЫХ ПЕРЕДАЧ ПРИ СВОБОДНОМ ВЫБОРЕ МЕЖОСЕВОГО РАССТОЯНИЯ [5]

z_1 и z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 30$	0	0
$z_1 = 14 \dots 20$; $z_2 \geq 50$	0,3	-0,3
$z_1 = 10 \dots 30$; $z_2 \leq 30$	0,5	0,5
$z_1 = 10 \dots 30$; $z_2 > 32$	0,5	0
$z_1 = 5 \dots 9$; $z_2 \leq 30$	$x_1 = 0,03 (30 - z_1)$	$x_2 = 0,03 (30 - z_2)$

Таблица 2

КОЭФФИЦИЕНТЫ СМЕЩЕНИЯ ДЛЯ СИЛОВЫХ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ ПРИ ЗАДАННОМ МЕЖОСЕВОМ РАССТОЯНИИ, РАВНОМ $0,5(z_1 + z_2)m$

x_Σ	z_1 и z_2	x_1	x_2
0	$z_1 \geq 21$; $z_1 = 14 \dots 20$; $u_{12} \geq 3,5$	0 0,3	0 -0,3
0 ... 0,5	$z_1 > 19$; $z_2 \geq 21$; $z_1 = z_2 \leq 20$	$x_1 = x_\Sigma$ $x_1 = 0,5 x_\Sigma$	0 $x_2 = 0,5 x_\Sigma$
0,5 ... 1,0	$z_1 = z_2 \geq 10$; $z_1 \geq 11$; $z_2 \geq z_{\min} + 2$	$x_1 = 0,5 x_\Sigma$ $x_1 = 0,5$	$x_2 = 0,5 x_\Sigma$ $x_2 = x_\Sigma - 0,5$

ПРИЛОЖЕНИЕ

**Т а б л и ц а 1 ЗНАЧЕНИЯ УГЛА ЗАЦЕПЛЕНИЯ И ЕГО
ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ФУНКЦИИ**

α_w	$\text{inv } \alpha_w$	α_w	$\text{inv } \alpha_w$	α_w	$\text{inv } \alpha_w$
20°00'	0,01490	25°00'	0,02998	30°00'	0,05375
10'	0,01529	10'	0,03061	10'	0,05473
20'	0,01569	20'	0,03126	20'	0,05572
30'	0,01609	30'	0,03192	30'	0,05672
40'	0,01650	40'	0,03258	40'	0,05774
50'	0,01692	50'	0,03326	50'	0,05877
21°00'	0,01735	26°00'	0,03395	31°00'	0,05981
10'	0,01778	10'	0,03464	10'	0,06087
20'	0,01822	20'	0,03535	20'	0,06194
30'	0,01867	30'	0,03607	30'	0,06302
40'	0,01912	40'	0,03680	40'	0,06412
50'	0,01958	50'	0,03754	50'	0,06524
22°00'	0,02005	27°00'	0,03829	32°00'	0,06636
10'	0,02053	10'	0,03905	10'	0,06751
20'	0,02102	20'	0,03982	20'	0,06867
30'	0,02151	30'	0,04060	30'	0,06984
40'	0,02202	40'	0,04140	40'	0,07103
50'	0,02253	50'	0,04220	50'	0,07223
23°00'	0,02305	28°00'	0,04302	33°00'	0,07345
10'	0,02358	10'	0,04385	10'	0,07468
20'	0,02411	20'	0,04469	20'	0,07593
30'	0,02466	30'	0,04554	30'	0,07720
40'	0,02521	40'	0,04640	40'	0,07848
50'	0,02578	50'	0,04728	50'	0,07978
24°00'	0,02635	29°00'	0,04816	34°00'	0,08110
10'	0,02693	10'	0,04906	10'	0,08243
20'	0,02752	20'	0,04998	20'	0,08378
30'	0,02812	30'	0,05090	30'	0,08514
40'	0,02873	40'	0,05184	40'	0,08653
50'	0,02935	50'	0,05279	50'	0,08793

Т а б л и ц а 2 НОРМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ МОДУЛЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

1-Й РЯД...1; 1, 25; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50

2-Й РЯД...1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22; 28;
36; 45

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., 1975.
2. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М., 1979.
3. Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К. и др. Теория механизмов и механика машин / Под ред. К.В. Фролова. М., 1998.
4. Юдин В.А., Петрокас Л.В. Теория механизмов и машин. М., 1977.
5. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. М., 1999.
6. Щепетильников В.А. Основы геометрического расчета корригированных зубчатых колес внешнего зацепления. М., 1961.